

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**



**FATIGA DE METALES CON CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE**  
**POR EL METODO STRAIN-LIFE**

**TESIS**  
**DESARROLLADA PARA PRESENTAR EXAMEN**  
**DE GRADO DE MAESTRIA**

**POR:**  
**JAIME DE JESUS GARCIA VILLARREAL**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.**

**MARZO DE 1990.**

TM

25853

. M2

FIME

1990

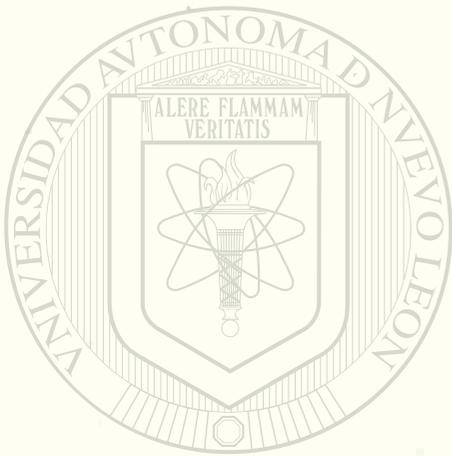
G3

. DE M

I. 34



1020074538



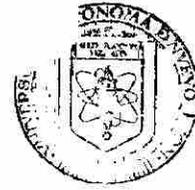
# UANL

---

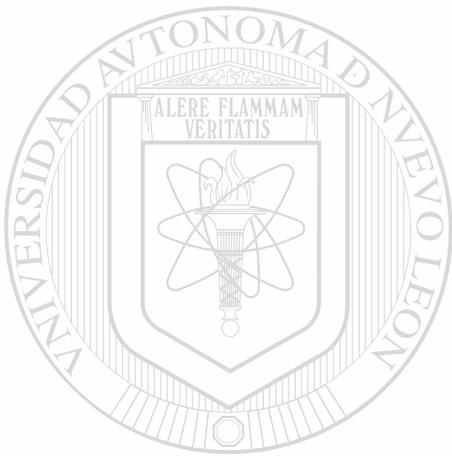
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



DIRECCION GENERAL DE  
ESTUDIOS DE POSTGRADO



# UANL

---

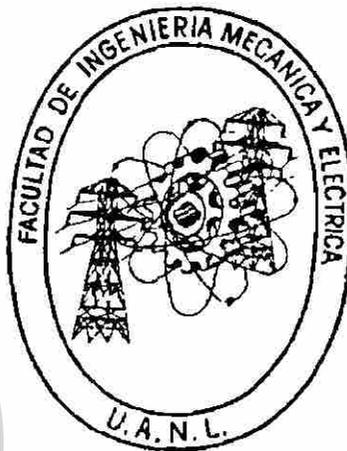
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



UANL

FATIGA DE METALES CON CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE

POR EL METODO STRAIN-LIFE

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

TESIS DESARROLLADA PARA PRESENTAR EXAMEN

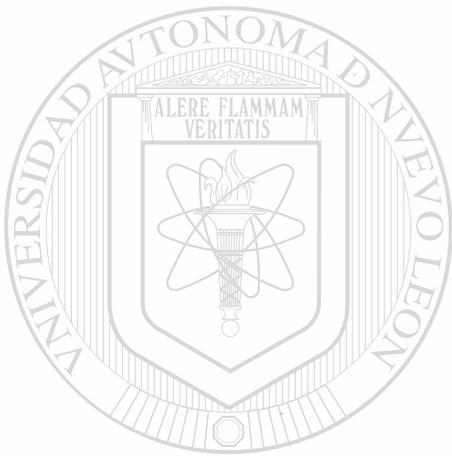
DE GRADO DE MAESTRIA

POR: JAIME DE JESUS GARCIA VILLARREAL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N.L.

MARZO 1990

TM  
ZEEC-  
ML  
F 3  
1110  
73



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO TESIS

63074



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

ASESOR: ING. M. en C. RODOLFO AYALA ESTRADA  
REVISOR: ING. M. en C. MARCO A. MENDEZ CAVAZOS  
REVISOR: ING. M. en C. NOE HINOJOSA TREVIÑO

## C O N T E N I D O

Página

1.-	Introducción.....	4
2.-	Método Strain-Life.....	6
2.1.-	Introducción.....	6
2.2.-	Comportamiento del material.....	8
2.2.1.-	Comportamiento Esfuerzo-Deformación estático.....	8
2.2.1.1.-	Definiciones básicas.....	8
2.2.1.2.-	Esfuerzo-Deformación real y en Ingeniería.....	10
2.2.1.3.-	Relaciones entre Esfuerzo y Deformación.....	11
2.2.2.-	Comportamiento cíclico Esfuerzo-Deformación.....	14
2.2.3.-	Comportamiento Transitorio, Endureciendo y Suavizando con deformación cíclica.....	16
2.2.4.-	Determinación de la curva cíclica Esfuerzo-Deformación.....	20
2.3.-	Relación Esfuerzo-Deformación plástica (Ley de Energía).....	23
2.4.-	Curva Strain-Life.....	29
2.5.-	Determinación de las propiedades a la fatiga.....	34
2.6.-	Efectos del Esfuerzo medio.....	36
3.-	Cargas de Amplitud Variable.....	43
3.1.-	Introducción.....	43
3.2.-	Definición de daño a la fatiga.....	43
3.3.-	Métodos de sumarización de daños para la fase de iniciación.....	44
3.3.1.-	Regla del daño lineal.....	44
3.3.2.-	Teorías del daño no lineal.....	46
3.3.3.-	Conclusiones.....	48
3.4.-	Conteo de ciclos.....	50
3.4.1.-	Primeros procedimientos de conteo de ciclos.....	50
3.4.1.1.-	Conteo de cruce de nivel.....	50
3.4.1.2.-	Conteo de picos.....	52
3.4.1.3.-	Conteo de rango simple.....	53
3.4.2.-	Secuencia de Efectos.....	54
3.4.3.-	Conteo Rainflow.....	56
3.4.3.1.-	Conteo Rainflow (original).....	56
3.4.3.1.-	Conteo Rainflow (estándar ASTM).....	60
4.-	Apéndice.....	64
4.1.-	Condiciones del problema.....	64
4.2.-	Datos del material y del espécimen.....	64
4.3.-	Determinación de las propiedades cíclicas del material.....	65
4.4.-	Ejemplo de cálculo.....	67
5.-	Referencias.....	69

## 1.- INTRODUCCION

Este texto muestra uno de los tres métodos primarios para el análisis de fatiga en metales. Los métodos son el Stress-Life, el Strain-Life y mecanismos de fractura, de los cuales estudiaremos el Strain-Life. Para el entendimiento del método se cuenta con técnicas y ecuaciones que han sido desarrolladas por diferentes investigadores. Sin embargo es solo una base para la correcta selección de la técnica mas adecuada para la solución de un problema determinado.

Desde que inició la era industrial cuando los problemas de fatiga empezaron a aparecer, dos consideraciones han existido en el desarrollo de los métodos de análisis de fatiga. Uno ha sido la necesidad de apoyar a los diseñadores con métodos que sean prácticos, de fácil implementación y de costo efectivo. La segunda consideración ha sido la necesidad de reconciliar los métodos analíticos con las observaciones físicas. Una de las observaciones físicas mas importantes es que la fatiga es frecuentemente hecha sobre dos fases distintas, la iniciación y la propagación de la falla. La iniciación comprende el desarrollo para el crecimiento de una pequeña grieta. La propagación es la porción de vida total en el crecimiento de una grieta hasta la fractura.

Frecuentemente es muy difícil, si no imposible, definir la transición entre la iniciación y la propagación. Sin embargo, es importante considerar los conceptos generales de la fase de iniciación cuando estos sean revisados. En este texto, la iniciación es asumida como la porción de vida en el que se desarrolla un tamaño de grieta considerable para ingeniería (frecuentemente un tamaño de grieta considerable para ingeniería en componentes pequeños es asumido en el orden de 0.1 pulgadas).

El método Strain-Life fué desarrollado en los 60's. Este se usa cuando las deformaciones tienen un componente plástico y no se relaciona linealmente con el esfuerzo. Las vidas a la fatiga cortas generalmente ocurren bajo estas condiciones. El estimado de vida para iniciación es usualmente obtenido por este método.

## 2.- EL METODO STRAIN - LIFE

### 2.1.- INTRODUCCION

El método Strain-Life está basado sobre la observación de que muchos componentes la respuesta del material en zonas críticas (concentraciones) es dependiente de la deformación. Cuando los niveles de carga son bajos, los esfuerzos y deformaciones están linealmente relacionados. En consecuencia, en este rango los análisis con carga controlada y deformación controlada arrojan resultados equivalentes.

A niveles altos de carga, en el régimen bajo de ciclos de fatiga, la respuesta cíclica esfuerzo-deformación y el comportamiento del material representan mejor las condiciones de carga controlada.

Las primeras investigaciones de la fatiga muestran que el daño depende de la deformación plástica. En el método Strain-Life la deformación plástica es medida y cuantificada. En una vida larga, donde la deformación plástica es despreciable, el esfuerzo y la deformación son fácilmente relacionados, los métodos Stress-Life y Strain-Life son esencialmente el mismo.

Aunque la mayoría de los componentes y estructuras en ingeniería están diseñados tal que las cargas nominales permanecen en la zona elástica, frecuentemente se producen deformaciones plásticas en áreas donde existen concentraciones de esfuerzos. Debido a la coacción impuesta por el material elásticamente esforzado que rodea la zona plástica, la deformación en el origen de la concentración es considerada deformación controlada.

El método Strain-Life asume que especímenes uniformes probados bajo deformación controlada pueden simular el daño a la fatiga en el origen de una concentración de un componente de ingeniería. El daño equivalente a la fatiga ( y la vida a la fatiga ) es asumido que ocurre en el material en el origen de la concentración y en el espécimen uniforme cuando ambos son sujetos a historias idénticas de esfuerzo-deformación. Como se muestra en la figura 2.1 el espécimen de laboratorio representa un volumen de material igualmente esforzado al origen de la concentración.

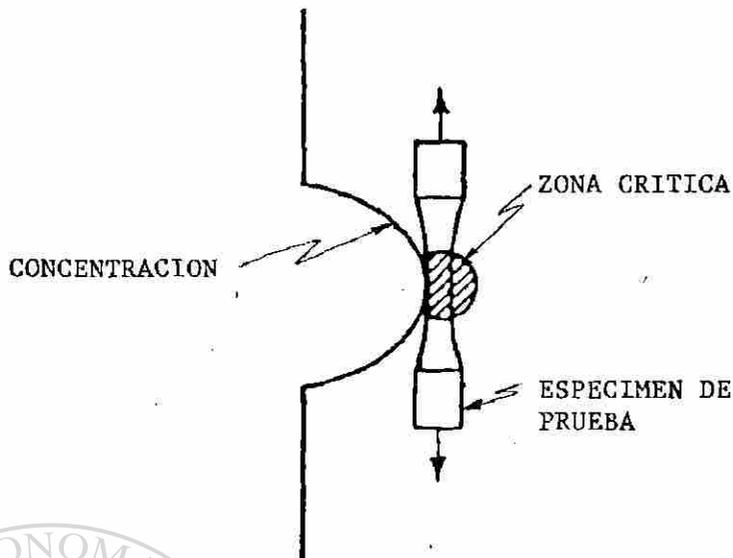


Fig. 2.1.- Volumen de material igualmente esforzado.

El crecimiento de la falla no está considerado en el método Strain-Life. Mas bien la falla del componente es asumido que ocurre cuando el "volumen de material igualmente esforzado" falla. Debido a esto, el método Strain-Life es considerado como la "iniciación" de la falla en los estimados de vida. Para algunas aplicaciones la existencia de una fractura corresponde a un criterio muy conservador para la falla de un componente. En estas situaciones, los metodos de fractura mecánica pueden ser empleados para determinar la vida de la propagación de la falla desde un tamaño inicial asumido de fractura hasta un tamaño final de fractura. La vida total es la reportada como la suma de los periodos de iniciación y propagación.

Las predicciones de vida a la fatiga pueden ser hechas usando el método Strain-Life con la siguiente información:

- 1.- Las propiedades del material obtenida de un espécimen uniforme con datos de fatiga del laboratorio con deformación controlada (respuesta cíclica stress-strain y datos strain-life).
- 2.- Historia Esfuerzo-Deformación de la localización crítica (una concentración por ejemplo).
- 3.- Técnicas para identificar ejemplos de daño (conteo de ciclos).
- 4.- Métodos para incorporar efectos de esfuerzo medio.

## 5.- Técnicas de sumarización de daños (por ejemplo la regla de Miner).

En este tema se revisa el panorama necesario para un entendimiento del método Strain-Life. Las ecuaciones fundamentales usadas en este método son presentadas, las cuales serán modificadas para contabilizar los efectos del esfuerzo medio. Las técnicas para identificar los eventos de daño y la suma de daños son presentadas en el siguiente tema (Cargas de amplitud variable).

### 2.2.- COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL

#### 2.2.1.- COMPORTAMIENTO ESFUERZO-DEFORMACION ESTATICO

##### 2.2.1.1.- Definiciones básicas

Una prueba de tensión estática de un espécimen uniforme es usualmente usado para determinar el comportamiento esfuerzo-deformación usado en ingeniería donde:

$$S = \text{Esfuerzo en ingeniería} = \frac{P}{A_0} \quad (1)$$

$$e = \text{Deformación en ingeniería} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2)$$

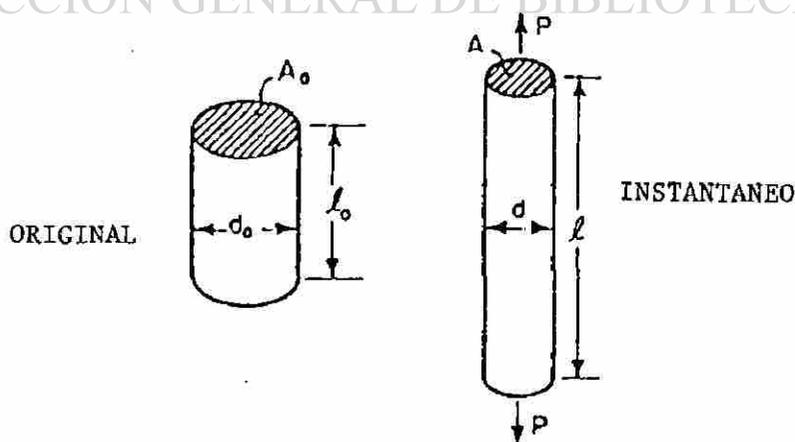


Fig 2.2.- Configuración original y deformación instantánea de un espécimen de prueba.

Los siguientes terminos están mostrados en la figura 2.2.

- P = Carga aplicada
- l<sub>o</sub> = Longitud original
- d<sub>o</sub> = Diámetro original
- A<sub>o</sub> = Area original
- l = Longitud instantánea
- d = Diámetro instantáneo
- A = Area instantánea

En tensión el esfuerzo real es mayor que el esfuerzo en ingeniería debido a los cambios en la sección transversal durante la deformación.

$$\sigma = \text{Esfuerzo real} = \frac{P}{A} \quad (3)$$

Igualmente, hasta que ocurra la formación de un cuello en el espécimen la deformación verdadera es mas pequeña que la deformación en ingeniería. Deformación real o natural se basa en una longitud instantánea y se define como:

$$\epsilon = \text{Deformación real} = \int_{l_0}^l \left| \frac{dl}{l} \right| = \ln \left| \frac{l}{l_0} \right| \quad (4)$$

La fig 2.3 compara la curva esfuerzo-deformación usando los valores de esfuerzo real y de ingeniería.

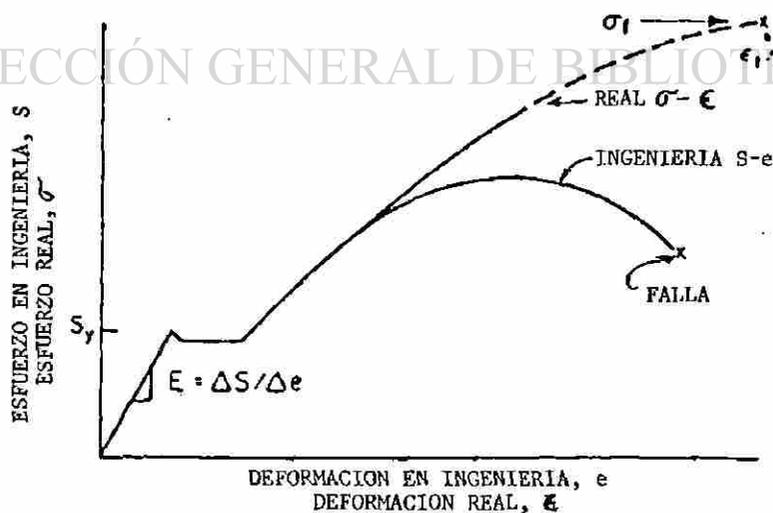


Fig 2.3.- Comparación esfuerzo-deformación real y de ingeniería

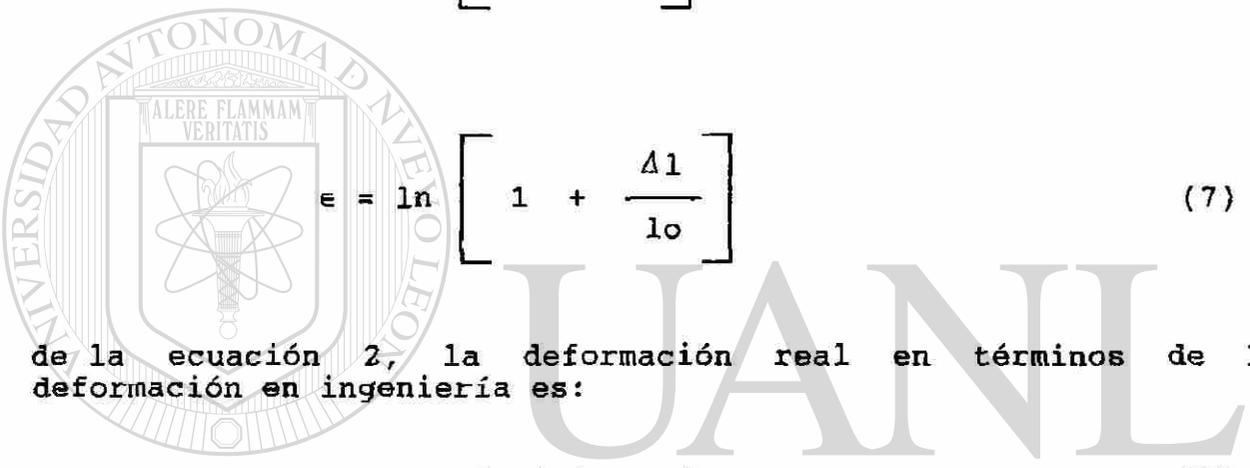
### 2.2.1.2.- Esfuerzo-deformación real y de ingeniería.

El esfuerzo y la deformación real pueden ser relacionados al esfuerzo y deformación en ingeniería. La longitud instantánea es:

$$l = l_0 + \Delta l \quad (5)$$

combinando las ecuaciones 4 y 5, la deformación real es:

$$\epsilon = \ln \left[ \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} \right] \quad (6)$$


$$\epsilon = \ln \left[ 1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right] \quad (7)$$

de la ecuación 2, la deformación real en términos de la deformación en ingeniería es:

$$\epsilon = \ln ( 1 + e ) \quad (8)$$

La ecuación 8 es válida solamente hasta antes de que se presente el cuello en el espécimen. Al ocurrir esto la deformación no es uniforme a través de la sección.

Asumiendo que el volumen de material permanece constante durante la deformación

$$A_0 l_0 = A l = \text{constante} \quad (9)$$

despejando

$$\frac{A_0}{A} = \frac{l}{l_0} \quad (10)$$

La deformación real se puede exponer en términos del área de la sección transversal:

$$\epsilon = \ln \left[ \frac{l}{l_0} \right] = \ln \left[ \frac{A_0}{A} \right] \quad (11)$$

de la ecuación 1,

$$P = S A_0 \quad (12)$$

y puesto que,

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

el esfuerzo real puede expresarse en términos de esfuerzo de ingeniería:

$$\sigma = S ( A_0 / A ) \quad (13)$$

combinando las ecuaciones 8 y 11 (válido solamente hasta antes de formarse el cuello):

$$\epsilon = \ln ( 1 + e ) = \ln ( A / A_0 ) \quad (14)$$

$$A_0 / A = 1 + e \quad (15)$$

de esta manera los esfuerzos reales pueden expresarse como una función del esfuerzo y deformación de ingeniería usando las ecuaciones 13 y 15:

$$\sigma = S ( 1 + e ) \quad (16)$$

esta relación es válida solamente hasta antes de formarse el cuello.

