Ικανότητες των εκπαιδευτικών των μαθηματικών στη διάγνωση καταστάσεων διδασκαλίας και στην προσφορά ανατροφοδότησης στους μαθητές: Εξειδίκευση, συνέπεια και υποστασιοποίηση του παιδαγωγικού και του μαθηματικού λόγου

Περίληψη του άρθρου "Biza, I., Nardi, E., & Zachariades, T. (2018). Competences of mathematics teachers in diagnosing teaching situations and offering feedback to students: Specificity, consistency and reification of pedagogical and mathematical discourses. In T. Leuders, J. Leuders, & K. Philipp (Eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers. Unpacking a complex construct in teacher education and teacher practice*, (pp. 55-78). New York: Springer.".

Το κυρίως θέμα του άρθρου:

Στο κέντρο των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι οι πολύτιμες στιγμές στις οποίες η μαθηματική σκέψη των μαθητών μπορεί να οδηγήσει σε πλούσιες συζητήσεις σχετικά με σημαντικές μαθηματικές ιδέες. Οι Leatham, Peterson, Stockero και Van Zoest (2015)[1] ονομάζουν αυτές τις στιγμές παιδαγωγικές ευκαιρίες με σημαντικό μαθηματικό περιεχόμενο που αξιοποιούν τις σκέψεις των μαθητών [*Mathematically Significant Pedagogical Opportunities to build on Student Thinking* (MOSTs)]. Οι MOSTs είναι πολύ κρίσιμες στιγμές που αν αναγνωριστούν από τους εκπαιδευτικούς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δημιουργήσουν εξαιρετικές ευκαιρίες μάθησης. Οι δραστηριότητές μας, καλούν τους εκπαιδευτικούς να ασχοληθούν με καταστάσεις που πληρούν τα βασικά χαρακτηριστικά των MOSTs: δημιουργούν παιδαγωγικές ευκαιρίες που μπορεί να αποτελέσουν κίνητρο για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών και να εγείρουν σημαντικές ερωτήσεις στα μαθηματικά.

Σε αυτό το άρθρο, παρέχουμε γνώσεις σχετικά με τις δεξιότητες διάγνωσης των MOSTs από τους εκπαιδευτικούς και την προσφορά εποικοδομητικής ανατροφοδότησης στους μαθητές τους. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούμε τη δραστηριότητα Εφαπτομένη-Ν, που εξετάζει τις κοινές πεποιθήσεις για την εφαπτομένη: μια γραμμή είναι εφαπτομένη σε μια καμπύλη αν υπάρχει ένα και μόνον κοινό σημείο της γραμμής και της καμπύλης και ότι η εφαπτομένη αφήνει την καμπύλη σε ένα από τα ήμι-επίπεδα που ορίζει. Αυτές οι πεποιθήσεις είναι σωστές σε κάποιες περιπτώσεις, αλλά όχι σε όλες. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της εφαπτομένης σε σημείο καμπής μιας καμπύλης, η εφαπτομένη τέμνει την καμπύλη και την χωρίζει σε δύο τμήματα. Η δραστηριότητα της Εφαπτομένης-Ν εστιάζει σε αυτήν την περίπτωση, ζητώντας τη γνώμη των εκπαιδευτικών για ένα διάλογο που λαμβάνει χώρα μεταξύ ενός καθηγητή και ενός μαθητή που απαντά στην ερώτηση: Είναι η ευθεία $y = 2$ εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x) = 3x^3 + 2$; Η αρχική απάντηση του

[1] Leatham, K.R., Peterson, B.E., Stockero, S.L., & Van Zoest, L.R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *46*(1), 88–124.

μαθητή είναι αλγεβρική αλλά δεν αιτιολογεί ικανοποιητικά το γιατί η ευθεία είναι εφαπτομένη. Απλά βασίζεται στο γεγονός ότι υπάρχει μόνο ένα κοινό σημείο της ευθείας και της καμπύλης, το $A(0, 2)$.

Στη συνέχεια, ο καθηγητής αμφισβητεί την απάντηση ρωτώντας: "Η παραβολή $y = x^2$ και η ευθεία $x = 0$ έχουν μόνο ένα κοινό σημείο, το σημείο (0, 0). Είναι η ευθεία $x = 0$ εφαπτομένη της παραβολής σε αυτό το σημείο;" Ο μαθητής σχεδιάζει την παραβολή και την ευθεία στον πίνακα και απαντά "Όχι, δεν είναι, επειδή η ευθεία τέμνει την παραβολή σε αυτό το σημείο". Όταν ο δάσκαλος ζητά από το μαθητή να επανεξετάσει το αρχικό πρόβλημα, ο μαθητής σχεδιάζει τις γραφικές παραστάσεις $y = 2$ και $f(x) = 3x^3 + 2$ καταλήγει στο συμπέρασμα ότι " Όπως μπορούμε να δούμε από το γράφημα, η ευθεία $y=2$ τέμνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=3x^3 + 2$ στο σημείο (0, 2). Άρα η ευθεία δεν είναι εφαπτομένη αυτής της γραφικής παράστασης." Ο καθηγητής συμφωνεί με αυτό το συμπέρασμα και καλεί το μαθητή να δικαιολογήσει την απάντησή του αλγεβρικά. Καλέσαμε 23 απόφοιτους μαθηματικού τμήματος που φοιτούσαν σε ένα μεταπτυχιακό πρόγραμμα μαθηματικής παιδείας, πολλοί από αυτούς ήδη εργαζόμενοι καθηγητές, να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα, να εξετάσουν την λύση που προτείνεται από τον μαθητή, να εξετάσουν την απάντηση του καθηγητή προς τον μαθητή και να περιγράψουν την προσέγγιση που θα υιοθετούσαν οι ίδιοι σε αυτήν την κατάσταση. Τα βασικά αποτελέσματα της ανάλυσης των απαντήσεών τους παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα.

