

VT-Forschungsbericht 2016-01

Numerische Simulation von thermoakustischen Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern mithilfe von Impedanzrandbedingungen

Dipl.-Ing. Dipl.-Wirt.Ing. Jean-Michel Lourier

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
Institut für Verbrennungstechnik
Stuttgart



DLR

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt



Herausgeber

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt

**Institut für
Verbrennungstechnik**

Pfaffenwaldring 38-40
70569 Stuttgart

Telefon
Telefax

(0 7 11) 68 62 - 3 08
(0 7 11) 68 62 - 5 78

Als Manuskript gedruckt.
Abdruck oder sonstige Verwendung
nur nach Absprache mit dem Institut gestattet

D93, Stuttgart

Numerische Simulation von thermoakustischen Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern mithilfe von Impedanzrandbedingungen

Von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Dipl.-Wirt.Ing. Jean-Michel Lourier

aus Waldbröl

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Manfred Aigner
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schröder

Tag der mündlichen Prüfung 08/07/2015

Institut für Verbrennungstechnik der Luft- und Raumfahrt
der Universität Stuttgart

2016

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Verbrennungstechnik in der Abteilung Computer Simulation des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) in Stuttgart. Mein besonderer Dank gilt meinem Hauptberichter und Institutsleiter Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Aigner für das entgegengebrachte Vertrauen und die exzellenten Arbeitsbedingungen am Institut. Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schröder danke ich für das Interesse an dieser Arbeit und die freundliche Übernahme des Koreferats.

Ausdrücklich möchte ich mich bei meinem Betreuer Dr.-Ing. habil. Berthold Noll bedanken. Die vielen konstruktiven Diskussionen, die starke Unterstützung bei unterschiedlichen Problemstellungen, die wissenschaftlichen Freiräume und seine sehr persönliche Betreuung haben in besonderer Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Während meiner Zeit am Institut habe ich das besonders positive und sehr offene Arbeitsklima zu schätzen gelernt. Dafür danke ich allen Kolleginnen und Kollegen. Im besonderen möchte ich Georg Eckel, Torsten Methling, Christian Eberle, Bhavin Kapadia, Massimiliano Di Domenico, Francesca Rebosio, Zhiyao Yin, Andreas Fiolitakis und Michael Stöhr nennen. Ihnen danke ich für die zahlreichen fachlichen Diskussionen, aber auch für die sehr freundschaftliche Atmosphäre, die meinen Alltag sehr bereichert hat.

Von ganzem Herzen danke ich meinen Eltern und meiner Schwester, die mich bedingungslos bei der Verwirklichung meiner Ziele unterstützen und mir den dafür notwendigen Rückhalt geben.

München, Februar 2016
Jean-Michel Lourier

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	7
Kurzfassung	13
Abstract	15
1. Einleitung	17
1.1. Motivation	17
1.2. Thermoakustische Instabilitäten	18
1.2.1. Kopplungsmechanismen	19
1.2.2. Stabilitätsanalysen	20
1.2.3. Stabilisierung	25
1.3. Stand der Technik	26
1.4. Zielsetzung und Aufgabenstellung	30
2. Modellierung reaktiver Strömungen	32
2.1. Bilanzgleichungen	32
2.2. Turbulenzmodellierung	33
2.2.1. Favre Mittelung	34
2.2.2. RANS Modell	35
2.2.3. Hybrides LES/RANS Modell	36
2.2.4. Gradienten Diffusions Modell	38
2.3. Verbrennungsmodellierung	39
2.3.1. Finite-Rate Chemistry Modell	40
2.3.2. Eddy-Dissipation Modell	41
2.3.3. Assumed-PDF Modell	43
3. Numerisches Lösungsverfahren	47
3.1. Druckkorrekturverfahren	47

3.2.	Semi-Implicit Characteristic Splitting Verfahren	48
3.2.1.	Charakteristiken der Bilanzgleichungen	49
3.2.2.	Korrekturschritt	50
3.2.3.	Schätzungsschritt	55
3.3.	Implementierung	56
3.3.1.	Diskretisierung	57
3.3.2.	Numerischer Fehler	59
3.3.3.	Verifikation der SICS Implementierung	60
4.	Randbedingungen	65
4.1.	Charakteristische Randbedingungen	65
4.1.1.	Schätzungsschritt	67
4.1.2.	Korrekturschritt	69
4.1.3.	Implementierung	72
4.2.	Impedanzrandbedingungen	74
4.2.1.	Digitale Filter	74
4.2.2.	Filterkoeffizienten und Abtastung	76
4.2.3.	Stabilität	79
4.2.4.	Schätzungs- und Korrekturschritt	81
4.2.5.	Implementierung	83
5.	Indirekter Verbrennungslärm	87
5.1.	Entropiewellengenerator	87
5.2.	Modellierung	89
5.2.1.	Abschlussimpedanz	90
5.2.2.	Wärmequellen	92
5.2.3.	Direkter Lärm	94
5.3.	Ergebnisse	97
5.3.1.	Verzögerungszeiten	98
5.3.2.	Einfluss der Abschlussimpedanz	99
5.3.3.	Einfluss der Wärmequellen	100
5.3.4.	Indirekter Lärm	102
5.3.5.	Direkter Lärm	105
5.4.	Schlussfolgerungen	106
6.	Thermoakustische Instabilität	108
6.1.	PRECCINSTA Modellbrennkammer	108

6.2. Modellierung	109
6.2.1. Diskretisierung	109
6.2.2. Turbulenz	111
6.2.3. Verbrennung	112
6.2.4. Randbedingungen	115
6.3. Ergebnisse	119
6.3.1. Akustische Eigenmoden	119
6.3.2. Strömungsfeld und Mischungsprozess	124
6.3.3. Verbrennung	127
6.3.4. Kopplungsmechanismus	135
6.4. Schlussfolgerungen	139
7. Zusammenfassung	142
A. Testfälle zur Verifikation	145
A.1. Wirbelkonvektion	145
A.2. Wellenausbreitung	146
A.3. Parallelisierung	146
A.4. Charakteristische Randbedingungen	147
A.5. Impedanzrandbedingungen	148
Literaturverzeichnis	151

Abkürzungsverzeichnis

Römische Zeichen

a_i, b_i	Filterkoeffizienten
A	Druckamplitude
A_r	Arrhenius Vorfaktor
B	Funktionalmatrix
c	Schallgeschwindigkeit
c_p	Wärmekapazität
C	Konzentration
CFL	Courant-Friedrich-Lewy Zahl
C_i	Modellkonstante
D	Dissipation
D_k	Komponentendiffusionskoeffizient
D_ϕ	Diffusive Terme
E_r	Arrhenius Aktivierungsenergie
f	Frequenz
f_N	Nyquist-Frequenz
f_s	Abtastungsrate
F_c	Konvektive Terme
F_d	Diffusive Terme
F_{DS}	Downsamplingfaktor
F_i	Blendingfunktion
F_ϕ	Chemische und diffusive Terme
G	Anregung

h	Enthalpie
h_f^0	Standardbildungsenthalpie
H	Heaviside-Funktion oder Modellfunktion
HR	Wärmefreisetzung
i	Imaginäre Einheit
K	Kopplungsparameter
k	Turbulente kinetische Energie
l	Verbindungsvektor
L	Länge
L_i	Variation der charakteristischen Wellenamplitude
L_k	Kolmogorov Längenmaß
L_t	Turbulente Längenskala
L_{vk}	von Karman Längenskala
\dot{m}	Massenfluss
M	Molare Masse
Ma	Mach-Zahl
\mathcal{M}_k	Symbol für eine Gaskomponente
N_k	Anzahl der Gaskomponenten
N_r	Anzahl der Reaktionen
p	Druck
\mathcal{P}	Produktionsterm
P	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
Pr	Prandtl-Zahl
q	Wärmefreisetzung oder Wärmefluss
\mathcal{R}	Allgemeine Gaskonstante
R	Spezifische Gaskonstante oder Reflexionsfaktor
RI	Rayleigh-Index
r_{KE}	Verhältnis aus aufgelöster zu totaler turbulenter Energie
r_μ	Verhältnis aus turbulenter zu molekularer Viskosität

RR	Reaktionsrate
S	Quellterm
s	Normalenvektor oder Ausbreitungsgeschwindigkeit
Sc	Schmidt-Zahl
S_{ij}	Schubspannungstensor
t	Zeit
T	Temperatur
T_0	Standardtemperatur
T_s	Schwingungsdauer
u	Geschwindigkeit
v_i	Eigenvektor
V	Volumen
w_i	Zustandsvariable
x^n, y^n	Diskrete Zeitreihen
X	Eingangsvariable
Y	Massenbruch oder Ausgangsvariable
z_p	Komplexe Polstelle
Z	Impedanz

Griechische Zeichen

α_k	Vereinfachende Substitution
α^+, α^-	Akustische Wellen
δ	Dirac-Funktion
δp	Druckkorrekturvariable
Δ	Diskrete Variable
ϵ	Turbulente Dissipation
ϵ_A	Dissipationsfehler
ϵ_λ	Dispersionsfehler
δ_{ij}	Kronecker-Delta
γ	Isentropenexponent

Inhaltsverzeichnis

γ_D	Dissipationsrate
γ_G	Anregungsrate
λ_q	Wärmeleitfähigkeit
λ_i	Eigenwert
μ	Dynamische Viskosität
ν	Stöchiometriekoeffizient
ω	Kreisfrequenz oder spezifische Dissipation
ω_k	Komponentenquellterm
Φ	Primitiver Lösungsvektor
ϕ	Konservativer Lösungsvektor
ψ	Zeitlicher Verlauf
ρ	Dichte
σ	Kopplungsparameter
σ_T, σ_Y	Temperatur- und Komponentenvarianz
τ	Relaxationszeit
$\tau_{i,j}$	Spannungstensor
ζ	Räumliche Verteilung
<hr/>	
	<i>hoch gestellt</i>
$*$	Zwischenzeitschritt
n_r	Arrhenius Temperaturexponent
n	Bekannter Zeitschritt
<hr/>	
	<i>tief gestellt</i>
0	Ruhe- oder Anfangszustand
a	Akustisch
c	Konvektiv
DS	Downsampling
e	Chemisches Edukt
f	Werte auf der Oberfläche eines Kontrollvolumens
i,j	Raumrichtungen oder allgemeine Indizes

k	Gaskomponente
LC	Limit-Cycle
p	Chemisches Produkt
r	Chemische Reaktion
t	Turbulent
v	Werte im Mittelpunkt eines Kontrollvolumens

Abkürzungen

APDF	Assumed Probability Density Function
BFER	Benedetta Franzelli and Eleonore Riber
BIBO	Bounded-Input Bounded-Output
BK	Brennkammer
CAA	Computational Aeroacoustics
CDS	Central Discretisation Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CN	Crank-Nicolson
DES	Detached Eddy Simulation
DFT	Direct Fourier Transformation
DGL	Differentialgleichung
DNS	Direkte Numerische Simulation
DRM	Derived Reaction Mechanism
EDM	Eddy Dissipation Model
EWG	Entropiewellengenerator
FRC	Finite-Rate Chemistry
FTF	Flammentransferfunktion
GRI	Gas Research Institute
IRZ	Inner Recirculation Zone
LES	Large-Eddy Simulation
LW	Lax-Wendroff
PML	Perfectly Matched Layer

NSCBC	Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions
OASPL	Overall Sound Pressure Level
ORZ	Outer Recirculation Zone
PBCGS	Preconditioned Bi-Conjugated Gradient Stabilized
PDF	Probability Density Function
PPM	Parts Per Million
PPP	Points Per Period
PPW	Points Per Wavelength
PRECCINSTA	Prediction and Control of Combustion Instabilities in Industrial Gas Turbines
PSD	Power Spectral Density
QUDS	Quadratic Upwind Discretisation Scheme
SAS	Scale Adaptive Simulation
SICS	Semi-Implicit Characteristic-Splitting
SST	Shear Stress Transport
TDIBC	Time Domain Impedance Boundary Conditions
THETA	Turbulent Heat Release Extension for the Tau Code
TPDF	Transported Probability Density Function
TVD	Total Variation Dimishing
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes
WENO	Weighted Essentially Non-Oscillatory

andere

$\tilde{()}$	Favre-Mittelwert
$()''$	Favre-Fluktuation
$\bar{()}$	Reynolds-Mittelwert
$()'$	Reynolds-Fluktuation
$\hat{()}$	Zufallsvariable oder Fourier-Transformierte

Kurzfassung

Zur Verringerung des Schadstoffausstoßes wird in heutigen stationären Gasturbinen eine magere vorgemischte Verbrennung eingesetzt. So konnten die Stickstoffoxid-Emissionen bei Gasturbinen deutlich verringert werden. Jedoch neigen magere Flammen zur Ausbildung selbsterregter Druckschwingungen, den sogenannten thermoakustischen Instabilitäten. Dabei kommt es zur Interaktion der Druckschwingung mit instationärer Wärmefreisetzung in der Brennkammer. Dies kann starke thermische und mechanische Belastungen verursachen, die zur Beschädigung oder sogar zum Versagen der Brennkammer führen können. Die Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten bereits in der Designphase einer Gasturbinenbrennkammer ist somit von großer Bedeutung.

Ein Ansatz zur Berechnung thermoakustischer Schwingungen sind numerische Verbrennungssimulationen auf der Basis von Computational Fluid Dynamics (CFD) Verfahren. Bei thermoakustischen Instabilitäten werden die Eigenfrequenzen eines Verbrennungssystems angeregt. Zur genauen Berechnung der Instabilität müssen somit die angeregten Eigenfrequenzen des CFD Modells denen des zugrunde liegenden physikalischen Verbrennungssystems entsprechen. Die Eigenfrequenzen des Modells hängen unter anderem von den akustischen Impedanzen an den Rändern des Rechengebiets ab. Moderne CFD Software erlaubt jedoch bisher nur eine sehr eingeschränkte Modellierung der Randimpedanzen und damit der Eigenfrequenzen. Darüber hinaus stellt die Skalendisparität in einer turbulenten, reaktiven Strömung eine besondere Herausforderung dar. Beispielsweise besteht eine hohe Energiedisparität zwischen akustischen und hydrodynamischen Prozessen. Dies führt zu einer geringen Genauigkeit bei der Berechnung akustischer Wellenausbreitung mit CFD Verfahren.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Berechnung thermoakustischer Instabilitäten mithilfe numerischer Verbrennungssimulationen. Dazu wurde ein CFD Lösungsverfahren entwickelt mit dem akustische Wellenausbreitung in turbulenten, reaktiven Strömungen trotz der großen Skalendisparität effizient und genau berechnet werden kann. Darüber hinaus wurden akustischen Randbedingungen für das Lösungsverfahren implementiert und angewendet, die eine genaue Modellierung der Eigenfrequenzen des CFD Modells ermöglichen.

Zunächst wurde in dieser Arbeit ein CFD Lösungsverfahren für nicht reaktive Strömungen aus der Literatur [168] ausgewählt, das im Folgenden SICS (Semi-Implicit Characteristic

Splitting) genannt wird. Dieses Verfahren beinhaltet eine getrennte Berechnung der akustischen Wellenausbreitung. Somit werden akustische Prozesse nicht durch numerische Fehler hydrodynamischer Prozesse verfälscht. Darüber hinaus ist SICS effizient im Hinblick auf die benötigten Computerressourcen zur Berechnung typischer Strömungen in Gasturbinenbrennkammern. SICS wurde in dieser Arbeit für reaktive Strömungen erweitert und in die CFD Software THETA des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) implementiert. Darüber hinaus wurden die charakteristischen Randbedingungen Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions (NSCBC) und die Impedanzrandbedingungen Time Domain Impedance Boundary Conditions (TDIBC) zur Modellierung der akustischen Randimpedanzen eines CFD Modells implementiert. Bei NSCBC können akustische Übertragungsfunktionen erster Ordnung und bei TDIBC beliebiger Ordnung an den Rändern des Rechengebiets aufgeprägt werden.

Die implementierten Verfahren werden anhand von zwei Testfällen validiert. Erstens wird die Entstehung von indirektem Verbrennungslärm im Entropiewellengenerator (EWG) Experiment [8] untersucht. Zweitens wird die thermoakustische Instabilität der PRECCINSTA Modellbrennkammer [117,129] in einem mageren, technisch-vorgemischtem Betriebspunkt berechnet. Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse sind bei beiden Testfällen in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Die Übereinstimmung ist außerdem wesentlich besser als bei bisher in der Literatur [55, 73] veröffentlichten Simulationen. Zur Berechnung des indirekten Lärms im EWG wird erstmalig die Abschlussimpedanz des Experiments mithilfe von TDIBC berücksichtigt. Dies hat eine deutlich verbesserte Übereinstimmung zwischen gemessenem und berechnetem indirektem Lärm zur Folge. Darüber hinaus wird erstmals auch der direkte Lärm des EWG numerisch berechnet. Es wird gezeigt, dass der indirekte den direkten Lärm im subsonischen EWG Experiment dominiert. Dies bestätigt entsprechende experimentelle Ergebnisse [6].

Bei der PRECCINSTA Modellbrennkammer bestehen die seitlichen Wände aus Quarzglas-scheiben. In dieser Arbeit wird erstmals der dämpfende Einfluss der mit Spiel eingebauten Glasscheiben auf die thermoakustische Schwingung des Brenners untersucht. Dazu werden Simulationsergebnisse mit schallharten und schallweichen Wänden mit entsprechenden Messungen [158, 249] verglichen. Es wird gezeigt, dass die Verwendung von Glasscheiben eine starke Dämpfung der thermoakustischen und turbulenten Druckamplituden zur Folge hat. Die thermoakustische Frequenz bleibt hingegen unbeeinflusst. Des Weiteren werden erstmalig in dieser Arbeit Anfachung und Dämpfung der thermoakustischen Instabilität in der Brennkammer räumlich aufgelöst. Die Instabilität wird im Großteil der Brennkammer angefacht. In der äußeren Rezirkulationszone der verdrallten Strömung wird sie hingegen gedämpft.

Abstract

For reducing environmental pollution, lean premixed combustion is applied in modern stationary gas turbines nowadays. This allows for reducing nitrogen oxide emissions of gas turbines drastically. On the other hand, lean premixed combustion increases the susceptibility to self-excited thermoacoustic instabilities. These instabilities can damage or even destroy the combustor hardware due to mechanical or thermal loads. Hence, the prediction of thermoacoustic instabilities already within the design process of gas turbine combustors is of high importance.

Thermoacoustic instabilities can be predicted by means of computational fluid dynamics (CFD) methods. In the case of thermoacoustic instabilities, the eigenfrequencies of a combustor are excited. For an accurate prediction of instabilities the eigenfrequencies of the CFD model must be in accordance to the underlying physical combustion system. The eigenfrequencies of CFD models furthermore depend on the acoustic impedance applied at the boundaries of the computational domain. However, modern CFD software usually involves only very restricted models for the boundary impedances. Moreover, the disparity of scales within a turbulent reactive flow is a difficult issue. The disparity between acoustic and hydrodynamic energy results in low accuracy when computing acoustic wave propagation with CFD methods.

The main goal of this work is the computation of thermoacoustic instabilities with CFD methods. In this scope, a CFD solution algorithm was developed which can compute acoustic wave propagation accurately and efficiently in spite of the disparity of acoustic and hydrodynamic scales. Furthermore, acoustic boundary conditions were implemented for this algorithm to allow for precise modelling of the eigenfrequencies of combustion systems.

First of all, a CFD solution algorithm for non-reactive flows is chosen from literature [168], which is called Semi-Implicit Characteristic Splitting (SICS) in the following. This algorithm includes a separate computation of acoustic wave propagation from other flow processes. Hence, acoustic results are not blended by numerical errors of hydrodynamic processes. Moreover, SICS is very efficient in the sense of low computational costs. As part of the work at hand SICS has been extended to compute reactive flows and has been implemented into the CFD Software THETA of the German Aerospace Center (DLR). In addition two different

methods for modelling the acoustic impedance at the boundaries of the computational domain are implemented. Firstly, Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions (NSCBC) are used to apply a first order frequency response. Secondly, higher order frequency responses are modeled by means of Time Domain Impedance Boundary Conditions (TDIBC).

The methods developed and implemented as part of this work are applied to two different test cases. First of all, the generation of indirect combustion noise is studied by means of the entropy wave generator (EWG) experiment [8]. Then the thermoacoustic instability of the swirl stabilized PRECCINSTA model combustor [117, 129] at a lean, technically-premixed operating point is analysed. The predicted results of both test cases are in very good agreement with experimental results, and the agreement is significantly better than for any simulation of these test cases published in literature [55, 73] today. For the computation of indirect noise within the EWG, the experimental downstream impedance is exactly considered as part of the CFD model for the first time. This results in a better agreement between predicted and measured indirect noise. Moreover, the direct noise contribution within the experiment is computed numerically. As a result, the indirect noise dominates the direct noise, which is in line with experimental findings [6].

The side walls of the PRECCINSTA combustion chamber consist of quartz glass windows which are loosely supported. In this work the influence of the acoustic damping by these windows is analysed for the first time. Numerical results for fully and partially reflective side walls are compared to according experimental data [158, 249]. It is shown that the amplitude of the thermoacoustic and turbulent pressure oscillations are strongly damped by the presence of the windows, whereas the thermoacoustic frequency is not altered. Furthermore, the excitation and the damping of the thermoacoustic instability is analysed by spatially resolved data. As a result, the instability is excited in most parts of the combustion chamber. However, a strong damping is visible within the outer recirculation zone of the swirled flow.

1. Einleitung

1.1. Motivation

In den letzten Jahrzehnten wurden strenge gesetzliche Auflagen zur Reduktion von Stickoxidemissionen erlassen [36, 130]. Bei Verbrennungsprozessen kann die Bildung von Stickoxiden (NO_x) durch niedrige Temperaturen und geringe Verweilzeiten reduziert werden [36, 263]. In modernen stationären Gasturbinen wird deshalb eine magere, vorgemischte Verbrennung eingesetzt, die bei Temperaturen unterhalb der stöchiometrischen Flammentemperatur abläuft [116, 136]. Dadurch ist es gelungen, NO_x Emissionen von modernen Gasturbinen bis auf unterhalb von 10 parts per million (PPM) zu reduzieren [74, 130].

Allerdings sind magere Vormischflammen anfällig für die Ausbildung von selbsterregten Druckschwingungen [136, 140, 263]. Diese können über verschiedene Mechanismen mit dem Verbrennungsprozess, d.h. mit der Wärmefreisetzung in der Brennkammer, gekoppelt sein. Falls es zwischen der Wärmefreisetzung und den Druckschwingungen zur Resonanz kommt, spricht man von thermoakustischen Instabilitäten [207], die mit hohen Druck- und Temperaturamplituden verbunden sein können. Verstärkend kommt bei magerer Verbrennung in Gasturbinen hinzu, dass aufgrund der niedrigen Flammentemperatur nur noch eine Konvektionskühlung der Brennkammer möglich ist. Dies reduziert jedoch die akustische Dämpfung in der Brennkammer im Vergleich zur herkömmlichen Filmkühlung wesentlich [130]. Darüber hinaus treten thermoakustische Schwingungen verstärkt im Teillastbereich auf, da in diesen Betriebspunkten die Verbrennung noch magerer als bei Vollast ist.

Die starken thermischen und mechanischen Belastungen der Brennkammer durch thermoakustische Instabilitäten können zur Beschädigung und schließlich sogar zum Versagen der Brennkammer führen. Darüber hinaus können thermoakustische Schwingungen eine verringerte Effizienz der Verbrennung, lokales Verlöschen, überhöhte Schadstoffemissionen oder ein Zurückschlagen der Flamme zur Folge haben [130, 136]. Aufgrund dieser vielfältigen Herausforderungen sind thermoakustische Schwingungen in Gasturbinen ein viel beachtetes Thema sowohl in der Wissenschaft [5, 38, 136] als auch in der industriellen Praxis [136, 166, 274]. In den folgenden Unterkapiteln wird das Themengebiet Thermoakustik vertiefend beschrieben, bevor der Stand der Technik zur Vorhersage von thermoakustischen Schwingungen dargestellt

wird. Abschließend wird die Aufgabenstellung und die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit abgeleitet.

1.2. Thermoakustische Instabilitäten

Thermoakustische Instabilitäten wurden erstmals 1777 von B. Higgins als “singende Flamme” beschrieben [99]. Im darauf folgenden Jahrhundert stellte P. L. Rijke im Jahr 1859 das nach ihm benannte Rijke-Rohr vor [217], das bis heute Gegenstand wissenschaftlicher Arbeiten im Bereich der Thermoakustik darstellt [264, 277]. Dabei wird in einem senkrechten, zu beiden Enden offenen Rohr eine Wärmequelle angebracht. Aufgrund freier Konvektion entsteht eine aufwärts gerichtete Strömung. Eine anfängliche Druckstörung im Rijke-Rohr bewirkt eine Oszillation der Strömungsgeschwindigkeit, worauf mit einem Zeitverzug eine Änderung der Wärmefreisetzung folgt. Ist die Wärmequelle bei einem Viertel der Rohrlänge positioniert, entspricht die Frequenz des Drucks und der Wärmefreisetzung der ersten harmonischen Frequenz des Rohrs. Entsprechend kommt es zur Resonanz und die Luft im Rijke-Rohr wird in dauerhafte Schwingung versetzt. Es entsteht eine thermoakustische Instabilität.

Technische Relevanz erlangten thermoakustische Instabilitäten erstmals in den 1950er Jahren bei Feststoffraketenantrieben [17, 41]. Die Druckamplituden können dort um Größenordnungen höher sein als bei Gasturbinen. In den folgenden Jahrzehnten fanden thermoakustische Phänomene in sehr unterschiedlichen Verbrennungssystemen Beachtung. In den 1970er Jahren traten thermoakustische Schwingungen in industriellen Heizkesseln und Hochöfen auf [203]. Im folgenden Jahrzehnt wurden erstmals Schwingungen in Ramjet-Triebwerken und Nachbrennern untersucht [18, 43, 128]. Trotz eines hohen Forschungsaufwands in den vergangenen 60 Jahren, sind Instabilitäten in Raketenbrennkammern bis heute Gegenstand wissenschaftlicher Arbeiten [17, 74].

Seit Anfang der 1990er Jahre gelten strenge Auflagen für NO_x Emissionen von stationären Gasturbinen [259]. Dies führte zur Einführung von magerer vorgemischter Verbrennung in stationären Gasturbinen, die anfällig für thermoakustische Schwingungen ist [130, 136]. Im Bereich der Fluggasturbinen werden ebenfalls zunehmend strengere Auflagen für NO_x Emissionen erlassen [2]. Entsprechend werden moderne Fluggasturbinen in Richtung magerer, vorgemischter Verbrennung entwickelt [71]. Bei Triebwerken treten thermoakustische Instabilitäten verstärkt während Idle oder Subidle Bedingungen auf [157]. Diese können beispielsweise zur Erhöhung der Triebwerksstartzeit, zum Strukturversagen einzelner Komponenten oder zu sehr hohen Lärmemissionen führen [157, 166].

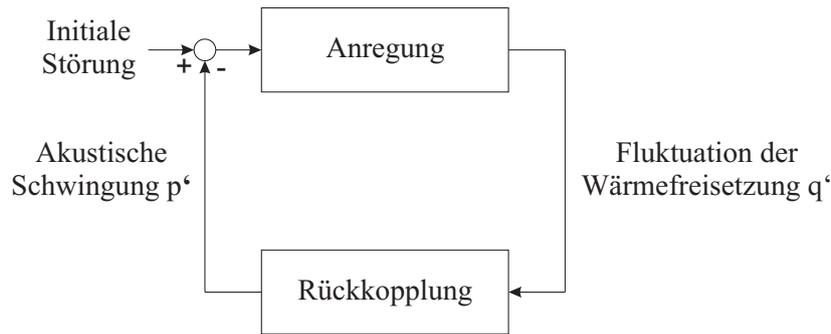


Abbildung 1.1.: Schematischer Wirkkreis einer thermoakustischen Schwingung. [213]

1.2.1. Kopplungsmechanismen

Thermoakustische Instabilitäten resultieren aus der Resonanz von physikalischen Mechanismen im Verbrennungssystem [29]. Dabei wird zwischen Anregungs- und Rückkopplungsmechanismen unterschieden, wie in Abbildung 1.1 gezeigt wird. Ausgehend von einer anfänglichen Druckstörung verursacht der Anregungsmechanismus eine Störung im Strömungsfeld, die eine Fluktuation der Wärmefreisetzung zur Folge hat. Der Rückkopplungsmechanismus verbindet diese Fluktuation der Wärmefreisetzung wiederum mit dem Anregungsmechanismus, so dass der Wirkkreis geschlossen ist.

Oftmals liegt das Gebiet der Wärmefreisetzung stromab der anregenden Störung im Strömungsfeld [29, 136]. Somit erfolgt die Rückkopplung zwischen der Wärmefreisetzung und der Anregung entgegen der Strömungsrichtung in der Brennkammer. Da sich nur akustische Wellen entgegen der Strömungsrichtung ausbreiten können, muss die Rückkopplung mithilfe von Schallwellen erfolgen. Der akustische Rückkopplungsmechanismus lässt sich anhand der Schallentstehung weiter unterteilen [88, 167]. Zum einen erzeugt die fluktuierende Wärmefreisetzung direkt akustische Wellen aufgrund der Dichteänderungen. Neben diesen akustischen Wellen entstehen aber auch Entropiewellen, die sich konvektiv ausbreiten. Wenn diese Entropiewellen beschleunigt werden entsteht indirekter bzw. Entropielärm [8, 154, 172]. Dies kommt durch die Variation des benötigten Druckgradienten zur Beschleunigung einer Strömung mit inhomogener Dichteverteilung zustande. In Gasturbinen entsteht Entropielärm in der beschleunigten Strömung am Brennkammerauslass sowie in der Turbine [56, 167]. Sowohl direkter als auch indirekter Verbrennungslärm können Rückkopplungsmechanismen für thermoakustische Instabilitäten sein [56, 80, 136, 278].

Durch thermoakustische Anregungsmechanismen führt eine Druckfluktuation zu einer Variation der Wärmefreisetzung. Dies kann mithilfe einer Vielzahl strömungsmechanischer Effekte erfolgen. Welcher Effekt zum Tragen kommt, hängt vom betrachteten Verbrennungssys-

tem und Betriebspunkt ab [136]. Im folgenden werden die wichtigsten Anregungsmechanismen für thermoakustische Instabilitäten in Gasturbinen beschrieben [30, 136].

- Fluktuation der Flammenoberfläche: Akustische Wellen können zu einer periodischen Anregung der Flammenoberfläche führen. Mit einer Änderung der Flammenoberfläche geht gleichzeitig eine veränderte Wärmefreisetzung einher [54, 69].
- Interaktion der Flammenfront mit großskaligen kohärenten Wirbeln [25, 37, 194, 228]: Wirbelstrukturen können auf verschiedenen Wegen in Gasturbinenbrennkammern entstehen. Die geometrische Begrenzung der Flamme kann zur Bildung von Wirbelstrukturen führen. Darüber hinaus wird der Brennstoff oft verdrallt in die Brennkammer eingedüst. Dabei können sich helikale Strukturen in der Scherschicht ausbilden [246]. Diese Wirbel führen hauptsächlich durch zwei Effekte zu instationärer Wärmefreisetzung [136]. Zum einen ändert sich die Flammenoberfläche indem sie durch Wirbel aufgerollt wird [276]. Zum anderen interagieren Wirbel miteinander oder mit der Brennkammerwand. Dies kann zur Zündung oder Verlöschung des Gases führen [239].
- Interaktion der Flammenfront mit der Brennkammerwand [233]: Wenn eine Flammenfront auf eine Oberfläche trifft verändert sich die Flammenoberfläche sehr schnell. Dies kann wiederum zur einer starken Fluktuation der Wärmefreisetzung führen.
- Fluktuation des lokalen Äquivalenzverhältnisses [118, 138, 139, 158]: Druckschwingungen können die Massenströme der Luft- und Brennstoffzufuhr beeinflussen, woraus eine Variation des lokalen Äquivalenzverhältnisses entsteht. Die lokalen Inhomogenitäten des Äquivalenzverhältnisses konvektieren anschließend von der Brennstoffeindüsung bzw. vom Vormischbereich zur Flammenfront und führen dort zu instationärer Verbrennung.
- Zerstäubung und Verdampfung des Brennstoffs [41, 118]: Wenn akustische Wellen auf ein Brennstoffspray treffen, können sich die Form des Spraykegels, die Tröpfchengröße, die Verdampfungsrate und Mischungsgeschwindigkeit des Brennstoffs verändern. Diese Effekte führen zu lokalen Inhomogenitäten des Äquivalenzverhältnisses und damit zu einer Beeinflussung der Wärmefreisetzung in der Brennkammer.

1.2.2. Stabilitätsanalysen

Im vorangegangenen Unterkapitel wurden die physikalischen Mechanismen beschrieben, die in Gasturbinenbrennkammern zu einer Kopplung zwischen Wärmefreisetzung und Druckschwingungen, d.h. zu thermoakustischen Schwingungen, führen können. Ob innerhalb des Wirkkreises die fluktuierende Wärmefreisetzung zu einer Anfachung der akustischen Schwingungen führt, hat erstmals Lord Rayleigh im Jahr 1887 untersucht [205, 206]. Er fand heraus,

dass Wärmefreisetzungs- und Druckschwingungen in Phase schwingen müssen, damit die Instabilität angefacht wird

$$RI = \int_V \int_{T_s} p'(x,t)q'(x,t) dt dV \geq \int_V \int_{T_s} \sum D(x,t) dt dV \quad (1.1)$$

Dabei sind RI der Rayleigh-Index, V das Brennkammervolumen, T_s die Schwingungsdauer, t die Zeit, p' die Druckschwingung, q' die Schwingung der Wärmefreisetzung und D die Dissipation akustischer Energie. Falls die Druck- und Wärmefreisetzungsschwingungen in Phase sind, d.h. die Phasenverschiebung kleiner als 90° ist, nimmt der Rayleigh-Index positive Werte an. Damit wird Energie vom Wärmefreisetzungsprozess in das akustische Feld übertragen und es findet eine Anfachung statt.

Ein positiver Rayleigh-Index ist nur eine notwendige Bedingung für eine thermoakustische Instabilität [136, 204]. Damit es zu einer anwachsenden Instabilität kommt, muss die vom akustischen Feld aufgenommene Energie größer sein als die akustische Dissipation in der Brennkammer. Dies wird durch den rechten Teil der Gleichung (1.1) ausgedrückt. Die Dissipation akustischer Energie in einer Gasturbinenbrennkammer erfolgt hauptsächlich durch drei Effekte [140]. Erstens wird Energie vom akustischen Feld in Wirbelstrukturen oder Entropiestörungen übertragen. Zweitens wird akustische Energie aus dem System konvektiert oder abgestrahlt. Drittens findet eine Frequenzverschiebung der akustischen Energie statt. Wenn dabei ein Energietransfer vom Frequenzbereich der thermoakustischen Schwingung zu anderen Frequenzen erfolgt, bewirkt dies eine Dissipation der thermoakustischen Schwingung.

Die zuvor beschriebenen Dissipationseffekte finden an unterschiedlichen Orten einer Brennkammer statt. Die Energieübetragung in Wirbelstrukturen und Entropie erfolgt hauptsächlich in wandnahen Grenzschichten, Helmholtzresonatoren und an Strömungsablösungspunkten [136]. Akustische Energie wird über Ein- und Auslässe der Brennkammer konvektiert und abgestrahlt. Außerdem erfolgt eine Abstrahlung über die Brennkammerwand, wenn diese in Schwingung versetzt wird. Die Frequenzverschiebung akustischer Energie geht auf den Doppler-Effekt zurück, der bei reflektierten und transmittierten Wellen an der Flammenfront auftritt [137]. Vergleicht man die akustischen Dissipationseffekte in Gasturbinenbrennkammern zeigt sich, dass die Verluste durch Konvektion über die Ränder und durch Strömungsablösungen typischerweise dominant im Vergleich zu Verlusten in Grenzschichten sind [106, 136]. Wie groß der Einfluss der Frequenzverschiebung von akustischer Energie ist, wurde bisher noch nicht wissenschaftlich beurteilt [136].

Das Rayleigh-Kriterium (Gl. (1.1)) erlaubt eine einfache Analyse thermoakustischer Schwingungen, d.h. der Energietransfer vom Verbrennungsprozess in das akustische Feld kann abgeschätzt werden. Jedoch kann es weder genutzt werden um das Auftreten einer Instabilität

vorherzusagen, noch um die Frequenz und Amplitude der Instabilität zu berechnen. Um diese Lücke zu schließen wurden bisher hauptsächlich drei unterschiedliche Methoden eingesetzt [226], dazu zählen analytische Netzwerkmodelle [41,47,227], Galerkin Methoden [42,279] und numerische Verbrennungssimulationen [72,73,147].

Analytische Netzwerkmodelle werden seit den 1950er Jahren zur Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten verwendet und seitdem stetig weiterentwickelt [41, 122, 226]. Dabei wird das gesamte Verbrennungssystem in eindimensionale Netzwerkelemente zerlegt. Jedes Element modelliert dabei einen Teilmechanismus des thermoakustischen Wirkkreises (Kap. 1.2.1). Die akustischen oder strömungsmechanischen Eigenschaften der Elemente werden durch Transfermatrizen charakterisiert, die entweder analytisch, experimentell [47,142] oder numerisch [96,123,199] bestimmt werden können. Durch eine Stabilitätsanalyse des gesamten Netzwerks lassen sich thermoakustische Instabilitäten in Brennkammern abschätzen.

Zur Vereinfachung der Stabilitätsanalyse werden die analytischen Netzwerkmodelle unter der Annahme kleiner Schwankungen zunächst linearisiert [41]. Eine lineare Stabilitätsanalyse ermöglicht eine Berechnung der thermoakustischen Frequenz und der Wachstumsrate der Anregung. Außerdem kann festgestellt werden, ob ein Betriebspunkt stabil oder instabil ist [131, 226, 227]. Allerdings lässt sich mit einer linearen Analyse nicht die Amplitude der Schwingung berechnen [124,279]. Um dies zu verdeutlichen zeigt Abbildung 1.2 schematisch die akustische Anregung G und Dissipation D als Funktion der Schwingungsamplitude A bei einer thermoakustischen Instabilität. Ausgehend vom Ursprung führt eine anfängliche Störung zu einer wachsenden Druckamplitude, wenn die Wachstumsrate der Anregung γ_G die der Dissipation γ_D übersteigt. Bei steigender Druckamplitude erreicht die Anregung einen Sättigungswert und wird bei der sogenannten Limit-Cycle Amplitude A_{LC} durch die Dissipation kompensiert. Bei einem linearen Modell wird die Sättigung der Anregung vernachlässigt. Eine anfängliche Störung mit $\gamma_G > \gamma_D$ führt zu einer unendlichen Druckamplitude, da die Anregung immer größer als die Dissipation ist. Zur Berechnung der Limit-Cycle Amplitude wurden deshalb nicht-lineare Stabilitätsanalysen eingeführt [124,186,234]. Das Netzwerkelement mit den stärksten nicht-linearen Effekten ist dabei die Flammentransferfunktion (FTF), die den Zusammenhang zwischen Wärmefreisetzung und Druckschwingung beschreibt [53, 229]. Die Modellierung der FTF stellt deshalb bei einer nicht-linearen Netzwerkanalyse die größte Herausforderung dar.

Neben analytischen Netzwerkmodellen werden zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten Galerkin Methoden eingesetzt [4,42,125,279]. Dabei wird für jede akustische Eigenmode des Verbrennungssystems eine gewöhnliche Differentialgleichung (DGL) zweiter Ordnung mit linearer oder nicht-linearer Anregungsfunktion gelöst [226]. Dies stellt ein sehr effizientes Verfahren zur Berechnung thermoakustischer Schwingungen im Hinblick auf die benötigten

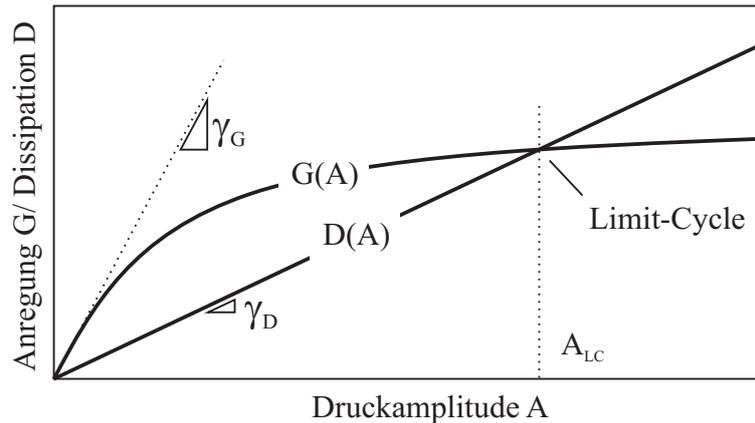


Abbildung 1.2.: Schematische Abhängigkeit der akustischen Anregung und Dissipation von der thermoakustischen Druckamplitude. [136]

Computerressourcen dar, das sowohl die Berechnung des zeitlichen Schwingungsverhaltens als auch des Limit-Cycle Zustands zulässt [279]. Außerdem kann der Energietransfer zwischen akustischen Eigenmoden vorhergesagt werden, indem die Differentialgleichungen linear miteinander gekoppelt werden [4]. Dies ermöglicht eine umfangreiche Analyse der an der thermoakustischen Schwingung beteiligten physikalischen Prozesse [279]. Ein entscheidender Nachteil des Verfahrens ist, dass u.a. die betrachteten Eigenmoden des Verbrennungssystems a-priori berechnet werden müssen, damit die Anregungsfunktionen der Differentialgleichungen bestimmt werden können [226].

Ein dritter Ansatz zur Berechnung von thermoakustischen Instabilitäten stellen numerische Strömungssimulationen (CFD) dar [26, 73, 147, 221, 273]. Sie sind der umfangreichste Ansatz zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten, da alle an thermoakustischen Instabilitäten beteiligten physikalischen Mechanismen (Kap. 1.2.1) in die Berechnung einbezogen werden können [255]. Strömungs-, Verbrennungs- und akustische Prozesse sowie auch deren Kopplung miteinander können räumlich und zeitlich aufgelöst berechnet werden. Dazu wird ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen numerisch integriert [82, 178, 195]. Bei der Lösung des Gleichungssystems stellt die Auflösung der sehr unterschiedlichen Zeit-, Längen- und Energieskalen der beteiligten physikalischen Prozesse eine große Herausforderung dar, die als Multiskalenproblem bekannt ist [27, 61, 82, 225, 261]. Bei Verbrennungsprozessen ist das Verhältnis zwischen den kleinsten und größten chemischen Zeitskalen in vielen Fällen von Ordnung $\mathcal{O}(10^{-9})$ [82]. Dies führt zu einer hohen Steifigkeit des Gleichungssystems und damit zu numerischen Konvergenzproblemen. Darüber hinaus sind Strömungen in Gasturbinenbrennkammern typischerweise turbulent und die Disparität zwischen der kleinsten und größten turbulenten Längenskalen beträgt beispielsweise in diesem Anwendungsfall mehr als $\mathcal{O}(10^{-4})$ [109, 130, 177, 202]. Um das gesamte Spektrum der turbulenten Längens-

kalen zu berücksichtigen, ist eine sehr hohe räumliche Auflösung der CFD Simulation nötig. Jedoch steigen mit der räumlichen Auflösung die benötigten Computerressourcen mindestens kubisch an, sodass mit heutigen Computersystemen weitestgehend keine vollständige Auflösung der turbulenten Längenskalen für Simulationen von Gasturbinenbrennkammern möglich ist [109, 192].

Neben den zuvor beschriebenen Disparitäten in Verbrennungs- und Strömungsprozessen, führt die Berücksichtigung akustischer Prozesse in CFD Simulationen zu zusätzlichen Disparitäten [27, 61, 261]. Die Disparität zwischen akustischen zu strömungsmechanischen Zeitskalen wird durch die Mach-Zahl (Ma) charakterisiert, welche als Verhältnis konvektiver zu akustischer Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet wird. In Gasturbinenbrennkammern liegt die Mach-Zahl typischerweise im Bereich unter 0,3. Mit sinkender Mach-Zahl steigt die Disparität, sodass im Grenzfall $Ma \rightarrow 0$ das zu lösende Gleichungssystem sehr steif wird und somit numerische Konvergenzprobleme auftreten [192]. Darüber hinaus steigt die Disparität zwischen akustischer zur strömungsmechanischer Energie mit sinkender Mach-Zahl und lässt sich für Gasturbinenbrennkammern zu $\mathcal{O}(10^{-7})$ mit $Ma < 0,3$ abschätzen [109, 261].

Akustische und strömungsmechanische Werte werden in CFD Simulationen typischerweise nicht getrennt sondern als Superposition behandelt. Um ein ausreichend hohes Signal-Rauschverhältnis zu erreichen, sollte der Fehler des numerischen Verfahrens zwei Ordnungen unter der Disparität der Energieskalen, also bei $\mathcal{O}(10^{-9})$, liegen [261]. Diese Abschätzung gilt für Aeroakustik, d.h. für strömungsinduzierten Lärm. Im Fall von Thermoakustik werden Druckschwingungen durch instationäre Verbrennungsprozesse induziert. Da dies eine deutlich stärkere akustische Quelle darstellt, sind auch die resultierenden akustischen Energieskalen größer [30]. Bei der Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten stellt eine geringe Genauigkeit jedoch eine zusätzliche Unsicherheit dar. Deshalb gibt es derzeit Bestrebungen in wissenschaftlichen CFD Simulationen von thermoakustischen Schwingungen die numerische Genauigkeit zu erhöhen [73, 147]. Alternativ werden hybride CFD/CAA (Computational Aeroacoustics) Ansätze verfolgt bei denen ausgehend von einer CFD Lösung die Schallentstehung und -ausbreitung in einem eigenständigen Verfahren berechnet werden [27, 60, 61, 70, 80, 90, 105, 171, 174]. Durch die getrennte Berechnung der akustischen Prozesse kann für diese eine sehr hohe Genauigkeit erreicht werden. Bei hybriden Ansätzen kann jedoch derzeit nicht die Rückkopplung akustischer Wellen auf die reaktive Strömung berücksichtigt werden wie sie bei thermoakustischen Instabilitäten auftritt [80].

Eine Herausforderung bei der Simulation thermoakustischer Schwingungen stellt auch die Modellierung der akustischen Eigenschaften an den Rändern des Simulationsgebiets dar [30, 103, 269]. Zum einen können an den Rändern des Rechengebiets unphysikalische Reflexionen akustischer Wellen entstehen, die das Signal im Rechengebiet verfälschen [35, 250, 267].

Zum anderen werden bei thermoakustischen Instabilitäten die Eigenfrequenzen des Verbrennungssystems durch instationäre Wärmefreisetzung angeregt. Die simulierten Eigenfrequenzen des Verbrennungssystems hängen u.a. von den akustischen Eigenschaften an den Rändern des CFD Gebiets ab [103, 136]. Die genaue Modellierung der akustischen Ränder ist somit Voraussetzung zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten.

1.2.3. Stabilisierung

Im vorherigen Unterkapitel wurden Methoden zur Vorhersage von thermoakustischen Instabilitäten diskutiert. Diese Methoden werden eingesetzt, um Schwingungen in Verbrennungssystemen bereits in der Designphase zu vermeiden. Darüber hinaus gibt es Verfahren zur Stabilisierung von thermoakustischen Instabilitäten im Betrieb. Dazu werden die in Kapitel 1.2.1 beschriebenen Anregungs- oder Rückkopplungsmechanismen durch aktive oder passive Steuerung beeinflusst [130, 203, 213].

Bei passiver Steuerung wird der akustische Rückkopplungsmechanismus Abb. 1.1 durch zusätzliche Dämpfung abgeschwächt. Die Dämpfung kann beispielsweise durch Modifikation der Liner [130], Helmholtz-Resonatoren [12], Leitbleche oder zusätzliche Bohrungen in der Brennkammerwand [203] erhöht werden. Während dadurch bei industriellen Raketenantrieben und Nachbrennern thermoakustische Schwingungen bereits vielfach vermieden werden, sind diese Modifikationen bei Gasturbinen bisher selten. Dies ist auf die typischerweise niedrigeren thermoakustischen Frequenzen bei Gasturbinen zurückzuführen, die eine Dämpfung technisch aufwendiger machen [29, 213]. Darüber hinaus können zusätzliche Dämpfer die Eigenfrequenzen des Verbrennungssystems beeinflussen. Unter Umständen wird dadurch ein zuvor stabiles System destabilisiert [213].

Der thermoakustische Anregungsmechanismus (Abb. 1.1) wird bei passiver Steuerung in der Regel durch eine modifizierte Brennstoffzufuhr beeinflusst [213]. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Verzugszeit zwischen Eindüsung und Wärmefreisetzung, die das Resonanzverhalten des Systems bestimmen kann [13, 97]. Die Anpassung der Verzugszeit aller Injektoren kann ein Verbrennungssystem ebenso stabilisieren [13] wie der gleichzeitige Einsatz von Injektoren mit unterschiedlichen Verzugszeiten [148]. Ferner kann ein verändertes dynamisches Verhalten der Injektoren oder der Brennstoffzufuhr stabilisierend wirken. Eine weitere Möglichkeit die Brennstoffzufuhr passiv zu steuern ist über einen Pilotbrenner. Dabei wirkt sich eine fette, d.h. eine brennstoffreiche, Verbrennung des Pilotbrenners positiv auf die Stabilität des Systems aus [97].

Industrielle Verbrennungssysteme werden heutzutage hauptsächlich durch passive Verfahren stabilisiert [23, 213]. Diese sind jedoch nur für wenige Betriebspunkte ausgelegt. Im Gegensatz dazu bieten aktive Verfahren die Möglichkeit u.a. auf veränderte Umgebungsbe-

dingungen, Brennstoffzusammensetzungen oder Maschinenverschleiß automatisch zu reagieren [214]. Dadurch kann eine Erweiterung des Betriebsbereichs erreicht werden, die zu höherer maximaler Leistung, höherer Brennstoffflexibilität und geringerem Wartungsaufwand führen kann [29, 156, 214].

Bei aktiver Stabilisierung von thermoakustischen Schwingungen besteht die Möglichkeit sowohl den thermoakustischen Anregungs- als auch den Rückkopplungsmechanismus (Abb. 1.1) zu stören, um das Resonanzverhalten zu beeinflussen. Letzteres kann über das Einbringen akustischer Druckwellen mithilfe von Lautsprechern erfolgen, die zu destruktiver Interferenz mit der thermoakustischen Schwingung führen [127, 193]. Für technisch relevante Systeme müsste bei dieser Methode die vom Lautsprecher eingebrachte Leistung jedoch sehr hoch sein [95]. Da sich das technisch nicht realisieren lässt, wird bei aktiver Steuerung typischerweise die Brennstoff- oder Luftzufuhr als Stellgröße verwendet [18, 29, 213, 257]. Dies beeinflusst den thermoakustische Anregungsmechanismus wodurch ein Resonanzverhalten vermieden werden kann. Ein häufig verwendeter Ansatz bei industriellen Systemen ist die Modulation der Brennstoffzufuhr mit der thermoakustischen Frequenz der Brennkammer [95, 110, 188]. Durch eine gezielte Steuerung des Phasenverzugs zwischen der Brennstoff- und Druckschwingung wird die thermoakustische Schwingung unterdrückt und der Betriebsbereich deutlich vergrößert.

Die aktive Steuerung thermoakustischer Instabilitäten stellt hohe Anforderungen an die verwendete Steuerungstechnik [95, 214]. Die Aktuatoren müssen den Brennstoff- oder Luftstrom bei einer unter Umständen hohen Frequenz mit genau definierter Amplitude und Phasenverzug modulieren. Dabei muss eine ausreichende Zuverlässigkeit der Aktuatoren sichergestellt werden um den Wartungszyklus des Gesamtsystems nicht zu verkürzen. Wird darüber hinaus ein Signal aus der Brennkammer als Eingangsgröße für die Steuerung verwendet, muss das Übertragungsverhalten vom Eingangssignal zur Modulation bestimmt werden. Dies stellt ebenfalls eine Schwierigkeit bei aktiver Steuerung dar [95, 188]. Aufgrund dieser Schwierigkeiten wird eine aktive Steuerung bei industriellen Gasturbinen bisher nur vereinzelt oder nur als Sicherheitseinrichtung beim Auftreten unerwarteter Schwingungen eingesetzt [236].

1.3. Stand der Technik

Zur Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten in der industriellen Praxis werden heutzutage hauptsächlich lineare Netzwerkmodelle (Kap. 1.2.2) verwendet [226]. Die Modelle basieren auf den Arbeiten von L. Crocco [39, 40], der frühzeitig thermoakustische Schwingungen in einzelne Kopplungsmechanismen (Kap. 1.2.1) zerlegte und diese als eindimensionale Phänomene mithilfe von analytischen Transfermatrizen beschrieb. Die Transfermatrizen transportieren die akustischen Variablen Druck und Geschwindigkeit, Riemann Invarianten oder

konvektive Wellen [226]. D. Bohn und E. Deuker [20] fassten die Transfermatrizen zu einem Netzwerk zusammen. Durch lineare Stabilitätsanalysen der so entstehenden Netzwerke lassen sich Frequenzen und Anregungsraten thermoakustischer Instabilitäten vorhersagen.

Netzwerkmodelle wurden seit der Einführung insbesondere durch drei Erweiterungen entscheidend verbessert. Erstens können die Transfermatrizen der Netzwerkelemente genauer bestimmt werden indem sie nicht wie ursprünglich analytisch [39, 165], sondern experimentell [38, 186, 187] oder mithilfe numerischer Simulationen [47, 198] gewonnen werden. Zweitens verbessert die Berücksichtigung nicht-linearer Elemente die Berechnung der Limit-Cycle Amplitude [52, 53, 124, 186, 232]. Eine Vorhersage der Limit-Cycle Amplitude war mit der anfänglich linearisierten Stabilitätsanalyse gar nicht möglich (Kap. 1.2.2). Drittens wurden Netzwerkmodelle für thermoakustische Instabilitäten mit umlaufenden oder radialen Moden eingeführt [59, 197], womit die Annahme eindimensionaler Netzwerkelemente teilweise aufgehoben wurde. Die erweiterten Netzwerkmodelle unterliegen aber auch heutzutage weiterhin wesentlichen Einschränkungen. So können mehrdimensionale Effekte in Verbrennungssystemen nur eingeschränkt berücksichtigt werden [226]. Beispielsweise wird eine kompakte, d.h. eindimensionale, Flamme vorausgesetzt. Darüber hinaus wird zur Berechnung der Limit-Cycle Amplitude die nicht-lineare Flammentransferfunktion benötigt, deren genaue Bestimmung auch mit experimentellen oder CFD Methoden sehr schwierig ist [96, 185].

Eine Alternative zu Netzwerkmodellen für die Berechnung thermoakustischer Phänomene stellen mehrdimensionale, numerische Verbrennungssimulationen auf der Basis von CFD Verfahren dar. Dabei können alle an einer thermoakustischen Instabilität beteiligten physikalischen Prozesse räumlich und zeitlich aufgelöst werden [255]. Jedoch steigen mit der Auflösung einer CFD Simulation auch die erforderlichen Computerressourcen. Beispielsweise ist eine vollständige Auflösung aller turbulenten Skalen mit einer Direkten Numerischen Simulation (DNS) turbulenter Verbrennung derzeit und mindestens auch mittelfristig für technisch relevante Systeme nur in Ausnahmefällen möglich [30]. DNS Verbrennungssimulationen werden heutzutage noch für vereinfachte Rechengebiete und Strömungen mit kleinen Reynoldszahlen durchgeführt wie beispielsweise von [32, 252, 275].

Durch Modellierung turbulenter Skalen lässt sich der Rechenaufwand einer CFD Simulation deutlich verringern. Werden nur die energiereichen turbulenten Skalen aufgelöst, d.h. die kleinsten Skalen werden modelliert, so ergibt sich eine Large-Eddy Simulation (LES) [202, 224]. LES Methoden werden seit ungefähr zwei Jahrzehnten für Verbrennungssimulationen eingesetzt, wobei noch viele Fragen offen sind [30, 191]. Beispielsweise publizierte S. Menon [160] im Jahr 1991 LES Ergebnisse zu einer Ramjet-Brennkammer, wobei aber sehr vereinfachend eine achsensymmetrische Strömung angenommen wurde. Mittlerweile werden LES aber auch für technisch relevante Systeme ohne vereinfachte Geometrie eingesetzt. Zum

Beispiel wurden LES zur Untersuchung der Verbrennung in Gasturbinenbrennkammern von Eggenpieler und Menon [57] und Kim et al. [120] sowie in Modellbrennkammern von di Mare et al. [50] und Roux et al. [221] verwendet. Weitere Beispiele zu LES Simulationen von technisch relevanten Verbrennungssystemen sind außerdem in [3, 73, 96, 230, 235, 273] zu finden.

Für industrielle Anwendungen sind LES Methoden derzeit meistens noch zu aufwendig. Zur weiteren Reduktion der eingesetzten Computerressourcen kann ein im Vergleich zu LES größerer Anteil der turbulenten Skalen mithilfe instationärer Reynolds-Averaged Navier-Stokes (URANS) Simulationen modelliert werden [195]. Dabei werden neben den kleinsten turbulenten Skalen ebenfalls energiereiche Skalen anteilig modelliert. Somit können erfahrungsgemäß großskalige kohärente Strukturen mithilfe einer URANS Simulation direkt aufgelöst werden [176]. Aufgrund des höheren Modellierungsanteils sind URANS Simulation sehr effizient, jedoch sind die Ergebnisse oftmals ungenauer als bei einer LES [109]. Deshalb wurden in den letzten zehn Jahren hybride Verfahren entwickelt, die LES und URANS Methoden vereinen [75, 164, 220, 243]. Dabei wird in Bereichen hoher räumlicher Auflösung LES eingesetzt. In Bereichen unzureichender Auflösung für LES wird eine URANS Methode verwendet. Durch diesen Ansatz lassen sich die benötigten Computerressourcen im Vergleich einer vollständigen LES stark verringern und gleichzeitig auch eine hohe Genauigkeit erzielen [109, 243]. Ein detaillierter Überblick zu hybriden RANS/LES Verfahren wurde von J. Fröhlich und D. von Terzi [75] veröffentlicht.

Zu den hybriden RANS/LES Methoden zählen beispielsweise Detached Eddy Simulationen (DES) [243], zonal RANS-LES [219, 220] und Scale Adaptive Simulationen (SAS) [164]. Auch wenn diese hybriden Verfahren bereits in vielen technischen Bereichen erfolgreich eingesetzt wurden [58], sind sie bisher nur für wenige Verbrennungssimulationen verwendet worden. DES wurde im Jahr 2007 von Choi et al. [33] für eine Ramjet-Brennkammer eingesetzt. Erste SAS Ergebnisse zur Verbrennung in Modellbrennkammern wurden in den Jahren 2009 von Widenhorn et al. [270, 271] und 2011 von Di Domenico et al. [49] publiziert. Weitere Beispiele von SAS Verbrennungssimulationen sind in [64, 65, 144, 147, 208, 209, 269] zu finden.

Thermoakustischen Instabilitäten können durch großskalige Wirbelstrukturen oder Mischungsinhomogenitäten verursacht werden (Kap. 1.2.1). Darüber hinaus können die Flammenposition und die Verbrennungsintensität eine entscheidende Rolle bei thermoakustischen Schwingungen spielen. Da diese physikalischen Phänomene mit LES Methoden sehr genau berechnet werden können [34], wurden bisher zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten mit CFD hauptsächlich LES Methoden verwendet. Dazu zählen die folgenden Beispiele. Angelberger et al. [3] untersuchten 1998 Verbrennungsinstabilitäten einer vorgemischten Flamme. Schmitt et al. [230] analysierten die Wechselwirkung zwischen thermoakustischen Instabilitäten und NO_x Emissionen einer Gasturbinenbrennkammer unter Hochdruck. Franzelli

et al. [73] zeigten den Einfluss von Mischungsinhomogenitäten auf thermoakustische Schwingungen einer drallstabilisierten Flamme in einer Modellbrennkammer. Weitere Beispiele zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten mit LES Methoden sind in [102, 160, 221, 273] zu finden.

Eine Analyse thermoakustischer Schwingungen wurde aber in Einzelfällen auch mit den deutlich effizienteren URANS Methoden erfolgreich durchgeführt. Beispielsweise untersuchten Cannon et al. [31] die Instabilität einer vorgemischten Flamme und zeigten dabei, dass für diesen Testfall LES im Vergleich zu URANS keinen Gewinn an Genauigkeit darstellt. URANS Methoden wurden ebenfalls von Toffolo et al. [255] zur Vorhersage thermoakustischer Schwingungen eingesetzt. Im Vergleich dazu wurden hybride RANS/LES Verfahren bisher nur selten für thermoakustische Analysen verwendet. Lourier et al. [147] untersuchten im Jahr 2013 die Instabilität einer drallstabilisierten Flamme erstmals mithilfe einer SAS.

Bei thermoakustischen Instabilitäten werden die Eigenmoden eines Verbrennungssystems durch instationäre Wärmefreisetzung angeregt (Kap. 1.2.1). Die Eigenmoden wiederum hängen u.a. von den akustischen Randbedingungen des Verbrennungssystems ab. Dies wurde beispielsweise von Hield und Brear [98] experimentell gezeigt. Für eine genaue numerische Berechnung thermoakustischer Instabilitäten müssen somit die korrekten Reflexionseigenschaften, d.h. Impedanzen, an den Rändern des Rechengebiets aufgeprägt werden. Allerdings wurde ursprünglich in CFD Simulationen eine der akustischen Variablen, d.h. Druck oder Geschwindigkeit, an den Rändern als konstant betrachtet [63]. Daraus ergibt sich eine vollständige Reflexion akustischer Wellen an der Begrenzung des Rechengebiets [121]. Falls diese Reflexionen nicht im untersuchten physikalischen System auftreten, ergeben sich unphysikalisch reflektierte Wellen. Diese verfälschen zum einen die Lösung im Rechengebiet [153, 195] und zum anderen beeinflussen sie die Eigenmoden des Systems [231]. Um unphysikalische Reflexionen zu vermeiden wurden akustisch schwach reflektierende Randbedingungen entwickelt [35]. Dazu zählen Perfectly Matched Layer (PML) [14, 101, 250], Sponge Layer [19, 107, 153] und charakteristische Randbedingungen [85, 196, 251].