### 2.2.1.3.- Relaciones entre esfuerzo y deformación

La deformación real total,  $\epsilon_t$ , en una prueba a tensión puede ser separada en componentes elástico y plástico:

a.- Lineal elástico, es la porción de deformación que se recupera al retirar la carga,  $\epsilon_e$ .

b.- Deformación plástica (no lineal), es la porción de deformación que permanece al retirar la carga,  $\epsilon_p$ . (ver fig. 2.4)

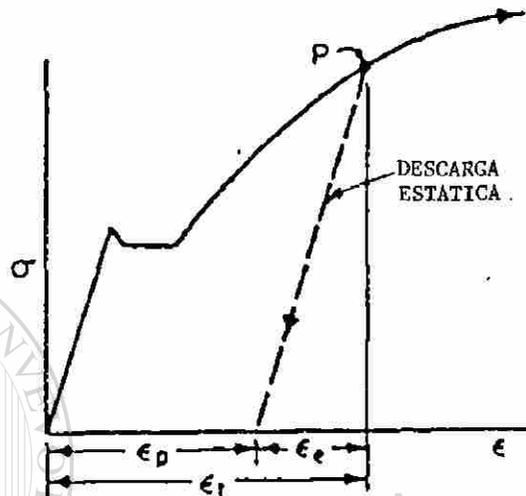


Fig. 2.4.- Curva de esfuerzo-deformación.

Expresandolo como ecuación:

$$\epsilon_t = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (17)$$

Para la mayoría de los metales la gráfica log-log de esfuerzo real contra deformación plástica es representada como una línea recta. En consecuencia, esta curva puede ser expresada usando una función exponencial.

$$\sigma = K (\epsilon_p)^n \quad (18)$$

$$\epsilon_p = \left[ \frac{\sigma}{K} \right]^{1/n} \quad (19)$$

donde:

$K$  = coeficiente de esfuerzo

$n$  = exponente de endurencia a la deformación

En la fractura pueden definirse dos cantidades importantes. (ver fig 2.3) Estos son el esfuerzo real a la fractura y la deformación real a la fractura.

Esfuerzo real a la fractura,  $\sigma_f$ , es el esfuerzo real al final de la fractura.

$$\sigma_f = \left[ \frac{P_f}{A_f} \right] \quad (20)$$

donde:

$A_f$  = area al ocurrir la fractura

$P_f$  = carga al ocurrir la fractura

Deformación real a la fractura,  $\epsilon_f$ , es la deformación real al ocurrir la fractura. Este valor puede definirse en términos de area de sección transversal inicial y el area al ocurrir la fractura.

$$\epsilon_f = \ln \left[ \frac{A_o}{A_f} \right] = \ln \left[ \frac{1}{1 - RA} \right] \quad (21)$$

$$RA = \frac{A_o - A_f}{A_o} = \text{reducción de area}$$

El coeficiente de esfuerzo,  $K$ , se puede definir en términos del esfuerzo real al ocurrir la fractura,  $\sigma_f$ , y la deformación real al ocurrir la fractura,  $\epsilon_f$ .

Sustituyendo  $\sigma_f$  y  $\epsilon_f$  en la ecuación 18:

$$\sigma_f = K (\epsilon_f)^n \quad (22)$$

despejando:

$$K = \frac{\sigma_f}{(\epsilon_f)^n} \quad (23)$$

Podemos también definir la deformación plástica en términos de estas cantidades combinando las ecuaciones 23 y 19.

$$\epsilon_p = \left[ \frac{\sigma}{\left( \frac{\sigma_f}{\epsilon_f} \right)^n} \right]^{1/n} \quad (24)$$

$$\epsilon_p = \left[ \frac{\sigma (\epsilon_f)^n}{\sigma_f} \right]^{1/n} \quad (25)$$

$$\epsilon_p = \epsilon_f \left[ \frac{\sigma}{\sigma_f} \right]^{1/n} \quad (26)$$

La deformación total es:

$$\epsilon_t = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (17)$$

y la deformación elástica es:

$$\epsilon_e = \sigma / E \quad (27)$$

La expresión de la deformación plástica es mostrado en la ecuación 19. Entonces podemos reescribir la ecuación 17 como:

$$\epsilon_t = \left[ \frac{\sigma}{E} \right] + \left[ \frac{\sigma}{K} \right]^{1/n} \quad (28)$$

### 2.2.2.- COMPORTAMIENTO CICLICO ESFUERZO-DEFORMACION

Las curvas de esfuerzo deformación estáticas han sido usadas para obtener parámetros de diseño para limitar esfuerzos en estructuras de ingeniería y componentes sujetos a cargas elásticas. Igualmente, las curvas de esfuerzo-deformación cíclicas son usadas para asegurar la durabilidad de estructuras y componentes sujetos a cargas repetitivas.

La respuesta de un material sujeto a cargas cíclicas es en la

forma de un ciclo de histéresis como la que se muestra en la figura 2.5.

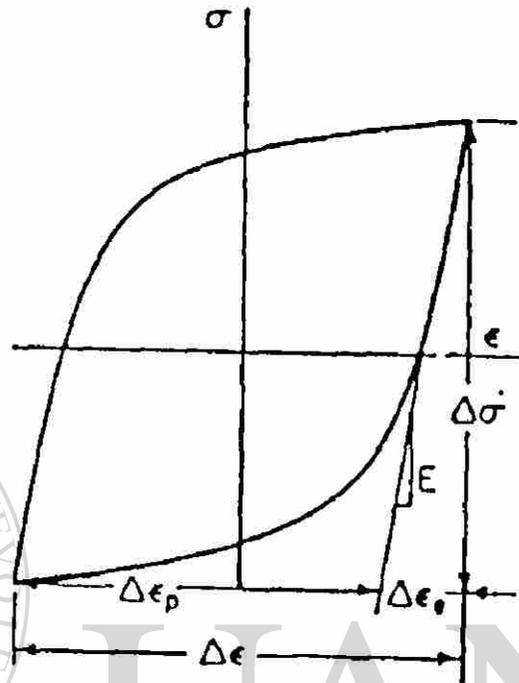


Fig. 2.5.- Ciclo de histéresis

El ancho total del ciclo es  $\Delta \epsilon$  o el rango total de deformación. El alto total del ciclo es  $\Delta \sigma$  o el rango total de esfuerzo. Esto puede ser expresado en terminos de amplitudes:

$$ea = \Delta \epsilon / 2$$

donde  $ea$  = amplitud de la deformación, y

$$oa = \Delta \sigma / 2$$

donde  $oa$  = amplitud del esfuerzo.

La deformación total es la suma de los rangos de deformación elástica y plástica.

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon e + \Delta \epsilon p \quad (29)$$

o en terminos de amplitudes

$$\Delta \epsilon / 2 = \Delta \epsilon e / 2 + \Delta \epsilon p / 2 \quad (30)$$

Usando la ley de Hooke, el termino elástico puede ser sustituido por  $\Delta\sigma/E$ .

$$\Delta\epsilon/2 = \Delta\sigma/2E + \Delta\epsilon_p/2 \quad (31)$$

El area interna del lazo es la energía por unidad de volumen disipado durante un ciclo. Esto representa una medida del trabajo de la deformación plástica hecha en el material.

El efecto Bauschinger es usualmente observado en la mayoría de los metales. Este efecto es descrito gráficamente en la fig. 2.6. Se muestra en la fig. 2.6a la respuesta de una barra cargada pasando el esfuerzo de cedencia,  $\sigma_y$ , hasta algun valor  $\sigma_{max}$ . En la fig. 2.6b, el material es descargado y entonces se carga en compresión hasta  $-\sigma_{max}$ . Bajo la carga compresiva, la deformación inelástica (plástica) es alcanzada antes de  $-\sigma_y$ . Este comportamiento es conocido como el efecto Bauschinger.



Fig 2.6.- El efecto Bauschinger.

### 2.2.3.- COMPORTAMIENTO TRANSITORIO. ENDURECIENDO Y SUAVIZANDO CON DEFORMACION CICLICA.

La respuesta esfuerzo-deformación de los metales es frecuentemente alterado drásticamente debido a la repetición de cargas.

Dependiendo de las condiciones iniciales de un metal (templado o aleado) y las condiciones de prueba, un metal puede ser:

- 1.- Cíclicamente endurecido
- 2.- Cíclicamente suavizado
- 3.- Ser cíclicamente estable
- 4.- Tener comportamiento mixto. (Suavizado o endurecido dependiendo el rango de deformación)

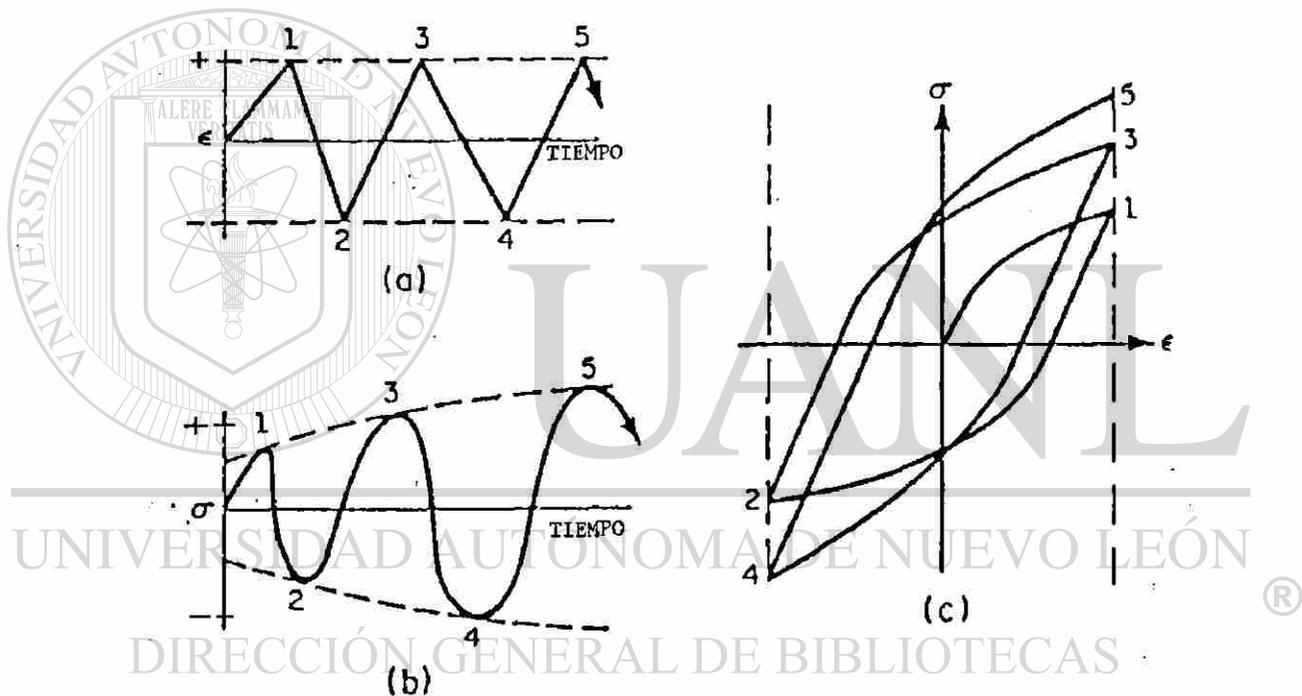


Fig 2.7.- Endurecimiento cíclico, (a) amplitud de deformación constante, (b) respuesta de esfuerzo (incrementándose el nivel de esfuerzo), (c) respuesta cíclica esfuerzo-deformación.

La fig. 2.7b muestra la respuesta del esfuerzo de un material cargado en deformación controlada. La fig 2.7c muestra los ciclos de histéresis para los primeros dos ciclos. Como se observa, el esfuerzo máximo obtenido se incrementa con cada ciclo de deformación. Esto se conoce como endurecimiento por deformación. Inversamente, si el esfuerzo máximo disminuye con cada deformación repetida, se dice que la deformación está suavizando el material. Ver fig 2.8.

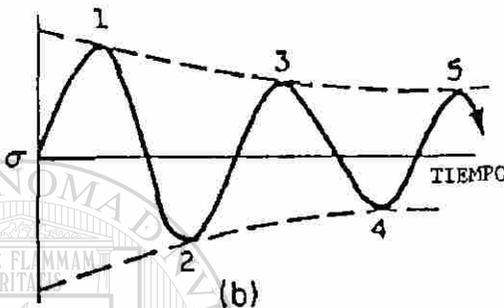
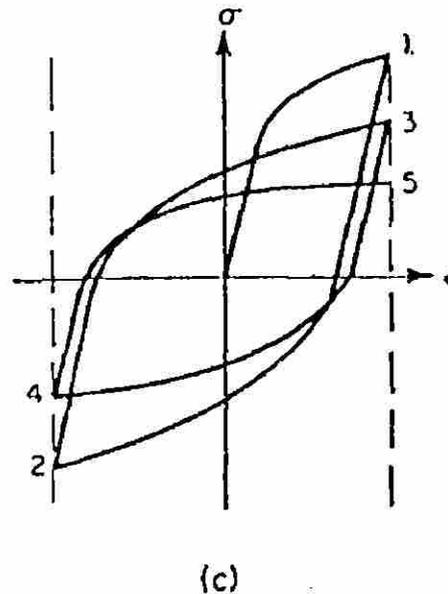
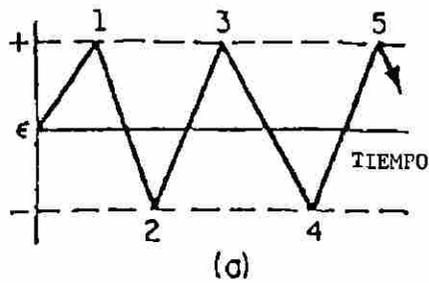


Fig 2.8.- Suavizando ciclicamente, (a) amplitud de deformación constante, (b) respuesta del esfuerzo (disminuyendo el nivel de esfuerzo), (c) respuesta cíclica esfuerzo-deformación.

La razón de que los materiales se endurezcan o se suavizen está relacionado con la naturaleza y estabilidad de la dislocación de las estructuras del material. Generalmente,

- 1.- Para un material suave, inicialmente la densidad de dislocación es baja. La densidad es rápidamente incrementada debido a la deformación plástica cíclica, contribuyendo a significar ciclos de endurecimiento por deformación.
- 2.- Para un material duro, los ciclos de deformación provocan un reacomodo de las dislocaciones, los cuales ofrecen una resistencia baja a la deformación y el material es ciclicamente suavizado.

Manson observó que la relación del esfuerzo último estático,  $\sigma_{ult}$ , con el esfuerzo de cedencia,  $\sigma_y$ , puede ser usado para predecir si el material se endurecerá o suavizará. Si

$$\frac{\sigma_{ult}}{\sigma_y} > 1.4 \text{ el material será ciclicamente endurecido.}$$

$\frac{\sigma_{ult}}{\sigma_y} < 1.2$  el material será cíclicamente suavizado.

Para relaciones entre 1.2 y 1.4 las predicciones se complican debido a los cambios que presenta la respuesta cíclica. Además, el exponente de endurecimiento a la deformación estática,  $n$ , puede ser usado para predecir el comportamiento cíclico del material. En general, si

$n > 0.20$  el material será cíclicamente endurecido.

$n < 0.10$  el material será cíclicamente suavizado.

Generalmente, el comportamiento transitorio (endurecimiento o suavizando por deformación) ocurre solamente durante el principio de la vida a la fatiga. Después de esto, el material logra una condición cíclicamente estable. Esto es usualmente logrado aproximadamente del 20 al 40 por ciento de la vida a la fatiga. Consecuentemente, las propiedades a la fatiga son usualmente especificadas a "media vida" (aproximadamente al 50% del total de la vida a la fatiga) cuando la respuesta del material esta estabilizada.

La fig. 2.9 presenta las curvas esfuerzo-deformación cíclica y estática para diversos materiales. La fig. 2.10 presenta la respuesta de histéresis del cobre OFHC en tres condiciones.

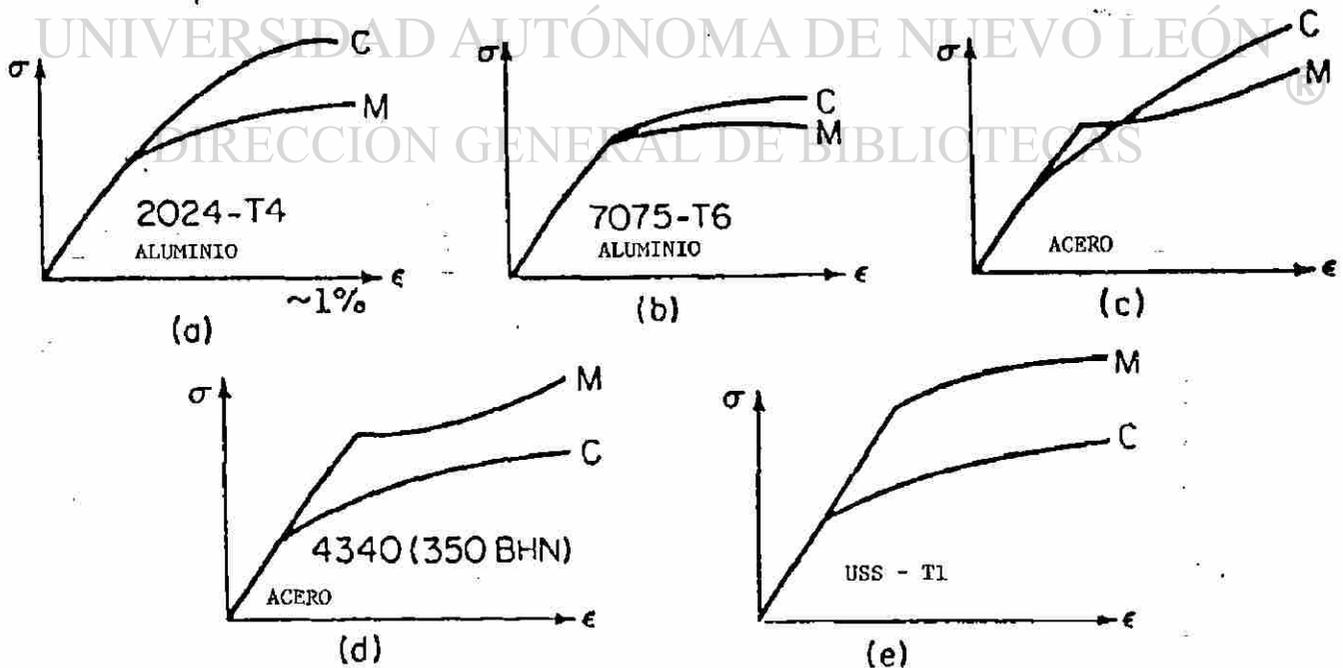


Fig. 2.9.- Curvas de esfuerzo-deformación cíclicas y estáticas.

Una comparación entre las curvas esfuerzo-deformación cíclica y estática provee una taza cuantitativa de cambios inducidos ciclicamente en el comportamiento mecánico. Como se muestra en la fig. 2.9e, un material el cual es ciclicamente suavizado, tendrá un esfuerzo de cedencia ciclico menor que el estático. Usar las propiedades estáticas para predecir deformaciones cíclicas, es potencialmente peligroso. Por ejemplo, las propiedades estáticas predicen deformaciones que están completamente en la zona elástica cuando en realidad, el material experimentará una gran cantidad de ciclos con deformación plástica.

