

UNIVERSIDAD DEL VALLE



TESIS DE MAESTRÍA

---

**Estudio de cristales fotónicos basados en  
ferrofluidos con nanopartículas magnéticas de  
ferritas de cobalto-zinc**

---

Estudiante:

**Luz Esther González R.**

Director:

**Nelson Porras Montenegro**

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS  
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS -  
FÍSICA  
SANTIAGO DE CALI  
2013**

**Estudio de cristales fotónicos basados en  
ferrofluidos con nanopartículas magnéticas de  
ferritas de cobalto-zinc**

**Luz Esther González R.**

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar por el título  
de Maestría en Ciencias - Física

Director:  
**Prof. Nelson Porras Montenegro**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS  
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS -  
FÍSICA  
SANTIAGO DE CALI  
2013**

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS  
PROGRAMA ACÁDEMICO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS -  
FÍSICA

Luz Esther González R.

**Estudio de cristales fotónicos basados en  
ferrofluidos con nanopartículas magnéticas de  
ferritas de cobalto-zinc**

**Temas y palabras claves**

- Cristales fotónicos
- Ferrofluidos
- Método de la matriz transferencia
- Método de expansión de ondas planas
- Aproximación de Maxwell - Garnett

# Resumen

Resultados experimentales previos muestran diversos fenómenos como la formación de patrones estructurados cuando el ferrofluido se encuentra contenido en una película delgada, bajo la acción de un campo magnético externo aplicado; si el campo magnético es paralelo al plano de la película, una porción de las partículas magnéticas en el fluido se aglomeran para formar cadenas 1D, pero si es perpendicular se forman columnas cilíndricas de conglomerados de nanopartículas cuyo comportamiento puede ser visto como un cristal fotónico 2D. En este trabajo se presenta el estudio de cristales fotónicos basados en ferrofluidos con nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc ( $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ ), material que no ha sido reportado hasta el momento en aplicaciones fotónicas y que bajo campo magnético se ordena formando cristales fotónicos. Esto hace que estos cristales sean de gran interés en el desarrollo de nuevas tecnologías.

En la primera parte de este trabajo, usando la técnica de la matriz transferencia, se estudian los efectos de la concentración de Zn, el tamaño y la forma de las nanopartículas sobre la estructura de bandas de un cristal fotónico 1D hecho de capas alternadas de aire y ferrofluido. Para el ferrofluido, nosotros tomamos nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc ( $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ ), recubiertas con ácido oleico e inmersas en etanol. Adicionalmente, usando los resultados de los efectos de la concentración de Zn sobre la PBS, se proponen photonic quantum wells (QWs) que dependiendo de la geometría y de los parámetros dieléctricos, pueden presentar modificaciones notables en los espectros de transmisión.

En la segunda parte de este trabajo, se utiliza el método de expansión de ondas planas para estudiar la estructura de bandas de un cristal fotónico 2D constituido por rods de nanopartículas de las ferritas utilizadas en el caso 1D a diferentes campos magnéticos aplicados, que depende de la permitividad

efectiva y la razón de área de la fase líquida.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>V</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>VIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Modelo Teórico</b>	<b>4</b>
2.1. Fluidos Magnéticos . . . . .	4
2.2. Ordenamiento estructurado de las nanopartículas magnéticas bajo campo magnético externo . . . . .	5
2.2.1. Campo magnético paralelo al plano de la película de ferrofluido magnético. . . . .	5
2.2.2. Campo magnético perpendicular al plano de la película de ferrofluido magnético. . . . .	6
2.3. Teoría Básica de los Cristales Fotónicos . . . . .	8
2.4. Descripción del cristal fotónico 1D estudiado . . . . .	11
2.5. Método de la matriz transferencia . . . . .	11
2.6. Cálculo del coeficiente de transmisión . . . . .	15
2.7. Método de expansión de ondas planas . . . . .	15
2.8. Permitividad Efectiva . . . . .	17
2.8.1. Caso de nanopartículas con forma esférica . . . . .	19
2.8.2. Caso de nanopartículas con forma elipsoidal . . . . .	20
<b>3. Resultados</b>	<b>22</b>
3.1. Cristal fotónico 1D . . . . .	23
3.2. Cristal fotónico 2D . . . . .	30

4. Conclusiones	40
Bibliografía	42

# Índice de figuras

2.1.	Esquema de un ferrofluido en tres escalas diferentes. A la izquierda se encuentra el ferrofluido magnético a escala macroscópica, se representa por un liquido ordinario. En la escala de coloides (centro), el ferrofluido consiste de pequeñas partículas sólidas dispersas en un liquido. Finalmente la partícula consiste de un simple dominio magnético (derecha). . . . .	5
2.2.	Cadena unidimensional periódica con periodo $x$ , formada por conglomerados de nanopartículas bajo la acción de un campo magnético paralelo al plano de la película de ferrofluido. Imagen tomada de la referencia [32]. . . . .	6
2.3.	Estructura hexagonal ordenada en la película de fluido magnético bajo la acción de un campo magnético perpendicular. Imagen tomada de la referencia [32]. . . . .	7
2.4.	Representación de un cristal fotónico en las tres dimensiones, imagen tomada de la referencia [3]. . . . .	8
2.5.	Esquema del cristal fotónico 1D compuesto por capas alternadas de aire (capa 1) y ferrofluido (capa 2). En la capa del ferrofluido, nanopartículas esféricas ferromagnéticas son embebidas en un líquido portador. Tomamos la capa 1 a ser aire, el líquido portador a ser etanol, las nanopartículas, ferritas de cobalto-zinc (núcleo) cubiertas por ácido oleico (casarón). . .	12
2.6.	Factores de depolarización $N^a$ y $N^b$ de nanopartículas elipsoidales en función de la razón de los ejes, $m = \frac{a}{b}$ . . . . .	18
3.1.	Estructura de bandas $\omega$ vs $q$ del cristal fotónico compuesto de capas alternadas de aire y ferrofluido, a diferentes valores de la concentración de Zn. Los paneles de arriba son para $a = b = 2mm$ y los de abajo para $a = b = 1mm$ . . . . .	23



3.2.	Transmisión en una estructura fotónica QW, $(AB)_{10}/(CD)_n/(AB)_{10}$ , en función de la frecuencia con (a) $n=0$ , (b) $n=3$ , (c) $n=5$ , y (d) $n=10$ . En este caso $(CD)_n$ es la superred hecha de capas alternadas de aire y ferrofluido con una concentración de Zn de 0.8% y $(AB)_m$ la superred hecha de aire y ferrofluido con una concentración de 0%, con $a = b = 1mm$ . . . . .	25
3.3.	Transmisión en una estructura fotónica QW, $(AB)_{10}/(CD)_n/(AB)_{10}$ , en función de la frecuencia con (a) $n=0$ , (b) $n=3$ , (c) $n=5$ , y (d) $n=10$ . En este caso $(CD)_n$ es la superred hecha de capas alternadas de aire y ferrofluido con una concentración de Zn de 0% con $a = b = 2mm$ y $(AB)_m$ como en el caso previo. . .	27
3.4.	Estructura de bandas del PC variando el radio de las nanopartículas. La línea magenta (sólida) es para $a_2 = 1,5nm$ con $f_2 = 0,2$ , la línea azul (trazos) es para $a_2 = 3nm$ con $f_2 = 0,3$ y la línea verde (punteada) es para $a_2 = 7,5nm$ con $f_2 = 0,4$ . . . . .	28
3.5.	Estructura de bandas del PC variando la forma de las nanopartículas. La línea azul (sólida) es para ferrofluidos con nanopartículas esféricas, la línea negra (sólida) y los cuadros rojos que se superponen, son para ferrofluidos con nanopartículas oblate y prolate, respectivamente. . . . .	29
3.6.	Esquema del cristal fotónico planar propuesto. El plano del slab esta formado de una red hexagonal de columnas de ferritas de $Co_{0,6}Zn_{0,4}Fe_2O_4$ cubiertas con ácido oleico e inmersas en una fase líquida (background), de altura $h$ y diámetro $d$ . Recubriendo esta estructura por encima y por debajo se tienen dos substratos, de forma que se pueda tener un confinamiento vertical de los modos en la estructura. . . . .	30
3.7.	Medida de la magnetización de saturación para cuatro diferentes muestras del ferrofluido con diferente concentración de nanopartículas. . . . .	31
3.8.	Relación lineal entre el índice de refracción y la concentración magnética del ferrofluido bajo campo cero. . . . .	32
3.9.	Ordenamiento estructural de la película de fluido magnético de $0.16 emu/g$ , bajo la acción de varios campos magnéticos. El campo magnético es aplicado perpendicular al plano de la película. Imágenes obtenidas por Javier López [50] . . . . .	33

3.10. PBS del cristal fotónico 2D basado en ferrofluidos con nanopartículas de $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , se muestran los modos TM y TE a tres diferentes valores del campo magnético: 73, 217 y 286 Oe. . . . .	34
3.11. Diagrama de bandas para el cristal fotónico planar de la Fig. 3.6, el substrato utilizado en este caso es el cobreobjetos. A la izquierda se presentan los modos impares del PC planar y a la derecha, los modos pares. La región sombreada de color lila representa el cono de luz del substrato. . . . .	36
3.12. Diagrama de bandas del cristal fotónico planar de rods de nanopartículas de $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , con $r = 0,17a$ y $h = 2,0a$ , en un material background con $n = 1,36$ . El gráfico presenta los modos impares (izquierda) y pares (derecha) del PC planar rodeado con un substrato de un índice de refracción igual al del background. La línea negra representa el cono de luz del substrato. . . . .	37
3.13. Diagrama de bandas del cristal fotónico planar de rods de nanopartículas de $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , con $r = 0,17a$ y $h = 2,0a$ , en un material background con $n = 1,36$ . El gráfico presenta los modos impares (izquierda) y pares (derecha) del PC planar rodeado con un substrato de un índice de refracción con $n = 1,32$ . Se observa un PBG en la estructura para los modos impares. La región lila representa el cono de luz de los modos radiados hacia el substrato. . . . .	38

# Índice de cuadros

3.1. Constante dieléctrica de la ferrita de cobalto-zinc a temperatura ambiente (303 K) variando la concentración de Zn. Estos datos fueron tomados de la referencia [47] . . . . .	24
3.2. Razón de área y razón de la estructura a diferentes valores del campo magnético. . . . .	35

# Capítulo 1

## Introducción

Después de que en 1987 Yablonovitch [1] y John [2] propusieron los cristales Fotónicos (PC)<sup>1</sup>, muchos trabajos experimentales y teóricos han sido dedicados al estudio de las propiedades físicas de estos cristales, estructuras caracterizadas por la variación periódica del índice de refracción y la distribución espacial de la constante dieléctrica, tales estructuras definen rangos de frecuencia y direcciones en las cuales la propagación de la onda electromagnética es prohibida o permitida. Estas bandas de frecuencia en las cuales la propagación de la onda electromagnética no es permitida son llamadas brechas prohibidas o band gaps fotónicos [3]. En esencia un cristal fotónico es una estructura periódica artificial que tiene la propiedad de controlar las propiedades de la luz, de la misma forma en que el Silicio y otros semiconductores controlan la corriente eléctrica. Esta estructura difracta fotones de la misma forma en que el cristal atómico difracta electrones; así es como nace por analogía el concepto de banda de energía prohibida para fotones (PBG), al igual que el concepto de estructura de bandas fotónicas (PBS)[4, 5, 6].

Con la idea de fabricar dispositivos que transmitan información de un lugar a otro a la mayor velocidad posible y con la menor pérdida de energía, se ha pensado en utilizar la luz en lugar de electrones como el portador de información, teniendo ésta la ventaja de viajar a mayor velocidad que un electrón en un metal, transportar mayor información por segundo y su ancho de banda en los materiales dieléctricos es mayor que en los metales. Es así,

---

<sup>1</sup>traducción del inglés 'photonic crystals'

como los cristales fotónicos abren vías de investigación muy prometedoras para la manipulación de fotones en la industria de las telecomunicaciones y gran variedad de aplicaciones ópticas.

Una de estas vías es la sintonización de la banda de energía prohibida que abre una nueva perspectiva en la investigación científica y en las aplicaciones tecnológicas. Para sintonizar un cristal fotónico, la constante dieléctrica o la permeabilidad magnética de uno de los materiales constituyentes puede depender de parámetros externos, tales como la aplicación de un campo magnético [7, 8, 9, 10], eléctrico [11] o por efectos de presión y temperatura [12], etc., que pueden modificar las funciones respuesta de estos materiales. Los fluidos magnéticos o ferrofluidos forman parte de una nueva clase de materiales magnéticos. Estos presentan propiedades magnéticas y de fluido simultáneamente, convirtiéndose así en materiales de gran importancia tecnológica [13]. Actualmente, entre sus aplicaciones se pueden mencionar algunas, por ejemplo, su uso en sellos magnéticos para motores, como lubricantes en discos magnéticos, instrumentos para memoria óptica, tintas magnéticas para cheques bancarios, unidades de refrigeración magnética, etc. Los fluidos magnéticos también tienen aplicaciones en medicina, actuando como material opaco o de contraste para el diagnóstico de imágenes usando rayos X o resonancia magnética. Cuando un fluido magnético se somete bajo la acción de un campo magnético externo, se evidencian propiedades ópticas interesantes generadas por la modulación del campo magnético. Entre estas propiedades se encuentran la birrefringencia [14], refracción óptica negativa [15], difracción [16] y dispositivos electro-ópticos que pueden ser diseñados y desarrollados utilizando las características magneto-ópticas de los fluidos magnéticos, por ejemplo, el interruptor óptico [17], la rejilla sintonizable [18] y los cristales fotónicos [19, 20], entre otros.

