

Aplicación de análisis de componente principal en sistemas eléctricos de potencia

Jorge Luis Arizpe Islas, Ernesto Vázquez Martínez,
Arturo Conde Enríquez, Oscar Leonel Chacón Mondragón,
Emilio Barocio Espejo

Doctorado en Ingeniería Eléctrica, FIME-UANL

evazquez@gama.uanl.mx



RESUMEN

El análisis de componente principal (ACP) es una técnica estadística de análisis multivariable ampliamente utilizada para encontrar patrones de datos de alta dimensión. La ventaja fundamental de ACP es la reducción del número de dimensiones de los datos, sin que exista mucha pérdida de información. En este artículo se hace una descripción de esta transformación matemática, y se presentan dos aplicaciones en el área de los sistemas eléctricos de potencia.

PALABRAS CLAVE

ACP, componente, principal, eléctrica, potencia, análisis.

ABSTRACT

A common method from statistics for analyzing data is principal component analysis (PCA). The purpose of PCA is to identify the dependence structure behind a multivariable stochastic observation in order to obtain a compact description of it. The paper describes the mathematical fundamentals of PCA and two applications in power system area.

KEYWORDS

PCA, principal component, electric, power, analysis.

INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas que enfrentan las empresas de energía eléctrica, es la creciente complejidad de los sistemas eléctricos de potencia. Cada vez los sistemas son operados cerca de sus límites de seguridad con el fin de satisfacer la demanda de energía; esta creciente complejidad ha dado lugar al desarrollo de algoritmos de análisis, protección, control y supervisión capaces de manejar grandes volúmenes de información y tomar decisiones en períodos de tiempo muy cortos a fin de evitar que el sistema eléctrico se colapse, y provoque grandes apagones, como el ocurrido en agosto de 2003, en el Noreste de Estado Unidos.¹

Los centros de control de las empresas eléctricas son responsables de la operación confiable, segura y económica de la red eléctrica, cumpliendo con las restricciones de calidad del servicio a los usuarios. Para ello, los centros de control monitorean la condición de operación de todos los componentes de la red, a través de la información de voltajes en todas las subestaciones, flujos de

potencia activa y reactiva en líneas de transmisión y transformadores, niveles de carga en los generadores y el estado de los sistemas de protección, control y medición de toda la red eléctrica. Para una red eléctrica compuesta de 200 subestaciones, el centro de control recibiría en promedio de 50,000 datos cada 4 segundos, dependiendo del sistema de adquisición de datos del centro de control; en condiciones de disturbio, esta información se puede triplicar fácilmente.² Así mismo, en las subestaciones de la red eléctrica, están instalados dispositivos digitales de protección, medición y supervisión, que reciben información en tiempo real de voltaje y corriente trifásicos; en el caso de la protección de línea de transmisión, y considerando una frecuencia de muestreo de 4 kHz, el equipo procesa un total de 23,040 valores instantáneos de voltaje y corriente cada segundo.³ Ambos ejemplos dan una idea del volumen de información que se manipula en tiempo real, y lo relevante que significa desarrollar algoritmos capaces de procesarla en lapsos de tiempo reducido.

Debido a la dimensión de los sistemas eléctricos de potencia actuales, el volumen de información que se requiere manipular para resolver ciertos problemas es muy elevado, ejemplo de ello son la determinación de modos de oscilación, el análisis de coherencia entre generadores para estudios de estabilidad y la identificación de situaciones cortocircuitos en los elementos de la red eléctrica, entre otros.

El análisis de componente principal (ACP) es una técnica estadística de análisis multivariable ampliamente utilizada para encontrar patrones de datos de alta dimensión.⁴ Esto se logra analizando la estructura de la varianza-covarianza de los datos analizados y a través de combinaciones lineales de los datos originales que permite expresar la información de tal forma que se acentúen las similitudes y diferencias en los datos de bajo estudio. La ventaja fundamental de ACP es que una vez que se han encontrado los patrones en los datos se puede seleccionar la información más importante reduciendo el número de dimensiones de los datos, sin que exista mucha pérdida de información. En este artículo se hace una descripción de esta transformación matemática, y se describen dos aplicaciones en el área de los sistemas eléctricos de potencia.