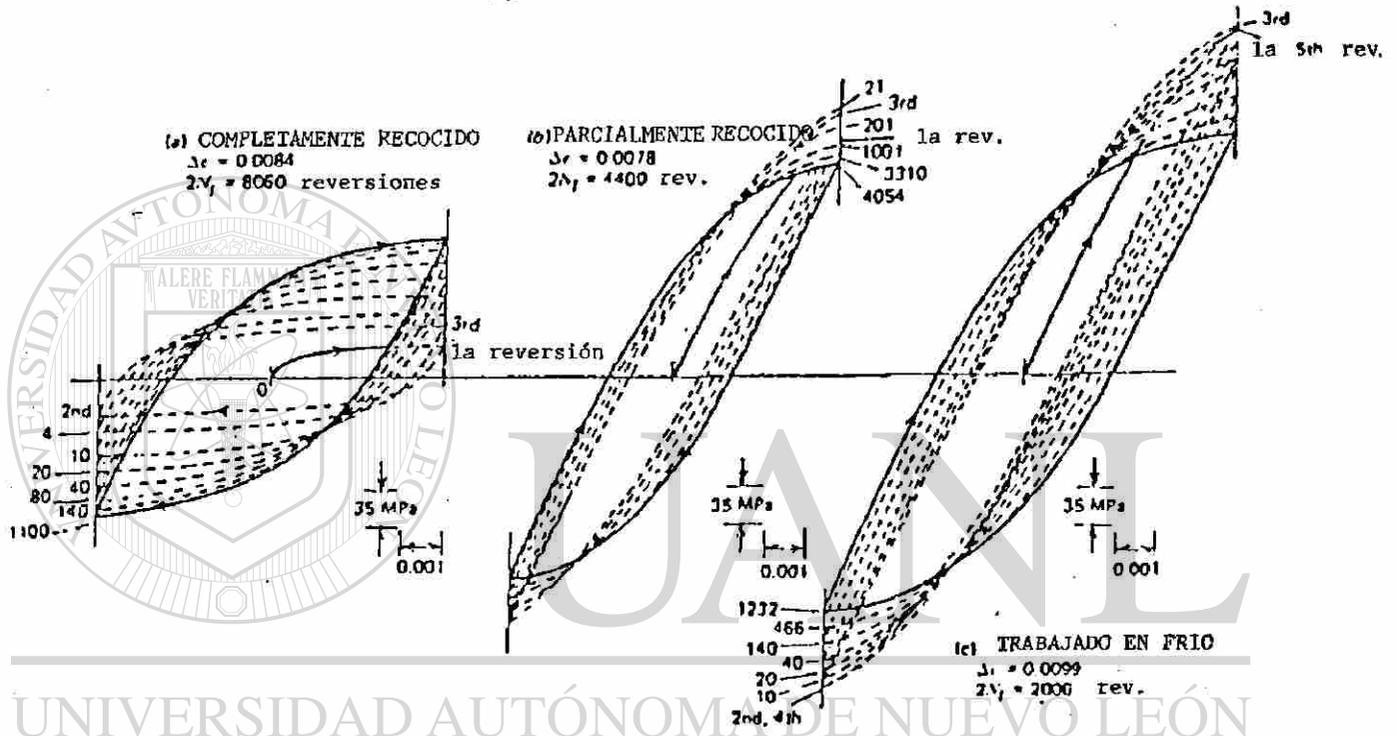


Fig 2.10.- Respuesta de histéresis del cobre OFHC  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### 2.2.4.- DETERMINACION DE LA CURVA CICLICA ESFUERZO-DEFORMACION

Las curvas cíclicas de esfuerzo-deformación pueden ser obtenidas a partir de pruebas por diversos métodos. Dos de ellas son:

- 1.- **Muestras compañeras** - Una serie de muestras compañeras son probadas a varios niveles de deformación hasta que los lazos de histéresis son estabilizados. Los lazos de histéresis estables son entonces superpuestos y los vértices de los ciclos son conectados como se muestra en la fig. 2.11. Este método consume mucho tiempo y requiere de muchos especímenes.

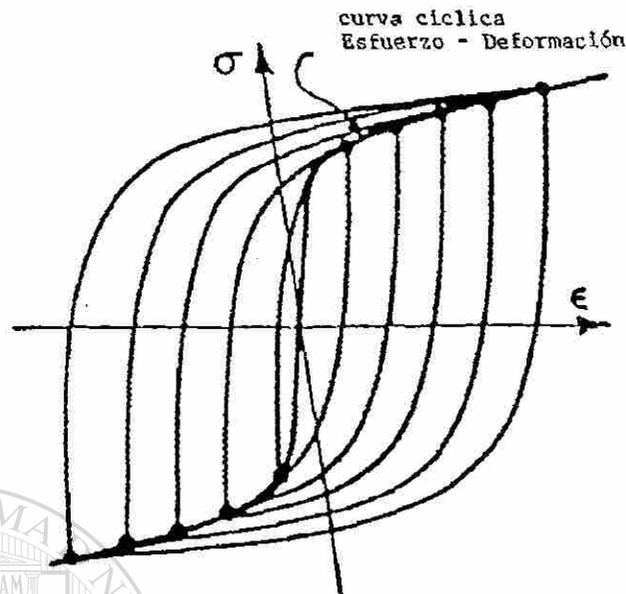
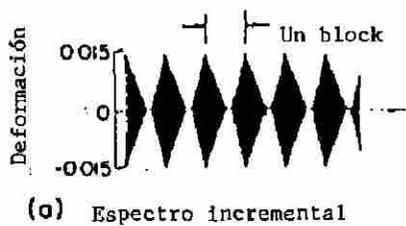


Fig 2.11.- Curva ciclica esfuerzo-deformación obtenida con la unión de los vértices de los lazos de histéresis estabilizados.

2.- Prueba de pasos incrementales - Este método es cada vez mas aceptado porque es muy rápido y produce buenos resultados. Un espécimen es sujeto a una serie de blocks de amplitud de deformación gradualmente incrementado y disminuido. Después de pocos blocks el material es estable. Por ejemplo para la prueba mostrada en la fig. 2.12, el block de carga contiene 20 ciclos para medio block. La respuesta del material se estabiliza generalmente después de 3 o 4 blocks y falla después de aproximadamente 20. La curva ciclica esfuerzo-deformación puede entonces ser determinado por la union de los vértices de los lazos de histéresis estabilizados.

Después de la prueba de los pasos incrementales, si el espécimen fué estirado hasta fallar el resultado de la curva esfuerzo-deformación será cercanamente idéntico al que se obtuvo conectando los vértices de los lazos.

Conociendo la curva ciclica esfuerzo-deformación, el uso de la hipótesis de Massing permite estimar los lazos de histéresis estabilizados para un material que exhibe un comportamiento simétrico en tensión y compresión. (Los lazos de histéresis del hierro gris, por ejemplo muestra una respuesta diferente en tensión y compresión, como se observa en la fig. 2.13).



(b) Respuesta Esfuerzo-Deformación (pases decreciendo)

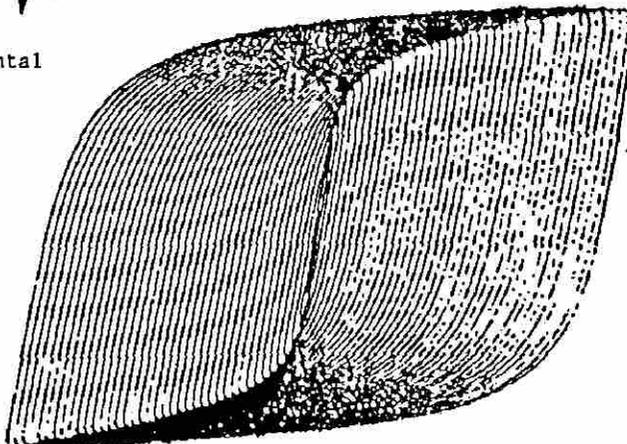


Fig. 2.12.- Prueba de pasos incrementales.

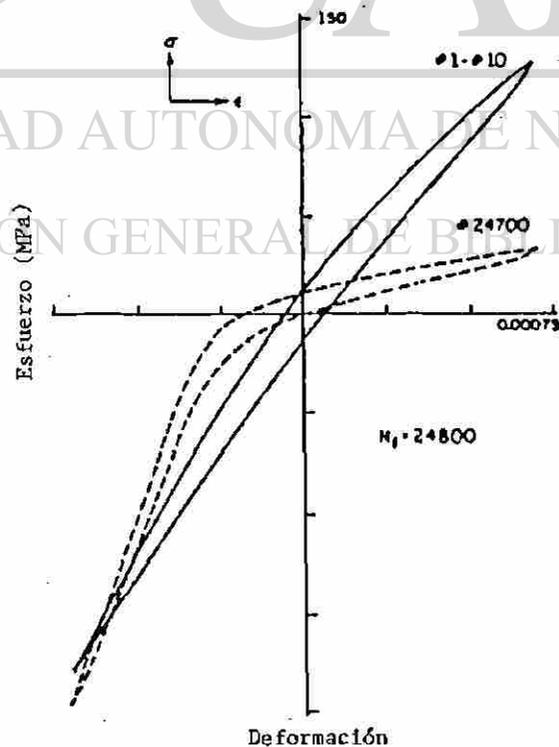


Fig. 2.13.- Lazo de histéresis del hierro gris.

La hipótesis de Massing expone que los lazos de histéresis estabilizados pueden ser obtenidos duplicando la curva ciclica esfuerzo-deformación. Al duplicar los valores de esfuerzo y deformación de una curva esfuerzo-deformación ciclica estabilizada se obtiene un punto correspondiente al lazo de histéresis como se muestra en la fig. 2.14. Por ejemplo, en la fig. 2.14a al duplicar los valores correspondientes al punto A en la curva esfuerzo-deformación ciclica obtenemos el punto B en el lazo de histéresis. La fig. 2.14c muestra el lazo de histéresis para una prueba completamente reversible. Observe la localización del punto O en la curva de histéresis en la fig. 2.14b y 2.14c.

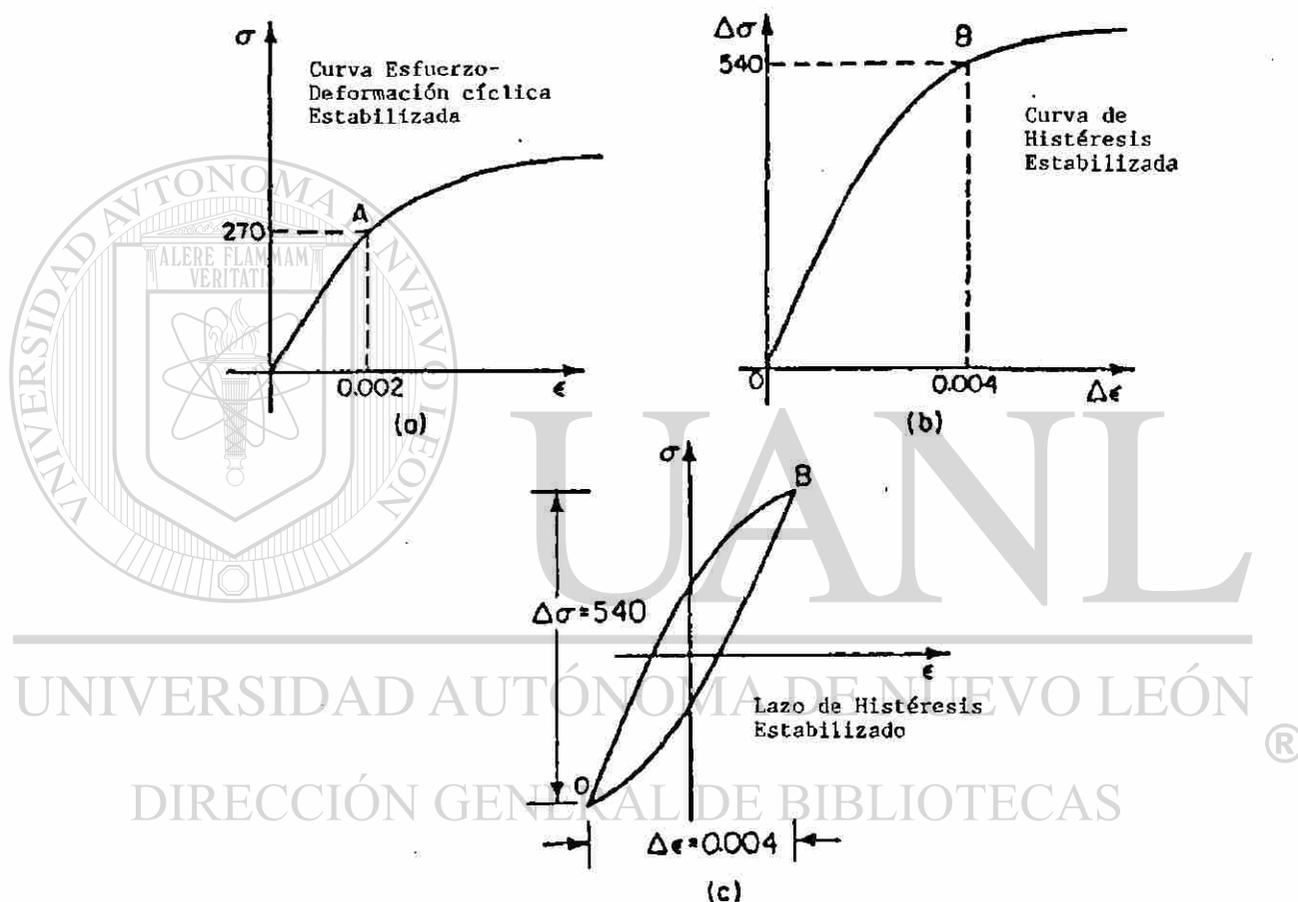


Fig 2.14.- Desarrollo de la curva de histéresis estabilizada a partir de la curva esfuerzo-deformación ciclica usando la hipótesis de Massing.

### 2.3.- RELACION ESFUERZO-DEFORMACION PLASTICA (LEY DE ENERGIA)

Análogo a la curva esfuerzo-deformación estática, una gráfica log-log de esfuerzo real cíclico estabilizado contra deformación plástica real puede ser aproximada a una línea recta como se muestra en la fig. 2.15.

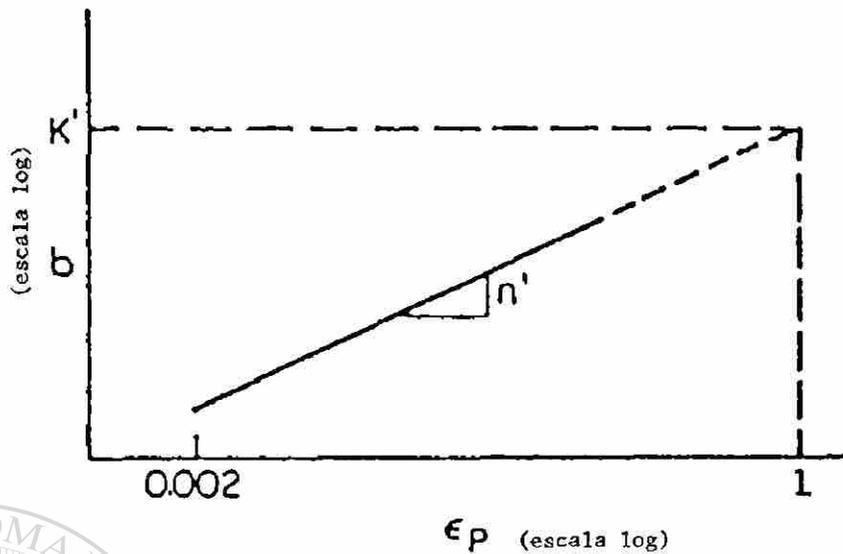


Fig. 2.15.- Gráfica log-log de esfuerzo real cíclico contra deformación plástica real cíclica.

Similar a la relación estática, podemos desarrollar una ley en función de la energía.

$$\sigma = K' (\epsilon_p)^{n'} \quad (32)$$

donde:

- σ = Esfuerzo cíclicamente estable.
- ε<sub>p</sub> = Deformación plástica cíclicamente estable. ®
- K' = Coeficiente de esfuerzo cíclico.
- n' = Exponente de Lendurancia a la deformación cíclica.

Para la mayoría de los metales el valor de n' usualmente varía entre 0.10 y 0.25 con un valor promedio de 0.15.

Reacomodando la ecuación 32,

$$\epsilon_p = \left[ \frac{\sigma}{K'} \right]^{1/n'} \quad (33)$$

La deformación total es la suma de los componentes elástico y plástico. Usando la ecuación 33 y la ley de Hooke, la deformación total puede ser escrita como:

$$\epsilon = \left[ \frac{\sigma}{E} \right] + \left[ \frac{\sigma}{K'} \right]^{1/n'} \quad (34)$$

La ecuación del lazo de histéresis puede ser derivada de la ecuación de la curva cíclica esfuerzo-deformación (ec. 34) usando la hipótesis de Massing. Vuelvo a mencionar que la hipótesis de Massing permite obtener el lazo de histéresis duplicando la curva esfuerzo-deformación cíclica como se muestra en la fig. 2.14. Tomamos de un punto arbitrario, P1, en la curva esfuerzo-deformación cíclica, como se muestra en la fig. 2.16a, los valores correspondientes de esfuerzo y deformación siendo  $\sigma_1$  y  $\epsilon_1$  respectivamente. Estos valores  $\sigma_1$  y  $\epsilon_1$  están relacionados con la ecuación de la curva esfuerzo-deformación cíclica. La ecuación 34 puede ser escrita como:

$$\epsilon_1 = \left[ \frac{\sigma_1}{E} \right] + \left[ \frac{\sigma_1}{K'} \right]^{1/n'} \quad (35)$$

De la hipótesis de Massing, un punto correspondiente a P1 puede ser localizado en la curva de histéresis como se muestra en la fig. 2.16b. Las coordenadas de este punto son  $\sigma_1$  y  $\epsilon_1$  donde

$$\Delta\sigma_1 = 2\sigma_1$$

$$\Delta\epsilon_1 = 2\epsilon_1$$

reacomodando estas ecuaciones

$$\frac{\Delta\sigma_1}{2} = \sigma_1$$

$$\frac{\Delta\epsilon_1}{2} = \epsilon_1$$

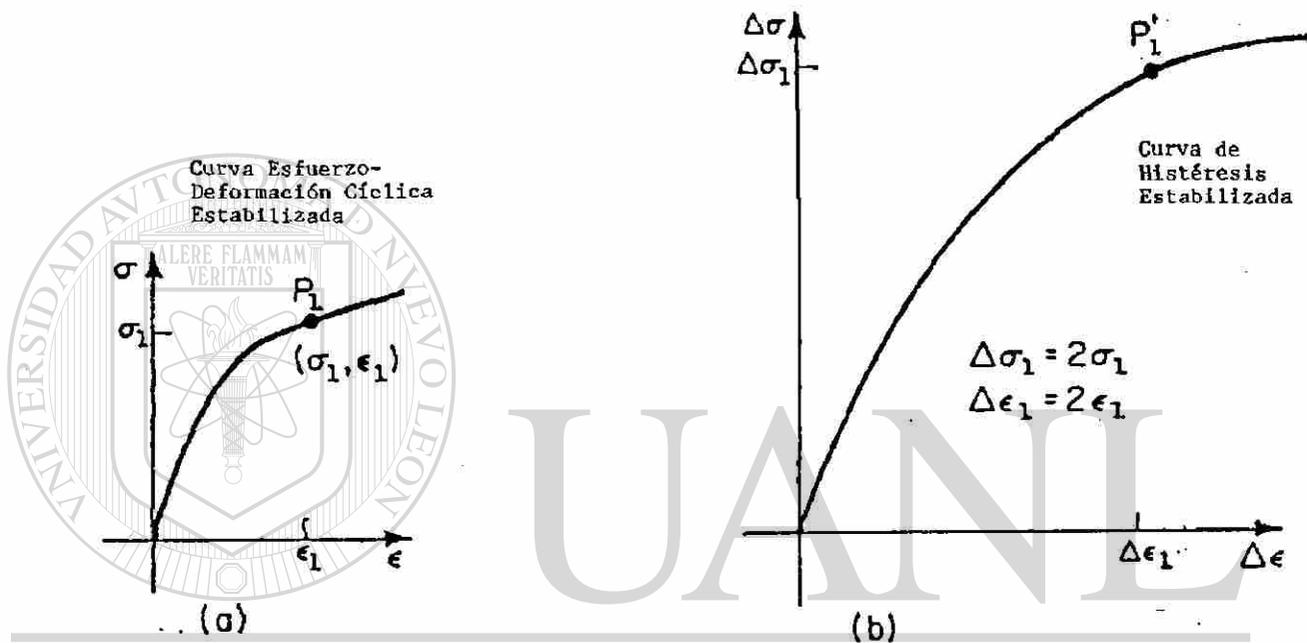
Estos pueden ser sustituidos en la ecuación 35 para obtener la ecuación del lazo de histéresis

$$\frac{\Delta\epsilon_1}{2} = \frac{\Delta\sigma_1}{2E} + \left[ \frac{\Delta\sigma_1}{2K'} \right]^{1/n'}$$

multiplicando por 2 en ambos lados, la ecuación general de la curva de histéresis es:

$$\Delta \epsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \left[ \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right]^{1/n'} \quad (36)$$

.(Esta ecuación fué derivada de un punto arbitrario, P1, pero los subindices pueden ser omitidos).



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN Fig. 2.16

La relación entre la curva de histéresis esfuerzo-deformación y la curva esfuerzo-deformación cíclica puede ser entendida con un ejemplo. Considere un espécimen de prueba con las siguientes propiedades del material:

E = modulo de elasticidad	= 30,000 ksi
n' = exponente de endurencia a la deformación cíclica	= 0.202
K' = coeficiente de esfuerzo cíclico	= 174.6 ksi

El espécimen es sujeto a una deformación cíclica completamente reversible con un rango de deformación,  $\Delta \epsilon$ , de 0.04. La fig. 2.17a muestra la historia de deformación y la fig. 2.17b muestra la respuesta esfuerzo-deformación del material.

En la aplicación inicial de deformación (punto1) la respuesta del material sigue la curva esfuerzo-deformación cíclica (ec. 34).