Während PML und Sponge Layer die Reflexionen an den CFD Rändern nur minimieren können, ermöglichen charakteristische Randbedingungen zusätzlich das akustische Reflexionsverhalten zu steuern. Wie Selle et al. [235] zeigten, entsprechen die von Poinsot und Lele [196] entwickelten charakteristischen Randbedingungen einem Tiefpass-Filter, dessen Übertragungsfunktion über einen freien Parameter angepasst werden kann. Jedoch sind die Randimpedanzen bei Verbrennungssimulationen nur in Sonderfällen als Tiefpass-Filter darstellbar [268]. Allgemeiner Impedanzen lassen sich über Impedanzrandbedingungen in CFD Simulationen realisieren, wie im Jahr 2008 gleichzeitig von Widenhorn et al. [268, 269] und Huber et al. [104] erstmalig am Beispiel akademischer Testfälle gezeigt wurde.

Zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten in technischen Systemen mit CFD Methoden wurden bis heute hauptsächlich Randbedingungen mit konstanten akustischen Variablen oder charakteristische Randbedingungen verwendet wie beispielsweise von [3, 73, 102, 221, 230]. Dabei wurden die CFD Gebiete so gewählt, dass die Impedanz an den Rändern durch die jeweils verwendete Randbedingung erfüllt werden konnte. Beispielsweise erweiterten Franzelli et al. [73] das Rechengebiet über den Auslass einer Brennkammer hinaus und berechneten damit einen Teil der Strömung in der umgebenden Atmosphäre. An den so entstehenden Atmosphärenrändern kann die Impedanz mit charakteristischen Randbedingungen realisiert werden. Eine solche Erweiterung des Rechengebiets ist allerdings in vielen Fällen nicht möglich und erhöht darüber hinaus die benötigten Computerressourcen.

1.4. Zielsetzung und Aufgabenstellung

Im folgenden Abschnitt werden zunächst die Ziele der vorliegenden Arbeit abgeleitet und schließlich die entsprechende Aufgabenstellung festgelegt. Im vorherigen Kapitel wurde der Stand der Technik zur Vorausberechnung thermoakustischer Schwingungen aufgezeigt. Zusammenfassend werden dazu heutzutage vorzugsweise entweder Netzwerkmodelle oder LES Verbrennungssimulationen eingesetzt. In der industriellen Praxis werden hauptsächlich Netzwerkmodelle aufgrund ihrer hohen Effizienz, d.h. ihrem geringen Bedarf an Computerressourcen, verwendet. Allerdings beinhalten diese Modelle immer starke Vereinfachungen der zugrunde liegenden physikalischen Prozesse und damit einhergehend große Unsicherheiten. LES Methoden haben im Gegensatz dazu einen sehr hohen Bedarf an Computerressourcen, bieten dafür aber die Möglichkeit die an einer thermoakustischen Schwingung beteiligten physikalischen Prozesse sehr genau aufzulösen. Einen Kompromiss stellen hybride LES/RANS Verfahren dar. Sie bieten in ausgewählten Bereichen den hohen Detaillierungsgrad einer LES bei deutlich geringerem Ressourcenbedarf. Da diese bisher aber noch nicht für thermoakustische Schwingungen eingesetzt wurden, ist das erste Ziel dieser Arbeit ein hybrides LES/RANS Verfahren zur Vorhersage thermoakustischer Schwingungen einzusetzen.

Bei LES Verbrennungs- und Akustiksimulationen besteht eine große Disparität der Zeit-, Längen und Energieskalen. Die Zeit- und Längenskalendisparitäten führen zu numerischen Konvergenzproblemen, die eine effiziente Lösung des zugrunde liegenden Gleichungssystems verhindern. Darüber hinaus gehen Energieskalendisparitäten zu Lasten der Genauigkeit akustischer Prozesse. Daraus ergibt sich als zweites Ziel dieser Arbeit, die Auswahl und Weiterentwicklung eines numerischen Lösungsverfahrens, das trotz der Skalendisparitäten effizient ist und gleichzeitig akustische Prozesse genau berechnet.

Die Genauigkeit der Vorhersage akustischer Prozesse hängt zum einen vom eingesetzten numerischen Lösungsverfahren ab, das die Genauigkeit der Wellenausbreitung im numerischen

Rechengebiet bestimmt. Darüber hinaus spielt die Modellierung der akustischen Eigenschaften an den Rändern des Rechengebiets eine entscheidende Rolle. Künstliche Reflexionen können das Simulationsergebnisse verfälschen. Außerdem hängen die Eigenmoden eines Systems von den Randbedingungen ab. Bei thermoakustischen Schwingungen werden Eigenmoden eines Verbrennungssystems angeregt. Für eine genaue Berechnung einer thermoakustischen Schwingung müssen somit zunächst einmal die zugrunde liegenden Eigenmoden genau modelliert werden. Entsprechend ist das dritte Ziel dieser Arbeit, numerische Randbedingungen zu verwenden, die eine Modellierung akustischer Eigenschaften in LES Verbrennungssimulationen erlauben.

Aus den genannten Zielen ergibt sich die Aufgabenstellung dieser Arbeit. Zunächst soll ein numerisches Lösungsverfahren mit akustischen Randbedingungen entwickelt werden, welches eine genaue und effiziente Vorausberechnung thermoakustischer Schwingungen in technisch relevanten Verbrennungssystemen ermöglicht. Das Verfahren soll in die CFD Software THETA (Turbulent Heat Release Extension of the Tau Code) [48] des DLR Instituts für Verbrennungstechnik implementiert und die gewünschten Eigenschaften anhand von Testfälle demonstriert werden. In einem Testfall wird die Entstehung von indirektem Verbrennungslärm in einer subsonischen Düse untersucht. In einem weiteren Testfall wird die thermoakustische Instabilität in einer drall-stabilisierten Brennkammer mithilfe eines hybriden LES/RANS Modells simuliert und analysiert. Die Ergebnisse dieser Arbeit zu diesen Testfällen sollen mithilfe experimenteller und numerischer Daten aus der Literatur validiert werden.

2. Modellierung reaktiver Strömungen

Bei numerischen Verbrennungssimulationen werden gemittelte Bilanzgleichungen gelöst. Diese enthalten ungeschlossene Turbulenz- und Verbrennungsterme, die modelliert werden. Im Folgenden werden zunächst die Bilanzgleichungen, deren Mittelung sowie die Modellierung der Turbulenz- und Verbrennungsterme diskutiert.

2.1. Bilanzgleichungen

Die Bilanzgleichungen der Masse, des Impuls, der Enthalpie und der Gaskomponenten lauten in Einstein-Notation [82, 195]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_j) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho h u_i) = \frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho Y_k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \right) + \omega_k \quad (2.4)$$

Dabei ist ρ die Dichte, u die Geschwindigkeit, h die Enthalpie, Y_k der Massenbruch der Gaskomponente k , q der Wärmefluss, $\tau_{i,j}$ der Gesamtspannungstensor, D_k der Komponentendiffusionskoeffizient und ω_k der Komponentenquellterm.

Die Enthalpie wird in dieser Arbeit als Summe aus thermischer Enthalpie und Bildungsenthalpie berechnet

$$h = \int_{T_0}^T c_p dT + \sum_{k=1}^{N_k} \Delta h_{f,k}^0 Y_k \quad (2.5)$$

wobei T die Temperatur, c_p die Wärmekapazität, $h_{f,k}^0$ die Standardbildungsenthalpie der Komponente k , T_0 die Standardtemperatur und N_k die Anzahl der Komponenten sind [195]. Der Wärmefluss in der Enthalpiegleichung (2.3) wird mithilfe des Fourierschen Gesetzes zu

$$q_i = \lambda_q \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.6)$$

$$= \frac{\lambda_q}{c_p} \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (2.7)$$

berechnet, wobei λ_q die Wärmeleitfähigkeit ist. Des Weiteren wird ein ideales Gas angenommen

$$p = \rho \mathcal{R} T \sum_{k=1}^{N_k} \frac{Y_k}{M_k} \quad (2.8)$$

wobei \mathcal{R} die allgemeine Gaskonstante und M_k die molare Masse der Komponente k sind. Als Lösungsvektor des Gleichungssystems (2.1)-(2.8) wird

$$\phi = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_j \\ \rho h \\ \rho Y_k \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

gewählt. Das Gleichungssystem (2.1)-(2.8) ist geschlossen und kann nach dem Lösungsvektor ϕ numerisch gelöst werden. Aufgrund der Disparität der turbulenten Skalen einer Strömung ist eine direkte Lösung des Gleichungssystems jedoch mit einem erheblichen Bedarf an Computerressourcen verbunden. Deshalb wird das Gleichungssystem für die numerische Lösung zunächst gemittelt, wodurch die Disparität der aufgelösten Turbulenzskalen verringert wird. Dies wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

2.2. Turbulenzmodellierung

In turbulenten Strömungen überlagern sich Wirbel unterschiedlicher Größe [202, 215]. Die Wirbelgröße reicht von der integralen Längenskala bis hin zur Kolmogorov Längenskala, welche die kleinsten Wirbel charakterisiert. Die Disparität zwischen Kolmogorov und integralen Skalen kann zu

$$\frac{L_k}{L} = \text{Re}_t^{-3/4} \quad (2.10)$$

abgeschätzt werden [177, 212]. Dabei sind L_k das Kolmogorov Längenmaß, L das integrale Längenmaß und Re_t die turbulente Reynoldszahl. In Gasturbinenbrennkammern kann die Reynoldszahl am Diffusoreinlass Werte von $\mathcal{O}(10^5)$ oder sogar darüber annehmen [130]. Somit ergibt sich aus Gleichung (2.10) eine Disparität turbulenter Skalen in Gasturbinenbrennkammern von $\mathcal{O}(10^{-4})$ [109].

Nach der Theorie der Energiekaskade [215] wird nur Wirbeln der integralen Längenskala Energie zugeführt. Diese Wirbel sind instabil, zerfallen zu kleineren Wirbeln und übertragen damit Energie auf kleinere Skalen. Dieser Prozess setzt sich sukzessive fort bis zur kleinsten turbulenten Skala, der Kolmogorov Skala. Die kleinsten Wirbel werden durch viskose Prozesse dissipiert. Entsprechend der Theorie der Energiekaskade wird der Bereich der integralen Längenskalen Energiebereich und der Kolmogorov Skalen Dissipationsbereich genannt. Diese beiden Bereiche werden durch den Inertialbereich verbunden, indem weder Energie zugeführt noch dissipiert, sondern nur von größeren auf kleinere Skalen transferiert wird.

2.2.1. Favre Mittelung

Eine direkte Lösung der in Abschnitt 2.1 diskutierten Bilanzgleichungen (2.1)-(2.4), d.h. eine Direkte Numerische Simulation (DNS), löst alle turbulenten Skalen einer Strömung auf. Dazu muss die räumliche Auflösung der Simulation der kleinsten turbulenten Skala, d.h. der Kolmogorov Skala, angepasst werden. Jedoch steigt mit der räumlichen Auflösung einer Simulation der Bedarf an Computerressourcen mindestens kubisch an. Aufgrund dieses hohen Ressourcenbedarfs sind direkte Verbrennungssimulationen auf heutigen Computersystemen für technisch relevante Verbrennungssysteme praktisch nicht möglich [109, 192].

Zur Verringerung des Ressourcenbedarfs einer CFD Simulation können die Bilanzgleichung (2.1)-(2.4) z.B. Favre gemittelt werden

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij} - \widetilde{\bar{\rho} u_i'' u_j''}) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{h} \tilde{u}_i) = \frac{\overline{Dp}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_i} + \widetilde{\bar{\rho} u_i'' h''} \right) + \overline{\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{Y}_k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{Y}_k \tilde{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_k \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} + \widetilde{\bar{\rho} u_i'' Y_k''} \right) + \bar{\omega}_k \quad (2.14)$$

wobei $\bar{()}$ Reynolds-Mittelwerte, $\tilde{()}$ Favre-Mittelwerte, $()''$ Fluktuationsgrößen und DP/Dt die substantielle Ableitung sind [195]. Durch die Favre Mittelung treten die folgenden ungeschlossenen Terme auf [82, 195]:

- Reynoldsspannungen: $\widetilde{u_i'' u_j''}$,
- Reynolds Enthalpie- und Komponentenflüsse: $\widetilde{u_i'' h''}$ und $\widetilde{u_i'' Y_k''}$,
- Komponentenquellterm $\bar{\omega}_k$,

die zur Lösung des Gleichungssystems modelliert werden müssen. Die Berechnung des gemittelten Komponentenquellterms ist Gegenstand des Kapitels 2.3 dieser Arbeit. Die Modellierung der Reynoldsspannungen und -flüsse wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels diskutiert. Darüber hinaus werden in dieser Arbeit zur Lösung der Enthalpiegleichung (2.13) die höheren Momente der Mittelung der substantiellen Druckableitung und des viskosen Arbeitsterms vernachlässigt [195].

2.2.2. RANS Modell

In den gemittelten Bilanzgleichungen (2.11)-(2.14) treten ungeschlossene Terme auf, u.a. die Reynoldsspannungen. Bei RANS Modellen werden die Reynoldsspannungen mithilfe der Wirbelviskositätshypothese (Hypothese von Boussinesq) geschlossen

$$\widetilde{\bar{\rho} u_i'' u_j''} = -\mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} \right) + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (2.15)$$

wobei μ_t die turbulente Viskosität, k die turbulente kinetische Energie und δ_{ij} das Kronecker-Delta sind [195]. Somit reduziert sich die Modellierung der Reynoldsspannungen bei RANS Modellen auf die Berechnung der turbulente Viskosität [202]. Zur Bestimmung der turbulenten Viskosität wiederum wurden in der Literatur eine Vielzahl von Modellen vorgeschlagen, beispielsweise von [9, 111, 162, 238, 242].

In dieser Arbeit wird das Shear Stress Transport (SST) k - ω Modell von F. R. Menter [161, 162] verwendet, welches das Standard k - ϵ [111] und das k - ω [272] Modell kombiniert. Das Standard k - ϵ Modell führt zu guten Ergebnissen in wandfernen Bereichen [109]. Jedoch muss im Allgemeinen in wandnahen Bereichen eine zusätzliche Dämpfungsfunktion für die turbulente Viskosität verwendet werden. Im Gegensatz dazu führt das k - ω Modell von D. C. Wilcox in wandnahen Bereichen zu einer sehr genauen Vorhersage des Geschwindigkeitsprofils ohne zusätzliche Dämpfungsfunktion, allerdings zu ungenauen Ergebnissen in wandfernen Bereichen. Im SST k - ω Modell wird aus diesen beiden Modellen jeweils der genauere Bereich

verwendet. Mithilfe von Blending-Funktionen wird das Standard k - ϵ in wandfernen und das k - ω Modell in wandnahen Bereichen eingesetzt. Dazu werden zwei Bilanzgleichungen

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} \tilde{k} \tilde{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + C_{k1} \mu_t) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_i} \right] + \mathcal{P} - C_{k2} \rho k \omega \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\omega}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} \tilde{\omega} \tilde{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + C_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_i} \right] + \frac{C_{\omega 3}}{\nu_t} \mathcal{P} + C_{\omega 2} \rho \omega^2 + 2\rho(1 - F_1) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

für die turbulente kinetische Energie k und die spezifische Dissipation pro kinetischer Energie ω gelöst [161]. Dabei ist \mathcal{P} ein Produktionsterm, F_1 eine Blending-Funktion und C_i Modellkonstanten, deren Berechnung ausführlich in [109, 161] beschrieben wird.

Aus der turbulenten kinetischen Energie und der spezifischen Dissipation wird die turbulente Viskosität

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho k}{\max(C_\mu \omega, \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} F_2)} \quad (2.18)$$

bestimmt [161]. Dabei ist C_μ eine Modellkonstante, $S_{i,j}$ der Schubspannungstensor und F_2 eine Blending-Funktion. Mithilfe der Gleichung (2.18) wird zunächst die turbulente Viskosität μ_t berechnet. Diese wird wiederum zur Bestimmung der Reynoldsspannungen nach Gleichung (2.15) der gemittelten Impulsgleichung (2.12) verwendet.

2.2.3. Hybrides LES/RANS Modell

Bei LES Methoden wird im Vergleich zu RANS Methoden ein Teil des Turbulenzspektrums direkt aufgelöst (Abb. ??). Die LES Filterweite liegt im Bereich der räumlichen Auflösung, d.h. der numerischen Gitterweite. Oftmals wird sogar die Gitterweite als Filterweite verwendet [109]. Daraus ergibt sich, dass bei LES nur turbulente Strukturen modelliert werden, die im Bereich der numerischen Gitterweite liegen. Die Modellierung erfolgt bei LES durch sogenannte Subgrid Scale (SGS) Modelle.

In der Literatur wurden eine Vielzahl an SGS Modellen vorgeschlagen [202, 225]. Eine Möglichkeit stellt die Modellierung in Anlehnung an RANS Modelle mithilfe der Wirbelviskositätshypothese dar. Dabei vereinfacht sich die Modellierung der SGS Turbulenzterme auf die Berechnung der turbulenten Viskosität. Bei diesem Ansatz nehmen die gemittelten Bilanzgleichungen die gleiche Form für LES und RANS Simulationen an. Diese Eigenschaft lässt sich für Hybride LES/RANS Verfahren nutzen. Dabei wird die turbulente Viskosität innerhalb eines Rechengebiets in Abhängigkeit bestimmter Kriterien entweder aus einem RANS oder einem SGS Modell berechnet. So entsteht ein hybrides Verfahren, das die Turbulenz

in bestimmten Gebieten als LES modelliert. In den verbleibenden Gebieten entsteht eine URANS Lösung.

Hybride LES/RANS Verfahren bieten zwei entscheidende Vorteile gegenüber LES. Erstens ist die Anwendung von LES Verfahren bei industriellen Verbrennungssystemen aufgrund des hohen Ressourcenbedarfs heutzutage nur eingeschränkt möglich. Mithilfe eines hybriden Verfahrens lassen sich die benötigten Ressourcen stark reduzieren [243]. Dies ergibt sich aus den weniger restriktiven Anforderungen hybrider Verfahren an die räumliche Auflösung. Zweitens erfordern LES Verfahren im Allgemeinen die Berücksichtigung einer Dämpfungsfunktion in wandnahen Bereichen [109]. Bei hybriden Verfahren wird die turbulente Viskosität in wandnahen Bereichen mithilfe des RANS Modells berechnet, bei dem einfache Wandfunktionen eingesetzt werden können.

In der vorliegenden Arbeit wird die SAS Methode [58, 161] als hybrides Verfahren verwendet. Dabei wird das in Abschnitt 2.2.2 beschriebene SST k - ω Modell als RANS Methode eingesetzt. Der Übergang zu einer LES Lösung wird durch einen zusätzlichen Anregungsterm in der ω -Gleichung (2.17)

$$F_{SST-SAS} = \max \left[C_{F1} k \mathbf{S}^2 \frac{L_t}{L_{vK}} - \frac{2}{C_{F2}} k \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (2.19)$$

erreicht [163]. Dabei sind C_{Fi} Modellkonstanten, $L_t = \sqrt{k}/\omega$ die turbulente Längenskala und L_{vK} die von Karman Längenskala. Der Übergang zwischen RANS und LES wird bei SAS maßgeblich durch die von Karman Längenskala L_{vK} gesteuert. Diese wird umso geringer desto instationärer eine Strömung wird [161]. In Bereichen hoher räumlicher Auflösung einer Simulation kann ein hoher Anteil der turbulenten Fluktuationen aufgelöst werden. Entsprechend sinkt die von Karman Längenskala und der Anregungsterm $F_{SST-SAS}$ (2.19) nimmt zu. Die verstärkte Anregung hat eine gesteigerte spezifische Dissipation ω zur Folge. Wie aus Gleichung (2.18) ersichtlich wird, bewirkt eine steigende Dissipation eine Verringerung der turbulenten Viskosität μ_t , d.h. die Bandbreite der aufgelösten Turbulenz steigt.

Zusammenfassend steigt mit der räumlichen Auflösung bei einer SAS gleichzeitig der Anteil der aufgelösten Turbulenz an. Bei einer ausreichenden Auflösung geht das Verfahren somit von einer RANS in eine LES Methode über. Ob die räumliche Auflösung für eine LES Lösung ausreicht, kann anhand von zwei Kriterien beurteilt werden. Zum einen wird das Verhältnis aus aufgelöster zu totaler turbulenter Energie

$$r_{KE} = \frac{\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}}{\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} + k} \quad (2.20)$$

und zum anderen aus turbulenter zu molekularer Viskosität

$$r_\mu = \frac{\bar{\mu}_t}{\bar{\mu}} \quad (2.21)$$

betrachtet. Nach S. B. Pope [201] soll bei einer LES das Verhältnis der turbulenten Energien 80 % übersteigen.

In der Praxis hat sich das Kriterium der turbulenten Energien bei hybriden Methoden jedoch oft nicht als hinreichend erwiesen [44]. Selbst wenn der Anteil der aufgelösten turbulenten kinetischen Energie den Schwellenwert von 80 % übersteigt, kann z.B. eine weitere Erhöhung der räumlichen Auflösung noch zu signifikant unterschiedlichen Ergebnissen führen. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit zusätzlich das Viskositätenverhältnis (2.21) als Kriterium zur Beurteilung der räumliche Auflösung verwendet [109]. Erfahrungsgemäß sollte das Verhältnis turbulenter zu molekularer Viskosität maximal Werte der Ordnung $\mathcal{O}(10^1)$ in Bereichen einer LES Lösung annehmen.

2.2.4. Gradienten Diffusions Modell

Wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wurde, treten in den gemittelten Bilanzgleichungen (2.13)-(2.14) ungeschlossene Reynolds Enthalpie- und Komponentenflüsse auf. Diese werden in der vorliegenden Arbeit mit dem Gradienten-Diffusions Modell [82,195] berechnet. In Anlehnung an molekularen, diffusiven Transport werden die Reynoldsflüsse proportional zum entsprechenden Skalargradienten angenommen:

$$\overline{\rho u_i'' h''} = -\frac{\lambda_t}{c_p} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_i} \quad (2.22)$$

$$\overline{\rho u_i'' Y_k''} = -\bar{\rho} D_{k,t} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

Dabei sind λ_t und $D_{k,t}$ die turbulente Wärmeleitfähigkeit und der turbulente Diffusionskoeffizient der k -ten Komponente. Diese Größen wiederum werden aus der turbulenten Prandtl- Pr_t und Schmidt-Zahl Sc_t als

$$\frac{\lambda_t}{c_p} = \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \quad (2.24)$$

$$\bar{\rho} D_{k,t} = \frac{\mu_t}{\text{Sc}_t} \quad (2.25)$$

berechnet. Die turbulente Viskosität μ_t ergibt sich aus den zuvor beschriebenen Turbulenzmodellen. Somit werden in Analogie zu den Reynoldsspannungen auch die Reynolds skalaren Flüsse mithilfe der turbulenten Viskosität modelliert. Dies beruht auf der experimentellen

Beobachtung, dass die Reynoldsflüsse bei einfachen, freien Scherschichten die gleiche Größenordnung aufweisen wie die entsprechenden molekularen, diffusiven, skalaren Flüsse [82, 109]. Darüber hinaus unterliegen die Kennzahlen Pr_t und Sc_t deutlich geringeren räumlichen und zeitlichen Schwankungen als λ_t und μ_t [82]. Somit werden diese näherungsweise als konstant zu $Pr_t = 0.7$ und $Sc_t = 0.7$ angenommen. Die Genauigkeit dieser Modellierung der Reynoldsflüsse wird ausführlich von [82, 109] diskutiert.

2.3. Verbrennungsmodellierung

Zur Simulation reaktiver Strömungen wird der Quellterm ω_k der Komponententransportgleichungen (2.4) modelliert. Dieser berücksichtigt die zeitliche Änderung des Massenbruchs der k -ten Komponente aufgrund chemischer Reaktionen [82, 195]. Bei Verbrennungsprozessen wird die chemische Umsetzung von Komponenten mithilfe von chemischen Reaktionsmechanismen beschrieben [82]. Eine detaillierte Beschreibung der Verbrennung von Wasserstoff umfasst beispielsweise ungefähr vierzig, von Methan mehrere hundert und von Dieseldieselkraftstoff mehrere tausend Reaktionsschritte [258, 263]. Darüber hinaus lassen sich reduzierte Mechanismen ableiten, die deutlich weniger Reaktionen umfassen können. Bei sehr starker Reduktion eines Reaktionsmechanismus laufen die durch die Reaktionsgleichungen beschriebenen Umwandlungen nicht notwendigerweise auch physikalisch auf molekularer Ebene ab. Im Grenzfall werden die Reaktionen als Globalreaktionen bezeichnet. Reduzierte Mechanismen erfordern bei CFD Anwendungen weniger Computerressourcen, allerdings geht die Reduktion im Allgemeinen auch mit einer Einschränkung des Gültigkeitsbereichs einher [82].

Wie zuvor in Kapitel 2.2 beschrieben, werden bei Verbrennungssimulationen gemittelte Bilanzgleichungen gelöst. Aufgrund der Mittelung wird dabei auch der Komponentenquellterm als Reynolds-Mittel berechnet. Die einfachste Modellierung des gemittelten Quellterms besteht in der Vernachlässigung aller höheren Momente, d.h. der Quellterm wird aus gemittelten Größen berechnet. Bei diesem Ansatz wird jedoch die Wechselwirkung zwischen Turbulenz und Chemie vernachlässigt, deshalb spricht man dabei von laminarer Chemie. Bei der Modellierung turbulenter Chemie ist es im Allgemeinen nicht möglich, höhere Momente zu vernachlässigen, da diese signifikant sein können [82]. Deshalb wird dazu eine Modellierung mithilfe von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (PDF) verwendet. Im Folgenden werden sowohl Modelle für laminare als auch für turbulente Chemie diskutiert. Ein weiterführende Diskussion der Modellierung laminarer und turbulenter Chemie findet sich in [82].

2.3.1. Finite-Rate Chemistry Modell

In diesem Abschnitt wird die Modellierung des gemittelten Komponentenquellterms $\bar{\omega}_k$ für laminare Chemie dargestellt. Ein Reaktionsschritt r eines Mechanismus wird durch



beschrieben [82, 263], wobei ν'_{kr} und ν''_{kr} die Stöchiometrikoeffizienten der Komponente k in Reaktion r sind und \mathcal{M}_k für die Komponente k steht. Die Geschwindigkeit einer Elementarreaktion wird durch deren Reaktionsrate bestimmt [48, 263]:

$$\overline{RR}_r^{FRC} = \bar{k}_{fr} \prod_{k=1}^{N_k} \bar{c}_k^{\nu'_{kr}} - \bar{k}_{br} \prod_{k=1}^{N_k} \bar{c}_k^{\nu''_{kr}} \quad (2.27)$$

Dabei ist $c_k = \rho Y_k / M_k$ die Konzentration der Komponente k und k_{fr} und k_{br} die Vorwärts- und Rückwärtsgeschwindigkeitskoeffizienten der Reaktion r . Die Geschwindigkeitskoeffizienten werden mithilfe des Arrhenius-Ansatzes [82]:

$$\bar{k}_r = A_r \bar{T}^{n_r} \exp\left(-\frac{E_r}{\mathcal{R}\bar{T}}\right) \quad (2.28)$$

berechnet. Wobei A_r der Arrhenius Vorfaktor, n_r der Arrhenius Temperaturexponent und E_r die Aktivierungsenergie sind. Der Reynolds gemittelte Quellterm der Komponententransportgleichung (2.4) wird schließlich als Summe über alle Reaktionen zu

$$\bar{\omega}_k^{FRC} = M_k \sum_{r=1}^{N_r} (\nu''_{kr} - \nu'_{kr}) \overline{RR}_r^{FRC} \quad (2.29)$$

bestimmt, wobei N_r die Anzahl der Reaktionen ist [82]. Der Quellterm wird maßgeblich durch die chemischen Reaktionsraten \overline{RR}_r bestimmt. Bei Verbrennungsprozessen können Reaktionen sehr schnell ablaufen, deshalb wird bei bestimmten Verbrennungsmodellen näherungsweise eine unendliche Geschwindigkeit angenommen [82, 112]. Bei der Modellierung nach Gleichung (2.29) wird diese Näherung nicht verwendet und entsprechend wird der Quellterm durch endliche Reaktionsraten bestimmt. Demzufolge wird die Modellierung nach Gleichung (2.29) Finite-Rate Chemistry (FRC) Ansatz genannt.

Wie aus Gleichungen (2.27)-(2.29) hervorgeht, ist der Komponentenquellterm eine stark nicht-lineare Funktion der Temperatur T und der Konzentrationen C_k . Diese beiden Variablen können zwar aus dem in Abschnitt 2.1 gewählten Lösungsvektor ϕ berechnet werden, aber

aufgrund der nicht-linearen Beziehung ist eine direkte Implementierung in eine CFD Software nur mit einer expliziten Diskretisierung möglich. Bei einer expliziten Diskretisierung muss für eine stabile Simulation der Zeitschritt an die kleinste chemische Skala angepasst werden [92]. Da die chemischen Zeitskalen bei Verbrennungsprozessen sehr klein sein können, ist dies im Allgemeinen mit einem sehr hohen Bedarf an Computerressourcen verbunden [48, 82]. Somit ist eine direkte Implementierung des Komponentenquellterms nicht sinnvoll.

Um die Zeitschrittlimitierung zu umgehen kann der Quellterm in Hinblick auf den Lösungsvektor linearisiert werden [48, 82, 112]. Dies erlaubt eine implizite Implementierung des Quellterms. Die maximale Zeitschrittgröße für eine stabile Simulation orientiert sich dann an der Steifigkeit des Reaktionsmechanismus, die durch die Disparität der chemischen Zeitskalen bestimmt wird. Somit hängt der numerische Zeitschritt bei einer impliziten Implementierung des Komponentenquellterms nicht mehr von der kleinsten chemischen Zeitskala, sondern vom Verhältnis der größten und kleinsten Skalen ab. Dies ermöglicht deutlich effizientere Verbrennungssimulationen [82, 112].

2.3.2. Eddy-Dissipation Modell

In technischen Anwendungen wird Verbrennung fast ausschließlich in turbulenten anstatt laminaren Strömungen realisiert [190]. Dies ist auf folgende Gründe zurückzuführen. Zum einen werden durch Turbulenz die Mischungsprozesse und somit die Verbrennungseffizienz verbessert. Zweitens führt die starke Wärmefreisetzung der Verbrennung zu Strömungsinstabilitäten, die wiederum Transition von laminarer zu turbulenter Strömung begünstigen.

Verbrennung ist ein molekularer Prozess, deshalb kann sie nur ablaufen wenn Brennstoff und Oxidator im Bereich molekularer Längenskalen gemischt sind [151, 177, 190]. Entsprechend der turbulenten Energiekaskade (Kap. 2.2) kann turbulente Mischung als Kaskadenprozess von integralen zu molekularen Längenskalen betrachtet werden [190]. Unter der Annahme dass die chemischen Reaktionen deutlich schneller ablaufen als der Mischungsprozess, d.h. im Grenzwert unendlich schneller Reaktionen, wird die Geschwindigkeit der Verbrennung durch den Mischungsprozess gesteuert. In diesem Fall ist die Umsatzrate einer chemischen Komponente, d.h. der Komponentenquellterm in Gleichung (2.4), umgekehrt proportional zur charakteristischen turbulenten Zeitskala τ_t

$$\bar{\omega}_k \sim \frac{1}{\bar{\tau}_t} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} = \frac{1}{C_k \tilde{\omega}} \quad (2.30)$$

wobei ϵ die turbulente Dissipation und C_k eine Modellkonstante sind [244, 245]. In dieser Arbeit werden k - ω basierte Turbulenzmodelle verwendet (Kap. 2.2). Entsprechend wird die

turbulente Zeitskala τ_t über die spezifische Dissipation ω berechnet. Aus diesem Ansatz wird mit dem Eddy-Dissipation Modell (EDM) [151] die Reaktionsrate einer Reaktion r zu

$$\overline{RR}_r^{EDM} = \bar{\rho} C_1^{EDM} \frac{1}{\beta_k \tilde{\omega}} \min \left(\frac{\tilde{Y}_e}{\nu'_{e,r} M_e}, C_2^{EDM} \frac{\sum_p \tilde{Y}_p}{\sum_p \nu''_{p,r} M_p} \right) \quad (2.31)$$

berechnet [112]. Dabei sind Y_E und Y_P die Massenanteile der Edukte und Produkte und C_i^{EDM} Modellkonstanten. Für den ersten Term der Minimumfunktion wird der kleinste aller Edukte verwendet. Der Komponentenquellterm ergibt sich schließlich aus der Summe über alle Reaktionen zu:

$$\tilde{\omega}_k^{EDM} = M_k \sum_{r=1}^{N_r} (\nu''_{kr} - \nu'_{kr}) \overline{RR}_r^{EDM} \quad (2.32)$$

Das EDM überprüft ob eine Mischung mit Brennstoff- oder Oxidatorüberschuss, d.h. im fetten oder mageren Bereich, vorliegt. Da die chemischen Reaktionen als unendlich schnell angenommen werden, wird bei einer fetten Mischung der gesamte Oxidator und bei einer mageren Mischung der gesamte Brennstoff umgesetzt [112]. Bei diesem Ansatz können große Fehler entstehen wenn die Annahme unendlich schneller chemischer Reaktionen nicht erfüllt ist, d.h. wenn Nichtgleichgewichtseffekte auftreten [112]. In diesem Fall laufen die chemischen Reaktionen langsamer ab als die turbulente Mischung und entsprechend werden die Reaktionsraten von EDM überschätzt. Darüber hinaus wird bei EDM mithilfe der turbulenten Zeitskala eine mittlere Reaktionsrate abgeschätzt, die nur für Globalreaktionen gültig ist [151]. Die Reaktionsraten einzelner Zwischenprodukte können nicht berechnet werden. Entsprechend ist die Anwendung von EDM auf globale Reaktionsmechanismen beschränkt, d.h. Gleichung (2.32) zur Berechnung des EDM Komponentenquellterms ist nur für eine geringe Anzahl an Reaktionen ($N_r \leq 4$) gültig.

Die Geschwindigkeit der chemischen Reaktionen kann mithilfe des in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten FRC Modells berechnet werden. Die Überschätzung der Reaktionsraten bei EDM lässt sich somit durch eine Kombination mit dem FRC Modell beheben, indem beide Reaktionsraten berechnet und die jeweils geringere verwendet wird

$$\overline{RR}_r^{EDM/FRC} = \min(\overline{RR}_r^{EDM}, \overline{RR}_r^{FRC}) \quad (2.33)$$

dabei werden die Reaktionsraten für FRC und EDM mithilfe der Gleichungen (2.27) und (2.31) berechnet [112, 190].

2.3.3. Assumed-PDF Modell

In den vorangegangenen Abschnitten wurde der gemittelte Komponentenquellterm $\bar{\omega}_k$ vereinfachend aus gemittelten Variablen berechnet. Diese Annahme kann zu sehr großen Ungenauigkeiten führen [82]. Der Quellterm ist stark nicht-linear wie beispielsweise an Gleichung (2.27) zu erkennen ist. Deshalb gilt im Allgemeinen

$$\overline{\omega_k(\phi)} \neq \omega_k(\bar{\phi}) \quad (2.34)$$

wobei ϕ der Lösungsvektor der in Kapitel 2.1 vorgestellten Bilanzgleichungen ist [82]. Zur Modellierung des Quellterms bieten sich Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (PDF) an, mit denen der gemittelte Quellterm geschlossen berechnet werden kann

$$\overline{\omega_k(\phi)} = \int_{-\infty}^{\infty} \omega_k(\hat{\phi}) P(\hat{\phi}) d\hat{\phi} \quad (2.35)$$

wobei $P(\hat{\phi})$ die PDF der Zufallsvariable $\hat{\phi}$ ist [82]. Zur Bestimmung der PDF gibt es grundsätzlich zwei Ansätze. Zum einen kann mit einem Transported-PDF (TPDF) Ansatz die PDF des chemischen Gesamtsystems in jedem Punkt und zu jedem Zeitpunkt berechnet werden [51,66,67,200]. Dies erfordert allerdings einen sehr hohen Einsatz von Computerressourcen, sodass diese Verfahren heutzutage nur für akademische Testfälle möglich sind [16,82]. Insbesondere für die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Testfälle übersteigt ein TPDF Verfahren die derzeit verfügbare Rechenleistung bei weitem.

Als zweiter Ansatz kann die PDF in Gleichung (2.35) mit einem Assumed-PDF (APDF) Verfahren berechnet werden. Dabei wird die Form der PDF a-priori angenommen. Diese Annahme reduziert den Bedarf an Computerressourcen sehr deutlich, jedoch geht dies auch mit zusätzlichen Fehlern einher. Die Form der PDF wird im Allgemeinen durch die physikalisch-chemischen Prozesse der berechneten reaktiven Strömung bestimmt, die bei APDF durch eine vorgegebene Ansatzfunktion angenähert wird [82]. Im Hinblick auf den sehr hohen Bedarf an Rechenleistung für TPDF Verfahren, stellen APDF Methoden einen guten Kompromiss zwischen Effizienz und Genauigkeit dar [82]. Im Folgenden wird der in der vorliegenden Arbeit verwendete APDF Ansatz genauer beschrieben.

Zur Berechnung des gemittelten Komponentenquellterms nach Gleichung (2.35) wird der laminare Komponentenquellterm ω_k benötigt. Dieser wird mithilfe der in Kapitel 2.3.1 vorgestellten Finite-Rate-Chemistry (FRC) Methode berechnet:

$$\bar{\omega}_k^{APDF-FRC} = M_k \sum_{k=1}^{N_r} (\nu''_{kr} - \nu'_{kr}) \int_{-\infty}^{\infty} RR_k^{FRC}(\hat{\phi}) P(\hat{\phi}) d\hat{\phi} \quad (2.36)$$

Nach Gleichungen (2.27) und (2.28) ist die Reaktionsrate RR_k^{FRC} eine Funktion der Dichte ρ , der Temperatur T und des Komponentenvektors Y . In der vorliegenden Arbeit werden Strömungen bei kleinen Mach-Zahlen ($Ma < 0,3$) berechnet. In diesem Mach-Zahl Bereich kann die Dichte vereinfachend als abhängige Variable der Temperatur und der Komponenten angenommen werden. Somit wird keine PDF für die Dichte zur Berechnung des gemittelten Quellterms in dieser Arbeit verwendet. Des Weiteren wird statistische Unabhängigkeit zwischen der Temperatur und dem Komponentenvektor angenommen [82]. Dies grobe Näherung vereinfacht die Berechnung der gesamten PDF, da diese als Produkt der PDFs statistisch unabhängiger Variablen geschrieben werden kann. Somit ergibt sich die gemittelte Reaktionsrate zu:

$$\overline{RR}_k^{APDF-FRC} = \int_{-\infty}^{\infty} RR_k^{FRC}(\hat{T}, \hat{Y}) P(\hat{T}) P(\hat{Y}) d\hat{T} d\hat{Y} \quad (2.37)$$

Für die Temperatur-PDF wird eine abgeschnittene Gaußverteilung angenommen

$$P(\hat{T}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{T_0}} \exp\left(-\frac{(\hat{T} - \bar{T}_0)^2}{2\sigma_{T_0}^2}\right) \left[H(\hat{T} - T_{min}) - H(\hat{T} - T_{max}) \right] + C_{\delta 1} \delta(\hat{T} - T_{min}) + C_{\delta 2} \delta(\hat{T} - T_{max}), \quad (2.38)$$

wobei σ_{T_0} und \bar{T}_0 die Varianz und der Mittelwert der Temperatur-PDF, H die Heaviside-Funktion, δ der Dirac-Impuls und $C_{\delta i}$ Impulsstärken sind [141]. Eine Gaußverteilung ist für jede beliebige Temperatur $(-\infty, \infty)$ definiert. Jedoch ist nicht jeder Temperaturwert physikalisch sinnvoll. Die maximale Temperatur einer Flamme wird beispielsweise durch die adiabate Flammentemperatur begrenzt und die minimale Temperatur durch die Einströmbedingungen bestimmt. Deshalb ist die Temperatur-PDF (2.38) auf das Intervall $[T_{min}, T_{max}]$ begrenzt. Des Weiteren werden die Pulsstärken $C_{\delta i}$ aus der Normierungsbedingung der PDF bestimmt [82].

Die Varianz σ_{T_0} und der Mittelwert \bar{T}_0 der Temperatur-PDF entsprechen aufgrund des begrenzten Temperaturintervalls nicht der Varianz σ_T und dem Mittelwert \bar{T} des reaktiven Strömungsfeldes. Diese können aber aus den Größen des Strömungsfeldes iterativ berechnet werden [82]. Somit kann die Temperatur-PDF nach Gleichung (2.38) bestimmt werden, wenn der Mittelwert \bar{T} und die Standardabweichung σ_T der Temperatur des Strömungsfeldes bekannt sind. Für den Mittelwert der Temperatur wird vereinfachend der Favre-Mittelwert verwendet ($\bar{T} \approx \tilde{T}$) da dieser sehr einfach aus dem Favre gemittelten Lösungsvektor $\tilde{\phi}$ (Kap. 2.1)

bestimmt werden kann. Des Weiteren wird die Varianz der Temperatur σ_T über eine vereinfachte Bilanzgleichung bestimmt

$$\frac{\partial \bar{\rho} \sigma_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} \sigma_T \tilde{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \sigma_T}{\partial x_i} \right] + \underbrace{2 \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{\bar{\rho} C_T \frac{\sigma_T}{\tau_t}}_{\text{Dissipation}} \quad (2.39)$$

mit

$$\sigma_T = \widetilde{T'^2} \quad (2.40)$$

wobei C_T eine Modellkonstante ist [81,83]. Die Bilanzgleichung (2.39) der Temperaturvarianz enthält einen Produktions- und einen Dissipationsterm. Mit steigender turbulenter kinetischer Viskosität μ_t und steigendem Gradienten der gemittelten Temperatur nimmt die Produktion der Temperaturvarianz zu. Die Dissipation wird in Anlehnung an die Turbulenzmodellierung (Kap. 2.2) als Kaskadenprozess betrachtet. Die Temperaturvarianz zerfällt von großen in kleinere Strukturen, die dissipiert werden. Entsprechend ist der Dissipationsterm umgekehrt proportional zur turbulenten Zeitskala τ_t . Die Turbulenzgrößen in Gleichung (2.39) ergeben sich in der vorliegenden Arbeit aus den in Kapitel 2.2 diskutierten Turbulenzmodellen. Darüber hinaus wurde in Gleichung (2.39) die Wechselwirkung zwischen Temperaturfluktuationen und chemischen Quelltermen vernachlässigt [82].

Zur Berechnung des gemittelten Komponentenquellterms $\bar{\omega}_k$ wird nach Gleichung (2.37) die PDF der Komponenten $P(\hat{Y})$ benötigt. Dazu wird eine Beta-PDF für die Komponenten angenommen [82]. Da die Komponenten Y_k statistisch abhängig sind, handelt es sich dabei um eine multivariate Beta-PDF, die u.a. von den Kovarianzen der Komponenten abhängt [82]. Analog zur Bestimmung der Temperaturvarianz (Gl. (2.39)) können Bilanzgleichungen für die Kovarianzen gelöst und so die multivariate Komponenten-PDF berechnet werden. Jedoch steigt die Anzahl der Kovarianzen und damit der zusätzlichen Bilanzgleichungen quadratisch mit der Anzahl der Komponenten an. Dieser Ansatz zur Mittelung des Komponentenquellterms übersteigt heutige Computersysteme bei weitem. Deshalb wird für die Komponenten-PDF eine vereinfachte multivariate Beta-PDF angenommen, die nicht von den Varianzen und Kovarianzen aller Komponenten, sondern von der Summe der Komponentenvarianzen σ_Y abhängt [86]

$$P(\hat{Y}) = \frac{\Gamma\left(\sum_{k=1}^{N_k} \beta_k\right)}{\prod_{k=1}^{N_k} \Gamma(\beta_k)} \left[\delta \left(1 - \sum_{k=1}^{N_k} \bar{Y}_k \right) \prod_{k=1}^{N_k} \hat{Y}_k^{\beta_k - 1} \right] \quad (2.41)$$

mit

$$\Gamma(\beta_k) = \int_{t=0}^{\infty} t^{\beta_k-1} \exp(-t) dt \quad (2.42)$$

$$\beta_k = \bar{Y}_k \left(\frac{\sum_{k=1}^{N_k} \bar{Y}_k (1 - \bar{Y}_k)}{\sigma_Y} - 1 \right) \quad (2.43)$$

Somit kann die vereinfachte multivariate Beta-PDF aus den Mittelwerten der Komponenten \bar{Y}_k und der Summe der Komponentenvarianzen σ_Y bestimmt werden. Die Reynolds-Mittelwerte werden durch die entsprechenden Favre-Mittelwerte ($\bar{Y}_k \approx \tilde{Y}_k$) angenähert, die direkt aus dem Favre gemittelten Lösungsvektor $\tilde{\phi}$ (Kap. 2.1) bestimmt werden können. Außerdem wird zur Berechnung der Summe der Komponentenvarianzen σ_Y eine vereinfachte Bilanzgleichung gelöst

$$\frac{\partial \bar{\rho} \sigma_Y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} \sigma_Y \tilde{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial \sigma_Y}{\partial x_i} \right] \quad (2.44)$$

$$+ \underbrace{2 \frac{\mu_t}{Sc_t} \sum_{k=1}^{N_k} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{\bar{\rho} C_Y \frac{\sigma_Y}{\tau_t}}_{\text{Dissipation}} \quad (2.45)$$

mit

$$\sigma_Y = \sum_{k=1}^{N_k} \widetilde{T''^2} \quad (2.46)$$

wobei C_Y eine Modellkonstante ist [82]. In Analogie zur Bilanzgleichung der Temperaturvarianz, wird der Produktionsterm durch die Gradienten der mittleren Komponenten bestimmt. Für die Dissipation wird ebenfalls ein Kaskadenprozess angenommen, bei dem die Dissipation umgekehrt proportional zur turbulenten Zeitskala τ_t ist. Die Turbulenzgrößen μ_t und τ_t werden in dieser Arbeit entsprechend der Turbulenzmodellierung (Kap. 2.2) bestimmt.

3. Numerisches Lösungsverfahren

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Vorhersage thermoakustischer Instabilitäten in Verbrennungssystemen. Dazu werden gemittelte Bilanzgleichungen für reaktive Strömungen numerisch integriert. In dieser Arbeit wurde dafür ein Lösungsverfahren für die Bilanzgleichungen nichtreaktiver Strömungen aus der Literatur [168] ausgewählt, für reaktive Strömungen erweitert und in die DLR CFD Software THETA implementiert [147]. Dieses Lösungsverfahren für reaktive Strömungen wird im Folgenden vorgestellt.

3.1. Druckkorrekturverfahren

Zur Lösung des in Kapitel 2 vorgestellten Transportgleichungssystems wurden in der Literatur zwei unterschiedliche Verfahrenstypen entwickelt [192]. Dabei wird zwischen kompressiblen und näherungsweise inkompressiblen Strömungen unterschieden. Zur Berechnung kompressibler Strömungen wird das Transportgleichungssystem überwiegend gekoppelt gelöst und dabei die Dichte als unabhängige Lösungsvariable betrachtet [10, 150, 192]. Der Druck wird dann mithilfe der Zustandsgleichung aus der Dichte und der Energie berechnet [192]. Bei diesem Vorgehen handelt es sich um sogenannte Dichte-basierte Lösungsverfahren.

Im Fall kleiner Mach-Zahlen ($Ma \leq 0,3$) können Strömungen vereinfachend als inkompressible angenommen werden. Zur Berechnung inkompressibler Strömungen werden oftmals in einem ersten Schritt die Bilanzgleichungen nacheinander, d.h. sequentiell gelöst. Die Gleichungen sind jedoch beispielsweise aufgrund des konvektiven Terms über das Geschwindigkeitsfeld gekoppelt. Somit kann eine sequentielle Lösung nicht das gesamte Gleichungssystem erfüllen und ist deshalb nur eine Schätzung der gesuchten Lösung. Die Schätzung wird in einem zweiten Schritt korrigiert. Dazu wird oftmals eine Druckkorrektur berechnet, mit deren Hilfe alle Lösungsvariablen korrigiert werden. Bei diesen Verfahren handelt es sich um sogenannte Druck-basierte oder Druckkorrekturverfahren. Nach J. Kim und P. Moin [119] können darüber hinaus im Schätzungsschritt Terme der Transportgleichungen vernachlässigt werden, wenn sie dafür im Korrekturschritt berücksichtigt werden. In diesem Fall spricht man von Fractional-Step Verfahren.

Die Anwendungsbereiche der zuvor vorgestellten Verfahrenstypen wurden mittlerweile deutlich erweitert. Es wurden sowohl Dichte-basierte Verfahren für näherungsweise inkompressi-

ble Strömungen [175], als auch Druckkorrekturverfahren für kompressible Strömungen entwickelt [1, 192]. Letztere eignen sich insbesondere zur Berechnung von thermoakustischer Schwingungen in Gasturbinenbrennkammern, die in dieser Arbeit untersucht werden. Die Verbrennung in Gasturbinen läuft üblicherweise bei sehr kleinen Mach-Zahlen ab, bei denen Druckkorrekturverfahren effizienter sind [1]. Da ein inkompressibles Verfahren jedoch nicht die Berechnung von akustischen Prozessen erlaubt, muss dabei ein kompressibles Druckkorrekturverfahren eingesetzt werden.

Eines der Ziele der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines numerischen Lösungsverfahrens zur Berechnung thermoakustischer Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern, das trotz der Disparitäten von akustischen und hydrodynamischen Prozessen effizient und genau ist. Die Disparität zwischen akustischen und hydrodynamischen Prozessen wird durch die Mach-Zahl beschrieben. Mit sinkender Mach-Zahl steigt die Disparität. Die Verbrennung in Gasturbinen läuft üblicherweise bei sehr kleinen Mach-Zahlen ab. Wie zuvor beschrieben, stellen Druckkorrekturverfahren den effizientesten Verfahrenstyp zur Berechnung von Strömungen in diesem Mach-Zahl Bereich dar. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit ein kompressibles Druckkorrekturverfahren entwickelt und eingesetzt.

3.2. Semi-Implicit Characteristic Splitting Verfahren

In der Literatur [1, 93, 108, 114, 168, 211] wurden eine Vielzahl von kompressiblen Druckkorrekturverfahren entwickelt, die im Bereich kleiner Mach-Zahlen effizient sind. Neben der Effizienz ist eine hohe Genauigkeit der berechneten akustischen Prozesse ein Ziel dieser Arbeit. Dies ist eine große Herausforderung bei CFD Verfahren, da die Energiedisparität von akustischen und hydrodynamischen Vorgängen im Bereich der numerischen Fehler liegen kann [261]. Daraus kann sich eine schlechte Auflösung akustischer Prozesse bei CFD Methoden ergeben.

Im Hinblick auf eine gute Auflösung akustischer Prozesse hebt sich das Druckkorrekturverfahren von Moureau et al. [168] ab, das eine Erweiterung des inkompressiblen Fractional-Step Verfahrens von J. Kim und P. Moin [119] darstellt. Dabei werden die Terme der Bilanzgleichungen so auf die Schätzungs- und Korrekturschritte verteilt, dass nur die Druckkorrektur akustische Terme enthält.

In dieser Arbeit wird das Druckkorrekturverfahren vom Moureau et al. [168] aufgrund seiner Effizienz und hohen Genauigkeit bei akustischen Prozessen verwendet. Dieses wurde ursprünglich für nichtreaktive Strömungen entwickelt [168] und wurde im Rahmen dieser Arbeit für reaktive Strömungen erweitert [147]. Das Verfahren basiert auf der Zerlegung der zugrunde liegenden Bilanzgleichungen in zwei Lösungsschritte anhand charakteristischer Ausbreitungsmechanismen. Die einzelnen Schritte werden semi-implizit behandelt. Entsprechend wird das Verfahren im Rahmen dieser Arbeit Semi-Implicit Characteristic-Splitting

(SICS) genannt. Zur Ableitung des Verfahrens werden im Folgenden zunächst die charakteristischen Ausbreitungsmechanismen der Bilanzgleichungen bestimmt. Anhand dieser werden im Anschluss die Lösungsschritte des SICS Verfahrens abgeleitet.

3.2.1. Charakteristiken der Bilanzgleichungen

Physikalische Größen breiten sich innerhalb einer Strömung über unterschiedliche Mechanismen aus, die sich anhand ihrer Geschwindigkeit unterscheiden lassen [28, 192, 266]. Beispielsweise breitet sich eine Temperaturfluktuation konvektiv mit Strömungsgeschwindigkeit und diffusiv mit Diffusionsgeschwindigkeit aus, wohingegen sich Druckfluktuationen in Form akustischer Wellen mit Schallgeschwindigkeit relativ zur Grundströmung ausbreiten. Die unterschiedlichen Ausbreitungsmechanismen lassen sich bestimmten Termen der in Kapitel 2.1 vorgestellten Bilanzgleichungen zuordnen, wie im Folgenden diskutiert wird.

Die Bilanzgleichungen (2.1)-(2.4) bilden ein System inhomogener, partieller Differentialgleichungen (DGL) der Form

$$\partial_t \phi + \partial_i F_c(\phi) + \partial_i F_d(\phi, \partial_i \phi) = S(\phi) \quad (3.1)$$

wobei F_c konvektive und F_d diffusive Terme sind und S ein Quellterm ist. Darüber hinaus werden die Abkürzungen $\partial_t = \partial/\partial t$ und $\partial_i = \partial/\partial x_i$ zur besseren Übersichtlichkeit verwendet. Wenn der Quellterm und der diffusive Term vernachlässigt werden, ist Gleichung (3.1) hyperbolisch, d.h. Fluktuationen breiten sich konvektiv und in Form von Wellen aus [28]. Bei hyperbolischen Differentialgleichungen kann die Ausbreitung von Fluktuationen mithilfe der Charakteristikentheorie beschrieben werden [28, 266]. Dabei breiten sich Fluktuationen entlang charakteristischer Kurven aus. Entlang einer Charakteristik ist der Lösungsvektor ϕ konstant und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Fluktuationen entspricht den Eigenwerten der DGL. Zur Berechnung der Eigenwerte des hyperbolischen Anteils der DGL (3.1) wird diese unter Vernachlässigung des diffusiven Terms und des Quellterms auf die Form

$$\partial_t \phi + B(\phi) \partial_i \phi = 0 \quad (3.2)$$

gebracht, wobei B die sogenannte Funktionalmatrix ist [192]. Die Eigenwerte der Funktionalmatrix entsprechen den Eigenwerten der DGL (3.2). Nach Moureau et al. [168] kann die hyperbolische DGL (3.2) in einen konvektiven und einen akustischen Anteil zerlegt werden:

$$\partial_t \phi + [B_c(\phi) + B_a(\phi)] \partial_i \phi = 0 \quad (3.3)$$

Dabei sind B_c und B_a die konvektive und die akustische Funktionalmatrizen. Wenn in Gleichung (3.3) die konvektive Funktionalmatrix B_c vernachlässigt wird, beschreibt die DGL ausschließlich die Ausbreitung akustischer Wellen. Somit kann zusammenfassend von den ursprünglichen Bilanzgleichungen (2.1)-(2.4) ein Anteil bestimmt werden, der nur die akustische Ausbreitung von Fluktuationen in der Strömung beschreibt. Diese Eigenschaft wird im Folgenden zur Definition des SICS Korrekturschritts verwendet.

3.2.2. Korrekturschritt

In der vorliegenden Arbeit wird das Druckkorrekturverfahren SICS [168] zur Lösung der Bilanzgleichungen (2.1)-(2.4) verwendet. Dieses basiert auf einem Fractional-Step Ansatz, bei dem die Terme der Bilanzgleichungen auf einen Schätzungs- und einen Korrekturschritt aufgeteilt werden. Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass die Bilanzgleichungen auf eine hyperbolische Form gebracht werden können. Diese kann dann anhand der Eigenwerte der Gleichungen in einen konvektiven und einen akustischen Anteil aufgeteilt werden. Diese Eigenschaft wird bei SICS zur Definition des Korrekturschritts verwendet, der nur den akustischen Anteil der Bilanzgleichungen beinhaltet. Der Korrekturschritt wird im Folgenden hergeleitet.

Zur Bestimmung des Korrekturschritts wird die Enthalpiegleichung (2.3) umgeformt. Dafür werden Druckvariationen mithilfe des idealen Gasgesetzes (2.8) mit Einstein-Summation über k zu

$$\partial p = RT\partial\rho + \rho R\partial T + \rho TR \frac{M}{M_k} \partial Y_k \quad (3.4)$$

bestimmt, wobei R und M die spezifische Gaskonstante und die molare Masse des Gasgemisches sind. Des Weiteren wird die Temperaturvariation in Gleichung (3.4) durch die Definition der Enthalpie (2.5) ersetzt

$$\partial p = \frac{c^2}{\gamma} \partial\rho + \frac{\gamma-1}{\gamma} \rho \partial h + \frac{1}{\gamma} \underbrace{\left(c^2 \frac{M}{M_k} + (1-\gamma)h_k \right)}_{\alpha_k} \rho \partial Y_k \quad (3.5)$$

wobei γ der Isentropenexponent, c die Schallgeschwindigkeit, h_k die Enthalpie der Komponente k und α_k eine vereinfachende Substitution sind. Durch Einsetzen der Druckvariation in die Enthalpiegleichung (2.3) ergibt sich

$$\partial_t(\rho h) + \partial_i(\rho h u_i) = -c^2 \rho \partial_i u_i + \gamma \partial_i(\lambda \partial_i T) + \gamma \tau_{ij} \partial_j u_i + \alpha_k [\partial_t Y_k + \partial_i(\rho Y_k u_i)] \quad (3.6)$$

Im Gegensatz zum Verfahren für nichtreaktive Strömungen von Moureau et al. [168] enthält die Enthalpiegleichung (3.6) für reaktive Strömungen einen zusätzlichen Quellterm. Dieser ergibt sich daraus, dass nach Gleichung (3.4) eine Variation der Komponenten ∂Y_k zu einer Druckvariation ∂p führt. Gleichung (3.4) wird verwendet, um die substantielle Ableitung des Drucks in der Enthalpiegleichung zu ersetzen. Entsprechend führt eine Variation der Komponenten auch zu einer Änderung der Enthalpie. Bei nichtreaktiven Strömungen werden üblicherweise homogene Gasgemische angenommen, d.h. $\partial Y_k = 0$. Somit muss der letzte Term in Gleichung (3.6) nur für inhomogene Gasgemische berücksichtigt werden, die bei der Simulation reaktiver Strömungen vorliegen.

Der zusätzliche Quellterm in Gleichung (3.6) wird durch die rechte Seite der Komponententransportgleichung (2.4) ersetzt:

$$\partial_t(\rho h) + \partial_i(\rho h u_i) = -c^2 \rho \partial_i u_i + \gamma \partial_i(\lambda \partial_i T) + \gamma \tau_{ij} \partial_j u_i + \alpha_k [\partial_i(D_k \partial_i Y_k) + \omega_k] \quad (3.7)$$

Somit ergibt sich der Quellterm aus der Diffusion und der chemischen Umwandlung der Komponenten Y_k . Dieser Term lässt sich sehr effizient in einen Lösungsalgorithmus integrieren, da er bereits zur Lösung der Komponentengleichungen berechnet wird.