COVARIANZA

La desviación estándar y la varianza son una medida de la dispersión o variación de los valores de una variable aleatoria alrededor del valor medio.⁵ Si los valores tienden a concentrarse alrededor de la media, la varianza es pequeña y viceversa. La media de un conjunto de datos $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ obtenida a partir de n observaciones se define como:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad (1)$$

Así mismo, la varianza del conjunto de datos está definida como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m)^2 \quad (2)$$

y donde la desviación estándar está definida como σ , es decir, la raíz cuadrada de la varianza. En procesamiento de señales, la componente de corriente directa de una señal corresponde a la media de la señal, mientras que la componente de corriente alterna, que son variaciones con respecto a un valor medio, tiene relación con la desviación estándar. En el caso de la varianza, ésta representa la potencia de la señal durante las variaciones alrededor del valor medio.

Las últimas dos medidas presentadas son unidimensionales, y no son útiles para establecer la relación entre más de una variable;⁵ la covarianza es una herramienta que permite medir la dependencia que existe entre dos o más variables. Dadas n variables x_1, x_2, \dots, x_n , la covarianza entre las variables i y j , denotada σ_{ij} , está definida por:

$$\text{cov}(x_i, x_j) = (x_i - m_i)(x_j - m_j) \quad (3)$$

donde m_i y m_j son la media de las variables x_i y x_j respectivamente. La matriz $V = \text{cov}(x_i, x_j)$ es la matriz de covarianza de las n variables. La matriz es cuadrada y que cada término es el resultado de calcular la covarianza entre un par de variables. Por ejemplo, para tres variables x, y y z , la matriz quedaría de la siguiente forma:

$$V = \begin{bmatrix} \text{cov}(x,x) & \text{cov}(x,y) & \text{cov}(x,z) \\ \text{cov}(y,x) & \text{cov}(y,y) & \text{cov}(y,z) \\ \text{cov}(z,x) & \text{cov}(z,y) & \text{cov}(z,z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde el elemento (2,3) es el valor de la covarianza calculado entre y y z . Nótese que la diagonal principal consiste de las varianzas de

cada una de las dimensiones. Además debido a que $cov(a,b) = cov(b,a)$, la matriz es simétrica con respecto a la diagonal principal.

La información que proporciona la covarianza indica como están relacionadas las variables, por ejemplo, si el valor de la covarianza es positivo las dos variables aumentan su valor, un valor negativo indica que mientras una variable crece, la otra tiene un decremento, y en el caso de covarianza cero, indica que ambas variables son independientes. Una de las aplicaciones de la covarianza es la identificación de relaciones existentes entre datos de alta dimensión donde una visualización gráfica no está disponible.

ANÁLISIS DE COMPONENTE PRINCIPAL (ACP)

Con la finalidad de conocer la relación existente entre un grupo de variables puede ser de utilidad transformar las variables originales en un nuevo grupo de variables, no correlacionadas, llamadas componentes principales (CP). Esas nuevas variables son combinaciones lineales de las variables originales y están ordenadas en forma decreciente de importancia, de tal manera que la primera componente principal cuenta con la mayor dispersión en los datos originales. El ACP fue propuesto Karl Pearson y posteriormente fue desarrollado más detalladamente por Harold Hotelling en 1930.⁶

El ACP es equivalente a maximizar el contenido de información presente en una señal aleatoria cuando ésta tiene una distribución de probabilidad tipo Gaussiana. El propósito es establecer un conjunto de vectores ortogonales n en el espacio de datos que concentre la mayor varianza de los datos, y entonces proyectar los datos desde su espacio dimensional original m en un subespacio de dimensión n utilizando como base estos vectores ortogonales, donde por lo general, $n \ll m$. La figura 1 ilustra el ACP;⁷ en la figura, 01 es la dirección de la primera componente principal de la distribución de datos y 02 es la dirección de la segunda componente. Se puede apreciar que la proyección de los datos sobre 01 proporciona más información de la estructura espacial de los datos que la proyección sobre 02; los agrupamientos (clusters) de datos son por tanto más fáciles de identificar si se proyectan en la dirección de mayor varianza que en una de menor varianza.