Σημαντικά αποτελέσματα:

- Παρατηρείται μεγάλη διακύμανση στις ικανότητες διάγνωσης των συμμετεχόντων σε θέματα διδασκαλίας και στην αντιμετώπιση αυτών των θεμάτων στην ανατροφοδότηση που προσφέρουν στους μαθητές τους.
- Αυτή η διακύμανση μπορεί να περιγραφεί σύμφωνα με την τυπολογία τεσσάρων αλληλένδετων χαρακτηριστικών: α) συνέπεια μεταξύ δηλωμένων πεποιθήσεων/γνώσης και προτιθέμενων πρακτικών, β) εξειδίκευση της απάντησης στη συγκεκριμένη κατάσταση της τάξης, γ) υποστασιοποίηση του παιδαγωγικού λόγου, και δ) υποστασιοποίηση του μαθηματικού λόγου.
    - Υπάρχει ποικιλία στη συνοχή μεταξύ των πεποιθήσεων και των προτιθέμενων πρακτικών. Οι απαντήσεις ήταν είτε συνεπείς, με στοιχεία συνέπειας αλλά με ελλιπή πραγματοποίηση των δηλωμένων πεποιθήσεων στην πράξη, ή ακόμα και ασυνεπείς. Περίπου οι μισές απαντήσεις είχαν στοιχεία ασυνέπειας.
    - Υπάρχει ποικιλία στις απαντήσεις σχετικά με την εξειδίκευση της απάντησης στη συγκεκριμένη κατάσταση της τάξης, που κυμαίνεται από το να είναι εξαιρετικά εξειδικευμένη μέχρι να είναι περιφερειακά συνδεδεμένη με το πλαίσιο της διδακτικής κατάστασης που περιγράφεται στην εργασία.
    - Η υποστασιοποίηση του βασικού παιδαγωγικού λόγου που οι συμμετέχοντες έχουν συναντήσει στις μεταπτυχιακές σπουδές τους (δηλαδή όρους όπως κονστρουκτιβισμός) κυμαινόταν από το να είναι

    ουσιώδης σε ορισμένες απαντήσεις μέχρι να είναι πλεονάζουσα ή ανακριβής σε άλλες.

    - Η υποστασιοποίηση του βασικού μαθηματικού λόγου που οι συμμετέχοντες έχουν συναντήσει στις μεταπτυχιακές σπουδές τους κυμαινόταν από το να είναι ουσιώδης σε ορισμένες απαντήσεις και λιγότερο ουσιώδης σε άλλες.

- Η διάγνωση και η αντιμετώπιση ζητημάτων που σχετίζονται με μια συγκεκριμένη κατάσταση διδασκαλίας μπορεί να γίνει με περισσότερο ή λιγότερο οξεία εστίαση. Είναι πρόκληση η επίτευξη μιας οξείας και αποτελεσματικής εστίασης στη δεδομένη κατάσταση.

- Μια κατάλληλα σχεδιασμένη δραστηριότητα που θέτει σύνθετους στόχους, δίνει ευκαιρία για ενασχόληση με ζητήματα των μαθηματικών, των διδακτικών προσεγγίσεων, των παιδαγωγικών θεωριών και των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Όλα αυτά είναι εξαιρετικά σημαντικά ζητήματα για την διαγνωστική ικανότητα των εκπαιδευτικών, όταν αντιμετωπίζουν απρόσμενες καταστάσεις στην τάξη.

- Ο σχεδιασμός δραστηριοτήτων σε πλαίσια συγκεκριμένων καταστάσεων και αυτή η τυπολογία με τα τέσσερα αλληλένδετα χαρακτηριστικά μπορούν να συμβάλουν στην αναγνώριση και την ανάπτυξη των διαγνωστικών ικανοτήτων των εκπαιδευτικών των μαθηματικών. Μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς: να αναγνωρίσουν τα MOSTs, να βελτιστοποιήσουν αυτές τις ευκαιρίες, και να μετατρέψουν τις πεποιθήσεις και τις γνώσεις τους σε πράξη.

Πώς να χρησιμοποιήσετε τις παραπάνω ιδέες:

- Μοιραστείτε την παρούσα δραστηριότητα με τους συναδέρφους σας και συζητήστε την μαζί τους. Ποιές είναι οι διαφορετικές απαντήσεις που δώσατε εσείς και οι συνάδερφοί σας;

- Μπορείτε να σκεφτείτε κάποιο παρόμοιο παράδειγμα;

- Παρακαλούμε μοιραστείτε τις ιδέες σας μαζί μας στο @mathtask, https://www.uea.ac.uk/groups-and-centres/a-z/mathtask.