Der SICS Korrekturschritt beinhaltet nur die akustischen Terme der Bilanzgleichungen für reaktive Strömungen. Zur Bestimmung der akustischen Terme wird in einem ersten Schritt nur deren hyperbolischer Anteil betrachtet. Nach Abschnitt 3.2.1 werden dazu die diffusiven Terme und die Quellterme der Bilanzgleichungen vernachlässigt. Somit ergibt sich der hyperbolische Anteil der Transportgleichungen für die Masse (2.1), den Impuls (2.2), die Enthalpie (3.7) und die Gaskomponenten (2.4) in primitiver Formulierung zu:

$$\partial_t \rho + \rho \partial_i u_i + u_i \partial_i \rho = 0 \quad (3.8)$$

$$\rho \partial_t u_j + \rho u_i \partial_i u_j = -\partial_j p \quad (3.9)$$

$$\rho \partial_t h + \rho u_i \partial_i h = -c^2 \rho \partial_i u_i \quad (3.10)$$

$$\rho \partial_t Y_k + \rho u_i \partial_i Y_k = 0 \quad (3.11)$$

Im Folgenden wird mithilfe der Eigenwerte und Eigenvektoren der Bilanzgleichungen (3.8)-(3.11) gezeigt, dass diese hyperbolisch sind. Dazu wird vereinfachend eine eindimensionale Strömung angenommen. Die Berechnung der Eigenwerte ist auch für dreidimensionale Strömungen möglich, jedoch ist dies deutlich aufwendiger [28, 254]. Außerdem lassen sich die Ergebnisse für eindimensionale Strömungen auf dreidimensionale Strömungen übertragen [28]. Des Weiteren wird in Gleichung (3.10) die Enthalpie mithilfe von Gleichung (3.5) durch den Druck ersetzt. Ohne diese Substitution beinhaltet das Gleichungssystem (3.8)-(3.11) fünf un-

3. NUMERISCHES LÖSUNGSVERFAHREN

abhängige Variablen bei vier Gleichungen und ist damit ungeschlossen. Daraus ergibt sich das System der Bilanzgleichungen in primitiver Form zu

$$\partial_t \Phi + \underbrace{\begin{bmatrix} u & \rho & 0 & 0 \\ 0 & u & 1/\rho & 0 \\ 0 & c^2 \rho & u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u \end{bmatrix}}_B \partial_x \Phi = 0 \quad (3.12)$$

mit

$$\Phi = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \\ Y_k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

wobei Φ der primitive Lösungsvektor ist. Die Eigenwerte und Eigenvektoren der Funktionalmatrix B betragen

$$\lambda_1 = u - c, \quad \lambda_2 = \lambda_{3+k} = u, \quad \lambda_3 = u + c \quad (3.14)$$

und

$$v_1 = \begin{bmatrix} \rho \\ -1 \\ c^2 \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_{3+k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} \rho \\ 1 \\ c^2 \rho \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Dabei sind λ_i die Eigenwerte und v_i die Eigenvektoren. Der Eigenwert λ_{3+k} tritt für jede Gas-
komponente k auf. Der zugehörige Eigenvektor entspricht dem kanonischen Einheitsvektor der
 k -ten Dimension. Der obige Eigenvektor v_{3+k} wurde beispielhaft für die erste Gaskomponente
angegeben. Die Eigenwerte der Funktionalmatrix sind reell und die zugehörigen Eigenvek-
toren linear unabhängig. Nach Burg et al. [28] sind die Bilanzgleichungen (3.8)-(3.11) somit

hyperbolisch. Nach Moureau et al. [168] lassen sich die hyperbolischen Bilanzgleichungen (3.8)-(3.11) weiter in einen konvektiven und einen akustischen Anteil aufteilen:

$$\partial_t \Phi + \left[\underbrace{\begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u \end{pmatrix}}_{B_c} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\rho & 0 \\ 0 & c^2 \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{B_a} \right] \partial_x \Phi = 0 \quad (3.16)$$

Die Eigenwerte der konvektiven bzw. der akustischen Funktionalmatrix betragen

$$\lambda_{c,1} = \lambda_{c,2} = \lambda_{c,3+k} = \lambda_{c,3} = u \quad \text{bzw.} \quad (3.17)$$

$$\lambda_{a,1} = -c, \quad \lambda_{a,2} = \lambda_{a,3+k} = 0, \quad \lambda_{a,3} = c \quad (3.18)$$

Unter Vernachlässigung der konvektiven Funktionalmatrix beschreibt Gleichung (3.16) somit nur die Ausbreitung akustischer Wellen. Folglich ergibt sich der akustische Anteil der Bilanzgleichungen (2.1)-(2.4) durch Ausmultiplizieren von Gleichung (3.16) zu

$$\partial_t \rho = -\rho \partial_i u_i \quad (3.19)$$

$$\partial_t u_j = -1/\rho \partial_j p \quad (3.20)$$

$$\partial_t p = -c^2 \rho \partial_i u_i \quad (3.21)$$

$$\partial_t Y_k = 0 \quad (3.22)$$

wobei die konvektive Funktionalmatrix B_c vernachlässigt wird und die entsprechenden Terme einer dreidimensionalen Strömung verwendet werden. Das obige Gleichungssystem wird in der vorliegenden Arbeit als Korrekturschritt gelöst. Bei einer sequentiellen Lösung des Gleichungssystems ergibt sich der maximale Zeitschritt aus dem größten Eigenwert des Gleichungssystems. Da sich dabei im Allgemeinen sehr kleine Integrationsschritte und ein entsprechend hoher Bedarf an Computerressourcen ergibt, wird das Gleichungssystem gekoppelt,

3. NUMERISCHES LÖSUNGSVERFAHREN

d.h implizit, mithilfe einer Druckkorrekturgleichung gelöst. Nach Moureau et al. [168] werden die Gleichungen (3.8)-(3.11) dafür in konservativer, semi-diskreter Form geschrieben:

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} + \rho \partial_i u_i = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\rho u_j^{n+1} - \rho u_j^*}{\Delta t} + \rho u_j \partial_i u_i = -\frac{1}{2} \partial_j (p^{n+1} + p^n) \quad (3.24)$$

$$\frac{\rho h^{n+1} - \rho h^*}{\Delta t} + \rho h \partial_i u_i = -c^2 \rho \partial_i u_i \quad (3.25)$$

$$\frac{\rho Y_k^{n+1} - \rho Y_k^*}{\Delta t} + \rho Y_k \partial_i u_i = 0 \quad (3.26)$$

Dabei sind $()^n$ und $()^{n+1}$ die Lösungen zu den Zeitschritten n und $n + 1$, $()^*$ ist eine geschätzte Lösung und Δt ist der numerische Zeitschritt. Die geschätzte Lösung berechnet sich aus dem Schätzungsschritt, der im nachfolgenden Kapitel 3.2.3 beschrieben wird. Darüber hinaus wurde der Druck in Gleichung (3.25) durch die Enthalpie mithilfe der Gleichung (3.5) substituiert. Die entsprechende semi-diskrete Gleichung für den Druck lautet:

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = -c^2 \rho \partial_i u_i \quad (3.27)$$

Die Druckkorrektur wird als Änderung zwischen der geschätzten und der gesuchten Drucklösung definiert

$$\delta p = p^{n+1} - p^* \quad (3.28)$$

wobei δp die Druckkorrekturvariable ist. Durch Einsetzen der Druckkorrektur in Gleichung (3.27) ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Druckkorrektur und dem Geschwindigkeitsfeld zu:

$$\delta p = -c^2 \rho \Delta t \partial_i u_i \quad (3.29)$$

Durch Substitution von Gleichung (3.29) in die Gleichungen (3.23)-(3.26) ergibt sich das Gleichungssystem des Korrekturschritts zu:

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\Delta t} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\rho u_j^{n+1} - \rho u_j^*}{\Delta t} - \frac{u_j}{c^2} \frac{\delta p}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \partial_j (\delta p + p^* + p^n) \quad (3.31)$$

$$\frac{\rho h^{n+1} - \rho h^*}{\Delta t} - \frac{h + c^2}{c^2} \frac{\delta p}{\Delta t} = 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{\rho Y_k^{n+1} - \rho Y_k^*}{\Delta t} - \frac{Y_k}{c^2} \frac{\delta p}{\Delta t} = 0 \quad (3.33)$$

Zur Lösung des obigen Gleichungssystems wird die geschätzte Lösung ϕ^* und die Druckkorrektur benötigt. Die Berechnung der geschätzten Lösung wird im nachfolgenden Kapitel 3.2.3 beschrieben. Zur Bestimmung der Druckkorrektur wird die Divergenz der Impulsgleichung (3.31) verwendet, wodurch sich die Druckkorrekturgleichung in Form der Wellengleichung

$$\begin{aligned} \partial_i \partial_i \delta p - \partial_i \frac{2u_i}{c^2 \Delta t} \delta p - \frac{4}{c^2 \Delta t^2} \delta p = & -\partial_i \partial_i (p^n + p^*) \\ & + \frac{4}{\Delta t} \left(\frac{\rho^* - \rho^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \partial_i (\rho u_i^* + \rho u_i^n) \right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

ergibt [168]. Zur Herleitung der Wellengleichung (3.34) wurde die Kontinuitätsgleichung (2.1) verwendet. Somit erfüllt die korrigierte Lösung ϕ^{n+1} die Massenerhaltung. Dies ist auch an den letzten Termen der Wellengleichung zu erkennen. Eine Massenquelle der geschätzten Lösung führt zu einem Quellterm in der Druckkorrektur, der diese wieder ausgleicht.

Zusammenfassend wird die Wellengleichung (3.34) zur Bestimmung der Druckkorrektur δp gelöst. Die Druckkorrektur wird verwendet, um aus der geschätzten Lösung ϕ^* die gesuchte Lösung zum neuen Zeitschritt ϕ^{n+1} zu berechnen. Im folgenden Kapitel wird die Bestimmung der geschätzten Lösung diskutiert.

3.2.3. Schätzungsschritt

In dieser Arbeit wird das Fractional-Step Verfahren SICS verwendet, das aus Schätzungs- und Korrekturschritt besteht. Im Folgenden wird zum einen das Bilanzgleichungssystem des Schätzungsschritts abgeleitet. Zum anderen wird gezeigt, dass der Schätzungsschritt ausschließlich konvektive, diffusive und chemische Prozesse beinhaltet.

Der Korrekturschritt des Lösungsverfahrens SICS wurde im vorangegangenen Kapitel beschrieben. Im Schätzungsschritt werden alle Terme berücksichtigt, die beim Korrekturschritt vernachlässigt werden [168]. Somit ergibt sich durch Subtraktion der Gleichungen des Kor-

rekturschritts (3.23)-(3.26) von den vollständigen Bilanzgleichungen für die Masse (2.1), den Impuls (2.2), die Enthalpie (3.7) und die Gaskomponenten (2.4) das Gleichungssystem des Schätzungsschritts in semi-diskreter Form zu

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\Delta t} + u_i \partial_i \phi = F_\phi \quad (3.35)$$

mit

$$F_\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \partial_i \tau_{ij} \\ \gamma \partial_i (\lambda \partial_i T) + \gamma \tau_{ij} \partial_j u_i + \alpha_k [\partial_i (D_k \partial_i Y_k) + \omega_k] \\ \partial_i (D_k \partial_i Y_k) + \omega_k \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Dabei ist F_ϕ der chemische und diffusive Anteil der Bilanzgleichungen. Die Diffusion wird durch die Terme zweiter Ableitung und die chemischen Prozesse durch den Komponentenquellterm ω_k beschrieben. Bei Vernachlässigung dieser Terme nehmen die Bilanzgleichungen hyperbolische Form nach Gleichung (3.2) an

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\Delta t} + \underbrace{\begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u \end{pmatrix}}_{B_c} \partial_x \phi = 0 \quad (3.37)$$

wobei ϕ der konservative Lösungsvektor und A_c die konvektive Funktionalmatrix sind. Darüber hinaus wurde vereinfachend eine eindimensionale Strömung angenommen. Die Eigenwerte der Funktionalmatrix betragen $\lambda_{k,1-4} = u$. Folglich beschreibt die Transportgleichung (3.35), d.h. der Schätzungsschritt des Lösungsverfahrens SICS, neben Diffusion und chemischen Prozessen auch die konvektive Ausbreitung der Lösungsvariablen.

3.3. Implementierung

In der vorliegenden Arbeit werden die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls, Enthalpie und Gaskomponenten mithilfe des Fractional-Step Verfahrens SICS in der CFD Software DLR THETA [48] gelöst. DLR THETA verwendet den Finite-Volumen Ansatz [192] zur numerischen Integration von Bilanzgleichungen auf unstrukturierten Dualgittern aus Polyederzellen. Die dabei entstehenden diskreten Gleichungssysteme werden in dieser Arbeit mit dem Matrixfreien, präkonditionierten Bi-Conjugated Gradient Stabilized Verfahren (PBCGS) [159] iterativ gelöst. Die Lösungsvariablen sind dabei in den Zellmittelpunkten angeordnet.

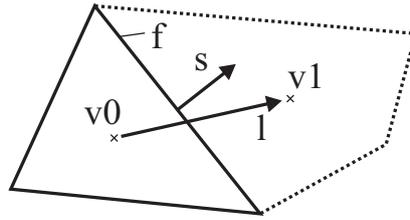


Abbildung 3.1.: Allgemeines Kontrollvolumen

Zur Implementierung des Lösungsverfahrens SICS in THETA werden die Bilanzgleichungen der SICS Schritte diskretisiert. Im Folgenden werden zunächst die dazu verwendeten Diskretisierungsverfahren und ihre analytische Genauigkeit diskutiert. Zur Verifikation der Implementierung wird im Anschluss gezeigt, dass die Genauigkeit des implementierten Lösungsverfahrens den analytischen Werten entspricht.

3.3.1. Diskretisierung

In Abschnitt 3.2.1 wurde die allgemeine Form einer Bilanzgleichung (Gl. (3.1)) vorgestellt. Sowohl die Gleichung des SICS Schätzungsschritts (3.35) als auch die des Korrekturschritts (3.34) lassen sich in dieser Form schreiben. Deshalb wird im Folgenden vereinfachend die Diskretisierung der SICS Gleichungen anhand der allgemeinen Form einer Bilanzgleichungen diskutiert. Mithilfe des Finite-Volumen Ansatzes [192] wird die diskrete Form der allgemeinen Transportgleichung für ein Kontrollvolumen ΔV zu

$$\frac{\Delta\phi_v}{\Delta t}\Delta V + \sum_f [F_{c,f}(\phi) + F_{d,f}(\phi, \partial_i\phi)] = S_v(\phi)\Delta V \quad (3.38)$$

bestimmt [48]. Dabei sind $\Delta\phi$ die zeitliche Änderung der Lösungsvariable, $(\)_v$ räumlich über das Kontrollvolumen gemittelte Werte und $(\)_f$ Werte auf der Oberfläche des Kontrollvolumens. Abbildung 3.1 zeigt beispielhaft ein diskretes Kontrollvolumen und die Oberfläche f . Darüber hinaus ist eine benachbartes Volumen durch gestrichelte Linien angedeutet.

Die Diskretisierung des Quellterms S ist abhängig von der eingesetzten Verbrennungsmodellierung. Diese wird ausführlich von [82, 112] diskutiert und ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Die zeitliche Änderung der Lösungsvariablen wird mithilfe des Crank-Nicolson Verfahrens [192] zu

$$\Delta\phi_v = \phi_v^{n+1} - \phi_v^n \quad (3.39)$$

Tabelle 3.1.: Diskretisierungsverfahren für konvektive Terme.

Verfahren	C_{c1}	C_{c2}	Fehlerordnung
Upwind Discretisation Scheme (UDS)	0	0	$O(1)$
Central Discretisation Scheme (CDS)	1	0	$O(2)$
Linear Upwind Discretisation Scheme (LUDS)	0	1	$O(2)$
Quadratic Upwind Discretisation Scheme (QUDS)	1/2	1/2	$O(2)$

bestimmt [192]. Die konvektiven und diffusiven Terme sowie die Quellterme werden dabei zu einem Zwischenzeitpunkt

$$()^{n+1/2} = \frac{1}{2} [()^n + ()^{n+1}] \quad (3.40)$$

ausgewertet. Dabei ergibt sich eine zeitliche Fehlerordnung $O(2)$ der zeitlichen Diskretisierung, d.h. der numerische Fehler ist proportional zum Quadrat des Zeitschritts Δt [192].

Die konvektiven Terme werden mithilfe der Deferred Correction Methode [189] zu

$$F_{c,f}^{n+1} = u_f \cdot s \left(\phi_{v0}^{n+1} + \frac{1}{2} [C_{c1}(\phi_{v1}^n - \phi_{v0}^n) + C_{c2} l \cdot \nabla \phi_f^n] \right) \quad (3.41)$$

berechnet [48]. Wobei s der Normalenvektor, l der Verbindungsvektor zwischen den Mittelpunkten zweier Kontrollvolumen, $\nabla \phi_f$ der gemittelte Gradient auf der Oberfläche und C_{ci} Parameter der Diskretisierung sind. Außerdem sind ϕ_{v0} und ϕ_{v1} Werte des Lösungsvektors ϕ in den Mittelpunkten der Kontrollvolumina $v0$ und $v1$. Die Definition der Vektoren s und l und der Kontrollvolumina wird in Abbildung 3.1 verdeutlicht. Darüber hinaus wird hier vereinfachend angenommen, dass das Kontrollvolumen v_0 auf der Seite stromauf der Oberfläche f liegt, d.h. $u_f \cdot s > 0$. Nach Gleichung (3.41) werden somit nur Werte stromauf teilweise implizit behandelt, um eine verbesserte Stabilität des Lösungsverfahrens zu erreichen [48].

In Abhängigkeit der Parameter C_{c1} und C_{c2} ergeben sich unterschiedliche Diskretisierungsverfahren mit unterschiedlichen Fehlerordnungen, wie in Tabelle 3.1 gezeigt wird. Die größte Genauigkeit erreicht dabei formal das Quadratic Upwind (QUDS) Verfahren. Jedoch wird nach Gleichung (3.41) zur Berechnung der konvektiven Terme der Gradient auf der Oberfläche verwendet. Dieser wird in der vorliegenden Arbeit mit einer Fehlerordnung $O(2)$ berechnet. Dadurch reduziert sich die Fehlerordnung von QUDS auf $O(2)$.

Die diffusiven Terme der Gleichung (3.38) werden ebenfalls mit der Deferred Correction Methode [189] diskretisiert

$$F_{d,f}^{n+1} = d_\phi \left[C_d \frac{\phi_{v1}^{n+1} - \phi_{v0}^{n+1}}{|l|} + \nabla \phi_f^n \cdot (s - C_d l) \right] \quad (3.42)$$

wobei d_ϕ der Diffusionskoeffizient und C_d ein Parameter der Diskretisierung ist. Mithilfe der Deferred Correction Methode werden numerische Druckschwingungen vermieden, die in Form eines Schachbrettmusters auftreten können [189]. Diese können bei einer Vernachlässigung des impliziten Anteils, d.h. für $C_d = 0$, entstehen und das Lösungsverfahren destabilisieren.

Der Parameter C_d ist frei wählbar. In der vorliegenden Arbeit wird der von Traore et al. [256] vorgeschlagene Wert von

$$C_d = \frac{s \cdot s}{s \cdot l} |l| \quad (3.43)$$

verwendet. Dabei steigt C_d mit zunehmenden eingeschlossenen Winkel zwischen den Vektoren s und l . Dies führt zu einer robusten Implementierung für stark verzerrte Gitter [256]. Unabhängig vom gewählten Parameter C_d ergibt sich bei der Diskretisierung der diffusiven Terme nach Gleichung (3.42) eine numerische Fehlerordnung $O(2)$.

3.3.2. Numerischer Fehler

Das Ergebnis einer CFD Simulation entspricht nicht exakt der des untersuchten physikalischen Problems. Der numerische Fehler kann nach Oberkampf et al. [179] in

- Rundungsfehler
- Modellfehler
- Diskretisierungsfehler
- Implementierungsfehler

aufgeteilt werden. Rundungsfehler entstehen bei CFD Simulationen durch die begrenzte Anzahl der signifikanten Stellen zur Darstellung einer Zahl im Computerspeicher. In dieser Arbeit werden alle Gleitkommazahlen mit einer Genauigkeit von 16 signifikanten Stellen berechnet. Wie auch im Folgenden gezeigt wird, sind Rundungsfehler damit beispielsweise im Vergleich zu Diskretisierungsfehlern vernachlässigbar.

Modellfehler treten auf, wenn das verwendete mathematische Modell das zugrunde liegende physikalische Problem nicht adäquat beschreibt [180]. Dieser Fehler ist somit abhängig vom untersuchten Problem. Nach Oberkampf et al. [179] wird der Nachweis, dass der Modellfehler

innerhalb einer gewünschten Genauigkeit liegt, als Modellvalidierung bezeichnet. Dies wird in der vorliegenden Arbeit anhand von zwei Testfällen in den Kapiteln 5 und 6 diskutiert, in denen das SICS Verfahren für unterschiedliche Testfälle angewendet wird und die Vorhersagen mit experimentellen Daten verglichen werden.

Der Fehler der in dieser Arbeit verwendeten Diskretisierungsverfahren wurde im vorangegangenen Abschnitt diskutiert und dabei die Fehlerordnung der Verfahren angegeben. Die diskreten Gleichungen konvergieren gegen die des zugrunde liegenden analytischen Modells mit der Fehlerordnung des Diskretisierungsverfahrens bei sinkender Diskretisierungsweite

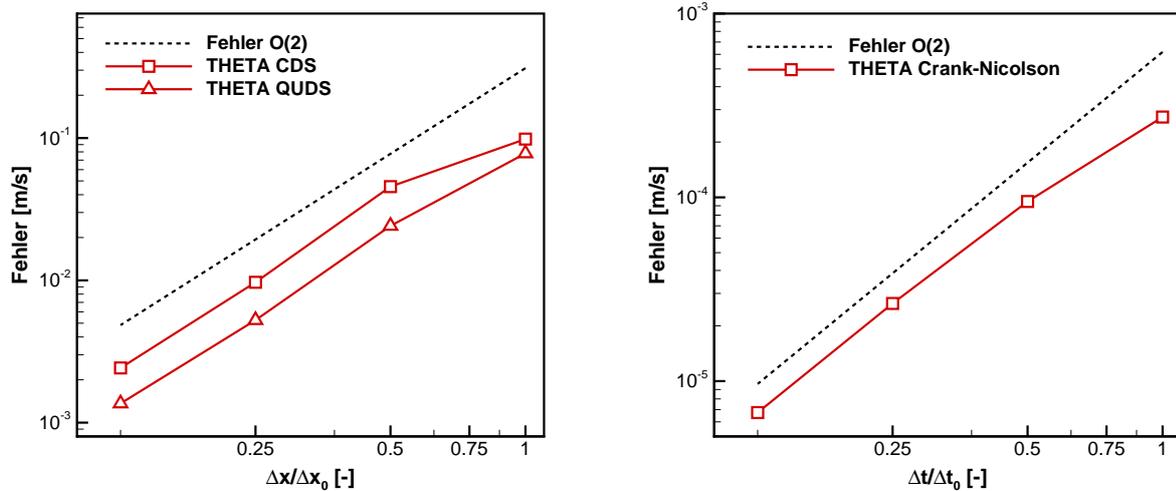
$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \epsilon_{\Delta} \rightarrow 0 \quad (3.44)$$

wobei Δ die Diskretisierungsweite und ϵ_{Δ} der Diskretisierungsfehler sind. Wenn Gleichung (3.44) für ein implementiertes Verfahren gilt, ist dieses konsistent [192].

Implementierungsfehler konvergieren im Allgemeinen nicht gegen Null für eine unendlich feine Diskretisierungsweite, d.h. ein Verfahren mit Implementierungsfehlern ist nicht konsistent. Folglich kann die Konsistenzbedingung (Gl. (3.44)) zur Überprüfung von Implementierungsfehlern verwendet werden. Der Nachweis der Konsistenz und damit einer fehlerfreien Implementierung wird Verifikation genannt [218]. Jedoch ist für jede endliche Diskretisierungsweite der numerische Fehler ungleich Null. Somit kann die Konsistenzbedingung (3.44) numerisch nicht exakt nachgewiesen werden. Stattdessen wird die Fehlerordnung des implementierten Verfahrens bestimmt und mit der analytischen Ordnung des Diskretisierungsfehlers verglichen. Stimmen beide Fehlerordnungen überein, ist der Implementierungsfehler vernachlässigbar in Hinblick auf den gesamten numerischen Fehler und somit das implementierte Verfahren verifiziert.

3.3.3. Verifikation der SICS Implementierung

Im Folgenden wird die Implementierung des Lösungsverfahrens SICS in die CFD Software THETA verifiziert. Dazu werden Testfälle untersucht, in denen ausschließlich das SICS Verfahren verwendet wird. Bei SICS werden die charakteristischen Ausbreitungsmechanismen einer Strömung getrennt in einem Schätzungs- und einem Korrekturschritt berechnet (Kap. 3.2). Im Folgenden werden zwei Testfälle mit unterschiedlichen Ausbreitungsmechanismen betrachtet, um jeweils einen dieser Schritte zu verifizieren. Darüber hinaus spielt die Parallelisierung des SICS Verfahrens zur Berechnung rechenintensiver Testfälle eine wichtige Rolle. Deshalb wird ebenfalls die Parallelisierung des Verfahrens verifiziert, indem die Ausbreitung einer akustischen Welle mit unterschiedlichen Gebietszerlegungen auf mehreren Prozessoren parallel berechnet wird.



(a) Räumlicher Fehler

(b) Zeitlicher Fehler

Abbildung 3.2.: Numerischer Fehler bei Wirbelkonvektion.

Zur Verifikation des SICS Schätzungsschritts wird als erster Testfall die Konvektion eines zweidimensionalen Wirbels auf einem periodischen Gitter mit Länge $L = 0,1\text{ m}$ für eine Periode $T_s \approx 2,9\text{ ms}$ berechnet [195]. Eine ausführliche Beschreibung des Testfalls findet sich in Anhang A.1 dieser Arbeit. Ausgehend von der größten Diskretisierung $\Delta x_0 = L/20$ und $\Delta t_0 = T_s/512$ wird die Diskretisierungsweite drei Mal räumlich und zeitlich halbiert. Anhand der Richardson-Extrapolation [179, 216] wird aus den Lösungen mit unterschiedlichen Diskretisierungen der numerische Fehler in der L2-Norm berechnet.

Abbildung 3.2 zeigt den numerischen Fehler als Funktion der räumlichen und zeitlichen Diskretisierungsweite für die Diskretisierungsverfahren QUDS, CDS und CN (Kap. 3.3.1). Für alle Verfahren zeigt sich bei hinreichend kleiner Diskretisierungsweite eine Fehlerordnung $O(2)$, die der analytischen Fehlerordnung der Verfahren entspricht. Somit ist der numerische Fehler bei diesem Testfall durch den Diskretisierungsfehler und insbesondere nicht durch Implementierungsfehler bestimmt.

Als zweiter Testfall wird zur Verifikation des SICS Korrekturschritts die Ausbreitung einer akustischen Welle mit einer Frequenz von 100 Hz und einer Amplitude von 0,2 m/s in einer Grundströmung von 0,25 m/s betrachtet (Anhang A.2). Nach einer Ausbreitung der Welle über 10 Wellenlängen wird die Dissipation

$$\epsilon_A = \frac{A - A_{num}}{A} \quad (3.45)$$

Tabelle 3.2.: Veröffentlichte Dissipations- und Dispersionsfehler.

Verfahren	Fehlerordnung	Veröffentlichung
Lax-Wendroff (LW)	$O(2)$	Föller und Polifke [78]
TVD	$O(2)$	Gunasekaran und McGuirk [91]
WENO	$O(5)$	Gunasekaran und McGuirk [91]

und die Dispersion

$$\epsilon_\lambda = \frac{\lambda - \lambda_{num}}{\lambda} \quad (3.46)$$

für unterschiedliche Diskretisierungsweiten berechnet. Dabei sind ϵ_A die Dissipation, ϵ_λ die Dispersion, A die analytische Wellenamplitude, λ die analytische Wellenlänge, A_{num} die numerische Wellenamplitude und λ_{num} die numerische Wellenlänge. Die Dissipation und Dispersion wurden für unterschiedliche Diskretisierungsverfahren mithilfe dieses Testfalls in der Literatur [78,91] berechnet. Tabelle 3.2 zeigt einen Überblick der dabei verwendeten Diskretisierungsverfahren. Darüber hinaus werden in dieser Arbeit die Fehler für das CDS und das QUDS Verfahren (Kap. 3.3.1) berechnet.

In Abbildung 3.3 werden die Dissipations- und Dispersionsfehler für unterschiedliche Diskretisierungsverfahren als Funktion der Diskretisierungsweite gezeigt. Die räumliche Diskretisierung wird ausgehend von 10 PPW (Points Per Wavelength) drei mal halbiert. Bei den gezeigten Dispersionsfehlern fällt auf, dass die Dispersion bei WENO mit $O(5)$ größer als bei TVD mit $O(2)$ ist. Dies entspricht nicht des theoretischen Fehlers und ist möglicherweise auf Fehler bei der Bestimmung des Fehlers zustande gekommen. Für THETA SICS ergeben sich näherungsweise die gleichen numerischen Fehler für das CDS und das QUDS Verfahren. Im betrachteten Testfall wird der Fehler akustischer Wellenausbreitung berechnet. Diese wird beim SICS Verfahren im Korrekturschritt mithilfe der Wellengleichung (3.34) berechnet, deren dominanter Term der Laplace Operator und somit der diffusive Term ist [168]. Entsprechend ist der akustische Fehler näherungsweise unabhängig vom eingesetzten Diskretisierungsverfahren für konvektive Terme.

Sowohl für den Dissipations- als auch den Dispersionsfehler zeigt sich bei hinreichend kleiner Diskretisierungsweite für THETA SICS eine numerische Fehlerordnung $O(2)$, die der analytischen Fehlerordnung entspricht. Darüber hinaus ist der absolute Fehler von THETA SICS vergleichbar zu den in der Literatur veröffentlichten Werten. Im Fall des Dissipationsfehlers (Abb. 3.3(a)) zeigt sich bei sehr grober Diskretisierung (10 PPW) der geringste Fehler mit THETA. Bei feinerer Diskretisierung entspricht der Dissipationsfehler von CDS und QUDS

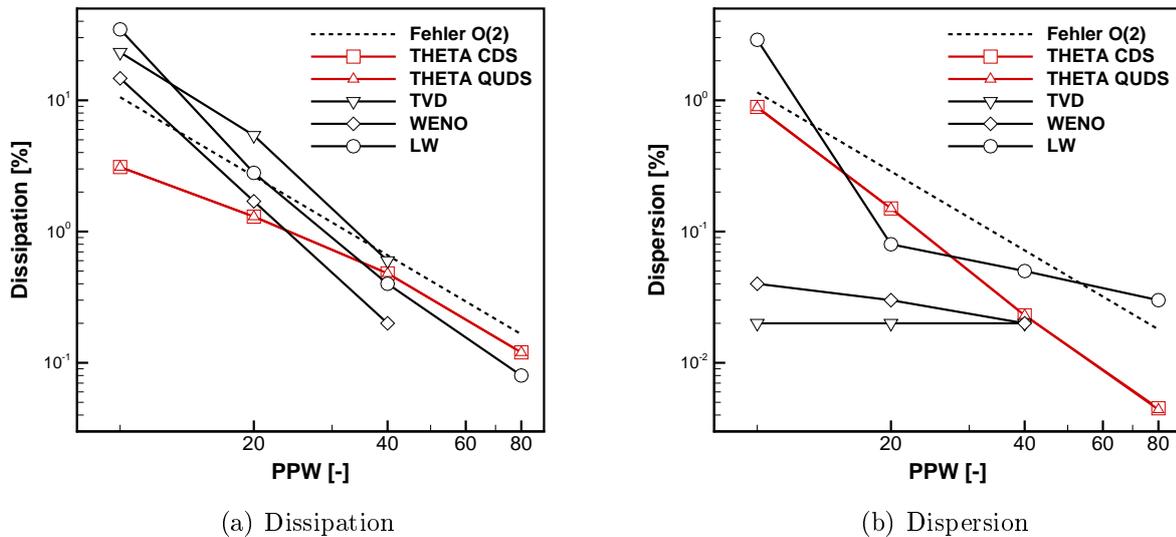


Abbildung 3.3.: Numerischer Fehler bei akustischer Wellenausbreitung. [78,91]

näherungsweise dem des LW Verfahrens. Der Dispersionsfehler (Abb. 3.3(b)) von THETA ist ebenfalls vergleichbar mit dem des LW Verfahrens. Bei 80 PPW zeigt sich ein geringerer Dispersionsfehler bei THETA. Der geringste Dispersionsfehler bei grober Diskretisierung wird aufgrund der höheren Fehlerordnung von $O(5)$ mit dem WENO Verfahren erreicht.

Mithilfe eines dritten Testfalls wird die parallele Implementierung des SICS Verfahrens verifiziert. Bei DLR THETA wird eine Gebietszerlegung verwendet, um Simulationen parallel auf mehreren Prozessoren auszuführen. Zur Beurteilung der Parallelisierung wird die Ausbreitung einer akustischen Welle mit unterschiedlicher Gebietszerlegung berechnet (Anhang A.3). Das gesamte Rechengebiet umfasst ungefähr 0,9 Mio Gitterpunkte. Heutige Prozessoren bestehen aus mehreren Prozessorkernen. Für den hier betrachteten Testfall werden Prozessoren mit vier Prozessorkernen, d.h. mit vier Gleitkomma-Recheneinheiten, eingesetzt. Jedes Teilgebiet wird von einem Kern bearbeitet. Dabei handelt es sich um Intel Xeon Prozessoren.

Abbildung 3.4 zeigt die benötigte Rechenzeit in Abhängigkeit von den eingesetzten Prozessorkernen. Im Falle idealer Skalierung halbiert sich die Rechenzeit wenn die Anzahl der Prozessorkerne verdoppelt wird. Dies ist für THETA SICS in den Bereichen 1-4 und 8-64 Prozessorkerne sichtbar. Beim Übergang von 4 zu 8 Kernen wird ein zweiter Prozessor verwendet, dies reduziert die Skalierbarkeit geringfügig. Beim Übergang von 64 auf 128 Prozessorkerne sinkt die Zahl der Gitterpunkte auf ungefähr 7000 pro Prozessorkern. Dies stellt einen verhältnismäßig kleinen Rechenaufwand pro Prozessorkern dar, wodurch der Anteil der benötigten Computerressourcen für den Datenaustausch zwischen Prozessorkernen wichtiger

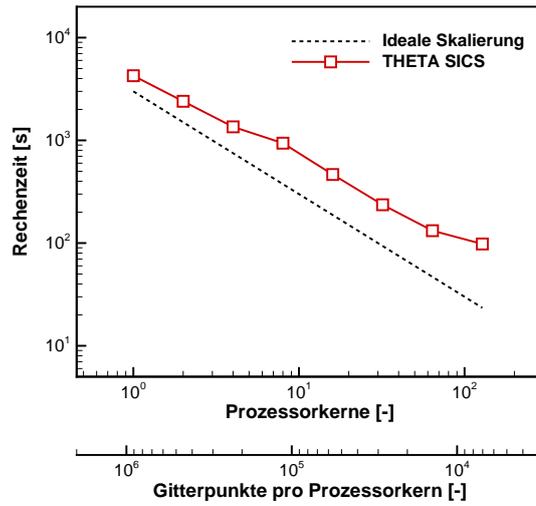


Abbildung 3.4.: Parallele Skalierbarkeit des SICS Verfahrens.

wird. Dies verhindert eine weitere Skalierung der Rechenzeit. Insgesamt zeigt der Verlauf der Rechenzeit, dass die Implementierung des SICS Verfahrens sehr gut parallel skalierbar ist.

4. Randbedingungen

Zur Lösung der in Kapitel 2.1 vorgestellten Transportgleichungen in einer CFD Software muss das Rechengebiet begrenzt werden. An den Rändern des Rechengebiets werden Randbedingungen vorgegeben. Diese können einen entscheidenden Einfluss auf die Stabilität des Lösungsverfahrens haben [126, 248]. Im Falle eines kompressiblen Lösungsverfahrens ergeben sich dabei besondere Herausforderungen. Akustische Wellen werden an den Rändern des Rechengebiets reflektiert. Tritt die Wellenreflexion im numerischen Modell aber im zugrunde liegenden physikalischen Problem nicht auf, so spricht man von künstlicher Wellenreflexion [260]. Diese führt zu einem verfälschten numerischen Ergebnis und sollte deshalb vermieden werden [195, 250, 260].

Neben der Vermeidung künstlicher Reflexionen kann es erforderlich sein, die physikalische Wellenreflexion an der Begrenzung des Rechengebiets im numerischen Modell frequenzabhängig und genau abzubilden. Dies ist insbesondere von Bedeutung, wenn akustische Wellen mit den hydrodynamischen Prozessen stark gekoppelt sind, wie beispielsweise bei thermoakustischen Instabilitäten [29, 103, 195]. Dabei beeinflussen die Randbedingungen über die Amplitude der reflektierten Welle die Amplituden hydrodynamischer Prozesse. Darüber hinaus werden die Eigenfrequenzen des numerischen Modells u.a. von der Phasenverschiebung der an den Rändern reflektierten Wellen bestimmt [121]. Bei thermoakustischen Instabilitäten werden die Eigenfrequenzen des Verbrennungssystems angeregt [130, 136]. Somit kann zur genauen Berechnung thermoakustischer Instabilitäten eine Modellierung der Phasenverschiebung der an den Rändern reflektierten akustischen Wellen notwendig sein [231]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Methoden zur Modellierung akustischer Reflexionen an der Begrenzung des numerischen Rechengebiets für das in Kapitel 3.2 diskutierte Lösungsverfahren entwickelt und in die DLR CFD Software THETA implementiert. Beide Methoden werden in den folgenden Abschnitten diskutiert.

4.1. Charakteristische Randbedingungen

Die in Kapitel 2.1 diskutierten Transportgleichungen stellen ein System von nicht-linearen, partiellen Differentialgleichungen mit hyperbolischem Anteil dar [28]. Zur Definition der Randbedingungen von partiellen Differentialgleichungen mit hyperbolischem Anteil werden

üblicherweise Charakteristiken verwendet [85, 195, 210, 253, 267]. In Kapitel 3.2.2 wurden die Eigenwerte λ_i der Transportgleichungen bestimmt. Zu diesen Eigenwerten werden die Variationen der charakteristischen Wellenamplitude L_i in x_1 -Richtung zu:

$$L_1 = \lambda_1 \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.1)$$

$$L_2 = \lambda_2 \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} - \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) \quad (4.2)$$

$$L_3 = \lambda_3 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (4.3)$$

$$L_4 = \lambda_4 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (4.4)$$

$$L_5 = \lambda_5 \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.5)$$

$$L_{5+k} = \lambda_{5+k} \frac{\partial Y_k}{\partial x_1} \quad (4.6)$$

mit

$$\lambda_1 = u_1 - c, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_{5+k} = u_1, \quad \lambda_5 = u_1 + c \quad (4.7)$$

berechnet [195, 253]. Dabei wird angenommen, dass die Randfläche des Rechengebiets orthogonal zur x_1 -Richtung ist und sich akustischen Wellen hauptsächlich in x_1 -Richtung ausbreiten. Die Ergebnisse lassen sich jedoch auf jede beliebige Richtung anwenden. Außerdem werden im Folgenden die Variationen der charakteristischen Wellenamplitude vereinfachend als charakteristische Wellen bezeichnet. λ_i entsprechen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten der charakteristischen Wellen. L_1 und L_5 breiten sich mit Schallgeschwindigkeit relativ zur Grundströmung aus und beschreiben somit akustische Wellen. Die verbleibenden charakteristischen Wellen breiten sich konvektiv mit Strömungsgeschwindigkeit aus.

Zur Bestimmung der Randbedingungen wird zwischen ein- und auslaufenden Charakteristiken unterschieden. Abbildung 4.1(a) zeigt schematisch die Charakteristiken einer subsonischen Strömung an einem Ein- und einem Ausströmrand. An einem Einströmrand befinden sich $4 + N_k$ und an einem Ausströmrand eine einlaufende Charakteristik, wobei N_k die Anzahl der Gaskomponenten Y_k ist. Damit das Lösungsverfahren stabil ist, muss an den Rändern die Anzahl der physikalischen Randbedingungen der Anzahl der einlaufenden Charakteristiken entsprechen [195, 222, 223].

Bei einem numerischen Lösungsverfahren muss für jede Variable des Lösungsvektors eine Randbedingung gesetzt werden. Der Lösungsvektor ϕ des in Kapitel 2.1 vorgestellten Transportgleichungssystems beinhaltet $5 + N_k$ Variablen. Somit übersteigt im Allgemeinen

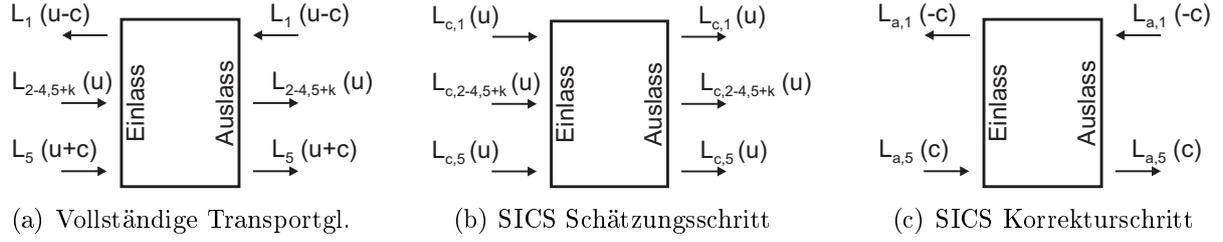


Abbildung 4.1.: Charakteristiken am Ein- und Auslass einer subsonischen Strömung [145, 195].

die Anzahl der Variablen die Anzahl der physikalischen Randbedingungen, wie am Beispiel subsonischer Ein- und Ausströmränder zu sehen ist [195]. Zur Lösung des Gleichungssystems werden deshalb neben physikalischen auch numerische Randbedingungen verwendet, d.h. die Randwerte werden mithilfe der numerischen Lösung innerhalb des Rechengebiets bestimmt.

In dieser Arbeit wird zur Definition der physikalischen und numerischen Randbedingungen die Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions (NSCBC) Methode verwendet [196]. Dabei werden zur Bestimmung der Randwerte charakteristische Gleichungen für die Ränder gelöst, die es erlauben ein- und auslaufende charakteristische Wellen getrennt zu behandeln. Im Folgenden werden die charakteristischen Gleichungen des Schätzungs- und des Korrekturschritts des SICS Verfahrens abgeleitet.

4.1.1. Schätzungsschritt

In Kapitel 3.2.3 wurden die Eigenwerte des SICS Schätzungsschritts bestimmt. Durch Substitution der Eigenwerte in die Gleichungen (4.1)-(4.6) werden die charakteristischen Wellen in x_1 -Richtung berechnet

$$L_{c,1} = \lambda_{c,1} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.8)$$

$$L_{c,2} = \lambda_{c,2} \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} - \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) \quad (4.9)$$

$$L_{c,3} = \lambda_{c,3} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (4.10)$$

$$L_{c,4} = \lambda_{c,4} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (4.11)$$

$$L_{c,5} = \lambda_{c,5} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.12)$$

$$L_{c,5+k} = \lambda_{c,5+k} \frac{\partial Y_k}{\partial x_1} \quad (4.13)$$

mit

$$\lambda_{c,i} = u_1 \quad (4.14)$$

wobei $L_{c,i}$ die charakteristischen Wellen des Schätzungsschritts sind. Anhand der charakteristischen Wellen lassen sich die Gradienten des primitiven Lösungsvektors an den Rändern des Rechengebiets zu

$$u_1 \frac{\partial \phi}{\partial x_1} = u_1 d_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{c^2} \left[L_{c,2} + \frac{1}{2}(L_{c,5} + L_{c,1}) \right] \\ \frac{1}{c} \left(\text{Ma}_1 L_{c,2} + \frac{1}{2}(\text{Ma}_1 + 1)L_{c,5} + \frac{1}{2}(\text{Ma}_1 - 1)L_{c,1} \right) \\ \rho L_{c,3} + \text{Ma}_2 \frac{1}{c} \left[L_{c,2} + \frac{1}{2}(L_{c,5} + L_{c,1}) \right] \\ \rho L_{c,4} + \text{Ma}_3 \frac{1}{c} \left[L_{c,2} + \frac{1}{2}(L_{c,5} + L_{c,1}) \right] \\ \left(\frac{h}{c^2} - \frac{1}{\gamma - 1} \right) L_{c,2} + \left(\frac{h}{c^2} + 1 \right) (L_{c,1} + L_{c,1}) - \alpha_k \frac{1}{\gamma - 1} L_{c,5+k} \\ \rho L_{c,5+k} + Y_k \frac{1}{c^2} \left[L_{c,2} + \frac{1}{2}(L_{c,5} + L_{c,1}) \right] \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

bestimmen, wobei $\text{Ma}_i = u_i/c$ die Mach-Zahl in x_i -Richtung ist. Des Weiteren wurde der Enthalpiegradient mithilfe des idealen Gasgesetzes (3.5) berechnet. Durch Substitution der Gradienten in die Transportgleichung (3.35) ergibt sich die charakteristische Gleichung des SICS Schätzungsschritts zu:

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\Delta t} + u_1 d_c + u_2 \frac{\partial \phi}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial \phi}{\partial x_3} = D_\phi \quad (4.16)$$

Mithilfe von Gleichung (4.16) können die Randwerte für den SICS Schätzungsschritt berechnet werden, wenn die charakteristischen Wellen $L_{c,i}$ bekannt sind.

Abbildung 4.1(b) zeigt die charakteristischen Wellen des SICS Schätzungsschritts an einem Ein- und einem Ausströmrand. Am Ausströmrand treten alle Charakteristiken aus dem Rechengebiet heraus. Entsprechend werden dort ausschließlich numerische Randbedingungen verwendet, d.h. die charakteristischen Wellen $L_{c,i}$ werden aus dem Rechengebiet bestimmt (Tab. 4.1). Am Einströmrand treten alle Charakteristiken in das Rechengebiet ein, entsprechend werden dort alle Charakteristiken vorgegeben. Dazu werden die Local One Dimensional Inviscid (LODI) Gleichungen verwendet [196]. Diese entsprechen der charakteristischen

Tabelle 4.1.: Charakteristische Randbedingungen des Schätzungsschritts

Randbedingung		physikalisch	numerisch
Einströmrand	reflektierend	$L_{c,i}$	
	schwach reflektierend	$L_{c,1} = L_{c,5+k} = 0$	
		$L_{c,2} = \sigma_2(T - T_\infty)$	
		$L_{c,3} = \sigma_3(u_2 - u_{2,\infty})$	
		$L_{c,4} = \sigma_4(u_3 - u_{3,\infty})$	
$L_{c,5} = \sigma_5(u_1 - u_{1,\infty})$			
Ausströmrand	reflektierend		$L_{c,i}$
	schwach reflektierend		$L_{c,i}$
Viskose Wand	reflektierend	$L_{c,i}$	

Gleichung (4.16) für eine eindimensionale Strömung unter Vernachlässigung des diffusiv-chemischen Terms:

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\Delta t} + u_1 d_c = 0 \quad (4.17)$$

Für eine vollständig reflektierende Randbedingung werden ein konstanter Variablenvektor ϕ am Einlass vorgegeben und daraus nach Gleichung (4.17) die charakteristischen Wellen berechnet [195, 196].

Zur Reduzierung der Reflexion werden die charakteristischen Wellen am Einlass mithilfe von Variablen im Fernfeld berechnet wie in Tabelle 4.1 gezeigt wird [196]. Mithilfe der Kopplungsparameter σ_i kann die Reflexion angepasst werden. Für $\sigma_i = 0$ ergibt sich eine nicht-reflektierende und für $\sigma_i \rightarrow \infty$ eine vollständig reflektierende Randbedingung. Der resultierende Reflexionsfaktor wird in Abhängigkeit der Kopplungsparameter im nächsten Abschnitt bestimmt.

Neben Ein- und Ausströmändern beinhaltet die Simulation von Verbrennungsprozessen oftmals Wände als Begrenzung des Rechengebiets. In dieser Arbeit werden Wände als undurchlässig und starr angenommen. Daraus ergibt sich, dass die Geschwindigkeit in normalen Richtung zur Wand $u_1 = 0$ beträgt. Entsprechend sind die charakteristischen Wellen nach Gleichungen (4.8)-(4.13) $L_{c,i} = 0$. Damit ergibt sich ein konstanter Variablenvektor als Wandrandbedingung des SICS Schätzungsschritts.

4.1.2. Korrekturschritt

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Randbedingungen des SICS Schätzungsschritts anhand der charakteristischen Wellen abgeleitet. In diesem Kapitel werden die entsprechen-

den Randbedingungen für den Korrekturschritt bestimmt. Nach Kapitel 3.2.2 betragen die Eigenwerte des Gleichungssystems des Korrekturschritts:

$$\lambda_{a,1} = -c, \quad \lambda_{a,2-4} = \lambda_{a,5+k} = 0, \quad \lambda_{a,5} = c \quad (4.18)$$

Durch Substitution der Eigenwerte in Gleichungen (4.1)-(4.6) werden die charakteristischen Wellen des Korrekturschritts $L_{a,i}$ zu:

$$L_{a,1} = \lambda_{a,1} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.19)$$

$$L_{a,2} = L_{a,3} = L_{a,4} = 0 \quad (4.20)$$

$$L_{a,5} = \lambda_{a,5} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.21)$$

$$L_{a,5+k} = 0 \quad (4.22)$$

bestimmt. Aus den charakteristischen Wellen (4.19) und (4.21) werden die Gradienten des Drucks und der Geschwindigkeit in x_1 -Richtung zu

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \begin{pmatrix} p \\ u_1 \end{pmatrix} = d_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{2c} (L_{c,5} - L_{c,1}) \\ \frac{1}{2\rho c^2} (L_{c,5} + L_{c,1}) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

berechnet. Mithilfe der Gradienten wird die charakteristische Druckkorrekturgleichung zu

$$\begin{aligned} & \partial_1 d_{a,1}^\delta + \partial_j \partial_j \delta p - \frac{2}{c^2 \Delta t} (u_1 d_{a,1}^\delta + \delta p d_{a,2} + \partial_j u_j \delta p) - \frac{4}{c^2 \Delta t^2} \delta p \\ & = -\partial_1 d_{a,1}^{n+*} - \partial_j \partial_j p^{n+*} + \frac{4}{\Delta t} \left(\frac{\rho^* - \rho^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (\partial_j \rho u_j^{n+*} + \rho d_{a,2}^{n+*}) \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

bestimmt, wobei $j = 2,3$. Dabei sind die Zeitindizes $\phi^\delta = \phi^{n+1} - \phi^*$ und $\phi^{n+*} = \phi^n + \phi^*$. Die charakteristische Druckgleichung kann an den Rändern des Rechengebiets gelöst werden, wenn die charakteristischen Wellen bekannt sind. Abbildung 4.1(c) zeigt die Charakteristiken des SICS Korrekturschritts. An Ein- und Ausströmrändern befinden sich jeweils eine ein- und eine auslaufende Charakteristik. Wie in Tabelle 4.2 gezeigt wird, wird an den Rändern die jeweils auslaufende Charakteristik als numerische Randbedingungen verwendet, d.h. aus Werten innerhalb des Integrationsgebiets berechnet, um ein stabiles Lösungsverfahren zu garantieren. Zur Bestimmung der physikalischen Randbedingungen, d.h. der einlaufen-

Tabelle 4.2.: Charakteristische Randbedingungen des Korrekturschritts

Randbedingung		physikalisch	numerisch
Einströmrand	reflektierend	$L_{a,5} = L_{a,1}$	$L_{a,1}$
	schwach reflektierend	$L_{a,5} = K\rho c(u_1 - u_{1,\infty})$	$L_{a,1}$
Ausströmrand	reflektierend	$L_{a,1} = -L_{a,5}$	$L_{a,5}$
	schwach reflektierend	$L_{a,1} = K(p - p_\infty)$	$L_{a,5}$
Viskose Wand	reflektierend	$L_{a,5} = L_{a,1}$	$L_{a,1}$

den charakteristischen Wellen, werden aus Gleichungen (3.23), (3.24) und (3.29) die LODI Beziehungen

$$\frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = \frac{1}{2\rho c^2} (L_{a,5} - L_{a,1}) \quad (4.25)$$

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = \frac{\delta p}{\Delta t} = -\frac{1}{2} (L_{a,5} + L_{a,1}) \quad (4.26)$$

des Korrekturschritts bestimmt. Als physikalische Randbedingungen kann an einem Einströmrand die Geschwindigkeit und an einem Ausströmrand der Druck vorgegeben werden. An Gleichungen (4.25) und (4.26) ist zu erkennen, dass die ein- und auslaufenden charakteristischen Wellen dabei betragsmäßig gleich sind. Somit ergibt sich eine vollständige Reflexion der akustischen Wellen an den Ein- und Ausströmrandern. An Wänden wird aufgrund der Haftbedingungen ein konstante Geschwindigkeit $u_i = 0$ vorgegeben. Nach Gleichung (4.25) entsprechen sich dabei die ein- und auslaufenden charakteristischen Wellen. Folglich werden akustische Wellen gemäß dieser Definition der Wandrandbedingungen vollständig reflektiert.

Zur Definition schwach reflektierender Randbedingungen werden Geschwindigkeit und Druck nicht auf den Ein- bzw. Ausströmrandern, sondern im Fernfeld vorgegeben (Tab. 4.2) [195, 196]. Eine steigende Abweichung der Randwerte von den Fernfeldwerten führt dabei zu einer proportionalen Verstärkung der einlaufenden Wellen. Beispielsweise berechnet sich die einlaufende charakteristische Welle an einem Ausströmrand zu

$$L_{a,1} = K(p - p_\infty) \quad (4.27)$$

mit dem Kopplungsparameter

$$K = \sigma c(1 - \text{Ma}^2)/L \quad (4.28)$$

wobei L eine Referenzlänge und σ der Kopplungsfaktor sind. Mithilfe dieser Kopplung zwischen Rand- und Fernfeldwerten werden dem Rechengebiet Randbedingungen aufgeprägt ohne dass die konstanten Vorgaben zu jedem Zeitpunkt an den Rändern exakt erfüllt sind. Somit können konstante Randwerte in Form von Fernfeldwerten vorgegeben werden und gleichzeitig die Reflexion akustischer Wellen an den Rändern reduziert werden.

Nach Selle et al. [235] ergibt sich bei der Definition der einlaufenden Wellen nach Gleichung (4.27) der komplexe Reflexionsfaktor akustischer Wellen zu:

$$R = \frac{-1}{1 - i\frac{2\omega}{K}} \quad (4.29)$$

Dabei ist ω die Kreisfrequenz, $i^2 = -1$ die imaginäre Einheit und R das Verhältnis aus ein- zu auslaufenden akustischen Wellen im Frequenzbereich. Für $K \rightarrow 0$ ergibt sich nach Gleichung (4.29) ein Reflexionsfaktor von $R = 0$ und somit eine nicht-reflektierende Randbedingung. Mit steigendem Kopplungsparameter K nehmen die Reflexionen zu. Für $K \rightarrow \infty$ ergibt sich $R = -1$ und somit eine vollständige Reflexion akustischer Wellen.

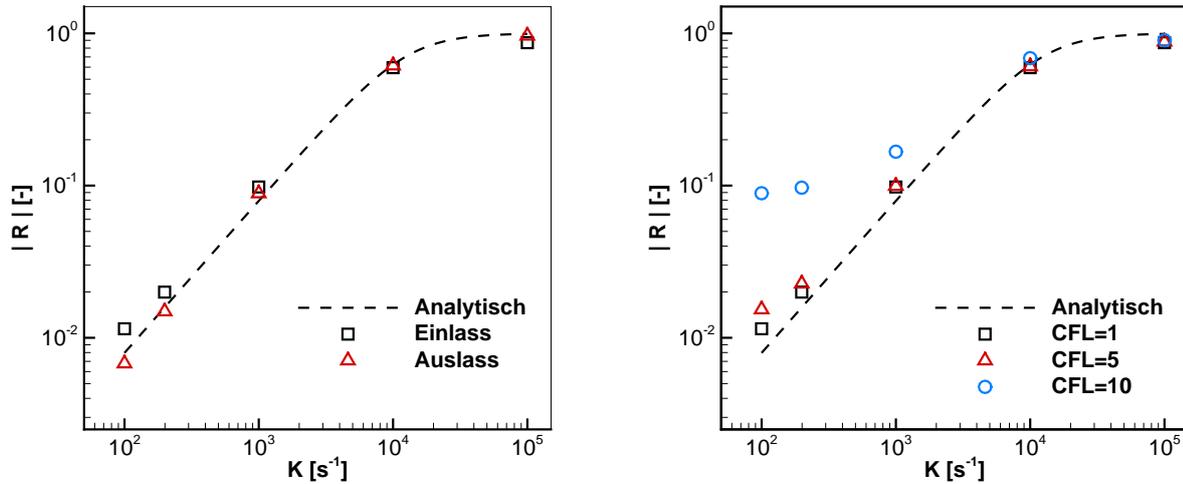
4.1.3. Implementierung

Zur Bestimmung der Randbedingungen mithilfe der NSCBC Methode [195, 196] werden die charakteristischen Gleichungen (4.16) und (4.24) auf den Rändern gelöst. Dieses Verfahren wurde ursprünglich für explizite Lösungsverfahren entwickelt, wobei die charakteristischen Gleichungen explizit vor jedem Zeitschritt integriert werden. Um die Stabilität des Verfahrens zu garantieren, muss die Courant-Zahl

$$\text{CFL} = \frac{(u + c)\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (4.30)$$

erfüllen. Daraus resultieren im Allgemeinen sehr kleine Integrationsschritte. Um die Zeitschrittlimitierung zu umgehen, können die charakteristischen Gleichungen implizit gelöst werden. Dies führt zu einer Kopplung der Geschwindigkeits- und Druckfelder. In der vorliegenden Arbeit wird ein Druckkorrekturverfahren (Kap. 3) verwendet, bei dem diese Größen sequentiell berechnet werden. Somit ist eine direkte implizite Lösung der charakteristischen Gleichung nur iterativ möglich.

In dieser Arbeit werden zunächst die Randwerte mithilfe der charakteristischen Wellen L_i extrapoliert. Dabei wird die Green-Gauß Methode [145] verwendet, die den Gradienten der Lösungsvariablen entsprechend der charakteristischen Wellen in den Mittelpunkten der Randzellen vorgibt. Anschließend werden die vollständigen Transportgleichungen mit diesen Dirichlet-Randbedingungen gelöst. Da der Gradient der Lösungsvariablen von den charakte-



(a) CFL = 1, Ein- und Auslass

(b) CFL = 1 – 10, Einlass

Abbildung 4.2.: Betrag des Reflexionsfaktors bei charakteristischen Randbedingungen

ristischen Wellen bestimmt wird, werden in den Randzellen näherungsweise die charakteristischen Gleichungen gelöst. Darüber hinaus werden die Gleichungen an den Rändern implizit gelöst. Dies ermöglicht eine Integration der Gleichungen, die nicht der CFL-Limitierung $CFL < 1$ unterliegt. Jedoch steigt mit dem zeitlichen Integrationsschritt auch der Fehler der Randbedingungen, d.h. die Reflexion akustischer Wellen entspricht nicht mehr dem analytischen Reflexionsfaktor (Gl. (4.29)).

Zur Verifikation der Implementierung wird die Reflexion einer akustischen Welle am Ein- und Auslass eines eindimensionalen Kanals berechnet (Anhang A.4) [145]. Die Frequenz und die Druckamplitude der akustischen Welle betragen 1 kHz bzw. 10 Pa. Abbildung 4.2(a) zeigt sowohl den numerischen Reflexionsfaktor am Ein- und Ausströmrand als auch den analytischen Reflexionsfaktor für $CFL = 1$ als Funktion des Kopplungsparameters K . Der Kopplungsparameter wird zwischen 10^2 und 10^5 variiert. Die untere Grenze entspricht dem empfohlenen Minimum des Kopplungsparameters für nicht-reflektierende Randbedingungen von $\sigma = 0.27$ [196]. Im Falle der oberen Grenze stellt sich eine näherungsweise vollständige Reflexion ein. Wie Abbildung 4.2(a) zeigt, stimmen der numerische und der analytische Reflexionsfaktor sowohl am Ein- als auch am Ausströmrand sehr gut überein.

Abbildung 4.2(b) zeigt den numerischen und den analytischen Reflexionsfaktor für unterschiedliche CFL-Zahlen. Mit steigender CFL-Zahl nimmt die Abweichung zwischen numerischem und analytischem Reflexionsfaktor zu. Für den Fall dass der Reflexionsfaktor an den Rändern exakt vorgegeben werden soll, muss die CFL-Zahl dort entsprechend klein sein.

4.2. Impedanzrandbedingungen

Im vorangegangenen Abschnitt wurden charakteristische Randbedingungen diskutiert, die es erlauben den Reflexionsfaktor akustischer Wellen an den Rändern des Rechengebiets mithilfe eines freien Parameters einzustellen (Kap. 4.1). Die Übertragungsfunktion der akustischen Variablen ist dabei erster Ordnung [182]. Zur Vorgabe von Übertragungsfunktionen höherer Ordnung werden in der vorliegenden Arbeit Impedanzrandbedingungen verwendet. Diese ermöglichen es, komplexe Reflexionsfaktoren frequenzabhängig an den Rändern eines Rechengebiets festzulegen.

4.2.1. Digitale Filter

Das in dieser Arbeit verwendete Lösungsverfahren (Kap. 3) berechnet den Lösungsvektor ϕ einer reaktiven Strömung im Zeitbereich. Zur Vorgabe eines frequenzabhängigen Reflexionsfaktors an den Rändern des Rechengebiets wird der Lösungsvektor jedoch im Frequenzbereich benötigt. Die dazu notwendigen Fourier Hin- und Rücktransformationen der Randwerte sind für CFD Anwendungen zu rechenintensiv [104, 268]. Deshalb werden in dieser Arbeit Time Domain Impedance Boundary Conditions (TDIBC) verwendet. Dabei werden analytische Modellfunktionen als Übertragungsfunktion vorgegeben, deren Transformation zwischen Zeit- und Frequenzbereich bekannt ist. Somit kann die Berechnung der Randwerte ohne Fourier-Transformationen vollständig im Zeitbereich erfolgen.

In der Literatur zu Impedanzrandbedingungen [11, 24, 76, 149, 152, 183, 251] wurden eine Vielzahl analytischer Modellfunktionen zur Definition von TDIBC vorgeschlagen. In dieser Arbeit wird eine rationale Modellfunktion

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} \\ &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

verwendet [181, 183, 184]. Dabei sind H die Modellfunktion, X und Y die Ein- und Ausgangsvariablen, a_i und b_i die Filterkoeffizienten und $z = e^{i\omega}$. Wie von Özyörük et al. [183, 184] vorgeschlagen, wird Gleichung (4.31) mithilfe des Verschiebungssatzes der z-Transformation [182] in den Zeitbereich transformiert

$$y^n = - \sum_{j=1}^N a_j y^{n-j} + \sum_{j=0}^M b_j x^{n-j} \quad (4.32)$$

wobei x^n und y^n diskrete, äquidistante Zeitreihen der Ein- und Ausgangsvariablen sind.

