



TM

S540

.M38

C6

c.1



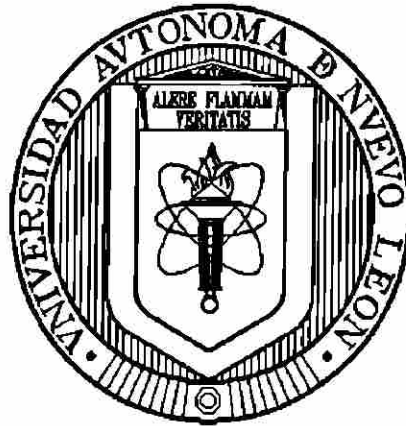
1080093513

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

SUBDIRECCIÓN DE POSTGRADO

70



**TECNOLOGÍAS MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO DE
MODELOS DE CRECIMIENTO DE BOSQUES MIXTOS E
IRREGULARES DE DURANGO, MÉXICO**

TESIS DE MAESTRÍA

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS FORESTALES**

PRESENTA

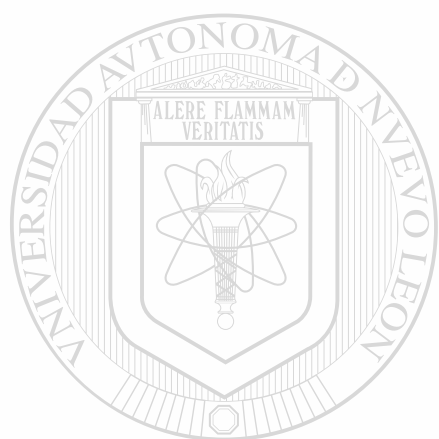
SACRAMENTO CORRAL RIVAS

LINARES, NUEVO LEÓN

NOVIEMBRE DE 1999

SDI-43

.CC



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



DEDICATORIA

A DIOS.

Por ofrecerme todos los bienes de la creación con el don de la vida y ser la fe y esperanza en mi camino.

A MIS PADRES

Sacramento Corral y Socorro Rivas por enseñarme a buscar mi destino y cualquiera que éste sea ser el único responsable de mi superación o estancamiento. A ellos, quienes por darme la vida me enseñaron la humildad, constancia y ejemplo en el trabajo... a ellos mi gran orgullo.

A MI ESPOSA LUCY

Por ser más que mi compañera y compartir su vida a mi lado, por su confianza y apoyo en mi aventura académica, por su amor, humildad, ternura y por darme la hija más hermosa.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

A MI HIJA LILY

Quien con su sonrisa nos alegra el hogar y me motiva a superarme en la vida, a ella que a traído alegría y felicidad a nuestras vidas.

A MIS HERMANOS (AS)

Pancho, Yolanda, Betillo, Margarita, Guille, Javier y Sergio:

Quienes nunca me han dejado de apoyar, a ellos que siempre están disponibles cuando los necesito.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por darme la oportunidad de realizar mis estudios de Maestría en Ciencias Forestales a través de la beca crédito y con el apoyo del proyecto 28536-B.

A los maestros de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León por transmitir sus conocimientos y su amistad.

Al Dr. José de Jesús Návar Cháidez por la buena conducción de este trabajo, por su amable colaboración, por las importantes contribuciones y sugerencias que hicieron posible la realización de este trabajo.

Al Dr. Oscar Aguirre Calderón por su amistad y amable disposición al formar parte de comité de tesis, por sus valiosas sugerencias que enriquecen el escrito final, gracias por haberme inculcado llegar hasta aquí.

Al Dr. Pedro Antonio Domínguez Calleros por su participación en el comité de tesis y por el apoyo recibido con sus valiosos comentarios y sugerencias en la revisión final de la tesis.

Al Ing. Fabián Fernández quien me ha enseñado que la humildad, el respeto y la constancia en el trabajo son el cimiento de la superación, gracias por su grata amistad, por el apoyo brindado durante la toma de información en el Ejido San Pablo.

Al Ing. Jorge Luis Radilla por compartir los buenos y malos momentos que vivimos durante la toma de la datos y sobre todo por ser un gran amigo.

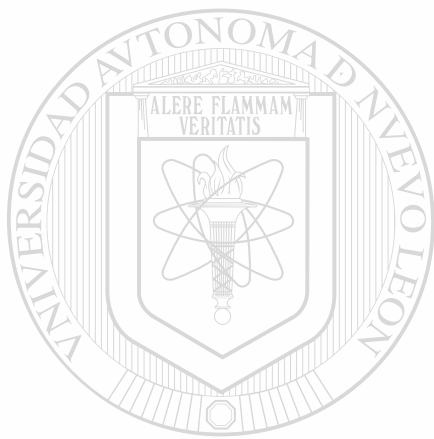
Al Ing. Miguel Angel Romero por todas las facilidades prestadas con la información colectada en el inventario forestal y por su apoyo en la depuración y análisis de las bases de datos.

