

Año II, No. 03 Enero-Junio 2014

ISSN: 2395-9029

PROYECTOS INSTITUCIONALES Y DE VINCULACIÓN



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FIME

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN EN EJE DE TRASMISIÓN PARA UN SISTEMA DE TRANSFERENCIA AUTOMÁTICA DE ESTAMPADO

M.C. Daniel Ramírez Villarreal

RESUMEN

Para determinar si el eje de una transmisión en un sistema mecánico podría trabajar continuamente de manera satisfactoria, se requiere ser analizado por deformación y esfuerzos, en el que, se determinan los valores de mayor magnitud, localización y dirección de lo que se denomina esfuerzos y deformaciones principales. Se analiza la deformación que experimenta el eje a través de la teoría de la curva elástica para comportamiento elástico. Para evaluar los resultados de comportamiento mecánico en el eje de transmisión, se consideran propuestas de material y de geometría de las diferentes secciones del eje, y desarrollando un programa de cálculo de deformación a través de Excel se determina la variación de esta a través de toda la longitud, además se obtiene como resultado la localización, dirección y magnitud máxima de la deformación en el eje.

Palabras claves: deformación, esfuerzos principales, comportamiento elástico, curva elástica, transmisión.

ABSTRACT

To determine whether a transmission shaft within a mechanical system works continuously and satisfactorily, a stress-strain analysis is required. With said analysis, the values of the greatest magnitudes of the principal stresses and strains are obtained, as well as their location and direction. This case study analyzes the strain experimented by the transmission shaft through the elastic-curve theory for elastic behavior. Subsequently the mechanical behavior results of the shaft are evaluated to consider material and section-geometry alternatives to improve the current ones. An Excel spreadsheet calculation program is developed to determine the strain's variation along the shaft using a mathematical model to calculate location, direction and maximum magnitude of the strain throughout the entire shaft length.

Keywords: strain, principal stresses, elastic behavior, elastic curve, transmission.

INTRODUCCIÓN

El análisis de deformación juega un papel importante en los componentes de las máquinas, mecanismos y productos que estén expuestos a la acción de una o más fuerzas en su operación de trabajo.

Por lo que, en ingeniería se tiene que considerar los conceptos del análisis de deformación, para que tenga un buen desempeño las componentes de la maquina o del mecanismo en su función y

que el trabajo sea elástico en el material de estas componentes mecánicas y así asegurar un trabajo satisfactorio de ellos.

En este estudio se analizará la deformación en el eje de transmisión de un sistema de transferencia automática para una máquina de estampado de metal de 30 HP, considerando los diferentes componentes que tiene colocados en su longitud de trabajo, aplicando las teorías del análisis de deformación en el diseño mecánico. Como es la teoría de la ecuación diferencial de la curva elástica. (Singer F. 2004). Y las teorías de fallas por Cortante Máximo y por la teoría de la Energía de la Distorsión o Von Mises Hencky. (Mott R. 2010).

DESARROLLO

En muchos casos típicos de diseño de ejes, es necesario que haya discontinuidades geométricas inherentes, para que cumplan con sus funciones asignadas. Como es el caso de ejes que soportan engranes, catarinas o poleas para bandas, estos tienen varios diámetros, que originan una serie de hombros donde asientan los miembros transmisores de potencia y los cojinetes de soporte. (Mott, 2006). Estos cambios se consideran en el análisis de deformación.

La falla puede significar que una parte se ha separado en dos o más piezas; se ha distorsionado permanentemente, arruinando de esta manera su geometría; se ha degradado su confiabilidad; o se ha comprometido su función, por cualquier razón. (Shgiley R. G.-Nisbett J. K. 2008). En nuestro caso de estudio se pretende determinar si el eje de transmisión falla o no por deformación debido a las fuerzas generadas durante su función, que pudieran producir un mal desempeño de trabajo.

El planteamiento de este proyecto es el siguiente; El eje es parte de una transmisión para un sistema de transferencia automática de una planta de estampado de metal. El engrane recto Q entrega 30 HP al engrane recto impulsado B, la polea en 'V' en D entrega la potencia a su polea acoplada, a través de una banda de sección 'V' como se indica en la figura 1 y 2. El eje que sostiene a B y D gira a 550 rpm. El material propuesto es un acero AISI 1040 estirado en frío. Las acotaciones de los claros de la longitud del eje están en pulgadas.