Por tanto, la aplicación del ACP permite una reducción de dimensionalidad (de 2 a 1 en la figura 1) reteniendo la información más significativa de los datos originales en las componentes principales. En el ACP, la k -ésima dirección de componente principal corresponde a la dirección del eigenvector asociado al k -ésimo eigenvalor de la matriz de covarianza de los datos originales.⁷

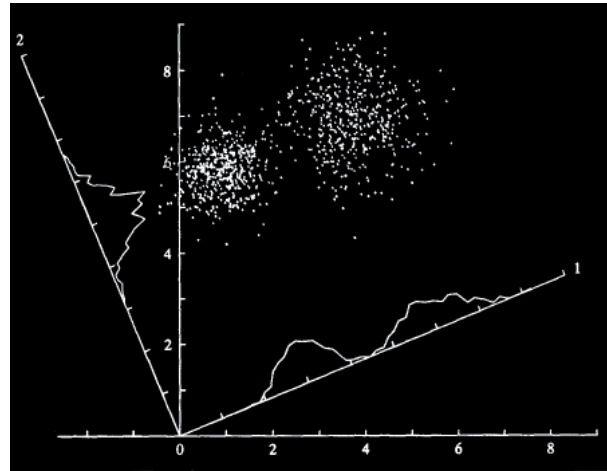


Fig. 1. Interpretación gráfica del ACP.

CÁLCULO DE COMPONENTES PRINCIPALES

Supóngase $X = [X_1 \dots X_p]$ es una variable aleatoria p dimensional con media μ y matriz de covarianza Σ . El problema consiste en encontrar un nuevo grupo de variables, Y_1, Y_2, \dots, Y_p las cuales no están correlacionadas y cuya varianza se disminuye de la primera a la última. Cada Y_j será una combinación lineal de las X 's así que:

$$Y_j = a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{pj}X_p$$

$$Y_j = a_j^T X \tag{5}$$

donde: $a_j^T = [a_{j1}, \dots, a_{jp}]$ es un vector de constantes. La ecuación anterior contiene un factor de escala arbitrario. Para asegurar sea ortogonal la condición $a_j^T a_j = \sum_k a_{kj}^2 = 1$ es impuesta, de esta manera se asegura que las distancias en el espacio p sean conservadas. La primera componente principal Y_1 , se obtiene escogiendo a_1 de tal forma que tenga la varianza más grande posible. Es decir, se escoge a_1 de tal forma que maximice la varianza de $a_1^T X$ sujeta a la restricción $a_1^T a_1 = 1$. Esta propuesta fue sugerida originalmente por Harold Hotelling dando resultados equivalentes a los trabajos de Karl Pearson,⁶ el cual encontró la línea en el espacio p cuya suma de las distancias al cuadrado de los puntos a la línea es minimizada.

La segunda componente principal es encontrada escogiendo a_2 para el cual Y_2 tenga la mayor varianza posible para todas las combinaciones de Y_j las cuales deben ser no correlacionadas con Y_1 . De manera similar se obtienen Y_3, \dots, Y_p tales que no estén correlacionadas y tengan varianza decreciente.

Para encontrar la primera componente principal se escoge a_1 la cual maximiza la varianza de Y_1 sujeta a la restricción de normalización $a_1^T a_1 = 1$. La varianza de está dada por:

$$Var(Y_1) = Var(a_1^T X) = a_1^T \Sigma a_1 \quad (6)$$

así que $a_1^T \Sigma a_1$ será la función objetivo. Aplicando el método de multiplicadores de Lagrange, se puede escribir:

$$L(a_1) = a_1^T \Sigma a_1 - \lambda (a_1^T a_1 - 1) \quad (7)$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange. A partir de (7) se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial a_1} = 2 \Sigma a_1 - 2 \lambda a_1 \quad (8)$$