Al Ing. José de la Luz Santillan y Ing. Guadalupe Barrios por la disposición y facilidades prestadas durante la colecta de los datos.

A mis compañeros del programa de maestría que de una u otra forma contribuyeron en mi aprendizaje en la Facultad de Ciencias Forestales.

A las secretarías y empleados administrativos de la Facultad de Ciencias Forestales.

A todas aquellas personas que me brindaron su confianza y apoyo y que de alguna manera influyó en mi formación.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CONTENIDO

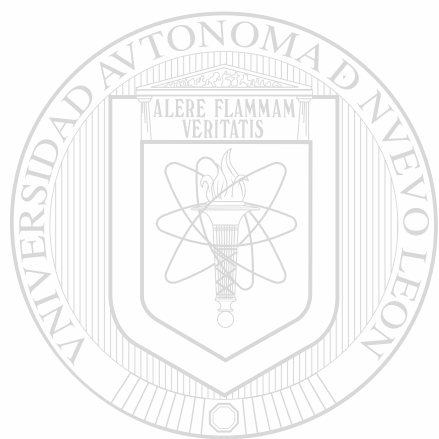
	Página
LISTA DE CUADROS.....	i
LISTA DE FIGURAS.....	v
RESUMEN.....	vi
ABSTRACT	vii
1. INTRODUCCION	1
2. OBJETIVOS	3
2.1. Objetivo general	3
2.2. Objetivos particulares	3
2.3. Hipótesis.....	4
<hr/>	
3. ANTECEDENTES	5
3.1. Enfoques de modelación	5
3.2. Estimación del volumen de los árboles individuales.....	6
3.2.1. Ecuaciones de volumen.....	6
3.2.2. Modelos de ahusamiento.....	7
3.2.3. Funciones compatibles	9
3.3. Modelos de índice de sitio	9
3.4. Modelos de crecimiento.....	11
3.4.1. Modelos basados en rodales completos.....	11
3.4.1.1. Modelos basados en distribuciones diamétricas	11
3.4.1.1.1. Estimación de los parámetros de la distribución Weibull.....	13
3.4.2. Modelos basados en árboles individuales	14
3.4.3. Antecedentes en México.....	15

4. MATERIALES Y METODOS	18
4.1. Caracterización del área de estudio	18
4.1.1. Localización	18
4.1.2. Topografía	18
4.1.3. Geología	18
4.1.4. Suelos	21
4.1.5. Clima	22
4.1.6. Precipitación	23
4.1.7. Tipos de vegetación.....	23
4.1.7.1. Bosque de pino	24
4.1.7.2. Bosque de encino.....	25
4.1.7.3. Bosque mezclado de pino-encino o encino-pino	26
4.1.7.4. Selva baja caducifolia.....	26
5. COMPARACION DE TECNICAS DE ESTIMACION DE VOLUMEN FUSTAL TOTAL PARA CINCO ESPECIE DE DURANGO, MEXICO.....	27
5.1. Resumen	27
5.2. Abstract	28
5.3. Introducción	28
5.4. Materiales y métodos	29
5.4.1. Descripción general del área de estudio.....	29
5.4.2. Metodología	30
5.5. Resultados y discusión	36
5.6. Conclusiones	41
5.7. Reconocimientos	42
5.8. Referencias bibliográficas	42
6. AJUSTE DE FUNCIONES DE AHUSAMIENTO A LOS PERFILES FUSTALES DE CINCO PINACEAS DE LA REGION DEL SALTO, DURANGO	45
6.1. Resumen	45

6.2.	Abstract	46
6.3.	Introducción	47
6.4.	Materiales y métodos	47
6.4.1.	Descripción general del área de estudio.....	47
6.4.2.	Metodología	48
6.4.2.1.	Modelos ajustados.....	49
6.4.2.2.	Procedimiento estadístico	50
6.4.3.	Características de los árboles muestra.....	48
6.5.	Resultados y discusión	47
6.6.	Conclusiones	62
6.7.	Reconocimiento.....	62
6.8.	Referencias bibliográficas	62
7.	ESTIMACION DE LA PRODUCTIVIDAD FORESTAL CON MODELOS DE INDICE DE SITIO PARA CINCO PINACEAS DE DURANGO, MEXICO	64
7.1.	Resumen	64
7.2.	Summary	64
7.3.	Introducción	65
7.4.	Materiales y métodos	66
7.4.1.	Descripción general del área de estudio.....	66
7.4.2.	Metodología	67
7.4.2.1.	Modelos utilizados	67
7.4.2.2.	Procedimiento estadístico	70
7.4.3.	Características de los árboles muestra.....	71
7.5.	Resultados y discusión	72
7.6.	Conclusiones	79
7.7.	Reconocimiento.....	79
7.8.	Referencias bibliográficas	79
8.	ANALISIS DEL CRECIMIENTO E INCREMENTO DE CINCO PINACEAS DE LOS BOSQUES DE DURANGO, MEXICO	82