Resultados experimentales muestran la formación de estructuras ordenadas en fluidos magnéticos bajo campo magnético externo aplicado [13]. Hasta ahora muchos autores han estudiado con éxito cristales fotónicos basados en ferrofluidos (o cristales magnetofotónicos basados en nanopartículas magnéticas) tanto experimental como teóricamente [21, 22, 23, 24, 25, 26] y han encontrado fenómenos ópticos interesantes [27, 28].

A continuación, en el Capítulo 2 se revisan los fundamentos teóricos necesarios para el cálculo de la estructura de bandas de los cristales fotónicos, en el Capítulo 3, se presentan los resultados obtenidos en el cálculo de la PBS de los PCs 1D y 2D basados en ferrofluidos, y finalmente en el capítulo 4, se

presentan las conclusiones del estudio.

# Capítulo 2

## Modelo Teórico

### 2.1. Fluidos Magnéticos

Un coloide magnético, también conocido como ferrofluido (FF) o fluido magnético, son aquellos sistemas formados por partículas de carácter ferromagnético o ferrimagnético dispersas en un líquido portador, el cual puede ser polar o no-polar. Estas partículas contienen un solo dominio magnético, que al agitarlos térmicamente en el líquido portador pueden ser considerados como pequeños magnetos permanentes, con dimensiones típicas del orden de los 10 nm, cuando el tamaño de la partícula es mayor (del orden de  $\mu m$ ), a estos fluidos se les llama magnetoreológicos y presentan la importante propiedad de variar sus propiedades de flujo (reológicas) de manera rápida y significativa al ser sometidos a un campo magnético moderado. Es decir, se puede hacer que el sistema cambie desde un fluido normal (newtoniano) de baja viscosidad hasta un fluido con elevado esfuerzo umbral (pseudoplástico o plástico) con una elevada viscosidad efectiva controlado por el campo magnético aplicado. En otras palabras, la diferencia entre un ferrofluido (FF) y un fluido magnetoreológico (FMR) se refleja en que al aplicar campos magnéticos muy intensos, los últimos se comportan como un sólido. Mientras que, en un ferrofluido al aplicar un campo magnético intenso (del orden de 10 kG), este conserva su fluidez [13, 29].

Los ferrofluidos son ópticamente isotrópicos, pero en presencia de un campo magnético externo, exhibe birrefringencia inducida. La adherencia de partículas en un sustrato también puede inducir birrefringencia en películas delgadas

de ferrofluidos. Para evitar la aglomeración, las partículas magnéticas son recubiertas con una capa de un material apropiado. De acuerdo al recubrimiento, los ferrofluidos se clasifican en dos grandes grupos: Surfactado (SFF) si el recubrimiento es una molécula surfactante, y ferrofluido iónico (IFF) si este esta recubierto por un cascarón eléctrico [30, 31].

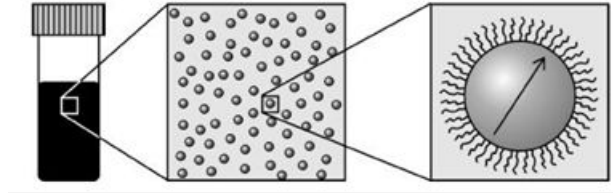


Figura 2.1: Esquema de un ferrofluido en tres escalas diferentes. A la izquierda se encuentra el ferrofluido magnético a escala macroscópica, se representa por un liquido ordinario. En la escala de coloides (centro), el ferrofluido consiste de pequeñas partículas sólidas dispersas en un liquido. Finalmente la partícula consiste de un simple dominio magnético (derecha).

## 2.2. Ordenamiento estructurado de las nanopartículas magnéticas bajo campo magnético externo

Para observar los patrones estructurales que se forman en un ferrofluido magnético bajo la acción de un campo magnético externo aplicado, es necesario encapsular el ferrofluido en una celda de vidrio con un área de dimensiones del orden de los  $mm^2$  y un espesor del orden de las micras para obtener una película de ferrofluido magnético. Así, el campo magnético es aplicado de forma paralela o perpendicular al plano de la película de fluido magnético [32].

### 2.2.1. Campo magnético paralelo al plano de la película de ferrofluido magnético.

Cuando la película de fluido magnético se expone a la acción de un campo magnético paralelo al plano de la misma, una porción de conglomerados de



nanopartículas magnéticas se alinean en la dirección del campo, formando cadenas en forma de agujas dentro de la película. Algunos autores afirman que la aglomeración de nanopartículas se debe a la separación de fases producida por la inestabilidad termodinámica de las partículas magnéticas de la dispersión. A medida que el campo magnético externo se incrementa, mas nanopartículas participan en la formación de conglomerados y de esta forma se crean más cadenas que se distribuyen aleatoriamente en la película. La estructura que se forma es una cadena unidimensional periódica de conglomerados de nanopartículas magnéticas del ferrofluido.

El periodo de la cadena se puede modular en varias decenas de micrómetros con la variación de la intensidad del campo magnético externo aplicado. En la siguiente figura se muestra la formación de cadenas de conglomerados de nanopartículas de una película de ferrofluido.

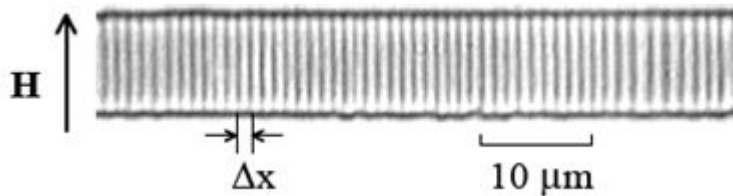


Figura 2.2: Cadena unidimensional periódica con periodo  $x$ , formada por conglomerados de nanopartículas bajo la acción de un campo magnético paralelo al plano de la película de ferrofluido. Imagen tomada de la referencia [32].

### 2.2.2. Campo magnético perpendicular al plano de la película de ferrofluido magnético.

Al aplicar un campo magnético perpendicular al plano de la película de fluido magnético, se forman columnas cilíndricas con un radio  $a$  de conglomerados de nanopartículas, el cual evoluciona en el tiempo hasta que el campo magnético alcanza su valor crítico es decir hasta que este llegue a la magnetización de saturación y no se puedan formar mas conglomerados de nanopartículas. La estructura que se forma en la película de ferrofluido evoluciona de un estado monodisperso a uno desordenado cuando el campo magnético  $H$  aumenta de un valor cero hasta el valor crítico o de saturación,

formando cada vez nuevas columnas y disminuyendo la fase líquida de la suspensión. De esta forma se espera que aparezca un patrón hexagonal estructurado de columnas de conglomerados.

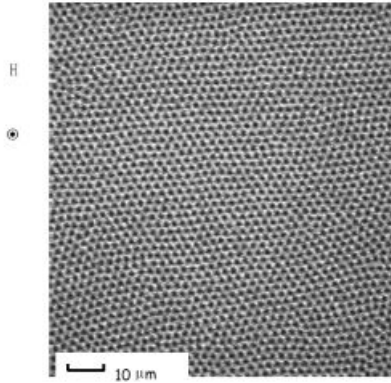


Figura 2.3: Estructura hexagonal ordenada en la película de fluido magnético bajo la acción de un campo magnético perpendicular. Imagen tomada de la referencia [32].

El patrón estructurado en la película de fluido magnético, se caracteriza por la distancia promedio  $d$  entre dos columnas continuas y el diámetro promedio  $a$  de cada una de las columnas, se espera que la distancia  $d$  entre columnas disminuya para campos magnéticos  $H$  altos, mientras que el valor de  $a$  permanece constante.

Teóricamente estas columnas magnéticas son consideradas como dipolos magnéticos y tres posibles interacciones son tenidas en cuenta para la energía del sistema: la energía potencial atractiva entre la columna magnética y  $H$  ( $U_{dH}$ ), la energía potencial repulsiva entre dos columnas magnéticas con magnetización paralela ( $U_{dd}$ ) y la energía térmica ( $U_{ter}$ ). Sin embargo, como las partículas magnéticas están suspendidas en un líquido, los efectos debidos a la energía térmica como el movimiento térmico al azar son reducidos considerablemente, la contribución efectiva de la energía térmica sobre el sistema es despreciable y solo las energías potenciales contribuyen.

Asumiendo que el patrón hexagonal ordenado es uniforme sobre la película, la energía potencial magnética por unidad de área  $U_T$  puede ser expresada como [33]

$$U_T = U_{dH} + U_{dd} = -nM_{eff}H + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N u_{dd}(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|) \quad (2.1)$$

donde  $n$  es el número de columnas magnéticas por unidad de área,  $N$  es el número de columnas en la película, la energía  $u_{dH}$  es la energía potencial magnética de una columna bajo un campo magnético externo  $\mathbf{H}$  y la función  $u_{dd}(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|)$  representa la energía potencial magnética entre dos columnas en las posiciones  $\mathbf{R}_i$  y  $\mathbf{R}_j$ .

### 2.3. Teoría Básica de los Cristales Fotónicos

Los cristales fotónicos son estructuras periódicas caracterizadas por la variación periódica del índice de refracción y la distribución espacial de la constante dieléctrica del material que las constituye en una, dos o tres dimensiones (1D, 2D, 3D) como se muestra en la figura 1.

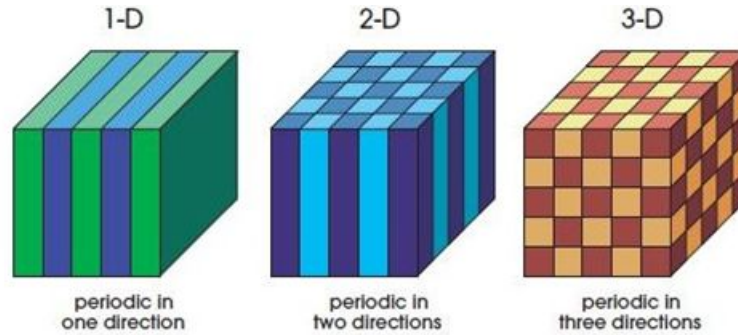


Figura 2.4: Representación de un cristal fotónico en las tres dimensiones, imagen tomada de la referencia [3]

Siempre que tratemos con una situación macroscópica como es el caso de la propagación de la luz a través de un cristal fotónico, debemos hacer uso de las ecuaciones de Maxwell [3]. Podemos restringir dichas ecuaciones para el caso particular de una propagación a través de medios de constante dieléctrica variable, sin cargas ni corrientes. Se considera que la constante dieléctrica del medio se mide con relación a la del vacío, esta constante dieléctrica relativa es la encargada de llevar la periodicidad espacial en el cristal ( $\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})$ ).

Como las ecuaciones de Maxwell son lineales, podemos separar la dependencia temporal de la dependencia espacial. Asumiremos que los campos eléctrico y magnético varían en forma sinusoidal en función del tiempo. Las ecuaciones de Maxwell quedan:

$$\nabla \cdot \vec{H}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{r})\vec{E}(\mathbf{r})] = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{H}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\omega\mu_0}\nabla \times \vec{H}(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

$$\vec{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})}\nabla \times \vec{H}(\mathbf{r}) \quad (2.5)$$

Reemplazando (4) en (3) el resultado es una ecuación enteramente en  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})}\nabla \times \vec{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

donde  $\Theta = \nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})}\nabla \times$  corresponde al operador hermítico.

La ecuación (5) es conocida como la ecuación master, que junto con la ecuación de la divergencia (1), proporciona toda la información sobre  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ . El procedimiento para encontrar la PBS para un PC es resolver la ecuación master para encontrar los modos de  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  y las frecuencias correspondientes sujetas a la condición de transversalidad (1). Dicho desarrollo se hace en términos de  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  o de  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , y se aplican luego las ecuaciones de Maxwell en su forma más sencilla para encontrar el campo faltante [3]. La ecuación (5) puede tratarse como un problema de valores propios, donde el término a la izquierda de  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  es un operador cuyo valor propio es  $\left( \frac{\omega}{c} \right)^2$ . De esta forma los valores propios de la ecuación (5) son las frecuencias o modos del sistema.