Igualando a cero se tiene:

$$(\Sigma - \lambda I) a_1 = 0 \quad (9)$$

Si la expresión (9) tiene una solución para a_1 diferente al vector nulo, entonces $(\Sigma - \lambda I)$ debe ser una matriz singular. Por tanto, λ se escoge para tener:

$$|\Sigma - \lambda I| = 0 \quad (10)$$

Así que una solución para $(\Sigma - \lambda I)$ diferente de cero existe si y solo si λ es un eigenvalor de Σ . Sin embargo, Σ tiene p eigenvalores no negativos ya que Σ es una matriz definida positiva, los cuales se pueden denotar por $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p \geq 0$. A continuación, se escoge un eigenvalor para determinar el primer componente principal:

$$\begin{aligned} Var(a_1^T X) &= a_1^T \Sigma a_1 \\ &= a_1^T \lambda_1 a_1 \\ &= \lambda_1 \end{aligned} \quad (11)$$

Debido a que se desea maximizar la varianza asociada se selecciona el λ que sea el eigenvalor más grande al cual se denominará λ_1 . Entonces a partir de (11), la primera componente principal a_1 será el eigenvector de Σ correspondiente a λ_1 eigenvalor más grande. La segunda componente principal es obtenida por la extensión al razonamiento anterior teniendo en cuenta la restricción $a_2^T a_2 = 1$ y la condición de que Y_2 no debe estar relacionada con Y_1 .

Esto da como resultado que la segunda componente principal será el eigenvector asociado al segundo valor más grande, λ_2 . El procedimiento continúa hasta determinar todas las componentes principales, cuyas direcciones corresponden a los eigenvectores de la matriz de covarianza, ordenados en base a sus correspondientes eigenvalores.

En el ACP, una importante propiedad es que los eigenvalores pueden ser interpretados como las varianzas de sus respectivas componentes, es decir, que la suma de las varianzas de las variables originales y sus componentes principales es la misma. Cabe señalar que las primeras m componentes principales cuentan como una proporción de la varianza total, expresada como:

$$\frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (12)$$

Por tanto, considerando un problema con n observaciones (variables aleatorias o casos), cada una compuesta de p valores (dimensión), la matriz de datos Y se puede representar como:

$$Y = \begin{bmatrix} y(1,1) & y(1,2) & \dots & y(1,p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(k,1) & y(k,2) & \dots & y(k,p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(n,1) & y(n,2) & \dots & y(n,p) \end{bmatrix} \quad (13)$$

A continuación se realiza una traslación del origen de coordenadas, para lo cual a cada columna de (13) se le resta su correspondiente valor medio. Posteriormente, se determina la matriz de covarianza, de dimensión $(p \times p)$, y de ésta se calculan los eigenvectores V y los eigenvalores D :

$$V = [eig_1 \ eig_2 \ \dots \ eig_p] \quad (14)$$

$$D = diag[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_p] \quad (15)$$

Suponiendo que los dos primeros eigenvalores retienen un alto porcentaje de información significativa con respecto a los datos originales, la matriz de transformación se expresa como:

$$A^{(2 \times p)} = [eig_1 \ eig_2]^T \quad (16)$$

Por lo tanto, la representación de una variable aleatoria y_n de dimensión original p , en un subespacio de 2 dimensiones (para este caso), se aplica la siguiente expresión:

$$x^{(2 \times 1)} = A^{(2 \times p)} [y_n - \bar{y}]^{(p \times 1)} \quad (17)$$

donde \bar{y} es el valor medio de y_n y x es la representación en el espacio de las componentes principales.

EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL ACP

Se consideró el problema de determinar la presencia de la componente aperiódica de corriente directa en una corriente de cortocircuito, a partir de la información de su forma de onda. En la figura 2 se muestra el contorno de 9 corrientes de cortocircuito, de las cuales 4 están libres de la componente aperiódica (o-) y 5 tienen distintos niveles de componente aperiódica (-). Cada señal (observación) se compone de 64 valores. Por tanto, la matriz de datos original es de una dimensión (9x64).