8.1.	Resumen	82
8.2.	Abstract	82
8.3.	Introducción	83
8.4.	Materiales y métodos	85
8.4.1.	Descripción general del área de estudio.....	85
8.4.2.	Metodología	86
8.4.2.1.	Ecuaciones utilizadas	86
8.4.2.2.	Procedimiento estadístico	88
8.4.3.	Características de los árboles muestra.....	89
8.5.	Resultados y discusión	91
8.5.1.	Crecimiento.....	91
8.5.2.	Incremento.....	99
8.6.	Conclusiones	104
8.7.	Reconocimiento	105
8.8.	Referencias bibliográficas	105
9.	ESTIMACION Y PREDICION DE PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION WEIBULL EN RODALES MEXTOS E IRREGULARES DE DURANGO, MEXICO.	108
9.1.	Resumen	108
9.2.	Abstract	108
9.3.	Introducción	109
9.4.	Materiales y métodos	110
9.4.1.	Descripción general del área de estudio.....	110
9.4.2.	Metodología	111
9.4.3.	La función Weibull	112
9.5.	Resultados y discusión	119
9.5.1.	Estimación de parámetros	119
9.5.2.	Pruebas de bondad de ajuste	120
9.5.3.	Sesgo y eficiencia de los estimadores.....	122
9.5.4.	Predicción de parámetros.....	124
9.6.	Conclusiones	126

9.7. Reconocimientos	126
9.8. Literatura citada.....	127
10. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	130
11. BIBLIOGRAFIA	132



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

LISTA DE CUADROS

	Página
Cuadro 4.1. Distribución de las asociaciones de rocas encontradas en la región de El Salto, Durango.	20
Cuadro 4.2. Descripción de las unidades de suelo encontrados en la región de El Salto, Durango.	21
Cuadro 4.3. Descripción de los tipos climáticos presentes en la región de El Salto, Durango.	22
Cuadro 5.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango, México.	31
Cuadro 5.2. Estadísticos del volumen estimado por 10 técnicas de cubicación de cinco especies de pino en Durango, México.	33
Cuadro 5.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de siete funciones de volumen para predecir volumen rollo total sin corteza de 5 pináceas de Durango, México.	36
Cuadro 5.4. Error total (%) el volumen predicho con los modelos de Schumacher y Hall y Spurr transformado y estimado con los modelos de Amidon y Biging para cinco especies de pino en Durango, México.	40
Cuadro 5.5. Parámetros del ajuste de los modelos de Amidon, (1984) y Biging, (1984) a los perfiles fustales de 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.	41

Cuadro 6.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango. México.....	52
Cuadro 6.2. Estadísticos promedio del ajuste de parámetros de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango, México.....	54
Cuadro 6.3. Estadísticos promedio de la validación de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango. México.....	55
Cuadro 6.4. Parámetros del ajuste del modelo de Biging (1984) para 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.	56
Cuadro 6.5. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar 7 modelos de ahusamiento a 5 especies de coníferas de El Salto, Durango, México.....	56
Cuadro 7.1. Estadísticos de algunos parámetros dasométricos de 5 especies pino de Durango, México, para el ajuste y validación de 9 modelos de índice de sitio.....	71
Cuadro 7.2. Estadísticos promedio del ajuste de parámetros de 9 modelos de índice de sitio a 5 especies de pino de Durango, México.....	73
Cuadro 7.3. Estadísticos promedio de validación de 9 modelos de índice de sitio ajustados a 5 especies de pino de Durango, México.....	74
Cuadro 7.4. Índices de sitio resultantes del modelo anamórfico de Schamacher para 5 especies de Durango, México.....	77

Cuadro 8.1. Estadísticos de parámetros dasométricos de cinco pináceas de Durango México, para el ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento e incremento	89
Cuadro 8.2. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar ecuaciones de crecimiento e incremento de 5 pináceas de El Salto, Durango, México.....	90
Cuadro 8.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México	91
Cuadro 8.4. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México	92
Cuadro 8.5. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México	93
Cuadro 8.6. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México	94
Cuadro 8.7. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México	95
Cuadro 8.8. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México	97

Cuadro 8.9. Parámetros estimados de las ecuaciones seleccionadas para estimar el crecimiento en diámetro, altura y volumen de grupos y árboles individuales de cinco especies de la región de El Salto, Durango, México	98
Cuadro 9.1. Número de rodales por grupo de especies en bosques mixtos e irregulares de Durango, México	112
Cuadro 9.2. Estadísticos de 10 muestras seleccionadas del 70 y 30 % de los datos para ajustar y predecir parámetros de la distribución Weibull en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.....	118
Cuadro 9.3. Estadísticos de los parámetros de la distribución Weibull ajustados por 8 procedimientos a 587 rodales irregulares y mezclados en Durango, México.....	120
Cuadro 9.4. Eficiencia de los parámetros α , β y ϵ estimados por 8 métodos para pinos y hojosas en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.....	123
Cuadro 9.5. Análisis de sensibilidad para las ecuaciones que predicen los parámetros α y β de la distribución Weibull de los grupos pino y hojosas en Durango, México.....	126