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} + \left[ \frac{\sigma_1}{K'} \right]^{1/n'}$$

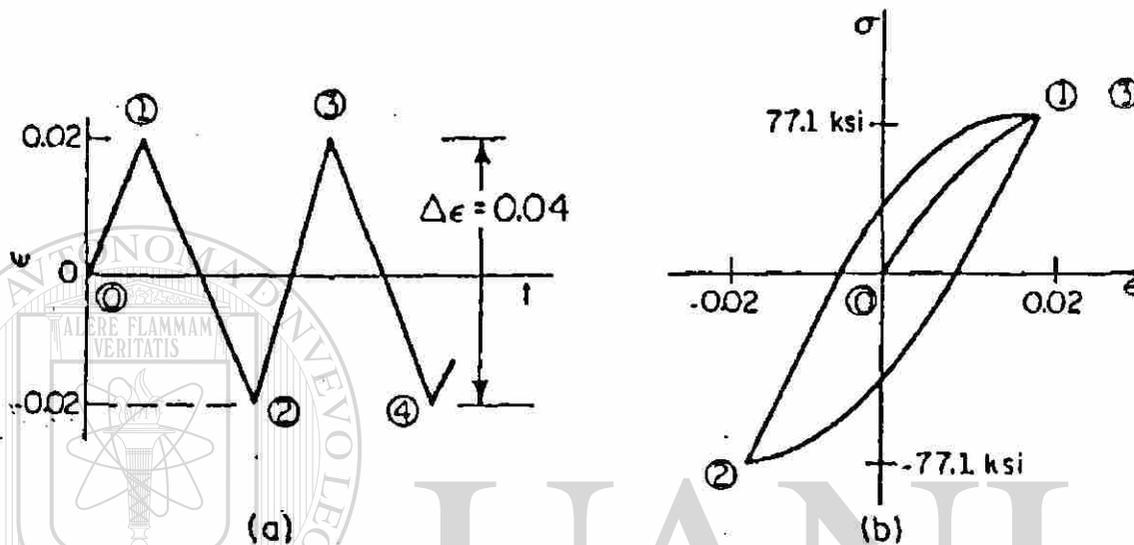


Fig. 2.17.- (a) Historia de deformación  
(b) Respuesta esfuerzo-deformación

Sustituyendo las propiedades del material y deformación por sus valores:

$$0.02 = \frac{\sigma_1}{30E3 \text{ ksi}} + \left[ \frac{\sigma_1}{174.6 \text{ ksi}} \right]^{1/0.202}$$

El valor del esfuerzo en el punto 1 puede ser determinado resolviendo esta ecuación. Resultando:

$$\sigma_1 = 77.1 \text{ ksi}$$

La curva esfuerzo-deformación cíclica es usada solamente para la aplicación inicial de deformación. En lo sucesivo las deformaciones reversibles del material responden a la curva de histéresis (ecuación 36).

$$\Delta \epsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \left[ \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right]^{1/n'}$$

Sustituyendo las propiedades del material y un cambio en la deformación,  $\epsilon$ , de 0.04.

$$0.04 = \frac{\Delta\sigma}{30E3} + 2 \left[ \frac{\Delta\sigma}{2 * 174.6} \right]^{1/0.202}$$

se obtiene

$$\Delta\sigma = 154.2 \text{ ksi}$$

Los valores de esfuerzo y deformación correspondientes al punto 2 pueden ser ahora determinados por resta de los rangos de esfuerzo y deformación a los valores del punto 1 ( $\sigma_1, \epsilon_1$ ).

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \epsilon_1 - \Delta\epsilon \\ \epsilon_2 &= 0.02 - 0.04 \\ \epsilon_2 &= -0.02 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \sigma_1 - \Delta\sigma \\ \sigma_2 &= (77.1 - 154.2) \text{ ksi} \\ \sigma_2 &= -77.1 \text{ ksi} \end{aligned}$$

Los valores de esfuerzo y deformación correspondientes al punto 3 puede ser determinado, usando otra vez la curva de histéresis. La solución mostraría que la respuesta del material regresa al punto 1. Como se espera que la respuesta del material forme un lazo cerrado de histéresis, los siguientes ciclos de deformación seguirán este ciclo.

Necesitan ser considerados dos puntos concernientes al ejemplo anterior. Primero es la respuesta del material en la aplicación inicial de carga o deformación. En la deformación del problema se asumió que la respuesta del material seguiría la curva esfuerzo-deformación cíclica. Hay justificación para un método alternante el cual dice que la respuesta seguiría la curva esfuerzo-deformación estática. La mayoría de las predicciones de vida a la fatiga no son grandemente afectadas por cualquiera de los métodos usados (curva estática o cíclica).

El segundo punto que necesita ser considerado es que este análisis asume que el material se comporta cíclicamente estable desde la carga inicial. Un análisis exacto consideraría las características de endurecimiento o ablandamiento cíclico del material. Este tipo de análisis es muy difícil y consume mucho tiempo. Esto requiere que las propiedades del material sean prácticas para ejemplificar este comportamiento transitorio. En general, parece ser que no son significantes los efectos en las predicciones de vida cuando este comportamiento transitorio es ignorado.

El procedimiento recomendado es usar la curva esfuerzo deformación cíclica para representar el comportamiento del material en el ciclo inicial de carga y las propiedades del material cíclicamente estable durante todo el análisis.

#### 2.4.- CURVA STRAIN-LIFE

En 1910 Basquin observó que los datos stress-life pueden ser graficados linealmente en una escala log-log. Usando la amplitud del esfuerzo real, la gráfica puede ser linealizada por:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'f (2Nf)^b \quad (37)$$

donde:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \text{Amplitud del esfuerzo real}$$

$2Nf$  = Reversiones de falla (1 rev. = 1/2 ciclo)

$\sigma'f$  = Coeficiente de esfuerzo a la fatiga

$b$  = Exponente del esfuerzo a la fatiga  
(exponente de Basquin)

( $\sigma'f$ ) y ( $b$ ) son propiedades del material a la fatiga. El coeficiente de esfuerzo a la fatiga, ( $\sigma'f$ ), es aproximadamente igual al esfuerzo de fractura real, ( $\sigma_f$ ). El exponente del esfuerzo a la fatiga, ( $b$ ), normalmente varía entre -0.05 y -0.012.

Coffin y Manson trabajaron independientemente en los 50's encontrando que los datos strain-life plásticos deben también ser linealizados en coordenadas log-log. Nuevamente, la deformación plástica puede ser relacionada por una ley en función de la energía:

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \epsilon'f (2Nf)^c \quad (38)$$

donde:

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \text{Amplitud de deformación plástica}$$

$2Nf$  = Reversiones de falla

$\epsilon'f$  = Coeficiente de ductilidad a la fatiga

$c$  = Exponente de ductilidad a la fatiga

( $\epsilon'f$ ) y (c) son también propiedades del material a la fatiga. El coeficiente de ductilidad a la fatiga, ( $\epsilon'f$ ), es aproximadamente igual a la ductilidad a la fatiga real, ( $\epsilon f$ ). El exponente de ductilidad a la fatiga, (c), varía entre -0.5 y -0.7.

Una expresión puede ser ahora desarrollada que relacione el rango de deformación total con la vida a la fractura. Como se discutió con referencia a la ecuación 30, la deformación total es la suma de las deformaciones elástica y plástica. En términos de amplitud de deformación (repetiendo la ecuación 30):

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \epsilon e}{2} + \frac{\Delta \epsilon p}{2} \quad (30)$$

El término elástico puede ser escrito como:

$$\frac{\Delta \epsilon e}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} \quad (39)$$

Usando la ecuación 37, podemos expresar la ecuación anterior en términos de vida a la fractura:

$$\frac{\Delta \epsilon e}{2} = \frac{\sigma'f}{E} (2Nf)^b \quad (40)$$

Usando la ecuación 30, sustituyendo las ecuaciones 38 y 40 tenemos:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma'f}{E} (2Nf)^b + \epsilon'f (2Nf)^c \quad (41)$$

elástico                      plástico

Esta ecuación, (41), es la base del método strain-life y se denomina la relación strain-life.

La ecuación 41 puede ser explicada gráficamente. Recordando que las relaciones elástica y plástica son ambas líneas rectas en una gráfica log-log, la amplitud de la deformación total,  $\Delta \epsilon/2$ , puede ser graficada como una simple suma de los valores elástico y plástico como se muestra en la fig. 2.18. A amplitudes de deformación grandes, la curva strain-life se aproxima a la línea plástica y a amplitudes bajas, la curva se aproxima a la línea elástica.

En la fig. 2.18, la vida de transición a la fatiga,  $2Nt$ , representa la vida a la cual el lazo de histéresis estabilizado tiene componentes elástico y plástico iguales.

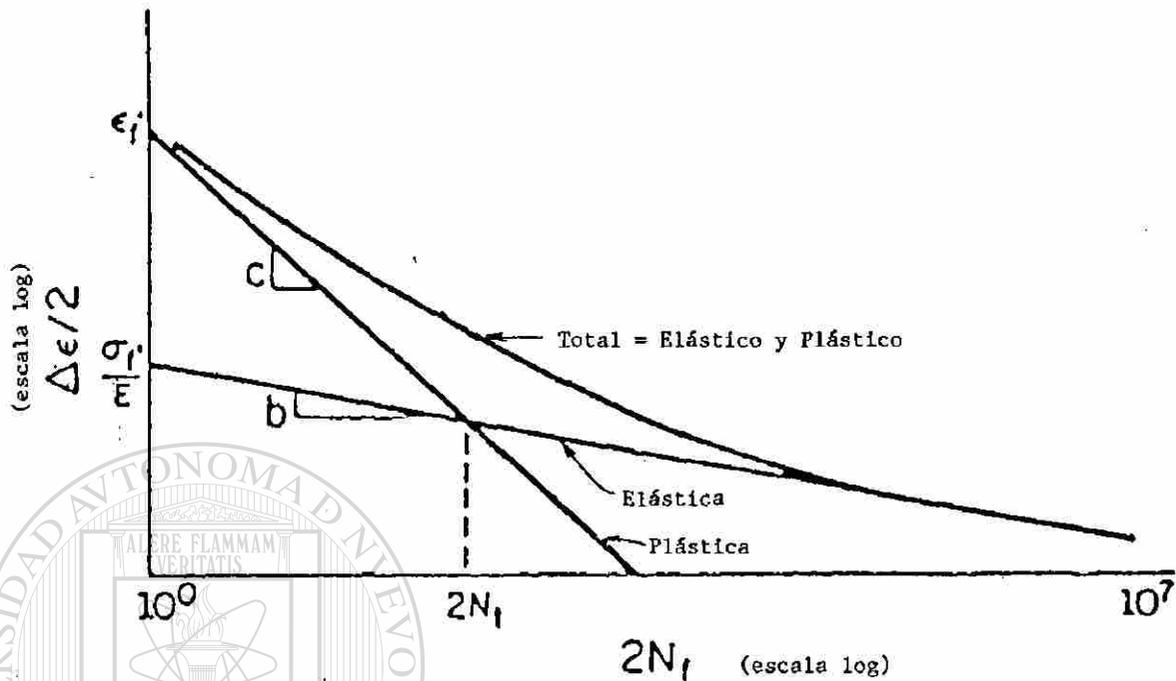


Fig. 2.18.- La curva Strain-life

Igualando los términos elástico y plástico, la siguiente expresión es derivada para la vida de transición:

$$\frac{\Delta \epsilon_e}{2} = \frac{\Delta \epsilon_p}{2}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\frac{\sigma'f}{E} (2Nf)^b = \epsilon'f (2Nf)^c \quad \text{donde } Nf = Nt$$

$$2Nt = \left[ \frac{E \epsilon'f}{\sigma'f} \right]^{1/(b-c)} \quad (42)$$

Una representación esquemática del modelo del lazo de histéresis a diferentes vidas son mostradas en la fig. 2.19 en relación a la vida de transición. Como se vé, a una vida corta está presente mas deformación plástica y el lazo es ancho. A vida larga, el ciclo es angosto y representa menor deformación plástica.

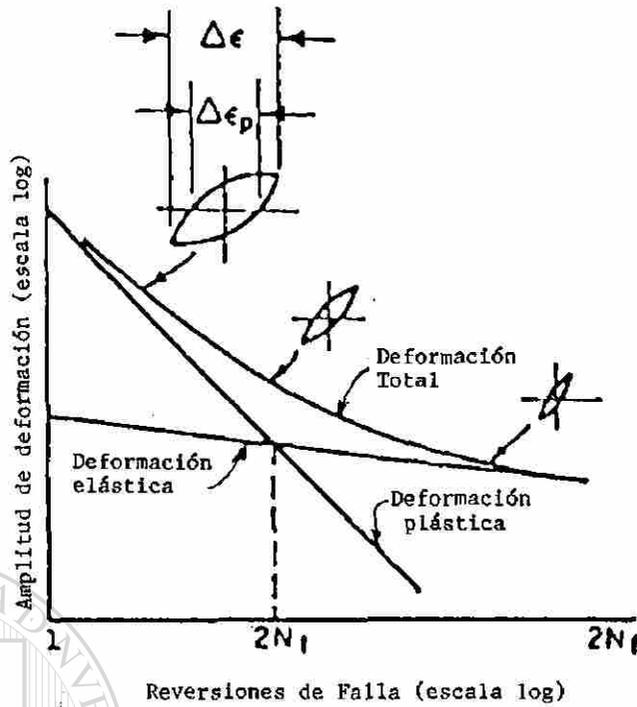


Fig. 2.19. - Forma de la curva de histéresis in relación con la curva Strain-Life.

Como se muestra en la fig. 2.20, la vida de transición del acero disminuye con el incremento de la dureza.

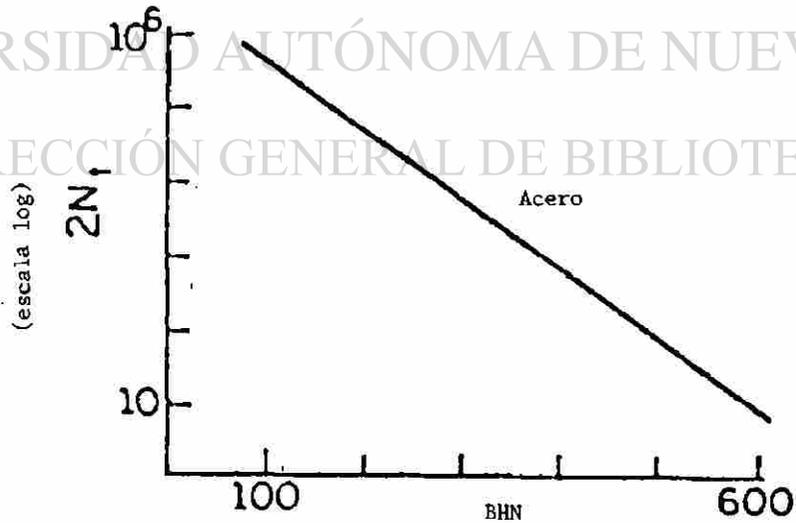


Fig. 2.20.- Relación entre vida de transición y dureza del acero.

Como el esfuerzo último se incrementa, la vida de transición disminuye, y la deformación elástica domina para una gran porción del rango de vida.

La fig. 2.21 presenta las curvas strain-life para un acero de carbón medio en dos diferentes condiciones de tratamiento térmico. El material en una condición dúctil normalizado (suave) tiene una vida de transición de 90,000 ciclos, mientras el material en condición templado (alta dureza), tiene una vida de transición de 15 ciclos. Como se muestra, para una deformación dada el material de alta dureza (templado) provee una vida a la fatiga larga en el régimen de ciclos altos. Para vidas cortas o deformaciones grandes el material dúctil (normalizado) exhibe mejor resistencia a la fatiga.

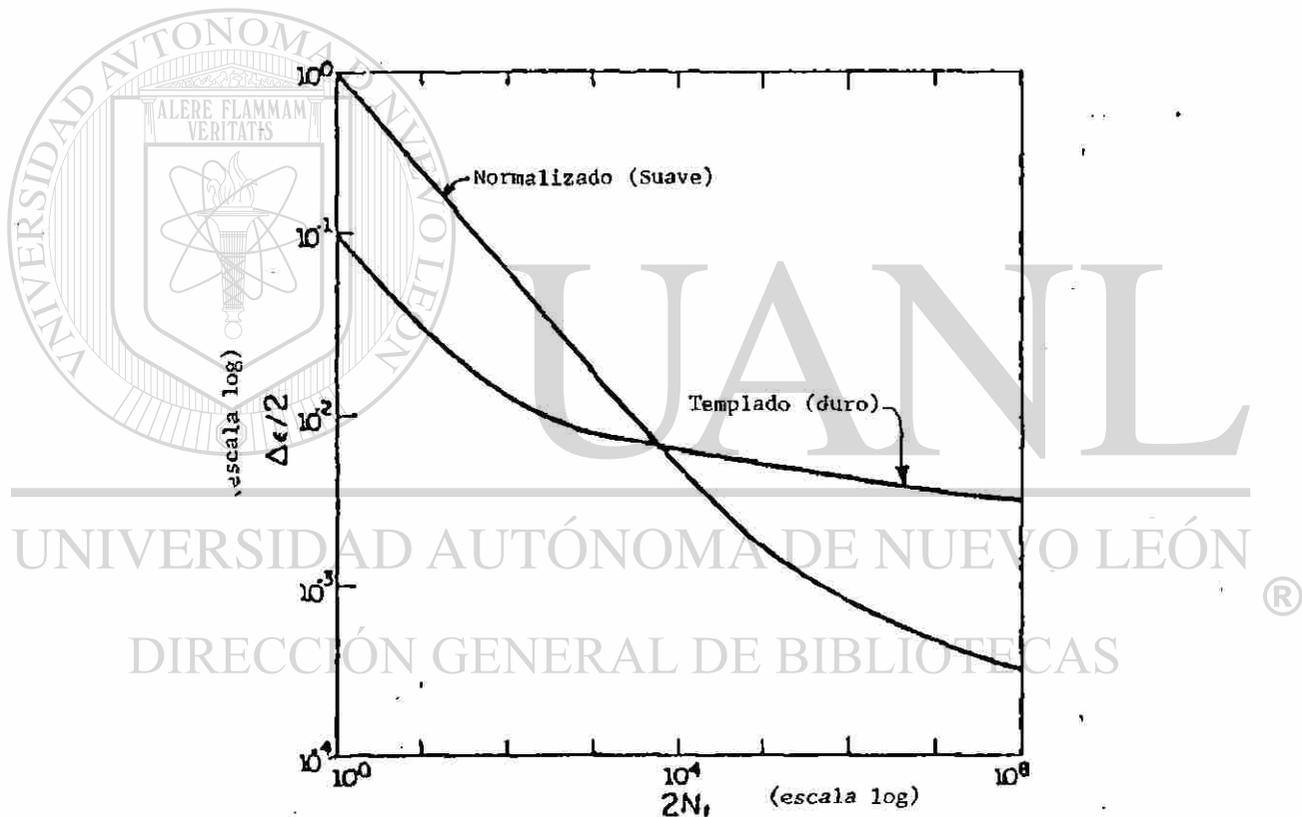


Fig. 2.21.- Curvas Strain-life para acero de carbono medio en condiciones templado y normalizado

El material óptimo debería ser uno que tubiera las dos propiedades, alta ductilidad y alta resistencia. Desafortunadamente, estas propiedades no vienen juntas por lo que, el compromiso debe ser hecho para una carga esperada o ser consideradas las condiciones de deformación.

Note que la vida a la falla debe ser definido en varias formas. Estas incluyen:

- 1.- Separación del especimen,
- 2.- Desarrollo de una longitud de grieta (frecuentemente de 1 mm), y
- 3.- Perdida de carga especificada, sacrificando capacidad (frecuentemente del 10 al 50% de caída de carga).

La separación del especimen es el criterio mas común de falla para carga uniaxial. Sin embargo, en muchos casos, no hay mucha diferencia en vida entre estos criterios.

Antes de continuar, es de mérito considerar el "factor de 2", problema encontrado en el análisis strain-life. Existen tres casos donde es muy fácil perder el camino de un factor de 2 y causa errores en un análisis de fatiga strain-life. Los tres casos han sido discutidos pero es conveniente enfatizarlos, estos son:

- 1.- Ciclos contra Reversiones.- El método strain-life mide vida en términos de reversiones (2N), mientras que el método stress-life usa ciclos (N). Una reversión es medio ciclo.
- 2.- Amplitud contra Rango.- El método strain-life usa ambas deformaciones: rango,  $\epsilon$ , y amplitud,  $e_a$ , el cual difiere por un factor de 2 ( $\epsilon/2 = e_a$ ).
- 3.- Curva Stress-Strain contra curva de Histéresis.- La hipótesis de Massing expone que la curva de histéresis puede ser representada como el doble de la curva Esfuerzo-Deformación cíclica.

Aunque los puntos anteriores pueden parecer triviales a veces, el fantasma del "factor de 2" puede causar duros problemas al principiante.

## 2.5.- DETERMINACION DE PROPIEDADES A LA FATIGA

La ecuación Strain-life (ec. 41) requiere de 4 constantes empíricas (b, c,  $\sigma'_f$ ,  $\epsilon'_f$ ). Varios puntos deben ser considerados al obtener estas constantes a partir de los datos de fatiga.