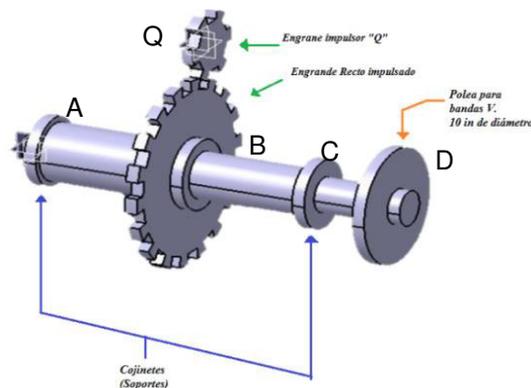


Figura 1 Modelado de eje de transmisión, con componentes de engranes y polea.

A continuación desarrollaremos el análisis de fuerzas en el eje de transmisión encontrando los efectos de las fuerzas que producen el engranaje y la polea montadas en él, en las secciones B y D respectivamente. Todos los cálculos del análisis del eje de transmisión fueron programados y realizados en Excel para su iteración posterior.

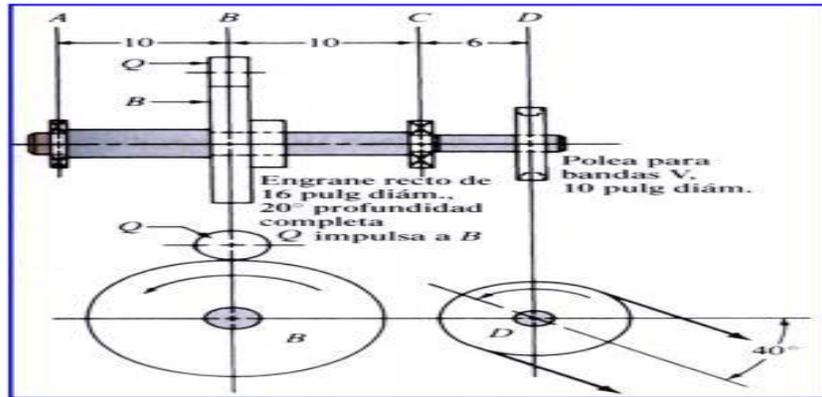


Figura 2 Vista de eje de transmisión

Para ello se aplicará los conceptos de descomposición de la fuerza en una fuerza y un par (Beer & Johnston, 2011), en las Fuerzas correspondientes al engrane Q que se encuentra localizado en la sección B y las de la polea ‘V’ en D, como se muestra en la figura 3. Calculando los pares torsores en el engrane Q y en la polea ‘V’ en D, resulta:

Cálculo de Pares Torsores		
Punto	Pieza	Par Torsor
B	Engrane	3436 (Lb-in)
D	Polea en V	3436 (Lb-in)

Fórmula para Calcular **Pares Torsores**

$$T = \frac{Pot (63000)}{N}$$

Análisis de fuerzas en engrane recto Q y B en sección B del eje.

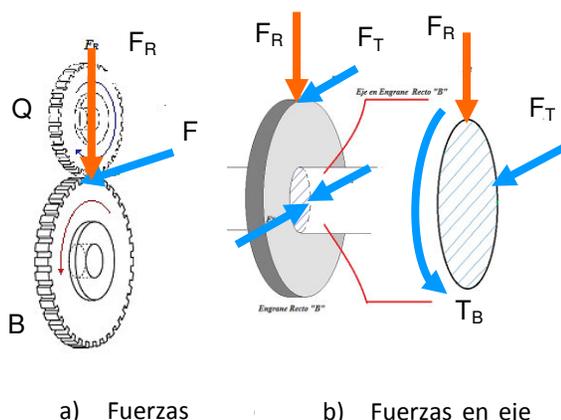


Figura 3 Análisis de fuerzas en engranes rectos. Fuerzas resultantes en el eje de trasmisión.

Calculando las fuerzas; tangencial (F_T) y radial (F_R) en la sección B del eje de trasmisión, ver figura 3a) y 3b), aplicando las formulas resulta:

Análisis de Fuerzas en Engrane Recto [B]	
Tipo de Fuerza	Fuerza (lb)
Fuerza Tangencial (F_T)	430
Fuerza Radial (F_R)	156

Fórmulas utilizadas
$F_T = \frac{T}{D/2} = W_T$
$F_R = W_R = W_T \cdot \tan(\theta)$

de en polea para bandas ‘V’ en sección D del eje.