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 4.1. Ubicación geográfica del área de estudio.....	19
Figura 5.1. Tendencia promedio del volumen fustal de 10 formas de cubicación explicado por el modelo de Schumacher y Hall (a) y Spurr transformado (b) para <i>Pinus durangensis</i>	39
Figura 6.1. Ajuste de siete funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de <i>P. durangensis</i> de la región de El Salto, Durango, México.....	60
Figura 6.2. Ajuste de la función de Biging a los perfiles fustales sin corteza de cinco especies de pino en la región de El Salto, Durango, México	61
Figura 7.1. Índices de sitio de 5 especies de pino de Durango, México	78
Figura 8.1. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en diámetro de 5 especies de la región de El Salto, Durango.....	101
Figura 8.2. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en altura de 5 especies de la región de El Salto, Durango.....	102
Figura 8.3. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en volumen de 5 especies de la región de El Salto, Durango.....	103
Figura 9.1. Resultados de las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 (a y b) y K-S (c y d) con diferentes tecnologías de estimación de parámetros de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de 566 rodales del grupo Pino y 256 rodales del grupo Hojosas en bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental en Durango, México	121

TECNOLOGÍAS MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO DE MODELOS DE CRECIMIENTO DE BOSQUES MIXTOS E IRREGULARES DE DURANGO, MÉXICO

RESUMEN

Los objetivos de la presente investigación consistieron en probar diversas ecuaciones de volumen, ahusamiento, índices de sitio y crecimiento e incremento para las especies *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae* y modelar las estructuras diamétricas de los rodales mixtos e irregulares por la distribución probabilística Weibull con diferentes métodos de estimación de parámetros para pináceas y latifoliadas que se distribuyen naturalmente en la región de El Salto, Durango, México. Los resultados mostraron que las ecuaciones de Amidon (1984) y Biging (1984) estimaron tan bien como los modelos convencionales de Smalian y Newton el volumen fustal total de las especies estudiadas. La última ecuación también modela adecuadamente el perfil fustal de las pináceas bajo estudio. El modelo anamórfico de Schumacher predice mejor la altura en función de la edad para las cinco especies estudiadas, recomendando su uso para clasificar los rodales por niveles de productividad a través de esta tecnología matemática. Las ecuaciones de Chapman-Richards y Weibull predicen mejor el crecimiento, demostraron que el *P. durangensis* presenta el crecimiento e incremento mayor cuando este parámetro se estima a nivel grupo de árboles e individualmente. Para el uso de las ecuaciones de crecimiento existe la necesidad de establecer parcelas permanentes de muestreo para entender también la regeneración, reclutamiento y mortalidad de las especies estudiadas para ajustar modelos de crecimiento al nivel de rodales completos, grupos de árboles o árboles individuales. El procedimiento de máxima verosimilitud presentó los mejores estimadores de la función probabilística Weibull para modelar las estructuras diamétricas para especies del género *Pinus* y latifoliadas. Ecuaciones para predecir los parámetros en función de los atributos del rodal se presentan como una aproximación al crecimiento de rodales completos a escalas especiales cortas.

MATHEMATICAL TECHNOLOGIES FOR THE DEVELOPMENT OF GROWTH MODELS FOR MIXED UNEVENAGED FORESTS OF DURANGO, MEXICO

ABSTRACT

The objectives of this research consisted on testing several volume equations, taper, site index and growth and increment models for the species *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* and *P. herrerae* as well as to model the diameter structure of mixed and unevenaged forest stands with the Weibull density function with several methods of parameter estimation for pine and oaks which naturally distribute in the region of El Salto, Durango, Mexico. The results showed that the equations of Amidon (1984) and Biging (1984) performed as well as the conventional equations of Smalian and Newton in estimating stem volume of the studied species. The last equation modeled better the stem profile of the studied tree species as well. The anamorphic model of Schumacher predicted better tree height as a function of age for the five pine species studied, therefore this model is recommended to classify forest stands by productivity with the use of this mathematical technology. The equations of Chapman-Richards and Weibull predicted better growth and demonstrated that *P. durangensis* presents the highest growth and increment when these parameters are estimated either individually or by group of trees. To use and validate these equations, permanent sampling plots must be established to understand plant regeneration, recruitment and mortality, as well. This information is required to fit growth and yield models at the whole stand, size class or individual tree levels. The procedure of maximum likelihood produced the best parameter estimation of the Weibull density function to model the diameter structure for pine and oaks. Equations to predict these parameters as a function of the stand attributes are also presented as an approximation to model stand growth at short temporal scales.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Las estrategias para el aprovechamiento racional de los recursos forestales basan su filosofía en la predicción del crecimiento y rendimiento de las masas forestales. Un modelo de predicción del rendimiento debe ser capaz de evaluar todos los factores relacionados con el manejo forestal, desde los ambientales hasta los económicos, si realmente se quiere utilizar en la toma de decisiones por el silvicultor (Clutter *et al.*, 1983).