- 1.- No todos los materiales pueden ser representados por los cuatro parámetros de la ecuación strain-life. (Por ejemplo, algunas aleaciones de aluminio de alto esfuerzo, y aleaciones de titanio).

- 2.- Las cuatro constantes de fatiga pueden representar una curva ajustada a un número limitado de puntos. Los valores de estas constantes pueden cambiar si más puntos son incluidos en la curva.
- 3.- Las constantes de fatiga son determinados a partir de un grupo de datos sobre una curva dada. Graves errores pueden ocurrir cuando se estima la vida a la fatiga cuando extrapolamos fuera de este rango.
- 4.- El uso de las relaciones de la ley de energía en las ecuaciones 32, 37, y 38 es estrictamente una conveniencia matemática y no se basa sobre un fenómeno físico.

De las ecuaciones 34 y 42 las siguientes relaciones pueden ser determinadas:

$$K' = \frac{\sigma' f}{\left[ \epsilon' f \right]^{n'}} \quad (43)$$

$$n' = \frac{b}{c} \quad (44)$$

Aunque estas relaciones pueden ser útiles,  $K'$  y  $n'$  son usualmente obtenidos a partir de una curva de datos esfuerzo-deformación cíclica usando la ecuación 32. Debido a una aproximación natural de la curva, los valores obtenidos de las ecuaciones 32, 43, y 44 pueden no ser iguales.

Las propiedades de fatiga pueden ser aproximadas a partir de las propiedades estáticas. Actualmente, debido a los datos disponibles, no es deseado el uso de estas técnicas. No obstante, los siguientes métodos aproximados pueden ser usados:

**Coefficiente de Esfuerzo a la Fatiga -  $\sigma' f$**

Una muy buena aproximación es:

$$\sigma' f \approx \sigma f \text{ ( corregido al formarse el cuello en el espécimen) } \quad (45)$$

o para aceros con dureza menor a 500 BHN

$$\sigma f \approx (S_u + 50 \text{ ksi}) \quad (46)$$

### Exponente del Esfuerzo a la Fatiga - b

b varía de -0.05 a -0.12 para la mayoría de los metales con un promedio de -0.085. (Notese que este valor corresponde a la pendiente aproximada a la curva S-N).

### Coefficiente de Ductilidad a la Fatiga - $\epsilon'f$

Una muy buena aproximación es:

$$\epsilon'f \approx \epsilon f \quad (47)$$

donde:

$$\epsilon f \approx \ln \left[ \frac{1}{1 - RA} \right]$$

siendo RA = reducción de área.

### Exponente de Ductilidad a la Fatiga - c

c no es definido como los otros parámetros. Una regla aproximada puede ser mejor que una ecuación empírica.

Coffin encontró que c es aproximadamente -0.5.

Manson encontró que c es aproximadamente -0.6.

Morrow encontró que c variaba entre -0.5 y -0.7.

Para un metal dúctil,  $\epsilon f \approx 1$  y tiene un valor promedio de  $c = -0.6$ . Para metales duros con  $\epsilon f \approx 0.5$  y un valor de  $c = -0.5$  es probablemente lo más razonable.

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 2.6.- EFECTOS DEL ESFUERZO MEDIO

Las propiedades a la fatiga cíclica de un material son obtenidas a partir de pruebas de deformación controlada con amplitud constante completamente reversible. Usualmente los componentes experimentan este tipo de cargas con algún esfuerzo medio o deformación media. Estos esfuerzos medios pueden tener un efecto significativo en la vida a la fatiga.

Los efectos del esfuerzo medio predominan en vidas largas. Este puede incrementar la vida a la fatiga con una carga nominalmente en compresión o disminuirla con una carga nominalmente en tensión como se muestra esquemáticamente en la fig. 2.22.

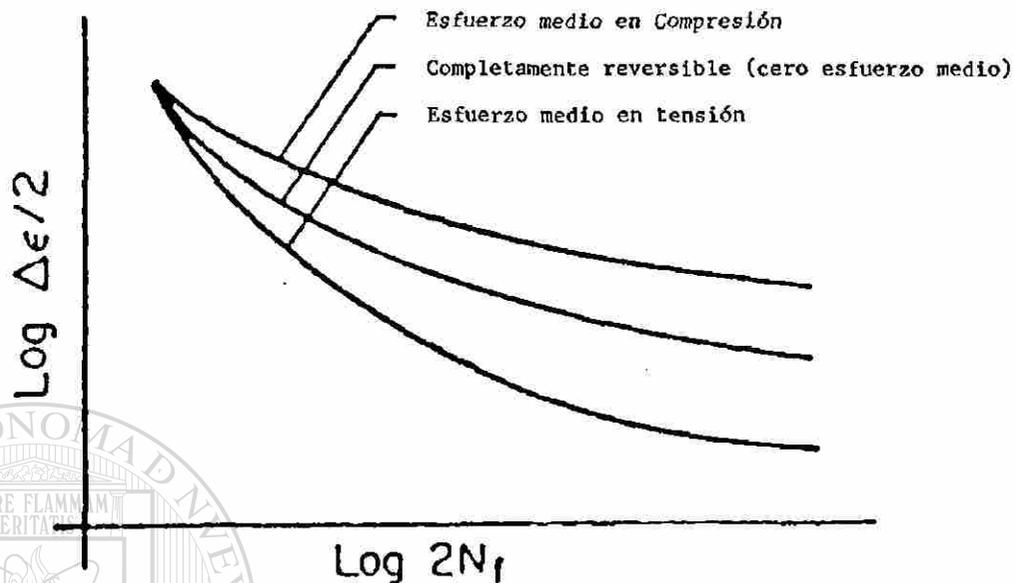


Fig. 2.22.- Efectos del esfuerzo medio en la curva Srain-Life.

Para amplitudes de deformación alta (0.5% a 1% o mas) donde la deformación plástica es significativa, la relajación del esfuerzo medio puede ocurrir y este hacerse cero. (Ver fig. 2.23). Obsérvese que esto no es suavizando ciclicamente. La relajación del esfuerzo medio puede ocurrir en materiales que son <sup>®</sup> ciclicamente estable.

Modificaciones a la ecuación strain-life son hechos para contabilizar los efectos del esfuerzo medio. Morrow sugirió que el efecto del esfuerzo medio sería tomado en cuenta para modificar el término elástico en la ecuación strain-life, (ec. 41) siendo  $\sigma_0$  el esfuerzo medio:

$$\frac{\Delta \epsilon \epsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} = \left[ \frac{\sigma' f - \sigma_0}{E} \right] (2Nf)^b \quad (48)$$

La ecuación strain-life, considerando el esfuerzo medio es:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma' f - \sigma_0}{E} (2Nf)^b + \epsilon' f (2Nf)^c \quad (49)$$

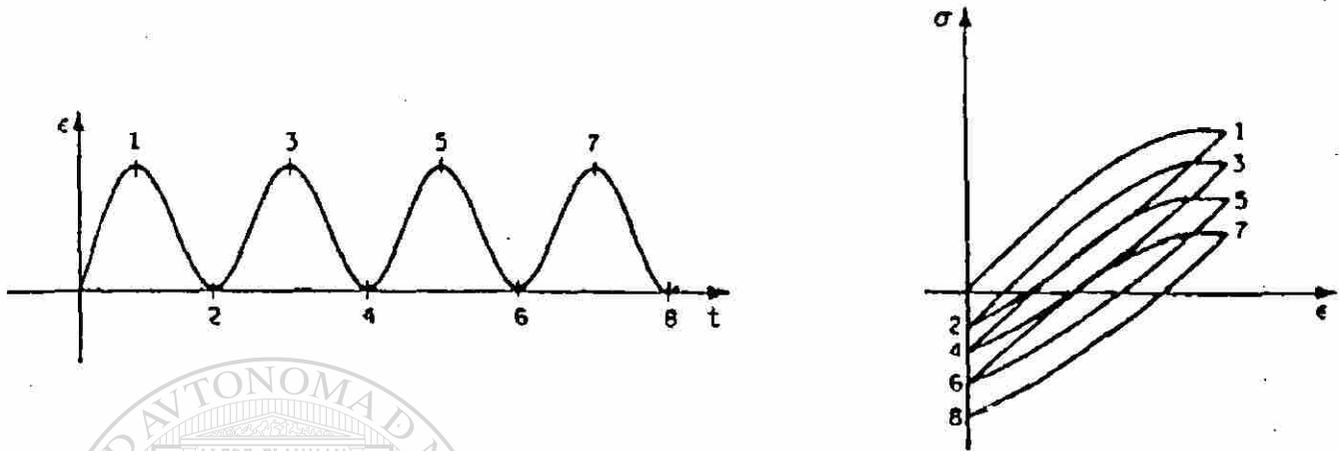


Fig. 2.23.- Relajación del esfuerzo medio

Esto se muestra gráficamente en la fig 2.24. Las predicciones hechas con esta ecuación son consistentes con las observaciones de que los efectos del esfuerzo medio son significantes a bajos valores de deformación plástica, donde la deformación elástica domina.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

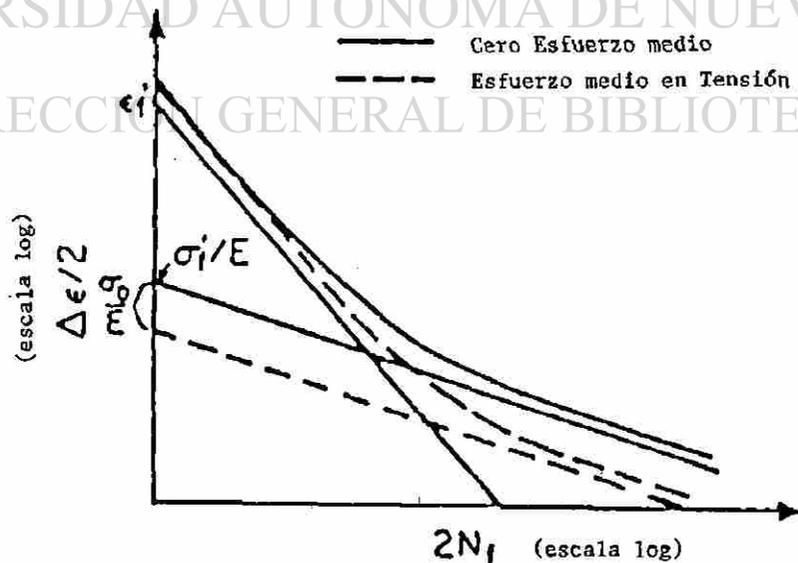


Fig. 2.24.- Corrección de Morrow a la curva Strain-Life por esfuerzos medios a tensión.

Esto refleja que los esfuerzos medios tienen pocos efectos a vidas cortas donde la deformación plástica es grande.

La ecuación 49, predice incorrectamente que la relación entre la deformación plástica y la elástica dependen del esfuerzo medio. Esto claramente no es cierto, como se demuestra en la fig. 2.25. Los dos pequeños ciclos de histéresis tienen el mismo rango de deformación y la misma relación de deformación elástica a plástica sin embargo tienen muy diferentes esfuerzos medios.

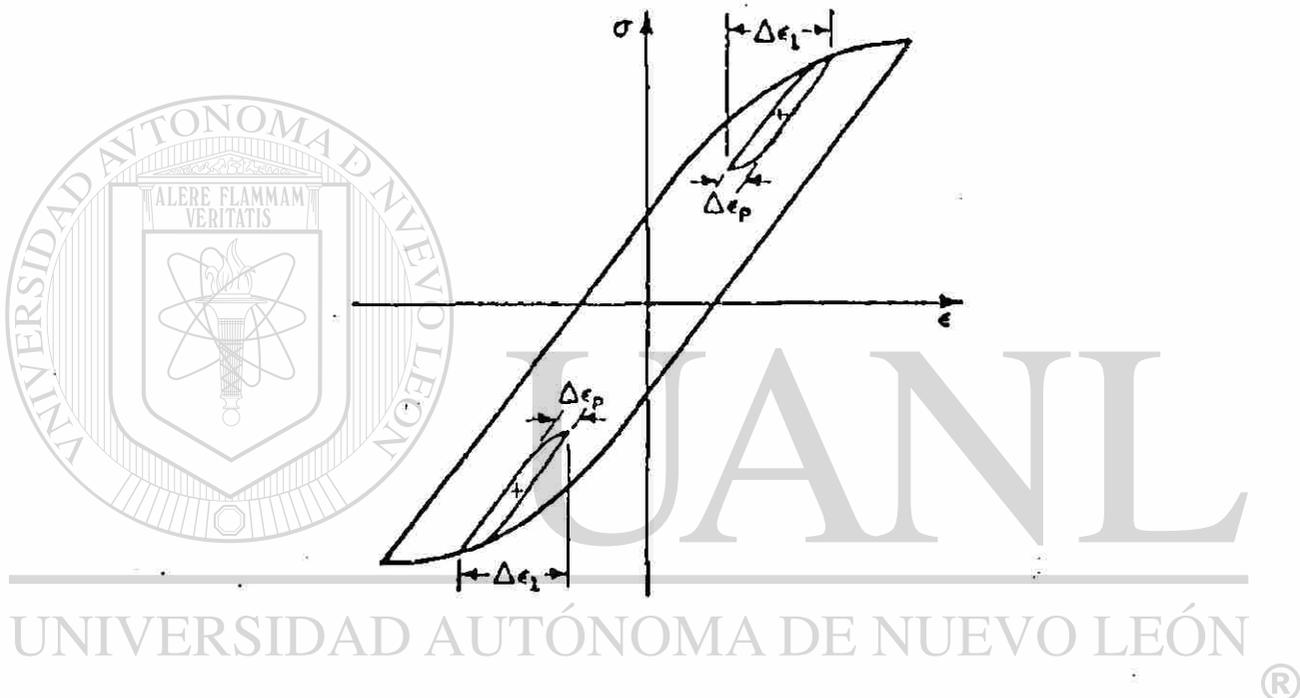


Fig. 2.25.- Independencia de la relación elástico/plástico con el esfuerzo medio. (Nota, en esta figura la porción de deformación plástica es pequeña, el lazo de histéresis ha sido exagerado)

Manson y Halford modificaron ambos términos, elástico y plástico de la ecuación Strain-Life para mantener la independencia de la relación de deformación elástica plástica de los esfuerzos medios. Esta ecuación es:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma' f - \sigma_0}{E} (2Nf)^b + \epsilon' f \left[ \frac{\sigma' f - \sigma_0}{\sigma' f} \right]^{c/b} (2Nf)^c \quad (50)$$

como se muestra en la fig. 2.26. (Note que la vida de transición permanece constante)

Esta ecuación tiende a predecir también los efectos del esfuerzo medio a vidas cortas o donde la deformación plástica domina. A altas deformaciones plásticas, la relajación del esfuerzo medio ocurre. Aunque la ecuación 49, viola la relación constitutiva, en general realiza mejor la predicción de los efectos del esfuerzo medio.

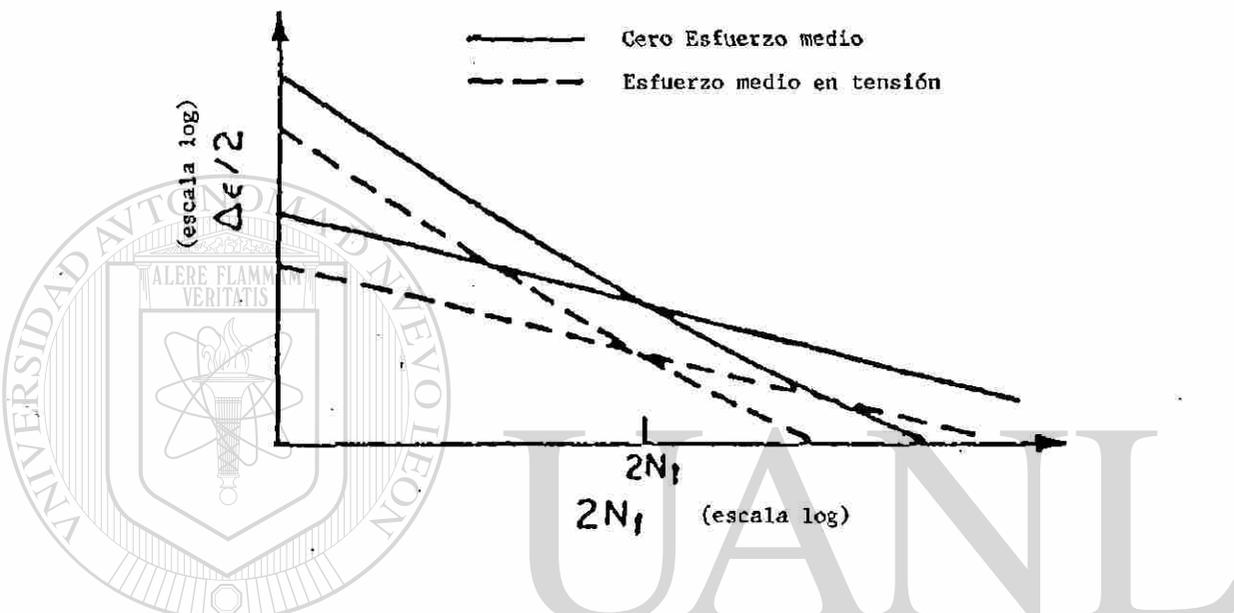


Fig. 2.26.- Corrección de los esfuerzos medios para independizar la relación de deformación elástica/plástica del esfuerzo medio.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Smith, Watson y Topper han propuesto otra ecuación para contabilizar el efecto del esfuerzo medio. Reescribiendo la ecuación 37 para carga completamente reversible:

$$\sigma_{\max} = \frac{\Delta \sigma}{2} = \sigma' f (2Nf)^b \quad (51)$$

es multiplicada la ecuación strain-life por este término, resultando en:

$$(\sigma_{\max}) \frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{(\sigma' f)^2}{E} (2Nf)^{2b} + \sigma' f \epsilon' f (2Nf)^{b+c} \quad (52)$$

Para aplicar esta ecuación, el termino  $\sigma_{\max}$  es evaluado como:

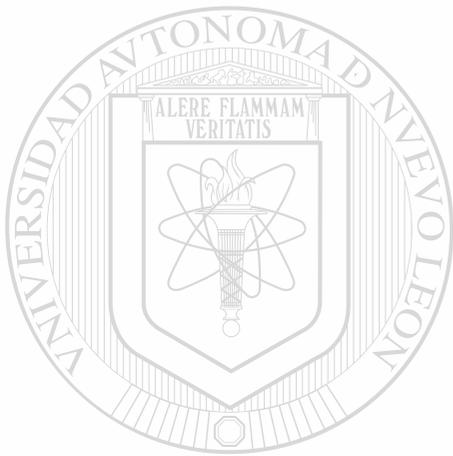
$$\sigma_{\max} = \frac{\Delta \sigma}{2} + \sigma \quad (53)$$

Donde esta ecuación es en la forma general:

$$\sqrt{(\sigma_{\max} \Delta \epsilon)^2} \propto N_f \quad (54)$$

esto es indefinido cuando  $\sigma_{\max}$  es negativo. La interpretación física de esta aproximación asume que no ocurre daño a la fatiga cuando  $\sigma_{\max} < 0$ .

Las ecuaciones del esfuerzo medio son empíricas. Por esto, se debe tener cuidado al tomar rangos fuera de los desarrollados.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 3.- CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE

#### 3.1.- INTRODUCCION

En los materiales, existen historias de cargas de amplitud variable los cuales complican el estudio de su comportamiento a la fatiga. Varios métodos han sido desarrollados para tratar el estudio con cargas de amplitud variable usando como plataforma los datos generados de pruebas de amplitud constante.

Los tópicos con los que se discutirá este tema son:

- 1.- La naturaleza del daño a la fatiga y como pueden ser relacionados con la historia de carga.
- 2.- Métodos de sumarización de daños durante el período de iniciación a la fatiga.
- 3.- Métodos de conteo de ciclos, los cuales son usados para agrupar eventos de daño en una historia compleja.

#### 3.2.- DEFINICION DE DAÑO A LA FATIGA

Existen diferentes aproximaciones usadas cuando tratamos con daño acumulativo a la fatiga durante la iniciación y etapas de propagación. Las diferencias de estas aproximaciones son relacionados con el como el daño a la fatiga puede ser definido durante estas dos etapas.

Durante el período de propagación de fatiga, el daño puede ser directamente relacionado con el tamaño de la falla. Varios métodos han sido desarrollados los cuales pueden relacionar la secuencia de cargas con extensión de falla. El punto importante es que durante la propagación, el daño puede ser relacionado con un fenómeno observable y medible. Esto ha sido usado con gran ventaja en la industria aeroespacial, donde la inspección a intervalos regulares son incorporados al diseño de tolerancias de daño en estructuras.