Análisis fuerzas

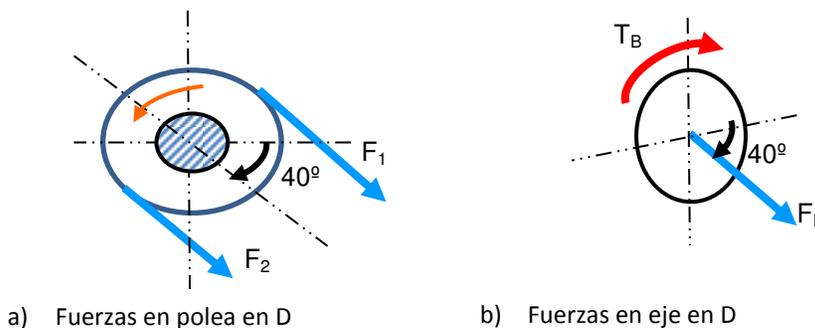


Figura 4. Análisis de fuerzas en polea ‘V’ en sección D

Calculando las fuerzas; en el lado tenso de la banda (F_1) y en el lado flojo (F_2) en la sección D del eje de trasmisión, ver figura 4a) y 4b), y 5, y aplicando las formulas resulta:

Análisis de Fuerzas en Polea 'V' en D		
Tipo de Fuerza	Fuerza (lb)	
Fuerza Neta de Impulsión (F_{nD})	687	
Fuerza Flexionante Resultante (F_{DR})	1031	
Par Torsor Resultante (T_{DR})	3436 lb-in	

Cálculo de las componentes de la fuerza Flexionante resultante de la polea 'V' en D		
Función $\cos\theta$ y $\sin\theta$, (Radianes)	Fuerzas Componente	(Lb)
0.766	F_{Dz}	790
0.643	F_{Dx}	663

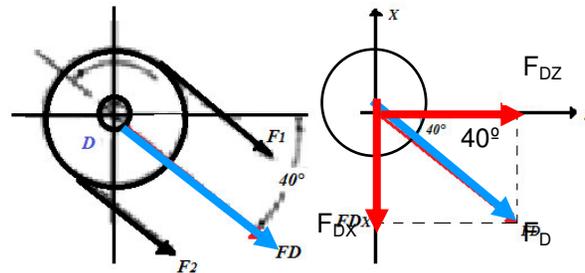


Figura 5. Fuerzas componentes en sección D en eje de trasmisión.

Considerando el resultado de fuerzas en dos planos en el eje de trasmisión como se muestra en la figura 6, resulta.

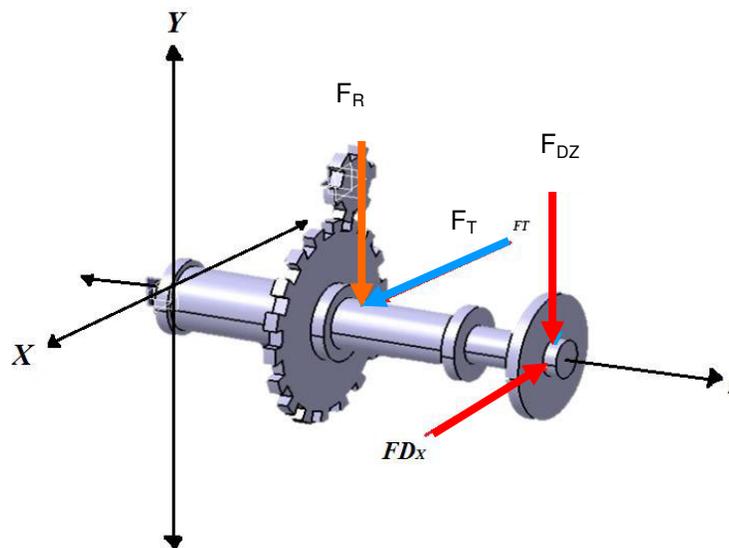


Figura 6. Fuerzas resultantes en el eje de transmisión

Los pares y fuerzas transversales aplicadas a vigas y ejes hacen que se flexionen en el plano de acción de esas fuerzas o pares. (Craic, 2002). Realizando el análisis de deformación en el eje de transmisión, se aplicó la teoría de la curva elástica, en cada plano XZ y YZ respectivamente, para obtener los modelos matemáticos de las ecuaciones diferenciales de la curva elástica, de la pendiente y de la deformación, Beer y Johnston 2010), resultando como sigue.