La predicción del crecimiento y rendimiento de masas forestales se ha convertido en el primer paso para realizar un manejo del bosque más técnico, organizado y eficiente, con una mayor certidumbre sobre los bosques del mañana. Los modelos de simulación son actualmente imprescindibles para el correcto desarrollo de técnicas que buscan obtener la máxima productividad y rentabilidad del bosque.

A la fecha, la gran variedad de modelos de simulación del crecimiento y rendimiento es el resultado del grado de regularidad de los rodales o bosques donde son aplicables o son diseñados. Clutter *et al.* (1983), Davis y Johnson (1987) y Vanclay (1994) clasifican a los modelos de crecimiento y rendimiento desde tres perspectivas: a) modelos a nivel rodal, a través de una estimación de la producción por unidad de área, b) modelos por grupo de árboles, donde el número de árboles, volumen y otras características del rodal pueden asociarse a una clase diamétrica o grupo de especies, y c) modelos por árboles individuales, que consideran las características de los árboles individuales para explicar el crecimiento y producción del rodal (Arney, 1985; WyKoff, 1990).

La selección del enfoque de modelación depende de los objetivos del investigador o manejador. Es decir, si el nivel de detalle es de carácter predictivo y explicativo, entonces el desarrollo de los modelos se vuelve más detallado tanto al nivel

de datos como técnicas utilizadas para describir las relaciones funcionales dentro del bosque. Un modelo de simulación proporciona información descriptiva detallada sobre el rodal, en cuanto a sus existencias volumétricas totales y comerciales, volumen por clase de producto, número de árboles o densidad, alturas a una cierta edad, estructuras diamétricas, etc.

Existen diversas herramientas matemáticas utilizadas en los modelos de simulación del crecimiento pero estas han sido implementadas principalmente en bosques regulares y plantaciones, pero para los bosques naturales de la Sierra Madre Occidental en Durango son pocos los modelos de simulación que utilizan las técnicas más adecuadas para describir las relaciones funcionales de las especies.

La presente investigación consiste en desarrollar herramientas matemáticas que resulten en la mejor estimación del volumen fustal total y comercial, descripción del perfil fustal, estimación del índice de sitio y predicción del crecimiento e incremento del *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae* y además modelar las estructuras diamétricas de los rodales irregulares por la distribución probabilística Weibull con diferentes métodos de estimación de parámetros para pináceas y latifoliadas que se distribuyen naturalmente en los bosques mixtos e irregulares en la región de El Salto, Durango, México.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN[®]
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO II

OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar herramientas matemáticas para la elaboración de programas de manejo sustentable sobre la teoría del modelaje dendro-epidométrico de masas forestales y árboles individuales, y además proporcionar un enfoque distribucional de las características dasométricas de los rodales mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Construir un sistema de ecuaciones para estimar el volumen fustal total y comercial de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.
2. Describir los perfiles fustales de las pináceas características de la región de El Salto, Durango a través del ajuste y validación de los modelos de ahusamiento.
3. Construir sistemas de ecuaciones para determinar las diferentes calidades de estación a partir del ajuste y validación de los índices de sitio de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.
4. Describir el crecimiento e incremento de masas y árboles individuales a través del ajuste y validación de ecuaciones típicas de crecimiento, que posibilite seleccionar aquella (s) que resulte (n) de mayor utilidad para la especie y variable en particular de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.

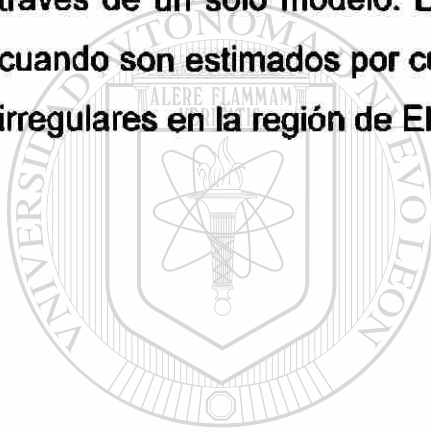


5. Ajustar y predecir parámetros de la distribución probabilística Weibull de las clases diamétricas de rodales mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

2.3 HIPÓTESIS

2.3.1. Hipótesis nula (H_0)

H_0 : La descripción dendro-epidométrica de las especies *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* es similar y ésta puede ser explicada a través de un sólo modelo. Los parámetros de la distribución Weibull son iguales cuando son estimados por cualquier método de estimación para bosques mixtos e irregulares en la región de El Salto, Durango, México.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO III

ANTECEDENTES

3.1. ENFOQUES DE MODELACIÓN

En los últimos años se ha aumentado el número de reportes científicos sobre observaciones precisas de los ecosistemas forestales a través del desarrollo de modelos matemáticos que estimen y fundamentalmente predigan el incremento y rendimiento de las masas forestales.