La definición de daño a la fatiga durante el período de iniciación es mucho mas difícil. Durante esta fase los mecanismos de daño a la fatiga son a niveles microscópicos. Aunque durante el daño, la fase de iniciación puede ser relacionada con dislocaciones, microfracturas, deslizamiento de venas, etc., este fenómeno solo puede ser medido en laboratorios de ambiente altamente controlados. Esto es debido a que los métodos de sumarización de daños para la fase de iniciación son de indole empírico.

### 3.3.- METODOS DE SUMARIZACION DE DAÑOS PARA LA FASE DE INICIACION

#### 3.3.1.- REGLAS DEL DAÑO LINEAL.

La regla del daño lineal fué propuesto primero por Palmgren en 1924 y despues fué desarrollado por Miner en 1945. Hoy en dia este método es comunmente conocido como la regla de Miner. La siguiente terminología va ha ser usada en la discusión:

$$\frac{n}{N} = \text{relación de ciclos}$$

donde:

$n$  = numero de ciclos a un nivel de esfuerzos,  $S$

$N$  = vida a la fatiga en ciclos a un nivel de esfuerzos,  $S$

La fracción de daño,  $D$ , es definida como la fracción de vida usada para un evento o serie de eventos. Falla, en cualquiera de las teorías de daño acumulativo es asumido que ocurre cuando la suma de fracciones de daño es igual a 1 o,

$$\sum D_i \geq 1 \quad (1)$$

La regla del daño lineal condiciona que la fracción de daño,  $D_i$ , a un nivel de esfuerzos,  $S_i$ , es igual a la relación de ciclos,  $n_i/N_i$ . Por ejemplo, la fracción de daño,  $D$ , debido a un ciclo de carga es  $1/N$ . En otras palabras la aplicación de un ciclo de carga consume  $1/N$  de la vida a la fatiga. El criterio de falla para cargas de amplitud variable puede ahora ser representado como: ®

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1 \quad (2)$$

La vida para falla puede ser estimada por la suma de los porcentajes de vida usada a cada nivel de esfuerzo. El uso obvio de este método es simple.

La regla de Miner también puede ser interpretada gráficamente para mostrar este efecto en la curva S-N (fig. 3.1).

Si son aplicados  $n_1$  ciclos a un nivel de esfuerzos  $S_1$ , la curva S-N es trasladada a un nuevo valor de vida  $N_1'$ ,  $N_1'$  es  $N_1 - n_1$ , y  $N_1$  es la vida original a falla a un nivel de esfuerzo  $S_1$ . La curva S-N conserva su pendiente original pero es trasladada a la izquierda.

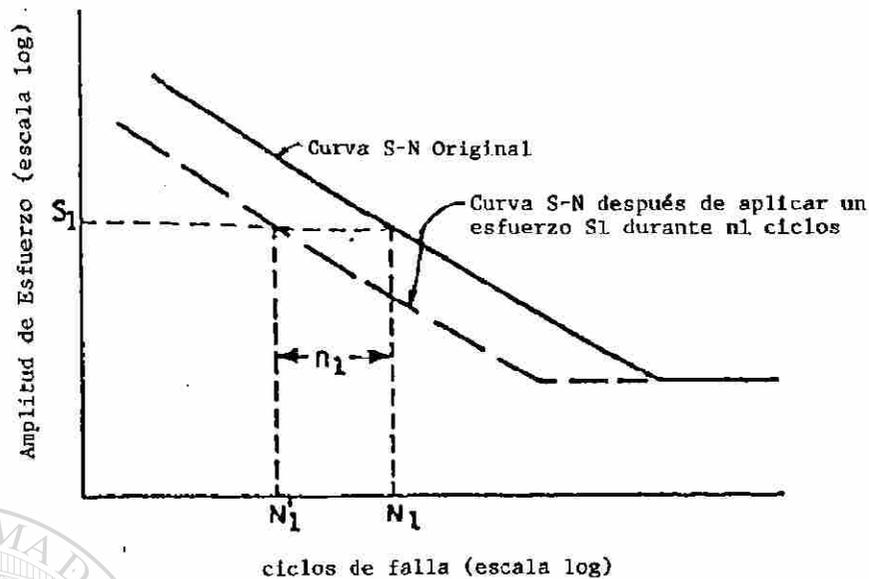


Fig. 3.1.- Efectos de la regla de Miner en la curva S-N

Este es un dato de prueba considerable el cual se ha convertido en una tentación para verificar la regla de Miner. En la mayoría de los casos estas pruebas usan dos pasos de historia. Esta prueba comienza con un nivel de esfuerzo inicial  $S_1$ , para un cierto número de ciclos. El nivel de esfuerzos es entonces cambiado a un segundo nivel,  $S_2$ , hasta que ocurra la falla. Si  $S_1 > S_2$  es llamado prueba alto-bajo y si  $S_1 < S_2$  es una prueba bajo-alto. Los resultados de la prueba original de Miner muestran que la relación de ciclos corresponde a un rango de falla desde 0.61 a 1.45. Otros investigadores han mostrado variaciones tan grandes como de 0.18 a 23.0. La mayoría de los resultados tienden a fallar entre 0.5 y 2.0. Por lo general el promedio de los valores se aproxima al propuesto por Miner que es un valor de 1. Existe una tendencia general a mostrar valores mas pequeños las pruebas alto-bajo que las bajo-alto. En otras palabras, la regla de Miner no se conserva para pruebas alto-bajo.

Un problema con pruebas de dos niveles es que no describe mucho la historia de cargas. La mayoría de las historias de cargas no siguen un arreglo en pasos, sino que se presentan aleatoriamente con cargas de amplitud variable. Pruebas usando historias aleatorias con niveles de esfuerzos críticos muestran una correlación muy buena con la regla de Miner.

Una forma alternante de la regla de Miner ha sido propuesta. Esta es:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \geq X \quad (3)$$

donde X es seleccionado sobre una carga de historia conocida o sobre un factor de seguridad deseado. Un valor menor de uno es normalmente usado.

La regla del daño lineal tiene dos principales defectos cuando se dirigen a describir el comportamiento del material observado.

Primero, no considera la secuencia de efectos. La teoría predice que el daño causado por un ciclo de esfuerzos es independiente de donde ocurre en la historia de carga. Un ejemplo de esta discrepancia fué discutida en un principio considerando las pruebas alto-bajo y bajo-alto. Segundo, la regla del daño lineal es independiente de la amplitud. Este predice que la cantidad de daño acumulado es independiente del nivel de esfuerzo. Esta última tendencia no corresponde al comportamiento observado. A altas amplitudes de deformación, la falla inicia a pocos ciclos, y a pequeñas amplitudes de deformación se alarga el período de vida para la iniciación de la falla.

### 3.3.2.- TEORIA DEL DAÑO NO LINEAL

Han sido muchas las teorías propuestas sobre el daño no lineal que atentan con superar los defectos de la regla de Miner. Collins describe críticas de estos métodos ( Henry, Gatts, Corten - Dolan, Marin, Doble lineal de Manson ). Estos son algunos problemas prácticos presentes cuando intentamos usar esos métodos:

- 1.- Requieren material y secciones constantes los cuales pueden ser determinados a través de una serie de pruebas. En algunos casos requiere una cantidad considerable de pruebas.
- 2.- Algunos de los métodos consideran secuencia de efectos, el numero de cálculos pueden resultar problemáticos en historias complicadas.

Otro punto es que, aunque los métodos no lineales pueden suponer mejores predicciones que la regla de Miner para dos pasos de historia, no garantizan que trabajarán mejor con la historia de cargas actuales.

La siguiente es una descripción general de una aproximación de daño no lineal de recientes investigaciones interesantes y que tienen aplicaciones en diseño. Esto fué propuesto por Richard y Newmark y el desarrollo fué continuado por Marco y Starkey. Este método predice la siguiente relación entre fracción de daño,  $D$ , y la relación de ciclos,  $n/N$ .

$$D = \left[ \frac{n}{N} \right]^p \quad (4)$$

donde el exponente,  $p$ , es una función del nivel de esfuerzo. El valor de " $p$ " es considerado decreciente en el rango de cero a 1, con el valor incrementándose con el nivel de esfuerzo. Obsérvese que cuando  $p=1$  el método equivale a la regla de Miner.

El uso de este método es mostrado en la fig. 3.2a la cual es una gráfica de la fracción del daño contra relación de ciclos para dos niveles de esfuerzos, donde  $S_1 > S_2$ . La fig. 3.2c muestra una historia de esfuerzo bajo-alto, donde  $S_2$  es aplicado por  $n_2$  ciclos y entonces el esfuerzo  $S_1$  es aplicado durante  $n_1$  ciclos. Los valores de  $N_1$  y  $N_2$  son las vidas a la fractura correspondientes a  $S_1$  y  $S_2$  sobre la curva  $S-N$  (fig. 3.2b). Puntos correspondientes en la historia de esfuerzos, fig. 3.2c, y gráfica de daño, fig. 3.2a, son identificados con  $O$ ,  $A$ , y  $B$ . El daño asociado con el esfuerzo  $S_2$  es encontrado con la continuación de la propia curva de daño en una distancia horizontal,  $n_2/N_2$ . Cuando el nivel de esfuerzo es cambiado, una transferencia es hecha a la correspondiente curva de daño a el nuevo nivel de esfuerzo,  $S_1$ , por continuación de una línea horizontal de daño constante. Este procedimiento continúa hasta que la falla es precedida ( $D \geq 1$ ).

Notese que si los esfuerzos son invertidos en la fig. 3.2c, o sea, una prueba alto-bajo, se tendrá un incremento en el daño total precedido en la gráfica 3.2a. De esta forma este método incluye ambas secuencias y efectos de niveles de esfuerzo.

El método mostrado en la fig. 3.2 es una buena representación del comportamiento del material observado. También puede ser usado para sumar el daño en aplicaciones de alta temperatura donde existe interacción de creep y fatiga.

Este tiene la desventaja de que la familia de curvas de esfuerzo en la gráfica de daño debe ser desarrollada experimentalmente para cada material. También tiene el problema de definir la medida física con la cual se describe el daño.

En caso de fatiga, el tamaño de la fractura o densidad de fractura son los usados. En aplicaciones de alta temperatura, la cantidad de deslizamiento, (creep) o la pendiente de carga son usados.

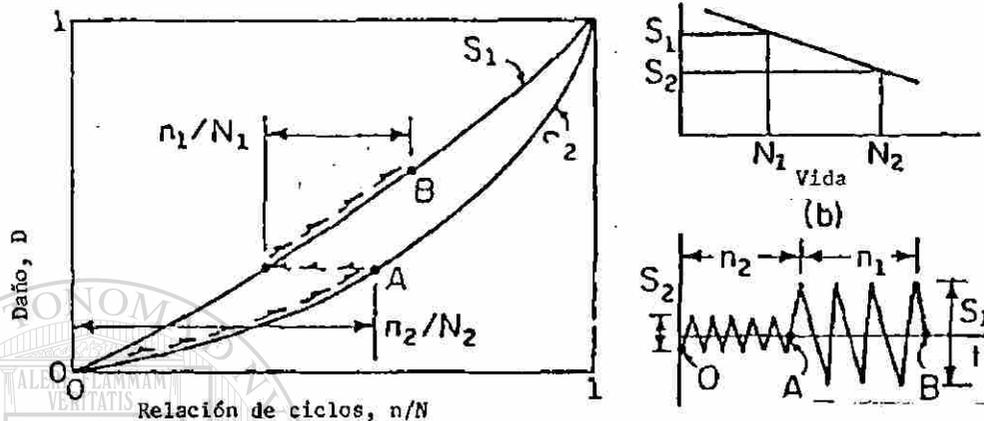


Fig. 3.2.- Demostración de la teoría del daño no lineal

### 3.3.3.- CONCLUSIONES

Para la mayoría de las situaciones donde existe una historia de carga pseudo-aleatoria la regla de Miner es adecuada para predecir la vida a la fatiga. Los otros métodos no lineales no conceden significativamente una predicción de vida más confiable. Estas teorías también requieren material y secciones constantes lo cual no es muy útil.

Las técnicas de sumarización de daños deben considerar los efectos de la secuencia de carga. Uno de estos es el efecto del esfuerzo medio el cual es causado por los esfuerzos residuales. Los esfuerzos residuales producen efectos significantes en la vida a la fatiga de componentes con concentrador.

El método Stress-Life no considera los esfuerzos residuales causados por sobrecargas. El uso del método Strain-Life para cargas de amplitud variable, considera los efectos de esfuerzos residuales debidas a sobrecargas para ser cuantificadas, y subsecuentemente incluídas en las predicciones de la vida a la fatiga. Aunque algunas técnicas de sumarización de daño no lineal han sido desarrolladas para contabilizar los efectos del esfuerzo medio, este es un acercamiento apropiado.

Como un ejemplo de los efectos del esfuerzo medio, consideramos la situación mostrada en la fig. 3.3 donde una placa taladrada (2024-T3 Aluminio) es sujeta a dos historias de cargas similares. La única diferencia es que en la historia A la última carga en el nivel alto es tensión, mientras que en la historia B es compresión. Un análisis de Miner, usando la curva S-N predice cercanamente idénticas vidas a los niveles de esfuerzo bajo para las dos historias.

En efecto, los resultados de la prueba muestran que la historia A tiene una vida de 460,000 ciclos al nivel del esfuerzo bajo y la historia B una vida de 63,000 ciclos al mismo nivel de esfuerzo. Una prueba sin precarga tiene una vida de 115,000 ciclos. Las diferencias en la vida total son debidas al beneficio y al perjuicio de los esfuerzos residuales aplicados por la sobrecarga final en las historias A y B.

Un análisis usando el método Strain-Life y un análisis de Neuber determinan los valores del esfuerzo residual. El efecto de este esfuerzo medio residual ha sido incorporado en la predicción de la vida. Este procedimiento toma en el conteo el efecto de la secuencia de carga a diferencia de los métodos no lineales de Stress-Life que cuentan solamente con constantes empíricas.

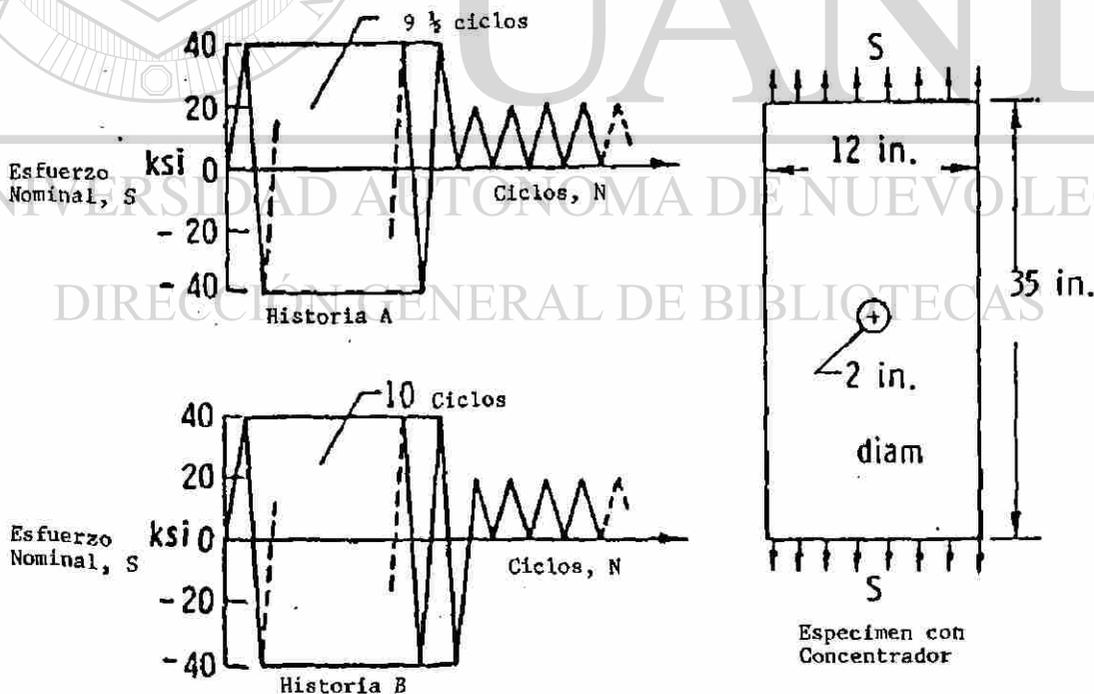


Fig. 3.3.- Efecto de la secuencia de carga en vida a la fatiga.

### 3.4.- CONTEO DE CICLOS

Para predecir la vida de un componente sujeto a una historia de carga variable, es necesario reducir la compleja historia a un numero de eventos los cuales pueden ser comparados con datos de pruebas de amplitud constante. Este proceso de reducir la historia de carga compleja a un numero de eventos de amplitud constante se denomina "conteo de ciclos".

En la siguiente discusión las tecnicas de conteo de ciclos serán aplicadas a historias de deformación. En general esta tecnica puede ser aplicada a otros parámetros de "carga", como esfuerzo, torque, momento, carga, etc.

#### 3.4.1.- PRIMER PROCEDIMIENTO DE CONTEO DE CICLOS

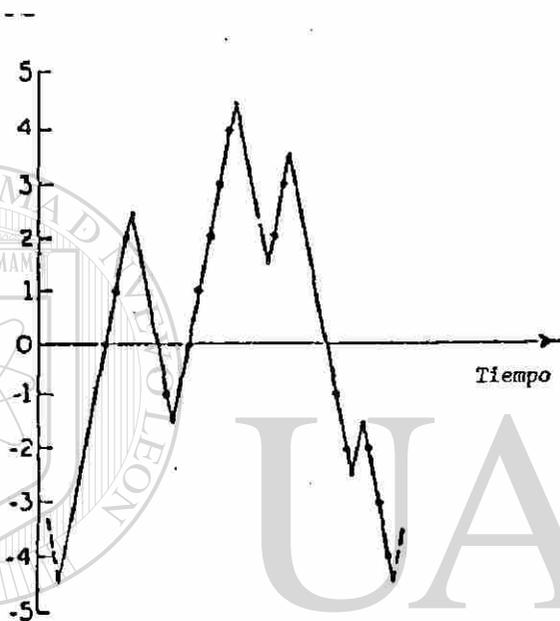
Algunos de los procedimientos de conteo de ciclos mas comunmente usados para empezar a reducir una historia compleja son:

- 1.- El conteo de cruce de nivel
- 2.- El conteo de picos
- 3.- El conteo de rango simple.

##### 3.4.1.1.- *Conteo de cruce de nivel*

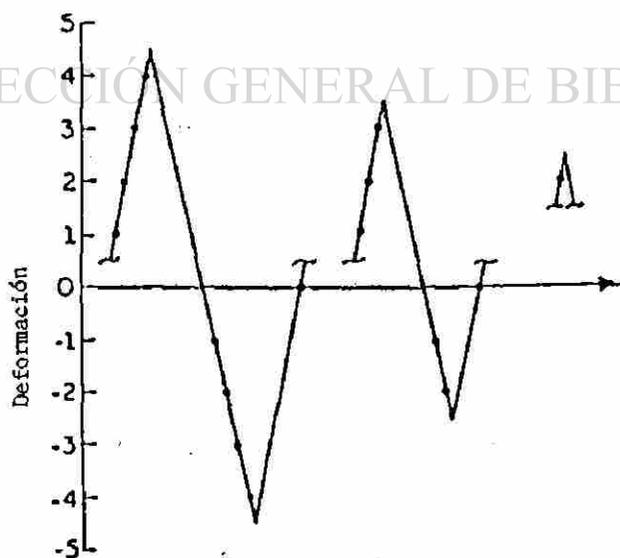
En este procedimiento, el eje de deformación de la gráfica deformación-tiempo es dividida en un numero de incrementos. Un conteo es entonces registrado cada vez que una porción de pendiente positiva de la historia de deformación cruza un incremento localizado sobre una referencia de deformación. Asi mismo cada vez que una porción de pendiente negativa de la historia de deformación cruza un incremento localizado bajo la referencia de deformación se registra un conteo. La fig. 3.4a muestra un ejemplo de historia de deformación y el resultado del conteo de cruce de nivel. En este ejemplo en particular, cero deformación ha sido usada como la referencia.

Cuando los conteos son determinados, estos pueden ser combinados para formar ciclos completos. Una variedad de métodos son útiles en la combinación de conteos para obtener ciclos completos. La combinación mas perjudicial de conteo, desde un punto de vista a la fatiga, es obtenido para formar primero el ciclo mas grande posible. El siguiente ciclo mas grande posible es entonces formado usando los conteos restantes disponibles, y así, hasta que todos los conteos sean usados. La fig. 3.4b muestra los resultados del uso de este procedimiento en el conteo de cruce de nivel obtenido de la historia de deformación de la fig. 3.4a.