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección anterior, se calcula la matriz de transformación A , de 2x64, y aplicando (17) se representa cada una de las 9 señales de corriente en un espacio de 2 dimensiones, según se muestra en la figura 3. En este caso los puntos marcados con (*) representan las señales sin componente aperiódica y los puntos marcados con (+) son las señales con componente aperiódica; se aprecia, como en realidad la aplicación de la función signo a la primera componente principal (eje horizontal) es suficiente para identificar el tipo de señal, es decir:

$$x = \begin{bmatrix} x_{CP1} \\ x_{CP2} \end{bmatrix}; \quad \text{sign}(x_{CP1}) = \begin{cases} 1 & \text{sin CAE} \\ 0 & \text{con CAE} \end{cases} \quad (18)$$

A fin de mostrar que el ACP se puede utilizar como una herramienta para el reconocimiento de patrones, se selecciona una señal de corriente de cortocircuito adicional, distinta a las mostradas en la figura 2, y que se indica en la figura 4. Es importante resaltar que esta señal no fue considerada para la determinación de la matriz de transformación de componentes principales. Aplicando (17) a esta nueva señal, se obtiene el resultado que se muestra en la figura 5, donde el punto marcado como (o) es la nueva señal de corriente, y que es correctamente identificada al situarse en el semiplano izquierdo. Haciendo una comparación con los métodos de reconocimiento de patrones a través de redes de neuronas artificiales,⁸ las señales de la figura 2 son los patrones de entrenamiento y la señal adicional mostrada en la figura 4 es el patrón de prueba.

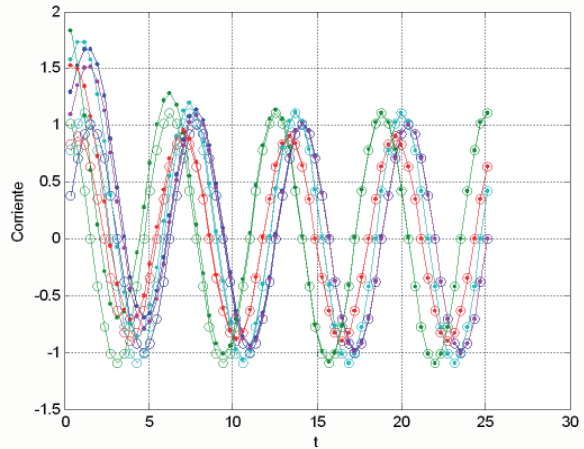


Fig. 2. Señales de corriente de cortocircuito, a) sin componente aperiódica (o-) y b) con componente aperiódica (-).

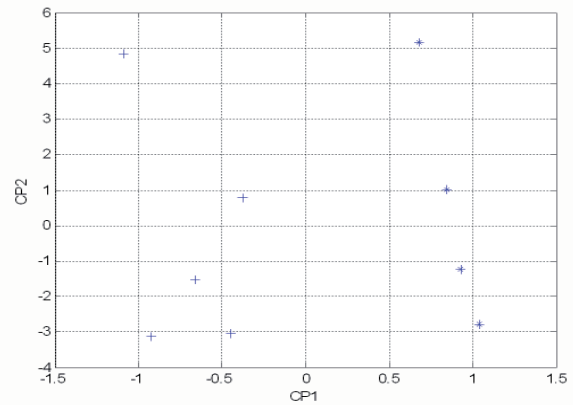


Fig. 3. Representación de las señales de la fig. 1 en el subespacio 2D de las componentes principales.

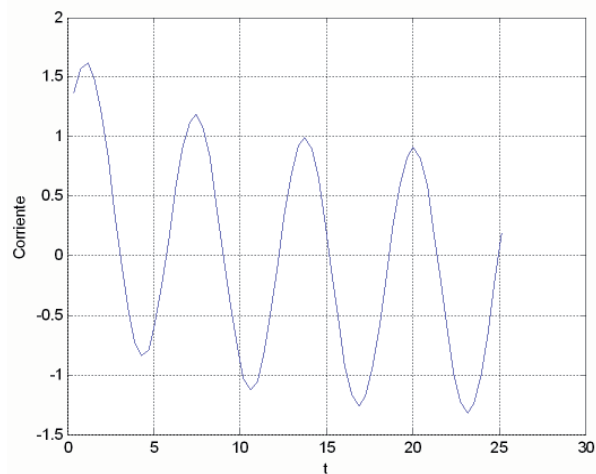


Fig. 4. Señal de corriente adicional, contaminada con componente aperiódica exponencial.