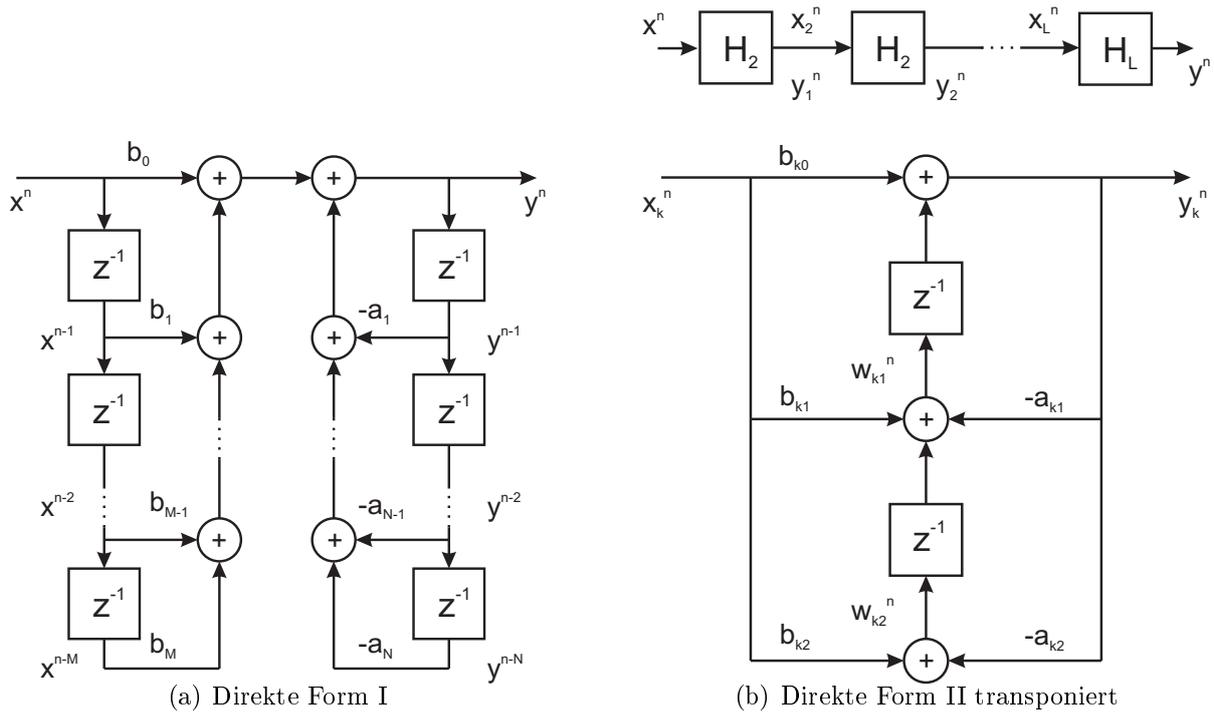


Abbildung 4.3.: Digitale Filter als direkte Form I und direkte Form II transponiert. [104,182]

Die algebraische Gleichung (4.32) kann zur Berechnung der Randwerte verwendet werden. Sie entspricht der sogenannten direkten Form I eines digitalen Filters [182]. Abbildung 4.3(a) zeigt das zugehörige Schaltbild der Gleichung. Bei der direkten Form I eines Filters führen jedoch Rundungs- und Quantisierungsfehler schnell zur Destabilisierung des Filters [182]. Deshalb haben Huber et al. [104] vorgeschlagen, für CFD Anwendungen die stabilere direkte Form II transponiert zu verwenden (Abb. 4.3(b)). Dazu wird die Übertragungsfunktion in Kettenform

$$H(z) = \prod_{j=1}^{N_j} H_j(z) \tag{4.33}$$

geschrieben, wobei die Übertragungsfunktion jedes Kettenelements H_j durch ein System zweiter Ordnung

$$H_j(z) = \frac{b_{j0} + b_{j1}z^{-1} + b_{j2}z^{-2}}{1 + a_{j1}z^{-1} + a_{j2}z^{-2}} \tag{4.34}$$

beschrieben wird [182]. Dabei sind a_{ji} und b_{ji} die Filterkoeffizienten. Gleichung (4.34) kann durch Faktorisierung der Gleichung (4.31) bestimmt werden. Entsprechend sind beide Formen

äquivalente Beschreibungen der Modellfunktion $H(z)$. Mithilfe der Faltungs- und Verschiebungssätze der z -Transformation [182] wird Gleichung (4.34) in den Zeitbereich transformiert

$$y_j^n = b_{j0}x_j^n + w_{j1}^{n-1} \quad (4.35)$$

$$w_{j1}^n = b_{j1}x_j^n - a_{j1}y_j^n + w_{j2}^{n-1} \quad (4.36)$$

$$w_{j2}^n = b_{j2}x_j^n - a_{j2}y_j^n \quad (4.37)$$

wobei w_{ji} die Zustandsvariablen sind [104, 182]. Anhand der Gleichungen (4.35)-(4.37) können die Randwerte für eine CFD Simulation berechnet werden, wenn die Filterkoeffizienten bekannt sind. Die Bestimmung dieser Koeffizienten wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

4.2.2. Filterkoeffizienten und Abtastung

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Modellfunktionen in direkter Form I (Gl. (4.31)) und in direkter Form II transponiert (Gl. (4.33)) vorgestellt. Zur Anwendung der Filter in einer CFD Simulation müssen die Filterkoeffizienten der Modellfunktionen bestimmt werden. In der vorliegenden Arbeit werden dafür zunächst die Koeffizienten der Modellfunktion in direkter Form I bestimmt. Mithilfe der kommerziellen Software MathWorks Matlab [155] werden anschließend die Koeffizienten der direkten Form II transponiert berechnet, die in der CFD Software THETA verwendet werden.

Die Filterkoeffizienten a_i und b_i der direkten Form I werden so bestimmt, dass die Modellfunktion (Gl. (4.31)) der vorzugebenden Übertragungsfunktion entspricht. Zur Bestimmung der Koeffizienten werden zwei unterschiedliche Verfahren verwendet. Zum einen werden die Filterkoeffizienten durch Koeffizientenvergleich der Modellfunktion (4.31) mit der vorzugebenden Übertragungsfunktion bestimmt, falls die vorzugebende Übertragungsfunktion in analytischer Form vorliegt. Zum anderen werden die Koeffizienten anhand einer Kurvenanpassung der Modellfunktion an die vorzugebende Übertragungsfunktion bestimmt [104, 132, 268]. Nach Huber et al. [104] wird für die Kurvenanpassung der komplexen Funktionen ein Least-Square Ansatz [132] verwendet. Darüber hinaus wird ein gedämpftes Gauß-Newton Verfahren [46] zur Verbesserung der Genauigkeit verwendet. Beide Algorithmen stehen in der kommerziellen Software MathWorks Matlab [155] zur Verfügung.

In Abschnitt 4.2.1 wurde angenommen, dass die diskreten Ein- und Ausgangsfolgen des Filters äquidistant sind, d.h. die Abtastungsrate f_s konstant ist. Nach dem Nyquist'schen Abtasttheorem [182] ist die maximal aufgelöste Frequenz f_N des Filters durch die Abtastungsrate bestimmt

$$f_N = \frac{1}{2}f_s \quad (4.38)$$

wobei f_N die sogenannte Nyquist-Frequenz ist. Damit sind auch die zuvor diskutierten Filterkoeffizienten a_i und b_i eine Funktion der Abtastungsrate, denn diese beschreiben den Verlauf der Modellfunktion im Frequenzintervall

$$f \in [0, f_N] \quad (4.39)$$

Unter der Annahme, dass jeder numerische Zeitschritt einer CFD Simulation als diskreter Wert der Ein- und Ausgangsfolge verwendet wird, ist die Abtastungsrate durch den numerischen Zeitschritt festgelegt:

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (4.40)$$

Aus dieser Abhängigkeit der Abtastungsrate f_s der Ein- und Ausgangsfolgen und des numerischen Zeitschritts Δt ergeben sich folgende Auswirkungen für CFD Simulationen mit TDIBC. Erstens muss ein konstanter numerischer Zeitschritt verwendet werden, da sonst die Abtastungsrate nicht konstant ist und somit die numerische Übertragungsfunktion an den Rändern verfälscht wird. Um dies zu vermeiden ist eine Anpassung der Filterkoeffizienten bei jeder Änderung des numerischen Zeitschritts notwendig. Da die Filterkoeffizienten gegebenenfalls mithilfe einer Kurvenanpassung komplexer Kurven bestimmt werden, kann die Änderung des numerischen Zeitschritts mit sehr viel Aufwand verbunden sein.

Zweitens bestimmt nach Gleichungen (4.38) und (4.40) der numerische Zeitschritt die Nyquist-Frequenz des Filters. Die Filterkoeffizienten werden so gewählt, dass sie die Modellfunktion $H(z)$ im gesamten aufgelösten Frequenzbereich nach Gleichung (4.39) beschreiben. Bei Verbrennungssimulationen werden üblicherweise Zeitschritte im Bereich $O(10^{-6})$ verwendet. Daraus ergibt sich eine Nyquist-Frequenz des Filters von $f_N = 500$ kHz. Oftmals liegen die dominanten Signale eines Testfalls in einem deutlich kleineren Frequenzintervall wie beispielsweise $f < 1$ kHz. Somit muss die Kurvenanpassung über einen deutlich größeren Frequenzbereich ausgeführt werden als für die CFD Simulation relevant ist. Dies verringert die Genauigkeit der Kurvenanpassung mit steigender Nyquist-Frequenz, d.h. mit sinkendem numerischen Zeitschritt.

Aufgrund der zuvor beschriebenen Herausforderungen bei CFD Simulationen mit TDIBC wird in der vorliegenden Arbeit der ganzzahlige, positive Downsamplingfaktor

$$F_{DS} = \frac{1}{f_s \Delta t} \quad (4.41)$$

verwendet, mit dessen Hilfe die Abtastungsrate des Filters angepasst werden kann [146]. Das Downsampling ermöglicht bei einer Änderung des numerischen Zeitschritts in ganzzahligen

Vielfachen die Abtastungsrate und somit auch die Filterkoeffizienten konstant zu halten, wie aus Gleichung (4.41) ersichtlich ist. Darüber hinaus bewirkt das Downsampling eine Reduktion der Nyquist-Frequenz. Dies erhöht wiederum die Genauigkeit angepasster Modellfunktionen [146].

Mit steigendem Downsamplingfaktor und gleichzeitig konstanter Abtastung sinkt der numerische Zeitschritt. Somit wird der ursprüngliche Zeitschritt durch mehrere Schritte berechnet

$$\Delta t_{DS} = \frac{\Delta t_0}{F_{DS}} \quad (4.42)$$

wobei Δt_0 der ursprüngliche und Δt_{DS} der Zeitschritt mit Downsampling ist. Damit die Randwerte unabhängig vom gewählten Downsamplingfaktor sind, wird die Eingangsfolge des Filters über vorangegangene Zeitschritte gemittelt

$$x_{DS}^n = \sum_{i=m-F_{DS}}^m g^i x^i \quad (4.43)$$

$$\approx x_0^{m/F_{DS}} \quad (4.44)$$

mit

$$m = n - (n \bmod F_{DS}) \quad (4.45)$$

berechnet. Dabei ist x_0^n die Eingangsfolge der Simulation mit dem ursprünglichen Zeitschritt Δt_0 und g^i eine Gewichtungsfunktion. Dabei können unterschiedliche Gewichtungsfunktionen verwendet werden. Beispielsweise kann die Dirac-Funktion als Gewichtung der Inputvariable eingesetzt werden

$$g_1^i = \delta(n \bmod F_{DS}) \quad (4.46)$$

Diese sehr einfache Gewichtung führt jedoch zu Aliasing-Fehlern, die das Filter destabilisieren können [182]. Um Aliasing-Fehler zu vermeiden, wird die konstante Gewichtung

$$g_2^i = \frac{1}{F_{DS}} \quad (4.47)$$

eingesetzt, die einem Rechteckfenster entspricht. Mithilfe des Rechteckfensters wird eine stabilere Implementierung des Filters erreicht [182]. Dies ermöglicht erstens einen höheren Downsamplingfaktor und zweitens Filter höherer Ordnung zu verwenden.

Die zeitlich gemittelte Eingangsfolge entspricht näherungsweise der ursprünglichen Eingangsfolge x_0 . Da ebenfalls die gleichen Filterkoeffizienten verwendet werden, wird unabhängig vom Downsamplingfaktor die gleiche Ausgangsfolge

$$y_{DS}^n \approx y_0^{m/F_{DS}} \quad (4.48)$$

berechnet, wobei y_0^n die Ausgangsfolge der Simulation mit dem ursprünglichen Zeitschritt Δt_0 ist. Ohne die zuvor beschriebene zeitliche Mittelung wird das Filter bereits bei geringen Downsamplingfaktoren aufgrund von Aliasing-Fehlern instabil. Jedoch bewirkt die Mittelung eine zusätzliche Phasenverschiebung der reflektierten Wellen. Der Einfluss des Downsamplingfaktors auf den numerischen Reflexionsfaktor wird in Abschnitt 4.2.5 anhand eines Beispiels ausführlicher diskutiert.

4.2.3. Stabilität

In Abschnitt 4.1 wurden charakteristische Wellen zur Definition der Randbedingungen verwendet. An den Rändern eines CFD Rechengebiets wird dabei zwischen ein- und auslaufenden Wellen unterschieden. Der Wert einer auslaufenden charakteristischen Welle am Rand des Rechengebiets kann nicht durch die Randbedingung verändert werden, sondern er wird durch die bisherige Lösungen im inneren des Rechengebiets bestimmt. Im Gegensatz dazu werden einlaufende Wellen durch die Umgebung des Rechengebiets bestimmt.

Eine Vorgabe auslaufender charakteristischer Wellen als Randbedingung ist ebenso nicht physikalisch wie die Berechnung einlaufender Wellen aus dem Inneren des Rechengebiets. Entsprechend führt beides zu einem instabilen Lösungsverfahren [192]. Um dies zu vermeiden wurde in Abschnitt 4.1 zwischen numerischen und physikalischen Randbedingungen unterschieden. Auslaufende charakteristische Wellen werden als numerische und einlaufende als physikalische Randbedingungen behandelt. Nach Fung et al. [76] kann dies auf TDIBC übertragen werden, indem die charakteristischen Wellen als Eingangs- und Ausgangsvariablen des digitalen Filters verwendet werden. Die auslaufende Welle wird aus dem Inneren des Rechengebiets bestimmt und als Eingangsvariable verwendet. Mithilfe des Filters wird die einlaufende Welle bestimmt. Somit ergibt sich die Übertragungsfunktion zu

$$H(z) = \frac{\hat{\alpha}^-}{\hat{\alpha}^+} \quad (4.49)$$

$$= R(z) \quad (4.50)$$

wobei $\hat{\alpha}^-$ und $\hat{\alpha}^+$ die Fourier-Transformierten der ein- und auslaufenden Wellen, d.h. der Riemann Invarianten

$$\alpha^+ = \frac{1}{2} (p_a + u_a \rho c) \quad (4.51)$$

$$\alpha^- = \frac{1}{2} (p_a - u_a \rho c) \quad (4.52)$$

sind. Dabei ist p_a der Schalldruck und ist u_a die Schallschnelle. Die Übertragungsfunktion $H(z)$ entspricht bei dieser Wahl der Eingangs- und Ausgangsvariablen dem Reflexionsfaktor der charakteristischen Wellen am Rand des Rechengebiets. Zur Bestimmung des Schalldrucks und der Schallschnelle werden der Druck und die Geschwindigkeit in

$$p = \bar{p} + p' + p_a \quad (4.53)$$

$$u = \bar{u} + u' + u_a \quad (4.54)$$

zerlegt [113]. Dabei sind $\bar{()}$ zeitliche Mittelwerte und $()'$ turbulente Fluktuationen. Um den Schalldruck und die Schallschnelle zu berechnen wird zunächst der zeitliche Mittelwert des Drucks und der Geschwindigkeit von den jeweiligen Gesamtwerten (Gl. (4.53) und Gl. (4.54)) subtrahiert. Anschließend wird zur Elimination der turbulenten Fluktuationen der räumliche Mittelwert über die Randfläche gebildet [113], wobei angenommen wird, dass Schalldruck und -schnelle homogen im Randquerschnitt verteilt sind.

Als Alternative zu den ein- und auslaufenden Wellen können auch der Druck und die Geschwindigkeit als Eingangs- und Ausgangsvariablen des Filters genutzt werden

$$H(z) = \frac{\hat{p}}{\hat{u}} \quad (4.55)$$

$$= Z(z) \quad (4.56)$$

wobei die Übertragungsfunktion dann die Impedanz Z ist. Diese Formulierung der Übertragungsfunktion bietet jedoch nicht die Möglichkeit zwischen ein- und auslaufenden Charakteristiken zu unterscheiden und führt deshalb nach Fung et al. [76, 77] nur zu einer bedingten Stabilität des Lösungsverfahrens. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit die Übertragungsfunktion als Reflexionsfaktor nach Gleichung (4.49) verwendet.

Die Stabilität des Lösungsverfahrens wird bei TDIBC durch die Wahl der Ein- und Ausgangsvariablen des Filters beeinflusst [77]. Darüber hinaus sollte das verwendete Filter stabil sein. Dabei wird zwischen der Stabilität der Implementierung und des analytischen Filters unterschieden. Die Implementierung des Filters kann aufgrund von Rundungs- und Quantisie-

rungsfehlern instabil werden [182]. Um dies zu vermeiden wurde in der vorliegenden Arbeit das Filter in direkter Form II transponiert implementiert. Diese Form ist vergleichsweise robust gegenüber Rundungs- und Quantisierungsfehlern [104, 182].

Das analytische Filter ist BIBO (bounded-input bounded-output) stabil, wenn jede beschränkte Eingangsfolge

$$|x^n| \leq C_x < \infty \quad (4.57)$$

zu einer beschränkten Ausgangsfolge

$$|y^n| \leq C_y < \infty \quad (4.58)$$

führt, wobei C_x und C_y endliche, positive Werte sind [182]. Zur Beurteilung der Stabilität des analytischen Filters wird die Kausalitätsbedingung verwendet. Ein Filter ist kausal wenn für beliebige Zeitpunkte n_0 die Ausgangsvariable nur von Werten zu den Zeitpunkten $n \leq n_0$ abhängt [182]. Dies bedeutet, dass keine zukünftigen Werte der Ein- oder Ausgangsvariablen verwendet werden und das Filter somit nicht vorhersagend ist. Nach Oppenheim et al. [182] ist ein kausales Filter BIBO stabil, wenn die Polstellen der zugehörigen Übertragungsfunktion $H(z)$ innerhalb des komplexen Einheitskreises liegen

$$|z_{p,i}| < 1 \quad (4.59)$$

wobei $z_{p,i}$ die Polstellen sind.

Die in dieser Arbeit verwendete rationale Übertragungsfunktion (4.31) ist kausal, wie an der zugehörigen Differenzgleichung (4.32) zu erkennen ist. Somit kann a-priori anhand der Polstellen der Übertragungsfunktion festgestellt werden, ob das Filter stabil ist. Dazu wird zwischen Finite Impulse Response (FIR) und Infinite Impulse Response (IIR) Filtern unterschieden. Bei FIR Filtern sind alle Koeffizienten des Nennerpolynoms $a_i = 0$. In diesem Fall besitzt die kausale Übertragungsfunktion (4.31) keine Polstellen und ist bedingungslos stabil [182]. Bei IIR Filtern ist mindestens ein Koeffizient des Nennerpolynoms ungleich null. In diesem Fall ist die Übertragungsfunktion (4.31) nur dann stabil, wenn Gleichung (4.59) erfüllt ist. Für die in dieser Arbeit verwendeten IIR Filter wird dies mithilfe der kommerziellen Software MathWorks Matlab [155] überprüft.

4.2.4. Schätzungs- und Korrekturschritt

Abbildungen 4.1(b) und 4.1(c) zeigen die Charakteristiken des SICS Schätzungs- und des Korrekturschritts an Ein- und Ausströmrändern. Im Falle des Schätzungsschritts laufen alle

Tabelle 4.3.: TDIBC des SICS Verfahrens

SICS Schritt	Randbedingung	physikalisch	numerisch
Schätzung	Einströmrand	$\phi (\dot{m}, u_2, u_3, T, Y_k, p)$	
	Ausströmrand		$\partial_1 \phi = 0$
	Viskose Wand	$u_i = 0$	$\partial_1 \rho = \partial_1 h = \partial_1 Y_k = 0$
Korrektur	Einströmrand	$\alpha^- (H, \dot{m}_\infty)$	α^+
	Ausströmrand	$\alpha^- (H, p_\infty)$	α^+
	Viskose Wand	$\alpha^- (H, \bar{\dot{m}} = 0)$	α^+

Charakteristiken an Einströmrandern ein und an Ausströmrandern aus. Zur Stabilisierung des Lösungsverfahrens muss die Anzahl der einlaufenden Charakteristiken der Anzahl der physikalischen Randbedingungen entsprechen. Wie in Tabelle 4.3 gezeigt wird, werden entsprechend an Einströmrandern nur physikalische und an Ausströmrandern nur numerische Randbedingungen für den SICS Schätzungsschritt verwendet.

Im Fall von Wänden wird in der vorliegenden Arbeit die Haftbedingung $u_i = 0$ verwendet. Daraus ergibt sich, dass im SICS Schätzungsschritt weder Charakteristiken ein noch auslaufen. Die verbleibenden drei Randbedingungen können nach der Charakteristikentheorie frei gewählt werden. Jedoch hat die Wahl einen Einfluss auf den diffusiven Transport an der Wand. Die Diffusion von Gaskomponenten durch die Wand wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, woraus sich $\partial_1 Y_k = 0$ ergibt (Tab. 4.3). Im Gegensatz dazu, kann Wärmeleitung an der Wand zu Diffusion der Enthalpie ($\partial_1 h \neq 0$) führen. Die dazu notwendigen Randbedingungen wurden im Rahmen dieser Arbeit implementiert jedoch tritt dieser Fall in keinem der vorgestellten Testfälle auf. Deshalb werden in Tabelle 4.3 vereinfachend nur die Randbedingungen für adiabate Wände gezeigt.

Beim SICS Korrekturschritt läuft an Ein- und Ausströmrandern sowie an Wänden jeweils eine Charakteristik ein und eine aus (Abb. 4.1(c)). Nach Tabelle 4.3 wird die auslaufende Welle in beiden Fällen als numerische Randbedingung verwendet. Die einlaufende Welle wird mithilfe des in Abschnitt 4.2.1 vorgestellten digitalen Filters berechnet. Darüber hinaus werden zur Vermeidung eines Drifts der Mittelwerte an Ein- und Ausströmrandern, die Fernfeldwerte des Massenflusses \dot{m}_∞ und des Drucks p_∞ aufgeprägt [104]. Somit kann auf den Wänden in Normalenrichtung eine Schallschnelle $u' \neq 0$ auftreten. Da Wände jedoch als undurchlässig angenommen werden, wird zusätzlich der mittlere zeitliche Massenfluss $\bar{\dot{m}} = 0$ aufgeprägt. In Anlehnung an die zuvor diskutierten charakteristischen Randbedingungen (Kap. 4.1) werden dazu die einlaufenden Wellen nach Gleichung (4.27) verwendet.

4.2.5. Implementierung

In der vorliegenden Arbeit wurden TDIBC für Einströmränder, Ausströmränder und Wände in die DLR CFD Software THETA implementiert. Zur Verifikation der Implementierung wird zunächst ein zweidimensionaler Kanal mit einer Grundströmung 10 m/s betrachtet, der in Anhang A.5 ausführlich beschrieben wird.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden TDIBC unter anderem eingesetzt um die akustischen Eigenschaften einer Brennkammerwand zu modellieren (Kap. 6.2.4). Die dabei verwendete Modellfunktion zur Modellierung des Reflexionsfaktors wird im Folgenden zur Verifikation der TDIBC Implementierung für Wände verwendet. Entsprechend wird an einer Kanalwand als Reflexionsfaktor die Modellfunktion erster Ordnung

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (4.60)$$

mit

$$a_1 = -\exp(-C_H \Delta t / 2) \quad (4.61)$$

$$b_0 = 1 + a_1 \quad (4.62)$$

vorgegeben, wobei $C_H = 7784$ s ein Modellparameter ist. Der Parameter C_H wurde so berechnet, dass der Betrag des Reflexionsfaktor 90% bei 300 Hz entspricht. Diese Einstellung wurde in Anlehnung an die in Kapitel 6.2.4 verwendete Modellierung gewählt.

Gleichung (4.60) beschreibt ein Tiefpassfilter mit maximaler Polstelle

$$|z_p|_{max} = -a_1 < 1. \quad (4.63)$$

Alle Polstellen liegen innerhalb des komplexen Einheitskreises. Nach Abschnitt 4.2.3 ist das Filter somit bedingungslos stabil. Zur Anregung der Wandrandbedingung werden am Anfang der Simulation Druckstörungen bei diskreten Frequenzen eingebracht. Die Druckstörungen breiten sich im Rechengebiet aus und werden an den Wänden reflektiert. Der entsprechende numerische Reflexionsfaktor wird aus Zeitreihen des Drucks bestimmt. Ein ausführliche Beschreibung des Testfalls findet sich in Anhang A.5. Abbildung 4.4 zeigt den analytischen Reflexionsfaktor nach Gleichung (4.60) und den numerischen Reflexionsfaktor. Sowohl der Betrag als auch die Phasenverschiebung des numerischen und des analytischen Reflexionsfaktors stimmen sehr gut über ein.

Zur Verifikation der TDIBC Implementierung an Ein- und Ausströmrändern wird im Folgenden ein eindimensionaler Kanal mit einer Grundströmung von 10 m/s untersucht [147,268].

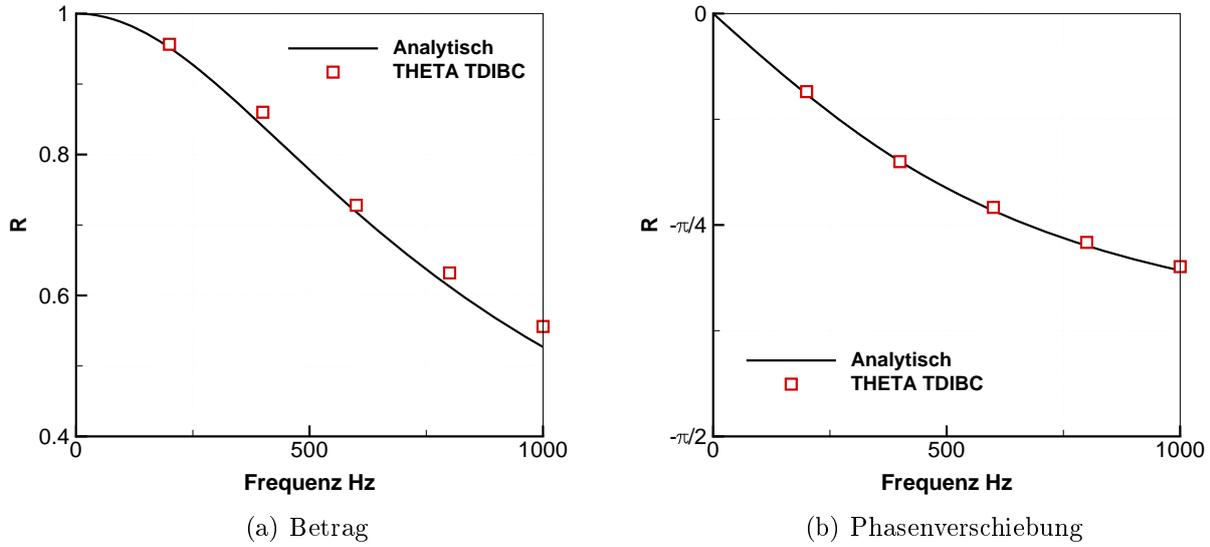


Abbildung 4.4.: Betrag und Phase des Reflexionsfaktors an einer Wand

Tabelle 4.4.: Filterkoeffizienten.

i	Zählerpolynom b_{1i}	Nennerpolynom a_{1i}
0	-0.840399	-
1	1.635910	-1.795511
2	-0.798005	0.798005

Dabei wird am Ein- bzw. Ausströmrand des Kanals eine Kombination aus Hoch- und Tiefpassfilter als spezifische Impedanz

$$Z(i\omega) = \frac{(C_{z1} - C_{z0})i\omega}{1 + (C_{z0} + C_{z1})i\omega - C_{z0}C_{z1}\omega^2} \quad (4.64)$$

vorgegeben, wobei $C_{z0} = 0.0002$ und $C_{z1} = 0.001$ Modellkonstanten sind. Die Modellkonstanten wurden in Anlehnung an [268] gewählt. Da die Impedanz in analytischer Form vorliegt, werden die Koeffizienten der Modellfunktion durch Koeffizientenvergleich bestimmt. Daraus ergeben sich die in Tabelle 4.4 gezeigten Filterkoeffizienten. Die Betragsmäßig größte Polstelle der Modellfunktion ergibt sich für diese Koeffizienten zu:

$$|z_p|_{max} \approx 0.987 < 1 \quad (4.65)$$

Nach Kapitel 4.2.3 ist die Übertragungsfunktion somit bedingungslos stabil.

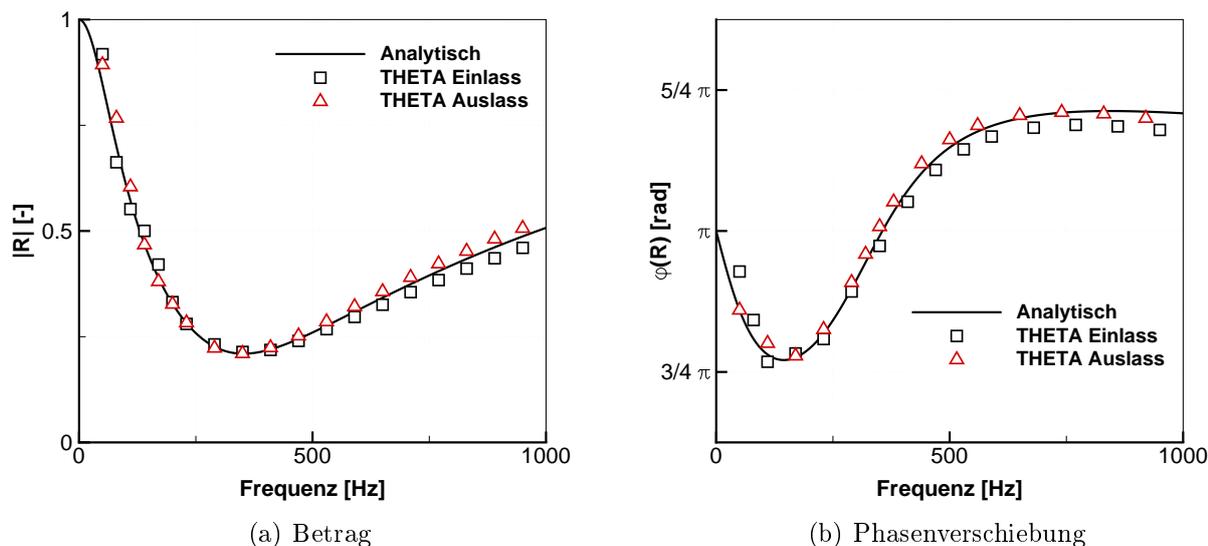


Abbildung 4.5.: Betrag und Phase des Reflexionsfaktors am Ein- und Auslass

Zur Berechnung des numerischen Reflexionsfaktors am Ausströmrand wird der Einströmrand akustisch angeregt. Im Gegensatz dazu wird der Ausströmrand angeregt für die Berechnung des numerischen Reflexionsfaktors am Einströmrand. Mithilfe der Zeitreihen des Drucks und der Geschwindigkeit im Rechengebiet wird der numerische Reflexionsfaktor berechnet. Der Testfall wird ausführlicher in Anhang A.5 vorgestellt.

Abbildung 4.5 zeigt den Vergleich des numerischen und des analytischen Reflexionsfaktors am Ein- und Ausströmrand des Kanals. Sowohl der Betrag als auch der Phasenverzug des numerischen Reflexionsfaktors stimmen sehr gut mit dem analytischen Reflexionsfaktor überein. Abbildung 4.6 zeigt den Reflexionsfaktor am Ausströmrand des Kanals für unterschiedliche Downsamplingfaktoren. Dabei wird ausgehend von einer Simulation ohne Downsampling ($F_{DS} = 1$) der numerische Zeitschritt um zwei Größenordnungen verringert und somit ein maximaler Downsamplingfaktor von $F_{DS} = 100$ erreicht. Wie in Abbildung 4.6(a) zu sehen ist, wird der Betrag des Reflexionsfaktors nur leicht durch das Downsampling verändert. Für alle betrachteten Downsamplingfaktoren zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Beträge des numerischen und analytischen Reflexionsfaktors.

Im Gegensatz zum Betrag des numerischen Reflexionsfaktors zeigt sich bei dessen Phasenverzug eine Abhängigkeit vom Downsamplingfaktor wie in Abbildung 4.6(b) gezeigt wird. Der Fehler zwischen dem Phasenverzug des numerischen und des analytischen Reflexionsfaktors steigt mit zunehmender Frequenz an. Der maximale Fehler von näherungsweise 8 % ist bei 1 kHz sichtbar. Diese Phasenverschiebung wird durch die zeitliche Mittelung der Eingangsfolge verursacht, wodurch die Eingangswerte zeitlich verschoben werden. Die Mittelung

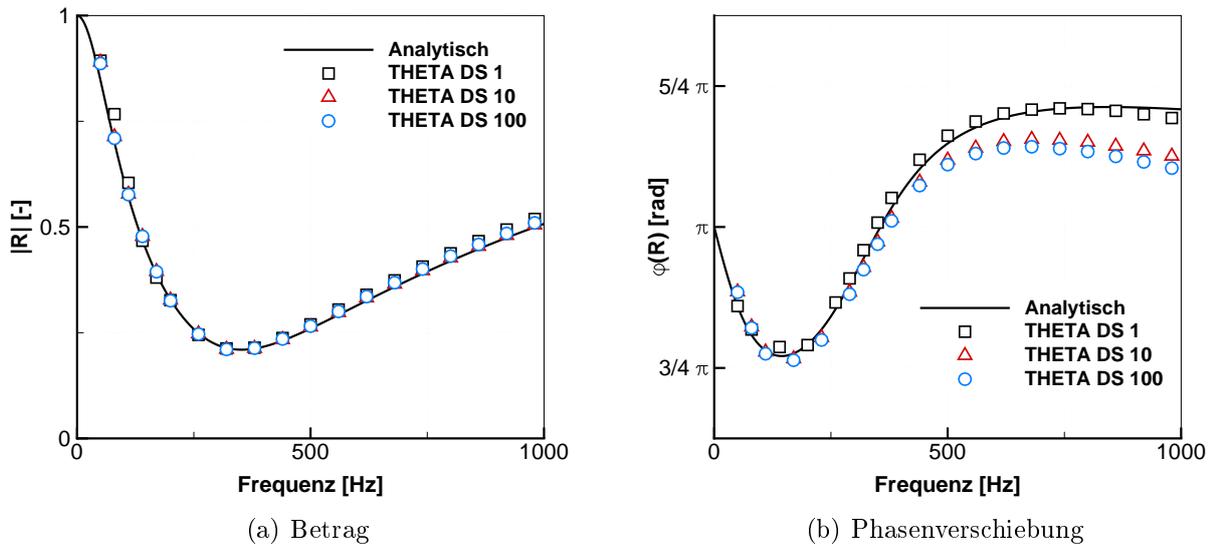


Abbildung 4.6.: Einfluss des Downsamplingfaktors auf den Reflexionsfaktor am Auslass

ist jedoch notwendig, um Aliasing-Fehler zu vermeiden, die das Filter sonst destabilisieren würden [182].

Wie zuvor gezeigt bewirkt das Downsampling bei TDIBC einen Fehler im Phasenverzug des Reflexionsfaktors. Gleichzeitig wird jedoch auch die Nyquist-Frequenz verringert. Dies ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Filterkoeffizienten der Modellfunktion durch eine komplexe Kurvenanpassung bestimmt werden. Eine Kurvenanpassung wird beispielsweise eingesetzt wenn der Reflexionsfaktor in Form experimenteller Daten vorliegt. Ohne eine Reduzierung der Nyquist-Frequenz ist bei technisch relevanten Testfällen eine Kurvenanpassung oftmals nicht möglich.

Im folgenden Kapitel wird die numerische Simulation von indirektem Lärm im Entropiewellengenerator von Bake et al. [8] diskutiert. Bei diesem Experiment wurde der akustische Reflexionsfaktor an einem Austrittsrand gemessen. Der gemessene Reflexionsfaktor wird in dieser Arbeit mithilfe der TDIBC Modellfunktion modelliert. Wie im folgenden Kapitel gezeigt wird, erhöht die Downsampling Methode die Genauigkeit der Modellfunktion erheblich. Da der berechnete indirekte Lärm bei diesem Testfall stark von den verwendeten akustischen Randbedingungen abhängt [135, 172], erhöht das Downsampling Verfahren auch die Genauigkeit der numerischen Ergebnisse zum indirekten Lärm deutlich. Dieses Beispiel zeigt, dass das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Downsampling für TDIBC ein wichtiges Verfahren zur Anwendung dieser Randbedingungen für technisch relevante Testfälle darstellt.

5. Indirekter Verbrennungslärm

Bei Verbrennungslärm wird zwischen direktem und indirektem Lärm unterschieden [8]. Die turbulent instationäre Wärmefreisetzung eines Verbrennungsprozesses führt zu Druckfluktuationen und somit zu akustischen Wellen, die als direkter Verbrennungslärm bezeichnet werden [94, 247]. Darüber hinaus erzeugen Verbrennungsprozesse Temperatur- bzw. Entropieschwankungen, die mit Strömungsgeschwindigkeit konvektiert werden. Bei Beschleunigung dieser Entropieschwankungen entstehen Druckschwingungen [8, 100, 154]. Diese werden als indirekter Verbrennungslärm oder Entropielärm bezeichnet.

In Gasturbinen entsteht Entropielärm in der beschleunigten Strömung am Brennkammerauslass und insbesondere in der ersten Turbinenstufe. Wie in Kapitel 1.2.1 diskutiert wurde, kann dies einen Rückkopplungsmechanismus thermoakustischer Instabilitäten darstellen [56, 80, 136]. Darüber hinaus hat Entropielärm als wichtiger Anteil von Flugzeiglärm in den letzten Jahrzehnten an Bedeutung gewonnen. Bei Flugzeugtriebwerken stellen Fan- und Strahlärm traditionell die Hauptlärmquellen dar [241]. Durch Reduzierung von Fan- und Strahlärm kann jedoch bei modernen Fluggasturbinen auch Entropielärm einen wesentlichen Anteil am Gesamtlärm haben [135].

Der Entstehungsmechanismus von Entropielärm wurde mithilfe des Entropiewellengenerators (EWG) von Bake et al. [8] experimentell und u.a. von Mühlbauer et al. [172] und Leyko et al. [135] numerisch untersucht. Die numerischen Untersuchungen werden in dieser Arbeit fortgesetzt. Dabei steht die Verbesserung der bisher erzielten numerischen Ergebnisse [8, 55, 135, 172] im Mittelpunkt.

5.1. Entropiewellengenerator

In einer reaktiven, beschleunigten Strömung wird direkter und indirekter Verbrennungslärm erzeugt. Bei experimenteller Untersuchung von Verbrennungslärm besteht die Herausforderung zwischen direktem und indirektem Lärm zu unterscheiden. Zur Untersuchung von indirektem Lärm verwendete M. Bohn [21, 22] Ende der 1970er Jahre künstliche Entropiewellen, die durch ein Heizmodul erzeugt werden. Dabei ist der Anteil des direkten Lärms im Vergleich zu indirektem Lärm vernachlässigbar. Somit erlaubt dieser experimentelle Aufbau die alleinige Untersuchung von indirektem Lärm. Aufgrund technischer Beschränkungen wurden bei

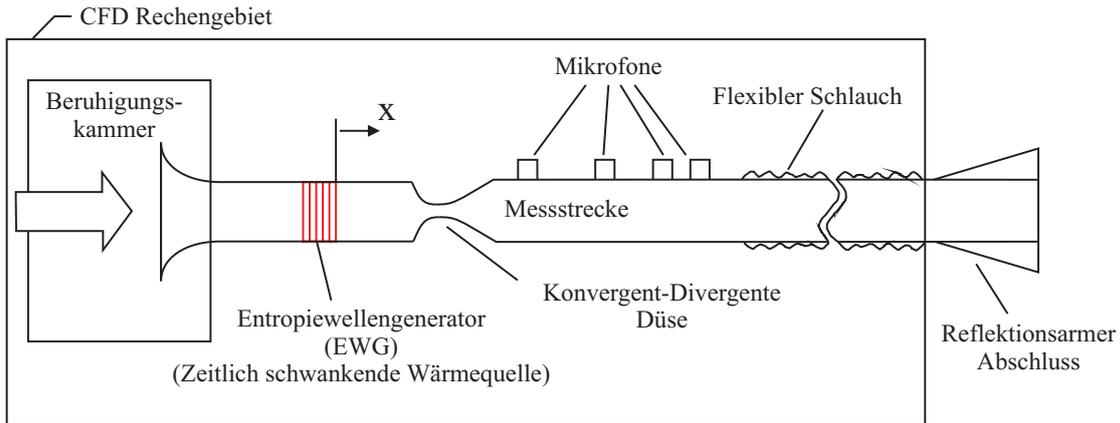


Abbildung 5.1.: Schematischer Aufbau des EWG Experiments [6, 8]

diesen Experimenten jedoch erstens nur Entropiewellen mit kleinen Temperaturamplituden untersucht. Zweitens war eine Auswertung der experimentellen Daten nicht im Zeitbereich möglich und drittens konnte keine quantitative Aussagen über die Abhängigkeit des indirekten Lärms von Strömungsparametern getroffen werden [6].

Aufbauend auf den Experimenten von M. Bohn [21, 22], untersuchten Bake et al. [6–8] die Entstehung von indirektem Lärm mithilfe des in Abbildung 5.1 schematisch gezeigten EWG Experiments, bei dem die zuvor genannten technischen Beschränkungen behoben wurden. Der experimentelle Aufbau besteht aus einer konvergent-divergenten Düse. Stromauf der Düse werden mithilfe von Heizdrähten künstliche Entropiewellen erzeugt. Die Entropiewellen werden durch die Düse konvektiert wodurch Entropielärm entsteht, der stromab der Düse an vier Mikrofonpositionen gemessen wird (Tab. 5.1). Stromab der Messstrecke werden Reflexionen des Entropielärms mithilfe eines reflexionsarmen Abschlusses minimiert. Die künstlich erzeugten Temperaturfluktuationen werden zwischen dem Heizmodul und der Düse mit einem Thermoelement und einem Vibrometer gemessen. Weitere Details zum Aufbau des EWG Experiments werden ausführlich von F. Bake [6] beschrieben.

Tabelle 5.1.: Abmessungen des EWG Experiments [8]

Bauteil	Axiale Position [mm]	Durchmesser [mm]
Thermoelement	34,0	
Vibrometer	47,5	
Düse	105,5	7,5
Mikrofon 4	1256,0	

Tabelle 5.2.: EWG Referenztestfälle [8]

Parameter	Fall 1	Fall 2
Düsen Mach-Zahl [-]	1,0	0,7
Massenstrom [kg/h]	42,0	37,0
Max. Temperaturfluktuation [K]	9,1	13,4
Heizleistung [W]	106,8	138,2
Verwendete Heizringe	3-6	1-6
Steuerung der Heizringe	simultan	verzögert

Zur Analyse des EWG Experiments wurden von Bake et al. [8] die in Tabelle 5.2 gezeigten Referenztestfälle festgelegt. Diese Testfälle wurden ebenfalls mithilfe von analytischen [55, 84, 100, 135] und numerischen [8, 55, 135, 143, 147, 172] Methoden untersucht. Die Untersuchungen zeigen, dass eine genaue Modellierung des reflexionsarmen Abschlusses und des Heizmoduls des EWG von hoher Bedeutung sind, um genaue Ergebnisse zu erzielen. Im folgenden Abschnitt wird diese Modellierung für CFD Simulationen diskutiert.

5.2. Modellierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Simulationen für den subsonischen EWG Referenztestfall (Tab. 5.2) durchgeführt. Als Lösungsverfahren wird das in Kapitel 3 abgeleitete SICS Verfahren verwendet. Turbulente Fluktuationen haben einen geringen Einfluss auf Entstehung und Ausbreitung des Entropielärms beim EWG Experiment [173]. Entsprechend werden turbulente Fluktuationen vereinfachend mit dem effizienten SST-URANS Modell berechnet, das in Kapitel 2.2.2 beschrieben wurde.

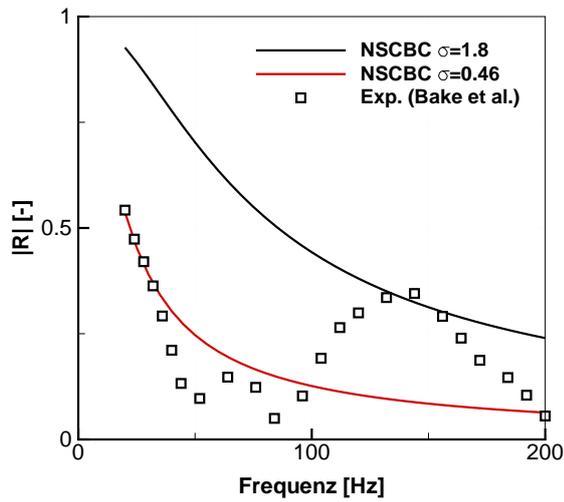
Das verwendete Rechengebiet umfasst einen Großteil des experimentellen Aufbaus wie in Abbildung 5.1 gezeigt wird. Das Rechengebiet wird detailliert in [173] beschrieben. Die achsensymmetrische Geometrie wird durch ein 10° Segment mit ungefähr 125 000 Hexaederzellen räumlich diskretisiert. Die Annahme einer achsensymmetrischen Strömung hat einen vernachlässigbaren Einfluss auf die akustischen Ergebnisse bei diesem Testfall, wie von Leyko et al. [134] gezeigt wurde. Die zeitliche Diskretisierungsweite beträgt 10^{-6} s. Bei der gewählten Diskretisierung werden akustische Wellen mit einer Frequenz von $f \leq 1$ kHz räumlich mit $PPW > 130$ und zeitlich mit $PPP \geq 10^3$ (Points Per Period) aufgelöst. Konvektive Terme werden mit dem QUDS und zeitliche Terme mit dem CN Verfahren berechnet (Kap. 3.3.1). Beide Verfahren sind Ordnung $O(2)$ genau.

5.2.1. Abschlussimpedanz

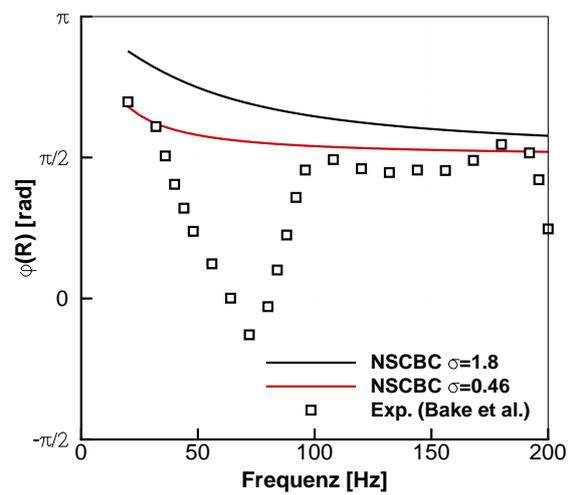
Abbildung 5.1 zeigt schematisch das in dieser Arbeit verwendete CFD Rechengebiet. Das Rechengebiet endet stromab vor dem reflexionsarmen Abschluss des EWG. Die Modellierung der akustischen Impedanz am Ausströmrand des EWG hat einen großen Einfluss auf die Genauigkeit der numerischen Ergebnisse [8, 172]. Leyko et al. [135] und Mühlbauer et al. [172] modellieren die Impedanz mit den in Kapitel 4.1 vorgestellten charakteristischen Randbedingungen NSCBC. Dabei wird die numerische Impedanz mithilfe des Kopplungsparameters σ soweit wie möglich an die experimentell bestimmte Impedanz angepasst.

Mühlbauer et al. [172] haben den Kopplungsparameter durch einen Vergleich der numerischen und experimentellen Druckschwankungen in der Messstrecke zu $\sigma = 1,8$ bestimmt. Im Gegensatz dazu haben Leyko et al. [135] den Kopplungsparameter durch ein Least-Square Fitting des Betrags des numerischen Reflexionsfaktors an die entsprechenden experimentellen Daten zu $\sigma = 0,46$ berechnet. Abbildungen 5.2(a) und 5.2(b) zeigen den Betrag und die Phasenverschiebung des experimentell gemessenen und des numerischen Reflexionsfaktors für die beiden in der Literatur verwendeten NSCBC Kopplungsparameter als Funktion der Frequenz. Der NSCBC Reflexionsfaktor wird nach Gleichung (4.29) berechnet. Im Hinblick auf den Betrag zeigt sich bei einem Kopplungsparameter von $\sigma = 0,46$ eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten für $f < 100$ Hz. Jedoch stimmt der Betrag des NSCBC Reflexionsfaktors mit $\sigma = 1,8$ bei einer Frequenz von ungefähr 150 Hz sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Bei einem Vergleich der Phasenverschiebungen in Abbildung 5.2(b) wird deutlich, dass mit $\sigma = 0,46$ eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht wird, als für $\sigma = 1,8$. Jedoch ergeben sich bei beiden Einstellungen große Abweichungen von der experimentellen Phasenverschiebung im Frequenzbereich $40 < f < 100$ Hz.

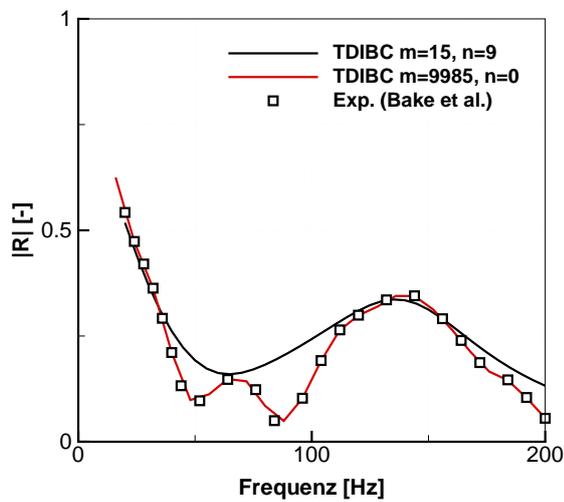
Um eine bessere Übereinstimmung zwischen numerischem und experimentellem Reflexionsfaktor zu erreichen, werden in dieser Arbeit die in Kapitel 4.2 beschriebenen Impedanzrandbedingungen TDIBC eingesetzt [143, 147]. Zur Bestimmung der TDIBC Filterkoeffizienten wird die Modellfunktion nach Gleichung (4.31) an die in Abbildung 5.2 gezeigten experimentellen Daten angefitet. Die Modellfunktion beschreibt den Reflexionsfaktor über den gesamten aufgelösten Frequenzbereich. Für die CFD Simulationen wird eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 10^{-6}$ s verwendet. Somit ergibt sich der aufgelöste Frequenzbereich nach Gleichung (4.39) zu $f \leq 500$ kHz. Ein Fitting der Modellfunktion über diesen großen Frequenzbereich bei gleichzeitig hoher Genauigkeit im Hinblick auf die experimentellen Daten im Frequenzbereich von $f \leq 200$ Hz stellt eine große Herausforderung dar. Deshalb wird der aufgelöste Frequenzbereich durch Downsampling reduziert.



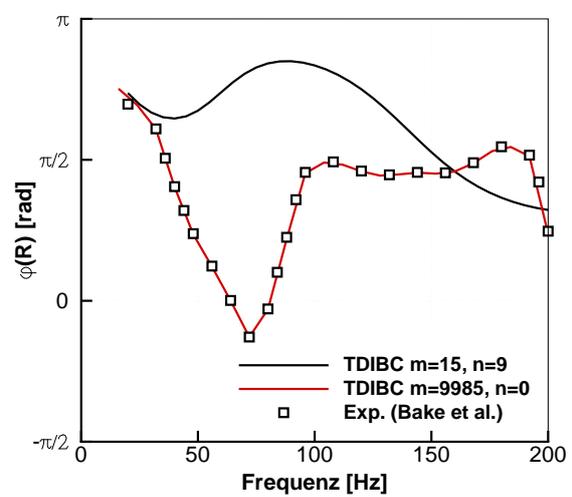
(a) NSCBC, Betrag



(b) NSCBC, Phasenverschiebung



(c) TDIBC, Betrag



(d) TDIBC, Phasenverschiebung

Abbildung 5.2.: Reflexionsfaktor am Ausströmrand des EWG Rechengebiets

Das Downsampling wird anhand der beiden in Kapitel 4.2.2 vorgestellten Gewichtungsfunktionen durchgeführt. Mithilfe der Dirac-Funktion (Gl. (4.46)) kann die Abtastungsrate um $F_{DS} = 25$ reduziert werden. Darüber hinaus kann maximal eine Filterordnung von ungefähr $n < m < 100$ gewählt werden. Bei höherem Downsampling oder einer höheren Ordnung der Modellfunktion wird das Filter für den EWG Testfall erfahrungsgemäß instabil. Die Ordnung der Modellfunktion wird zu $m = 15$ und $n = 9$ gewählt. Bei dieser Ordnung wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten unter den genannten Einschränkungen erzielt. Abbildungen 5.2(c) und 5.2(d) zeigen den Betrag und die Phasenverschiebung der TDIBC Modellfunktion für die gewählte Ordnung $m = 15$ im Vergleich zu den experimentellen Daten von Bake et al. [8]. Der Betrag des numerischen Reflexionsfaktors gibt die experimentellen Werte gut wieder. Insbesondere im Vergleich zu den zuvor diskutierten NSCBC Reflexionsfaktoren zeigt sich eine wesentlich bessere Übereinstimmung des Betrags der TDIBC Modellfunktion.

Neben der Dirac-Funktion wird in dieser Arbeit ein Rechteckfenster (Gl. (4.47)) als Gewichtungsfunktion beim Downsampling verwendet. Damit ist es möglich die Abtastung um mehrere Größenordnungen zu reduzieren wie in Kapitel 4.2.2 gezeigt wurde. Jedoch sinkt die zeitliche Auflösung akustischer Wellen mit steigendem Downsampling. Um die maximale Frequenz des gemessenen Reflexionsfaktors (Abb. 5.2) von 200 Hz mit 50 PPP aufzulösen, muss die Abtastungsrate mindestens $f_s = 10$ kHz betragen. Somit ergibt sich nach Gleichung (4.41) ein maximaler Downsamplingfaktor von $F_{DS} = 50$. Als TDIBC Modellfunktion wird ein FIR Filter der Ordnung $m = 9985$ und $n = 0$ gewählt. Dabei entspricht die Ordnung des Filters ungefähr der doppelten Anzahl der verwendeten Stützstellen des komplexen Curve-Fittings. In diesem Fall werden die experimentellen Daten sehr gut durch die gefittete Modellfunktion wiedergegeben, wie in Abbildungen 5.2(c) und 5.2(d) gezeigt wird. Sowohl der Betrag als auch der Phasenverzug der Modellfunktion mit $m = 9985$ stimmen sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Trotz der sehr hohen Ordnung des Filters und des hohen Downsamplingfaktors ist das Filter bei den in dieser Arbeit durchgeführten CFD Simulationen des EWG stabil. Im Rahmen dieser Arbeit wurden beide Filter verwendet und deren Einfluss auf die erzielten Ergebnisse für den EWG testfall werden nachfolgend diskutiert.

5.2.2. Wärmequellen

Beim EWG Experiment werden Entropiewellen mithilfe von Heizdrähten erzeugt [6]. Diese werden bei CFD Simulationen mithilfe von Wärmequellen modelliert. Der Quellterm wird

in der Literatur [55, 133, 172] als Produkt eines zeitlichen Verlaufs und einer räumlichen Verteilung berechnet

$$S_h(x,t) = S_0\zeta(t)\psi(x) \quad (5.1)$$

wobei S_h der Quellterm, S_0 die Quellstärke, $\zeta(t)$ der zeitliche Verlauf und $\psi(x)$ die räumliche Verteilung des Quellterms sind.

Mühlbauer et al. [172] haben den zeitlichen Verlauf der Wärmequellen mithilfe einer linear ansteigenden und einer exponentiell abfallenden Funktion angenähert. Jedoch kann der experimentell gemessene zeitliche Verlauf genauer mit der rein exponentiellen Ansatzfunktion

$$\zeta(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < t_0 \\ 1 - e^{-(t-t_0)/\tau} & \text{für } t_0 \leq t \leq t_0 + t_h \\ \zeta(t_0 + t_h)e^{-(t-t_0)/\tau} & \text{für } t > t_0 + t_h \end{cases} \quad (5.2)$$

wiedergegeben werden, die von Leyko et al. [135] vorgeschlagen wurde. Dabei sind t_0 die Startzeit, t_h die Wärmepulsdauer und τ die Relaxationszeit. Für die Experimente wurden $t_0 = t_h = 100$ ms gewählt [6]. Die Relaxationszeit wurde von Leyko et al. [135] für den supersonischen Referenzfall (Tab. 5.2) mithilfe eines Least-Square Fittings zu $\tau = 7$ ms ermittelt. Dieser Wert wurde ebenfalls von Durán et al. [55] für den subsonischen EWG Fall verwendet.

Abbildung 5.3(a) zeigt den experimentell bestimmten Temperaturverlauf stromab des Heizmoduls für den subsonischen EWG Fall sowie die exponentielle Ansatzfunktion (Gl. (5.2)) mit unterschiedlichen Relaxationszeiten. Bei einer Relaxationszeit von $\tau = 7$ ms zeigt sich in der Aufwärmphase ein deutlicher Unterschied zwischen experimentellem und modelliertem Temperaturverlauf. Anhand eines Least-Square Fittings im Bereich $t < 200$ ms wurde in der vorliegenden Arbeit die Relaxationszeit des subsonischen EWG Falls zu $\tau = 3,5$ ms berechnet. Wie in Abbildung 5.3(a) gezeigt wird, ergibt sich für diese Relaxationszeit eine sehr gute Übereinstimmung des experimentellen und des modellierten Temperaturverlaufs. Entsprechend wird in dieser Arbeit die exponentielle Ansatzfunktion (Gl. (5.2)) mit einer Relaxationszeit von $\tau = 3,5$ ms zur Modellierung des zeitlichen Verlaufs der Wärmequellen des subsonischen Referenzfalls verwendet. Der Einfluss des verbesserten Fittings auf den numerisch berechneten Entropielärm wird in Abschnitt 5.3.3 diskutiert.

Zur Modellierung der räumlichen Verteilung der Wärmequellen $\psi(x)$ schlagen Leyko et al. [135] einen Tangens Hyperbolicus als Ansatzfunktion für den supersonischen EWG Fall vor. Diese Funktion wird ebenfalls von Durán et al. [55] für den subsonischen Referenzfall verwen-

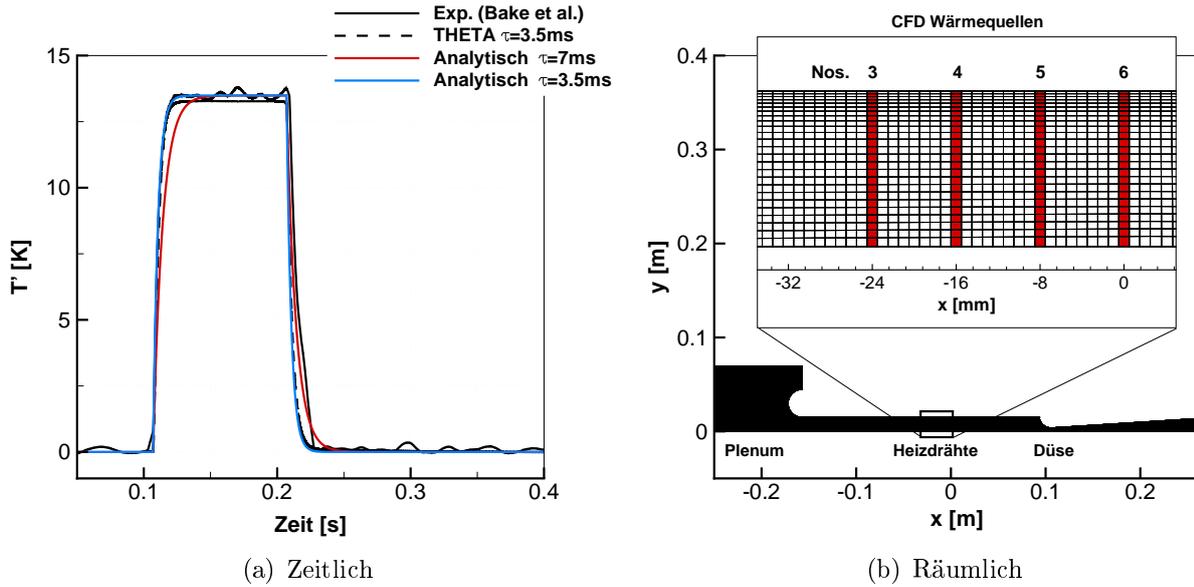


Abbildung 5.3.: Räumliche und zeitliche Verteilung der CFD Wärmequellen [147]

det. Im EWG Experiment wird die Strömung in diskreten Ebenen mithilfe von Heizdrähten aufgeheizt [6]. Entsprechend verwenden Mühlbauer et al. [172] die diskrete Ansatzfunktion

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x_{h,i} - x| < \frac{\Delta x}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.3)$$

zur Modellierung der räumlichen Verteilung der Wärmequellen. Dabei sind $x_{h,i}$ die x-Koordinaten der Heizdrähte. Abbildung 5.3(b) zeigt die durch Gleichung (5.3) beschriebene räumliche Verteilung der Wärmequellen. Die diskrete Verteilung der Wärmequellen entspricht besser dem experimentellen Aufbau. Weiterhin ermöglicht sie eine verzögerte Steuerung der Quellebenen zueinander. Dies ist insbesondere zur Simulation des subsonischen EWG Falls wichtig, bei dem die einzelnen Heizebenen verzögert angesteuert werden [6]. Aus diesen beiden Gründen wird in dieser Arbeit die diskrete Quellenverteilung nach Gleichung (5.3) verwendet. Der Einfluss der verzögerten Ansteuerung der Quellebenen auf die berechneten Druckfluktuationen wird in Abschnitt 5.3.3 bestimmt.