La resolución del problema de funciones y valores propios (5) puede simplificarse considerablemente si el sistema es invariante a determinadas operaciones de traslación o rotación, es decir, si el sistema posee determinadas simetrías.

Los PCs están formados de una estructura dieléctrica periódica, lo que permite definir una simetría de traslación  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ . Donde el vector

$\mathbf{R}$  es una combinación lineal de la constante definida como la periodicidad de la estructura dieléctrica en cada dirección del espacio. Por lo tanto, el sistema es invariante ante desplazamientos definidos por una distancia  $\mathbf{R}$ . La simetría de traslación discreta que posee el sistema nos permite expresar las soluciones de la ecuación (5) como el producto de una onda plana modulada por una función periódica  $\mathbf{u}_{n,k}(\mathbf{r})$ , de periodo igual a la periodicidad del cristal fotónico. Este resultado, que permite expresar las funciones propias del sistema de este modo se conoce como teorema de Bloch. El subíndice  $n$  referencia a las diferentes bandas energéticas que son solución del problema de valores propios (los modos del sistema).

$$\vec{H}_{n,k}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \cdot \mathbf{u}_{n,k}(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

Encontrar los valores propios, correspondientes a las funciones propias del estilo de la ecuación (5), da lugar a la relación de dispersión del sistema, en la que se especifican el rango de frecuencias permitidas para cada vector de onda  $\mathbf{k}$ . Las frecuencias propias del sistema presentan pues, una simetría en el espacio recíproco (espacio de Fourier) según la relación  $\omega(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}+\mathbf{G})$  donde el vector  $\mathbf{G}$  esta dado por,

$$\mathbf{G} = \mathbf{b}_1 P_1 + \mathbf{b}_2 P_2 + \mathbf{b}_3 P_3 \quad (2.8)$$

siendo  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$  y  $\mathbf{b}_3$  los vectores unitarios del espacio recíproco. De las relaciones anteriores se extrapola que dos vectores de onda,  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{k} + 2\pi/a$  generarán el mismo valor propio y por tanto, generarán soluciones redundantes. Por ello, el estudio de la relación de dispersión, para el estudio de las propiedades ópticas de estos materiales, se restringe a la zona de Brillouin, la cual engloba todas las posibles direcciones del espacio recíproco no redundantes. Por otra parte, debido a la naturaleza Hermítica de la formulación de las ecuaciones de Maxwell en términos de los campos magnéticos (5). El problema se reduce a solucionar la ecuación de valores propios (5), la cual dará la dependencia de las frecuencias o energías de las ondas electromagnéticas en función del vector de onda. En este trabajo se usarán el método de la Matriz Transferencia [35, 36] y el método de ondas planas [3] de acuerdo con la geometría periódica de la estructura, que proporcionarán las soluciones mencionadas arriba.

## 2.4. Descripción del cristal fotónico 1D estudiado

El cristal estudiado consta de una estructura periódica 1D compuesta por capas alternadas de aire y ferrofluido (Fig. 5), que consiste de nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc (núcleo) cubiertas por ácido oleico (cascarón) inmersas en un líquido portador (etanol). Se define el origen en el centro de la capa de aire (con constante dieléctrica  $\epsilon_1$  y permeabilidad magnética  $\mu_1$ ) de espesor  $a$  con periodicidad  $d = a + b$ , donde  $b$  es el espesor de la capa del ferrofluido (con constante dieléctrica  $\epsilon_2$  y permeabilidad magnética  $\mu_2$ ) como se ilustra en la Fig. 5; se considera al eje  $z$  como la dirección de crecimiento del cristal, así como la dirección de propagación.

## 2.5. Método de la matriz transferencia

En el tratamiento teórico se considera el campo eléctrico polarizado linealmente en el plano de la forma  $\vec{E}(z, t) = E(z) e^{-i\omega t} \hat{x}$ , a lo largo del eje  $z$ . Usando las ecuaciones de Maxwell para un medio lineal e isotropico, la amplitud  $E(z)$  del campo eléctrico satisface [37]

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{n(z)Z(z)} \frac{dE(z)}{dz} \right] = -\frac{n(z)}{Z(z)} \frac{\omega^2}{c^2} E(z) \quad (2.9)$$

donde  $n(z) = \sqrt{\epsilon(z)}\sqrt{\mu(z)}$  y  $Z(z) = \sqrt{\mu(z)}/\sqrt{\epsilon(z)}$  son el índice de refracción y la impedancia respectivamente, para cada material.

La solución de la ecuación (9) para el campo eléctrico dentro de cada material, se obtiene tomando un punto arbitrario  $z_0$  dentro de una de las capas. Se sabe que dentro de cada material  $n(z) = cte$  y  $Z(z) = cte$ , entonces la solución general para el campo eléctrico es

$$E(z) = E(z_0) \text{Cos}[k(z - z_0)] + \frac{1}{k} \frac{dE}{dz} \Big|_{z_0} \text{Sen}[k(z - z_0)]. \quad (2.10)$$

Para un PC compuesto de capas alternadas de dos diferentes materiales, la ecuación (9) debe ser resuelta asumiendo la continuidad del campo  $\mathbf{E}$  y de la expresión  $\frac{1}{n(z)Z(z)} \frac{dE}{dz}$ , lo que significa que la función de dos componentes

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} E_z \\ \frac{1}{nZ} \frac{dE}{dz} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

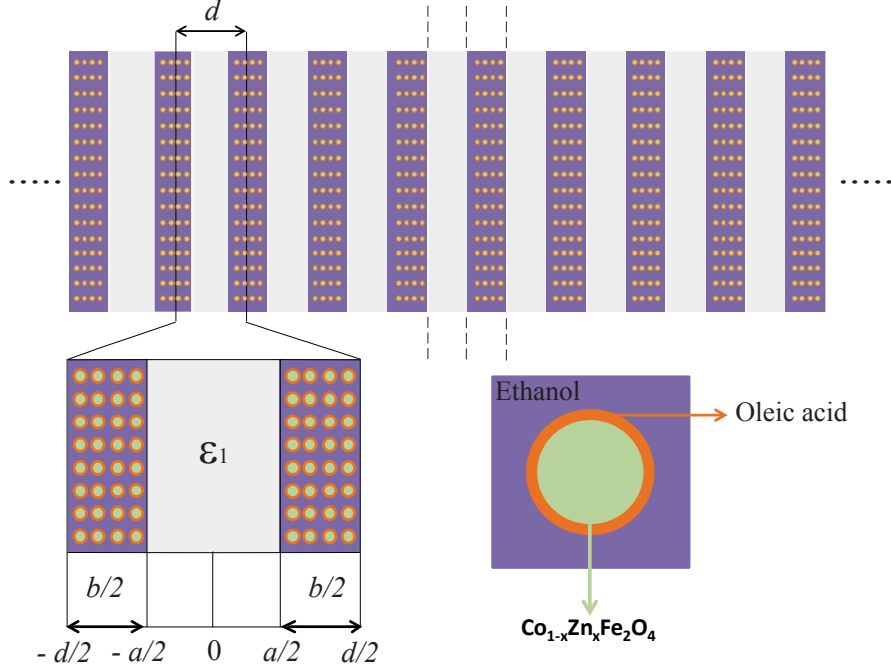


Figura 2.5: Esquema del cristal fotónico 1D compuesto por capas alternadas de aire (capa 1) y ferrofluido (capa 2). En la capa del ferrofluido, nanoparticulas esféricas ferromagneticas son embebidas en un líquido portador. Tomamos la capa 1 a ser aire, el líquido portador a ser etanol, las nanopartículas, ferritas de cobalto-zinc (núcleo) cubiertas por ácido oleico (cascarón).

es continua a través del PC. Definiendo

$$E(z_0) = A \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{n(z) Z(z)} \frac{\partial E}{\partial z} \Big|_{z_0} = B, \quad (2.13)$$

la ecuación (10) se reescribe como

$$E(z) = A \cos [k(z - z_0)] + \frac{n(z) Z(z)}{k} B \sin [k(z - z_0)], \quad (2.14)$$

por lo tanto

$$\psi(z_0) = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

y de acuerdo con (11) se tiene

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} \cos[k(z - z_0)] & \frac{n(z)Z(z)}{k} \sin[k(z - z_0)] \\ -\frac{k}{n(z)Z(z)} \sin[k(z - z_0)] & \cos[k(z - z_0)] \end{pmatrix} \psi(z_0), \quad (2.16)$$

de donde se define la matriz transferencia como

$$M(z - z_0) = \begin{pmatrix} \cos[k(z - z_0)] & \frac{n(z)Z(z)}{k} \sin[k(z - z_0)] \\ -\frac{k}{n(z)Z(z)} \sin[k(z - z_0)] & \cos[k(z - z_0)] \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

entonces la condición (11) puede ser escrita convenientemente por medio de la matriz transferencia como

$$\psi(z) = M(z - z_0) \psi(z_0). \quad (2.18)$$

Ahora, tomando  $z_0 = 0$  y  $z = \frac{a}{2}$ , en el medio 1 se tiene

$$\psi\left(\frac{a}{2}\right) = M_1\left(\frac{a}{2}\right) \psi(0) \quad (2.19)$$

con

$$M_1\left(\frac{a}{2}\right) = \begin{pmatrix} \cos\left(k_1 \frac{a}{2}\right) & \frac{n_1 Z_1}{k_1} \sin\left(k_1 \frac{a}{2}\right) \\ -\frac{k_1}{n_1 Z_1} \sin\left(k_1 \frac{a}{2}\right) & \cos\left(k_1 \frac{a}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Para el medio 2 tomando  $z_0 = \frac{a}{2}$  y  $z = \frac{(a+b)}{2}$ , se obtiene

$$\psi\left(\frac{a+b}{2}\right) = M_2\left(\frac{b}{2}\right) \psi\left(\frac{a}{2}\right), \quad (2.21)$$

siendo

$$\psi\left(\frac{a+b}{2}\right) = M_2\left(\frac{b}{2}\right) M_1\left(\frac{a}{2}\right) \psi(0) = M_T(a, b) \psi(0), \quad (2.22)$$

y

$$M_2\left(\frac{b}{2}\right) = \begin{pmatrix} \cos\left(k_2 \frac{b}{2}\right) & \frac{n_2 Z_2}{k_2} \sin\left(k_2 \frac{b}{2}\right) \\ -\frac{k_2}{n_2 Z_2} \sin\left(k_2 \frac{b}{2}\right) & \cos\left(k_2 \frac{b}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

donde  $M_T(a, b)$  es la matriz transferencia que me conecta el medio 1 (de espesor  $a$ ) con el medio 2 (de espesor  $b$ ), conservando la continuidad de la función  $\psi$  y que se encuentra dada por:

$$M_T(a, b) = \begin{pmatrix} P & Q \\ R & S \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$



con

$$P = \cos \frac{bk_2}{2} \cos \frac{ak_1}{2} - \frac{Z_2 n_2}{Z_1 n_1} \frac{k_1}{k_2} \sin \frac{bk_2}{2} \sin \frac{ak_1}{2} \quad (2.25)$$

$$Q = \frac{n_1 Z_1}{k_1} \cos \frac{bk_2}{2} \sin \frac{ak_1}{2} + \frac{Z_2 n_2}{k_2} \sin \frac{bk_2}{2} \cos \frac{ak_1}{2} \quad (2.26)$$

$$R = \frac{k_2}{Z_2 n_2} \sin \frac{bk_2}{2} \cos \frac{ak_1}{2} - \frac{k_1}{n_1 Z_1} \cos \frac{bk_2}{2} \sin \frac{ak_1}{2} \quad (2.27)$$

$$S = \cos \frac{bk_2}{2} \cos \frac{ak_1}{2} - \frac{Z_1 n_1}{Z_2 n_2} \frac{k_2}{k_1} \sin \frac{bk_2}{2} \sin \frac{ak_1}{2} \quad (2.28)$$

donde  $k_1 = \frac{\omega}{c}|n_1|$ ,  $k_2 = \frac{\omega}{c}|n_2|$ , y  $PS - QR = 1$ .

Similarmente, para  $z = \frac{-(a+b)}{2}$  y  $z_0 = \frac{-a}{2}$  se obtiene

$$\psi \left( -\frac{a+b}{2} \right) = M_2 \left( -\frac{b}{2} \right) \psi \left( -\frac{a}{2} \right) = M_2 \left( -\frac{b}{2} \right) M_1 \left( -\frac{a}{2} \right) \psi(0), \quad (2.29)$$

y consecuentemente

$$\psi \left( -\frac{a+b}{2} \right) = M_T(-a, -b) \psi(0) = \begin{pmatrix} P & -Q \\ -R & S \end{pmatrix} \psi(0). \quad (2.30)$$

Como el PC es una estructura periódica, permite definir simetrías de traslación en la cual el sistema es invariante, lo que permite hacer uso de la condición de Bloch

$$\psi(z+d) = e^{iqd} \psi(z), \quad (2.31)$$

donde  $d = a+b$  es el período y  $q$  es elegido en la primera zona de Brillouin (BZ) de la superred fotónica,  $-\frac{\pi}{d} \leq q \leq \frac{\pi}{d}$ .