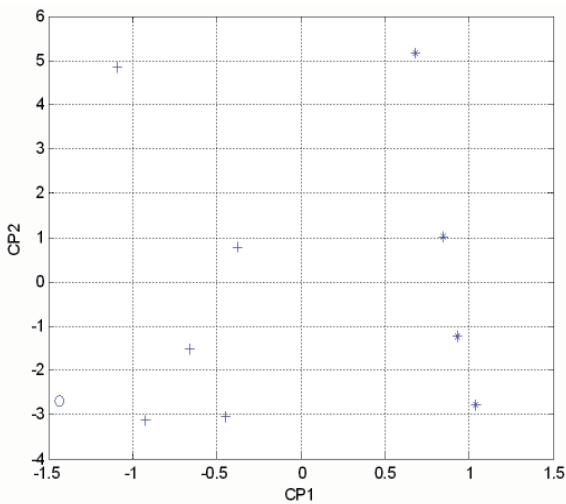


Fig. 5. Representación de todas las señales de corriente de cortocircuito.

APLICACIONES DEL ACP EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

El ejemplo de identificación de una señal de corriente de cortocircuito en base a la presencia de la componente aperiódica exponencial muestra la factibilidad de utilizar el ACP en otras áreas de la protección, control y supervisión de los sistemas eléctricos de potencia. A continuación se describen brevemente 2 aplicaciones del ACP.

Análisis de coherencia entre generadores

El crecimiento de los sistemas eléctricos de potencia ha provocado que los estudios de estabilidad sean más complejos. Estos estudios tienen por objetivo predecir la respuesta transitoria de la red eléctrica ante un disturbio, como puede ser un cortocircuito o la desconexión de un generador de gran capacidad, tomando en cuenta el efecto de los dispositivos de control instalados en las plantas de generación.

Sin embargo, debido a restricciones computacionales, no es posible simular toda una red eléctrica, y se busca la aplicación de equivalentes dinámicos utilizando el concepto de coherencia entre generadores.⁹ Este concepto se refiere a que un grupo de generadores tiene el mismo comportamiento dinámico y por ende se pueden agrupar, reduciendo el número de nodos de la red eléctrica. El problema en este caso es la correcta identificación de coherencia

entre generadores, ya que esto depende del modelo matemático utilizado para modelar los generadores, así como la incertidumbre de los parámetros que se deben utilizar.

Una solución al problema es utilizar los datos obtenidos a partir de mediciones eléctricas, evitando así la modelación matemática detallada de los generadores. El método propuesto está basado en la aplicación del ACP, que tiene por objetivo agrupar las mediciones que tengan el mayor nivel de similitud, y por tanto los generadores asociados con estas mediciones son los que tendrán la mayor coherencia entre sí, y se pueden representar por equivalentes dinámicos.

En¹⁰ se presenta una prueba de este algoritmo, utilizando una red eléctrica simplificada del área de la ciudad de New York con 16 generadores y 68 subestaciones. En este sistema se simuló un disturbio consistente en un incremento del 10% de la potencia mecánica de entrada de un generador, obteniéndose 2001 muestras de la velocidad angular de los generadores y el ángulo del voltaje en las subestaciones del sistema, utilizando un tiempo de muestreo de 0.01 s.

El ACP se aplicó a este conjunto de datos por separado, para la velocidad de los generadores y el ángulo de los voltajes de las subestaciones, para determinar los niveles de coherencia entre los generadores de la red eléctrica. En la figura 6 se muestra el resultado del ACP aplicado a los datos de la velocidad, en el subespacio de las tres primeras componentes principales. Se aprecia como el algoritmo identifica tres grupos de generadores, G1-G9, G10-G13 y G14-G16.