5.2.3. Direkter Lärm

Das EWG Experiment wurde zur Untersuchung von indirektem Lärm durchgeführt [8]. Bei der Erzeugung der Entropiewellen mithilfe des Heizmoduls entsteht jedoch direkter und indirekter Lärm. Einerseits hat F. Bake [6] anhand von Verzögerungszeiten und einer Kohärenzanalyse der gemessenen Drucksignale gezeigt, dass die gemessenen Signale von indirektem Lärm dominiert werden. Andererseits haben Durán et al. [55] mithilfe eines analytischen Mo-

dells für den subsonischen EWG Fall das Verhältnis von indirektem zu direktem Lärm zu ungefähr 10^{-2} berechnet. Aufgrund dieser gegensätzlichen Ergebnisse wird in der vorliegenden Arbeit der direkte Lärm des subsonischen EWG Falls numerisch berechnet und mit dem gesamten Lärm verglichen.

Direkter Lärm wird im EWG Experiment an den Heizdrähten (Abb. 5.1) aufgrund der instationären Erwärmung der Strömung erzeugt. Der direkte Lärm breitet sich von dort mit Schallgeschwindigkeit durch die Düse aus und wird schließlich stromab der Düse an den Positionen der Mikrofone gemessen. Zur numerischen Berechnung des direkten Lärms werden die zuvor diskutierten Wärmequellen (Kap. 5.2.2) durch akustische Quellen ersetzt [143]. Akustischen Quellen erzeugen keine Entropiewellen. Dies ermöglicht den direkten Lärm im Bereich der Mikrofone des EWG Experiments getrennt numerisch zu berechnen.

Zur Simulation des EWG wird das Lösungsverfahren SICS (Kapitel 3) verwendet. Dabei werden die charakteristischen Ausbreitungsmechanismen einer Strömung auf einen Schätzungs- und einen Korrekturschritt aufgeteilt. Der Korrekturschritt beinhaltet nur die Ausbreitung akustischer Wellen. Entsprechend werden akustische Quellen mithilfe eines Quellterms in der Druckkorrekturgleichung (3.34) berücksichtigt

$$S_a(x,t) = \frac{4}{c^2 \Delta t^2} (p(x,t) - p_0(x,t)) \quad (5.4)$$

wobei S_a der akustische Quellterm und p_0 der Solldruck sind [143]. Die Form des akustischen Quellterms entspricht dem Zeitableitungsterm der Druckkorrekturgleichung (3.34). Als Solldruck p_0 wird der Druckverlauf der Simulationen mit Wärmequellen verwendet und die akustischen Quellen werden an den gleichen Stellen wie die Wärmequellen eingesetzt (Abb. 5.3(b)). Dadurch werden die gleichen Druckfluktuationen mithilfe des akustischen Quellterms erzeugt wie bei der Aufheizung der Strömung durch die Wärmequellen, wie im Folgenden gezeigt wird.

Abbildung 5.4 zeigt die akustischen Wellen α^\pm nach Gleichungen (4.51) und (4.52) an unterschiedlichen Stellen der Simulationen mit akustischen Quellen und mit Wärmequellen. Die Simulation mit akustischen Quellen wird zur Berechnung von direktem Lärm durchgeführt. Die zugehörigen akustischen Wellen werden in Abbildung 5.4 als „ α^\pm Direkter Lärm“ bezeichnet. Mithilfe der Simulationen mit Wärmequellen wird direkter und indirekter Lärm berechnet. Die dabei entstehenden akustischen Wellen werden im Folgenden vereinfachend als „ α^\pm EWG Lärm“ bezeichnet.

Abbildung 5.4(a) zeigt die akustischen Wellen an der Stelle $x = -100$ mm stromauf des Heizmoduls. Die gezeigten akustischen Wellen der beiden Simulationen für direkten und EWG Lärm stimmen sehr gut überein. Abbildung 5.4(b) zeigt die akustischen Wellen an der Stelle $x = 47,5$ mm stromab des Heizmoduls. Zur Berechnung der akustischen Wellen wird eine

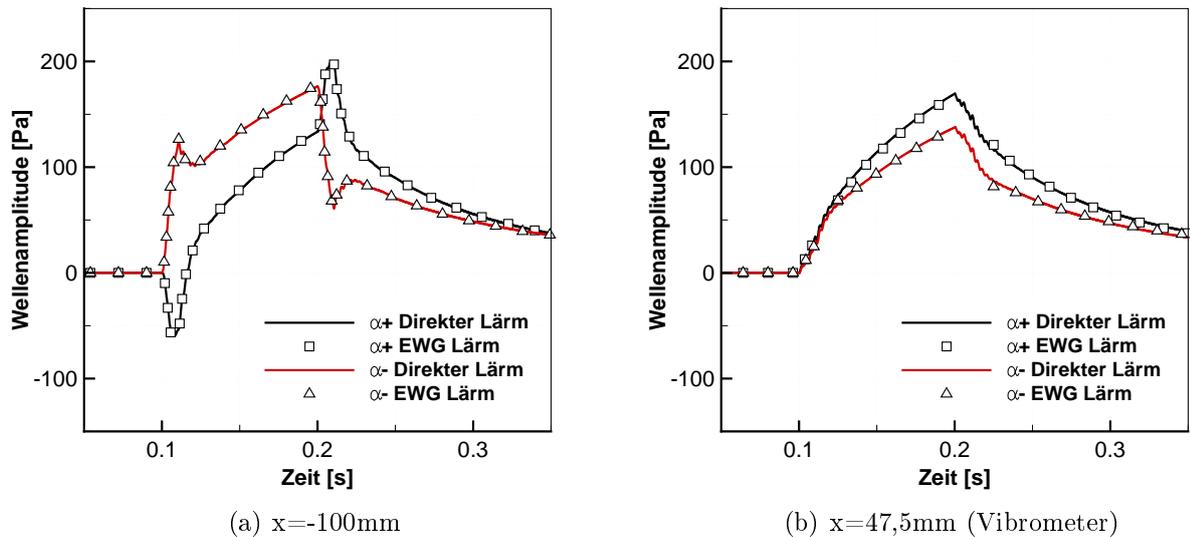


Abbildung 5.4.: Akustische Wellen stromauf der EWG Düse [143]

stationäre Grundströmung angenommen. Im Falle der Simulationen von EWG Lärm, d.h. mit Wärmequellen, wird eine Entropiewelle durch die Stelle stromab des Heizmoduls konvektiert, wodurch die Grundströmung zeitweise nicht stationär ist. Im Folgenden werden zunächst die stationären Zeitbereiche bestimmt und in diesen die akustischen Wellen diskutiert.

Abbildung 5.3(a) zeigt den Temperaturverlauf an der Stelle $x = 47,5$ mm stromab des Heizmoduls. Ausgehend von einem stationären Zustand zum Zeitpunkt $t \approx 0,11$ s wird die Strömung aufgeheizt, bevor sie ab dem Zeitpunkt $t \approx 0,125$ s wieder näherungsweise stationär wird. Zur Zeit $t \approx 0,2$ s wird die Strömung wieder abgekühlt und geht anschließend in den ursprünglichen stationären Zustand über. Die Berechnung der akustischen Wellen an dieser Stelle ist nur während einer stationären Grundströmung möglich. Entsprechend werden in Abbildung 5.4(b) die akustischen Wellen der Simulationen von EWG Lärm nur zu diesen Zeiten gezeigt. Die dargestellten akustischen Wellen der Simulationen von direktem und EWG Lärm stimmen sehr gut überein.

Eine signifikante Abweichung der akustischen Wellen während der instationären Grundströmung stromab des Heizmoduls führt ebenfalls zu einer Abweichung der akustischen Wellen stromauf des Heizmoduls, die in Abbildung 5.4(a) gezeigt werden. Die akustischen Wellen stromauf des Heizmoduls stimmen jedoch während der gesamten Simulationszeit sehr gut überein. Somit sind auch die akustischen Wellen an der Stelle $x = 47,5$ mm stromab des Heizmoduls in den Simulationen von direktem und von EWG Lärm gleich. Die akustische Welle α^+ an der Stelle $x = 47,5$ mm breitet sich in positive x-Richtung aus. Sie wird teilweise an der Düse reflektiert und teilweise durch die Düse transmittiert. Der transmittierte An-

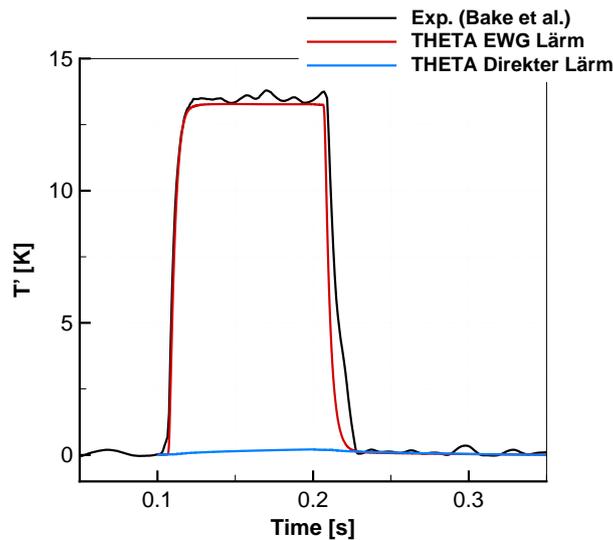


Abbildung 5.5.: Temperaturverlauf $x = -47.5$ mm (Vibrometer). [143]

teil wird stromab der Düse als direkter Lärm gemessen. Somit kann mithilfe der akustischen Quellen nach Gleichung (5.4) der direkte Lärm des EWG Experiments berechnet werden.

Abbildung 5.5 vergleicht den experimentellen und die numerisch berechneten Temperaturverläufe an der Stelle des Vibrometers stromab des Heizmoduls. Dabei wird für den zeitlichen Verlauf der Wärmequellen eine Relaxationszeit von $\tau = 3,5$ ms verwendet (Kap. 5.2.2). Der berechnete Temperaturverlauf der Simulation des EWG Lärms stimmt gut mit den experimentellen Verlauf überein. Im Gegensatz dazu ist bei der Simulation des direkten Lärms ein näherungsweise konstanter Temperaturverlauf zu erkennen. Folglich wird bei diesen Simulationen des direkten Lärms wie beabsichtigt keine Entropiewelle an der Stelle des Heizmoduls und somit kein indirekter Lärm erzeugt.

5.3. Ergebnisse

Im folgenden Kapitel werden zunächst die Verzögerungszeiten zwischen Erzeugung und Messung von direktem und indirektem Lärm dargestellt. Mithilfe der Verzögerungszeiten werden Zeitbereiche bestimmt, während denen die numerischen Ergebnisse besonders sensitiv auf die Modellierung der Heizdrähte bzw. der Abschlussimpedanz reagieren. Die numerischen Ergebnisse innerhalb dieser Zeitbereiche werden dann zur Diskussion der entsprechenden Modelle verwendet. Abschließend werden numerische Ergebnisse zu indirektem und direktem Lärm des EWG Experiments vorgestellt.

Tabelle 5.3.: Verzögerungszeiten an Mikrofon 4 [146]

Lärmquelle	1. Signal [ms]	1. Reflektiertes Signal [ms]
Direkt	3,56	9,76
Indirekt	12,65	18,86

5.3.1. Verzögerungszeiten

Im EWG Experiment werden Entropiewellen mithilfe eines Heizmoduls erzeugt. Die Wellen werden mit Strömungsgeschwindigkeit u zur Düse konvektiert. In der Düse entsteht indirekter Lärm, der sich mit $u \pm c$ ausbreitet und schließlich in der Messstrecke erfasst wird. Während des Heizprozesses wird bereits direkter Lärm erzeugt. Im Gegensatz zu indirektem Lärm, breitet sich dieser ausgehend vom Heizmodul sofort mit $u \pm c$ aus. Aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten werden direkter und indirekter Lärm im EWG Experiment mit unterschiedlichen Verzögerungszeiten gemessen [6]. Die Verzögerungszeit eines Signals über eine Distanz x wird nach

$$t_D(x) = \int_{x_0}^{x_0+x} \frac{dx}{s(x)} \quad (5.5)$$

berechnet, wobei t_D die Verzögerungszeit und s die Ausbreitungsgeschwindigkeit sind. In dieser Arbeit werden Verzögerungszeiten mithilfe der CFD Daten auf der Mittelachse des EWG nach Gleichung (5.5) bestimmt. Tabelle 5.3 zeigt die so berechneten Verzögerungszeiten an Mikrofon 4 (Tab. 5.1). Nachdem die ersten Signale von direktem und indirektem Lärm gemessen wurden, breiten sie sich weiter stromab aus und werden am Abschluss des EWG reflektiert (Abb. 5.1). Die Verzögerungszeiten dieser reflektierten Signale werden ebenfalls in Tabelle 5.3 dargestellt.

Abbildung 5.6 zeigt den von Bake et al. [8] gemessenen Druckverlauf und die zuvor berechneten Verzögerungszeiten an Mikrofon Position 4. Die gezeigten Verzögerungszeiten sind um 100 ms zu den Werten in Tabelle 5.3 verschoben, da das Heizmodul im EWG Experiment zum Zeitpunkt $t = 100$ ms eingeschaltet wird. Mithilfe der Verzögerungszeiten werden die Zeitbereiche I-IV festgelegt. Ausgehend von einem näherungsweise stationären Zustand, steigt der Druck nach Eintreffen des ersten direkten Lärms und dessen reflektierten Signals in den Bereichen I und II leicht an. Nachdem das erste Signal des indirekten Lärms gemessen wird, steigt der Druck stark in Bereich III an. Die Verzögerungszeit des ersten reflektierten indirekten Lärms stimmt gut mit der Lage des ersten Maximums des Drucksignals überein. Entsprechend nimmt das Drucksignal im anschließenden Bereich IV wieder ab.

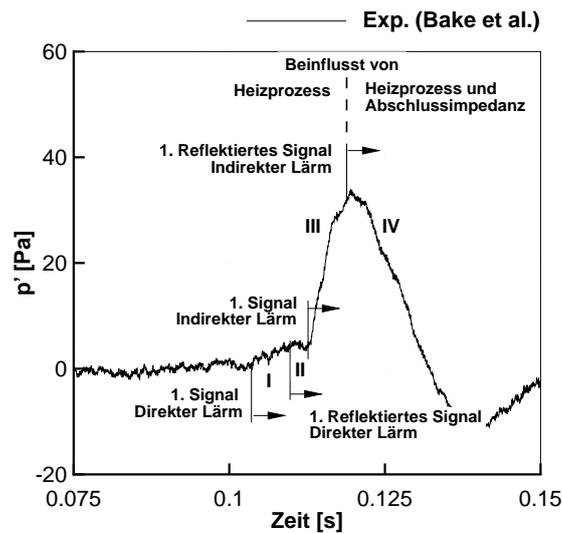


Abbildung 5.6.: Verzögerungszeiten an Mikrofon 4 [146]

Anhand des Druckverlaufs und der Verzögerungszeiten in Abbildung 5.6 zeigt sich zum einen, dass das gemessene Drucksignal in den Bereichen I-III hauptsächlich durch nicht-reflektierte Signale bestimmt wird. In diesen Bereichen werden zwar auch reflektierte Signale des direkten Lärms gemessen, aber diese sind im Vergleich zu dem nicht-reflektierten, indirekten Lärm vernachlässigbar. Zum anderen hat das reflektierte Signal des indirekten Lärms einen starken Einfluss auf den Druckverlauf im Zeitbereich IV.

Da der Druckverlauf im Zeitbereich IV stark durch die Reflexionen am Ausströmrand des EWG abhängt, wird dieser zur Diskussion der Modelle für die Abschlussimpedanz im Folgenden verwendet. Im Gegensatz dazu ist das gemessene Drucksignal in den Bereichen I-III näherungsweise unabhängig von akustischen Reflexionen. Entsprechend werden die Ergebnisse in diesen Bereich zur Beurteilung der Modellierung der Wärmequellen verwendet.

5.3.2. Einfluss der Abschlussimpedanz

Abbildung 5.7 zeigt den zeitlichen Verlauf des Drucks an der Mikrofonposition 4 für unterschiedliche Abschlussimpedanzmodelle im Vergleich zu den experimentellen Daten. Die Modellierung der Abschlussimpedanz hat erst einen signifikanten Einfluss auf den Druckverlauf, wenn reflektierte Signale des indirekten Lärms gemessen werden, d.h. für $t > 0,12$ s. Dies bestätigt die Ergebnisse der Analyse der Verzögerungszeiten im vorherigen Abschnitt.

In Kapitel 5.2.1 wurde die Modellierung der EWG Abschlussimpedanz mithilfe von NSCBC beschrieben. Abbildung 5.7(a) zeigt die zeitlichen Verläufe des Drucks für die NSCBC Koppelungsparameter $\sigma = 0,46$ und $\sigma = 1,8$, die von Leyko et al. [135] bzw. von Mühlbauer et al. [172] zur Modellierung der EWG Impedanz verwendet wurden. Mit beiden Ein-

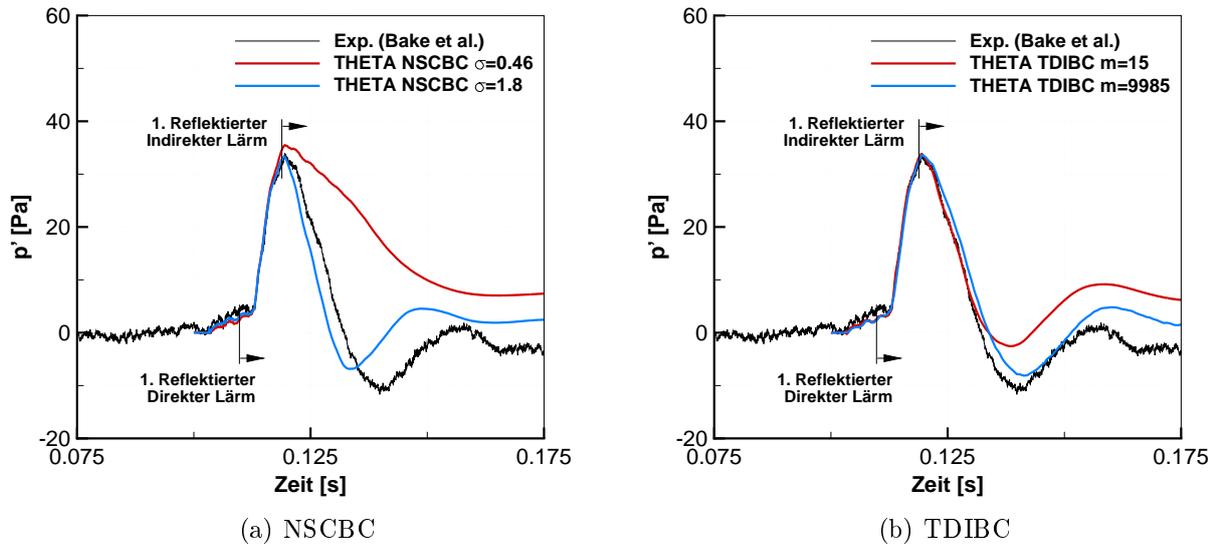


Abbildung 5.7.: Einfluss der Modellierung der Abschlussimpedanz [146]

stellungen der NSCBC wird der experimentelle Wert des ersten Maximums von 33 Pa gut durch die Simulationen wiedergegeben. Im nachfolgenden Verlauf ($t > 0,12\text{s}$) zeigt sich jedoch für $\sigma = 0,46$ eine deutlich Abweichung vom experimentellen Druckverlauf. Im Vergleich dazu stimmen die Ergebnisse mit $\sigma = 1,8$ besser mit den experimentellen Daten überein, jedoch ist die Lage der Extremstellen zu kleineren Zeiten verschoben.

Neben den NSCBC wurden in Kapitel 5.2.1 TDIBC mit Modellfunktionen der Ordnung $m = 15$ und $m = 9985$ zur Modellierung der EWG Abschlussimpedanz vorgestellt. Abbildung 5.7(b) zeigt die mit TDIBC berechneten Druckverläufe an Mikrofon Position 4 im Vergleich zu den experimentellen Daten. Sowohl bei der Berechnung mit TDIBC der Ordnung $m = 15$ als auch der Ordnung $m = 9985$ stimmt der Wert des ersten Maximums des Drucks gut mit den experimentellen Daten überein. Im Fall der TDIBC mit $m = 15$ zeigt sich jedoch ab $t > 0,135\text{s}$ eine um ungefähr 5 Pa größere Abweichung von den experimentellen Daten als bei den Berechnungen mit $m = 9985$. Im Vergleich aller vorgestellten Modelle für die Abschlussimpedanz, wird in dieser Arbeit mit den TDIBC der Ordnung $m = 9985$ die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht.

5.3.3. Einfluss der Wärmequellen

Das Heizmodul des EWG Experiments wird in CFD Simulationen mithilfe von Wärmequellen modelliert. Dazu wurden in Abschnitt 5.2.2 die in der Literatur [135, 172] verwendeten räumlichen Verteilungen und zeitlichen Verläufe der Wärmequellen vorgestellt. Der zeitliche Verlauf wird durch die exponentielle Funktion nach Gleichung (5.2) mit der Relaxationszeit τ angenähert. Abbildung 5.8(a) zeigt den berechneten Druckverlauf im Vergleich zu den expe-

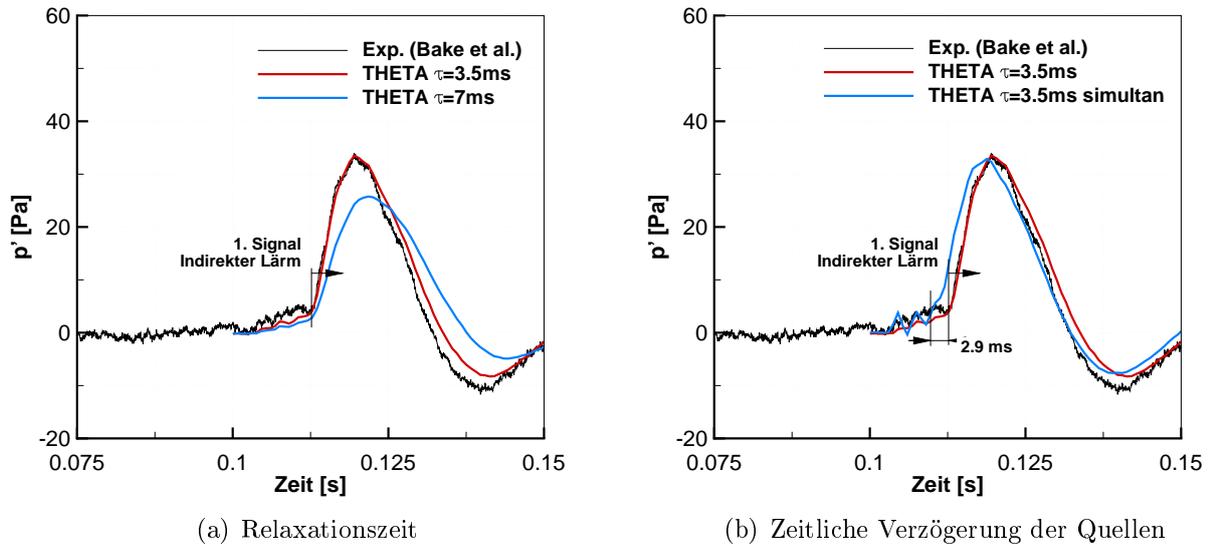


Abbildung 5.8.: Einfluss von zwei Modellparametern der Wärmequellen

rimentellen Daten für zwei unterschiedliche Relaxationszeiten. Die Simulationen wurden mit TDIBC der Ordnung $m = 9985$ durchgeführt. Im Falle des in der Literatur [55] verwendeten Werts für den subsonischen EWG Fall von $\tau = 7\text{ms}$ wird eine maximale Druckfluktuation von ungefähr 25 Pa berechnet. Damit weicht der Maximalwert um näherungsweise 7 Pa (22 %) vom entsprechenden experimentellen Wert ab. Die Steigung des Druckverlaufs vor dem ersten Maximum wird ebenfalls unterschätzt.

Bei einem zeitlichen Verlauf der Wärmequellen mit Relaxationszeit $\tau = 3,5\text{ms}$ stimmt der berechnete Druckverlauf sehr gut mit den experimentellen Daten überein, wie in Abbildung 5.8(a) gezeigt wird. Sowohl die Steigung des Druckverlaufs vor dem ersten Maximum als auch die maximale Druckfluktuation werden sehr genau berechnet. Wie in Abbildung 5.3(a) zu sehen ist, wird unabhängig von der Relaxationszeit die gleiche maximale Temperaturfluktuation der Entropiewelle vorgegeben. Dennoch ergeben sich für die untersuchten Relaxationszeiten unterschiedliche Druckamplituden des indirekten Lärms. Somit ist die Druckamplitude von indirektem Lärm nicht nur abhängig von der maximalen Temperaturfluktuation, sondern auch von der Form der Entropiewelle. Ein höherer zeitlicher Gradient des Temperaturverlaufs führt zu einer höheren Druckamplitude des indirekten Lärms. Dieses Ergebnis wird von Giauque et al [84] mithilfe eines analytischen Modells für indirekten Lärm bestätigt.

Beim subsonischen EWG Fall (Tab. 5.2) werden die Heizdrähte verzögert eingeschaltet [6]. Die Verzögerungszeit entspricht der konvektiven Zeit zwischen den Heizdrähten. Abbildung 5.8(b) zeigt den Einfluss dieser verzögerten Steuerung auf den berechneten Druckver-

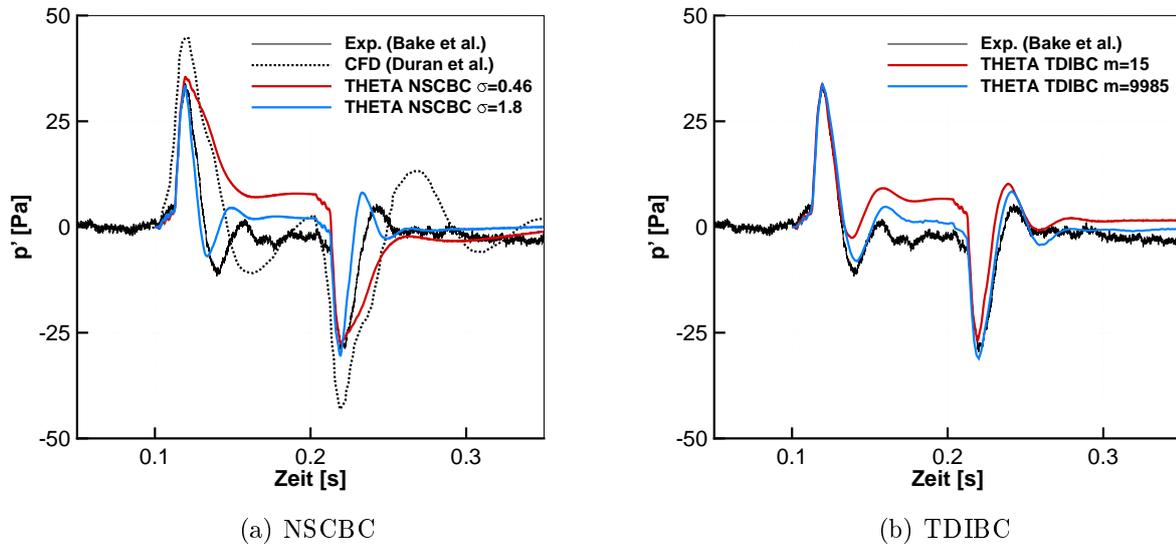


Abbildung 5.9.: Zeitlicher Verlauf des Drucks an Mikrofonposition 4

lauf in der Messstrecke. Unter Berücksichtigung der Verzögerungszeit wird der experimentelle Druckverlauf gut durch die Simulation wiedergegeben. Bei einer simultanen Ansteuerung der Wärmequellen, d.h. bei Vernachlässigung der Verzögerungszeit, stimmt ebenfalls die berechnete maximale Druckfluktuation gut mit dem experimentellen Wert überein. Der Druckverlauf ist jedoch zu kleineren Zeiten verschoben. Im Vergleich zu den experimentellen Daten beginnt der starke Druckanstieg aufgrund von indirektem Lärm ungefähr 2,9 ms früher.

5.3.4. Indirekter Lärm

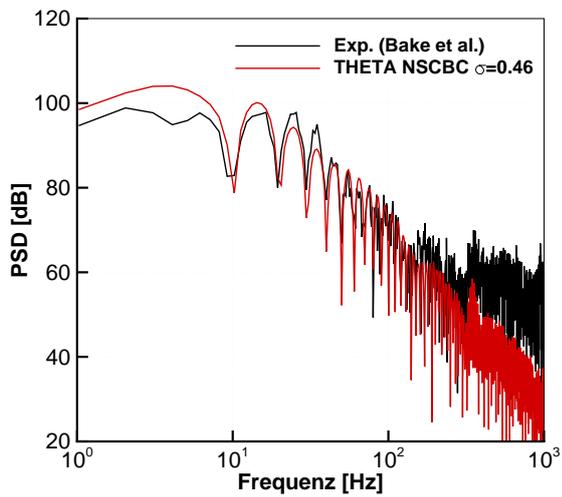
In den vorherigen Abschnitten wurde die Genauigkeit der Modelle für das EWG Heizmodul und die Abschlussimpedanz mithilfe der ersten 50 ms des Drucksignals in der Messstrecke diskutiert. Im Folgenden wird das gesamte berechnete Drucksignal mit den experimentellen Daten verglichen. Abbildung 5.9 zeigt den experimentellen, einen in der Literatur [55] veröffentlichten und mehrere im Rahmen dieser Arbeit mit DLR THETA berechnete Druckverläufe. Im Vergleich der CFD Daten zeigt sich in Abbildung 5.9(a) eine bessere Übereinstimmung der THETA Ergebnisse mit den experimentellen Daten als bei den von Durán et al. [55] veröffentlichten Ergebnissen. In der vorliegenden Arbeit wird die gleiche Modellierung der Abschlussimpedanz mithilfe von NSCBC wie von Durán et al. [55] verwendet. Jedoch unterscheiden sich die Simulationen unter anderem in der Modellierung der Wärmequellen. Diese unterschiedlichen Modellierungsansätze können die Ursache für die Abweichungen der CFD Daten voneinander sein.

Wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist, ergibt sich bei einer Modellierung der Abschlussimpedanz mit NSCBC und $\sigma = 1,8$ eine schlechtere Übereinstimmung des numerischen und

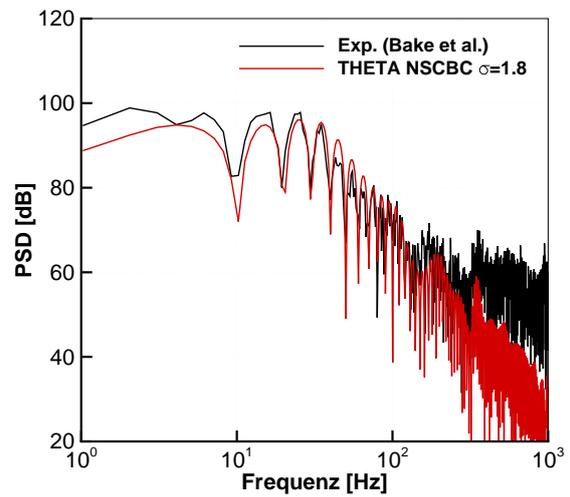
des experimentell bestimmten Reflexionsfaktors als mit $\sigma = 0,46$. Jedoch führt die ungenauere Modellierung der Impedanz mit $\sigma = 1,8$ zu einer insgesamt besseren Übereinstimmung der experimentellen und numerischen Druckverläufe wie in Abbildung 5.9(a) gezeigt wird. Dies stimmt mit den von Mühlbauer et al. [172] veröffentlichten Ergebnissen für den supersonischen EWG Testfall überein. Der Kopplungsparameter $\sigma = 1,8$ wurde von Mühlbauer et al. [172] mithilfe einer Parameterstudie so bestimmt, dass der zeitliche Verlauf des Drucks in der Messstrecke genau berechnet wird. Entsprechend zeigt sich auch bei den in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen mit $\sigma = 1,8$ eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Die Bestimmung des NSCBC Kopplungsparameters mithilfe einer Parameterstudie ist nur möglich wenn experimentelle Daten vorliegen. Zur Vorausberechnung von indirektem Lärm ist nur ein Fitting der numerischen Impedanz an die des experimentellen Aufbaus möglich. Im Fall der Modellierung mit NSCBC führt das auf den von Leyko et al. [135] vorgeschlagenen Kopplungsparameter von $\sigma = 0,46$. Wie in Abbildung 5.9(a) zu sehen ist, ergibt sich jedoch dabei eine signifikante Abweichung der CFD Ergebnisse von den experimentellen Daten. Deshalb wurde in Abschnitt 5.2.1 ein verbessertes Fitting mithilfe von TDIBC vorgestellt. Wie in Abbildung 5.9(b) zu sehen ist, ergibt sich mit beiden TDIBC Modellfunktionen eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten als mit den zuvor diskutierten NSCBC Ansätzen. Sowohl die maximalen Druckfluktuationen als auch die Lage der Maxima und Minima wird genau vorhergesagt. Bei den CFD Ergebnissen mit TDIBC der Ordnung $m = 15$ zeigt sich eine konstante Abweichung von näherungsweise 8 Pa im Bereich $0,135 < t < 0,2$ s von den experimentellen Daten. Die Abweichung wird durch das genauere Fitting mit TDIBC der Ordnung $m = 9985$ in diesem Bereich um ungefähr 5 Pa reduziert.

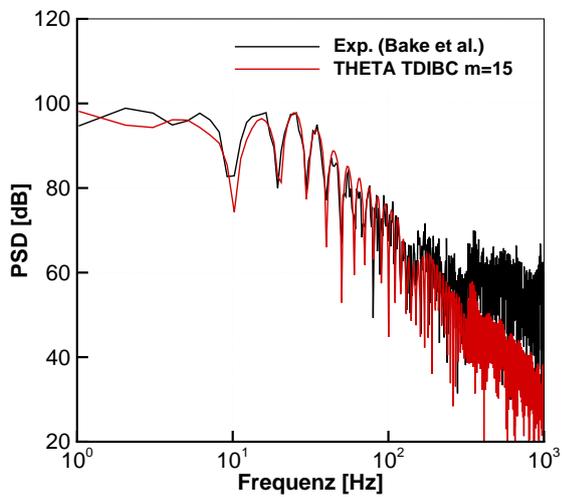
Abbildung 5.10 zeigt die Leistungsdichtespektren (Power Spectral Density, PSD) der berechneten Druckverläufe bei unterschiedlicher Modellierung der EWG Abschlussimpedanz sowie des experimentellen Druckverlaufs an Mikrofonposition 4. Zur Berechnung der numerischen Spektren wurden die Daten für eine bessere Auflösung bei niedrigen Frequenzen durch Zero-Padding auf die experimentelle Samplingzeit erweitert [172]. Die akustischen Spektren bestätigen die zuvor diskutierte Genauigkeit der Simulationen. Bei den CFD Rechnungen mit NSCBC ergibt sich eine etwas bessere Übereinstimmung mit dem experimentellen Datensatz für $\sigma = 1,8$. Die Modellierung der Abschlussimpedanz mit TDIBC führt sowohl mit einer Modellfunktion der Ordnung $m = 15$ als auch $m = 9985$ zu einer höheren Genauigkeit als mit NSCBC. Insgesamt ergibt sich die beste Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Daten für die TDIBC der Ordnung $m = 9985$. In diesem Fall ist nur bei sehr kleinen Frequenzen ($f \leq 5$ Hz) eine signifikante Abweichung dominanter Signale zwischen numerischen und experimentellen Spektren zu sehen.



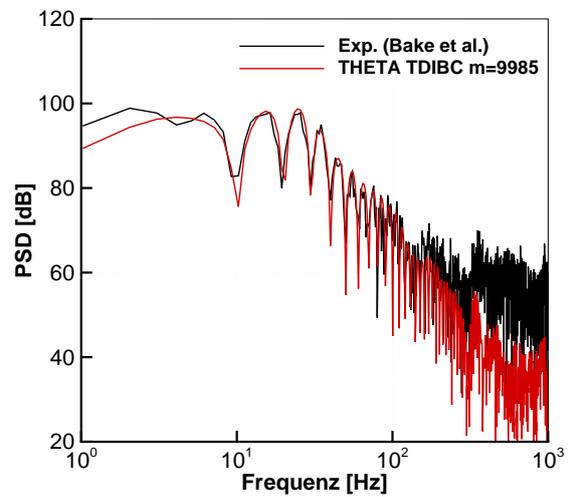
(a) NSCBC $\sigma = 0,46$



(b) NSCBC $\sigma = 1,8$



(c) TDIBC $m = 15$



(d) TDIBC $m = 9985$

Abbildung 5.10.: Leistungsdichtespektren des subsonischen EWG Referenzfalls

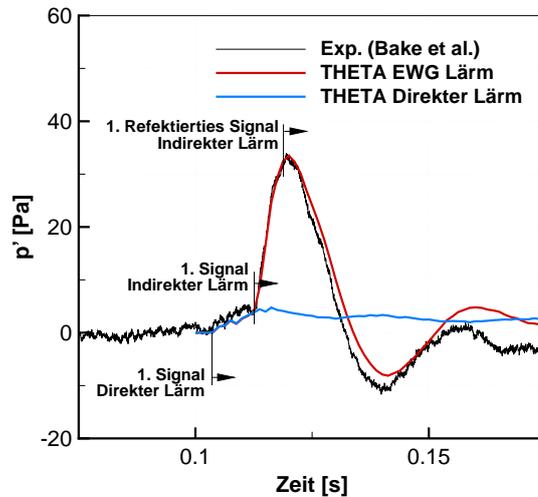


Abbildung 5.11.: Druckverlauf an Mikrofonposition 4

5.3.5. Direkter Lärm

In Abschnitt 5.3.1 wurden die Verzögerungszeiten von direktem und indirektem Lärm zwischen dem Heizmodul und der Mikrofonposition 4 diskutiert. Abbildung 5.11 zeigt den experimentellen Druckverlauf an dieser Stelle und die Verzögerungszeiten. Bevor das erste Signal des indirekten Lärms an dieser Stelle gemessen wird, ergibt sich eine Druckerhöhung von ungefähr 3 Pa. Nach Eintreffen des indirekten Lärms steigt der Druck stark auf näherungsweise 33 Pa an. Die Lage des ersten Druckmaximums stimmt sehr gut mit der Verzögerungszeit des ersten reflektierten Signal des indirekten Lärms überein. Anhand der guten Übereinstimmung der Verzögerungszeiten des indirekten Lärms mit charakteristischen Stellen des gemessenen Druckverlaufs, zeigt sich der dominante Einfluss des indirekten Lärms im Vergleich zum direkten Lärm.

Die Analyse der Verzögerungszeiten zeigt zwar die Dominanz des indirekten Lärms im EWG Experiment, jedoch lässt sie keine quantitative Aussage über die Stärke des direkten Lärms zu. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit der direkte Lärm des EWG Experiments mithilfe von akustischen Quellen (Kap. 5.2.3) numerisch berechnet. In Abbildung 5.11 wird der gesamte und der direkte Lärm des EWG Experiments dargestellt. Für die Simulationen wurde die Abschlussimpedanz mit den TDIBC der Ordnung $m = 9985$ und der zeitliche Verlauf der Wärmequellen mit $\tau = 3,5$ ms modelliert.

Die numerischen Druckverläufe in Abbildung 5.11 stimmen gut mit den experimentellen Daten überein bis das erste Signal des indirekten Lärms gemessen wird. Anschließend zeigt sich nur bei der Simulation des gesamten EWG Lärms ein starker Anstieg des Druck auf ungefähr 33 Pa, der in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist. Im

Gegensatz dazu ergibt sich bei der Simulation des direkten Lärms nur ein leichter Anstieg auf näherungsweise 5 Pa. Somit kann das Verhältnis der Amplituden von indirektem zu direktem Lärm auf ungefähr 6 abgeschätzt werden. Wie in Abbildung 5.4 gezeigt wird, beträgt die Amplitude der auf die Düse zulaufenden akustischen Welle ungefähr 170 Pa. Diese Welle bewirkt jedoch stromab der Düse nur eine Druckfluktuation von 5 Pa (Abbildung 5.11). Somit wird nur ein kleiner Anteil des am Heizmodul erzeugten direkten Lärms durch die Düse transmittiert. Dies ist auf die starke Änderung der Querschnittsfläche in der Düse zurückzuführen.

Zur Berechnung des direkten Lärms des EWG Experiments werden in dieser Arbeit akustische Quellen eingesetzt, die keine Entropiewelle erzeugen (Kap. 5.2.3). Die Entropiewelle beeinflusst jedoch die Strömung in der Düse des EWG Experiments und somit das Übertragungsverhalten der Düse. Aufgrund der Entropiewelle steigt die Mach-Zahl in der Düse um ungefähr 3 % an. Bake et al. [8] haben experimentelle und numerische Daten für verschiedene Düsenmachzahlen veröffentlicht. Anhand dieser Daten lässt sich für den subsonischen EWG Fall abschätzen, dass eine Erhöhung der Mach-Zahl um 3 % zu einer Änderung des Druckverlaufs von weniger als 1 Pa führt. Im Vergleich zu der zuvor diskutierten Änderung der Druckamplitude von 28 Pa zwischen direktem und gesamten EWG Lärm ist somit der Einfluss der Entropiewelle auf das akustische Übertragungsverhalten der Düse vernachlässigbar.

5.4. Schlussfolgerungen

In diesem Kapitel wurde der Entstehungsmechanismus von indirektem Verbrennungslärm anhand des subsonischen EWG Testfalls untersucht. Das EWG Experiment wurde bereits ausführlich in der Literatur mit numerischen [8, 55, 135, 172] und analytischen [55, 84, 100, 135] Methoden untersucht. Deshalb wurde in diesem Kapitel zunächst die in der Literatur verwendete Modellierung des EWG Experiments für CFD Simulationen dargestellt. Darauf aufbauend wurde gezeigt, dass eine Verbesserung der Modellierung der Wärmequellen und der Abschlussimpedanz zu einer deutlich besseren Übereinstimmung numerischer und experimenteller Ergebnisse führt als bisher in der Literatur für den subsonischen EWG Referenzfall veröffentlicht wurde.

Im Hinblick auf die Wärmequellen wurden die Modellierungen von Leyko et al. [135] und Mühlbauer et al. [172] in dieser Arbeit kombiniert. Die von Mühlbauer et al. [172] vorgeschlagene räumliche Verteilung der Wärmequellen wird zusammen mit dem von Leyko et al. [135] entwickelten zeitlichen Verlauf verwendet. Dies ermöglicht eine sehr genaue Vorhersage der experimentell gemessenen Druckverläufe (Kap. 5.3.3). Darüber hinaus wurde gezeigt, dass die Form der Entropiewelle einen starken Einfluss auf die maximale Druckamplitude des indirekten Lärms hat. Mit steigendem Gradient der Entropiewelle nimmt die Druckamplitude des

indirekten Lärms zu. Dieses Ergebnis wird von Giauque et al [84] mithilfe eines analytischen Modells für indirekten Lärm bestätigt.

In der Literatur [8, 55, 135, 172] wurden bisher NSCBC zur Modellierung der Abschlussimpedanz des EWG verwendet. In dieser Arbeit wird diese Modellierung durch TDIBC erweitert, die es ermöglichen die experimentell gemessene Impedanz sehr genau wiederzugeben. Das verbesserte Modell der Abschlussimpedanz führt zu einer höheren Genauigkeit des numerisch berechneten indirekten Lärms im Hinblick auf die experimentellen Daten.

Analytische Ergebnisse von Durán et al. [55] ergeben, dass die im subsonischen EWG Referenzfall gemessenen Druckverläufe durch direkten Lärm dominiert werden. Im Gegensatz dazu hat F. Bake [6] anhand einer Analyse der Verzögerungszeiten von direktem und indirektem Lärm gezeigt, dass die Signale durch indirekten Lärm verursacht werden. Aufgrund dieses Widerspruchs wurde in dieser Arbeit der direkte Lärm des subsonischen EWG Experiments numerisch berechnet. Die numerischen Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass das Amplitudenverhältnis von indirektem zu direktem Lärm ungefähr 6 beträgt. Somit werden die im EWG gemessenen Druckverläufe durch indirekten Lärm dominiert.

6. Thermoakustische Instabilität

In diesem Kapitel wird die thermoakustische Instabilität in einer mager, technisch-vorgemischten, drallstabilisierten Flamme untersucht. Dazu werden zunächst die Brennkammer und die verwendete Modellierung vorgestellt. Abschließend werden die Ergebnisse dieser Arbeit im Vergleich zu experimentellen und numerischen Ergebnissen aus der Literatur diskutiert.

6.1. PRECCINSTA Modellbrennkammer

Abbildung 6.1 zeigt schematisch die in diesem Kapitel untersuchte PRECCINSTA (Prediction and Control of Combustion Instabilities in Industrial Gas Turbines) Modellbrennkammer, die zur Untersuchung von thermoakustischen Instabilitäten entwickelt wurde [117, 129]. Von einem Plenum gelangt Luft durch einen Drallerzeuger in die Brennkammer. Durch 12 Kanäle mit einem Durchmesser von 1 mm wird Methan im Drallerzeuger eingedüst. Dadurch entsteht in der Brennkammer eine technisch-vorgemischte, verdrallte Flamme.

Der Testfall wurde für verschiedene Betriebspunkte experimentell [158, 265] untersucht, die in Tabelle 6.1 dargestellt werden. Im mageren Betriebspunkt 1 wird eine thermoakustische Instabilität beobachtet [158]. Druckschwingungen in der Brennkammer breiten sich in den Drallerzeuger und somit an die Stelle der Methaneindüsung aus. Die Luftmassenströme reagieren sensitiver auf die Druckschwingungen als die Brennstoffmassenströme. Folglich führt eine Variation des Drucks im Drallerzeuger zu einer stärkeren Änderung der Luft- als der Brennstoffmassenströme und damit zu einer Inhomogenität des lokalen Äquivalenzverhältnisses. Die Inhomogenität konvektiert in die Brennkammer und beeinflusst dort den

Tabelle 6.1.: Betriebspunkte des PRECCINSTA Brenners

Betriebspunkt	Luft [g/min]	Methan [g/min]	P_{th} [kW]	ϕ [-]
1	734,2	30,0	25,1	0,70
2a	734,2	35,9	30,0	0,83
2b	734,2	32,3	27,0	0,75

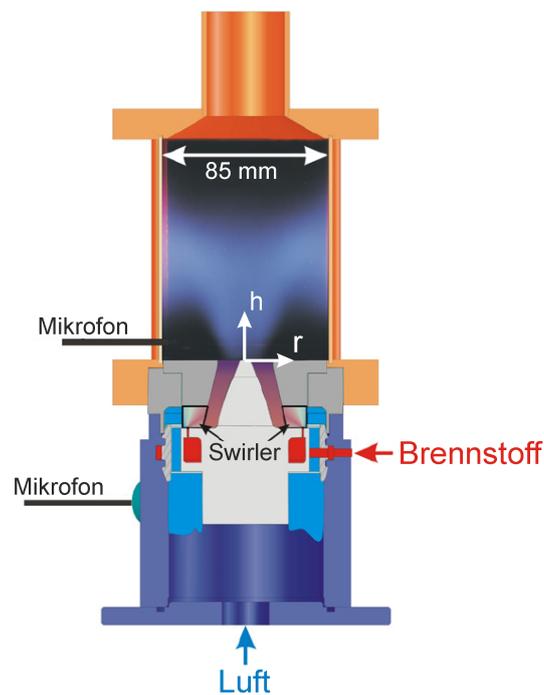


Abbildung 6.1.: Schematischer Aufbau des PRECCINSTA Testfalls [158]

Verbrennungsprozess. Diese Änderung führt wieder zu einer Druckschwingung in der Brennkammer, die den thermoakustischen Wirkkreis schließt. Im Gegensatz zu Betriebspunkt 1 wurde bei den anderen in Tabelle 6.1 gezeigten Betriebspunkten keine thermoakustische Instabilität beobachtet. Folglich wird in dieser Arbeit nur Betriebspunkt 1 untersucht.

6.2. Modellierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Simulationen der PRECCINSTA Modellbrennkammer mit der DLR CFD Software THETA durchgeführt. Dabei wurde das in Kapitel 3 vorgestellte Lösungsverfahren SICS sowie die in Kapitel 4.2 erläuterten TDIBC eingesetzt. Im Folgenden wird die verwendete Modellierung vorgestellt.

6.2.1. Diskretisierung

Die PRECCINSTA Modellbrennkammer wurde bereits mithilfe von CFD Simulationen von unterschiedlichen Autoren [68, 73, 79, 169, 221, 262] untersucht. Die Simulation des Mischungsprozesses im Drallerzeuger stellt dabei eine große Herausforderung dar. Der Brennstoff wird mit hoher Geschwindigkeit durch Kanäle mit sehr geringem Durchmesser eingedüst. Abbildung 6.2(a) zeigt zur Veranschaulichung des Mischungsprozesses eine instantane Isofläche des Methan-Massenbruchs ($Y_{CH_4} = 0.055$) im Drallerzeuger. Für eine genaue Berechnung der Mi-

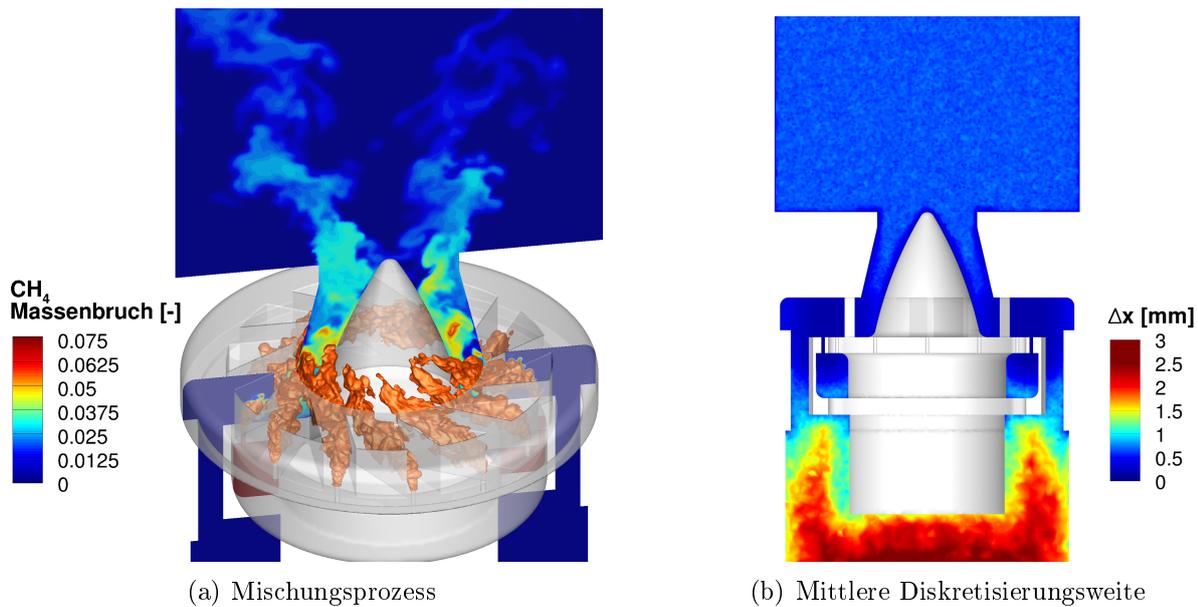


Abbildung 6.2.: Numerische Auflösung der PRECCINSTA Modellbrennkammer

schung von Luft und Methan wird der Bereich der Eindüsung räumlich sehr hoch aufgelöst. Abbildung 6.2(b) zeigt die in dieser Arbeit verwendete räumliche Auflösung $\Delta x = \sqrt[3]{\Delta V}$. Die gesamte Diskretisierung besteht aus ungefähr 44 Mio Tetraederzellen mit Prismenschichten an den Drallerzeuger- und der Brennkammerwänden. Die Berechnung in THETA erfolgt jedoch auf einem Dualgitter mit ungefähr 8 Mio Polyedern. Im Bereich der Eindüsung des Brennstoffs befindet sich die maximale räumliche Auflösung von etwa 0,04 mm und im Luftplenum die minimale Auflösung von 3 mm. Somit wird die räumliche Diskretisierungsweite innerhalb des Rechengebiets um den Faktor 75 variiert. Der Bereich reaktiver Strömung wird räumlich mit näherungsweise 0,75 mm aufgelöst. Darüber hinaus wird eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7}$ s verwendet. Bei dieser Diskretisierung werden akustische Wellen mit $f \leq 1$ kHz räumlich mit $PPW > 100$ und zeitlich mit $PPP \geq 2000$ angenähert. Die gesamte Simulationszeit beträgt 60 ms. Damit werden näherungsweise 6 konvektive Durchlaufzeiten durch die Brennkammer simuliert.

Um die sehr hohe räumliche Auflösung im Drallerzeuger und den damit einhergehenden hohen Bedarf an Computerressourcen zu vermeiden, wurden die meisten der veröffentlichten Simulationen [68, 79, 169, 221, 262] des PRECCINSTA Testfalls mit der Annahme perfekter Vormischung durchgeführt, d.h. es wurde ein homogenes Brennstoff-Luftgemisch über das Luftplenum eingebracht. Franzelli et al. [73] haben jedoch gezeigt, dass zur Berechnung der thermoakustischen Instabilität des Testfalls der Mischungsprozess nicht idealisiert werden darf. Daher wird auch in dieser Arbeit die technische Vormischung in die Simulation einbezogen, wie in Abbildung 6.2(a) veranschaulicht wird.

Bei Berücksichtigung des Mischungsprozesses wurde die thermoakustische Frequenz von Franzelli et al. [73] zu 390 Hz bestimmt. Diese Vorhersage weicht um 100 Hz von der experimentell bestimmten Frequenz ab [158]. Die Abweichung wird von den Autoren [73] durch die Vernachlässigung des Brennstoffplenums erklärt, welche die akustische Impedanz der Eindüsungsebenen verfälscht. Deshalb wird für eine genauere Vorhersage der thermoakustischen Frequenz in der vorliegenden Arbeit das Brennstoffplenum als Teil des numerischen Rechengebiets berücksichtigt.

Zur zeitlichen Diskretisierung wird das in Kapitel 3.3.1 beschriebene CN Verfahren mit Fehlerordnung $O(2)$ eingesetzt. Die Impulsgleichungen werden räumlich rein zentral (CDS) diskretisiert, um numerische Dissipation konvektiver Prozesse zu minimieren. Mit steigender Dissipation reduziert sich die maximal aufgelöste Frequenz turbulenter Fluktuationen einer CFD Simulation. Alle der in Kapitel 3.3.1 vorgestellten räumlichen Diskretisierungsverfahren außer CDS führen aufgrund ihrer Dissipation zu so starker Dämpfung, dass LES Lösungen näherungsweise URANS Lösungen entsprechen. Im Gegensatz zur Impulsgleichung führt Dissipation bei den Gleichungen skalarer Variablen nicht zu einer Dämpfung turbulenter Fluktuationen. Zur Stabilisierung der Simulationen werden diese Gleichungen deshalb mit QUDS mit Limitierung der Gradienten diskretisiert. Sowohl QUDS als auch CDS Verfahren sind $O(2)$ genau.

6.2.2. Turbulenz

Die in der Literatur [68, 79, 169, 221, 262] veröffentlichten CFD Simulationen des PRECCINSTA Testfalls wurden ausschließlich mit LES Methoden durchgeführt. Im Gegensatz dazu wird in der vorliegenden Arbeit das hybride LES/RANS Modell SAS eingesetzt (Kap. 2.2.3). Entsprechend wird in Bereichen niedriger räumlicher Auflösung eine URANS Lösung berechnet. Für eine genauere Berechnung der Strömung wird räumlich begrenzt eine höhere Auflösung verwendet, wodurch sich dort eine LES Lösung entwickelt.

Zur Beurteilung der relativen räumlichen Auflösung einer SAS Lösung werden nach Kapitel 2.2.3 zwei unterschiedliche Kriterien verwendet. Erstens wird das Verhältnis der aufgelösten zur gesamten turbulenten kinetischen Energie r_{KE} betrachtet. Dieses wird nach Gleichung (2.20) berechnet. Abbildung 6.3(a) zeigt dieses Verhältnis. Im Drallerzeuger und in der Brennkammer liegt das Verhältnis über 90 %. Dabei ist der Anteil aufgelöster turbulenter kinetischer Energie im Drallerzeuger ungefähr 5 % höher als in der Brennkammer. Im Gegensatz dazu beträgt der Anteil im Luftplenum weniger als 80 %. Somit wird im Luftplenum eine URANS Lösung und im Drallerzeuger und in der Brennkammer eine LES Lösung berechnet [201].

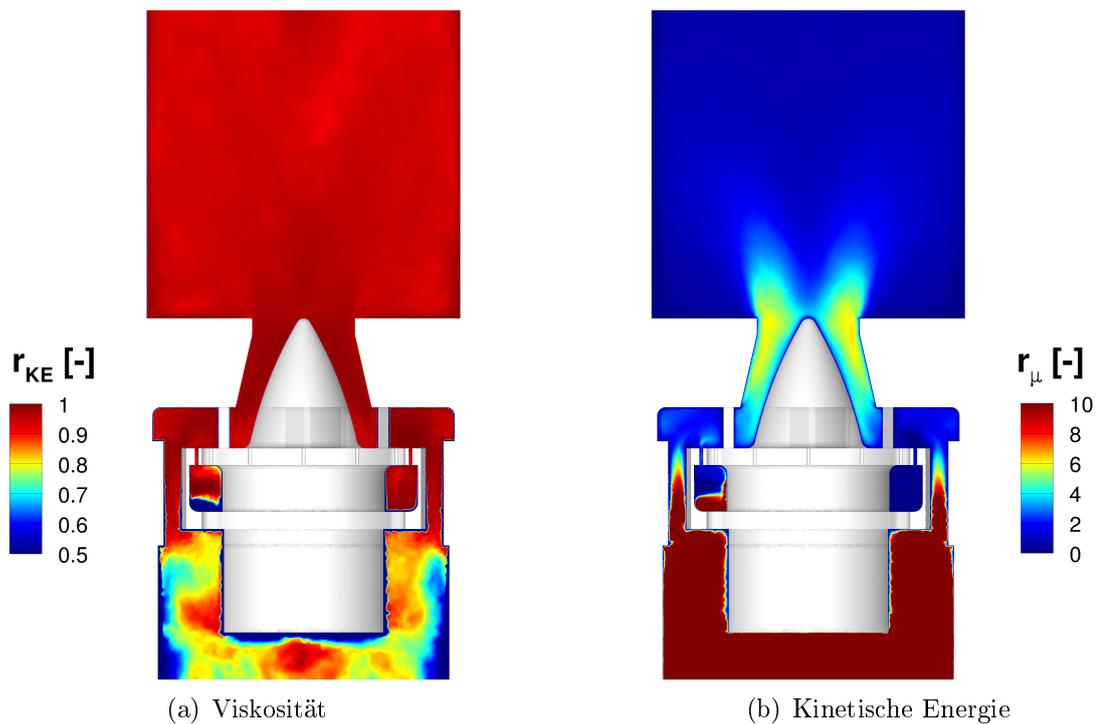


Abbildung 6.3.: Verhältnis von aufgelösten zu gesamten turbulenten Fluktuationen

Als zweites Kriterium zur Beurteilung der räumlichen Auflösung wird das Verhältnis von turbulenter zu molekularer Viskosität r_μ in Abbildung 6.3(b) dargestellt. Dieses wird nach Gleichung (2.21) berechnet. In Bereichen mit $r_\mu < 10$ kann davon ausgegangen werden, dass eine LES Lösung berechnet wird. Somit wird im Drallerzeuger und in der Brennkammer eine für LES ausreichende relative, räumliche Auflösung erreicht. Dies stimmt mit dem zuvor betrachteten r_{KE} -Kriterium überein. Nach beiden zuvor betrachteten Kriterien wird im Drallerzeuger und in der Brennkammer eine ausreichende räumliche Auflösung für eine LES erreicht. Im Luftplenum ergibt sich aufgrund der geringeren Auflösung eher eine URANS Lösung. Dies zeigt den Vorteil von SAS im Vergleich zu LES Methoden. Die Genauigkeit der im Luftplenum berechneten Strömung hat einen geringen Einfluss für eine Analyse der thermoakustischen Schwingung des Brenners. Die Strömung im Plenum wird nur mitberechnet, da sonst die Eigenfrequenzen des gesamten Systems verändert werden. SAS ermöglicht durch eine geringe Auflösung im Luftplenum, dieses sehr effizient in die Simulation einzubeziehen.

6.2.3. Verbrennung

Zur Modellierung der Verbrennungsprozesse in der PRECCINSTA Brennkammer werden in dieser Arbeit zum einen das EDM-FRC und zum anderen das APDF-FRC Modell eingesetzt, die in Abschnitt 2.3 beschrieben wurden. Das EDM Verfahren ist nur gültig für glo-

Tabelle 6.2.: Modellierung der Verbrennungsprozesse

Modell	EDM-FRC	APDF-FRC
Mechanismus	BFER [73]	DRM19 [115]
Anzahl der Komponenten	6	21
Anzahl der Reaktionen	2	84

bale Reaktionsmechanismen. In dieser Arbeit wird dafür der globale Reaktionsmechanismus BFER [73] verwendet, der nur die Methanoxidation sowie das Kohlenstoffoxid-Gleichgewicht berücksichtigt (Tabelle 6.2). Für die Modellierung mit APDF-FRC wird hingegen der detaillierte DRM19 [115] Mechanismus verwendet. Beide Ansätze werden in diesem Abschnitt beschrieben.