Para el plano YZ:

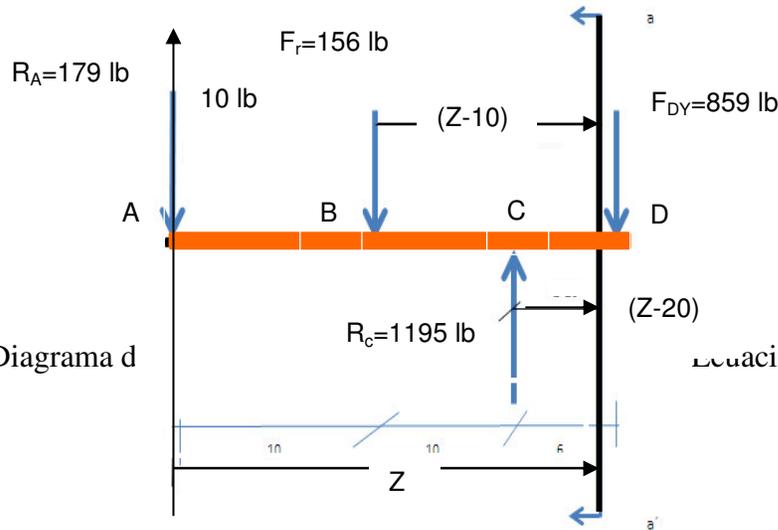


Figura 7. Diagrama d

Ecuación Diferencial de la

Ecuación Diferencial de la Curva elástica;

$$EI \frac{d^2y}{dz^2} = \Sigma Mizq^{aa'} = -179.55z - 156.34(z - 10) + 1194.98(z - 20)$$

Ecuación de la

$$EI \frac{dy}{dz} = -\frac{179.55z^2}{2} - \frac{156.34(z - 10)^2}{2} + \frac{1194.98(z - 20)^2}{2} + C1$$

Ecuación de la deformación;

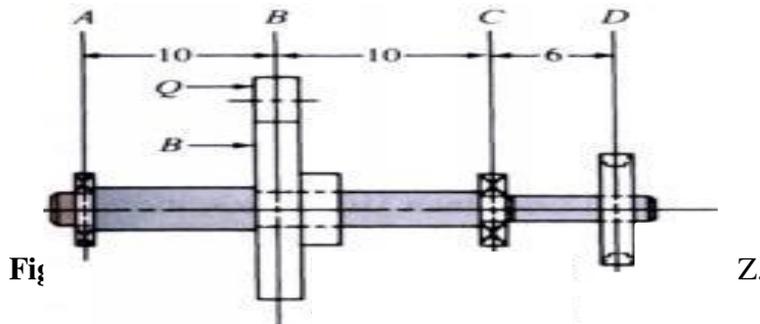
$$EIy = -\frac{179.55z^3}{6} - \frac{156.34(z - 10)^3}{6} + \frac{1194.98(z - 20)^3}{6} + c1(z) + c2$$

Con estas ecuaciones se resuelve la deformación en el extremo derecho, ver figura 8, siendo el resultado:

$$Y = -0.0177 \text{ in (0.4497 mm)}$$

Localizada a una distancia de 26 pulgadas del extremo izquierdo del eje, ver figura 8.

Para localizar la ubicación de la deformación máxima y calcular el valor se utilizó Excel, en la que se programó la ecuación de la deformación y se obtuvieron los resultados en la tabla 1.



En tabla 1 solo se consideró un rango de longitud dentro del claro AB del eje, siendo obteniendo como resultado de la localización y magnitud de la deformación máxima.

Tabla 1. Localización y Deformación en el claro AB del eje. Plano YZ.