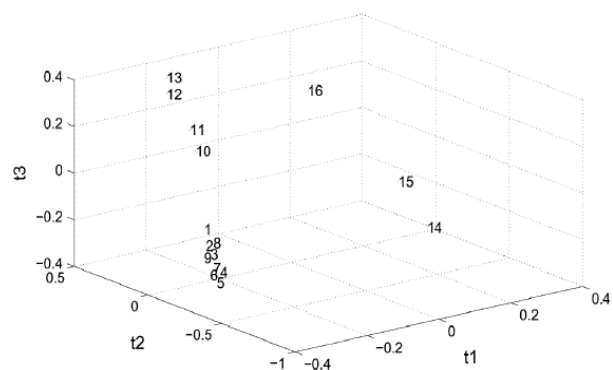


Fig. 6. Identificación de grupos coherentes a partir de la información de velocidad angular de los generadores.

Estos resultados se compararon con otros métodos, computacionalmente más complejos, y se determinó que son idénticos. De esta forma, los estudios de estabilidad en esta red eléctrica se pueden realizar con tres generadores equivalentes en lugar de los 16 originales.

Sistemas de protección de alta velocidad

Con el propósito de reducir los tiempos de detección de fallas, así como mejorar la sensibilidad de los esquemas de protección ante fallas de alta impedancia, se ha propuesto el uso de las señales transitorias de alta frecuencia generadas en el punto de aparición de la falla, ya que esas señales contienen toda la información de las características de la falla.¹¹ Los algoritmos propuestos han demostrado que es posible detectar y localizar fallas usando esquemas basados en ondas viajeras (OV).

En el caso de los sistemas de transmisión de alto voltaje, las ondas viajeras que se propagan por una línea de transmisión experimentan una modificación en su contorno al atravesar una discontinuidad provocada por un cambio de impedancia. En la figura 7 se muestra un sistema con dos líneas de transmisión, con impedancias características Z_a y Z_b ; la ocurrencia de una falla origina una onda incidente e_i que se propaga por la línea BC; esta onda alcanza la subestación B (discontinuidad) y continúa como una onda refractada e_T a través de la línea AB hacia la ubicación de la protección. La magnitud de la onda refractada es $e_T = kTe_i$, donde kT es el coeficiente de refracción que depende de las impedancias características de ambas líneas.

Por tanto, un frente de onda originado por una falla externa (línea BC) experimenta una modificación en su contorno al pasar por la discontinuidad que representa el cambio de la impedancia característica entre las líneas de transmisión (Z_b a Z_a en la figura 7).

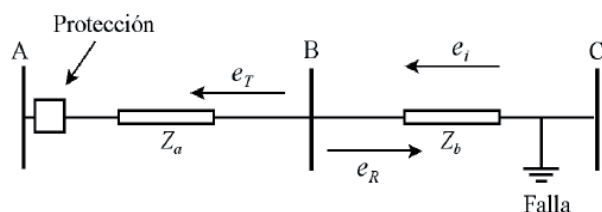


Fig. 7. Comportamiento de una onda viajera al alcanzar una discontinuidad en una red eléctrica.

A diferencia de esto, un frente de onda originado por una falla interna (línea AB) solo es afectado por la atenuación propia de la línea. Esta es la base conceptual del algoritmo descrito en,¹² ya que la aplicación del ACP permite distinguir entre ambas condiciones.

En la figura 8 se muestra un sistema de prueba donde se simula un grupo de fallas de la fase A a tierra con una resistencia de 50 ohms en las líneas 1 y 2; en la figura se indica la capacidad de cortocircuito de cada fuente equivalente. En la simulación, cada falla se representa como una señal de 25 muestras separadas 1 us, lo que representa que cada falla representa un punto en un espacio de 25 dimensiones. En la figura 9 se muestra la representación de cada una de las fallas simuladas en sus proyecciones en el subespacio de las dos primeras componentes principales. En este caso los puntos ubicados en el semiplano izquierdo corresponden a fallas internas y los ubicados en el semiplano derecho a las fallas externas. Por tanto, es factible de emitir una decisión de disparo para las protecciones en un tiempo de 25 us.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta la aplicación de la técnica estadística del Análisis de Componente Principal en distintas áreas de los sistemas eléctricos de potencia. Se describe matemáticamente como se determinan las componentes principales de un grupo de variables aleatorias, y se utiliza un problema de identificación de señales de corriente en base a la presencia de la componente aperiódica exponencial como ejemplo. Al final se describen tres aplicaciones del ACP en la protección, control y supervisión de sistemas eléctricos de potencia, poniendo de manifiesto la factibilidad de aplicar esta técnica en el desarrollo de nuevos algoritmos.