Mit globalen Mechanismen können Verbrennungsprozesse zwar sehr effizient aber nur in einem kleinen Zustandsbereich genau modelliert werden [263]. Der Zustandsbereich eines Verbrennungsprozesses wird u.a. durch die Bereiche der Temperatur und des Äquivalenzverhältnisses bestimmt [263]. Im Fall des PRECCINSTA Testfalls bewirkt im Betriebspunkt 1 (Tab. 6.1) die thermoakustische Schwingung eine Variation des lokalen Äquivalenzverhältnisses von $0.6 < \Phi < 1.4$ [158]. Für eine genaue Modellierung des Verbrennungsprozesses mithilfe eines herkömmlichen globalen Mechanismus ist diese Variation des Äquivalenzverhältnisses zu groß. Deshalb verwenden Franzelli et al. [73] zur Berechnung chemischer Prozesse des Testfalls das Korrekturverfahren nach Fernández-Tarrazo et al. [62], bei dem die Arrhenius-Faktoren des Mechanismus zur Laufzeit der Simulation an das lokale Äquivalenzverhältnis angepasst werden. Dieser Ansatz erlaubt eine genaue Modellierung des Verbrennungsprozesses im gesamten Bereich des lokalen Äquivalenzverhältnisses.

Abbildung 6.4 zeigt für unterschiedliche Reaktionsmechanismen die laminare Flammgeschwindigkeit (s_L), die mithilfe des Softwarepakets Cantera [89] berechnet wurde. Zum einen wird die Flammgeschwindigkeit des detaillierten GRI-Mech 3.0 [240] Mechanismus mit 53 Gaskomponenten und 325 Reaktionen dargestellt. Aufgrund des hohen Detaillierungsgrades des GRI Mechanismus werden diese Ergebnisse im Folgenden als Referenzlösung verwendet. Zum anderen wird die Flammgeschwindigkeit des BFER Mechanismus von Franzelli et al. [73] gezeigt, dessen Arrhenius-Faktoren in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses bestimmt werden. Die Ergebnisse der BFER und GRI Mechanismen sind in guter Übereinstimmung. Somit kann mithilfe des globalen Reaktionsmechanismus BFER die laminare Flammgeschwindigkeit über einen großen Bereich des Äquivalenzverhältnisses genau berechnet werden.

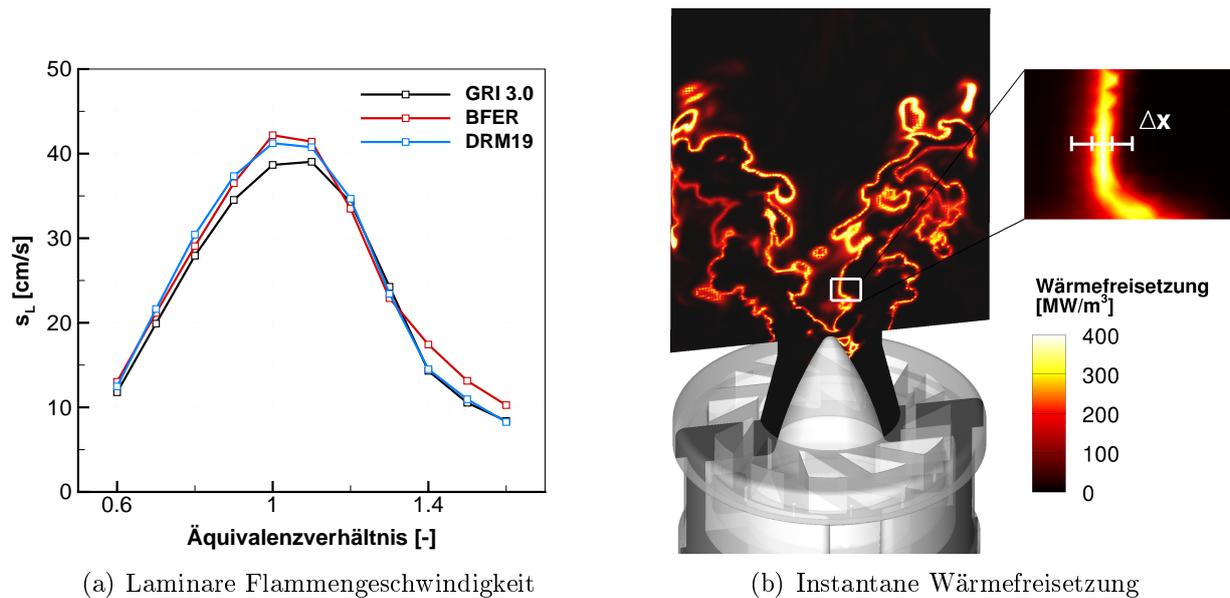


Abbildung 6.4.: Modellierung der Verbrennungsprozesse

Abbildung 6.4(b) zeigt eine instantane Verteilung der berechneten Wärmefreisetzung in der Mittelebene der untersuchten Brennkammer, die mit EDM-FRC und dem BFER Mechanismus berechnet wurde. Bereiche hoher Wärmefreisetzung entsprechen der numerischen Flammenfront. Der Detailausschnitt der Abbildung verdeutlicht, dass bei der in dieser Arbeit verwendeten räumlichen Diskretisierung die Dicke der Flammenfront näherungsweise der Diskretisierungsweite Δx entspricht. Die starken Gradienten der Gaskomponenten und der Temperatur über die Flammenfront werden mit zwei Punkten räumlich diskretisiert. Diese Approximation entspricht einer räumlichen Filterung mit Filterweite Δx . Chemische Prozesse mit einer Längenskala kleiner als die Filterweite werden numerisch nicht aufgelöst und entsprechend als Sub Grid Scale (SGS) Prozesse bezeichnet. Diese entsprechen der nicht aufgelösten bzw. modellierten Turbulenz-Chemie-Interaktion einer CFD Simulation.

Im Fall des EDM werden SGS Prozesse mithilfe der turbulenten Zeitskala abgeschätzt. Diese Abschätzung ist jedoch zum einen nur für globale Reaktionsraten gültig und zum anderen ist sie verhältnismäßig ungenau. Für eine genauere Modellierung wird in der vorliegenden Arbeit die in Kapitel 2.3.3 vorgestellte APDF Methode verwendet. Dabei werden chemische SGS Prozesse mithilfe von vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Temperatur und der Komponenten berücksichtigt.

Im Gegensatz zum EDM ist die APDF Methode auch auf detaillierte Reaktionsmechanismen anwendbar. Für eine genauere Berechnung der chemischen Prozesse wird in der vorliegenden Arbeit für die Modellierung mit APDF der detaillierte Methan-Mechanismus

DRM19 [115] verwendet. Abbildung 6.4(a) zeigt die laminare Flammengeschwindigkeit des DRM19 im Vergleich zu den BFER und GRI Mechanismen. Die Ergebnisse mit DRM19 stimmen bei hohen Äquivalenzverhältnissen etwas besser mit den GRI Ergebnissen überein als die des BFER Mechanismus. Insgesamt zeigt sich jedoch für beide Mechanismen eine vergleichbar gute Übereinstimmung mit den Flammengeschwindigkeiten des GRI.

Die Flammengeschwindigkeiten des globalen BFER und des detaillierten DRM19 Mechanismus sind sehr ähnlich. Dennoch wird in dieser Arbeit mit dem detaillierteren Mechanismus eine deutlich verbesserte Modellierung der Verbrennungsprozesse des Testfalls erreicht. Dies ist auf die höhere Genauigkeit bei der Modellierung der Zündverzugszeiten mit dem detaillierten DRM19 im Vergleich zum globalen BFER Mechanismus zurückzuführen. Die genaue Bestimmung der Zündverzugszeiten ist insbesondere bei der Simulation einer abgehobenen Flamme von Bedeutung, wie sie im in dieser Arbeit untersuchten Betriebspunkt des PRECCINSTA Testfalls vorliegt.

6.2.4. Randbedingungen

Zur Simulation des PRECCINSTA Testfalls werden an den Einlässen die in Tabelle 6.1 gezeigten Massenströme für den Betriebspunkt 1 vorgegeben. Im Experiment heizen sich die Wände des Luft- und des Brennstoffplenums auf [158]. Dies führt zu einer Vorheizung der Luft- und Brennstoffströme. Die Vorheiztemperatur des Brennstoff-Luftgemisches wurde experimentell zu $320 \leq T \leq 380$ K bestimmt [158]. In der Literatur [73] wird diese bei CFD Simulationen durch eine Temperatur von 320 K an den Einlässen berücksichtigt. Um die in dieser Arbeit berechneten Ergebnisse mit den Literaturdaten vergleichbar zu machen, wird ebenfalls eine Temperatur der Einlassmassenströme von 320 K verwendet. Dies entspricht der minimal gemessenen Vorheiztemperatur. Eine Variation der numerischen Einlasstemperaturen innerhalb des experimentell bestimmten Intervalls führt folglich immer zu einer Erhöhung der Temperaturen in der Brennkammer. Eine Erhöhung der Einlass Temperatur auf die maximal gemessene Vorheiztemperatur von 380 K erhöht die Temperatur in der Brennkammer um ungefähr 60 K. Diese Steigerung der Temperatur in der Brennkammer kann ebenfalls durch eine Erhöhung des Äquivalenzverhältnisses von 0.7 auf ungefähr 0.735 erreicht werden. Das erhöhte Äquivalenzverhältnis von 0.735 entspricht ungefähr dem thermoakustisch stabilen Betriebspunkt 2b (Tab. 6.1) mit einem Äquivalenzverhältnis von 0.75. Somit könnte die Vorgabe der maximalen Vorheiztemperatur als Einlassrandbedingung zur Berechnung einer thermoakustisch stabilen Verbrennung führen. Dieser Einfluss der Einströmrandbedingung wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht untersucht und sollte entsprechend Gegenstand nachfolgender Arbeiten sein.

Die Wandtemperaturen wurden während des Experiments nicht gemessen [158]. In Anlehnung an CFD Simulationen des Testfalls in der Literatur [73] werden deshalb die Wände in dieser Arbeit als adiabat angenommen. Im Fall der Wände des Luft- und des Brennstoffplenums hat die Annahme adiabater Wände einen vernachlässigbaren Einfluss auf die numerischen Ergebnisse, da die Vorheizung der Massenströme an den Wänden durch eine erhöhte Einlass-temperatur berücksichtigt wird. Die Temperaturen der Brennkammerwände und der Wände des Drallerzeugers können jedoch einen starken Einfluss auf den numerisch berechneten Verbrennungsprozess haben. Der Wärmeverlust an den Brennkammerwänden führt zu niedrigeren Flammentemperaturen, die wiederum den gesamten Verbrennungsprozess beeinflussen können. Die Temperatur der Wände des Drallerzeugers in der Nähe des Brennkammereinlasses kann die Flammenposition beeinflussen. Da eine Abschätzung der Wandtemperaturen ohne experimentelle Daten jedoch mit erheblichen Unsicherheiten verbunden ist, erschwert die Berücksichtigung der Wandwärmeflüsse die Diskussion der Ergebnisse im Vergleich zu Literaturdaten. Deshalb werden die Wandwärmeflüsse in dieser Arbeit vernachlässigt.

Neben den zuvor beschriebenen strömungsmechanischen Randbedingungen, sind zur Berechnung der thermoakustischen Instabilität des Testfalls die akustischen Randbedingungen von großer Bedeutung [73]. In der Literatur [73] werden akustische Reflexionen am Ausströmrand der Brennkammer durch eine Erweiterung des Rechengebiets um einen Teil der Atmosphäre berechnet. Da dies die benötigten Computerressourcen stark erhöht, werden in dieser Arbeit die in Kapitel 4.2 vorgestellten Impedanzrandbedingungen zur Modellierung der akustischen Reflexionen am Auslass verwendet. Abbildung 6.5 zeigt den analytisch berechneten Reflexionsfaktor für ein offenes, durchströmtes Ende nach Munt et al. [170], der durch experimentelle und numerische Daten bestätigt wurde [170, 237]. Der analytische Verlauf wird in der vorliegenden Arbeit mithilfe der TDIBC Modellfunktion (Gl. (4.31)) mit Ordnung $m = 45$ und $n = 0$ angenähert. Wie in Abbildung 6.5 gezeigt wird, stimmt sowohl der Betrag als auch die Phasenverschiebung der Modellfunktion mit der analytischen Lösung sehr gut überein. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit diese Modellfunktion als akustische Randbedingung am Auslass der Brennkammer verwendet.

Im experimentellen Aufbau des PRECCINSTA Brenners werden in die Brennkammerwand Quarzglasscheiben eingesetzt, um einen optischen Zugang für Messtechnik zu ermöglichen [158]. Die Glasscheiben werden dabei mit Spiel gelagert, um eine Zerstörung der Scheiben aufgrund thermischer Spannungen zu vermeiden. Die Lagerung dieser Scheiben bewirkt jedoch eine Dämpfung akustischer Schwingungen in der Brennkammer [249]. Diese Dämpfung wurde in bisherigen CFD Simulationen des Testfalls [73, 144] nicht berücksichtigt. Stattdessen wurde eine vollständige Reflexion akustischer Wellen an den Glasscheiben angenommen. In der vorliegenden Arbeit zeigt sich, dass bei diesen Simulationen die Amplitude der ther-

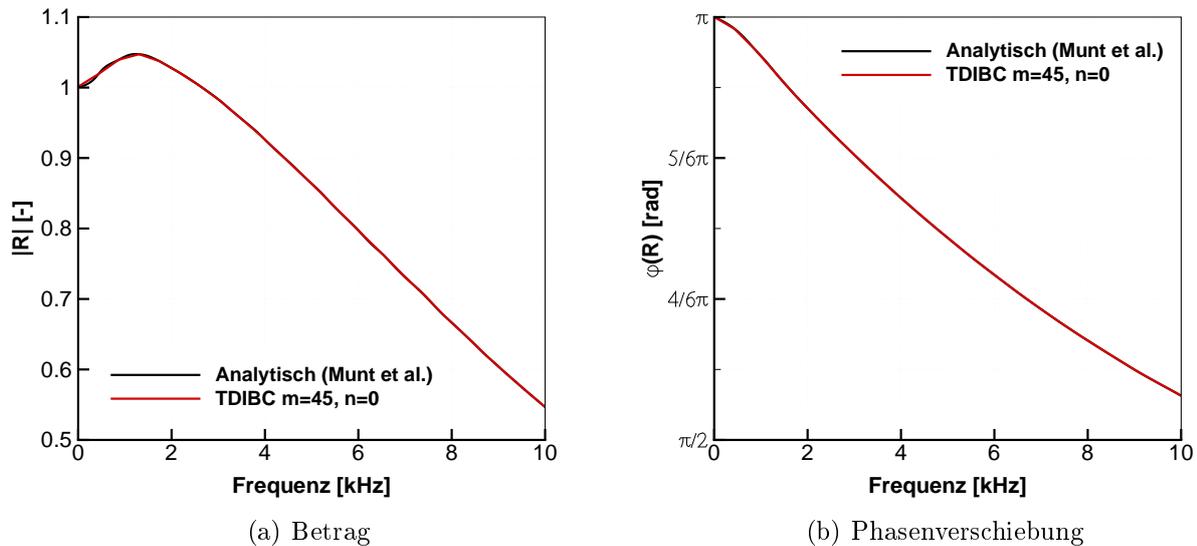


Abbildung 6.5.: Modellierung des Reflexionsfaktor am atmosphärischen Auslass

moakustischen Schwingung um näherungsweise eine Größenordnung überschätzt wurde. Daher wurde in dieser Arbeit der Dämpfungsmechanismus der mit Spiel gelagerten Glasscheiben mithilfe von Impedanzrandbedingungen modelliert. Dazu wurden die seitlichen Brennkammerwände zum einen vollständig reflektierend mit einem Reflexionsfaktor $R = 1$ modelliert. Zum anderen wird die akustische Dämpfung an den Wänden mithilfe des in Abschnitt 4.2.5 diskutierten Tiefpassfilters modelliert.

Der Reflexionsfaktor der Glasscheiben wurde experimentell bisher nicht bestimmt. Daher wird in dieser Arbeit der Reflexionsfaktor mithilfe des Tiefpassfilters nach Gleichung (4.60) approximiert. Das Tiefpassfilter wird in dieser Arbeit aus zwei Gründen verwendet. Erstens ergibt sich bei der gewählten Modellfunktion für $f \rightarrow 0$ eine vollständige Reflexion akustischer Wellen ohne zusätzliche Phasenverschiebung. Signale bei $f \rightarrow 0$ entsprechen den zeitlichen Mittelwerten der akustischen Variablen. Diese bleiben bei der gewählten Modellfunktion unverändert. Zweitens wurde in dieser Arbeit eine Parameterstudie zur Dämpfungsfunktion durchgeführt. Das gewählte Tiefpassfilter hat nach Gleichung (4.60) nur einen freien Parameter. Modellfunktionen höherer Ordnung haben eine größere Anzahl freier Parameter. Dies erhöht den Aufwand einer Parameterstudie deutlich ohne dabei eine geringere Unsicherheit bei der geschätzten Dämpfungsfunktion zu erreichen.

Abbildung 6.6 stellt die in dieser Arbeit verwendeten Reflexionsfaktoren für die seitlichen Brennkammerwände dar. Zum einen wird eine vollständig reflektierende Wand mit $R = 1$ und zum anderen eine gedämpfte Wand modelliert. Für die akustisch gedämpfte Wand wird

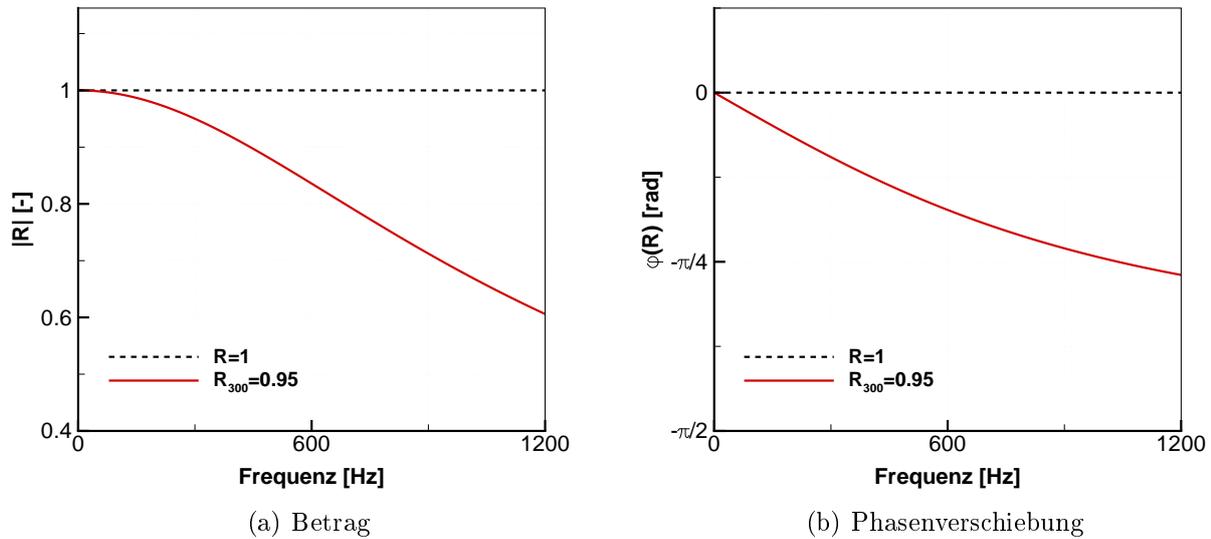


Abbildung 6.6.: Modellierung des Reflexionsfaktor an der Brennkammerwand

das Tiefpassfilter nach Gleichung (4.60) mit dem freien Parameter $C_H = 11470$ verwendet. Der Parameter C_H wird so gewählt, dass sich für Signale bei der thermoakustischen Frequenz von näherungsweise 300 Hz ein Betrag des Reflexionsfaktors von

$$R_{300} = |R(300 \text{ Hz})| = 0.95 \quad (6.1)$$

ergibt. Darüber hinaus werden Signale bei 300 Hz mit einer Phasenverschiebung von näherungsweise $-\pi/10$ rad reflektiert.

Die eingebrachte Dämpfung und Phasenverschiebung an den seitlichen Wänden führt zu einer Reduzierung der gesamten Druckamplitude und somit zu einer Verringerung der Schwingung des Geschwindigkeitsfeldes im gesamten Verbrennungssystem. Dies hat zum einen Einfluss auf den Mischungsprozess im Drallerzeuger, der den Anregungsmechanismus der thermoakustischen Schwingung bestimmt. Zum anderen beeinflusst das instationäre Geschwindigkeitsfeld die Flammenform und -lage und somit die Wärmefreisetzung in der Brennkammer. Folglich wird auch der thermoakustische Rückkopplungsmechanismus durch die Wanddämpfung beeinflusst. Die Auswirkung der in dieser Arbeit verwendeten Dämpfungsfunktion auf die thermoakustische Schwingung des PRECCINSTA Brenners wird in Abschnitt 6.3.1 diskutiert.

An den Übergänge der Brennstoff- und Luftzufuhr in die jeweiligen Plenen ändern sich die Querschnittsflächen im PRECCINSTA Brenner stark. In der vorliegenden Arbeit wird verein-

fachend angenommen, dass diese Querschnittsänderungen zu einer akustischen Entkopplung der Zufuhrleitungen vom Gesamtsystem führt [121]. Daher werden die Einströmränder des Brennstoffs und der Luft vereinfachend als vollständig reflektierend angenommen.

6.3. Ergebnisse

Im vorherigen Abschnitt wurde die Modellierung des PRECCINSTA Modellbrenners beschrieben. Für chemische Prozesse und Wandreflexionen wurden dabei jeweils zwei alternative Modellierungsansätze vorgestellt. Im Folgenden wird der Einfluss dieser Modelle diskutiert. Dazu wird als Referenz die Modellierung mit globalem Reaktionsmechanismus (EDM) und vollständig reflektierenden Wänden ($R = 1$) festgelegt. Ausgehend vom Referenzmodells wird als erste Variation das Verbrennungsmodell verändert, indem das detaillierte Modell (APDF) verwendet wird. Die Simulationsergebnisse mit EDM und APDF werden im folgenden Abschnitt mit experimentellen Ergebnissen [158, 249] und mit numerischen Daten aus der Literatur [73] verglichen.

Als zweite Variation wird der Einfluss der akustischen Wandreflexionen an den seitlichen Brennkammerwänden untersucht. Dazu werden akustische Reflexionen Tiefpass gefiltert und damit gedämpft. Die Filterfunktion an den Wänden wurde bisher weder experimentell noch analytisch bestimmt. Die Annahme einer Filterfunktion für die CFD Simulation ist deshalb mit hohen Unsicherheiten behaftet. Daher können anhand der berechneten CFD Ergebnisse mit Wanddämpfung nur qualitative Aussagen getroffen werden. Die Dämpfung wirkt sich direkt auf die Druckschwingung in der Brennkammer aus, wie im Folgenden gezeigt wird. Darüber hinaus beeinflusst die Änderung der akustischen Schwingung auch die hydrodynamischen und chemischen Prozesse in der Brennkammer. Der Einfluss der Wanddämpfung auf diese Prozesse wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nur eingeschränkt untersucht.

6.3.1. Akustische Eigenmoden

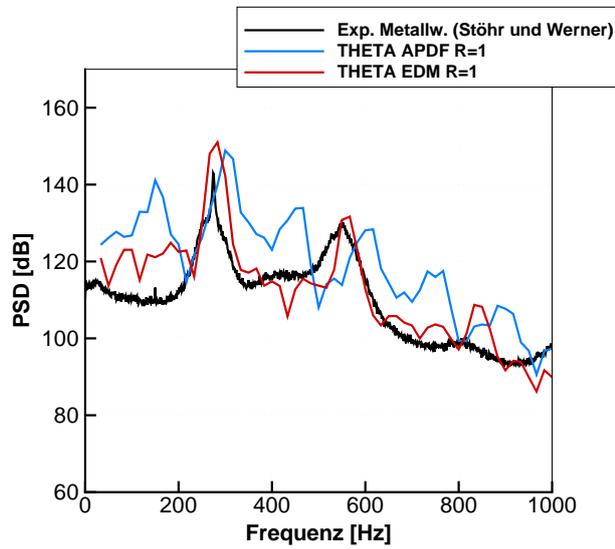
Abbildung 6.7 zeigt die Leistungsdichtespektren des Drucks im Plenum und in der Brennkammer. Dabei werden Messdaten für zwei unterschiedliche Konfigurationen dargestellt. Ersten wurde der Brenner mit Quartzglasscheiben in den seitlichen Brennkammerwänden vermessen [158]. Die Quartzglasscheiben ermöglichen einen optischen Zugang für die Messtechnik. Die in den folgenden Abschnitten diskutierten Messdaten wurden für diese Konfiguration mit Glasscheiben ermittelt. Die Glasscheiben sind mit Spiel gelagert, sodass akustische Wellen an den Scheiben gedämpft werden. Um den Einfluss der Dämpfung zu ermitteln, wurde eine zweite Konfiguration mit schallharten Metallwänden vermessen [249]. Die jeweiligen Mikrofonpositionen werden in Abbildung 6.1 dargestellt.

In Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) zeigen die gemessenen Daten eine dominante Schwingung mit näherungsweise 290 Hz im Luftplenum und in der Brennkammer. Zusätzlich ist eine starke Schwingung bei der ersten harmonischen Frequenz von 580 Hz sichtbar. In der Literatur wurde bisher kein berechnetes Druckspektrum für den Testfall bei diesem Betriebspunkt veröffentlicht. Franzelli et al. [73] geben jedoch die Frequenz der dominanten Schwingung mit 390 Hz an.

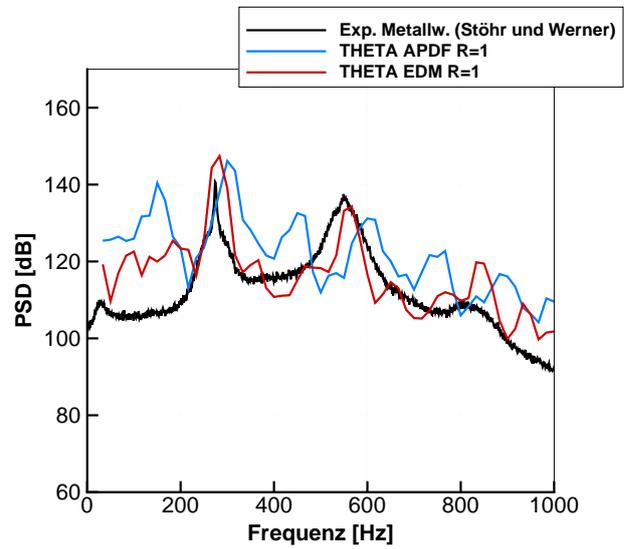
Die Druckspektren der THETA Referenzsimulation mit EDM und schallharten Wänden ($R = 1$) zeigen ein deutliches Maximum von 151 dB im Luftplenum und von 147 dB in der Brennkammer bei 290 Hz, wie in Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) dargestellt wird. Dies stimmt gut mit den experimentellen Daten überein. Die Abweichung in der Amplitude beträgt <7 dB. Die Frequenz der ersten harmonischen Schwingung bei 580 Hz wird ebenfalls gut mit der THETA EDM Simulation vorhergesagt. Die berechnete Amplitude der ersten harmonischen Schwingung weicht um <1 dB in der Brennkammer und im Luftplenum von der Messung ab.

Neben dem globalen Verbrennungsmodell EDM wurde in dieser Arbeit das detailliertere Modell APDF eingesetzt (Kap. 2.3.3). Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) zeigen die Druckspektren der THETA Simulationen mit APDF und EDM. Für APDF ergibt sich eine um etwa 2 dB niedrigere maximale Druckamplitude wie im Referenzfall. Jedoch ist die Lage der Maxima leicht zu höheren Frequenzen verschoben. Mithilfe der APDF Simulation wird die thermoakustische Frequenz zu 300 Hz berechnet. Im Vergleich zur Referenzsimulation ist dies ein geringfügig schlechtere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Neben der Verschiebung der thermoakustischen Frequenz zeigt sich bei der APDF Simulation jedoch auch eine subharmonische Schwingung bei beispielsweise 150 Hz. Dies stimmt nicht mit den experimentell bestimmten Druckspektren überein, bei denen nur ein sehr geringes Maximum bei subharmonischen Frequenzen zu sehen ist. Das detaillierte APDF Verbrennungsmodell verbessert im Vergleich zum Referenzfall insbesondere die Vorhersage der Zündverzugszeiten. Dies führt zu einer veränderten Wärmefreisetzung und einem veränderten Strömungsfeld in der Brennkammer und somit zu einer veränderten Anregung der thermoakustischen Schwingung. Im Fall der APDF Simulation wird dadurch eine subharmonische Schwingung angeregt. In Abschnitt 6.3.4 wird die Anregung der subharmonischen Schwingung bei APDF näher untersucht.

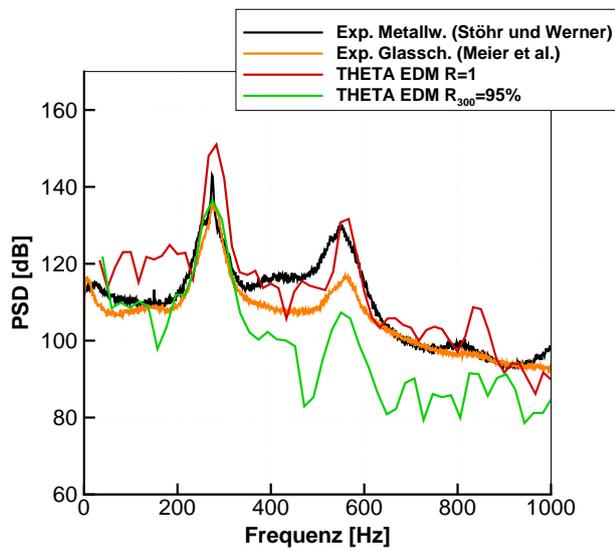
Um den Einfluss der akustischen Dämpfung an der Brennkammerwand zu untersuchen, werden in Abbildungen 6.7(c) und 6.7(d) gemessene und berechnete Druckspektren für jeweils schallharte und gedämpfte Wände dargestellt. Wie anhand der experimentellen Ergebnisse zu erkennen ist, bewirkt die Dämpfung eine Reduzierung der maximalen Amplitude um 5 dB im Luftplenum und um 10 dB in der Brennkammer. Darüber hinaus bleiben die Frequenzen der dominanten Schwingung und der ersten harmonischen erhalten.



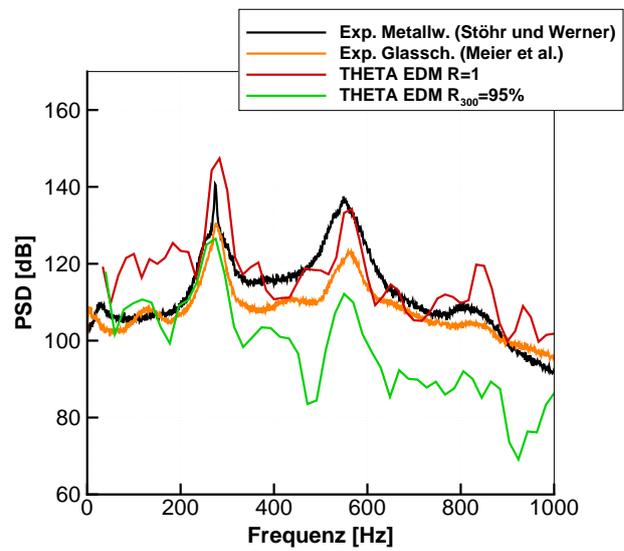
(a) Luftplenum



(b) Brennkammer



(c) Luftplenum



(d) Brennkammer

Abbildung 6.7.: Leistungsdichtespektren im Plenum und in der Brennkammer

Bei der THETA Simulation mit Wanddämpfung werden Reflexionen von Signalen bei 300 Hz um 5 % reduziert. Diese wird beispielhaft verwendet, um den Einfluss der Dämpfung zu untersuchen. Diese Wanddämpfung wird gewählt um eine gute Übereinstimmung der berechneten und der gemessenen Amplitude der thermoakustischen Schwingung zu erreichen, d.h. die Wanddämpfung wird so verändert, dass das berechnete Druckspektrum bei 300 Hz gut mit dem experimentellen Ergebniss übereinstimmt. Es wird keine Anpassung der Wanddämpfung über den gesamten Frequenzbereich vorgenommen, da der Einfluss der Wanddämpfung nur beispielhaft untersucht wird.

Abbildungen 6.7(c) und 6.7(d) zeigen die Druckspektren der Simulation mit der akustischen Dämpfung $R_{300} = 0.95$ an den seitlichen Brennkammerwänden. Im Vergleich zur Referenzsimulation zeigt sich eine deutliche Reduktion der maximalen Amplitude um 16 dB im Luftplenum und um 20 dB in der Brennkammer. Im Luftplenum stimmen die berechnete und die gemessene maximale Amplitude mit Wanddämpfung sehr gut mit einer Abweichung von <1 dB überein. In der Brennkammer beträgt diese Abweichung 4 dB. Signale bei höheren Frequenzen >350 Hz werden in der Simulation zu stark an der Wand gedämpft. Bei der ersten harmonischen Schwingung beträgt die Abweichung der Amplituden zwischen Experiment mit Glasscheiben und Simulation mit Wanddämpfung bereits 14 dB. Wie in Abbildung 6.6 zu erkennen ist, beträgt die Dämpfung in der Simulation bei dieser Frequenz ungefähr 25 %. Somit ist die in der Simulation verwendete Dämpfungsfunktion akustischer Reflexionen an den Brennkammerwänden bei hohen Frequenzen zu stark.

Im Gegensatz zur Druckamplitude beeinflusst die akustische Dämpfung an den Wänden die Frequenzen der dominanten Schwingung in der THETA Simulation nicht. Wie im Referenzfall wird die Frequenz zu 290 Hz berechnet. Somit zeigt sich sowohl im Experiment als auch in den Simulationen eine starke Reduzierung der Druckamplitude aufgrund der Wanddämpfung bei unveränderten Frequenzen der dominanten Signale. Um eine bessere Übereinstimmung der Simulation mit dem Experiment zu erreichen, könnte die Wanddämpfungsfunktion der Simulation variiert werden. Dies ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Tabelle 6.3 stellt die Gesamtschalldruckpegel (OASPL, Overall Sound Pressure Level) in der Brennkammer dar. Im Vergleich der berechneten und gemessenen OASPL für schallharte Wände zeigt sich, dass der OASPL in den Simulationen ungefähr 6-7 dB höher sind. Dies liegt an den höheren maximalen Druckamplituden der Simulationen, die den OASPL dominieren. Bei dem Experiment mit Glasscheiben zeigt sich ein deutlich reduzierter OASPL von 148,3 dB. Dies ist ebenfalls bei der Simulation mit Wanddämpfung (EDM $R_{300} = 95\%$) zu erkennen, bei der sich ein OASPL von 146,3 dB ergibt. Somit sind der gemessene und berechnete OASPL mit Wanddämpfung in guter Übereinstimmung.

Tabelle 6.3.: Leistungsdichte und Schalldruckpegel in der Brennkammer

Datensatz	PSD _{max} [dB]	OASPL [dB]
Exp. Metallw. (Stöhr und Werner)	140,6	157,3
THETA EDM $R = 1$	147,4	163,4
THETA APDF $R = 1$	146,1	164,5
Exp. Glassch. (Meier et al.)	130,5	148,3
THETA EDM $R_{300} = 95\%$	126,2	146,3

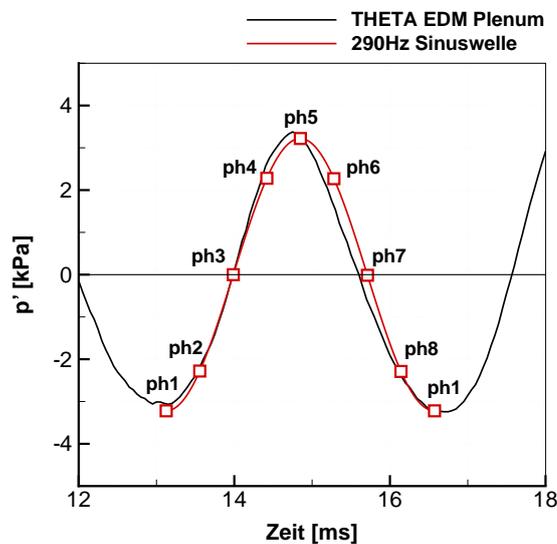


Abbildung 6.8.: Phasendefinition [158]

In den folgenden Abschnitten werden phasengemittelte Daten zur Analyse der thermoakustischen Schwingung verwendet. Abbildung 6.8 zeigt die dazu verwendete Phasendefinition nach Meier et al. [158]. Die Phasenwinkel $ph1$, $ph5$, $ph3$ und $ph7$ entsprechen den Druckminima und -maxima sowie dem mittleren Druck im Luftplenum. Die verbleibenden Phasenwinkel $ph2$ bis $ph8$ liegen zeitlich gemittelt zwischen den zuvor definierten Phasenwinkeln. Wie bereits diskutiert wurde, zeigt sich bei den THETA Simulationen mit EDM eine dominante Schwingung bei 290 Hz und mit APDF bei 300 Hz. Die Ergebnisse der Simulationen werden in dieser Arbeit mit der jeweils zugehörigen Frequenz der dominanten Schwingung phasengemittelt.

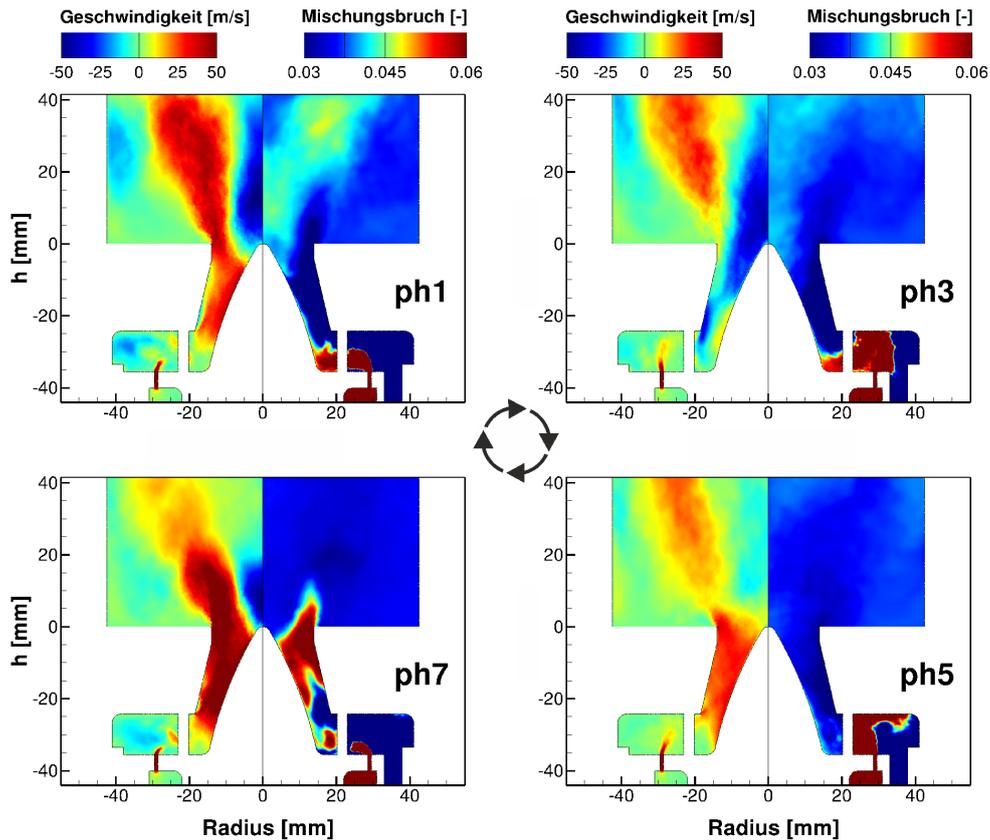


Abbildung 6.9.: Phasengemittelte Verteilung der axialen Geschwindigkeit und des Mischungsbruchs

6.3.2. Strömungsfeld und Mischungsprozess

Im Betriebspunkt 1 der PRECCINSTA Modellbrennkammer tritt eine thermoakustische Schwingung aufgrund von Mischungsinhomogenitäten auf. Während einer Schwingungsperiode verändert sich die Druckdifferenz zwischen Brennkammer und Luftplenum [73, 158], wodurch die Geschwindigkeit im Drallerzeuger verändert wird. Abbildung 6.9 zeigt die axiale Geschwindigkeit in der Mittelebene der Brennkammer der THETA EDM Simulation bei unterschiedlichen Phasenwinkeln. Ausgehend von der maximalen Geschwindigkeit im Drallerzeuger in Phase ph7 nimmt diese über ph1 bis ph3 ab, so dass schließlich eine Rückströmung im Drallerzeuger entsteht. Im weiteren Phasenverlauf ph3-ph5-ph7 wird die Strömung in axialer Richtung wieder beschleunigt.

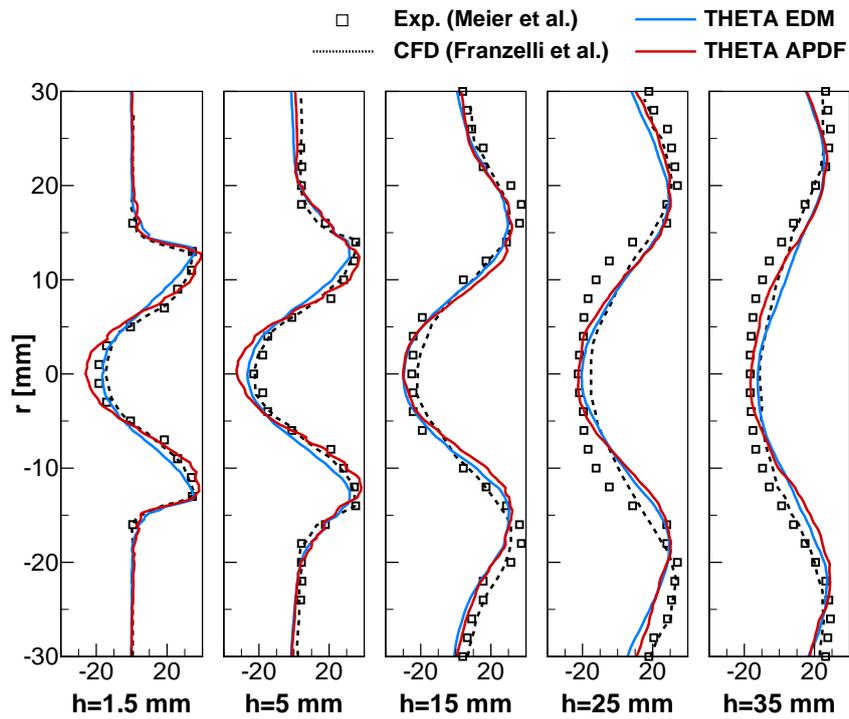
Abbildung 6.10 zeigt die mittlere Geschwindigkeit in der Mittelebene der Brennkammer als Funktion des Radius bei verschiedenen Höhen über dem Brennkammereinlass. Sowohl die THETA Ergebnisse als auch die CFD Ergebnisse aus der Literatur stimmen sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Das Brennstoff-Luftgemisch wird verdrallt in die

Brennkammer eingebracht. In der verdrahten Strömung bilden sich eine innere (IRZ, Inner Recirculation Zone) und eine äußere (ORZ, Outer Recirculation Zone) Rezirkulationszone aus. Die Rezirkulation bewirkt eine starke Rückströmung um die Mittelachse des Brenners im Bereich $|r| < 15$ mm, wie in Abbildung 6.10(a) gezeigt wird. Im Fall der Simulation mit detailliertem Verbrennungsmodell wird die innere Rezirkulation stärker vorhergesagt als mit dem globalem EDM Modell.

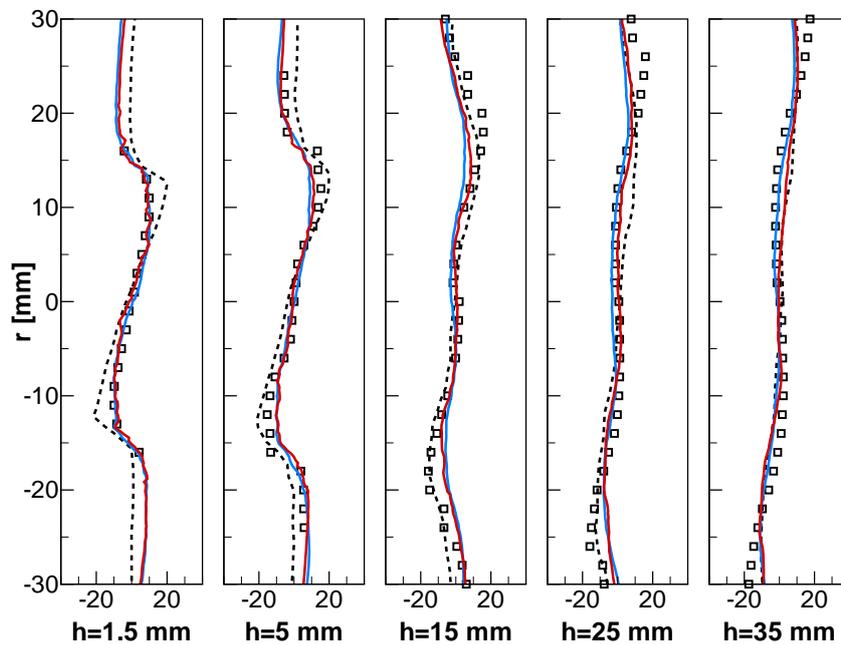
Die Schwingung des Geschwindigkeitsfeldes beeinflusst die Mischung von Brennstoff und Luft im Drallerzeuger. Zur Analyse des Mischungsprozesses wird im Folgenden der Mischungsbruch nach Bilger et al. [15] verwendet, der den Mischungsbruch in einem Zweistromsystem aus Brennstoff und Luft beschreibt [263]. Der Mischungsbruch ist unabhängig von chemischen Reaktionen und damit zur Analyse des reinen Mischungsprozesses geeignet [263]. Im Brennstoffstrom beträgt der Mischungsbruch $Z = 1$ und im Luftstrom $Z = 0$. Bei vollständiger Mischung beträgt der globale Mischungsbruch $Z \approx 0,039$ entsprechend des globalen Äquivalenzverhältnisses von $\phi = 0,7$.

Abbildung 6.9 zeigt den Mischungsbruch und die axiale Geschwindigkeit bei unterschiedlichen Phasenwinkeln der thermoakustischen Schwingung. Im Phasenverlauf ph7-ph1-ph3 entsteht im Drallerzeuger eine Rückströmung, bevor die Strömung in den Phasen ph3-ph5-ph7 wieder in axialer Richtung beschleunigt wird. Aufgrund des hohen Impulses des Brennstoffs wird dieser auch während der Rückströmung eingedüst. Dadurch akkumuliert sich Brennstoff im Drallerzeuger während der Rückströmung. Dies ist in Abbildung 6.9 am zunehmenden Mischungsbruch im Phasenverlauf ph7-ph1-ph3 an der Stelle der Eindüsung zu erkennen. Das fette Gemisch wird anschließend in den Phasen ph3-ph5-ph7 durch die beschleunigte Strömung in die Brennkammer konvektiert. Entsprechend ist in Abbildung 6.9 bei ph7 am Brennkammereinlass der maximale Wert des Mischungsbruchs zu erkennen.

Abbildung 6.11 zeigt die Mittel- und RMS- Werte des Mischungsbruchs bei unterschiedlichen Höhen über dem Brennkammereinlass. Bei beiden THETA Simulationen entspricht der mittlere Mischungsbruch näherungsweise dem globalen Wert an allen untersuchten Positionen. Insbesondere an der Position $h = 60$ mm stimmt der Mischungsbruch in den THETA Simulationen mit dem globalen Wert sehr gut überein. Dies ergibt sich aus der Elementerhaltung und ausreichender Durchmischung in den Simulationen. Im Vergleich zu den Simulationen wurde experimentell im Bereich $|r| < 10$ mm ein um maximal 15% erhöhter mittlerer Mischungsbruch bei $h=6$ mm bestimmt. Somit ist das Brennstoff-Luft Gemisch in den THETA Simulationen im zeitlichen Mittel in der Brennkammer zu stark durchmischt. Diese Abweichung ist tendenziell ebenfalls der Simulation von Franzelli et al. [73] zu erkennen, wie im nachfolgenden Abschnitt 6.3.3 anhand der Verteilungsfunktion des Mischungsbruchs gezeigt wird.



(a) Mittlere axiale Geschwindigkeit [m/s]



(b) Mittlere radiale Geschwindigkeit [m/s]

Abbildung 6.10.: Geschwindigkeitsfeld in der PRECCINSTA Brennkammer

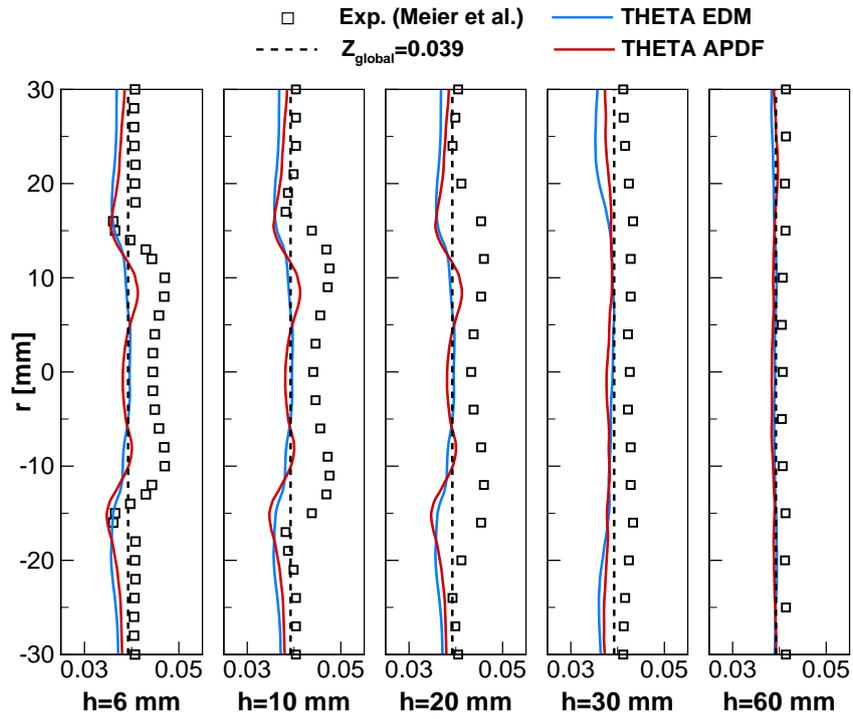
Neben den zeitlichen Mittelwerten werden in Abbildung 6.11 die Standardabweichungen (RMS, Root Mean Square) des Mischungsbruchs dargestellt. Die numerischen und experimentellen Ergebnisse stimmen an allen untersuchten Positionen gut überein. Obwohl der Mischungsbruch unabhängig von chemischen Reaktionen ist, so weichen die THETA Ergebnisse mit unterschiedlichem Chemiemodell in Abbildung 6.11 geringfügig voneinander ab. Die Modellierung der chemischen Reaktionen beeinflusst das Geschwindigkeitsfeld in der Brennkammer. Dies wiederum führt zu den Abweichungen im Mischungsbruch der Simulationen mit globalem und detailliertem Chemiemodell.

Zur genaueren Untersuchung der Abweichung zwischen berechnetem und gemessenem Mischungsbruch zeigt Abbildung 6.12 neben den zuvor diskutierten Daten zusätzlich die Mischungsbruchverteilung der THETA Simulation mit akustischer Wanddämpfung und den Messfehler nach Meier et al. [158]. Der systematische Messfehler des Mischungsbruchs beträgt 3-4 %. Bei den zuvor diskutierten Ergebnissen zum Mischungsbruch wird bei den THETA EDM und APDF Simulationen an der Brennkammerwand eine vollständige Reflexion akustischer Wellen angenommen. Wie in Abschnitt 6.3.1 gezeigt wurde, ergibt sich daraus eine im Vergleich zum Experiment mit Glasscheiben eine um ungefähr 17 dB erhöhte Druckamplitude der thermoakustischen Schwingung. Eine Steigerung der Druckamplitude bewirkt ebenfalls eine höhere Amplitude der Druckdifferenz zwischen Brennkammer und Luftplenum und damit eine höhere Geschwindigkeitsfluktuation im Drallerzeuger. Die höheren Geschwindigkeitsfluktuationen verbessern wiederum den Mischungsprozess von Luft und Brennstoff.

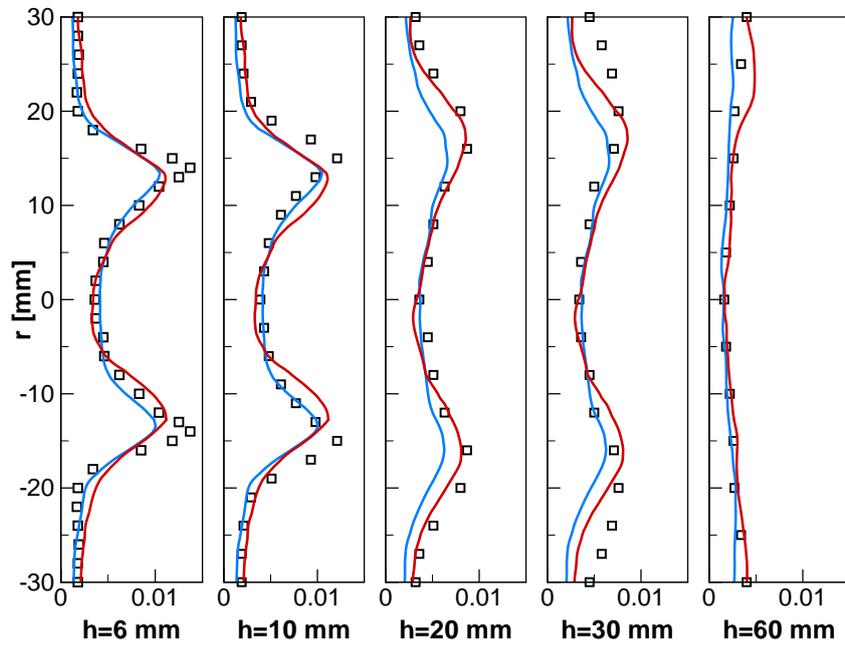
Abbildung 6.12 zeigt die Verteilung des Mischungsbruchs der THETA Simulation mit akustischer Dämpfung $R_{300} = 95\%$ an den seitlichen Brennkammerwänden. Der mittlere Mischungsbruch ist auf der Mittelachse bei $h=6$ mm näherungsweise 10 % höher als bei den THETA Simulationen mit vollständig reflektierenden Wänden. Eine Verringerung der Druckamplitude führt somit zu einem höheren Mischungsbruch nahe der Brennkammerachse. Dies ist vermutlich die Ursache für den zu niedrigen mittleren Mischungsbruch bei den THETA EDM und APDF Simulationen mit vollständig reflektierenden Wänden, da dabei die Druckamplitude höher als im Experiment vorhergesagt wird.

6.3.3. Verbrennung

Abbildung 6.13 zeigt die berechnete Wärmefreisetzung (HR, Heat Release) der PRECCINSTA Brennkammer. Die Daten wurden unter Annahme einer achsensymmetrischen Strömung in Umfangsrichtung über 18 Ebenen mit einem Winkelversatz von 20° gemittelt. Das frische Brennstoff-Luftgemisch tritt in axialer Richtung bei $h = 0$ mm aus dem Drallerzeuger in die Brennkammer ein. Im zeitlichen Mittel findet der überwiegende Anteil der Wärmefreisetzung



(a) Zeitlicher Mittelwert [-]



(b) RMS [-]

Abbildung 6.11.: Verteilung des Mischungsbruchs in der PRECCINSTA Brennkammer

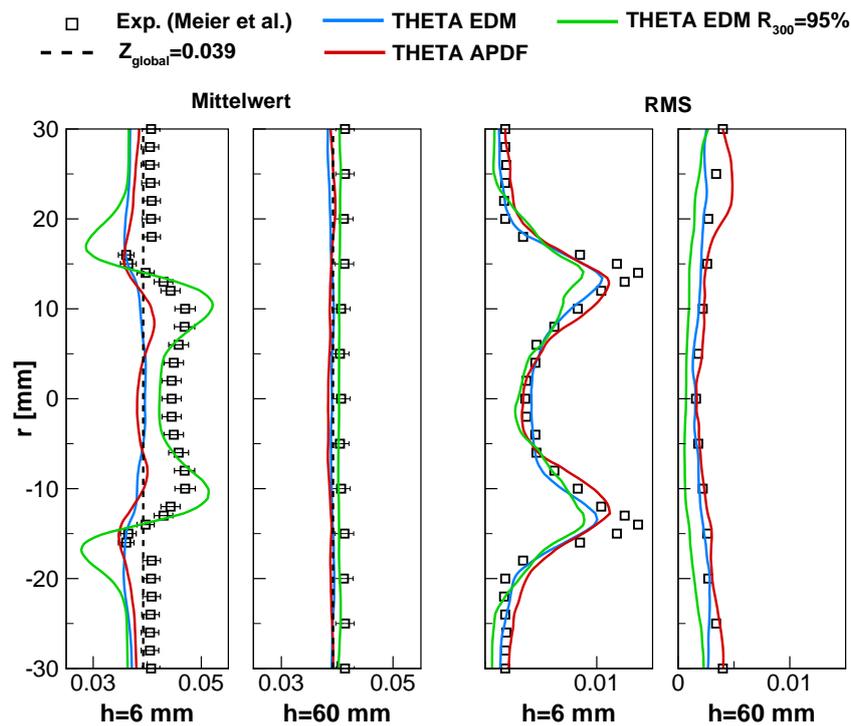


Abbildung 6.12.: Einfluss der akustischen Wanddämpfung auf den Mischungsprozess

und damit der Verbrennung in den Scherschichten zwischen dem Frischgasstrom und den inneren und äußeren Rezirkulationszonen statt.

Im Fall der Simulation mit APDF findet die Wärmefreisetzung in den Scherschichten der Rezirkulationszonen gleich am Brennkammereinlass statt. Im Vergleich dazu ist bei der Modellierung mit EDM die Wärmefreisetzung auf der Mittelachse verzögert. Darüber hinaus ist die maximale, mittlere Wärmefreisetzung bei APDF näherungsweise 40 % höher als bei EDM. Im zeitlichen und räumlichen Mittel beträgt die Wärmefreisetzung in beiden Simulationen jedoch 25 kW. Somit ist bei EDM die Wärmefreisetzung räumlich stärker verteilt als bei APDF.

Neben den zeitlichen Mittelwerten wird in Abbildung 6.13 die Fluktuationsstärke der Wärmefreisetzung dargestellt. In den Bereichen der höchsten mittleren Wärmefreisetzung sind ebenfalls die höchsten Fluktuationen zu erkennen. Im Vergleich von EDM zu APDF zeigt sich, dass bei APDF auf der Mittelachse eine höhere Fluktuation der Reaktionsrate am Brennkammereinlass auftritt. Darüber hinaus sind bei APDF starke Fluktuationen im Auslass des Drallerzeugers sichtbar. Somit findet ein Teil der Verbrennung bei APDF bereits vor dem Eintritt in die Brennkammer statt. Dies ist bei der EDM Berechnung nicht zu erkennen.