Localización	Deformación	Localización	Deformación
Z (pulgadas)	Ely (lb- in ³)	Z (pulgadas)	Y (pulgadas)
0	0	0	0
5	62625.61276	5	0.002657907
10	102806.6764	10	0.004363241
12	107358.5934	12	0.0045564295663
12.00867737	107358.7827900	12.00867737	0.00455643760250
12.00867738	107358.7827901	12.00867738	0.00455643760250
12.00867739	107358.7827902	12.00867739	0.00455643760250
12.0086774	107358.7827903	12.0086774	0.00455643760251
12.00867741	107358.7827904	12.00867741	0.00455643760251
13	106101.4606811	13	0.00450307531963
15	94841.5218503	15	0.00402518979078

Lo mismo se realizó con el plano de **xz** y se obtuvieron los siguientes resultados:

Ecuación Diferencial de la Curva Elástica;

$$EI \frac{d^2 y^{xz}}{d^2 x} = \sum Mizq = 266.33x - 429.54(x - 10) - 8.69(x - 20)$$

Ecuación de la Pendiente;

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{266.33x^2}{2} - \frac{429.54(x - 10)^2}{2} - \frac{8.69(x - 20)^2}{2} + C_1$$

Ecuación de la Deformación;

$$EI_y = \frac{266.33x^3}{6} - \frac{429.54(x - 10)^3}{6} - \frac{8.69(x - 20)^3}{6} + C_{1x} + C_2$$

Con estas ecuaciones se resuelve la deformación en el extremo derecho, ver figura 8, siendo el resultado:

$$X = -0.0009896 \text{ in (0.02515 mm)}$$

Localizada a un distancia de 26 pulgadas del extremo izquierdo del eje, ver figura 8.

Lo mismo se realizó para obtener la deformación en el plano XZ para un rango de longitud del eje.

Tabla 2. Localización y Deformación en el claro A del eje.

Plano XZ.

Localización	Deformación	Localización	Deformación
Z (pulgadas)	EIX (lb-in ³)	Z (pulgadas)	X (pulgadas)
0	0	0	0
5	-65326.70455	5	-7.09772E-05
10	-97363.63636	10	-0.000105785
10.47563955	-97473.9315502425	10.47563955	-0.000258557
10.47563956	-97473.9315463509	10.47563956	-0.000258557
10.47563957	-97473.9315424593	10.47563957	-0.000258557
10.47563958	-97473.9315385677	10.47563958	-0.000258557
10.47563959	-97473.9315346761	10.47563959	-0.000258557
10.4756396	-97473.9315307845	10.4756396	-0.000258557
11	-96918.3409090909	11	-0.000257083
12	-93973.0909090910	12	-0.00024927

Gráficos de comportamiento de la deformación en los planos XZ y YZ de eje de trasmisión, realizados en Excel.

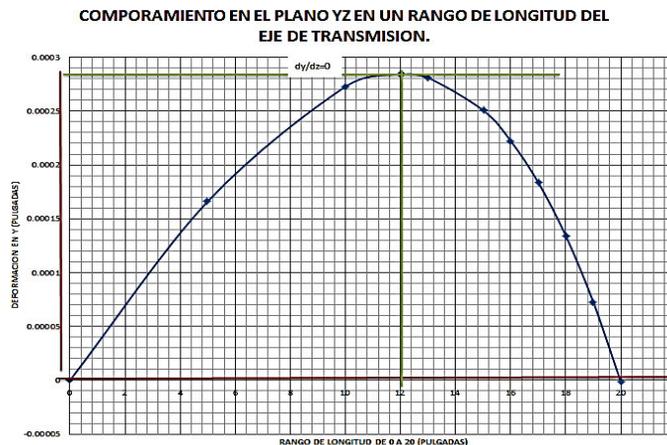


Figura 9. Localización de la deformación en el plano YZ.

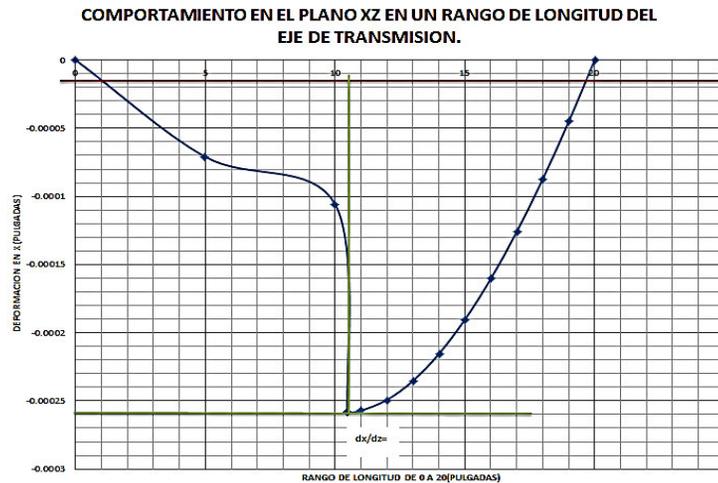


Figura 10. Localización de la deformación en el plano XZ.