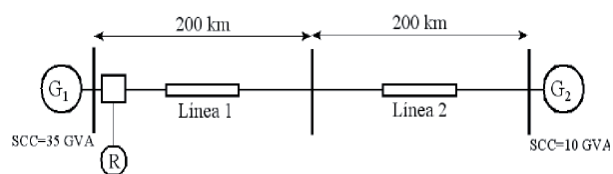


Fig. 8. Simulación de fallas monofásicas A-G en un sistema eléctrico de potencia.

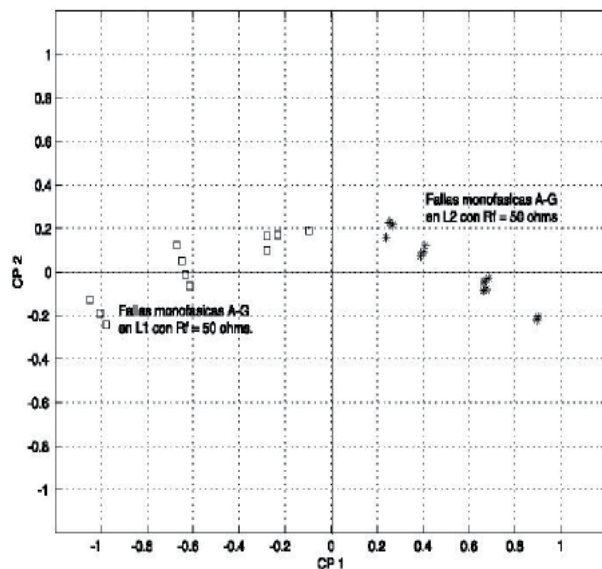


Fig. 9. Proyección de los contornos de OV de las fallas en el subespacio de las 2 primeras componentes principales.

REFERENCIAS

1. 2003 Blackout (Northeastern US/Ontario), reference and nalysis, available in <http://www.ksg.harvard.edu/hepg/Blackout.htm>.
2. Centro Nacional de Control de Energía, área de control noreste, CFE, México.
3. A. G. Phadke, and J. S. Thorp, computer relaying for Power Systems, Baldock: Research Studies Press LTD., 1988.
4. C. Chatfield, A. J. Collins, introduction to multivariate analysis, London: Chapman and Hall, 1980.
5. C. Ash, The probability tutoring book, New York: IEEE Press, 1993.
6. Chin-Teng Lin, and C.S. George Lee, Neural fuzzy systems, Upper saddle river: Prentice Hall, 1996.
7. J. E. Jackson, A User's guide to principal components, Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
8. C. G. Looney, Pattern recognition using neural networks, New York: Oxford University Press, 1997.
9. P. Kundur, Power system stability and control, New York: McGraw-Hill, Inc., 1994.
10. K. K. Anaparthi, B. Chaudhuri, N. F. Thornhill, B. C. Pal, "Coherency identification in power systems through principal component analysis," IEEE Transactions on power systems, vol. 20, pp. 1658-1660, August 2003.
11. IEEE Power Engineering Society, Microprocessor relays and protection systems, 88EH0269-1-PWR, Piscataway: IEEE Service Center, 1987.
12. E. Vázquez, "A travelling wave distance protection using principal component analysis," International journal of electrical Power & Energy Systems, vol. 25, pp. 471-479, July 2003.

**Ingenierías
en línea**

**A TEXTO COMPLETO
DESDE EL NÚMERO 1**

<http://ingenierias.uanl.mx>