Abbildung 6.14 zeigt die Temperaturverteilung in radialer Richtung für unterschiedliche axiale Positionen. Zum einen werden die im Rahmen dieser Arbeit berechneten Temperatur-

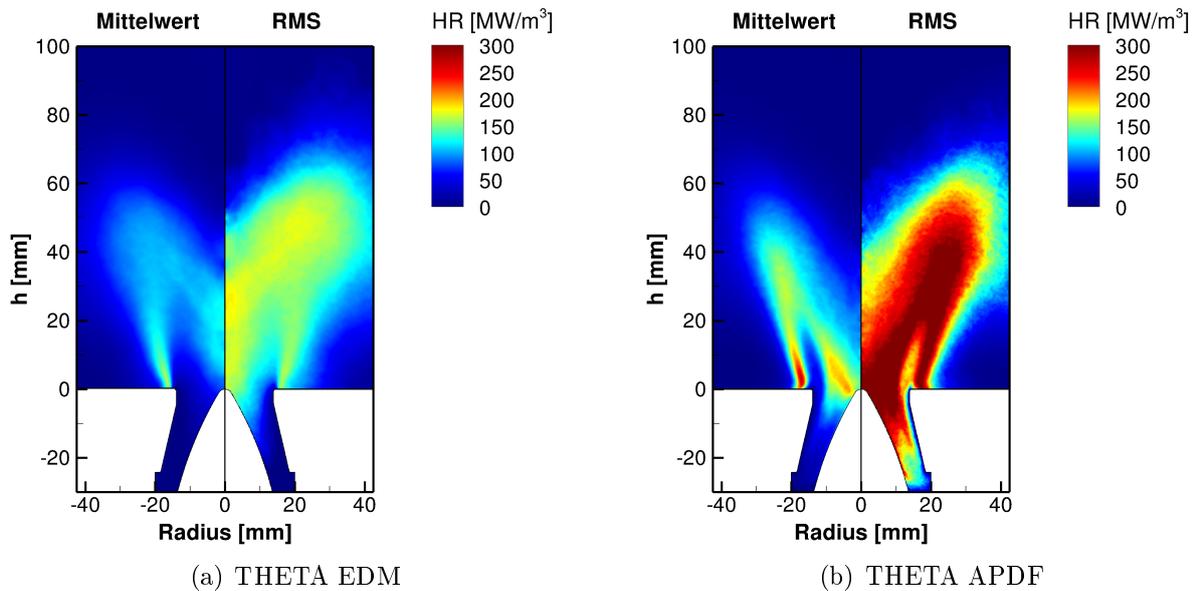
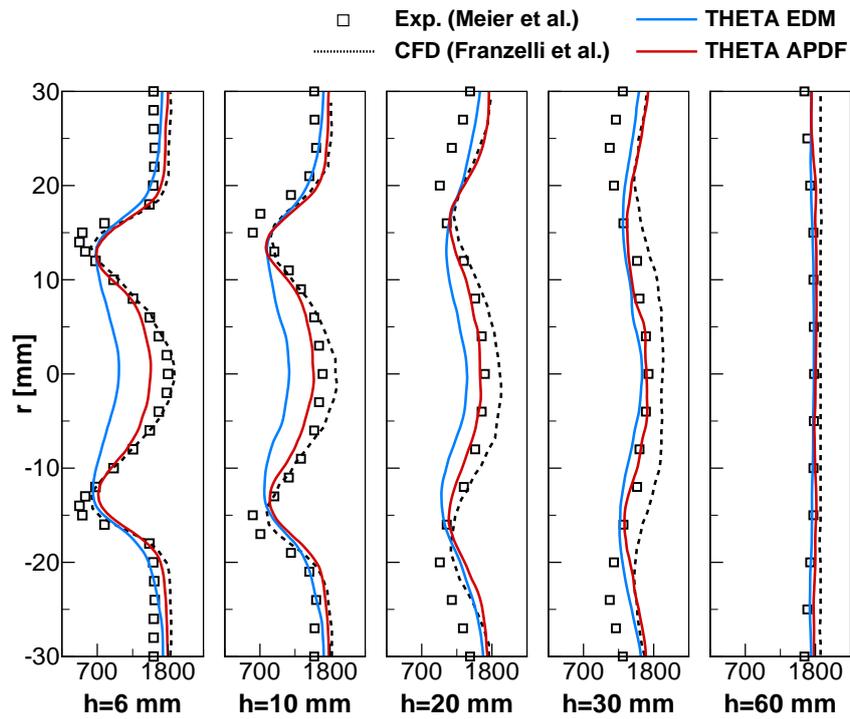


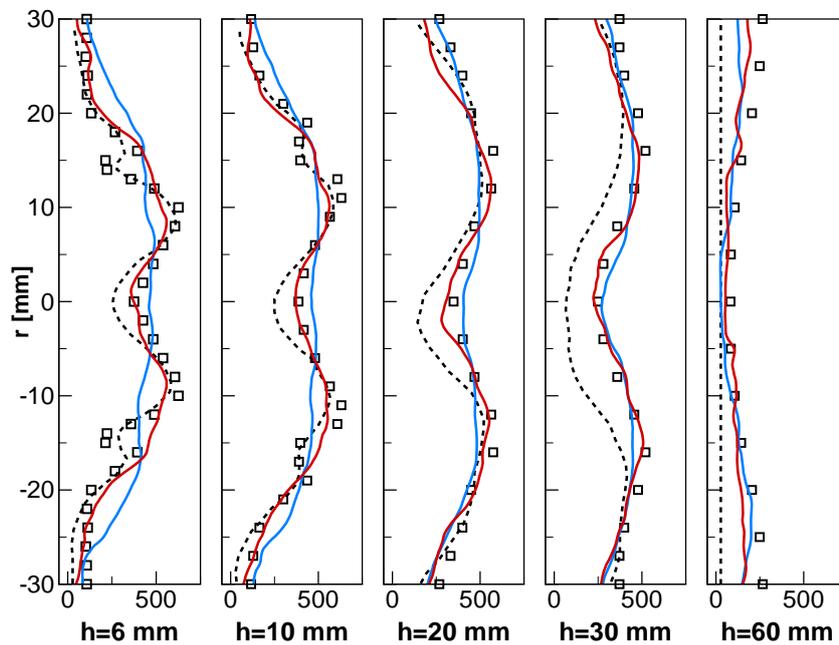
Abbildung 6.13.: Wärmefreisetzung in der PRECCINSTA Brennkammer

verteilungen und zum anderen entsprechende experimentelle und numerische Daten aus der Literatur [73,158] dargestellt. Die mittlere Temperaturverteilung der THETA Simulation mit EDM weicht in der Nähe des Brennkammereinlasses ($h \leq 20$ mm) deutlich von den experimentellen Daten ab, wie in Abbildung 6.14(a) verdeutlicht wird. Die größte Abweichung ist auf der Mittelachse bei $h = 6$ mm zu sehen und beträgt näherungsweise 900 K. Diese Abweichung ist jedoch auf einen sehr kleinen Bereich in der Brennkammer begrenzt, weiter stromab ($h \geq 20$ mm) zeigt sich bereits eine gute Übereinstimmung der EDM Ergebnisse mit den experimentellen Daten. Die starke Abweichung der EDM Ergebnisse von den experimentellen Daten bei $h = 6$ mm ergibt sich durch eine etwas größere Abhebehöhe in der Simulation. Im Gegensatz dazu wird mithilfe des APDF Modells an allen untersuchten Positionen eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten mittleren Temperatur mit den experimentellen Ergebnissen erreicht. Sowohl bei den gezeigten THETA Ergebnissen als auch bei den CFD Daten aus der Literatur zeigt sich, dass in der Nähe der Brennkammerwand ($r \geq 25$ mm) die mittlere Temperatur zu hoch berechnet wird. Dies kann durch die Annahme adiabater Brennkammerwände (Kap. 6.2.4) in den Simulationen verursacht werden.

Im Hinblick auf die Temperaturfluktuationen (Abb. 6.14(b)) ergeben sich bei den THETA Simulationen mit EDM ebenfalls die größten Abweichungen von den experimentellen Daten von näherungsweise 200 K in der Nähe des Brennkammereinlasses. Weiter stromab stimmen die berechneten und experimentell bestimmten Temperaturfluktuation gut überein. Im Ver-



(a) Zeitlicher Mittelwert [K]



(b) RMS [K]

Abbildung 6.14.: Temperaturverteilung in der PRECCINSTA Brennkammer

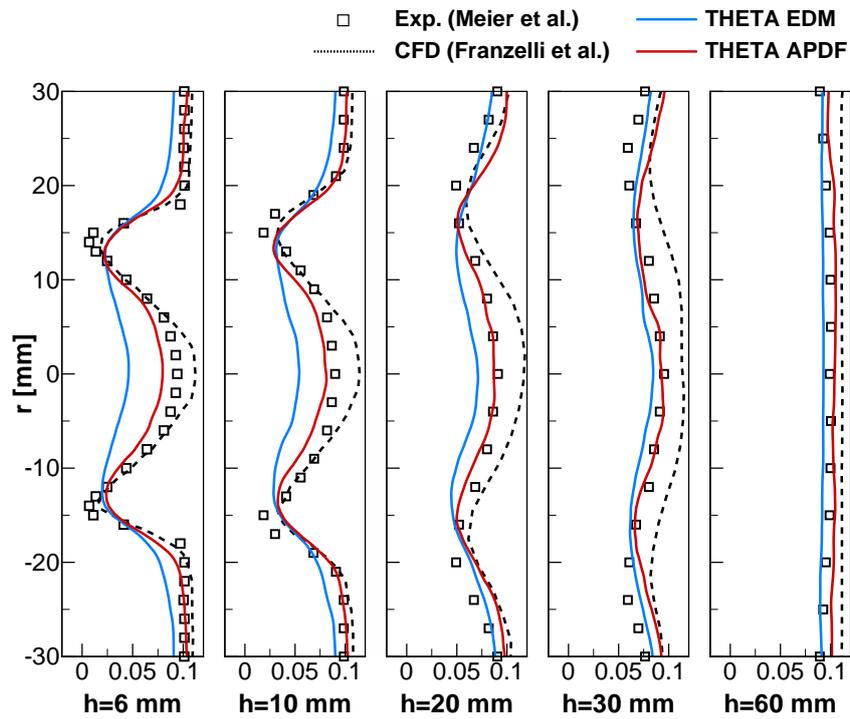
gleich dazu stimmen die APDF Ergebnisse an allen gezeigten Positionen sehr gut mit den experimentellen Daten überein.

Neben experimentellen Daten werden in dieser Arbeit CFD Daten von Franzelli et al. [73] zur Validierung verwendet. Diese sind in vergleichbarer Übereinstimmung mit den experimentellen Daten wie die Ergebnisse der THETA Simulationen mit APDF. Direkt am Brennkammereinlass ($h = 6$ mm) ist die Genauigkeit der Literaturdaten sowohl beim Mittelwert als auch bei den RMS-Werten etwas höher. Jedoch wird an den Positionen stromab ($h \geq 10$ mm) mit APDF eine bessere Übereinstimmung zum Experiment erreicht. Die Temperaturmittelwerte werden an diesen Positionen in der Literatur überschätzt, wohingegen die Fluktuationsstärke stromab zu gering vorhergesagt wird. Diese Abweichungen sind bei den THETA APDF Ergebnissen geringer.

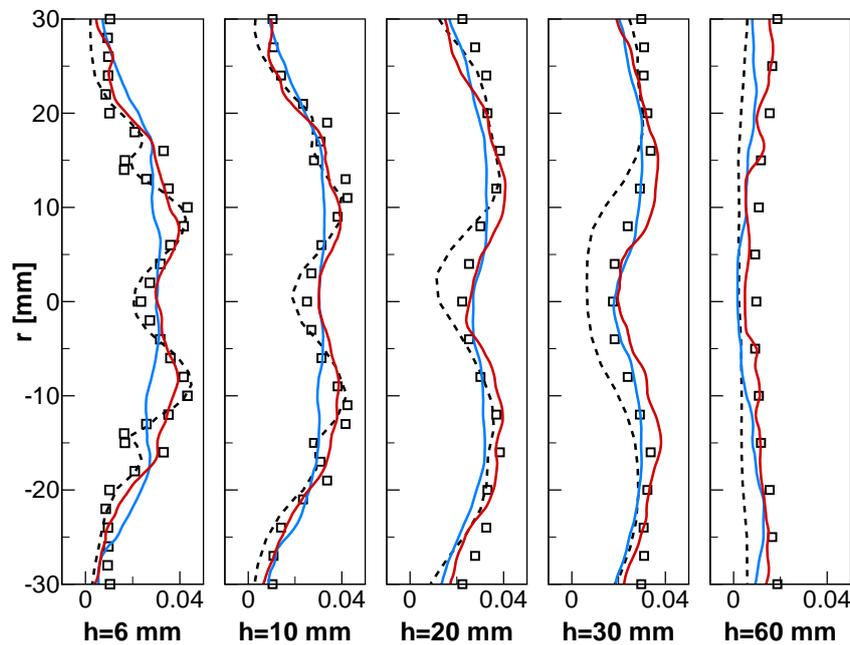
Kohlenstoffdioxid (CO_2) ist eines der Hauptprodukte der Methanverbrennung. Die Verteilung des CO_2 -Massenbruchs wird im folgenden beispielhaft für die Gaszusammensetzung in der PRECCINSTA Brennkammer untersucht, da dazu ebenfalls numerische Daten in der Literatur veröffentlicht wurden. Abbildung 6.15 zeigt die Verteilung des CO_2 -Massenbruchs der THETA Simulationen im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen und numerischen Daten aus der Literatur. Im Fall des EDM Verbrennungsmodells weichen der Mittelwert und der RMS-Wert des Massenbruch im Bereich $h \leq 10$ mm deutlich von den experimentellen Daten ab. Weiter stromab ist eine vergleichbare Genauigkeit der THETA EDM Ergebnisse und der Literaturdaten zu erkennen. Für die THETA APDF Ergebnisse zeigt sich die beste Übereinstimmung des CO_2 -Massenbruchs mit den experimentellen Ergebnissen.

Zur weiteren Analyse der Verbrennung in der PRECCINSTA Brennkammer werden in den Abbildungen 6.16(a)-6.16(c) Korrelationen zwischen Temperatur und Mischungsbruch bei $h = 6$ mm dargestellt. Jeder Punkt beschreibt dabei einen lokalen thermochemischen Zustand in der Flamme. Die Abbildungen zeigen jeweils ungefähr 500 Einzelzustände. Sowohl in den THETA Simulationen als auch im Experiment sind viele Zustände bei Umgebungstemperatur (≈ 300 K) sichtbar. Dabei handelt es sich um unverbranntes Brennstoff-Luftgemisch. Im Experiment treten diese bei $r = 12 - 16$ mm auf, wohingegen diese Zustände in den Simulationen auf $r = 12 - 14$ mm begrenzt sind. Im Experiment und in den Simulationen zeigt sich eine vergleichbare Streuung des Mischungsbruchs bei unverbranntem Gemisch.

In der ORZ zeigt sich in allen Abbildungen die geringste Streuung des Mischungsbruchs und entsprechend eine sehr gute Durchmischung. Darüber hinaus liegen diese Zustände im Experiment gemittelt ungefähr 200 K unterhalb der adiabaten Flammentemperatur und sind damit bereits fast vollständig verbrannt. Dies ist ebenfalls bei der THETA APDF Simulation zu erkennen, jedoch bei höheren Temperaturen. Dieser Unterschied kann durch die Wandwärmeverluste im Experiment verursacht werden [158], die in der Simulation nicht berücksichtigt



(a) Zeitlicher Mittelwert [-]



(b) RMS [-]

Abbildung 6.15.: Verteilung des CO_2 -Massenbruchs in der PRECCINSTA Brennkammer

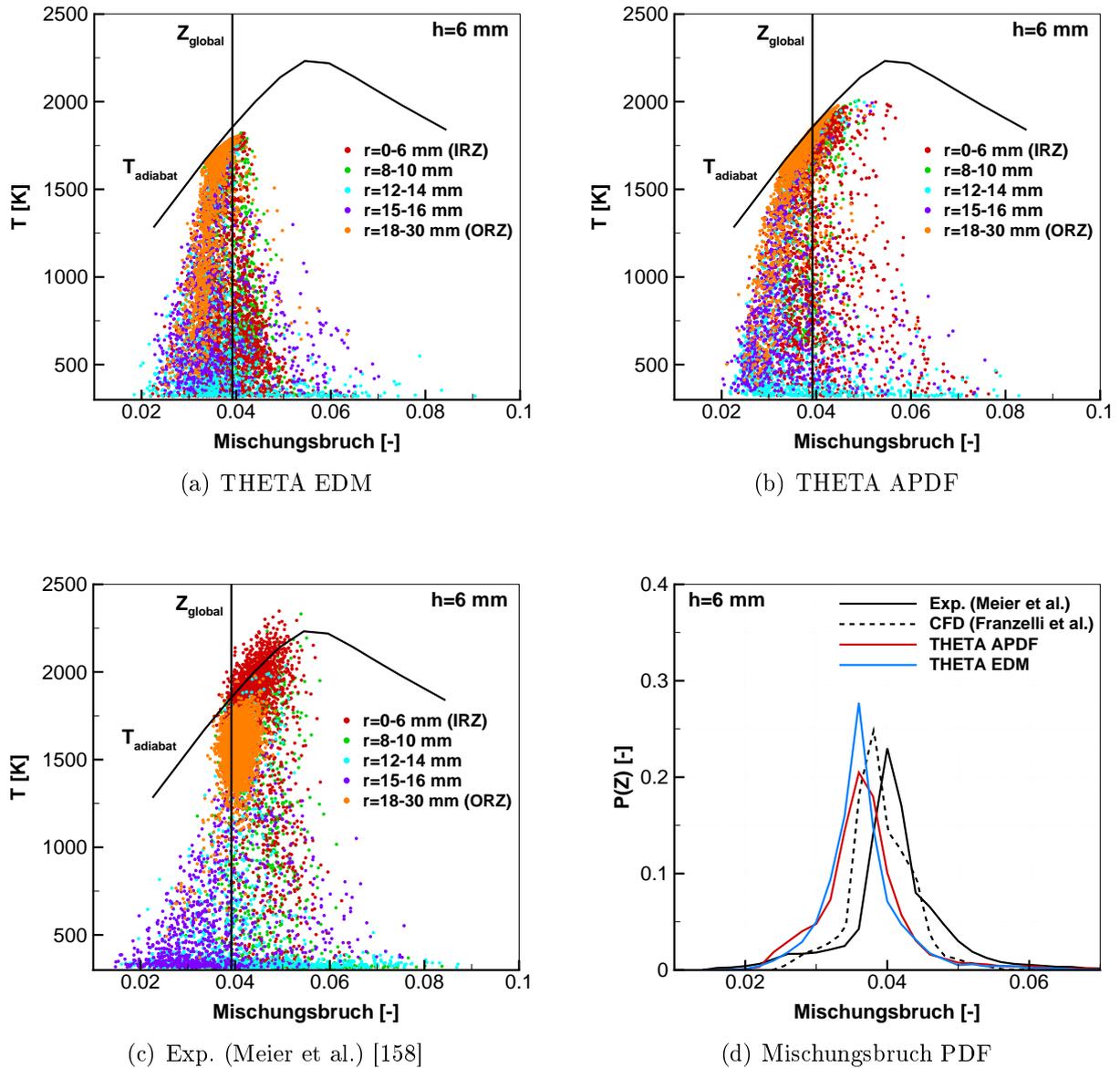


Abbildung 6.16.: Korrelation zwischen Temperatur und Mischungsbruch (a)-(c) und die Mischungbruch PDF (d)

werden. Aber auch der systematischen Messfehler des Messverfahrens kann hierbei eine Rolle spielen. Neben den Zuständen in der ORZ, liegen im Experiment auch Zustände in der IRZ häufig bei hohen Temperaturen ($T \approx 1800$ K) vor, die teilweise die adiabate Flammentemperatur übersteigen. Die maximale Temperatur ist in den hier untersuchten Simulationen durch die adiabate Flammentemperatur begrenzt. Entsprechend zeigt sich bei der THETA APDF eine Häufung der Zustände in der IRZ leicht unterhalb der adiabaten Flammentemperatur. Diese Zustände werden jedoch in Abbildung 6.16(b) durch die Punkte der ORZ überlagert. Im Fall der THETA EDM Ergebnisse sind die Zustände in der IRZ über einen größeren Temperaturbereich gestreut.

Neben den zuvor diskutierten unverbrannten und fast vollständig verbrannten Zuständen sind im Experiment und in den Simulationen viele Zwischenzustände zu erkennen. Diese Zustände entsprechen teilweise verbranntem oder lokal verlöschtem Gas oder einer Mischung aus unverbranntem und verbranntem Gas. Diese Zustände treten häufiger bei den Simulationen als im Experiment auf. Dies entsteht zum einen durch die Zustände bei $r = 15 - 16$ mm, die im Gegensatz zum Experiment überwiegend unverbrannt sind. Zum anderen ist ein verhältnismäßig großer Anteil der berechneten Zustände in der IRZ und der ORZ bei niedrigeren Temperaturen zu finden.

Abbildung 6.16(d) zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des Mischungsbruchs der zuvor diskutierten thermochemischen Zustände im Vergleich zu CFD Daten aus der Literatur [73]. Dabei wird deutlich, dass die numerisch berechneten Zustände einen tendenziell geringeren Mischungsbruch aufweisen. Der Mischungsbruch mit der maximalen Wahrscheinlichkeit ist bei der THETA Simulation näherungsweise 10 % und bei den CFD Literaturdaten 5 % kleiner als im Experiment. Ein verringerter Mischungsbruchs weist einen kleineren Massenanteil von Brennstoff in der Simulation hin. Dies ist jedoch nicht der Fall in der THETA Simulation, dabei stimmt der Gesamtbrennstoffmassenstrom am Auslass mit den vorgegeben Bedingungen an den Einströmränder überein, somit wird der Brennstoff in der Simulation erhalten. Die Abweichung zwischen dem berechneten und gemessenen Mischungsbruch kann beispielsweise durch eine Messungenauigkeiten verursacht werden. Im Falle des Mischungsbruchs wird dieser tendenziell im Experiment überschätzt.

6.3.4. Kopplungsmechanismus

In Kapitel 1.2.1 wurden thermoakustische Instabilitäten als Wirkkreis beschrieben. Dabei werden die Übertragungsglieder des thermoakustischen Wirkkreises in Anregungs- und Rückkopplungsmechanismen unterteilt. Eine thermoakustische Instabilität tritt auf, wenn Anregungs- und Rückkopplungsmechanismen in Resonanz schwingen. Die Resonanzfrequenz entspricht dabei einer Eigenmode des Verbrennungssystems. Dieser Zusammenhang wird durch

Tabelle 6.4.: Thermoakustik des PRECCINSTA Brenners

Datensatz	f [Hz]	$\Delta\phi_p$ [°]	$\Delta\phi_{HR}$ [°]	RI [kPa MW]
Experiment [158]	290	80	< 20	-
THETA EDM	290	110	35	17,0
THETA APDF	300	80	35	22,4

den Rayleigh Index (Gl. (1.1)) beschrieben. Bei einem positiven Rayleigh Index schwingen die Wärmefreisetzung und der Druck in der Brennkammer in Phase und die thermoakustische Schwingung wird angefacht. Umgekehrt wird die Schwingung bei einem negativen Rayleigh Index gedämpft. Dieses Kriterium wird in diesem Abschnitt zur Analyse des Kopplungsmechanismus der thermoakustischen Schwingung in der PRECCINSTA Brennkammer verwendet.

Abbildung 6.17 zeigt die phasengemittelten Verläufe der Wärmefreisetzung und des Drucks im Luftplenum und in der Brennkammer (BK). Die Druckverläufe wurden an den in Abbildung 6.1 gezeigten Mikrofonpositionen ausgewertet. Bei der THETA EDM Simulation mit globalem Chemiemodell eilt der Brennkammerdruck dem Druck im Luftplenum um $\Delta\varphi_p \approx 110^\circ$ vor. Die Wärmefreisetzung ereignet sich gegenüber dem Brennkammerdruck weitere $\Delta\varphi_{HR} \approx 35^\circ$ früher. Bei der THETA APDF Simulation mit detailliertem Chemiemodell zeigt sich eine Phasenverschiebung zwischen den Drucksignalen in der BK und dem Plenum von ungefähr 80° und zwischen dem BK Druck und der Wärmefreisetzung von näherungsweise 35° . Wie in Tabelle 6.4 gezeigt wird, stimmt die Phasenverschiebung zwischen den Drucksignalen $\Delta\varphi_p$ der THETA APDF Simulation gut mit der experimentell gemessenen Verschiebung überein. Bei der THETA EDM Simulation wird die Phasenverschiebung um 30° überschätzt. Die Phasenverschiebung zwischen Brennkammerdruck und der Wärmefreisetzung $\Delta\varphi_{HR}$ wird mithilfe beider Simulationen zu 35° berechnet und damit im Vergleich zum Experiment um mindestens 15° zu hoch vorhergesagt. In beiden THETA Simulationen schwingen der Brennkammerdruck und die Wärmefreisetzung in Phase ($\Delta\varphi_{HR} < 90^\circ$). Folglich ergeben sich positive Werte des Rayleigh Index nach Gleichung (1.1) von 17 kPa MW bei THETA EDM und von 22,4 kPa MW bei THETA APDF.

Abbildung 6.18 stellt die räumliche Verteilungen der Fluktuationsstärke der Wärmefreisetzung und des Rayleigh Index der THETA Simulationen mit globalem EDM und detailliertem APDF Verbrennungsmodell dar. Der räumlich aufgelöste Rayleigh Index wurde nach Gleichung (1.1) ohne Auswertung des Volumenintegrals berechnet. Die Fluktuationen der Wärmefreisetzung sind bei APDF doppelt so hoch wie bei EDM. Beim Vergleich des Rayleigh Index

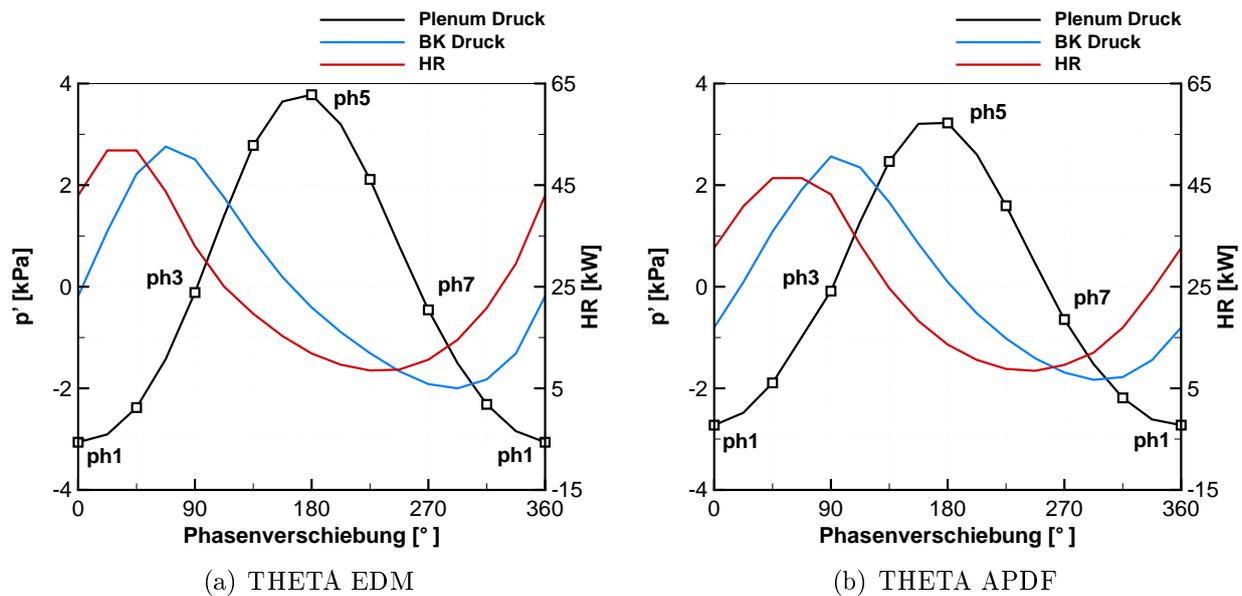


Abbildung 6.17.: Phasengemittelte Verläufe des Drucks und der Wärmefreisetzung (HR)

beider Simulationen ergeben sich hingegen näherungsweise übereinstimmende Werte. Bei beiden Simulation korrelieren ab einer Höhe von $h > 30$ mm die Wärmefreisetzungsfuktuationen und der Rayleigh-Index stark. Bei geringeren Höhen ($h < 30$ mm) zeigt sich in der äußeren Rezirkulation ein negativer Rayleigh Index und somit eine Dämpfung der thermoakustischen Schwingung. Dies ist auf die längere Konvektionszeit des unvollständig verbrannten Brennstoff-Luftgemisches in diese Bereiche zurückzuführen, die eine größere Phasenverschiebung der Wärmefreisetzung zufolge hat. Zwischen der inneren und der äußeren Rezirkulation ist in Abbildung 6.18(b) bei beiden Simulationen eine Anfachung der Instabilität zu erkennen. Im Fall des detaillierten Chemiemodells APDF reicht die Anfachung weiter stromauf in den Drallerzeuger hinein.

In der inneren Rezirkulation zeigt sich bei der APDF Simulation für $h < 30$ mm eine starke Dämpfung der Instabilität. Im Gegensatz dazu wird bei EDM in diesem Bereich die Instabilität angefacht. Sowohl die Druckamplitude als auch die Phasenverschiebung des Drucks sind innerhalb der Brennkammer aufgrund der verhältnismäßig großen Wellenlänge der thermoakustischen Schwingung räumlich näherungsweise konstant. Somit kann der unterschiedliche Rayleigh Index im Bereich der inneren Rezirkulation nur durch eine veränderte Phasenverschiebung der Wärmefreisetzung verursacht werden, welche durch das Strömungsfeld sowie die Zündverzugszeiten beeinflusst wird. In Abschnitt 6.3.2 wurde gezeigt, dass die innere Rezirkulation bei der THETA APDF Simulation stärker ist. Darüber hinaus wird bei der APDF Simulation ein detaillierter Reaktionsmechanismus eingesetzt, der eine genauere Vor-

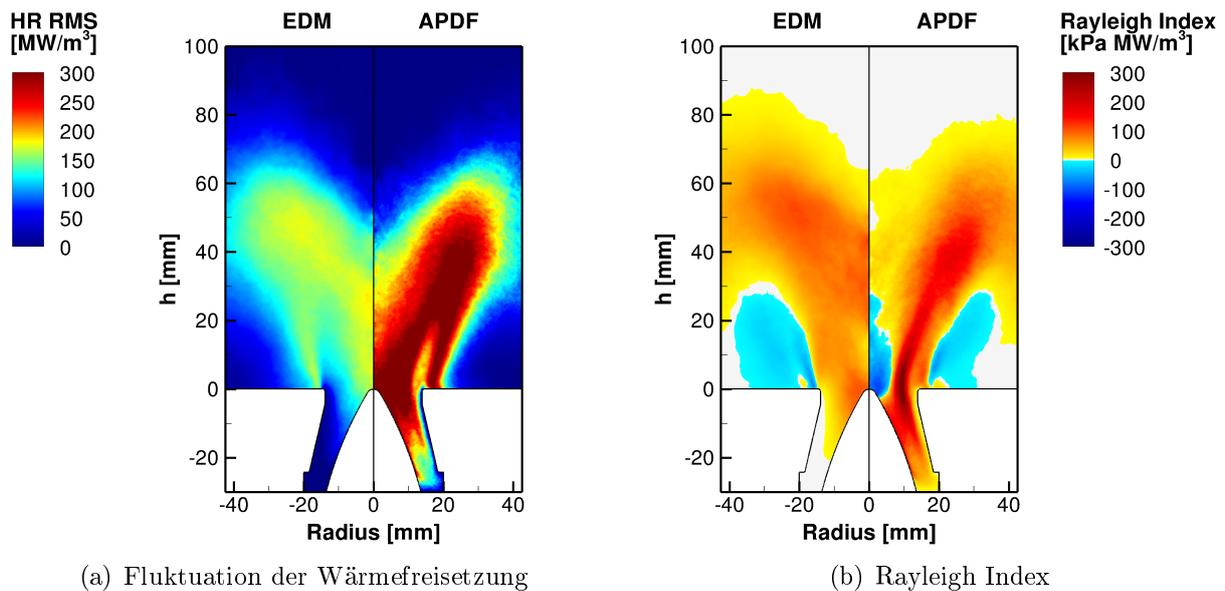


Abbildung 6.18.: Verteilung der Wärmefreisetzungsfluktuation und des Rayleigh Index

hersage der Zündverzugszeiten ermöglicht als bei der EDM Simulation. Beide Effekte können die Ursache der zusätzlichen Dämpfung der thermoakustischen Schwingung in der inneren Rezirkulation bei der APDF Simulation sein.

In Abschnitt 6.3.1 wurden die Leistungsdichtespektren der THETA Simulationen mit experimentellen Daten verglichen. Im Fall der THETA APDF Simulation sind im Leistungsdichtespektrum starke Signale bei subharmonischen Frequenzen zu erkennen. Diese subharmonische Schwingung des PRECCINSTA Brenners werden weder im Experiment [158] noch bei der THETA EDM Simulation beobachtet. Zur genaueren Untersuchung der subharmonischen Schwingung werden in Abbildung 6.19 frequenzgefilterte Verteilungen des Rayleigh Index gezeigt. Zur Filterung des Rayleigh Index werden die Zeitreihen des Drucks und der Wärmefreisetzung mithilfe einer direkten Fourier Transformation (DFT) [87, 182] in den Frequenzbereich transformiert. Die Spektralanteile bei der gewünschten Frequenz werden anschließend in den Zeitbereich zurücktransformiert und zur Berechnung des frequenzgefilterten Rayleigh Index verwendet.

Abbildung 6.19(a) zeigt die räumliche Verteilung des frequenzgefilterten Rayleigh-Index bei den thermoakustischen Frequenzen der THETA Simulationen. Der frequenzgefilterte Rayleigh Index stimmt qualitativ gut mit dem gesamten Rayleigh Index in Abbildung 6.18(b) überein. Die frequenzgefilterten Werte sind etwas geringer, da nur ein Spektralanteil betrachtet wird. Somit wird der gesamte Rayleigh Index in beiden Simulationen durch Signale bei der thermoakustischen Frequenz dominiert. Abbildung 6.19(b) stellt den Rayleigh Index bei der

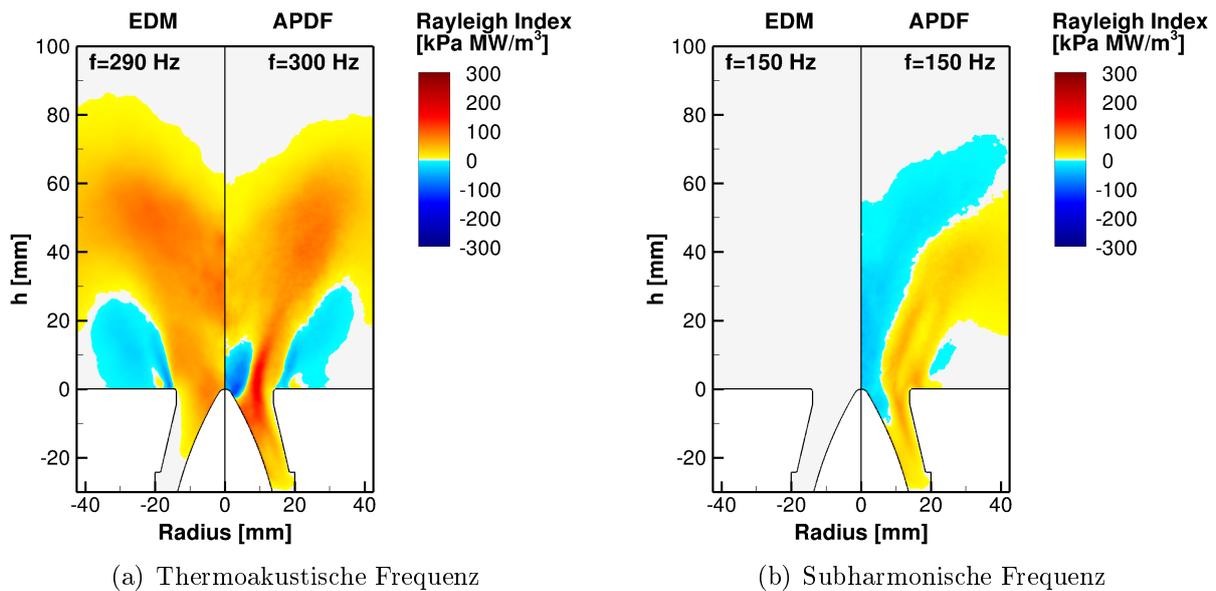


Abbildung 6.19.: Räumliche Verteilung des frequenzgefilterten Rayleigh Index

subharmonischen Frequenz dar. Es wird deutlich, dass eine subharmonische Schwingung der THETA EDM Simulation weder angeregt noch gedämpft wird. Im Gegensatz dazu wird in der APDF Simulation die subharmonische Schwingung zwischen der inneren und äußeren Rezirkulation angefacht. Im gesamten Bereich der inneren Rezirkulation wird die Schwingung gedämpft. In der Summe über die gezeigte Ebene ergibt sich ein positiver Rayleigh Index. Somit überwiegt die Anfachtung der subharmonischen Schwingung die akustische Dämpfung bei der THETA APDF Simulation.

6.4. Schlussfolgerungen

In diesem Kapitel wurde die thermoakustische Instabilität in der PRECCINSTA Modellbrennkammer im Betriebspunkt 1 untersucht. Dabei wurden die numerischen Ergebnisse dieser Arbeit mit experimentellen und numerischen Daten aus der Literatur verglichen. Thermoakustische Schwingungen lassen sich im Sinne eines Wirkkreises in einen Anregungs- und einen Rückkopplungsmechanismus unterteilen. Wenn beide Mechanismen in Resonanz schwingen, werden die Eigenmoden des Verbrennungssystems angeregt und es entsteht eine thermoakustische Instabilität. In diesem Kapitel wurden die Eigenmoden, die einzelnen Übertragungsglieder sowie deren Resonanzverhalten diskutiert.

In Abschnitt 6.3.1 wurden die Eigenmoden des PRECCINSTA Brenners untersucht. Mithilfe der in dieser Arbeit durchgeführten CFD Simulationen wird die thermoakustische Frequenz sehr genau mit einer Abweichung von ≤ 10 Hz vorhergesagt. Im Gegensatz dazu zeigt sich

in der Arbeit von Franzelli et al. [73] eine Abweichung von 100 Hz. Die Druckamplitude der Schwingung wurde in bisherigen Simulationen stark überschätzt. Deshalb wurde in der vorliegenden Arbeit der Einfluss einer akustischen Dämpfung an den seitlichen Brennkammerwänden auf die Eigenmoden des Brenners untersucht. Es wurde gezeigt, dass die Wanddämpfung einen starken Einfluss auf die Druckamplitude hat, während die thermoakustische Frequenz unbeeinflusst bleibt. Die gemessenen und berechneten thermoakustischen Amplituden stimmen sowohl für schallharte als auch für dämpfende Brennkammerwände gut überein.

Zur Analyse des Anregungsmechanismus in der Brennkammer wurde in Abschnitt 6.3.2 der Mischungsprozess im Zusammenhang mit dem Geschwindigkeitsfeld diskutiert. Phasengemittelte Daten des Geschwindigkeitsfeldes und des Mischungsbruchs zeigen, dass die Schwingung des Geschwindigkeitsfeldes im Drallerzeuger eine periodische Variation des Mischungsbruchs am Brennkammereinlass zur Folge hat. Die in dieser Arbeit berechneten Geschwindigkeitsfelder stimmen sehr gut mit den experimentellen Daten überein. Der mittlere Mischungsbruch wird in den THETA Simulationen und in der Literatur [73] im Vergleich zum Experiment tendenziell zu niedrig vorhergesagt. Dabei spielen zwei Effekte eine Rolle. Zum einen wird der Mischungsbruch beim untersuchten Fall aufgrund von systematischen Messfehlern experimentell zu hoch bestimmt [45, 158]. Zum anderen verbessert die hohe Druckamplitude in den CFD Simulationen den Mischungsprozess im Drallerzeuger, wodurch der Mischungsbruch verringert wird. Dieser Effekt wurde in der vorliegenden Arbeit anhand einer THETA Simulation mit zusätzlicher akustischer Dämpfung und somit reduzierter Druckamplitude gezeigt. Dabei ergibt sich ein höherer mittlere Mischungsbruch, der besser mit den experimentellen Daten übereinstimmt.

Die thermoakustische Rückkopplung erfolgt in der PRECCINSTA Brennkammer durch Druckschwankungen, die von der fluktuierenden Wärmefreisetzung erzeugt werden. Dieser Rückkopplungsmechanismus wurde in Abschnitt 6.3.3 anhand des Verbrennungsprozesses untersucht. In dieser Arbeit wird die Verbrennung zum einen mit EDM und globalem Reaktionsmechanismus und zum anderen mit APDF und detailliertem Mechanismus modelliert (Kap. 6.2.3). Mithilfe des globalen Verbrennungsmodells zeigen sich teilweise starke Abweichungen der mittleren und der RMS Temperatur von den experimentellen Daten. Im Fall des detaillierten Modells wird hingegen eine sehr gute Übereinstimmung dieser Werte mit dem Experiment erreicht. Im Vergleich zu den Ergebnissen von Franzelli et al. [73] zeigt sich in den THETA APDF Simulationen eine höhere Genauigkeit des berechneten Temperaturfeldes. Darüber hinaus wurden die lokalen thermochemischen Zustände der Flamme in der Nähe des Brennkammereinlasses diskutiert. Im Vergleich zum Experiment zeigt sich, dass in den THETA Simulationen die Zustände in der IRZ bei niedrigeren und in der ORZ bei höheren

Temperaturen liegen. Die Abweichung in der ORZ kann aufgrund der Vernachlässigung von Wandwärmeverlusten verursacht werden.

Abschließend wurde in Abschnitt 6.3.4 das Resonanzverhalten des Anregungs- und des Rückkopplungsmechanismus diskutiert. Die Wärmefreisetzung und der Brennkammerdruck schwingen in den THETA Simulationen mit einer Phasenverschiebung von 35° , wodurch sich ein positiver Rayleigh Index ergibt. Durch räumliche Auflösung des Rayleigh Index zeigt sich, dass die thermoakustische Schwingung in der ORZ gedämpft und in den übrigen Gebieten angefacht wird. Im Fall der THETA APDF Simulation mit detailliertem Chemiemodell ergibt sich darüber hinaus ein dämpfender Bereich in der IRZ in der Nähe des Brennkammereinlasses. Die Dämpfung der thermoakustischen Schwingung in der ORZ wird durch die verhältnismäßig lange Konvektionszeit des Brennstoff-Luftgemisches in diesen Bereich der Brennkammer verursacht. Die zusätzliche Dämpfung in der IRZ bei THETA APDF kann durch die verstärkte innere Rezirkulation zustande kommen. Beim Vergleich des Rayleigh Index der THETA Simulationen mit unterschiedlichem Verbrennungsmodell zeigt sich, dass der Rayleigh Index im Fall des detaillierten Modells höher ist. Deshalb wurden die Verteilung des Rayleigh Index ebenfalls frequenzgefiltert untersucht. Der Spektralanteil des Rayleigh Indexes bei der thermoakustischen Frequenz ist in beiden Simulationen vergleichbar hoch. Somit wird durch das detaillierte Verbrennungsmodell ein breiterer Spektralbereich angeregt. Dies wird beispielhaft anhand der Anregung einer subharmonischen Frequenz im Fall der THETA APDF Simulation deutlich.

7. Zusammenfassung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die numerische Berechnung thermoakustischer Instabilitäten in Gasturbinenbrennkammern mit CFD-Verfahren. Dazu wird in Kapitel 1 in das Themengebiet Thermoakustik eingeführt und der Stand der Technik zur Vorausberechnung von thermoakustischen Instabilitäten aufgezeigt. Anschließend wird in Kapitel 2 die Modellierung turbulenter, reaktiver Strömungen mithilfe gemittelter Transportgleichungen beschrieben.

Bei Verbrennungssimulationen werden gemittelte Transportgleichungen numerisch integriert. Eine besondere Herausforderung stellt dabei die Disparität der Längen-, Zeit- und Energieskalen turbulenter, reaktiver Strömungen dar. Bei der Simulation akustischer Wellenausbreitung in turbulenten Strömungen führt beispielsweise die hohe Energiedisparität zwischen akustischen und hydrodynamischen Prozessen im Allgemeinen zu einem niedrigen Signal-Rauschverhältnis. In Kapitel 3 wird das numerische Lösungsverfahren SICS vorgestellt, das eine getrennte Berechnung akustischer und hydrodynamischer Prozesse vorsieht und damit die numerischen Fehler bei der Berechnung akustischer Prozesse in kleinen Grenzen hält. SICS wurde von Moureau et al. [168] für nichtreaktive Strömungen entwickelt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Lösungsverfahren für reaktive Strömungen erweitert und in die DLR CFD Software THETA implementiert.

Bei thermoakustischen Instabilitäten werden meist die Eigenfrequenzen eines Verbrennungssystems angeregt. Zur genauen Berechnung der Instabilitäten müssen somit die Eigenfrequenzen des CFD Modells und die des zugrunde liegenden Verbrennungssystems übereinstimmen. Die Eigenfrequenzen eines CFD Modells werden u.a. durch die Modellierung akustischer Reflexionen am Rand des Rechengebiets bestimmt. In dieser Arbeit wurden deshalb zwei Typen von Randbedingungen in THETA implementiert (Kap. 4). Erstens werden mithilfe der charakteristischen Randbedingungen NSCBC Übertragungsfunktionen erster Ordnung für ein- und auslaufende akustische Wellen vorgegeben. Zweitens werden die Impedanzrandbedingungen TDIBC verwendet, um Übertragungsfunktionen beliebiger Ordnung an den Rändern des Rechengebiets aufzuprägen. Bei TDIBC stellen die üblicherweise sehr hohen Samplingraten einer CFD eine besondere Herausforderung dar, wie in Kapitel 4 beschrieben wird. Deshalb wurde in dieser Arbeit ein Downsampling-Verfahren entwickelt,

das die Samplingraten der TDIBC und des Lösungsverfahrens entkoppelt. Dies erhöht die Genauigkeit und die Stabilität der Randbedingungen insbesondere bei Übertragungsfunktionen hoher Ordnung und ermöglicht dadurch diese für Simulationen technisch relevanter Systeme einzusetzen.

In Kapitel 5 wurde die Entstehung von indirektem Verbrennungslärm anhand des subsonischen EWG Testfalls von Bake et al. [8] untersucht. Der EWG wurde bereits zuvor in der Literatur [8, 55, 135, 172] mithilfe numerischer Simulationen untersucht, jedoch werden dabei sehr unterschiedliche Modellierungsansätze verwendet. Deshalb wurden in Kapitel 5 zunächst die bisherigen Modellierungen des EWG verglichen und daraus verbesserte Modelle für die Wärmequellen und die Abschlussimpedanz des EWG entwickelt. Mithilfe der erweiterten Modellierung wurde in dieser Arbeit eine deutlich bessere Übereinstimmung berechneter und gemessener Ergebnisse erzielt, als bisher in der Literatur veröffentlicht wurde. Die genaue Modellierung der Abschlussimpedanz mit TDIBC ist dabei nur mithilfe des in dieser Arbeit entwickelten Downsampling-Verfahrens möglich.

Die analytischen Ergebnisse zum subsonischen EWG in der Literatur [55] ergaben, dass die gemessenen Druckfluktuation hauptsächlich durch direkten Lärm verursacht werden. Dies steht im Gegensatz zu experimentellen Analysen von F. Bake [6], der gezeigt hat, dass die gemessenen Signale hauptsächlich auf indirekten Lärm zurückzuführen sind. Aufgrund dieses Widerspruchs wurde in dieser Arbeit der direkte Lärm im EWG Experiment simuliert. Dabei ergibt sich ein Verhältnis von indirektem zu direktem Lärm von näherungsweise 6. Folglich werden die Druckfluktuationen in den Simulationen durch indirekten Lärm dominiert.

In Kapitel 6 wurde die thermoakustische Instabilität in der mageren, verdrallten, technisch-vorgemischten Verbrennung der PRECCINSTA Modellbrennkammer untersucht. Dazu wurden in dieser Arbeit hybride LES/RANS Simulationen der Brennkammer mit zwei Verbrennungsmodellen und zwei Modellen für die akustische Dämpfung an den Brennkammerwänden durchgeführt. Zur Analyse der thermoakustischen Instabilität wurden zunächst die Eigenmoden und der Anregungs- und der Rückkopplungsmechanismus getrennt beschrieben. Abschließend wurde die Resonanz der Kopplungsmechanismen untersucht. Die Eigenmoden der Brennkammer werden durch die Simulationen gut wiedergegeben. Die berechnete und gemessene thermoakustische Frequenz weichen um weniger als 10 Hz ab. Die beste in der Literatur veröffentlichte numerische Berechnung [73] zeigt im Vergleich dazu eine deutlich höhere Abweichung von 100 Hz. In dieser Arbeit wurde mithilfe experimenteller [249] und numerischer Daten gezeigt, dass die akustische Dämpfung aufgrund der Lagerung der Glascheiben in den seitlichen Brennkammerwänden einen starken Einfluss auf die Amplitude der thermoakustischen Schwingung hat. Die thermoakustische Frequenz bleibt hier hingegen durch die Dämpfung näherungsweise unbeeinflusst. Darüber hinaus stimmen die berechnete

und die gemessene Amplitude der thermoakustischen Schwingung jeweils für die Fälle mit schallharten und schallweichen Wänden gut überein.

Die thermoakustische Instabilität im PRECCINSTA Brenner wird durch eine Mischungsschwankung angeregt. Dies wurde in Kapitel 6 mithilfe phasen-gemittelter Ergebnisse der Geschwindigkeit und des Mischungsbruchs gezeigt. Die Rückkopplung der Instabilität erfolgt durch Druckschwankungen aufgrund instationärer Wärmefreisetzung in der Brennkammer. Die Wärmefreisetzung wurde in dieser Arbeit mit einem globalen EDM und einem detaillierten APDF Verbrennungsmodell berechnet. Im Fall des detaillierten Modells findet die Wärmefreisetzung weiter stromauf statt und die Fluktuationen sind deutlich stärker. Im Vergleich der Temperaturfelder zeigt sich im Fall des detaillierten Modells eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten. Insgesamt ist die Übereinstimmung der mittleren und RMS Temperaturen der APDF Simulation mit dem Experiment besser als bei bisher veröffentlichten Simulationen [73].

Zur Analyse der Resonanz zwischen Anregungs- und Rückkopplungsmechanismus der thermoakustischen Instabilität wurde abschließend der Rayleigh Index verwendet. Die räumliche Verteilung des Rayleigh Index zeigt, dass die thermoakustische Instabilität im Großteil der Brennkammer angefacht wird. In der äußeren Rezirkulationszone wird sie hingegen aufgrund der hohen Konvektionszeit des Brennstoff-Luftgemischs gedämpft. Außerdem zeigt sich im Fall des detaillierten APDF Verbrennungsmodells eine Dämpfung der thermoakustischen Instabilität auf der Mittelachse am Brennkammereinlass. Weiterhin wird deutlich, dass durch das detaillierte Verbrennungsmodell weitere Spektralanteile wie die subharmonische Frequenz angeregt werden.

A. Testfälle zur Verifikation

A.1. Wirbelkonvektion

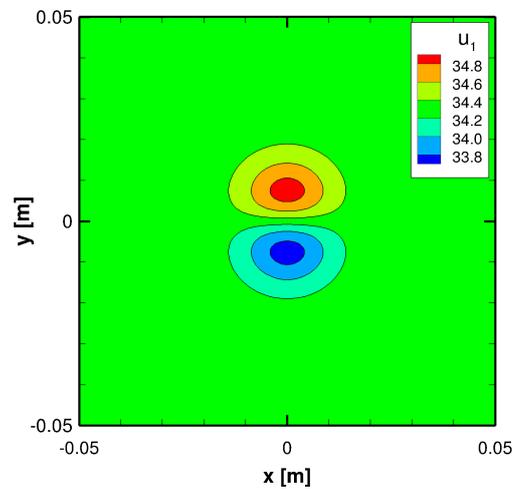


Abbildung A.1.: Testfall zur Berechnung der Konvektion eines Wirbels

Abbildung A.1 zeigt das anfängliche Geschwindigkeitsfeld des Testfalls zur Wirbelkonvektion, das nach

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} \partial\xi/\partial x_2 \\ -\partial\xi/\partial x_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

mit

$$\xi = C_\xi \exp\left(-\frac{x_1^2 + x_2^2}{2R_\xi^2}\right) \quad (\text{A.2})$$

berechnet wurde. Dabei sind C_ξ die Wirbelstärke, R_ξ der Wirbelradius und u_0 die Geschwindigkeit der Grundströmung. Die Parameter werden in Anlehnung an [195] zu

$$R_\xi = 1,5 \cdot 10^{-2}, \quad C_\xi/c = -5 \cdot 10^{-5}, \quad Ma = u_0/c = 0,1 \quad (\text{A.3})$$

gewählt. Der Wirbel wird ein mal über das gesamte Rechengebiet periodisch konvektiert. Bei einer breite des Rechengebiets von $L = 0,1\text{ m}$ ergibt sich dabei eine Periodendauer von $T \approx 2,9\text{ ms}$.

A.2. Wellenausbreitung

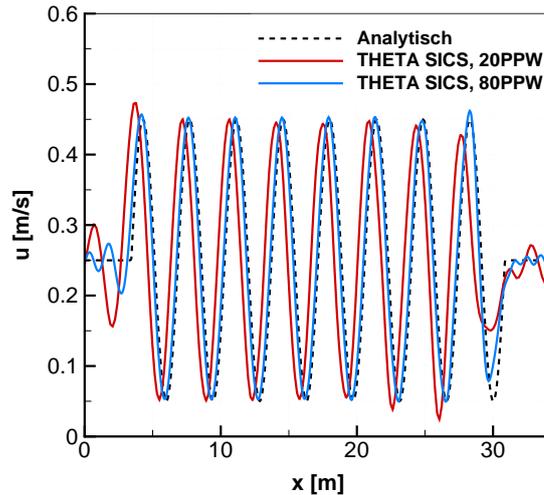


Abbildung A.2.: Geschwindigkeitsverteilungen nach $t = 0,1\text{ s}$

Zur Berechnung der akustischen Dissipation und Dispersion wird in dieser Arbeit ein Testfall von Föller und Polifke [78] verwendet, der ebenfalls von Gunasekaran und McGuirk [91] aufgegriffen wurde. Dieser besteht aus einem eindimensionalen periodischen Kanal mit einer Grundströmung von $0,25\text{ m/s}$. Im Kanal breitet sich eine akustische Welle mit Frequenz 100 Hz und Amplitude $0,2\text{ m/s}$ in Strömungsrichtung aus. Die Länge des Kanals beträgt $L = 10\lambda$, wobei λ die Wellenlänge der 100 Hz Welle ist.

Die gesamte Simulationszeit beträgt $0,1\text{ s}$ in der sich die akustische Welle über 10 Wellenlängen ausbreitet. Als Zeitschrittweite wird $\Delta t = 10^{-5}\text{ s}$ verwendet. Daraus ergibt sich eine zeitliche Auflösung der Welle von 1000 PPP . Abbildung A.2 zeigt die analytische Verteilung der axialen Geschwindigkeit am Ende der Simulationszeit und zwei numerische Lösungen mit unterschiedlichen räumlichen Diskretisierungen.

A.3. Parallelisierung

Abbildung A.3 zeigt den in dieser Arbeit verwendeten Testfall zur Bestimmung der Skalierbarkeit des SICS Verfahrens. Dieser besteht aus einem eindimensionalen Kanal mit einer laminaren Grundströmung von 1 m/s . In der Strömung breitet sich eine akustische Welle mit

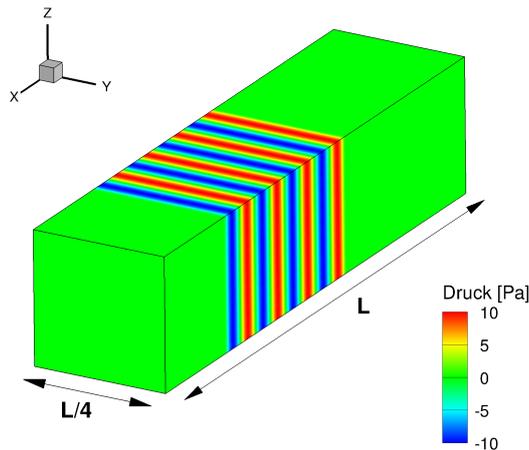


Abbildung A.3.: Testfall zur Bestimmung der Skalierbarkeit

3430 Hz aus. Das Rechengebiet hat eine Länge von $L = 1$ m bei einem Längen zu Seitenverhältnis von 4. Mit steigendem Seitenverhältnis steigt im Allgemeinen auch die Skalierbarkeit von CFD-Verfahren. Deshalb wurde in dieser Arbeit ein für CFD Simulationen von Brennkammern typisches Seitenverhältnis gewählt. Das Rechengebiet wurde mit 5,3 Mio Tetraedern diskretisiert woraus sich eine Anzahl von 0,9 Mio Gitterpunkten ergibt.

Der betrachtete Testfall beinhaltet weder Chemie- noch Turbulenzmodelle. Somit wird mithilfe des Testfalls nur die Skalierbarkeit des angewendeten SICS Verfahrens bestimmt. Bei Verwendung eines Chemiemodells ist die Skalierbarkeit von CFD Verfahren besser. Die Berechnungen wurden auf Intel Xeon E5440 Prozessoren mit 2,83 GHz durchgeführt, die über ein InfiniBand mit 10 Gb/s vernetzt sind.

A.4. Charakteristische Randbedingungen

Der Reflexionsfaktor der NSCBC in THETA wird in dieser Arbeit mithilfe des in Abbildung A.4 gezeigten Testfalls bestimmt. In einem eindimensionalen Kanal der Länge $L = 1$ m und einer Grundströmung von 10 m/s wird eine anfängliche Druckstörung mit 3430 Hz und einer Druckamplitude von 20 Pa eingebracht. Ausgehend von den Anfangsbedingung breitet sich je eine akustische Welle stromauf und stromab aus. Der Betrag des Reflexionsfaktors wird anhand von Zeitreihen des Drucks an den Stellen $x = 0,2$ m und $x = 0,8$ m bestimmt. Alle Transportgleichungen wurden mit dem CDS räumlich und mit dem CN Verfahren zeitlich diskretisiert. Beide Verfahren sind $\mathcal{O}(2)$ genau. Akustische Wellen sind räumlich mit 100 PPW und zeitlich mit mindestens 60 PPP aufgelöst.

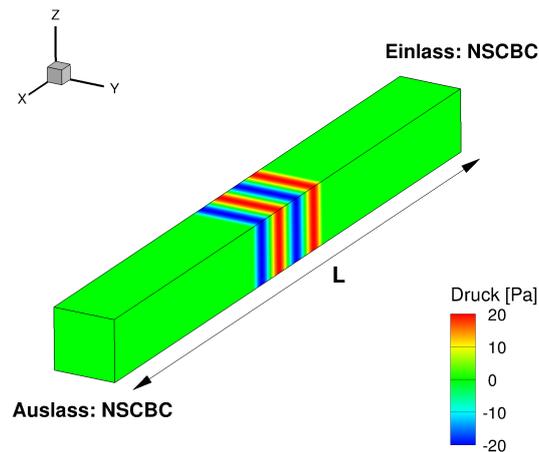
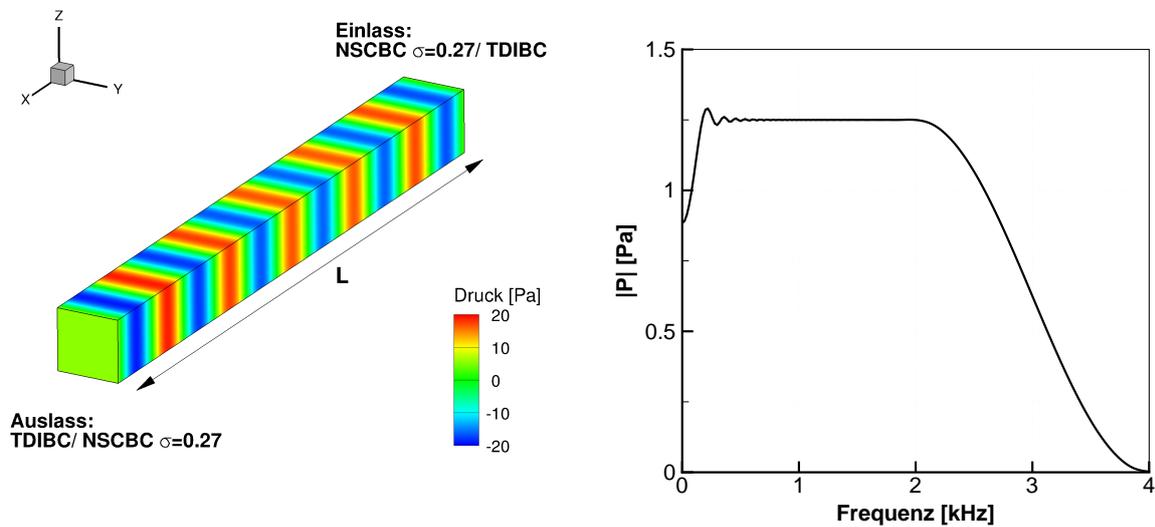


Abbildung A.4.: Testfall zur Bestimmung des Reflexionsfaktors der NSCBC

A.5. Impedanzrandbedingungen



(a) Druckverteilung bei $t = 50ms$

(b) Druckspektrum der Anregungsfunktion

Abbildung A.5.: Bestimmung des TDIBC Reflexionsfaktors an Ein- und Ausströmrandern

Zur Bestimmung des numerischen Reflexionsfaktors der TDIBC an Ein- und Ausströmrandern wird in dieser Arbeit der in Abbildung A.5(a) dargestellte Testfall verwendet. Das Rechengebiet und dessen Diskretisierung entsprechen dem zuvor diskutierten NSCBC Test-

fall (Kap. A.4). Die Impedanzen am Ein- bzw. Ausströmrand werden nach Gleichung (4.64) vorgegeben. Dazu wird die Impedanz mithilfe des Euler Rückwärts Verfahrens

$$i\omega = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t} \quad (\text{A.4})$$

in den z -Bereich transformiert und auf die Form

$$R(z) = \frac{Z - 1}{Z + 1} \quad (\text{A.5})$$

gebracht [268]. Durch Koeffizientenvergleich der Gleichungen (A.5) und (4.34) werden die Parameter der Modellfunktion $H(z)$ bestimmt, die in Tabelle 4.4 gezeigt werden.

Die TDIBC Reflexionsfaktoren am Ein- und Ausströmrand werden getrennt berechnet. An den jeweils gegenüberliegenden Aus- und Einströmrandern werden schwach reflektierenden NSCBC verwendet und als akustische Anregung ein linearer Frequenzsweep vorgegeben

$$p = A \sin(at^2) \quad (\text{A.6})$$

wobei $A = 25 \text{ Pa}$ die Amplitude des Sweeps und $a = 4 \cdot 10^4 \pi$ die Sweeprate sind. Abbildung A.5(b) zeigt das Druckspektrum des linearen Sweeps nach Gleichung (A.6). In einem Frequenzbereich $150 < f < 2000 \text{ Hz}$ ergibt sich eine näherungsweise konstante Anregung von $1,25 \text{ Pa}$. Signale bei kleineren Frequenzen $f \leq 150 \text{ Hz}$ werden mit mindestens $0,9 \text{ Pa}$ angeregt.