Haciendo  $\lambda = e^{iqd}$  y  $z = -\frac{(a+b)}{2} = -\frac{d}{2}$  se obtiene

$$\psi \left( \frac{d}{2} \right) = \lambda \psi \left( -\frac{d}{2} \right), \quad (2.32)$$

y equivalentemente

$$\begin{pmatrix} P & Q \\ R & S \end{pmatrix} \psi(0) = \lambda \begin{pmatrix} P & -Q \\ -R & S \end{pmatrix} \psi(0), \quad (2.33)$$

donde finalmente, resolviendo se llega las siguientes ecuaciones equivalentes

$$\sin^2\left(\frac{qd}{2}\right) = -QR \quad (2.34)$$

$$\cos^2\left(\frac{qd}{2}\right) = PS. \quad (2.35)$$

Las soluciones de estas dos últimas ecuaciones tienen como resultado la relación de dispersión  $\omega = \omega(q)$  o estructura de bandas del PC.

Otra ecuación equivalente se obtiene restando (35) de (34) y usando las ecuaciones (25)-(28) según sea el caso

$$\cos qd = \cos(k_1 a) \cos(k_2 b) - \frac{1}{2} \left( \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin(k_1 a) \sin(k_2 b). \quad (2.36)$$

## 2.6. Cálculo del coeficiente de transmisión

El coeficiente de transmisión puede ser calculado considerando la correspondiente matriz de transferencia para  $N$  periodos, la cual debe ser escrita como [35]

$$M_N = \begin{pmatrix} PU_{N-1} - U_{N-2} & QU_{N-1} \\ RU_{N-1} & SU_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

donde  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$  son los elementos de la matriz de transferencia para un período. Aquí, la función  $U_N = U_N(q)$  que es definida como  $U_N = \frac{\sin(N+1)qd}{\sin qd}$ , son los polinomios de Chebyshev de segundo-orden.

El coeficiente de transmisión es definido como:

$$T_N = \frac{1}{1 + |M_{12}|^2}. \quad (2.38)$$

## 2.7. Método de expansión de ondas planas

Las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético obtenidos a partir de las ecuaciones de Maxwell son [38]

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.39)$$

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right\} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.40)$$

donde  $\varepsilon(\mathbf{r})$  es la constante dieléctrica de la estructura periódica dependiente de la posición. Del teorema de Bloch, el campo en una estructura periódica puede ser presentado en la forma de un producto de un exponencial complejo por una función periódica en el espacio y del teorema de Análisis de Fourier, una función periódica puede ser expandida en términos de una suma discreta infinita de armónicos espaciales. Entonces, los campos electromagnéticos en un medio periódico pueden ser escritos como:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\mathbf{r}}, \quad (2.41)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{H}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\mathbf{r}}, \quad (2.42)$$

donde  $\mathbf{k}$  representa el vector propagación de onda del modo y  $\mathbf{G}$  un vector de red del espacio recíproco, similarmente la función dielectrica periódica puede ser expandida como

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \sum_{\mathbf{G}} \chi(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}, \quad (2.43)$$

donde  $\chi(\mathbf{G})$  son los coeficientes de la expansión de Fourier que dependen de los vectores de la red recíproca.

Después de substituir (41)-(43) en (39) y (40), se obtienen las ecuaciones de valores propios en términos de las componentes de Fourier de los campos eléctrico y magnético

$$\text{TM} : \sum_{\mathbf{G}'} \chi(\mathbf{G} - \mathbf{G}') |\mathbf{k} + \mathbf{G}'|^2 \mathbf{E}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G}) \quad (2.44)$$

$$\text{TE} : \sum_{\mathbf{G}'} \chi(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \mathbf{H}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}_{\mathbf{z},\mathbf{k}}(\mathbf{G})$$

aquí  $\omega_{\mathbf{k}}$  son las frecuencias propias para los modos TE y TM respectivamente.

## 2.8. Permitividad Efectiva

Como se mencionó anteriormente, la capa 2 del cristal fotónico es un ferrofluido compuesto de nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc (que pueden ser esféricas o elipsoides) cubiertas por ácido oleico e inmersas en un líquido portador que en este caso es etanol; para obtener las propiedades efectivas de esta capa, se usa la teoría del medio efectivo dedicada al cálculo de la función dieléctrica y el índice de refracción efectivo [39].

La permitividad efectiva  $\varepsilon_{eff}$  de toda la suspensión puede ser dada por la aproximación de Maxwell-Garnett (MGA)[40, 41], que describe una mezcla de tres componentes donde muchas partículas son embebidas al azar en un líquido portador y que es válido para una baja concentración de nanopartículas en el compuesto, esta permitividad efectiva de la muestra es definida como una función de la polarizabilidad que depende de la forma y orientación de las nanopartículas con respecto al campo eléctrico aplicado. Los parámetros macroscópicos tales como la permitividad efectiva, pueden ser usados solo si el tamaño característico de las partículas dispersoras es pequeño comparado con la longitud de onda en el medio efectivo.

La permitividad efectiva o macroscópica  $\varepsilon_{eff}$  es definida como la razón entre el desplazamiento promedio  $\overline{D}$  y el campo eléctrico promedio  $\overline{E}$  [39, 42]

$$\overline{D} = \varepsilon_{eff}\overline{E} \quad (2.45)$$

Este desplazamiento depende de la polarización promedio  $\overline{P}$  en el material

$$\overline{D} = \varepsilon_0\overline{E} + \overline{P} \quad (2.46)$$

La polarización promedio puede ser calculada a partir de los momentos dipolares  $\overline{p}$  de las inclusiones, es decir, como la densidad de momento dipolar en el material polarizable

$$\overline{P} = n\overline{p} \quad (2.47)$$

El momento dipolar de una inclusión depende de su polarizabilidad y el campo eléctrico excitante  $\overline{E}^e$

$$\overline{p} = \alpha\overline{E}^e \quad (2.48)$$

El campo excitante es la suma del campo macroscópico  $\overline{E}$  y el campo depolarización que puede ser calculado como [43]

$$\overline{E}^e = \overline{E} + \frac{1}{\varepsilon_0}\widehat{L} \cdot \overline{P}, \quad (2.49)$$

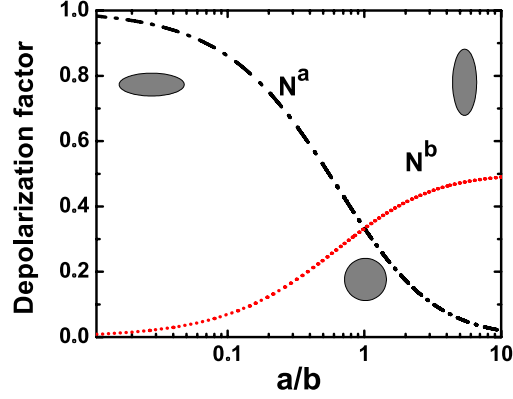


Figura 2.6: Factores depolarización  $N^a$  y  $N^b$  de nanopartículas elipsoidales en función de la razón de los ejes,  $m = \frac{a}{b}$ .

siendo  $\hat{L}$  la source dyadic que depende de la forma de las nanopartículas. En el caso de nanopartículas esféricas,  $\hat{L} = \frac{I}{3}$  y el campo excitante es entonces

$$\overline{E}^e = \overline{E} + \frac{\overline{P}}{3\epsilon_0} \quad (2.50)$$

Utilizando la ecuación (50), la permitividad efectiva puede ser calculada como una función de la densidad de momento dipolar  $n\alpha$ :

$$\frac{\epsilon_{eff} - \epsilon_0}{\epsilon_{eff} + 2\epsilon_0} = \frac{n\alpha}{3\epsilon_0} \quad (2.51)$$

esta expresión general es conocida como la fórmula de Clausius-Mossotti.

Para nanopartículas elipsoidales, la depolarización dyadic is diagonal

$$\hat{L} = \Sigma N_i \hat{u}_i \hat{u}_i \quad (2.52)$$

donde  $\hat{u}_i$  son los vectores unitarios en las tres direcciones axiales ortogonales del elipsoide (a, b, c) y  $N_i$  los correspondientes factores depolarización en la dirección de los ejes. Varios trabajos han sido dedicados al calculos de estos factores depolarización [44, 45].

Por simplicidad, se consideran los elipsoides generados por la rotación de una elipse alrededor de su eje mayor o menor, produciendo prolate o oblate esferoides respectivamente; las fórmulas para estos casos son dadas por[46]

(a) Si  $b = c$  (prolate esferoides)

$$\frac{N^a}{4\pi} = \frac{1}{m^2 - 1} \left[ \frac{m}{2(m^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \ln \left( \frac{m + (m^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{m - (m^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \right) - 1 \right] \quad (2.53)$$

(b) Si  $a = b$  (oblate esferoides)

$$\frac{N^c}{4\pi} = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left[ 1 - \frac{1}{(m^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \arcsin \left( \frac{(m^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{m} \right) \right], \quad (2.54)$$

donde  $m = \frac{a}{b}$ . Estas relaciones fueron graficadas en la Fig. 6 en función de la razón de los ejes.  $N^a$  es el factor depolarización de una partícula cuyo eje de rotación  $a$  esta alineado paralelo al campo eléctrico y  $b$  es el factor depolarización con respecto al eje común. Estos factores satisfacen las siguientes relaciones  $N^a + N^b + N^c = 1$  y es igual a 1 para esferas.

Por lo tanto, en el caso de nanopartículas elipsoidales, el campo excitante es entonces

$$\bar{E}^e = \bar{E} + N_i \frac{\bar{P}}{3\varepsilon_0}, \quad (2.55)$$

y la permitividad efectiva en el caso de nanopartículas elipsoidales que tienen una polarizabilidad  $\alpha_i$  orientadas al azar en la mezcla es

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_0 + \frac{\frac{1}{3} \sum_{i=a,b,c} n \alpha_i}{1 - \frac{1}{3} \sum_{i=a,b,c} N_i \frac{n \alpha_i}{\varepsilon_0}}. \quad (2.56)$$

Ahora, el problema se torna en calcular la polarizabilidad  $\alpha$ , que puede ser calculada a partir de la definición del momento dipolar

$$\bar{p} = \int_V dV [\varepsilon(\vec{r}) - \varepsilon_0] \bar{E}(\vec{r}) \quad (2.57)$$

donde  $V$  es el volumen de la inclusión (nanopartícula) y  $\varepsilon_0$  es la permitividad efectiva del material portador (background)

### 2.8.1. Caso de nanopartículas con forma esférica

Si se considera el caso de una esfera homogénea de permitividad  $\varepsilon_1$  embebida en un espacio homogéneo de permitividad  $\varepsilon_0$  de radio  $a_1$ , la polarizabilidad es igual [39, 42]

$$\alpha = \frac{4\pi a_1^3}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_0}, \quad (2.58)$$

por lo tanto, la permitividad efectiva de una mezcla que contiene  $n$  inclusiones esféricas por unidad de volumen es

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_0} = f_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_0} \quad (2.59)$$

donde  $f_1 = \frac{n4\pi a_1^3}{3}$  es la fracción de volumen de la fase dispersora en la mezcla. Esta ecuación es conocida como la aproximación de Maxwell-Garnett.