Nivel	Conteo
5	0
4	1
3	2
2	3
1	2
0	2
-1	2
-2	2
-3	1
-4	1
-5	0

(a)



Rango (niveles)	Conteo de Ciclos
10	0
9	1
8	0
7	0
6	1
5	0
4	0
3	0
2	0
1	1

(b)

63074

Fig. 3.4.- Conteo de cruce de nivel

### 3.4.1.2.- Conteo de picos

El método de conteo de picos se basa en identificar los valores de deformación máximos y mínimos. Para empezar, el eje de deformación es dividido en un número de incrementos. La posición de todos los valores de deformación máxima (picos) sobre la referencia de deformación son tabulados, así como los valores de deformación mínima (valles) bajo la referencia de deformación. Un ejemplo de este procedimiento es mostrado en la fig. 3.5a. En este ejemplo cero deformación ha sido usado como el valor de la referencia.

Con el método del cruce de nivel, cada conteo era obtenido de la combinación de ciclos completos para realizar un análisis de fatiga. La historia mas perjudicial, en términos de fatiga, es obtenido por la primer combinación del pico mas grande con el valle mas grande. El segundo ciclo mas grande es entonces formado con la combinación del pico y valle mas grandes de los conteos restantes. Este procedimiento continua hasta que todos los conteos han sido usados. La fig. 3.5b muestra los resultados de los ciclos completos obtenidos usando el procedimiento de conteo de picos a partir de la historia de la fig. 3.5a.

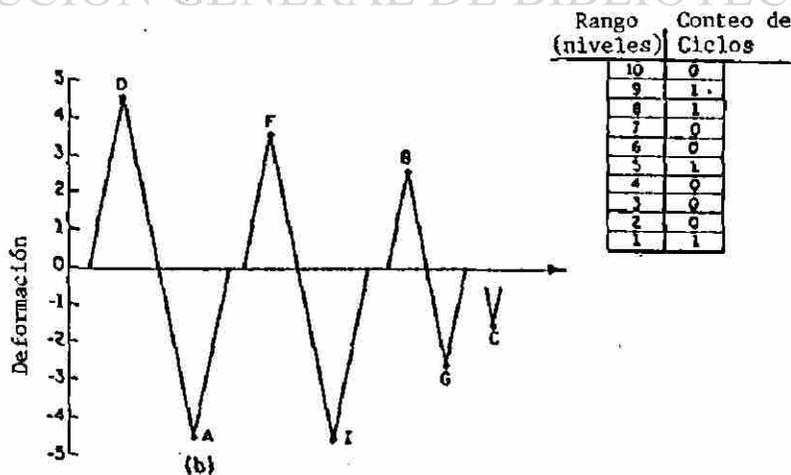
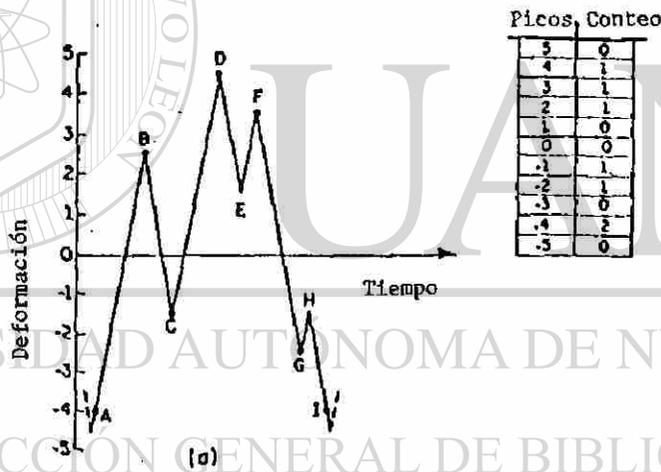


Fig. 3.5.- Conteo de Picos

### 3.4.1.3.- Conteo de rango simple

Con este método el rango de deformación entre sucesos reversibles es registrado. En el método de conteo, un ciclo está compuesto por un rango positivo (pico) y un rango negativo (valle), cada rango es considerado medio ciclo. Si solo el rango positivo o el negativo es registrado, cada uno es considerado medio ciclo. Un conteo de ciclos completos usando este método para una muestra de historia de deformación es mostrado en la fig. 3.6, ambos rangos, positivo y negativo, son contados y el resultado está en la fig. 3.6b

Usando el método de conteo de rango simple, el valor medio de cada rango es frecuentemente registrado. Esta información es entonces combinada con los valores de determinado rango en la forma de una matriz bi-dimensional. En la realización de análisis de fatiga, los efectos de rango medio son incluidos. Cuando los valores medios son registrados, este procedimiento es llamado método de conteo de media de rango simple.

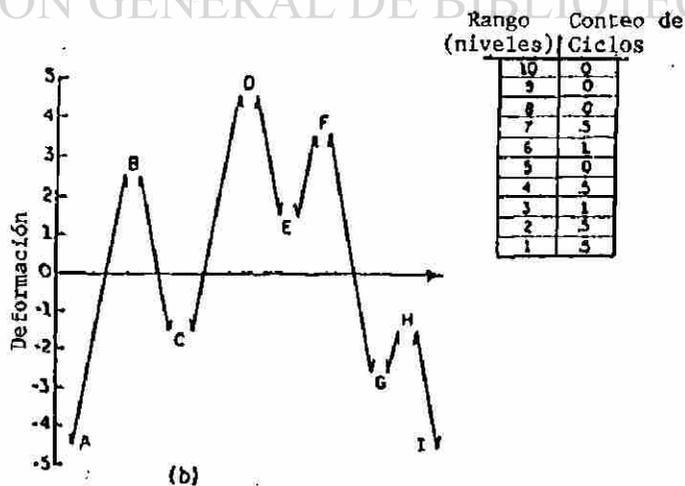
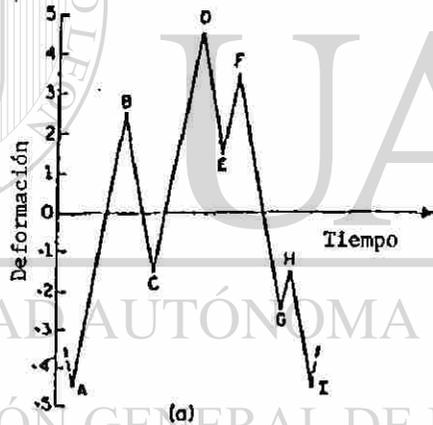
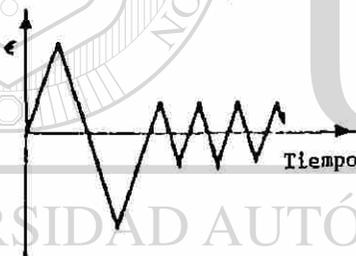


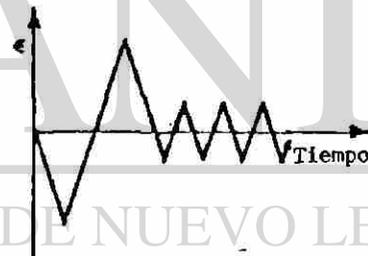
Fig. 3.6.- Conteo de rango simple

### 3.4.2.- SECUENCIA DE EFECTOS

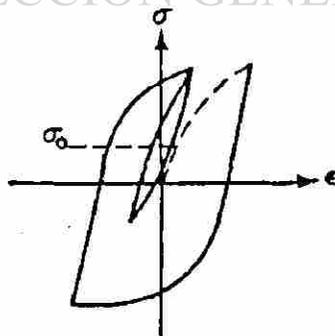
Los tres métodos de conteo de ciclos descritos no consideran el orden en el cual los ciclos son aplicados. Debido a las relaciones no lineales entre esfuerzo y deformación (comportamiento plástico del material), el orden en el cual los ciclos son aplicados tienen un efecto significativo en la respuesta esfuerzo-deformación de un material que se le está aplicando carga. Por ejemplo, considere las dos historias de deformación mostrada en la fig. 3.7. Debido a la secuencia de efectos de esta historia deformación-tiempo se producirán diferentes respuestas de esfuerzo deformación. En el caso de la historia A, el incidente de una sobrecarga de compresión inmediatamente precedida de la aplicación de ciclos de deformación mas pequeños resulta en el desarrollo de esfuerzos medios de tensión. Para la historia B, el incidente de sobrecarga a tensión antes de la aplicación de ciclos de deformación mas pequeños resulta en el desarrollo de esfuerzos medios de compresión. Puesto que los esfuerzos medios tienen un efecto significativo en la vida a la fatiga de un material, estas dos historias de deformación experimentarán muy diferentes vidas. Esto es, la secuencia de efectos deberán ser considerados en las predicciones de vida a la fatiga. (Observese que este efecto es similar al mostrado en la fig. 3.3).



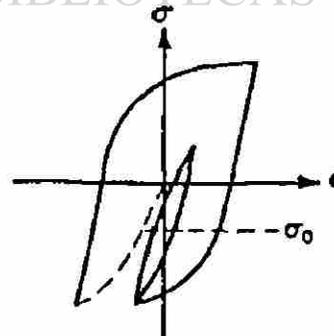
Historia A



Historia B



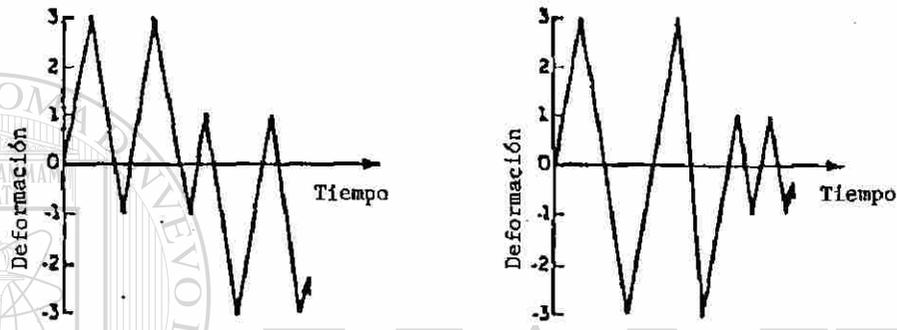
$\sigma$ - $\epsilon$  Respuesta A



$\sigma$ - $\epsilon$  Respuesta B

Fig. 3.7.- Efectos de la secuencia de carga en la respuesta Stress-Strain del material

Como un ejemplo adicional considere las dos historias de deformación mostradas en la fig. 3.8. Estas dos historias producen idénticos conteos de ciclos cuando se usan los métodos de cruce de nivel y conteo de picos. La respuesta cíclica de esfuerzo-deformación de las dos historias son reconocidas como principios muy diferentes. Estas historias producirán vidas a la fatiga diferentes, así mismo cualquier técnica de análisis de fatiga considerará estas diferencias. El defecto de los primeros métodos de conteo de ciclos es que predicen la vida a la fatiga de componentes sujetos a historia de amplitud variable sin considerar la secuencia de efectos.



Historia A

Historia B

Conteo de Cruce de Nivel

Conteo de Picos

Nivel	Conteo		Rango (niveles)	Conteo de Ciclos	Pico	Conteo		Rango (niveles)	Conteo de Ciclos
	A	B				A	B		
3	2	2	6	2	3	2	2	6	2
2	2	2	5	0	2	0	0	5	0
1	4	4	4	0	1	2	2	4	0
0	4	4	3	0	0	0	0	3	0
-1	4	4	2	2	-1	2	2	2	2
-2	2	2	1	0	-2	0	0	1	0
-3	2	2			-3	2	2		

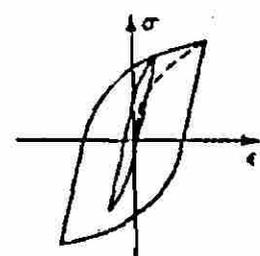
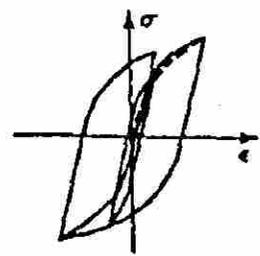


Fig. 3.8.- Insensibilidad de los métodos de cruce de nivel y de conteo de picos a la secuencia de efectos de carga

### 3.4.3.- CONTEO RAINFLOW

El método rainflow original de conteo de ciclos deriva su nombre de una analogía usada por Matsuishi y Endo en sus trabajos iniciales de este tema. Desde ese tiempo el "conteo rainflow" ha venido ha generalizar términos que describen cualquier método de conteo de ciclos el cual intenta identificar ciclos cerrados de histéresis en la respuesta esfuerzo deformación de un material sujeto a carga cíclica. Actualmente un numero de tecnicas de conteo rainflow estan en uso, las mas comunes son: el método original rainflow, conteo de rango-par, conteo de ciclo de histéresis, el método "racetrack", conteo de rango de sobrecarga, conteo de rango-par-rango y el método Hayes. Si la historia deformación-tiempo empieza a analizarse al principio y al final del valor de la deformación teniendo una magnitud grande ya sea de un pico o un valle todos los métodos anteriores producirán idénticos resultados. Sin embargo, un valor de deformación intermedio es usado como punto inicial, estos métodos producirán resultados similares pero no idénticos. Solamente el método rainflow original describirá esto en detalle.

#### 3.4.3.1.- Conteo Rainflow original

El primer paso para implantar este procedimiento es dibujar la historia de deformación-tiempo, de tal forma que el eje del tiempo esté orientado verticalmente incrementándose hacia abajo. Ahora imagine que la historia de deformación forma un numero de "techos de pagoda". Los ciclos son entonces definido por la manera en el cual la lluvia "gotea" o "caiga" de los "techos". (Esta es la analogía mencionada previamente usada por Matsuishi y Endo desde el cual el método rainflow de conteo de ciclos recibe su nombre). Un numero de reglas son impuestas en el "goteo" de lluvia para de esta manera identificar ciclos cerrados de histéresis. Las reglas que especifican la manera en el cual cae la lluvia son las siguientes:

- 1.- Para eliminar el conteo de medio ciclo, la historia de deformación-tiempo así como inicia y termina el valor de la deformación mas grande.
- 2.- Un flujo de lluvia es conducido a cada deformación reversible en la historia y es permitido continuar el flujo a menos que,
  - a) la lluvia que empezó en un punto máximo (pico) hasta que en la caída se oponga un punto máximo mas grande que desde el cual proviene,
  - b) la lluvia empieze en un punto mínimo (valle) hasta que en la caída se oponga a un punto mínimo mas grande (en magnitud) que desde el cual proviene, y
  - c) se encuentre con un flujo de lluvia previa.

El procedimiento puede ser clarificado usando un ejemplo. La fig. 3.9 muestra un ejemplo de historia de deformación y el resultado de un flujo de lluvia. La siguiente discusión describe en detalle la manera en el cual cada flujo de lluvia fué determinado.

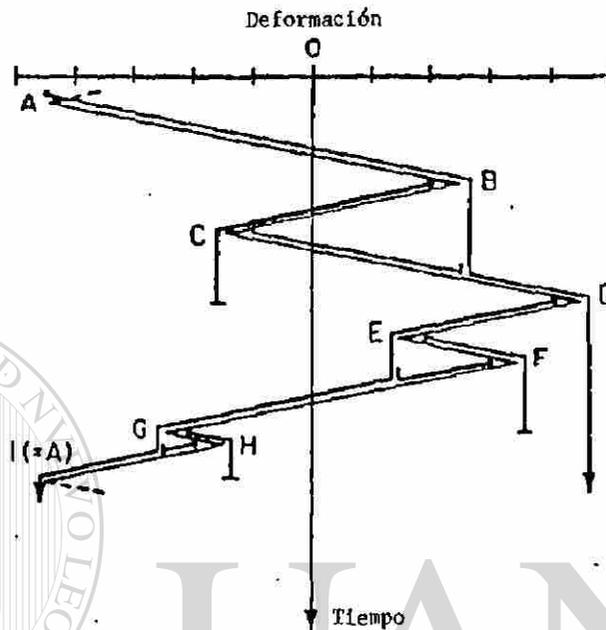


Fig. 3.9.- Conteo Rainflow Original

Como se muestra en la fig. 3.9, la historia de deformación-tiempo empieza y termina en el valor de deformación de la magnitud mas grande (punto A). Rainflow es ahora iniciado en cada reversion en la historia de deformación.

- A.- El flujo de lluvia del punto A sobre los puntos B y D continua al final de la historia donde ninguna de las condiciones para detener el flujo de la lluvia son satisfechas.
- B.- El flujo de lluvia del punto B sobre el punto C es detenido por el punto opuesto D, donde ambos D y B son máximos y la magnitud de D es mas grande que B (regla 2a).
- C.- El flujo de lluvia del punto C debe detenerse hasta que se encuentre con el flujo de lluvia del punto A (regla 2c).
- D.- El flujo de lluvia del punto D sobre los puntos E y G continua al final de la historia donde ninguna de las condiciones para detener el flujo son satisfechas.

- E.- El flujo de lluvia del punto E sobre el punto F es detenido por el punto opuesto G donde ambos G y E son mínimos y la magnitud de G es mayor que E (regla 2b).
- F.- El flujo de lluvia del punto F debe detenerse hasta que encuentre el flujo de lluvia del punto D (regla 2c).
- G.- El flujo de lluvia del punto G sobre el punto H es detenido por el punto opuesto A (I) donde ambos G y A son mínimos y la magnitud de A es mas grande que G (regla 2b).
- H.- El flujo de lluvia del punto H debe detenerse hasta que encuentre el flujo de lluvia del punto D (regla 2c).

Habiendo completado lo anterior, uno es ahora capaz de combinar eventos para formar ciclos completos. En este ejemplo los eventos A-D y de D-A son combinados para formar un ciclo completo. El evento B-C combinado con el evento C-B (del rango de deformación C-D) para formar un ciclo adicional. Igualmente ciclos son formados en E-F y G-H.

El uso del método rainflow en ciclos cerrados de histéresis reconocidos se puede examinar claramente la respuesta esfuerzo-deformación del material para la historia de deformación mostrada. La fig. 3.10 muestra la respuesta esfuerzo-deformación para el ejemplo expuesto.

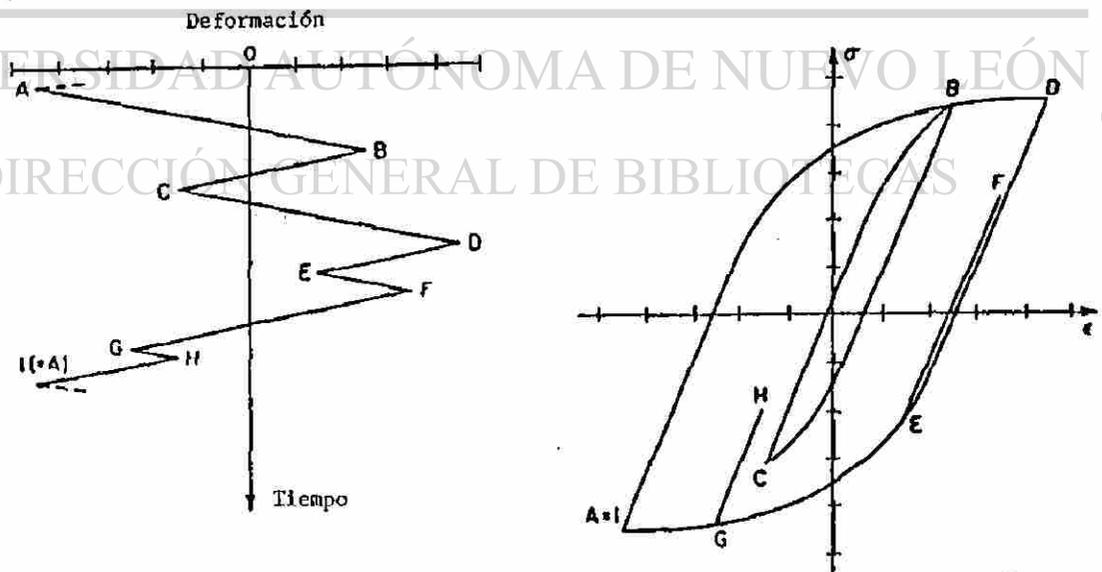


Fig. 3.10.- Respuesta esfuerzo-deformación del material.

El punto A representa la magnitud de deformación mas grande en la historia mostrada, en la gráfica esfuerzo-deformación será localizada la punta de un ciclo de histéresis, además todas las cargas de este punto seguirán la curva de histéresis. Esto muestra lo que ocurre en la trayectoria de A a B. Despues de alcanzar el punto B la deformación es decrecida hasta el punto C, siguiendo un camino definido para el modelo del ciclo de histéresis. Despues de alcanzar el punto B, el material continua al punto D a lo largo del camino de histéresis que empezó desde el punto A como si el ciclo del evento B-C nunca hubiera ocurrido. Este comportamiento del material de "recordar" este estado anterior de deformación es conocido como "memoria del material". En este ejemplo la memoria del material está también reconocido en los eventos de los puntos E y G.

En este ejemplo, 4 eventos de comportamiento parecido de amplitud constante son reconocidos. Estos eventos, A-D, B-C, E-F, y G-H, ocurren como un ciclo cerrado de histéresis, cada uno tiene su rango de deformación y valores de esfuerzo medio. Note que estos ciclos de histéresis corresponden a ciclos obtenidos del conteo de ciclos rainflow.