Die gesamte Simulationszeit beträgt 100 ms . Als Zeitschrittweite wird zu $\Delta t = 25 \mu\text{s}$ gewählt, woraus sich eine Courant-Zahl von $\text{CFL} \approx 1,3$ ergibt. Akustische Wellen im betrachteten Frequenzbereich von $f \leq 1 \text{ kHz}$ werden räumlich mit mindestens 50 PPW und zeitlich mit mindestens 40 PPP ausgelöst. Die Reflexionsfaktoren am Ein- und Ausströmrand werden aus den Fourier-Transformierten der akustischen Wellen α^\pm bestimmt. Die akustischen Wellen werden nach Gleichungen (4.51) und (4.52) aus Zeitreihen des Drucks und der Geschwindigkeit berechnet.

Neben Ein- und Ausströmrandern werden in dieser Arbeit TDIBC an Wänden verwendet. Diese werden mithilfe des in Abbildung A.6 gezeigten Testfalls verifiziert. Dabei wird ein zweidimensionaler Kanal der Höhe $L = 3.43 \text{ m}$ und mit Grundströmung von 10 m/s betrachtet. Als Zeitschrittweite wird $\Delta t = 20 \mu\text{s}$ gewählt, woraus sich eine Courant-Zahl von $\text{CFL} \approx 1$ ergibt. Akustische Wellen werden im Frequenzbereich $f < 1 \text{ Khz}$ in Ausbreitungsrichtung mit mindestens 50 PPW aufgelöst. Die zeitliche Auflösung beträgt mindestens 50 PPP . Zur Diskretisierung der Transportgleichung wurden das QUDS und das CN Verfahren verwendet. Beide Verfahren sind $\mathcal{O}(2)$ genau.

A. TESTFÄLLE ZUR VERIFIKATION

Die Ein- und Auslässe sind schwach reflektierend. Die untere Wand reflektiert akustische Wellen vollständig und an der oberen Wand wird mithilfe der TDIBC ein Tiefpassfilter nach Gleichung (4.60) vorgegeben. Zur Anregung der Randbedingungen wird am Anfang der Simulation eine sinusförmige Druckstörung mit Amplitude 50 Pa eingebracht. Ausgehend von dieser Druckstörung breiten sich akustische Wellen in positiver und negativer y-Richtung aus und werden an den Wänden reflektiert. Der Reflexionsfaktor wird schließlich aus Zeitreihen des Drucks bestimmt.

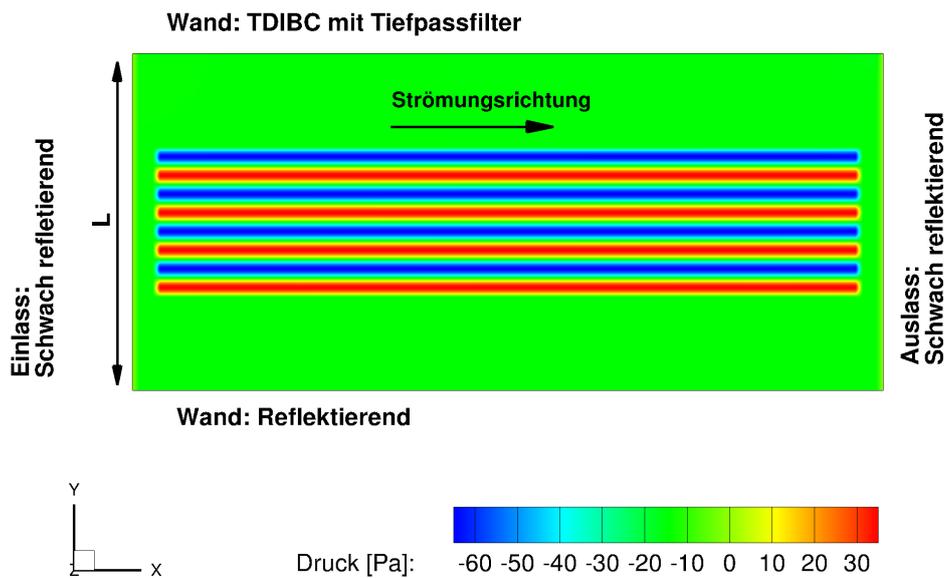


Abbildung A.6.: Testfall zur Bestimmung des TDIBC Reflexionsfaktors an Wänden

Literaturverzeichnis

- [1] ACHARYA, S. ; BALIGA, B. ; KARKI, K. ; MURTHY, J. ; PRAKASH, C. ; VANKA, S. : Pressure-based finite-volume methods in computational fluid dynamics. In: *Journal of heat transfer* 129 (2007), Nr. 4, S. 407–424
- [2] ADVISORY COUNCIL FOR AERONAUTICS RESEARCH IN EUROPE (ACARE): *Vision 2020*. Paris, January 2001
- [3] ANGELBERGER, C. ; VEYNANTE, D. ; EGOLFOPOULOS, F. ; POINSOT, T. : Large eddy simulations of combustion instabilities in premixed flames. In: *Proc. of the Summer Program* Center for Turbulence Research, Stanford University, 1998, S. 61–82
- [4] ANNASWAMY, A. M. ; FLEIFIL, M. ; HATHOUT, J. P. ; GHONIEM, A. F.: Impact of Linear Coupling on the Design of Active Controllers for the Thermoacoustic Instability. In: *Combustion Science and Technology* 128 (1997), Nr. 1-6, S. 131–180
- [5] BADE, S. ; WAGNER, M. ; HIRSCH, C. ; SATTELMAYER, T. ; SCHUERMANS, B. : Design for Thermo-Acoustic Stability: Procedure and Data Base. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, San Antonio, Texas, USA, 2013*
- [6] BAKE, F. : *Schallentstehung durch Temperaturschwankungen in der Strömung einer Düse: Nachweis und Parameterstudie zum Entropieschall von Brennkammern*, Technische Universität Berlin, Diss., 2008
- [7] BAKE, F. ; MICHEL, U. ; ROEHLE, I. : Investigation of entropy noise in aero-engine combustors. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 129 (2007), Nr. 2, S. 370–376
- [8] BAKE, F. ; RICHTER, C. ; MÜHLBAUER, B. ; KINGS, N. ; RÖHLE, I. ; THIELE, F. ; NOLL, B. : The Entropy Wave Generator (EWG): A reference case on entropy noise. In: *Journal of Sound and Vibration* 326 (2009), S. 574–598

- [9] BALDWIN, B. S. ; LOMAX, H. : Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. In: *Proceedings of AIAA Aerospace Sciences Meeting* Bd. 257, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1978
- [10] BEAM, R. M. ; WARMING, R. : An implicit factored scheme for the compressible Navier-Stokes equations. In: *AIAA journal* 16 (1978), Nr. 4, S. 393–402
- [11] BEGGS, J. H. ; LUEBBERS, R. J. ; YEE, K. S. ; KUNZ, K. S.: Finite-difference time-domain implementation of surface impedance boundary conditions. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 40 (1992), Nr. 1, S. 49–56
- [12] BELLUCCI, V. ; FLOHR, P. ; PASCHEREIT, C. O. ; MAGNI, F. : On the use of Helmholtz resonators for damping acoustic pulsations in industrial gas turbines. In: *Journal of engineering for gas turbines and power* 126 (2004), Nr. 2, S. 271–275
- [13] BERENBRINK, P. ; HOFFMANN, S. : Suppression of dynamic combustion instabilities by passive and active means. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2000: Power for Land, Sea, and Air*. Munich, Germany, 2000
- [14] BERENGER, J.-P. : A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. In: *Journal of computational physics* 114 (1994), Nr. 2, S. 185–200
- [15] BILGER, R. ; STÅRNER, S. ; KEE, R. : On reduced mechanisms for methane-air combustion in nonpremixed flames. In: *Combustion and Flame* 80 (1990), Nr. 2, S. 135–149
- [16] BLACHA, T. : *Effiziente Rußmodellierung in laminaren und turbulenten Flammen unterschiedlicher Brennstoffe*, Universität Stuttgart, Diss., 2012. – 168 S.
- [17] BLOMSHIELD, F. : Lessons Learned In Solid Rocket Combustion Instability. In: *Proceedings of Joint Propulsion Conferences*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007
- [18] BLOXSIDGE, G. ; DOWLING, A. ; LANGHORNE, P. : Reheat buzz: an acoustically coupled combustion instability. Part 2. Theory. In: *Journal of Fluid Mechanics* 193 (1988), Nr. 1, S. 445–473
- [19] BODONY, D. J.: Analysis of sponge zones for computational fluid mechanics. In: *Journal of Computational Physics* 212 (2006), Nr. 2, S. 681–702
- [20] BOHN, D. ; DEUKER, E. : An acoustical model to predict combustion driven oscillations. In: *Proceedings of 20th International Congress on Combustion Engines*, 1993

-
- [21] BOHN, M. S.: *Noise produced by the interaction of acoustic waves and entropy waves with high-speed nozzle flows*, California Institute of Technology, Diss., 1976
- [22] BOHN, M. : Response of a subsonic nozzle to acoustic and entropy disturbances. In: *Journal of Sound and Vibration* 52 (1977), Nr. 2, S. 283–297
- [23] BOTHIEN, M. ; MOECK, J. ; PASCHEREIT, C. : Active control of the acoustic boundary conditions of combustion test rigs. In: *Journal of Sound and Vibration* 318 (2008), Nr. 4-5, S. 678–701
- [24] BOTTELDOOREN, D. : Acoustical finite-difference time-domain simulation in a quasi-Cartesian grid. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 95 (1994), S. 2313
- [25] BRODA, J. ; SEO, S. ; SANTORO, R. ; SHIRHATTIKAR, G. ; YANG, V. : An experimental study of combustion dynamics of a premixed swirl injector. In: *Symposium (International) on Combustion* 27 (1998), Nr. 2, S. 1849 – 1856
- [26] BROOKES, S. ; CANT, R. ; DUPERE, I. ; DOWLING, A. : Computational modeling of self-excited combustion instabilities. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 123 (2001), S. 322
- [27] BUI, T. ; SCHRÖDER, W. ; MEINKE, M. : Numerical analysis of the acoustic field of reacting flows via acoustic perturbation equations. In: *Computers & Fluids* 37 (2008), Nr. 9, S. 1157 – 1169
- [28] BURG, K. ; HAF, H. (Hrsg.) ; MEISTER, A. (Hrsg.) ; WILLE, F. (Hrsg.): *Partielle Differentialgleichungen und funktionalanalytische Grundlagen: Höhere Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker*. 5., aktualisierte Auflage. Vieweg+Teubner, 2010
- [29] CANDEL, S. : Combustion instabilities coupled by pressure waves and their active control. In: *Symposium (International) on Combustion* 24 (1992), Nr. 1, S. 1277 – 1296
- [30] CANDEL, S. : Combustion dynamics and control: Progress and challenges. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), Nr. 1, S. 1 – 28
- [31] CANNON, S. M. ; ADUMITROAIE, V. ; SMITH, C. E.: 3D LES modeling of combustion dynamics in lean premixed combustors. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2001*, 2001

- [32] CHEN, J. H.: Petascale direct numerical simulation of turbulent combustion—fundamental insights towards predictive models. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 33 (2011), Nr. 1, S. 99 – 123
- [33] CHOI, J.-Y. ; YANG, V. ; MA, F. ; WON, S.-H. ; JEUNG, I.-S. : Detached Eddy Simulation of combustion dynamics in scramjet combustors. In: *Proceedings of 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 2007
- [34] COLIN, O. ; DUCROS, F. ; VEYNANTE, D. ; POINSOT, T. : A thickened flame model for large eddy simulations of turbulent premixed combustion. In: *Physics of Fluids* 12 (2000), S. 1843
- [35] COLONIUS, T. ; LELE, S. K.: Computational aeroacoustics: progress on nonlinear problems of sound generation. In: *Progress in Aerospace Sciences* 40 (2004), Nr. 6, S. 345 – 416
- [36] CORREA, S. M.: A Review of NO_x Formation Under Gas-Turbine Combustion Conditions. In: *Combustion Science and Technology* 87 (1993), Nr. 1-6, S. 329–362
- [37] CORREA, S. M.: Power generation and aeropropulsion gas turbines: from combustion science to combustion technology. In: *Symposium (International) on Combustion* Bd. 27 Elsevier, 1998, S. 1793–1807
- [38] COSIC, B. ; MOECK, J. ; PASCHEREIT, C. : Prediction of Pressure Amplitudes of Self-Excited Thermoacoustic Instabilities for a Partially Premixed Swirl-Flame. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, San Antonio, Texas, USA*, 2013
- [39] CROCCO, L. : Aspects of Combustion Stability in Liquid Propellant Rocket Motors Part I: Fundamentals. Low Frequency Instability With Monopropellants. In: *Journal of the American Rocket Society* 21 (1951), Nr. 6, S. 163–178
- [40] CROCCO, L. : Aspects of Combustion Stability in Liquid Propellant Rocket Motors Part II: Low Frequency Instability with Bipropellants. High Frequency Instability. In: *Journal of the American Rocket Society* 22 (1952), Nr. 1, S. 7–16
- [41] CROCCO, L. ; CHENG, S. : *Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors*. Cambridge Univ Press, 1956
- [42] CULICK, F. E.: Non-Linear Growth and Limiting Amplitude of Acoustic Oscillations in Combustion Chambers. In: *Combustion Science and Technology* 3 (1971), Nr. 1, S. 1–16

-
- [43] CULICK, F. E. ; KUENTZMANN, P. : Unsteady motions in combustion chambers for propulsion systems / RTO AGARDograph, Report No. AG-AVT-039. 2006. – Forschungsbericht
- [44] DAVIDSON, L. : Large eddy simulations: how to evaluate resolution. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30 (2009), Nr. 5, S. 1016–1025
- [45] DEM, C. : *Private Kommunikation*. 2014. – Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Verbrennungstechnik
- [46] DENNIS, J. ; SCHNABEL, R. : *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Bd. 16. Society for Industrial Mathematics, 1987
- [47] DEUCKER, E. : *Ein Beitrag zur Vorausberechnung des akustischen Stabilitätsverhaltens von Gasturbinen-Brennkammern mittels theoretischer und experimenteller Analyse von Brennkammerschwingungen*. Verein Deutscher Ingenieure, 1995
- [48] DI DOMENICO, M. : *Numerical Simulation of Soot Formation in Turbulent Flows*, University of Stuttgart, Ph.D. Thesis, 2008
- [49] DI DOMENICO, M. ; GERLINGER, P. ; NOLL, B. : Numerical simulations of confined, turbulent, lean, premixed flames using a detailed chemistry combustion model. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011, Power for Land, Sea and Air, Vancouver, Canada* (2011)
- [50] DI MARE, F. ; JONES, W. ; MENZIES, K. : Large eddy simulation of a model gas turbine combustor. In: *Combustion and Flame* 137 (2004), Nr. 3, S. 278–294
- [51] DOPAZO, C. ; O'BRIEN, E. E.: Functional formulation of nonisothermal turbulent reactive flows. In: *Physics of Fluids* 17 (1974), Nr. 11, S. 1968–1975
- [52] DOWLING, A. P.: A kinematic model of a ducted flame. In: *Journal of Fluid Mechanics* 394 (1999), Nr. 1, S. 51–72
- [53] DOWLING, A. : Nonlinear self-excited oscillations of a ducted flame. In: *Journal of Fluid Mechanics* 346 (1997), S. 271–290
- [54] DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; CANDEL, S. : Theoretical and experimental determinations of the transfer function of a laminar premixed flame. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 28 (2000), Nr. 1, S. 765 – 773

- [55] DURAN, I. ; MOREAU, S. ; POINSOT, T. : Analytical and Numerical Study of Combustion Noise Through a Subsonic Nozzle. In: *AIAA Journal* 51 (2013), Jan, Nr. 1, S. 42–52
- [56] ECKSTEIN, J. ; SATTELMAYER, T. : Low-order modeling of low-frequency combustion instabilities in aeroengines. In: *Journal of propulsion and power* 22 (2006), Nr. 2, S. 425–432
- [57] EGGENSPIELER, G. ; MENON, S. : Large-eddy simulation of pollutant emission in a DOE-HAT combustor. In: *Journal of propulsion and power* 20 (2004), Nr. 6, S. 1076–1085
- [58] EGOROV, Y. ; MENTER, F. ; LECHNER, R. ; COKLJAT, D. : The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 2: application to complex flows. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 85 (2010), Nr. 1, S. 139–165
- [59] EVESQUE, S. ; POLIFKE, W. : Low-order acoustic modelling for annular combustors: Validation and inclusion of modal coupling. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air*. Amsterdam, The Netherlands, 2002
- [60] EWERT, R. ; SCHRÖDER, W. ; MEINKE, M. ; EL-ASKARY, W. : LES as a basis to determine sound emission. In: *Proceedings of 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 2002
- [61] EWERT, R. ; SCHRÖDER, W. : Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. In: *Journal of Computational Physics* 188 (2003), Nr. 2, S. 365 – 398
- [62] FERNÁNDEZ-TARRAZO, E. ; SÁNCHEZ, A. L. ; LIÑÁN, A. ; WILLIAMS, F. A.: A simple one-step chemistry model for partially premixed hydrocarbon combustion. In: *Combustion and Flame* 147 (2006), Nr. 1–2, S. 32 – 38
- [63] FERZIGER, J. ; MILOVAN, P. : *Computational Methods for Fluid Dynamics*. New York: Springer, 2002
- [64] FILOSA, A. ; DI DOMENICO, B. M. N. M. Noll ; LÜCKERATH, R. ; WERNER, S. ; ; AIGNER, M. : Numerical Simulations of a Turbulent, Partially-Premixed, Bluff-Body Stabilized Flame. In: *5th European Combustion Meeting, Cardiff, UK*, 2014
- [65] FILOSA, A. ; NOLL, B. ; DOMENICO, M. D. ; AIGNER, M. : Numerical Investigations of a Low Emission Gas Turbine Combustor using Detailed Chemistry. In: *Proceedings of 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion*, 2014

-
- [66] FIOLITAKIS, A. : *Numerische Berechnung von Stickoxiden in turbulenten Flammen mit Transportgleichungs-PDF-Verfahren*, Universität Stuttgart, Diss., 2014
- [67] FIOLITAKIS, A. ; ESS, P. ; GERLINGER, P. ; AIGNER, M. : Modeling of heat transfer and differential diffusion in transported {PDF} methods. In: *Combustion and Flame* 161 (2014), Nr. 8, S. 2107 – 2119
- [68] FIORINA, B. ; VICQUELIN, R. ; AUZILLON, P. ; DARABIHA, N. ; GICQUEL, O. ; VEYNANTE, D. : A filtered tabulated chemistry model for LES of premixed combustion. In: *Combustion and Flame* 157 (2010), Nr. 3, S. 465 – 475
- [69] FLEIFIL, M. ; ANNASWAMY, A. ; GHONEIM, Z. ; GHONIEM, A. : Response of a laminar premixed flame to flow oscillations: A kinematic model and thermoacoustic instability results. In: *Combustion and Flame* 106 (1996), Nr. 4, S. 487 – 510
- [70] FLEMMING, F. ; SADIKI, A. ; JANICKA, J. : Investigation of combustion noise using a LES/CAA hybrid approach. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 31 (2007), Nr. 2, S. 3189 – 3196
- [71] FOUST, M. ; THOMSEN, D. ; STICKLES, R. ; COOPER, C. ; DODDS, W. : Development of the GE Aviation Low Emissions TAPS Combustor for Next Generation Aircraft Engines. In: *Proceedings of 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Exposition*, 2012
- [72] FRANZELLI, B. : *Impact of the chemical description on direct numerical simulations and large eddy simulations of turbulent combustion in industrial aero-engines*, Universite de Toulouse, Diss., 2011
- [73] FRANZELLI, B. ; RIBER, E. ; GICQUEL, L. Y. ; POINSOT, T. : Large Eddy Simulation of combustion instabilities in a lean partially premixed swirled flame. In: *Combustion and Flame* 159 (2012), Nr. 2, S. 621 – 637
- [74] FRITSCHÉ, D. : *Origin and Control of Thermoacoustic Instabilities in Lean Premixed Gas Turbine Combustion*, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Diss., 2005
- [75] FRÖHLICH, J. ; TERZI, D. von: Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. In: *Progress in Aerospace Sciences* 44 (2008), Nr. 5, S. 349 – 377
- [76] FUNG, K. ; HONGBIN, J. ; TALLAPRAGADA, B. : Impedance and its time-domain extensions. In: *AIAA Journal* 38 (2000), Nr. 1, S. 30–38

- [77] FUNG, K. ; JU, H. : Time-domain Impedance Boundary Conditions for Computational Acoustics and Aeroacoustics. In: *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 18 (2004), Nr. 6, S. 503–511
- [78] FÖLLER, S. ; POLIFKE, W. : Determination of Acoustic Transfer Matrices via Large Eddy Simulation and System Identification. In: *Proceedings of 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2010
- [79] GALPIN, J. ; NAUDIN, A. ; VERVISCH, L. ; ANGELBERGER, C. ; COLIN, O. ; DOMINGO, P. : Large-eddy simulation of a fuel-lean premixed turbulent swirl-burner. In: *Combustion and Flame* 155 (2008), Nr. 1–2, S. 247 – 266
- [80] GEISER, G. ; NAWROTH, H. ; HOSSEINZADEH, A. ; ZHANG, F. ; BOCKHORN, H. ; HABISREUTHER, P. ; JANICKA, J. ; PASCHEREIT, C. O. ; SCHRÖDER, W. : Thermoacoustics of a turbulent premixed flame. In: *Proceedings of 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA 2014-2476, 2014
- [81] GERLINGER, P. : Investigation of an assumed PDF approach for finite-rate chemistry. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), Nr. 5, S. 841–872
- [82] GERLINGER, P. : *Numerische Verbrennungssimulation - Effiziente numerische Simulation turbulenter Verbrennung*. Berlin Heidelberg : Springer, 2005
- [83] GERLINGER, P. ; MÖBUS, H. ; BRÜGGEMANN, D. : An implicit multigrid method for turbulent combustion. In: *Journal of Computational Physics* 167 (2001), Nr. 2, S. 247–276
- [84] GIAUQUE, A. ; HUET, M. ; CLERO, F. : Analytical Analysis of Indirect Combustion Noise in Subcritical Nozzles. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 134 (2012), Sep, Nr. 11
- [85] GILES, M. : Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations. In: *AIAA Journal* 28 (1990), Nr. 12, S. 2050–2058
- [86] GIRIMAJI, S. : Assumed β -pdf model for turbulent mixing: Validation and extension to multiple scalar mixing. In: *Combustion Science and Technology* 78 (1991), Nr. 4-6, S. 177–196
- [87] GOERTZEL, G. : An algorithm for the evaluation of finite trigonometric series. In: *American mathematical monthly* 65 (1959), S. 34–35

-
- [88] GOH, C. ; MORGANS, A. : The influence of entropy waves on the thermoacoustic stability of a model combustor. In: *Combustion Science and Technology* 185 (2013), Nr. 2, S. 249–268
- [89] GOODWIN, D. ; MALAYA, N. ; MOFFA, H. ; SPET, R. : *Cantera. An object-oriented software toolkit for chemical kinetics, thermodynamics, and transport processes. Version 1.8.0.* <https://code.google.com/p/cantera/>
- [90] GRÖSCHEL, E. ; SCHRÖDER, W. ; RENZE, P. ; MEINKE, M. ; COMTE, P. : Noise prediction for a turbulent jet using different hybrid methods. In: *Computers & Fluids* 37 (2008), Nr. 4, S. 414 – 426
- [91] GUNASEKARAN, B. ; MCGUIRK, J. J.: Mildly-compressible pressure-based CFD methodology for acoustic propagation and absorption prediction. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2011*, 2011
- [92] HAIRER, G. E. and W. E. and Wanner: *Solving Ordinary Differential Equations II, Stiff and Differential-Algebraic Systems.* Springer-Verlag, Berlin, 1996
- [93] HARLOW, F. H. ; AMSDEN, A. A.: Numerical calculation of almost incompressible flow. In: *Journal of Computational Physics* 3 (1968), Nr. 1, S. 80–93
- [94] HASSAN, H. : Scaling of combustion-generated noise. In: *Journal of Fluid Mechanics* 66 (1974), Nr. 3, S. 445–453
- [95] HERMANN, J. ; GLEIS, S. ; VORTMEYER, D. : Active instability control (AIC) of spray combustors by modulation of the liquid fuel flow rate. In: *Combustion science and technology* 118 (1996), Nr. 1-3, S. 1–25
- [96] HERMETH, S. ; STAFFELBACH, G. ; GICQUEL, L. ; POINSOT, T. : LES evaluation of the effects of equivalence ratio fluctuations on the dynamic flame response in a real gas turbine combustion chamber. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 34 (2013), Nr. 2, S. 3165 – 3173
- [97] HERMSMEYER, H. ; PRADE, B. ; GRUSCHKA, U. ; SCHMITZ, U. ; HOFFMANN, S. ; KREBS, W. : V64. 3A gas turbine natural gas burner development. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air.* Amsterdam, The Netherlands, 2002
- [98] HIELD, P. A. ; BREAR, M. J.: Comparison of open and choked premixed combustor exits during thermoacoustic limit cycle. In: *AIAA Journal* 46 (2008), Nr. 2, S. 517–526

- [99] HIGGINS, B. : On the sound produced by a current of hydrogen gas passing through a tube. In: *Journal of Natural Philosophy, Chemistry and the Arts* 1 (1802), S. 129–132
- [100] HOWE, M. : Indirect combustion noise. In: *Journal of Fluid Mechanics* 659 (2010), S. 267–288
- [101] HU, F. Q. ; LI, X. ; LIN, D. : Absorbing boundary conditions for nonlinear Euler and Navier–Stokes equations based on the perfectly matched layer technique. In: *Journal of computational physics* 227 (2008), Nr. 9, S. 4398–4424
- [102] HUANG, Y. ; SUNG, H.-G. ; HSIEH, S.-Y. ; YANG, V. : Large-eddy simulation of combustion dynamics of lean-premixed swirl-stabilized combustor. In: *Journal of Propulsion and Power* 19 (2003), Nr. 5, S. 782–794
- [103] HUBER, A. ; POLIFKE, W. : Impact of fuel supply impedance on system stability of gas turbines. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air*. Berlin, Germany, 2008
- [104] HUBER, A. ; ROMANN, P. ; POLIFKE, W. : Filter-Based Time-Domain Impedance Boundary Conditions for CFD Applications. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air*. Berlin, Germany, 2008
- [105] IHME, M. ; PITSCH, H. ; BODONY, D. : Radiation of noise in turbulent non-premixed flames. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 32 (2009), Nr. 1, S. 1545 – 1553
- [106] INGARD, U. ; SINGHAL, V. K.: Effect of flow on the acoustic resonances of an open-ended duct. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 58 (1975), S. 788
- [107] ISRAELI, M. ; ORSZAG, S. A.: Approximation of radiation boundary conditions. In: *Journal of Computational Physics* 41 (1981), Nr. 1, S. 115–135
- [108] ISSA, R. ; GOSMAN, W. A. A.D.: The Computation of Compressible and Incompressible Recirculating Flows by a Non-iterative Implicit Scheme. In: *Journal of Computational Physics* 62 (1986), S. 66–82
- [109] IVANOVA, E. : *Numerical simulations of turbulent mixing in complex flows*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Diss., 2012
- [110] JONES, C. ; LEE, J. ; SANTAVICCA, D. : Closed-loop active control of combustion instabilities using subharmonic secondary fuel injection. In: *Journal of propulsion and power* 15 (1999), Nr. 4, S. 584–590

-
- [111] JONES, W. P. ; LAUNDER, B. E.: The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (1972), S. 301–314
- [112] JOOS, F. : *Technische Verbrennung: Verbrennungstechnik, Verbrennungsmodellierung, Emissionen*. Springer Verlag, 2006
- [113] KAESS, R. ; HUBER, A. ; POLIFKE, W. : A Time-Domain Impedance Boundary Condition for Compressible Turbulent Flow. In: *Proceedings of 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2008
- [114] KARKI, K. ; PATANKAR, S. : Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations. In: *AIAA Journal* 27 (1989), Nr. 9, S. 1167–1174
- [115] KAZAKOV, A. ; FRENKLACH, M. : *Reduced Reaction Sets based on GRI-Mech 1.2*. Version: last checked 10.02.2014. <http://www.me.berkeley.edu/drm/>, Abruf: 10.02.2014. <http://www.me.berkeley.edu/drm/>
- [116] KELLER, J. J.: Thermoacoustic oscillations in combustion chambers of gas turbines. In: *AIAA Journal* 33 (1995), Dec, Nr. 12, S. 2280–2287
- [117] KELSALL, G. ; TROGER, C. : Prediction and control of combustion instabilities in industrial gas turbines. In: *Applied Thermal Engineering* 24 (2004), Nr. 11–12, S. 1571 – 1582
- [118] KENDRICK, D. W. ; SNYDER, T. S. ; ANDERSON, T. J. ; SOWA, W. A.: Acoustic Sensitivities of Lean-Premixed Fuel Injectors in a Single Nozzle Rig. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 121 (1999), Jul, Nr. 3, S. 429–436
- [119] KIM, J. ; MOIN, P. : Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. In: *Journal of Computational Physics* 59 (1985), Nr. 2, S. 308–323
- [120] KIM, W.-W. ; MENON, S. ; MONGIA, H. C.: Large-eddy simulation of a gas turbine combustor flow. In: *Combustion Science and Technology* 143 (1999), Nr. 1-6, S. 25–62
- [121] KINSLER, L. ; FREY, A. ; COPPENS, A. ; SANDERS, J. ; JOHNSON, S. (Hrsg.): *Fundamentals of Acoustics*. 4th. Wiley & Sons, 2000
- [122] KOSTRZEWA, K. : *Advanced computational methods in identification of thermo-acoustic systems*, Universität Stuttgart, Diss., 2011

- [123] KOSTRZEWA, K. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. ; LEPERS, J. ; KREBS, W. ; PRADE, B. ; HUTH, M. : Validation of Advanced Computational Methods for Determining Flame Transfer Functions in Gas Turbine Combustion Systems. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea and Air, Montreal, Kanada* (2007)
- [124] KREBS, W. ; KREDIET, H. ; PORTILLO, E. ; HERMETH, S. ; POINSOT, T. ; SCHIMEK, S. ; PASCHEREIT, O. : Comparison of Nonlinear to Linear Thermoacoustic Stability Analysis of a Gas Turbine Combustion System. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 135 (2013), Jun, Nr. 8
- [125] KREBS, W. ; WALZ, G. ; HOFFMANN, S. : Thermoacoustic analysis of annular combustor. In: *Proceedings of Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conferences* (1999)
- [126] KREISS, H. : Stability theory for difference approximations of mixed initial boundary value problems. I. In: *Mathematics of Computation* 22 (1968), Nr. 104, S. 703–714
- [127] LANG, W. ; POINSOT, T. ; CANDEL, S. : Active control of combustion instability. In: *Combustion and Flame* 70 (1987), Nr. 3, S. 281–289
- [128] LANGHORNE, P. J.: Reheat buzz: an acoustically coupled combustion instability. Part 1. Experiment. In: *Journal of Fluid Mechanics* 193 (1988), Nr. 1, S. 417–443
- [129] LARTIGUE, G. ; MEIER, U. ; BÉRAT, C. : Experimental and numerical investigation of self-excited combustion oscillations in a scaled gas turbine combustor. In: *Applied Thermal Engineering* 24 (2004), Nr. 11–12, S. 1583 – 1592
- [130] LEFEBVRE, A. H. ; BALLAL, D. R. ; BAHR, D. W.: *Gas turbine combustion: alternative fuels and emissions*. CRC Press Boca Raton, FL, 2010
- [131] LEPERS, J. ; KREBS, W. ; PRADE, B. ; FLOHR, P. ; POLLAROLO, G. ; FERRANTE, A. : Investigation of Thermoacoustic Stability Limits of an Annular Gas Turbine Combustor Test-Rig With and Without Helmholtz-Resonators. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea, and Air, Reno, Nevada, USA* (2005)
- [132] LEVY, E. : Complex curve fitting. In: *IRE transactions on automatic control* 4 (1959), Nr. 1, S. 37–43
- [133] LEYKO, M. ; MOREAU, S. ; NICLOUD, F. ; POINSOT, T. : Numerical and analytical modelling of entropy noise in a supersonic nozzle with a shock. In: *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011), Nr. 16, S. 3944 – 3958

-
- [134] LEYKO, M. ; NICLOUD, F. ; MOREAU, S. ; POINSOT, T. : Numerical and analytical investigation of the indirect noise in a nozzle. In: *Proceedings of the Summer Program Center for Turbulence Research, Stanford University*, 2008, S. 343–354
- [135] LEYKO, M. ; NICLOUD, F. ; POINSOT, T. : Comparison of direct and indirect combustion noise mechanisms in a model combustor. In: *AIAA Journal* 47 (2009), Nr. 11, S. 2709
- [136] LIEUWEN, T. ; YANG, V. ; LU, F. K. (Hrsg.): *Combustion instabilities in gas turbine engines: operational experience, fundamental mechanisms and modeling*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005
- [137] LIEUWEN, T. : Analysis of acoustic wave interactions with turbulent premixed flames. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), Nr. 2, S. 1817 – 1824
- [138] LIEUWEN, T. ; TORRES, H. ; JOHNSON, C. ; ZINN, B. : A mechanism of combustion instability in lean premixed gas turbine combustors. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 123 (2001), Nr. 1, S. 182–189
- [139] LIEUWEN, T. ; ZINN, B. T.: The role of equivalence ratio oscillations in driving combustion instabilities in low NOx gas turbines. In: *Symposium (International) on Combustion* 27 (1998), Nr. 2, S. 1809 – 1816
- [140] LIEUWEN, T. C.: *Unsteady Combustor Physics*. Cambridge University Press, 2012
- [141] LOCKWOOD, F. ; NAGUIB, A. : The prediction of the fluctuations in the properties of free, round-jet, turbulent, diffusion flames. In: *Combustion and Flame* 24 (1975), S. 109–124
- [142] LOHRMANN, M. ; BÜCHNER, H. ; ZARZALIS, N. ; KREBS, W. : Flame Transfer Function Characteristics of Swirl Flames for Gas Turbine Applications. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2003
- [143] LOURIER, J.-M. ; HUBER, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical Analysis of Indirect Combustion Noise Generation Within a Subsonic Nozzle. In: *AIAA Journal* 52 (2014), Nr. 10, S. 2114–2126
- [144] LOURIER, J.-M. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Large Eddy Simulation of a Thermoacoustic Instability within a Swirl-Stabilized Burner using Impedance Boundary Conditions. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Power for Land, Sea and Air*, 2014

- [145] LOURIER, J.-M. ; DI DOMENICO, M. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Implementation of an Efficient Pressure-Based CFD Solver for Accurate Thermoacoustic Computations. In: *Proceedings of 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conferences*, 2012
- [146] LOURIER, J.-M. ; HUBER, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Investigation of the Acoustic Boundary Conditions Used for the Entropy Wave Generator Test Case. In: *Proceedings of 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2013
- [147] LOURIER, J.-M. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Extension of a Compressible Pressure-Based Solver for Reacting Flows. In: *Proceedings of 19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conferences*. Berlin, 2013
- [148] LOVETT, J. A. ; UZNANSKI, K. T.: Prediction of combustion dynamics in a staged premixed combustor. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea and Air*, 2002
- [149] LUEBBERS, R. ; HUNSBERGER, F. ; KUNZ, K. ; STANDLER, R. ; SCHNEIDER, M. : A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 32 (1990), Nr. 3, S. 222–227
- [150] MACCORMACK, R. W.: A numerical method for solving the equations of compressible viscous flow. In: *AIAA journal* 20 (1982), Nr. 9, S. 1275–1281
- [151] MAGNUSSEN, B. : On the structure of turbulence and a generalized eddy dissipation concept for chemical reaction in turbulent flow. In: *Proceedings of 19th AIAA Aerospace Science Meeting*, 1981
- [152] MALONEY, J. ; SMITH, G. : The use of surface impedance concepts in the finite-difference time-domain method. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 40 (1992), Nr. 1, S. 38–48
- [153] MANI, A. : Analysis and optimization of numerical sponge layers as a nonreflective boundary treatment. In: *Journal of Computational Physics* 231 (2012), Nr. 2, S. 704–716
- [154] MARBLE, F. ; CANDEL, S. : Acoustic disturbance from gas non-uniformities convected through a nozzle. In: *Journal of Sound and Vibration* 55 (1977), Nr. 2, S. 225 – 243
- [155] MATLAB: *version 8.1.0.47 (R2013a)*. Natick, Massachusetts, USA : The MathWorks Inc., 2013

-
- [156] MCMANUS, K. ; POINSOT, T. ; CANDEL, S. : A review of active control of combustion instabilities. In: *Progress in Energy and Combustion Science* 19 (1993), Nr. 1, S. 1 – 29
- [157] MEHTA, J. M. ; MUNGUR, P. ; DODDS, W. ; BAHR, D. ; CLOUSER, S. : Thermoacoustics of unsteady combustion. In: *Proceedings of AIAA Space Programs and Technologies Conference*, 1990
- [158] MEIER, W. ; WEIGAND, P. ; DUAN, X. ; GIEZENDANNER-THOBEN, R. : Detailed characterization of the dynamics of thermoacoustic pulsations in a lean premixed swirl flame. In: *Combustion and Flame* 150 (2007), Nr. 1–2, S. 2 – 26
- [159] MEISTER, A. : *Numerik linearer Gleichungssysteme*. 3. Wiesbaden : Vieweg, 2008
- [160] MENON, S. ; JOU, W.-H. : Large-Eddy Simulations of Combustion Instability in an Axisymmetric Ramjet Combustor. In: *Combustion Science and Technology* 75 (1991), Nr. 1-3, S. 53–72
- [161] MENTER, F. R.: Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. In: *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 23 (2009), Nr. 4, S. 305–316
- [162] MENTER, F. : Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA Journal* 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605
- [163] MENTER, F. ; EGOROV, Y. : A scale-adaptive simulation model using two-equation models. In: *Proceedings of 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2005
- [164] MENTER, F. ; EGOROV, Y. : The scale-adaptive simulation method for unsteady turbulent flow predictions. Part 1: theory and model description. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 85 (2010), Nr. 1, S. 113–138
- [165] MERK, H. : Analysis of heat-driven oscillations of gas flows. In: *Applied Scientific Research, Section A* 6 (1957), Nr. 4, S. 317–336
- [166] MONGIA, H. ; HELD, T. ; HSIAO, G. ; PANDALAI, R. : Challenges and progress in controlling dynamics in gas turbine combustors. In: *Journal of Propulsion and Power* 19 (2003), Nr. 5, S. 822–829
- [167] MOTHEAU, E. ; NICOUD, F. ; MERY, Y. ; POINSOT, T. : Analysis and Modelling of Entropy Modes in a Realistic Aeronautical Gas Turbine. In: *Proceedings of ASME*

- Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, San Antonio, Texas, USA, 2013*
- [168] MOUREAU, V. ; BÉRAT, C. ; PITSCH, H. : An efficient semi-implicit compressible solver for large-eddy simulations. In: *Journal of Computational Physics* 226 (2007), Nr. 2, S. 1256–1270
- [169] MOUREAU, V. ; DOMINGO, P. ; VERVISCH, L. : From Large-Eddy Simulation to Direct Numerical Simulation of a lean premixed swirl flame: Filtered laminar flame-PDF modeling. In: *Combustion and Flame* 158 (2011), Nr. 7, S. 1340 – 1357
- [170] MUNT, R. : Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I. The cold jet reflection coefficient. In: *Journal of Sound and Vibration* 142 (1990), Nr. 3, S. 413 – 436
- [171] MÜHLBAUER, B. ; EWERT, R. ; KORNOW, O. ; NOLL, B. : Evaluation of the RPM Approach for the Simulation of Broadband Combustion Noise. In: *AIAA Journal* 48 (2010), Nr. 7, S. 1379–1390
- [172] MÜHLBAUER, B. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical investigation of the fundamental mechanism for entropy noise generation in aero-engines. In: *Acta Acustica united with Acustica* 95 (2009), Nr. 3, S. 470–478
- [173] MÜHLBAUER, B. : *Numerische Simulation von Verbrennungslärm*, Universität Stuttgart, Diss., 2012. – 177 S.
- [174] MÜHLBAUER, B. ; EWERT, R. ; KORNOW, O. ; NOLL, B. : Broadband combustion noise simulation of open non-premixed turbulent jet flames. In: *International Journal of Aeroacoustics* 11 (2012), Mar, Nr. 1, S. 1–24
- [175] NERINCKX, K. ; VIERENDEELS, J. ; DICK, E. : A Mach-uniform algorithm: Coupled versus segregated approach. In: *Journal of Computational Physics* 224 (2007), Nr. 1, S. 314–331
- [176] NOLL, B. ; SCHÜTZ, H. ; AIGNER, M. : Numerical Simulation of High Frequency Flow Instabilities Near an Airblast Atomizer. In: *Proceedings ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea, and Air*. New Orleans, Louisiana, USA, 2001
- [177] NOLL, B. E.: *Möglichkeiten und Grenzen der numerischen Beschreibung von Strömungen in hochbelasteten Brennräumen*, Universität Karlsruhe, Habilitation, 1992

-
- [178] NOLL, B. E.: *Numerische Strömungsmechanik: Grundlagen*. Springer-Verlag, 1993
- [179] OBERKAMPF, W. L. ; TRUCANO, T. G.: Verification and validation in computational fluid dynamics. In: *Progress in Aerospace Sciences* 38 (2002), Nr. 3, S. 209–272
- [180] OBERKAMPF, W. ; BLOTTNER, F. ; AESCHLIMAN, D. : Methodology for computational fluid dynamics code verification/validation. In: *Proceedings of Fluid Dynamics Conference*, AIAA, 1995
- [181] OH, K. S. ; SCHUTT-AINE, J. E.: An efficient implementation of surface impedance boundary conditions for the finite-difference time-domain method. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 43 (1995), Nr. 7, S. 660–666
- [182] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W. ; BUCK, J. R.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. 2., überarb. Aufl. Pearson Studium, 2004. – 1031 S.
- [183] ÖZYÖRÜK, Y. ; LONG, L. N.: A time-domain implementation of surface acoustic impedance condition with and without flow. In: *Proceedings of AIAA Aeroacoustics Conference*, 1996
- [184] ÖZYÖRÜK, Y. ; LONG, L. N. ; JONES, M. G.: Time-Domain Numerical Simulation of a Flow-Impedance Tube. In: *Journal of Computational Physics* 146 (1998), Nr. 1, S. 29 – 57
- [185] PALIES, P. ; DUROX, D. ; SCHULLER, T. ; CANDEL, S. : Nonlinear combustion instability analysis based on the flame describing function applied to turbulent premixed swirling flames. In: *Combustion and Flame* 158 (2011), Nr. 10, S. 1980 – 1991
- [186] PALIES, P. ; SCHULLER, T. ; DUROX, D. ; CANDEL, S. : Modeling of premixed swirling flames transfer functions. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 33 (2011), Nr. 2, S. 2967 – 2974
- [187] PASCHEREIT, C. O. ; SCHUERMANS, B. ; POLIFKE, W. ; MATTSON, O. : Measurement of transfer matrices and source terms of premixed flames. In: *Journal of engineering for gas turbines and power* 124 (2002), Nr. 2, S. 239–247
- [188] PASCHEREIT, C. O. ; SCHUERMANS, B. ; CAMPOS-DELGADO, D. : Active combustion control using an evolution algorithm. In: *Proceedings of 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, USA, 2001
- [189] PATANKAR, S. ; MNKOWYCZ, W. (Hrsg.) ; SPARROW, E. (Hrsg.): *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation, 1980

- [190] PETERS, N. : *Turbulent combustion*. Cambridge University Press, 2000
- [191] PITSCH, H. : Large-eddy simulation of turbulent combustion. In: *Annu. Rev. Fluid Mech.* 38 (2006), S. 453–482
- [192] PLETCHER, R. H. ; TANNEHILL, J. C. ; ANDERSON, D. A.: *Computational fluid mechanics and heat transfer*. 3. ed. CRC, 2013 (Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences)
- [193] POINSOT, T. ; CANDEL, S. ; ESPOSITO, E. ; LANG, W. ; BOURIENNE, F. : Suppression of combustion instabilities by active control. In: *Journal of Propulsion and Power* 5 (1989), Nr. 1, S. 14–20
- [194] POINSOT, T. ; TROUVE, A. ; VEYNANTE, D. ; CANDEL, S. ; ESPOSITO, E. : Vortex-driven acoustically coupled combustion instabilities. In: *Journal of Fluid Mechanics* 177 (1987), Nr. 1, S. 265–292
- [195] POINSOT, T. ; VEYNANTE, D. : *Theoretical and numerical combustion*. RT Edwards, Inc., 2005
- [196] POINSOT, T. ; LELE, S. : Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows. In: *Journal of Computational Physics* 101 (1992), S. 104–129
- [197] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C. ; DÖBBELING, K. : Constructive and destructive interference of acoustic and entropy waves in a premixed combustor with a choked exit. In: *International Journal of Acoustics and Vibration* 6 (2001), Nr. 3, S. 135–146
- [198] POLIFKE, W. ; PASCHEREIT, C. : Determination of thermo-acoustic transfer matrices by experiment and computational fluid dynamics. In: *ERCRAFTAC bulletin* 38 (1998)
- [199] POLIFKE, W. ; PONCET, A. ; PASCHEREIT, C. ; DÖBBELING, K. : Reconstruction of acoustic transfer matrices by instationary computational fluid dynamics. In: *Journal of Sound and Vibration* 245 (2001), Nr. 3, S. 483–510
- [200] POPE, S. B.: The probability approach to the modelling of turbulent reacting flows. In: *Combustion and Flame* 27 (1976), S. 299–312
- [201] POPE, S. B.: Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows. In: *New Journal of Physics* 6 (2004), Nr. 1, S. 35
- [202] POPE, S. B.: *Turbulent Flows*. Cambridge Univ. Press, 2008

-
- [203] PUTNAM, A. A.: *Combustion driven oscillations in industry*. New York : American Elsevier, 1971. – XIII, 208 S.
- [204] PUTNAM, A. A. ; DENNIS, W. R.: A study of burner oscillations of the organ-pipe type. In: *Transaction of the ASME: Journal of applied mechanics* 75 (1953), Nr. 1, S. 15–28
- [205] RAYLEIGH, J. : The explanation of certain acoustical phenomena. In: *Nature* 18 (1878), Nr. 455, S. 319–321
- [206] RAYLEIGH, J. : On the stability, or instability, of certain fluid motions. In: *Proceedings of the London Mathematical Society* 1 (1879), Nr. 1, S. 57–72
- [207] RAYLEIGH, J. : *The theory of sound*. Bd. 2. Macmillan, 1896
- [208] REBOSIO, F. ; WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical simulation of a gas turbine model combustor operated near the lean extinction limit. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air*. Glasgow, UK, 2010, S. 603–612
- [209] REICHLING, G. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical Simulation of the Non-Reactive and Reactive Flow in a Swirled Model Gas Turbine Combustor. In: *Proceedings of the 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 24.-27.06.2013, San Diego, California, USA*, 2013
- [210] REICHLING, G. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Derivation of Accurate Acoustic Boundary Conditions for the Numerical Calculation of Compressible Reactive Flows. In: *Proceedings of 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013
- [211] REICHLING, G. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Development of a Projection-Based Method for the Numerical Calculation of Compressible Reactive Flows. In: *Proceedings of 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2013
- [212] REYNOLDS, W. C.: Fundamentals of turbulence for turbulence modeling and simulation. In: *AGARD Report No. 755*, 1987
- [213] RICHARDS, G. A. ; STRAUB, D. L. ; ROBEY, E. H.: Passive control of combustion dynamics in stationary gas turbines. In: *Journal of Propulsion and Power* 19 (2003), Nr. 5, S. 795–810

- [214] RICHARDS, G. A. ; THORNTON, J. D. ; ROBEY, E. H. ; ARELLANO, L. : Open-loop active control of combustion dynamics on a gas turbine engine. In: *Journal of engineering for gas turbines and power* 129 (2007), Nr. 1, S. 38–48
- [215] RICHARDSON, L. : *Weather prediction by numerical process*. Cambridge University Press, 1922. – 219 S.
- [216] RICHARDSON, L. ; GAUNT, J. : The Deferred Approach to the Limit. Part I. Single Lattice. Part II. Interpenetrating Lattices. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 226 (1927), S. 299–361
- [217] RIJKE, P. L.: Notiz über eine neue Art, die in einer an beiden Enden offenen Röhre enthaltene Luft in Schwingungen zu versetzen. In: *Annalen der Physik* 183 (1859), Nr. 6, S. 339–343
- [218] ROACHE, P. : Verification of codes and calculations. In: *AIAA Journal* 36 (1998), Nr. 5, S. 696–702
- [219] ROIDL, B. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : A zonal RANS–LES method for compressible flows. In: *Computers & Fluids* 67 (2012), S. 1 – 15
- [220] ROIDL, B. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : Boundary layers affected by different pressure gradients investigated computationally by a zonal RANS-LES method. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 45 (2014), S. 1 – 13
- [221] ROUX, S. ; LARTIGUE, G. ; POINSOT, T. ; MEIER, U. ; BÉRAT, C. : Studies of mean and unsteady flow in a swirled combustor using experiments, acoustic analysis, and large eddy simulations. In: *Combustion and Flame* 141 (2005), Nr. 1–2, S. 40 – 54
- [222] RUDY, D. H. ; STRIKWERDA, J. C.: Boundary conditions for subsonic compressible Navier-Stokes calculations. In: *Computers & Fluids* 9 (1981), Nr. 3, S. 327 – 338
- [223] RUDY, D. ; STRIKWERDA, J. : A Nonreflecting Outflow Boundary Condition for Subsonic Navier-Stokes Calculations. In: *Journal of Computational Physics* 36 (1980), S. 55–70
- [224] SAGAUT, P. ; GARNIER, E. ; ADAMS, N. : *Large eddy simulation for compressible flows*. Springer Verlag, 2009
- [225] SAGAUT, P. ; DECK, S. ; TERRACOL, M. : *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence*. Imperial College Press London, 2006

-
- [226] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W. : Assessment of methods for the computation of the linear stability of combustors. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), Nr. 3, S. 453–476
- [227] SATTELMAYER, T. ; POLIFKE, W. : A novel method for the computation of the linear stability of combustors. In: *Combustion Science and Technology* 175 (2003), Nr. 3, S. 477–497
- [228] SCHADOW, K. C. ; GUTMARK, E. ; PARR, T. P. ; PARR, D. M. ; WILSON, K. J. ; CRUMP, J. E.: Large-Scale Coherent Structures as Drivers of Combustion Instability. In: *Combustion Science and Technology* 64 (1989), Nr. 4-6, S. 167–186
- [229] SCHIMEK, S. ; MOECK, J. P. ; PASCHEREIT, C. : An Experimental Investigation of the Nonlinear Response of an Atmospheric Swirl-Stabilized Premixed Flame. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air*. Glasgow, UK, 2010
- [230] SCHMITT, P. ; POINSOT, T. ; SCHUERMANS, B. ; GEIGLE, K. : Large-eddy simulation and experimental study of heat transfer, nitric oxide emissions and combustion instability in a swirled turbulent high-pressure burner. In: *Journal of Fluid Mechanics* 570 (2007), S. 17–46
- [231] SCHOENFELD, T. ; RUDGYARDT, M. : Steady and unsteady flow simulations using the hybrid flow solver AVBP. In: *AIAA journal* 37 (1999), Nr. 11, S. 1378–1385
- [232] SCHUERMANS, B. ; GUETHE, F. ; PENNEL, D. ; GUYOT, D. ; PASCHEREIT, C. O.: Thermoacoustic modeling of a gas turbine using transfer functions measured at full engine pressure. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air*. Orlando, Florida, USA, 2009
- [233] SCHULLER, T. ; DUCRUIX, S. ; DUROX, D. ; CANDEL, S. : Modeling tools for the prediction of premixed flame transfer functions. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 29 (2002), Nr. 1, S. 107 – 113
- [234] SELIMEFENDIGIL, F. ; POLIFKE, W. : A nonlinear frequency domain model for limit cycles in thermoacoustic systems with modal coupling. In: *International Journal of Spray and Combustion Dynamics* 3 (2011), Nr. 4, S. 303–330
- [235] SELLE, L. ; NICOUD, F. ; POINSOT, T. : Actual impedance of nonreflecting boundary conditions: implications for computation of resonators. In: *AIAA journal* 42 (2004), Nr. 5, S. 958–964

- [236] SEUME, J. ; VORTMEYER, N. ; KRAUSE, W. ; HERMANN, J. ; HANTSCHK, C.-C. ; ZANGL, P. ; GLEIS, S. ; VORTMEYER, D. ; ORTHMANN, A. : Application of active combustion instability control to a heavy duty gas turbine. In: *Journal of engineering for gas turbines and power* 120 (1998), Nr. 4, S. 721–726
- [237] SILVA, A. da ; SCAVONE, G. ; LEFEBVRE, A. : Sound reflection at the open end of axisymmetric ducts issuing a subsonic mean flow: A numerical study. In: *Journal of Sound and Vibration* 327 (2009), Nr. 3–5, S. 507 – 528
- [238] SMITH, A. ; CEBECI, T. : Numerical Solution of the Turbulent-boundary-layer Equations / Douglas Aircraft Division. 1967. – Forschungsbericht
- [239] SMITH, D. ; ZUKOSKI, E. : Combustion instability sustained by unsteady vortex combustion. In: *Proceedings of 21st Joint Propulsion Conference*, AIAA, 1985
- [240] SMITH, G. ; GOLDEN, D. ; FRENKLACH, M. ; MORIARTY, N. ; EITENEER, B. ; GOLDENBERG, M. ; BOWMAN, T. ; HANSON, R. ; SONG, S. ; GARDINER JR., W. ; LISIANSKI, V. ; QIN, Z. : *GRI-Mech*. Version: last checked 10.02.2014. http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/, Abruf: 10.02.2014. http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/
- [241] SMITH, M. : *Aircraft noise*. Bd. 3. Cambridge University Press, 2004
- [242] SPALART, P. R.: One-equation turbulence modelling and simulation. In: *La recherche aérospatiale* 1 (1994), S. 5–21
- [243] SPALART, P. R.: Detached-eddy simulation. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 41 (2009), S. 181–202
- [244] SPALDING, D. B.: Development of the eddy-break-up model of turbulent combustion. In: *Symposium (International) on Combustion* Bd. 16 Elsevier, 1977, S. 1657–1663
- [245] SPALDING, D. : Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames. In: *Symposium (International) on Combustion* Bd. 13 Elsevier, 1971, S. 649–657
- [246] STEINBERG, A. ; ARNDT, C. ; MEIER, W. : Parametric study of vortex structures and their dynamics in swirl-stabilized combustion. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 34 (2013), Nr. 2, S. 3117 – 3125
- [247] STRAHLE, W. : On combustion generated noise. In: *Journal of Fluid Mechanics* 49 (1971), Nr. 02, S. 399–414

-
- [248] STRIKWERDA, J. : Initial boundary value problems for incompletely parabolic systems. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 30 (1977), Nr. 6, S. 797–822
- [249] STÖHR, M. : *Private Kommunikation*. 2014. – Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Verbrennungstechnik
- [250] TAM, C. K. W. ; AURIAULT, L. ; CAMBULI, F. : Perfectly Matched Layer as an Absorbing Boundary Condition for the Linearized Euler Equations in Open and Ducted Domains. In: *Journal of Computational Physics* 144 (1998), Nr. 1, S. 213 – 234
- [251] TAM, C. ; AURIAULT, L. : Time-domain impedance boundary conditions for computational aeroacoustics. In: *AIAA journal* 34 (1996), Nr. 5, S. 917–923
- [252] TANAKA, S. ; SHIMURA, M. ; FUKUSHIMA, N. ; TANAHASHI, M. ; MIYAUCHI, T. : DNS of turbulent swirling premixed flame in a micro gas turbine combustor. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 33 (2011), Nr. 2, S. 3293 – 3300
- [253] THOMPSON, K. : Time Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems. In: *Journal of Computational Physics* 68 (1986), S. 1–24
- [254] THOMPSON, K. : Time Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems, II. In: *Journal of Computational Physics* 89 (1990), S. 439–461
- [255] TOFFOLO, A. ; MASI, M. ; LAZZARETTO, A. : Low computational cost CFD analysis of thermoacoustic oscillations. In: *Applied Thermal Engineering* 30 (2010), Nr. 6-7, S. 544–552
- [256] TRAORE, P. ; AHIPO, Y. M. ; LOUSTE, C. : A robust and efficient finite volume scheme for the discretization of diffusive flux on extremely skewed meshes in complex geometries. In: *Journal of Computational Physics* 228 (2009), Nr. 14, S. 5148–5159
- [257] TSIEN, H. : Servo-stabilization of combustion in rocket motors. In: *Journal of the American Rocket Society* 22 (1952), Nr. 5, S. 256–262
- [258] TURNS, S. R. u. a.: *An introduction to combustion*. Bd. 499. McGraw-Hill New York, 1996
- [259] US CONGRESS: *Clean Air Act Amendments of 1990*. 1990
- [260] VICHNEVETSKY, R. : Group velocity and reflection phenomena in numerical approximations of hyperbolic equations. In: *Journal of the Franklin Institute* 315 (1983), Nr. 5-6, S. 307 – 330

- [261] WAGNER, C. ; HÜTTL, T. ; SAGAUT, P. : *Large-eddy simulation for acoustics*. Cambridge Univ. Press, 2007
- [262] WANG, P. ; PLATOVA, N. ; FRÖHLICH, J. ; MAAS, U. : Large Eddy Simulation of the PRECCINSTA burner. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 70 (2014), Nr. 0, S. 486 – 495
- [263] WARNATZ, J. ; MAAS, U. ; DIBBLE, R. : *Combustion: physical and chemical fundamentals, modeling and simulation, experiments, pollutant formation*. Springer, 2006
- [264] WEI, W. ; WANG, J. ; LI, D.-H. ; ZHU, M. ; TANG, H.-J. ; WENG, F.-L. : Dynamic compensation based adaptive control of thermo-acoustic instabilities in Rijke tube: An experimental validation. In: *ISA Transactions* 52 (2013), Nr. 3, S. 450–460
- [265] WEIGAND, P. : *Untersuchung periodischer Instabilitäten von eingeschlossenen turbulenten Drallflammen mit Lasermessverfahren*, Universität Stuttgart, Diss., 2007. – 174 S.
- [266] WHITHAM, G. : *Linear and Nonlinear Waves*. New York : Wiley-Interscience, 1974
- [267] WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Accurate Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Thermoacoustic Phenomena in Gas-Turbine Combustion Chambers. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea and Air*, 2006
- [268] WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Impedance Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Gas Turbine Combustion Systems. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air*. Berlin, Germany, 2008
- [269] WIDENHORN, A. : *Simulation von thermoakustischen Vorgängen in Brennkammern*, Universität Stuttgart, Diss., 2014
- [270] WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical Characterization of a Gas Turbine Model Combustor applying Scale-Adaptive Simulation. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air*, 2009
- [271] WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M. : Numerical Study of a Non-Reacting Turbulent Flow in a Gas-turbine Model Combustor. In: *Proceedings of Proc. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2009
- [272] WILCOX, D. C.: Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. In: *AIAA journal* 26 (1988), Nr. 11, S. 1299–1310

-
- [273] WOLF, P. ; STAFFELBACH, G. ; GICQUEL, L. ; POINSOT, T. : Massively parallel LES of azimuthal thermo-acoustic instabilities in annular gas turbines. In: *Journal of Physics: Conference Series* 180 (2009), Nr. 1
- [274] XAVIER, P. ; RENOU, B. ; CABOT, G. ; BOUKHALFA, M. A. ; CAZALENS, M. : Towards Low-NOx Operation in a Complex Burner: Optimization of an Annular Trapped Vortex Combustor. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, San Antonio, Texas, USA*, 2013
- [275] YOO, C. S. ; RICHARDSON, E. S. ; SANKARAN, R. ; CHEN, J. H.: A DNS study on the stabilization mechanism of a turbulent lifted ethylene jet flame in highly-heated coflow. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 33 (2011), Nr. 1, S. 1619 – 1627
- [276] YU, K. H. ; TROUVÉ, A. ; DAILY, J. W.: Low-frequency pressure oscillations in a model ramjet combustor. In: *Journal of Fluid Mechanics* 232 (1991), 11, S. 47–72
- [277] ZHAO, D. ; CHOW, Z. : Thermoacoustic instability of a laminar premixed flame in Rijke tube with a hydrodynamic region. In: *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013), Nr. 14, S. 3419–3437
- [278] ZHU, M. ; DOWLING, A. ; BRAY, K. : Self-excited oscillations in combustors with spray atomizers. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 123 (2001), S. 779
- [279] ZINN, B. T. ; LORES, M. E.: Application of the Galerkin Method in the Solution of Non-linear Axial Combustion Instability Problems in Liquid Rockets. In: *Combustion Science and Technology* 4 (1971), Nr. 1, S. 269–278

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Jean-Michel Lourier
Geburtsdatum	16. März 1983
Geburtsort	Waldbröl
Staatsangehörigkeit	Deutsch

Schulausbildung

1989-1991	Gemeinschaftsgrundschule Wiedenhof in Waldbröl
1991-1993	Gemeinschaftsgrundschule in Herchen
1993-2002	Siegtal-Gymnasium in Eitorf

Studium

2002-2009	Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen Studium des Maschinenbaus, Diplom
2005-2009	Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen Studium der Wirtschaftswissenschaften als Zusatzstudium, Diplom
2005-2006	Imperial College London Austauschstudient in Aeronautical Engineering
2006-2007	Fachpraktikum bei der Airbus Deutschland GmbH

Berufliche Tätigkeit

2009-2015	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR), Institut für Verbrennungstechnik, Stuttgart
-----------	---