Para una mezcla de nanopartículas esféricas con permitividad  $\varepsilon_f$  (ferrita de cobalto-zinc), cubiertas de ácido oléico con permitividad  $\varepsilon_a$  e inmersas en etanol  $\varepsilon_e$ , la permitividad efectiva del ferrofluido es

$$\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_e}{\varepsilon_2 - 2\varepsilon_e} = (f_1 + f_2) \frac{f_1(\varepsilon_a - \varepsilon_e) + f_2 t_{12}(\varepsilon_f - \varepsilon_e)}{f_1(\varepsilon_a + 2\varepsilon_e) + f_2 t_{12}(\varepsilon_f - 2\varepsilon_e)}, \quad (2.60)$$

where  $t_{12} = \frac{3\varepsilon_a}{\varepsilon_f + 2\varepsilon_a}$ . La razón entre los radios,  $a_1$  que corresponde al radio de la ferrita más el ácido oléico y  $a_2$  el radio de la ferrita puede ser expresado en términos de la fracciones de volumen

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{f_1 + f_2}{f_2}. \quad (2.61)$$

## 2.8.2. Caso de nanopartículas con forma elipsoidal

Si las nanopartículas son homogéneas y de forma elipsoidal, la polarizabilidad de elipsoides homogéneos con permitividad  $\varepsilon_1$  y ejes  $a$ ,  $b$  y  $c$ , en la dirección del  $i$ -ésimo eje es [39, 42]

$$\alpha_i = \frac{4\pi abc}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + N_i(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)} \quad (2.62)$$

donde  $N_i$  es el factor depolarización. En este caso, para una mezcla de elipsoides orientados al azar, la permitividad efectiva escalar es:

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_0 + \frac{\frac{\varepsilon_0 f_1 \sum_{i=a,b,c} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 + N_i(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}}{1 - \frac{f_1 \sum_{i=a,b,c} \frac{N_i(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}{\varepsilon_0 + N_i(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)}}{3}}}{3} \quad (2.63)$$

Para una mezcla de tres fases conformada por nanopartículas ferritas de cobalto zinc con forma elipsoidal, cubiertas con ácido oléico e inmersas en etanol, la permitividad efectiva es

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_e + \frac{\frac{\varepsilon_e}{3} \sum_{i=a,b,c} \left( \frac{n_\nu \alpha^i}{\varepsilon_e} \right)}{1 - \frac{1}{3} \sum_{i=a,b,c} N_1^i \left( \frac{n_\nu \alpha^i}{\varepsilon_e} \right)}, \quad (2.64)$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{n_\nu \alpha^i}{\varepsilon_e} = & (f_1 + f_2) \left[ (\varepsilon_a - \varepsilon_e) + [\varepsilon_a + N_1^i(\varepsilon_e - \varepsilon_a)] \frac{(\varepsilon_f - \varepsilon_a) \frac{f_2}{f_1+f_2}}{[\varepsilon_a + N_2^i(\varepsilon_f - \varepsilon_a)]} \right] \\ & \cdot \left[ [\varepsilon_e + N_1^i(\varepsilon_a - \varepsilon_e)] + N_1^i(1 - N_1^i)(\varepsilon_a - \varepsilon_e) \cdot \frac{(\varepsilon_f - \varepsilon_a) \frac{f_2}{f_1+f_2}}{[\varepsilon_a + N_2^i(\varepsilon_f - \varepsilon_a)]} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.65)$$





# Capítulo 3

## Resultados

### 3.1. Cristal fotónico 1D

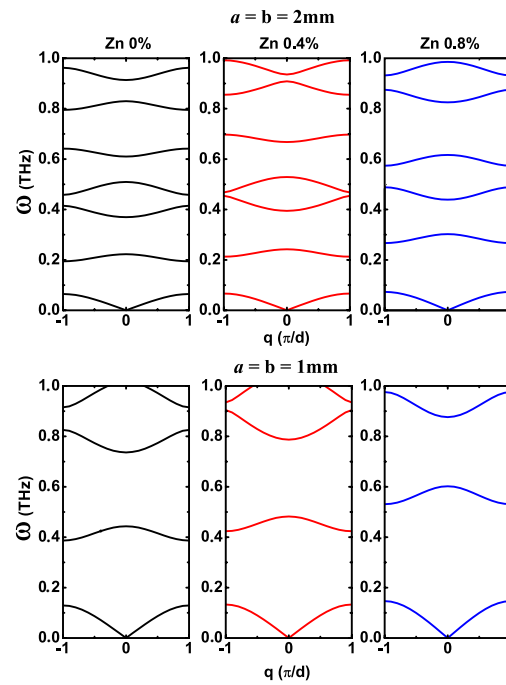


Figura 3.1: Estructura de bandas  $\omega$  vs  $q$  del cristal fotónico compuesto de capas alternadas de aire y ferrofluido, a diferentes valores de la concentración de Zn. Los paneles de arriba son para  $a = b = 2\text{mm}$  y los de abajo para  $a = b = 1\text{mm}$ .

Primeramente, en nuestros cálculos numéricos, se toma la variación de la constante dieléctrica de la ferrita de cobalto-zinc al aumentar la concentración de Zn, como es mostrada en la tabla 1. Las constantes dieléctricas del ácido oléico y del etanol a ser 2.34 [48] y 25.3 [48, 49] respectivamente y la permeabilidad magnética del ferrofluido se tomo igual a 1, valor que toman los materiales magnéticos en el rango de frecuencias visible e infrarojo [46].

Ferrita	Constante dieléctrica
$\text{CoFe}_2\text{O}_4$	22
$\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$	18
$\text{Co}_{0,6}\text{Zn}_{0,4}\text{Fe}_2\text{O}_4$	15
$\text{Co}_{0,4}\text{Zn}_{0,6}\text{Fe}_2\text{O}_4$	7.5
$\text{Co}_{0,2}\text{Zn}_{0,8}\text{Fe}_2\text{O}_4$	2.7

Cuadro 3.1: Constante dieléctrica de la ferrita de cobalto-zinc a temperatura ambiente (303 K) variando la concentración de Zn. Estos datos fueron tomados de la referencia [47]

Los efectos de la concentración de Zn ( $x$ ) sobre la PBS del cristal fotónico 1D son mostrados en la Fig. 3.1. La constante dieléctrica de la capa del ferrofluido decrece con el incremento de la concentración de Zn, como es de esperarse, una disminución en la constante dieléctrica trae consigo un desplazamiento a regiones de mayor frecuencia de la PBS, resultado que está de acuerdo con el principio variacional electromagnético [3].

Por otro lado, también se presentan las modificaciones introducidas en la PBS cuando son usados diferentes espesores en las capas con  $a = b = \frac{d}{2}$ , para una concentración de Zn dada. Se ve claramente que, la PBS se desplaza a regiones de menor frecuencia con la aumento del espesor de las capas y las correspondientes curvas de dispersión  $\omega$  vs  $q$  se hacen más planas, también es notable el aumento en la cantidad de bandas, lo que indica que los rangos de frecuencia en el que la luz puede viajar por la estructura también aumentan considerablemente.

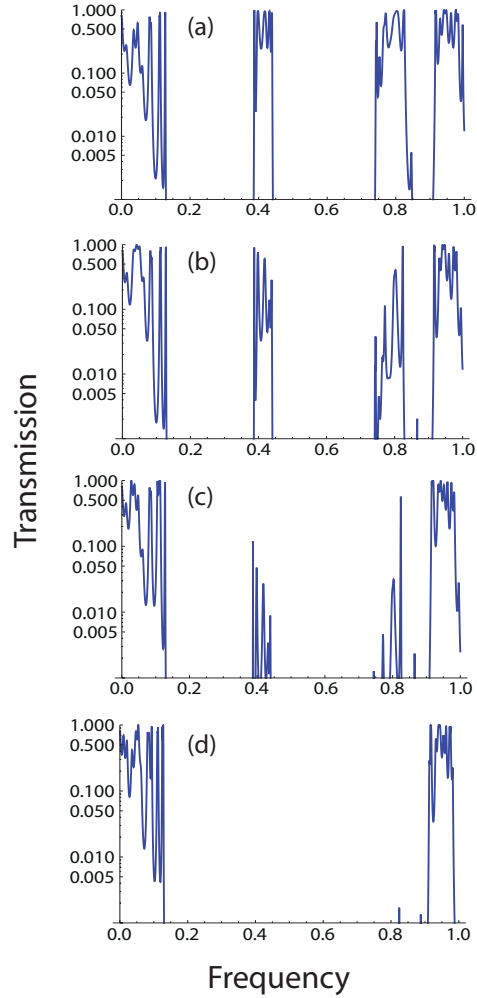


Figura 3.2: Transmisión en una estructura fotónica  $QW,(AB)_{10}/(CD)_n/(AB)_{10}$ , en función de la frecuencia con (a)  $n=0$ , (b)  $n=3$ , (c)  $n=5$ , y (d)  $n=10$ . En este caso  $(CD)_n$  es la superred hecha de capas alternadas de aire y ferrofluido con una concentración de Zn de 0.8% y  $(AB)_m$  la superred hecha de aire y ferrofluido con una concentración de 0%, con  $a = b = 1mm$ .

Adicionalmente se observa en la Fig. 3.1, que la segunda y tercer banda de la PBS con  $x = 0$  para  $a = b = 1mm$  están dentro del primer y segundo gap de la PBS con  $x = 0,8$  respectivamente, mientras la segunda del PC con  $x = 0,8$  está dentro del segundo gap de la PBS con  $x = 0$ . También, se

observa que la segunda, tercera, cuarta y sexta banda de la PBS con  $x = 0$  y  $a = b = 2mm$  caen dentro del primer y segundo band gap de la PBS con  $x = 0,8$  para  $a = b = 1mm$ . Nosotros usamos estos resultados para proponer una estructura fotónica QW 1D y estudiar su respuesta óptica. Esta estructura es hecha con dos cristales fotónicos diferentes que se caracterizan por tener sus band gaps a diferentes frecuencias, quedando las bandas de frecuencias permitidas de uno de ellos dentro del rango de frecuencias prohibidas del otro.

En lo que sigue, nosotros llamamos  $(AB)_m$  a la superred hecha de  $m$  capas alternadas de aire y ferrofluido con  $x = 0$ , y a  $(CD)_n$  a la superred hecha de  $n$  capas alternadas de aire y ferrofluido con  $x = 0,8$ , ambos con  $a = b = 1mm$ . La estructura construida es  $(AB)_m/(CD)_n/(AB)_m$ , donde la capa CD puede jugar el rol de barrera o pared. Como se mencionó arriba, en estas estructuras algunas bandas permitidas para la propagación de fotones están dentro del gap fotónico de las barreras.

El espectro de transmisión de la estructura fotónica QW en función de la frecuencia se presenta en la Fig. 3.2. Como el cristal fotónico barrera no puede sostener la propagación de ondas electromagnéticas con frecuencias dentro de sus band gaps, la transmisión cae a cero con el incremento de la longitud de penetración, es decir, incrementando el número de capas en la región barrera. En este caso, no es permitida la propagación de fotones a través de las capas de la barrera del PC. En la ausencia de capas CD [Fig. 3.2(a)] hay una larga transmisión a través de todas las bandas de la superred AB, mientras la transmisión se reduce con el incremento del espesor de la superred CD, como se muestra en las figuras 3.2(b)- 3.2(d).

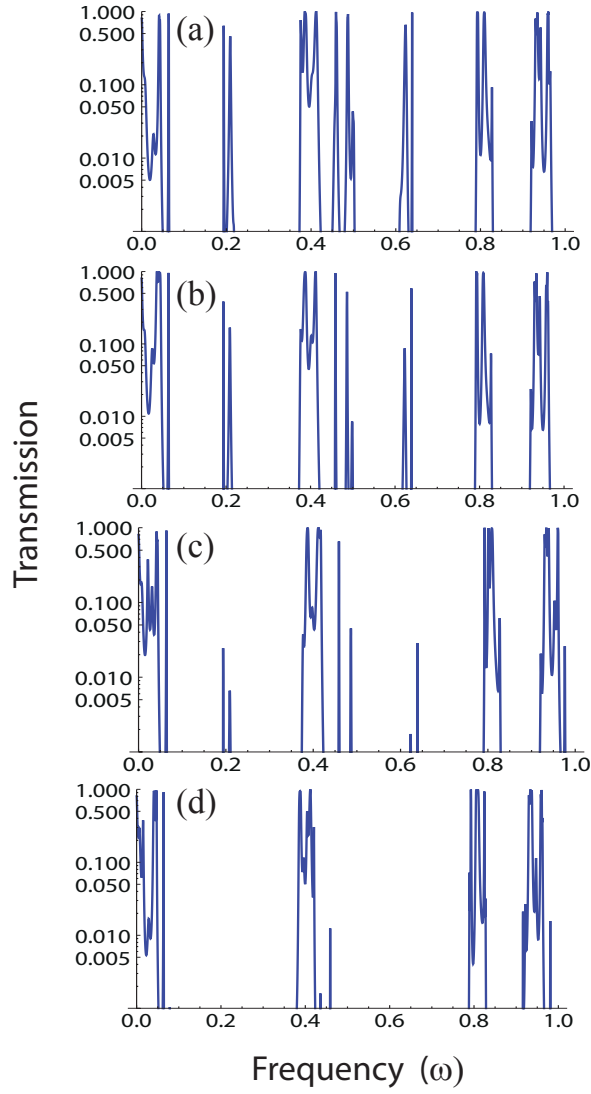


Figura 3.3: Transmisión en una estructura fotónica QW,  $(AB)_{10}/(CD)_n/(AB)_{10}$ , en función de la frecuencia con (a)  $n=0$ , (b)  $n=3$ , (c)  $n=5$ , y (d)  $n=10$ . En este caso  $(CD)_n$  es la superred hecha de capas alternadas de aire y ferrofluido con una concentración de Zn de 0% con  $a = b = 2mm$  y  $(AB)_m$  como en el caso previo.

En adición, cuando el espesor de las capas se varían, es decir, tomando  $(AB)_m$  como la superred hecha de capas alternadas de aire y ferrofluido con

$x = 0$ , pero con  $a = b = 2mm$ , y manteniendo CD como en el caso previo, con  $a = b = 1mm$ , se encuentra el mismo comportamiento, esto es, coeficiente de transmisión cero para frecuencias en la región del gap. Comparando los resultados de las Fig. 3.2(d) y 3.3(d) puede ser visto que introduciendo un defecto, un mayor gap prohibido para transmisión puede ser inducido en este tipo de heteroestructuras. También, puede ser visto en la Fig. 3.3(b) dos picos agudos de máxima transmisión cerca a 0,06THz y 0,46THz, que pueden ser usados como filtros de alta frecuencia.