En general, un modelo es una representación simplificada de algún aspecto de la realidad. Los modelos pueden estar descritos en forma verbal o material (García, 1994). Un modelo matemático es un modelo verbal, su diferencia estriba en que es más conciso y menos ambiguo, además que nos permite resolver situaciones más complejas, con menor riesgo de confusión.

El avance en materia de técnicas de análisis numéricos y programación por computadoras, aunado a la gran variedad de condiciones silvícolas y diversidad de objetivos y necesidades de la población, ha dado origen a un gran número de enfoques sobre la construcción de modelos matemáticos. No obstante, el objetivo común de este tipo de expresiones es producir tecnologías para estimar las características de los árboles o estadísticas de los rodales en un tiempo específico.

Actualmente existen diversas clasificaciones sobre los modelos de simulación del crecimiento y rendimiento del bosque, y su diferencia estriba principalmente en su enfoque de construcción, unidad de modelaje empleada y tipo de masa para su aplicación.

Munro (1974) distingue tres filosofías básicas de modelaje, i) modelos de rodales completos independientes de la distancia, ii) modelos de árboles individuales independientes de la distancia y iii) modelos de árbol individual dependientes de la

distancia. Ek y Monserud (1975) basaron su clasificación de acuerdo a la técnica matemática usada, reconociendo seis tipos de modelos; i) tablas de producción, ii) ecuaciones diferenciales, iii) estocásticos, iv) distribucionales, v) árboles individuales y vi) reproductivos. Clutter *et al.* (1983), Davis y Johnson (1987) y Vanclay (1994) coinciden en la siguiente clasificación reconociendo principalmente tres categorías de modelos empíricos: i) modelos de rodales completos, ii) modelos de clases de árboles o dimensiones y iii) modelos de árbol individual. Otro aspecto que se debe considerar, es la existencia de modelos a nivel árbol individual que es el elemento básico para construir un modelo de rodales completos tal es el caso de los modelos diseñados por Wykoff (1990).

Otro enfoque de modelación son los modelos empíricos, a través de clases dimensionales, debido a que los modelos basados en datos permiten la representación de la realidad en diferentes etapas del proceso de simulación. Este procedimiento se considera una transición entre los modelos de rodales completos y árboles individuales, cuando las clases son grandes, entonces el modelo es de rodales completos, mientras que cuando las clases son pequeñas el procedimiento se convierte en árboles individuales (Vanclay, 1994).

Recientemente otros tipos de modelos se están incorporando a la literatura para explicar con más detalle los procesos de crecimiento de los ecosistemas involucrando variables como la tasa fotosintética y de respiración de los árboles, tomando como variables de entrada la luz, temperatura y nivel de nutrientes en el suelo. Estos modelos son conocidos como modelos fisiológicos y algunos ejemplos pueden encontrarse en Landsberg (1986), Makela (1992); Seely *et al.* (1999) y Grote y Erhard (1999). Estos modelos proporcionan un mejor entendimiento de la dinámica de crecimiento de los rodales, pero todavía no han sido calibrados para definir el crecimiento y rendimiento en los programas de manejo forestal sustentable.

3.2. ESTIMACION DEL VOLUMEN DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES

3.2.1. Ecuaciones de volumen

Las ecuaciones de volumen son la herramienta básica en la planeación de los inventarios forestales, pues derivan el volumen de los árboles en forma total o parcial en función del diámetro normal y altura total. La relación que se establece entre estas variables se ha calibrado mediante técnicas de regresión lineal, intrínsecamente lineal, múltiple y no lineal (Clutter *et al.*, 1983).

Existe un gran número de ecuaciones de volumen pero sólo 10 son las populares en la literatura forestal (Contreras, 1997). Las ecuaciones de la variable combinada de Spurr (1952) en forma aritmética y logarítmica, Schumacher y Hall (1933), Naslund, Sloboda, Australiana, Honer son las de mayor uso en los modelos de simulación forestal.

Gra *et al.* (1989) emplean la ecuación de Schumacher y Hall para estimar el volumen total de los árboles de *Pinus caribaea* usando una muestra de 337 árboles. Pérez *et al.* (1995) ajustaron tres modelos de volumen para la especie de *P. oocarpa* Sch., en Honduras, recomendando el uso de la variable combinada de Spurr para ponderar el volumen y posteriormente usar la variable combinada como variable independiente. Zepeda *et al.* (1994) estudiaron la ecuación de la variable combinada logarítmica de Spurr para las especies de *P. arizonica*, *P. durangensis* y *P. engelmannii*, usando un factor que corrige la transformación logarítmica. Corral y Radilla (1996) desarrollaron un sistema de ecuaciones para estimar el volumen total y fustal con corteza y sin corteza para las especies de *P. cooperi* y *P. durangensis* en el estado de Durango, encontrando un mejor ajuste para estimar el volumen total con corteza con la ecuación de Shumacher y Hall y para el volumen sin corteza y comercial de ambas especies con la ecuación de Spurr logarítmica. Contreras y Nívar (1999) sugieren el uso de la ecuación de Schumacher y Hall de 8 probadas para estimar el volumen de *P. durangensis* y *P. teocote* en la Sierra Madre Occidental de Durango.