Cuando es usado en unión con la respuesta esfuerzo-deformación de un material, el conteo rainflow provee una perspicacia invaluable en el efecto de una historia de deformación. Cuando es usado solo, el conteo rainflow solo muestra los rangos de deformación de los ciclos cerrados de histéresis. Cuando la respuesta esfuerzo-deformación del material es considerado, el esfuerzo medio de estos ciclos pueden tambien ser determinados.

Teniendo los ciclos cerrados de histéresis determinados, un análisis de vida a la fatiga puede ser realizado sobre una historia de amplitud variable usando una ecuación de deformación-vida que incorpora los efectos del esfuerzo medio como fué sugerido por Morrow. Esta ecuación es:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma' f - \sigma_0}{E} (2Nf)^b + \epsilon' f (2Nf)^c \quad (5)$$

Si el valor del rango de deformación,  $\epsilon$ , y el esfuerzo medio,  $\sigma_0$ , para el ciclo de histéresis son introducidos en la ecuación, puede ser solucionada para encontrar la vida a la falla,  $Nf$ . El recíproco de esto,  $1/Nf$ , es la relación de ciclos correspondiente a un ciclo.



Este algoritmo es ahora usado para determinar los lazos cerrados de histéresis para la historia de deformación mostrada en la fig. 3.11a.

1.-  $Y = | A - B |$ ;  $X = | B - C |$ ;  $X < Y$ .

2.-  $Y = | B - C |$ ;  $X = | C - D |$ ;  $X > Y$ . El conteo  $| B - C |$  es un ciclo y descarta los puntos B y C. (Ver la fig. 3.11b). Note que un ciclo es formado por un rango idéntico B - C de una porción de rango C - D.

3.-  $Y = | A - D |$ ;  $X = | D - E |$ ;  $X < Y$ .

4.-  $Y = | D - E |$ ;  $X = | E - F |$ ;  $X < Y$ .

5.-  $Y = | E - F |$ ;  $X = | F - G |$ ;  $X > Y$ . El conteo  $| E - F |$  es un ciclo y descarta los puntos E y F. (Ver fig. 3.11c)

6.-  $Y = | A - D |$ ;  $X = | D - G |$ ;  $X < Y$ .

7.-  $Y = | D - G |$ ;  $X = | G - H |$ ;  $X < Y$ .

8.-  $Y = | G - H |$ ;  $X = | H - A |$ ;  $X > Y$ . El conteo  $| G - H |$  es un ciclo y descarta los puntos G y H. (Ver fig. 3.11d)

9.-  $Y = | A - D |$ ;  $X = | D - A |$ ;  $X = Y$ . El conteo  $| A - D |$  es un ciclo y descarta los puntos A y D. (Ver fig. 3.11e)

10.- Fin de conteo

Este ejemplo identifica a los eventos A-D, B-C, E-F, y G-H, como ciclos cerrados de histéresis en la historia de deformación. Estos resultados son idénticos a los obtenidos usando el método mostrado en la fig. 3.9.

Nota: Para iniciar este algoritmo es necesario tomar como punto inicial cualquier pico máximo o valle mínimo.

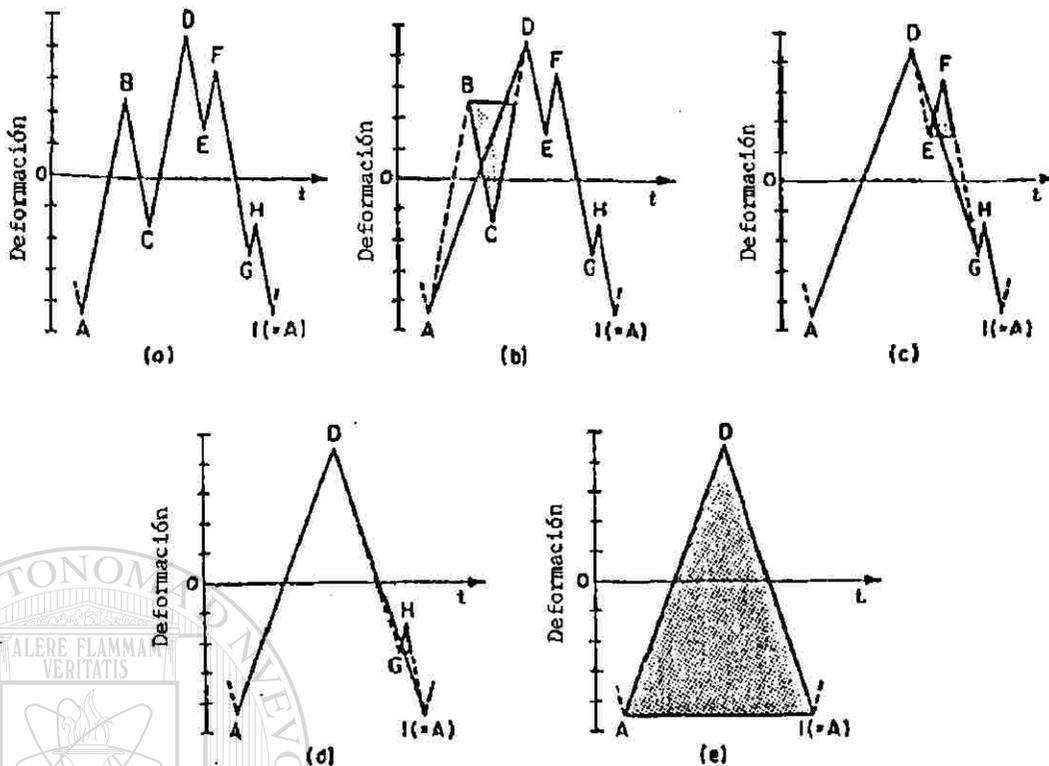


Fig. 3.11.- Conteo Rainflow ( Estandar ASTM )

Este programa, cuando es usado en unión con la respuesta esfuerzo-deformación de un material, provee rango de deformación y valores de esfuerzo medio para lazos cerrados de histéresis en una historia de deformación. Esta información puede entonces ser evaluada a través de una relación deformación-vida corregido por el esfuerzo medio (tal como se observa en la ecuación 5) para obtener la cantidad de daño a la fatiga causado por cada lazo cerrado de histéresis. El daño causado por cada lazo de histéresis puede ser sumado para determinar el daño total a la fatiga causado por la historia de deformación.

Típicamente, los siguientes pasos son usados para determinar la vida total a la fatiga de un componente bajo carga de amplitud variable:

- 1.- Asume que la historia actual puede usarse de modelo para un block que se repite a través de toda la historia de deformación (block de carga).
- 2.- Determina que el daño causado por un block de carga será usado por el procedimiento perfilado en el párrafo anterior.
- 3.- Calcula la vida total de falla, tomando en términos de blocks, usando el recíproco de daño por block.

## 4.- A P E N D I C E : P R O B L E M A

### 4.1.- CONDICIONES DEL PROBLEMA

Los datos experimentales de vida a la fatiga son tomados de especímenes probados a varios niveles de carga. La información necesaria para el análisis de fatiga por el método Strain-Life es:

- 1.- Propiedades del material, y
- 2.- Datos experimentales de fatiga.

Se realiza un cálculo simple de un espécimen a un nivel de carga para predecir su vida en ciclos.

### 4.2.- DATOS DEL MATERIAL Y DEL ESPECIMEN

Material: AISI 4340 tratado termicamente.

Datos estáticos:

Sy = 94 ksi  
Su = 114 ksi  
RA = 68  
E = 30 E3 ksi  
of = 225 ksi  
ef = 1.139

Datos cíclicos del espécimen:

<u>Prueba Numero</u>	<u>Reversiones de falla (2Nf)</u>	<u>Amplitud de def. total</u>	<u>Amplitud de def. plást.</u>	<u>Amplitud de Esf. (ksi)</u>
1	250	0.0264	0.0226	103.5
2	824	0.0153	0.01215	91.5
3	4,128	0.00885	0.00590	77.5
4	11,900	0.00540	0.00278	69.5
5	72,000	0.00274	0.00061	61.0
6	172,000	0.00253	0.00040	63.5
7	456,000	0.00204	0.00004	62.5
8	636,000	0.00187	0.00003	56.5
9	818,000	0.00181	0.00001	56.5
10	1,944,000	0.00197	0.00003	56.5

#### 4.3.- DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES CICLICAS DEL MATERIAL

- 1.- Determine el coeficiente de esfuerzo a la fatiga,  $\sigma'f$ , y el exponente de esfuerzo a la fatiga,  $b$ , por la relación de la ley de energía para los datos de amplitud de esfuerzo contra reversiones de falla.

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'f (2Nf)^b$$

- 2.- Determine el coeficiente de ductilidad a la fatiga,  $\epsilon'f$ , y el exponente de ductilidad a la fatiga,  $c$ , por la relación de la ley de energía para los datos de amplitud de deformación plástica contra reversiones de falla.

$$\frac{\Delta\epsilon p}{2} = \epsilon'f (2Nf)^c$$

Las curvas de los datos strain-life del material son mostrados en la fig. 4.1. Las propiedades cíclicas resultantes son:

$$\sigma'f = 169 \text{ ksi}$$

$$b = -0.081$$

$$\epsilon'f = 1.142$$

$$c = -0.670$$

- 3.- Determinar el coeficiente de esfuerzo cíclico,  $K'$ , y el exponente de endurencia a la deformación cíclica,  $n'$ . Estos pueden ser encontrados usando dos diferentes procedimientos.

Primero, estos términos pueden ser encontrados por la relación de la ley de energía de la amplitud del esfuerzo contra la amplitud de la deformación plástica.

$$\sigma = K' (\epsilon p)^{n'}$$

se obtienen los valores de :

$$K' = 154 \text{ ksi}$$

$$n' = 0.123.$$

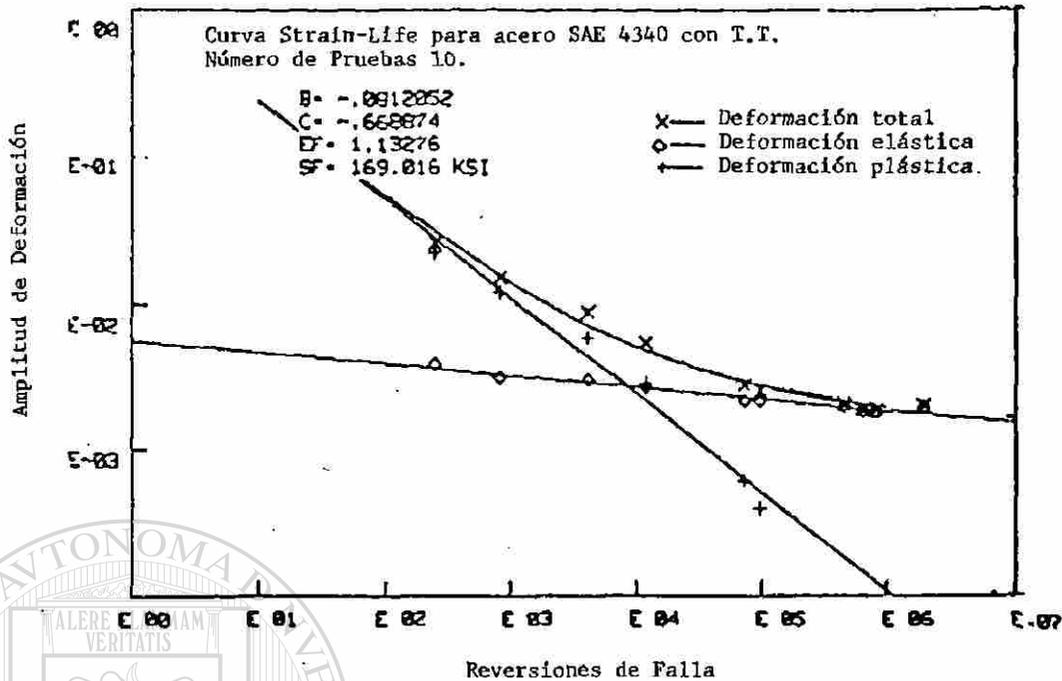


Fig. 4.1.- Curva Strain-Life del material SAE 4340 con tratamiento térmico

Estos términos también pueden ser encontrados usando las relaciones de las ecuaciones 43 y 44 del tema 2.

$$K' = \frac{\sigma' f}{\left[ \epsilon' f \right]^{n'}}$$

$$n' = \frac{b}{c}$$

usando estas relaciones obtenemos:

$$K' = 166 \text{ ksi}$$

$$n' = 0.121$$

Se observa la diferencia entre los dos valores de  $K'$  y  $n'$  usando los dos diferentes métodos. Para los cálculos de predicción de vida, los valores recomendados a usar son los determinados por el primer método.

#### 4.4.- EJEMPLO DE CALCULOS

Datos

$$\begin{aligned} E &= 30 \text{ E3 ksi} \\ \sigma'f &= 169 \text{ ksi} \\ \epsilon'f &= 1.142 \\ b &= -0.081 \\ c &= -0.670 \\ K' &= 154 \text{ ksi} \\ n' &= 0.123 \\ \Delta\epsilon/2 &= 0.0065 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left[ \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right]^{1/n'}$$

$$0.0065 = \frac{\Delta\sigma}{2 \times 30 \text{ E3}} + \left[ \frac{\Delta\sigma}{2(154)} \right]^{1/0.123}$$

Se obtiene  $\Delta\sigma = 155.7 \text{ ksi}$

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'f}{E} (2Nf)^b + \epsilon'f (2Nf)^c$$

$$0.0065 = \frac{169}{30 \text{ E3}} (2Nf)^{-0.081} + 1.142 (2Nf)^{-0.670}$$

Se obtiene  $2Nf = 5500 \text{ reversiones}$



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## 5.- REFERENCIAS

- 1.- Manual on Low Cycle Fatigue Testing, ASTM stp 465, 1969.
- 2.- ASTM Standard E606-80, Annual Book of ASTM Standard, 1980.
- 3.- SAE Fatigue Design Handbook, Vol. 4, J. A. Graham, ed., Society of Automotive Engineers, Inc., 1968.
- 4.- Weizel, R. M., ed., Fatigue Under Complex Loading: Analysis and Experiments, Advances in Engineering, vol. 6, Society of Automotive Engineers, 1977.
- 5.- Morrow, J., and D. F. Socie, Materials, Experimentation and Design in Fatigue, F. Sherratt and J. B. Sturgeon, eds., Westbury House, Warwick, England, 1981, p.3.
- 6.- Bauschinger, J., Mitt. mech.-tech., Lab München, Vol. 13, No 1, 1886.
- 7.- Hertzberg, R. W., Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, 2nd Ed., John Wiley and Sons, 1983.
- 8.- Manson, S. S., and M. H. Hirschberg, Fatigue: An Interdisciplinary Approach, Syracuse University Press, Syracuse, NY, 1964, p. 133.
- 9.- Landgraf, R. W., J. Morrow, and T. Endo, "Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve," J. of Materials, Vol. 4, No. 1, March 1969, p. 176.
- 10.- Morrow, J., "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals," Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity, ASTM STP 378, 1965, p. 45.
- 11.- Massing, G., Proc., 2nd Int. Congress of Applied Mechanics, Zurich, 1926.
- 12.- Basquin, O. H., "The Exponential Law of Endurance Test," Proc., ASTM, vol. 10, 1910, pp. 625-630.
- 13.- Coffin, L. F. Jr., " A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal," Trans. ASME, Vol. 76, 1954, pp. 931-950.
- 14.- Manson, S. S., "Behavior of Materials Under Conditions of Thermal Stress," Heat Transfer Symposium, University of Michigan Engineering Research Inst., 1953, pp. 9-75. También publicado como NACA TN 2933, 1953.
- 15.- Morrow, J., Sección 3.2 de Fatigue Design Handbook, Society of Automotive Engineers Advances in Engineering, Vol. 4, 1968, pp. 21-29.

- 16.- Manson, S. S., and G. R. Halford, "Practical Implementation of the Double Linear Damage Rule and Damage Curve Approach for Treating Cumulative Fatigue Damage," Int. J. of Fracture, Vol. 17, No. 2, 1981, pp. 169-172.
- 17.- Smith, K. N., P. Watson, and T. H. Topper, "A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals," J. of Materials, Vol 5, No. 4, 1970, pp. 767-778.
- 18.- Weinacht, D., "Fatigue Behavior of Gray Cast Iron Under Torsional Loads," Reporte 126, College of Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, May 1986.
- 19.- Landgraf, R. W., "The Resistance of Metals to Cyclic Deformation," ASTM STP 467, ASTM, 1970, pp. 3-36.
- 20.- Martin, J. F., "Cyclic Stress-Strain Behavior and Fatigue Resistance of Two Structural Steels," FCP Reporte No. 9, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1973.
- 21.- Palmgren, A., "Durability of Ball Bearings," ZVDI, Vol. 68, No. 14, pp. 339-341.
- 22.- Miner, M. A., "Cumulative Damage in Fatigue," J. Appl. Mech., Vol. 12, Trans. ASME, Vol. 67, 1945, pp. A159-A164.
- 23.- Sines, G., and Waisman, J. L. (eds.), Metal Fatigue, McGraw Hill, 1959.
- 24.- Madayag, A. F. (ed.), Metal Fatigue: Theory and Design, John Wiley and Sons, 1969.
- 25.- Collins, J. A., Failure of Materials in Mechanical Design, Wiley Interscience, 1981.
- 26.- Richart, F. E., and Newmark, N. M., "An Hypotesis for the Determination of Cumulative Damage in Fatigue," Proc. ASTM, Vol. 48, pp. 767-800.
- 27.- Marco, S. M., and Starkey, W. L., "A Concept of Fatigue Damage," Trans. ASME, Vol. 76, No. 4, pp. 627-632.
- 28.- Hua, C. T., Fatigue Damage and Small Crack Growth During Biaxial Loading, Materials Engineering-Material Behavior Reporte No. 109, University of Illinois, 1984.
- 29.- Crews Jr., J. H., "Crack Initiation at Stress Concentrations as Influenced by Prior Local Plasticity," ASTM STP, 1970, p. 37.
- 30.- Matsuishi, M., and Endo, T., "Fatigue of Metal Subjected to Varying Stress," Tema presentado en Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan, Marzo 1968.

- 31.- Annual Book of ASTM Standards, Sección 3 - Metals Test Methods and Analytical Procedures, Vol. 03.01-Metal-Mechanical Testing; Elevated and Low Temperature Test, PA, 1986, pp. 836-848.
- 32.- Endo, T., et al., "Damage Evaluation of Metals for Random or Varying Loading," Proc., 1974 Symp. on Mech. Behavior of Materials, Vol. 1, The Society of Materials Science, Japan, 1974, pp. 371-380.
- 33.- Anzai, H., and Endo, T., "On Site Indication of Fatigue Damage Under Complex Loading," Int. J. of Fatigue, Vol. 1, No. 1, 1979, pp. 49-57.
- 34.- Endo, T., and Anzai, H., "Redefined Rainflow Algorithm: P/V Difference Method," Japan Society of Materials Science, Japan, Vol. 30, No. 328, 1981, pp. 89-93.
- 35.- Burns, A., "Fatigue Loadings in Flight: Loads in the Tailpipe and Fin of a Varsity," Tech. Report C.P., 256, Aeronautical Research Council, London, 1956.
- 36.- Anónimo, "The Strain Range Counter," VTO/M/416, Vickers-Armstrongs Ltd. (Ahora British Aircraft Corporation Ltd.), Technical Office, Weybridge, Surrey, England, Abril 1955.
- 37.- Richards, F. D., LaPointe, N. R., and Wetzel, R. M., "A cycle Counting Algorithm for Fatigue Damage Analysis," Automotive Engineering Congress, Paper No. 740278, SAE, Detroit, MI, Feb. 1974.
- 38.- Nelson, D. V., and Fuchs, H. O., "Predictions of Cumulative Fatigue Damage Using Condensed Load Histories," Fatigue Under Complex Loading: Analyses and Experiments, Vol. AE-6, R. M. Wetzel, ed., SAE, 1977, pp. 163-187.
- 39.- Fuchs, H. O., et al., "Shortcuts in Cumulative Damage Analysis," Fatigue Under Complex Loading: Analyses and Experiments, Vol. AE-6, R. M. Wetzel, ed., SAE 1977, pp. 145-162.
- 40.- van Dijk, G. M., "Statistical Load Data Processing," tema presentado en Sixth ICAF Symposium, Miami, FL, Mayo 1971. Ver también NLR MP 71007U, National Aerospace Laboratory, Amsterdam, 1971.
- 41.- Hayes, J. E., "Fatigue Analysis and Fail-Safe Design," Analysis and Design of Flight Vehicle Structures, E. F. Bruhn ed., Tristate Offste Co., Cincinnati, OH, pp. C13-1 - C13-42., 1965.
- 42.- Downing, S. D., and Socie, D. F., "Simplified Rainflow Counting Algorithms," Int. J. of Fatigue, Vol. 4, No. 1, Enero 1982, pp. 31-40.



FA  
No