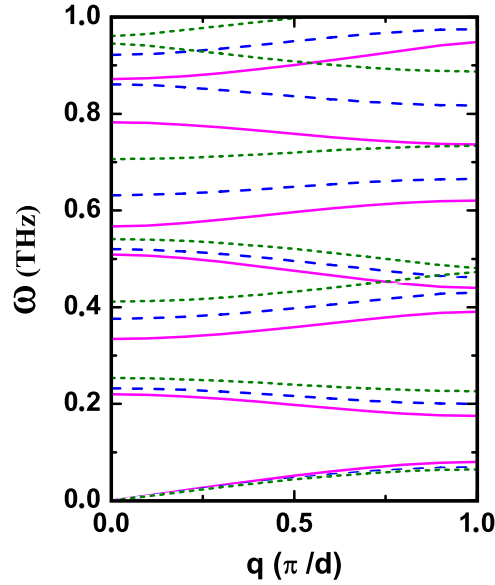


Figura 3.4: Estructura de bandas del PC variando el radio de las nanopartículas. La línea magenta (sólida) es para  $a_2 = 1,5nm$  con  $f_2 = 0,2$ , la línea azul (trazos) es para  $a_2 = 3nm$  con  $f_2 = 0,3$  y la línea verde (punteada) es para  $a_2 = 7,5nm$  con  $f_2 = 0,4$ .

La Fig. 3.4 muestra la dependencia de la PBS con el radio de las nanopartículas, calculado usando la ecuación (60) y una concentración de Zn de 0.4%. Se observa que para valores grandes del radio, la PBS se desplaza a regiones de mayor frecuencia excepto para la banda de menor energía, lo que significa que el ferrofluido adquiere menores valores de la constante dieléctrica a medida que aumenta el tamaño de las nanopartículas.

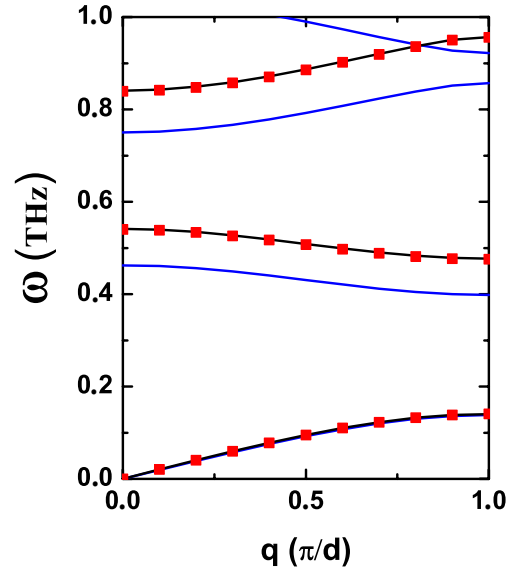


Figura 3.5: Estructura de bandas del PC variando la forma de las nanopartículas. La línea azul (sólida) es para ferrofluidos con nanopartículas esféricas, la línea negra (sólida) y los cuadros rojos que se superponen, son para ferrofluidos con nanopartículas oblate y prolate, respectivamente.

Los efectos de la forma de las nanopartículas sobre la PBS se presentan en la figura 3.5, donde se comparan los resultados obtenidos en ferrofluidos que contienen nanopartículas esféricas y elipsoidales. De acuerdo con la ecuación (64), la constante dieléctrica del ferrofluido que contiene nanopartículas elipsoidales depende de la razón  $m = \frac{a}{b}$ . Se aprecia que la PBS se desplaza a regiones de mayor energía en el PC que contiene ferrofluidos con nanopartículas elipsoidales, comportamiento que no aplica para la banda de menor frecuencia en donde no hay diferencia en la frecuencia para las nanopartículas esféricas o elipsoidales. Por otro lado, no se observan cambios entre la PBS del PC con ferrofluido que contiene nanopartículas elipsoidales oblate y prolate, este comportamiento es debido al factor que la capa del ferrofluido tiene la misma fracción de llenada en cada caso, visto desde el punto de vista del ordenamiento de las nanopartículas.



## 3.2. Cristal fotónico 2D

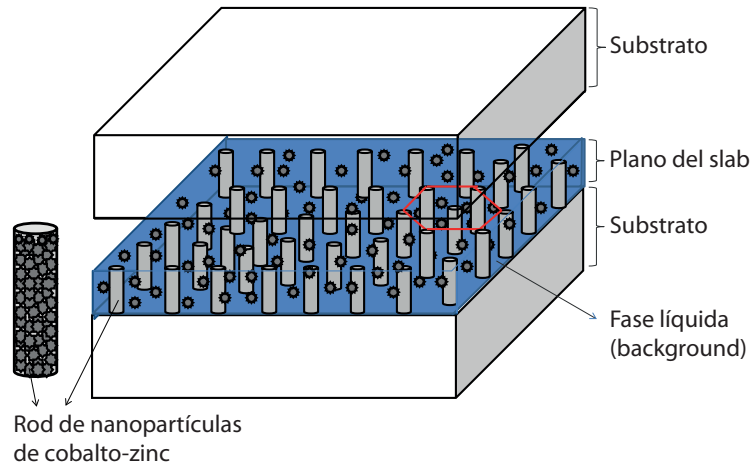


Figura 3.6: Esquema del cristal fotónico planar propuesto. El plano del slab esta formado de una red hexagonal de columnas de ferritas de  $\text{Co}_{0,6}\text{Zn}_{0,4}\text{Fe}_2\text{O}_4$  cubiertas con ácido oleico e inmersas en una fase líquida (background), de altura  $h$  y diámetro  $d$ . Recubriendo esta estructura por encima y por debajo se tienen dos substratos, de forma que se pueda tener un confinamiento vertical de los modos en la estructura.

Como se dijo inicialmente, bajo la acción de un campo magnético perpendicular aplicado a la superficie de la muestra, las nanopartículas magnéticas se aglomeran formando columnas en un patrón hexagonal. Este tipo de estructura puede ser vista como un cristal fotónico 2D si se considera la altura de cada columna mucho mayor que la distancia de separación entre las columnas, pero estrictamente hablando, el hecho de las columnas tener un tamaño finito debido al espesor finito de la celda de vidrio que contiene el ferrofluido, este es un tipo de quasi-2D cristal fotónico. En lo que sigue, se presentará el estudio de la estructura de bandas del cristal considerando ambos casos, para establecer la validez de aproximar esta estructura a un PC 2D. La Fig. 3.6 presenta el esquema del quasi-2D cristal fotónico formado con el ferrofluido bajo la acción del campo magnético externo.

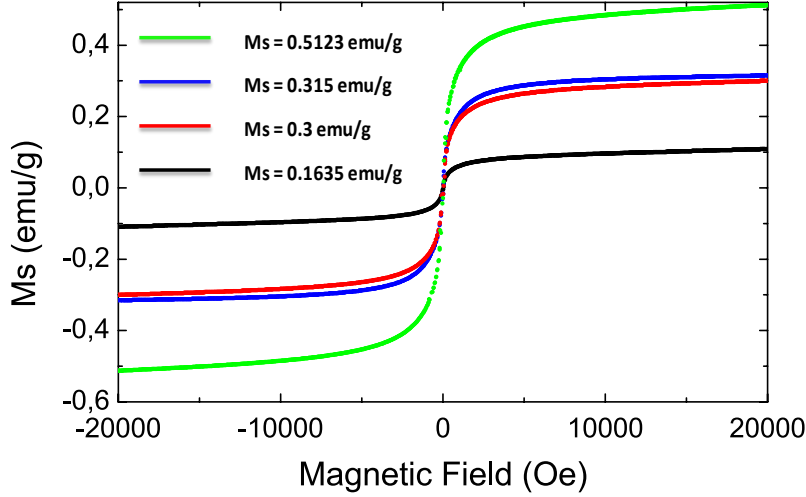


Figura 3.7: Medida de la magnetización de saturación para cuatro diferentes muestras del ferrofluido con diferente concentración de nanopartículas.

Para considerar los efectos del campo magnético aplicado sobre la PBS, es muy importante obtener los valores de la permitividad dieléctrica de las columnas magnéticas, la permitividad efectiva de la fase líquida y la razón entre el diámetro de las columnas y el período de la estructura ordenada  $d/a$ . Primeramente, se considera cada columna de la estructura formada por un conglomerado de nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc recubiertas con ácido oleico, aproximadamente  $10^6$  nanopartículas/columna de acuerdo con [33]. Se utilizó la aproximación de Maxwell-Garnett para encontrar la permitividad efectiva de la nanopartícula más el recubrimiento, considerando la fracción de volumen en este caso a ser  $f = \frac{r^3}{(r+d)^3}$ , que es la razón de volumen entre la nanopartícula y la nanopartícula recubierta, donde  $r$  es el radio de la ferrita ( $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ ) y  $d$  el espesor del recubrimiento (ácido oleico). Considerando  $r = 4,8\text{nm}$  y  $d = 5,8\text{nm}$  de acuerdo con [34], se encontró  $\varepsilon_r = 6,77$  para cada columna en el ferrofluido.

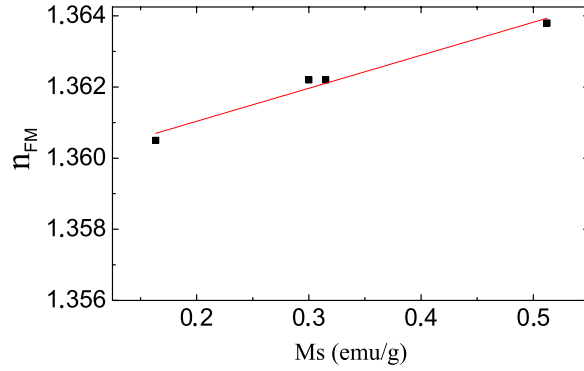


Figura 3.8: Relación lineal entre el índice de refracción y la concentración magnética del ferrofluido bajo campo cero.

Para obtener la permitividad efectiva de la fase líquida, que es el ferrofluido que queda por fuera de las columnas a medida que aumenta el valor del campo magnético, se tomaron cuatro muestras del ferrofluido fabricado por [34] con diferentes concentraciones de nanopartículas y se le midió a cada una la magnetización de saturación (Fig. 3.7), esto con el fin de tener un valor de referencia de la magnetización del ferrofluido a diferentes concentraciones ya que no se puede saber con exactitud la concentración exacta de las nanopartículas en él. El resultado de las medidas fueron  $M_s = 0.16, 0.30, 0.32$  and  $0.51 \text{ emu/g}$ , todas tomadas a campo cero. Seguido, se encontró la relación experimental entre el índice de refracción  $n_{MF}$  y la concentración  $M_s$  del fluido magnético a campo cero, como es presentado en la Fig. 3.8, y dado por

$$\varepsilon_{liq}(H) = n_{FM}^2(H = 0) = (0,01M_s + 1,36)^2. \quad (3.1)$$

de donde se obtiene la relación directa entre la constante dieléctrica efectiva  $\varepsilon_{liq}$  de la fase líquida y la concentración  $M_s$ , tomando como se dijo anteriormente,  $\mu = 1$ .

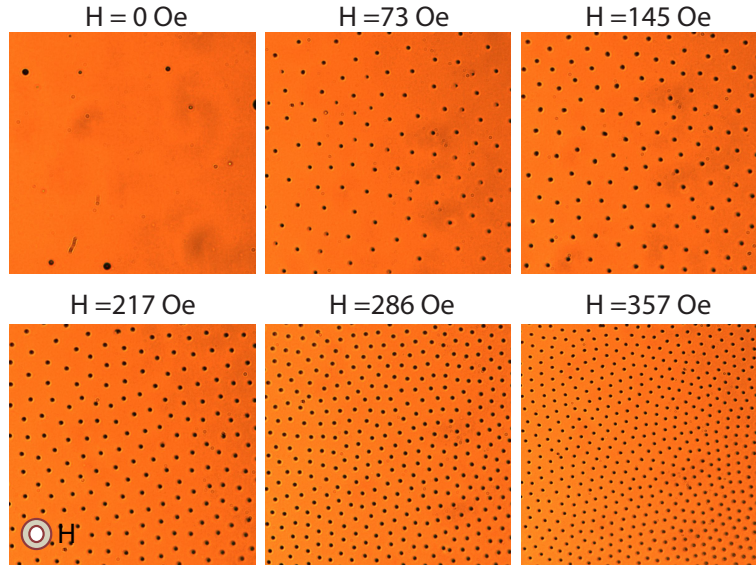


Figura 3.9: Ordenamiento estructural de la película de fluido magnético de  $0.16 \text{ emu/g}$ , bajo la acción de varios campos magnéticos. El campo magnético es aplicado perpendicular al plano de la película. Imágenes obtenidas por Javier López [50]

Para estudiar la variación en la estructura de la película del ferrofluido bajo la acción del campo magnético, en la Fig. 3.9 se presenta la evolución estructural de la película del fluido magnético con una concentración de  $0.16 \text{ emu/g}$ , contenido en una celda de vidrio con una área de  $18 \text{ mm}^2$  y un espesor de  $10 \mu\text{m}$ , bajo cuatro valores de campo magnético aplicado: 0, 73, 145, 217, 286 y 357 Oe. En la Fig. 3.9 se observa que con el incremento del valor del campo, mas columnas magnéticas se forman y el área ocupada por la fase líquida se reduce. Usando este comportamiento, la razón de área  $A_{col}/A$  del ferrofluido fue calculada en función del campo magnético,  $A_{col}$  denota el área total de la sección transversal de las columnas dentro del área  $A$  de la película del fluido magnético. Para la estructura del PC organizada en un patrón hexagonal, la razón  $d/a$ , diámetro  $d$  al período  $a$  de las columnas magnéticas, esta relacionada con la razón de área a través de la siguiente

expresión

$$\frac{d}{a} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3} A_{col}}{\pi A}}. \quad (3.2)$$

En la tabla 2, se presentan los valores de la razón de área  $A_{col}/A$  y la razón  $d/a$  del PC en función del campo magnético aplicado.