Resultados de la localización, dirección y magnitud máxima de la deformación en el eje de trasmisión.

Tabla 3 Resultados de análisis de deformación

LOCALIZACION	DEFORMACION	DEFORMACION	DEFORMACION	DIRECCION
Z(in)	EN XZ (in)	EN YZ (in)	Resultante (in)	GRADOS (δ)
0	0	0	0	0
5	0.000166095	-0.0001733	0.0001661	-46.21
10.47539	0.00027734	-0.0002587	0.0002774	-43.00
12.00867	0.000284439	-0.0002494	0.0002845	-41.24
15	0.000250931	-0.0001908	0.0002509	-37.25
20	-1.41784E-06	-1.32629	1.41785	-43.08
26	-0.000765721	0.00031063	0.0007658	22.07

En la figura 11 se muestra la deformación resultante a la largo de la longitud del eje de trasmisión. Es necesario fijar límites de deformación en ejes sometidos a carga de flexión. (Hibbeler, 2011). En este proyecto el límite de deformación es considerado menor a 0.001 in.

El material de la eje de trasmisión que se propuso es un acero AISI 1040 estirado en frío con un módulo elástico de 30000000 psi, y los diámetros propuestos para este eje fueron; para el claro AB de 3 pulgadas, para BC de 2 pulgadas y para CD de 1.75 pulgadas.

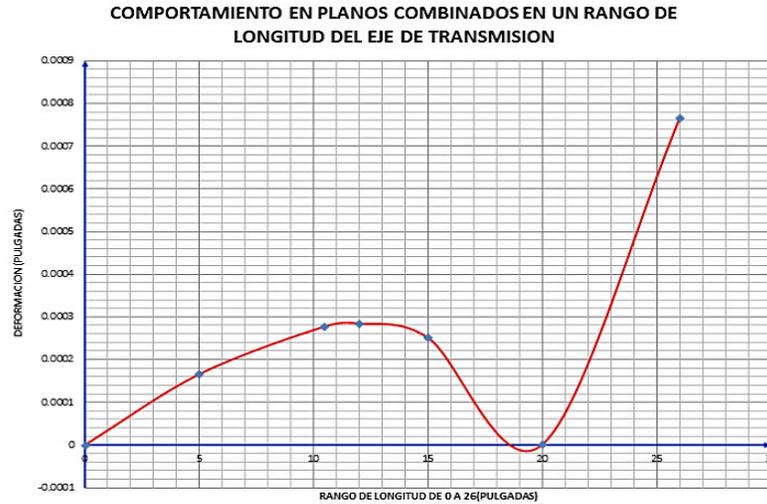


Figura 11. Deformación resultante a la largo de la longitud del eje d trasmisión.

CONCLUSIONES

En este proyecto se tiene que la deformacion maxima experimentada por el eje resulta ser satisfactoria lo que hará que el material propuesto tenga un comportamiento elástico, en cuanto a la dirección que experimenta la deformación a lo largo de la longitud del eje, se concluye que existe un variación, lo que da lugar a una distorsión en toda la longitud del eje de trasmisión como parte del comportamiento mecánico, si las deformaciones son muy pequeñas la distorsión no afectará al eje por ser también pequeña, lo que asegura un comportamiento mecánico satisfactorio del eje de trasmisión en su trabajo. En cuanto al material propuesto se consideró uno de los más comunes para ejes de trasmisión por sus características y propiedades mecánicas.

BIBLIOGRAFÍA

- Ferdinand Singer (2004). Mecanica de materiales. Mc Graw Hill.
- Robert L. Mott (2010). Diseño de elementos de maquinas. Pearson. Educacion
- Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston (2010). Mecanica de Materiales. Mc Graw Hill.
- Budynas R. G.-Nisbett J. K. (2008). Shilgey's Mechanical Engineering Design. Mc Graw Hill.
- R.C. Hibbeler (2011). Mecanica de Materiales. Pearson.
- Roy R. Craic (2002). Mecanica de Materiales. CECSA.