3.2.2. Modelos de ahusamiento

Gray (1956) define al ahusamiento de los árboles como la tasa de estrechamiento o decremento del diámetro en función del incremento en altura del árbol. Esta relación se puede caracterizar por funciones matemáticas que definen el perfil del fuste basadas en mediciones de diámetros tomadas en varios puntos

sucesivos del fuste. Distintas funciones de ahusamiento han aparecido en la literatura en las últimas tres décadas (Kozak *et al.*, 1969; Demaerschalk, 1972; Ormerod, 1973; Max y Burkhart, 1976; Amidon, 1984; Biging, 1984; Kozak, 1988; Newnham, 1992; Fang y Bailey, 1999).

Cuatro principales teorías de modelaje han sido desarrolladas para representar el perfil del fuste: i) modelos simples (Gray, 1956; Kozak *et al.*, 1969; Amidon, 1984; Biging, 1984), ii) modelos segmentados (Max y Burkhart, 1976; Demaerschalk y Kozak, 1977; Cao *et al.*, 1980; Angelo *et al.*, 1996), iii) modelos de forma variable o exponencial (Newberry y Burkhart, 1986; Newnham, 1988; Kozak, 1988) y iv) modelos con aproximaciones con mezcla de modelos lineal y coordenadas polares (Lappi, 1986).

Los árboles presentan variación en la forma del fuste por las diferencias en el desarrollo dentro del rodal, tales diferencias pueden ser causadas por las condiciones de sitio, densidad y otras características asociadas al ambiente en el que se desarrollan los árboles. Larson (1963) demostró que las diferencias en el ahusamiento se atribuyen principalmente al tamaño de la copa viva en el fuste. Puesto que el ahusamiento de los árboles puede variar de región a región, así como entre las mismas especies, se han desarrollado numerosos estudios que utilizan diversas metodologías con resultados distintos, por lo tanto sólo nos limitamos a mencionar los trabajos más citados. Biging (1984) desarrolló un modelo de ahusamiento derivado del modelo de crecimiento de Chapman-Richards que describe adecuadamente la forma del fuste de las coníferas del noroeste de California. Adicionalmente, este modelo puede integrarse analíticamente para proporcionar volumen en cualquier sección del fuste. Rustagi y Loveless (1991) desarrollaron un modelo para describir el perfil del fuste de *Pseudotsuga menziesii* y además puede ser usado para estimar el volumen del fuste total y comercial en forma analítica o numérica. El modelo fue derivado de principios geométricos del fuste. Amidon (1984) desarrolló un modelo con dos variables para estimar el ahusamiento de los árboles. El modelo fue comparado con cinco modelos tradicionales y demostró ser mejor en describir el perfil del fuste de las coníferas de la Sierra Nevada en California. Además se integra analíticamente para estimar volumen. Newnham (1992) desarrolló una ecuación de forma variable para *Pinus banksiana*, *P. contorta*, *Picea glauca* y *Populus*

tremuloides. La ecuación fue probada para estimar volumen con más bondades que otras tecnologías usadas.

3.2.3. Funciones compatibles

Demaerschalk (1972) define a las ecuaciones compatibles como aquellas funciones de ahusamiento que estiman el volumen de los árboles por medio de la integración de la ecuación que define su ahusamiento. Reed y Green (1984) demostraron un sistema de ecuaciones de ahusamiento para definir compatiblemente el perfil del fuste y volumen obtenido por integración de las ecuaciones de ahusamiento, no encontrando diferencias significativas en cuatro sistemas probados. Byrne y Reed (1986) describen cinco sistemas de ecuaciones para describir el fuste, volumen fustal total y volumen comercial del *Pinus resinosa* y *P. taeda*. Concluyeron que el sistema basado en describir el fuste en segmentos proporcionó los mejores resultados. McTague y Bailey (1987) desarrollaron una ecuación compatible para estimar el volumen fustal total, comercial y el ahusamiento del *Pinus taeda* en Santa Catarina, Brasil. Bailey (1994) propone el uso del modelo de Schumacher y Hall para derivar ecuaciones de ahusamiento a partir de la ecuación de volumen total, resultando una ecuación de volumen comercial a cualquier diámetro límite. Fang y Bailey (1999) usaron cuatro tipos de ecuaciones para describir el perfil del fuste, volumen total y comercial de 23 especies tropicales en China. La ecuación basada en la variable exponente resultó ser mejor en modelar el perfil del fuste y estimar su volumen a una altura determinada. Návar *et al.* (1997) ajustaron siete diferentes tecnologías de ahusamiento y recomendaron la ecuación de Newnham para describir el perfil fustal de *Pinus hartwegii* de Nuevo León, México.