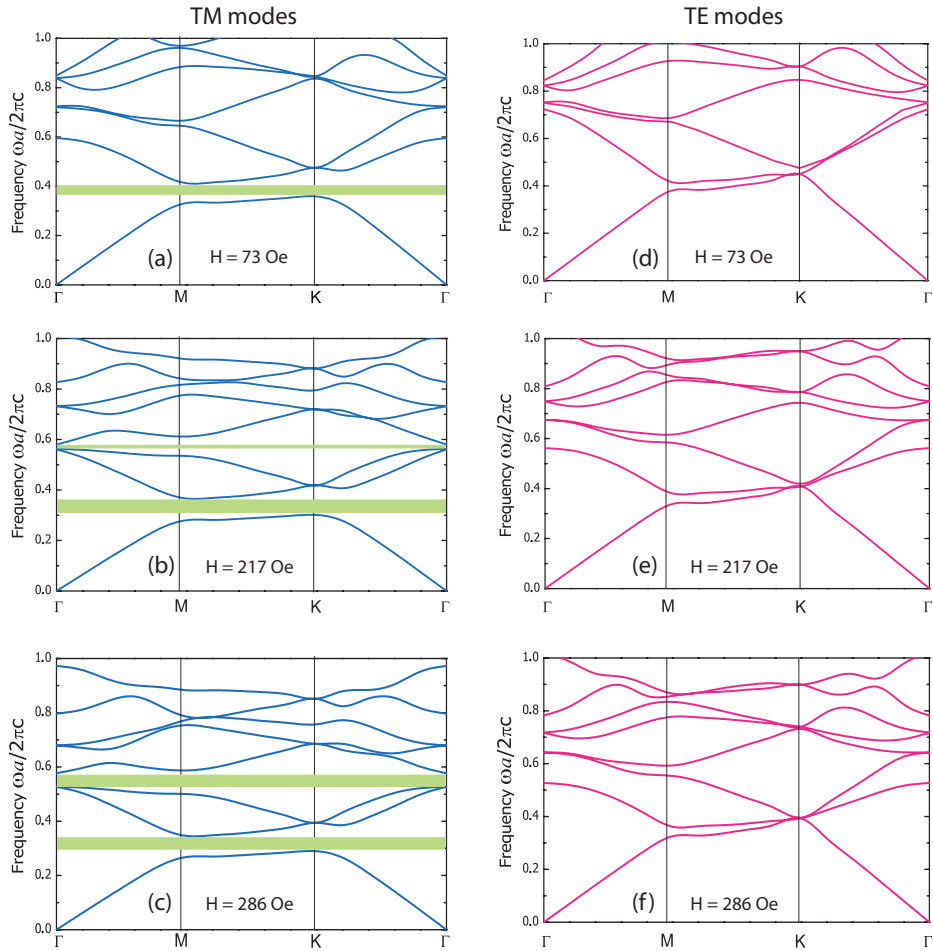


Figura 3.10: PBS del cristal fotónico 2D basado en ferrofluidos con nanopartículas de  $\text{Co}_{0.8}\text{Zn}_{0.2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , se muestran los modos TM y TE a tres diferentes valores del campo magnético: 73, 217 y 286 Oe.

H(Oe)	$A_{col}/A$	$d/a$
73	0.03	0.17
145	0.04	0.20
217	0.07	0.27
286	0.08	0.30
357	0.09	0.33

Cuadro 3.2: Razón de área y razón de la estructura a diferentes valores del campo magnético.

Se uso el método de ondas planas para calcular la PBS del PC. El diagrama de bandas para los modos TE y TM a tres valores diferentes del campo magnético son mostrados en la Fig. 3.10. La frecuencia  $\omega a/2\pi c$  esta representada sobre el eje  $y$  y puede ser leída para cualquier frecuencia y tamaño de la celda primitiva.

Puede ser notado en la Fig. 3.10, que en el modo TM siempre existen bandas prohibidas bajo diferentes valores del campo magnético, mientras el modo TE correspondiente no exhibe ningún bandgap sobre la PBS, es decir, la luz puede propagarse libremente en el cristal bajo este modo. Este comportamiento se explica por el alto contraste del índice de refracción en el PC, cuando el material de mayor índice de refracción esta en los rods y el de menor índice en el background, se encuentran completos bandgaps en el caso de la polarización TM [38]. Por ejemplo en este caso, con  $\varepsilon_{liq} = 1,5$  y  $\varepsilon_r = 6,77$ , este comportamiento queda plenamente demostrado. También puede ser visto que la cantidad de gaps aumenta, lo que implica que cuando el campo magnético se incrementa, con él aumentan también los rangos de frecuencia en los cuales el campo eléctrico es reflejado.

Asimismo, en los paneles (a), (b) y (c), la PBS se desplaza a regiones de menor frecuencia con el aumento del campo magnético, manteniéndose constante el espesor del primer gap y aumentando el del segundo. Este hecho puede ser explicado a partir del aumento de la fracción de llenado con el campo, donde mas rods aparecen en la estructura causando la disminución del área de la fase líquida, este comportamiento debe causar un aumento en la constante dieléctrica del material minimizando la energía, de acuerdo con el teorema variacional.

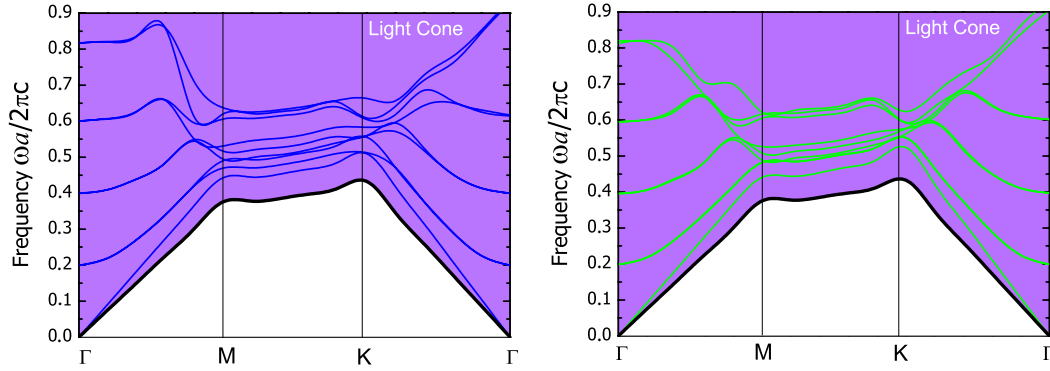


Figura 3.11: Diagrama de bandas para el cristal fotónico planar de la Fig. 3.6, el sustrato utilizado en este caso es el cubreobjetos. A la izquierda se presentan los modos impares del PC planar y a la derecha, los modos pares. La región sombreada de color lila representa el cono de luz del sustrato.

Desde el punto de físico, la altura de la estructura fabricada es finita en la dirección vertical, lo que hace posible su estudio como un cristal fotónico slab o planar. La Fig. 3.6 presenta el esquema del cristal fotónico planar, que consiste de columnas formadas de nanopartículas de ferritas de cobalto-zinc rodeadas de fase líquida y ordenadas en una red periódica hexagonal, las cuales se encuentran rodeadas por encima y por debajo de vidrio (sustrato) para conseguir el confinamiento vertical. Como esta estructura es completamente simétrica en el plano central del cristal, se clasifican los modos del cristal fotónico planar en pares e impares en analogía a los modos TE y TM de los PCs 2D, respectivamente.

La Fig. 3.11 presenta el diagrama de bandas del cristal fotónico planar estudiado, con  $r = 0,17a$ ,  $h = 2,0a$  y el espesor del sustrato 4 veces la altura de las columnas, valores que corresponden a 357Oe de campo aplicado. La banda delineada de negro corresponde al cono de luz del sustrato que viene dado por la siguiente expresión  $\omega = c|k|/n_{subs}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $|k|$  el módulo del vector de onda en el plano del cristal y  $n_{subs}$  el índice de refracción del sustrato que cubre el cristal fotónico planar que en este caso es un cubreobjetos. Este cono traza el límite para los cuales los modos quedan o no confinados en la dirección vertical del cristal.

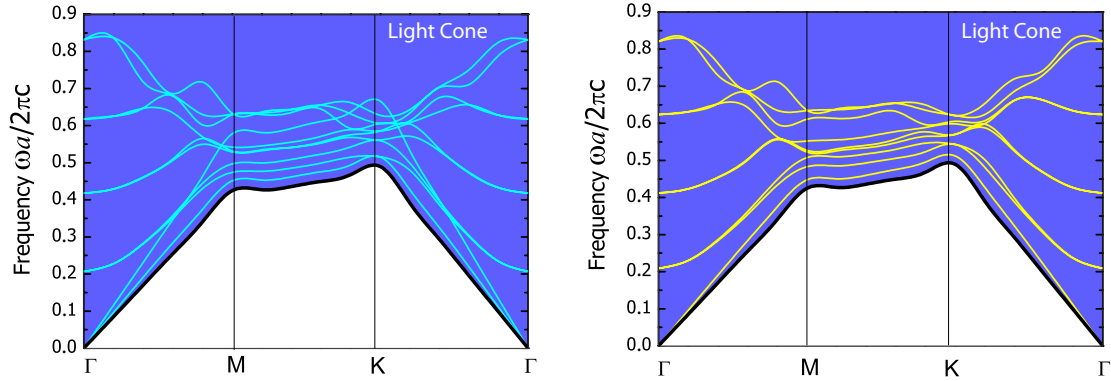


Figura 3.12: Diagrama de bandas del cristal fotónico planar de rods de nanopartículas de  $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , con  $r = 0,17a$  y  $h = 2,0a$ , en un material background con  $n = 1,36$ . El gráfico presenta los modos impares (izquierda) y pares (derecha) del PC planar rodeado con un substrato de un índice de refracción igual al del background. La línea negra representa el cono de luz del substrato.

Como se observa en la Fig. 3.11, todas las frecuencias de los modos del PC planar quedaron por encima del cono de luz del substrato, lo que indica que estos modos no están completamente confinados en la dirección vertical. Sin embargo, esto no indica que no se propaguen, sino que se propagarán también en el substrato, teniendo en este caso una propagación con pérdidas. Estos modos son los llamados modos de radiación. Este resultado se debe principalmente al índice de refracción del substrato, ya que entre más grande sea el valor del índice, el cono de luz se desplazará hacia frecuencias más bajas reduciendo la posibilidad del confinamiento de los modos en la dirección vertical. Para obtener resultados óptimos, es necesario utilizar un substrato con un índice de refracción menor al del material background que rodea los rods, como en este caso el índice de la fase líquida es de 1.36 y el del substrato (cubreobjetos) es de 1.54 es claro que los modos deben ser como se observan en la Fig. 3.11.



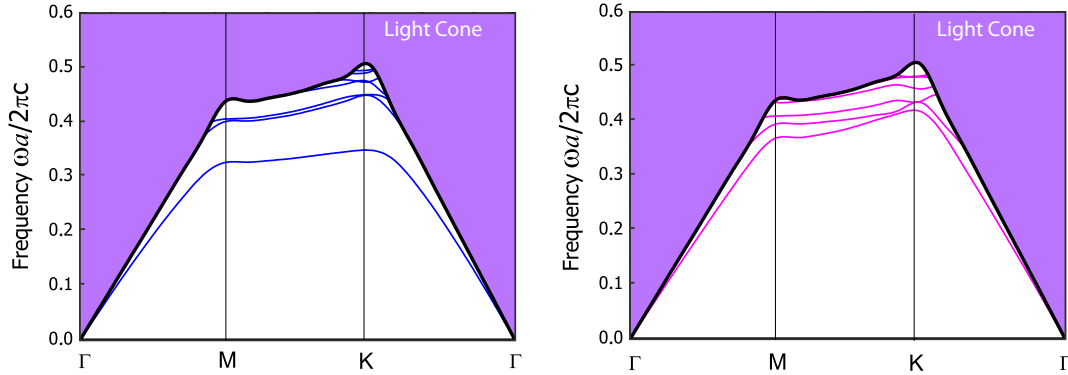


Figura 3.13: Diagrama de bandas del cristal fotónico planar de rods de nanopartículas de  $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$ , con  $r = 0,17a$  y  $h = 2,0a$ , en un material background con  $n = 1,36$ . El gráfico presenta los mordos impares (izquierda) y pares (derecha) del PC planar rodeado con un substrato de un índice de refracción con  $n = 1,32$ . Se observa un PBG en la estructura para los modos impares. La región lila representa el cono de luz de los modos radiados hacia el substrato.

Con la idea de obtener un PC planar que presente un confinamiento en la dirección vertical, en la Fig. 3.12 se presentan los resultados de la PBS suponiendo un substrato con un índice de refracción igual al del material background, es decir con  $n_{subs} = n_{back} = 1,36$ . Como se observa en la figura, es claro que el material del substrato debe ser obligatoriamente menor al del material que rodea los rods.

A continuación, en la Fig. 3.13 se presentan los resultados de la PBS del cristal planar 2D suponiendo el substrato a ser un material con índice de refracción  $n_{subs} = 1,32$ , según la literatura este tipo de materiales son los llamados MY polimeros que se caracterizan por su bajo índice de refracción y que son precisamente utilizados para encapsular, recubrir y como adhesivos en aplicaciones fotónicas [51]. En esta figura puede ser visto que hay un band gap en el modo impar en el rango de frecuencias entre 0.34 y 0.37, en este rango de frecuencia no existen modos guiados impares bajo el cono de luz y como una consecuencia la polarización impar no puede propagarse en el plano del slab. También se observa en ambas modos par e impar, otras bandas que se encuentran por debajo del cono de luz pero sin formar band

gaps, estos estados son infinitamente extendidos dentro del plano del slab y decaen exponencialmente en la región del substrato. Este comportamiento es el que causa la reflexión total interna y es debido a los modos guiados que ven un índice efectivo mayor en el slab que en las regiones del substrato.

# Capítulo 4

## Conclusiones

- Basados en el método de la matriz transferencia, estudiamos teóricamente la PBS en un PC 1D, compuesto de capas alternadas de aire y ferrofluido conteniendo nanopartículas de ferritas  $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$  cubiertas por ácido oleico e inmersas en etanol.
- Examinamos la dependencia de la PBS sobre la concentración de Zn, el tamaño y la forma de las nanopartículas, tomando en cuenta la variación de la función dieléctrica con estas magnitudes. Encontramos que los PBGs son desplazados a mayores frecuencias con el incremento de la concentración de Zn y el tamaño de las nanopartículas.
- Basados en los efectos de la concentración de Zn sobre la PBS, propusimos QWs fotónicos, que dependiendo sobre su composición pueden ofrecer grandes gaps prohibidos y con picos agudos de transmisión, que pueden ser usados en potenciales aplicaciones.
- Encontramos que en PCs que contienen ferrofluidos la PBS se desplaza a regiones de mayor frecuencia en el caso de tener nanopartículas elipsoidales en vez de esféricas en el ferrofluido, sin embargo, la diferencia en el desplazamiento de la PBS debido a nanopartículas elipsoidales prolate o oblate es despreciable.
- Usando el método de expansión de ondas planas, se estudio el cristal fotónico 2D formado por columnas de nanopartículas de  $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$  inmersas en la fase líquida del ferrofluido, ordenado en una patrón hexagonal.

- Encontramos que la PBS del modo TM presenta bandas prohibidas bajo diferentes valores del campo magnético, mientras el modo TE correspondiente no exhibe ningún bandgap sobre la PBS. El mayor índice de refracción de los rods frente al bajo índice de refracción de la fase líquida del ferrofluido favorece la aparición de gaps en los modos TM del PC.
- Encontramos que en el modo TM, la cantidad de gaps aumentan con el campo magnético aplicado, lo que implica que los rangos de frecuencias en los cuales el campo eléctrico es reflejado son mayores.
- Encontramos que la fracción de llenado aumenta con el campo magnético, causando un incremento en la constante dieléctrica del material, desplazando la PBS a regiones de menor frecuencia.
- Se estudió el diagrama de bandas de un PC planar formado por rods de nanopartículas de  $\text{Co}_{0,8}\text{Zn}_{0,2}\text{Fe}_2\text{O}_4$  recubiertas por ácido oleico e inmersas en fase líquida, variando el material del sustrato.
- Se comprobó que para obtener un confinamiento total de los modos en el plano del PC planar, es necesario recubrir la estructura por un sustrato que tenga un índice de refracción mucho menor al material background que recubren los rods.
- Se comprobó que para el PC planar recubierto con por encima y por debajo con un cubreobjetos, los modos que se presentan en el diagrama de bandas son los llamados modos radiados, que presentan una propagación en el cristal con pérdidas y que se extienden también en el sustrato, es decir, no hay confinamiento en el interior del PC planar.
- Se comprobó que cuando el índice del sustrato con el que se recubre el PC planar, es del orden de magnitud del índice del material background que recubre los rods, sigue existiendo propagación con pérdidas en el cristal.
- Se encontró como se esperaba, que cuando el PC planar se recubre con un sustrato de polímero MY con un índice de refracción menor al del material background, aparecen bandas debajo del cono de luz del sustrato, estos estados son infinitamente extendidos dentro del plano del slab, decayendo exponencialmente en la región del sustrato

y quedando confinados en el interior del PC planar. Con este resultado es posible construir guías de onda y cavidades resonantes, entre otros.

# Bibliografía

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
- [2] S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [3] J. D. Joannopoulos et al., *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Princeton University Press, Princeton, 1995).
- [4] H. Kosaka et al., Phys. Rev. B **58**, R10096 (1998).
- [5] I. V. Konoplev et al., J. Appl. Phys. **97**, 073101 (2005).
- [6] I. V. Konoplev et al., Appl. Phys. Lett. **87**, 121104 (2005).
- [7] C. A. Duque, N. Porrás-Montenegro, S. B. Cavalcanti, and L. E. Oliveira, J. Appl. Phys. **105**, 034303 (2009).
- [8] P. S. Pershan, J. Appl. Phys. **38**, 1482 (1967).
- [9] C. R. Pidgeon, in Handbook on Semiconductors, edited by M. Balkanski (North-Holland, Amsterdam, 1980) vol. 2, p. 223.
- [10] C. Xu, X. Hu, Y. Li, X. Liu, R. Fu, and J. Zi, Phys. Rev. B **68**, 193201 (2003).
- [11] K. Busch and S. John, Phys. Rev. Lett. **83**, 967 (1999).
- [12] N. Porrás-Montenegro, C. A. Duque, Physica E **42**, 1865-1869 (2010).
- [13] Rosensweig R. E., *Ferrohydrodynamics* (New York: Cambridge University Press, 1985).
- [14] B. Berkovski and V. Bashtovoy, *Magnetic Fluids and Applications Handbook*, Begell House, Wallingford (1996).
- [15] Y. Gao, J. P. Huang, Y. M. Liu, L. Gao, K. W. Yu, X. Zhang, Phys. Rev. Lett. **104**, 034501 (2010).

- [16] S. Z. Malynych, A. Tokarev, S. Hudson, G. Chumanov, J. Ballato, K. G. Kornev, *J. Magn. Magn. Mater* **322**, (2010) 1894-1897.
- [17] C. Y. Hong, *J. Magn. Magn. Mater* **201**, 178 (1999).
- [18] H. E. Horng, C. Y. Hong, S. L. Lee, C. H. Ho, S. Y. Yang and H. C. Yang, *J. Appl. Phys* **88**, 5904 (2000).
- [19] S. Y. Yang, H. E. Horng, C. Y. Hong, H. C. Yang, M. C. Chou, C. T. Pan and Y. H. Chao, *J. Appl. Phys.* **93**, 3457 (2003).
- [20] Shengli Pu, Xuekun Bai, Lunwei Wang, S. Pu, X. Bai, and L. Wang, *J. Magn. Magn. Mater.* **323**, 2866-2871 (2011).
- [21] J. Ge, Y. Yin, *J. Mater. Chem.* **18**, 5041-5045 (2008).
- [22] J. Ge, Y. Yin, *Adv. Mater.* **20**, 3485-3491 (2008).
- [23] J. Ge, Y. Hu, T. Zhang, T. Huynh, Y. Yin, *Langmuir* **24**, 3671-3680 (2008).
- [24] C. Z. Fan, G. Wang, J. P. Huang, *J. Appl. Phys.* **103** 094107 (2008).
- [25] J. Ge, Y. Hu, Y. Yin, *Angew. Chem. Int. Ed.* **46** 7428-7431 (2007).
- [26] J. M. Caicedo, E. Taboada, D. Hrabovsky, M. Lopez-García, G. Herranz, A. Roig, A. Blanco, C. López, J. Fontcuberta, *J. Magn. Magn. Mater.* **322** 1494-1496 (2010).
- [27] H. Kim, J. Ge, J. Kim, S. E. Choi, H. Lee, H. Lee, W. Park, Y. Yin, S. Kwon, *Nat. Photonics* **3** 534-540 (2009).
- [28] J. Ge, J. Goebel, L. He, Z. Lu, Y. Yin, *Adv. Mater.* **21** 4259-4264 (2009).
- [29] B. Berkovsky and R. E. Rosensweig, *J. of Fluid Mechanics* **87**, 521-531 (1978).
- [30] S. S. Papell, *U. S. Patent* **215**, 572 (1965).
- [31] S. W. Charles and J. Popplewell, *Ferromagnetic Materials*, edited by E. P. Wohlfarth, North-Holland Publishing Company, Vol. 2, Amsterdam (1980), pag. 509.
- [32] Shie-Yueh Yang, Herng-Er Horng, Chin-Yih Hong and Hong-Chang Yang, *Tamkang J. of Science and Engineering* **5**, 85-93 (2002).
- [33] S. Y. Yang, I. J. Yang, H. E. Horng, Chin-Yih Hong, and H. C. Yang, *Magneto-hydrodynamics* **36**, 16-27 (2000).

- [34] J. López, L. F. González-Bahamón et al., *J. Magn. Magn. Mater* **324**, 394-402 (2012).
- [35] P. Makos and C. M. Soukoulis. *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. (Princeton University Press, 2008).
- [36] Luz E. González, N. Porrás-Montenegro, *Physica E* **44**, 773-777 (2012).
- [37] S. B. Cavalcanti, M. de Dios-Leyva, E. Reyes-Gómez, and L. E. Oliveira, *Phys. Rev. B.* **74**, 153102 (2006).
- [38] M. Skrobogatiy, and J. Yang, *Fundamentals of Photonic Crystal Guiding* (Cambridge University Press, 2009).
- [39] A. Sihvola, J. A. Kong, *Effective permittivity of dielectric mixtures*. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sensing* **26**, (1988) 420-429.
- [40] J. C. Maxwell Garnett, *Colours in Metal Glasses and in Metallic Films*. *Philos. Trans. R. Soc. Lond* **203**,(1904) 385-420.
- [41] R. G. Barrera, *Phys. Rev. B.* **38**, 5371-5379 (1988).
- [42] A. Priou, *Dielectric Properties of Heterogeneous Materials*, Elsevier Science Publishing, 1992.
- [43] Yaghjian, A. D., *Electric dyadic Green's functions in the source region* . *Proceedings of the IEEE* **68**,(1980) 248-263.
- [44] J. A. Osborn, *Demagnetizing Factors of the General Ellipsoid*. *Phys. Rev.* **67**,(1945) 351-357.
- [45] E. C. Stoner, *The demagnetizing factors for ellipsoids* *Philosophical Magazine* **36**, (1945) 803-821.
- [46] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Pergamon Press, 1984.
- [47] S. Ramana Murthy. *Journal of Materials Science Letters* **3**, 1049-1051 (1984).
- [48] J. A. Dean, *Lange's Handbook of Chemistry*, Fifteenth edition, MacGraw-Hill,1999.
- [49] C. Tropea, A. L. Yarin, J. F. Foss, *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, Vol.1, Springer 2007.
- [50] J. López, Luz E. González, M. F. Quiñonez, N. Porrás-Montenegro, G. Zambrano, M. E. Gómez, *Journal of Physics: Conference Series* (artículo sometido).



[51] Lower Refractive index coating, adhesive and encapsulant, [www.eoc-inc.com](http://www.eoc-inc.com).