3.3. MODELOS DE INDICE DE SITIO

La estimación del Índice de sitio es el método más popular para evaluar la productividad de los rodales forestales. El método consiste en determinar la altura que alcanzan los árboles a una edad base, normalmente la edad del máximo rendimiento de las especies. Este comportamiento requiere de la mejor representación de la altura en

función de la edad, para generar una familia de curvas que puedan cubrir toda la variación de los datos.

Clutter *et al.* (1983) dividieron en dos grupos a la familia de curvas de índice de sitio que cubren la variación de los datos: i) curvas anamórficas caracterizándose por presentar la misma proporción en la altura en diferentes edades y ii) curvas polimórficas que guardan una diferente proporción de la altura a diferentes edades, éstas a su vez pueden presentarse con intersecciones y sin intersecciones, en ambos casos la curva puede tener diferente forma.

Diversos autores coinciden en que las diferentes formas de índice de sitio es prácticamente dependiente de la especie y la localidad en particular (Payandeh, 1977; Hahn y Carmean, 1982). Ker y Bowling (1991) desarrollaron ecuaciones de índice de sitio de forma polimórfica para *Pinus banksiana*, *Picea gluaca*, *P. marina* y *Abies balsamae* en New Brunswick, empleando la ecuación de crecimiento Chapman-Richards para representar la altura en función de la edad. Los datos utilizados fueron obtenidos de análisis troncales de árboles dominantes y codominantes. Stansfield *et al.* (1991) construyeron una ecuación para estimar la altura de los árboles dominantes usando un método de predicción de parámetros. Posteriormente estimaron la ecuación de índice de sitio invirtiendo la ecuación que define la altura dominante; otras variables que se incluyeron fueron tipo de hábitat, altitud y calidad del sitio. Elfving y Kiviste (1997) construyeron ecuaciones de índice de sitio por tres procedimientos tradicionales (curva guía, predicción de parámetros y la diferencia algebraica) para *Pinus sylvestris* usando datos de parcelas permanentes de muestreo en Suiza, recomendando el uso de la ecuación de crecimiento Hossfield II en su forma polimórfica ajustada por el método de la diferencia algebraica. Amaro *et al.* (1998) recomiendan el uso del modelo de Chpman-Richards para modelar la altura dominante de las plantaciones de Eucaliptos en Portugal. El modelo describe curvas anamórficas de índice de sitio ajustadas por la diferencia algebraica. Maldonado (1984) elaboró siete curvas polimórficas de índice de sitio a una edad base de 50 años, para la especie *Pinus oaxacana*, del estado de Oaxaca, utilizando 468 árboles de muestra (dominantes y codominantes), en 150 sitios de muestreo, representativos de rodales puros y coetáneos, dirigidos en forma selectiva con la intención de cubrir los diferentes rangos de edades y calidades de estación.

3.4. MODELOS DE CRECIMIENTO

3.4.1. Modelos basados en rodales completos

Los modelos de crecimiento y rendimiento al nivel del rodal usan parámetros promedio como el área basal, volumen, número de árboles por hectárea (Vanclay, 1994).

Bahamóndez (1995) menciona que la modelación de rodales irregulares al nivel agregado con datos que representan las condiciones promedio del rodal no es recomendable ya que los datos se basan sobre condiciones de sitio homogéneas. A este respecto Nívar *et al.* (1996) utilizan una variable predictora del volumen al nivel del rodal como el diámetro cuadrático promedio en lugar de la edad. Arney (1985) menciona que estos modelos presentan desventajas cuando describen las características del rodal para una clase de árboles en particular, teniendo mayor utilidad en rodales puros y regulares.

Diversos modelos han caracterizado el crecimiento y rendimiento basados en el concepto de modelos de rodales completos. MacKinney y Chaiken (1939) publicaron una de las primeras ecuaciones de rendimiento, basada en la hipótesis de que la tasa de crecimiento es proporcional al inverso de la edad, la cual se ajustó en forma lineal. Edwards y Christie's (1981) desarrollaron tablas de rendimiento para plantaciones. Estas tablas proporcionan el promedio por hectárea de la altura, diámetro, área basal, volumen y producción de volumen en intervalos de cinco años de varias especies en Inglaterra. Clutter (1963) desarrolló un modelo compatible, es decir donde la producción se obtiene a través de la integración matemática de la ecuación de incremento, para un periodo de proyección específico. Mendoza y Gumpal (1987) desarrollaron una ecuación empírica de rendimiento para género *Dipterocaps* en las Filipinas basadas en la edad, área basal inicial y calidad de sitio, recomendando su uso para periodos cortos de simulación. Vanclay (1988) desarrolló una ecuación de rendimiento en rodales irregulares de *Callitris spp.*, en Queensland.

3.4.1.1. Modelos basados en distribuciones diamétricas

Los primeros trabajos sobre modelos de distribución de diámetros fueron estudiados por Liocourt en 1898, basados en una progresión geométrica para describir los rodales irregulares (Bailey y Dell, 1973). Los modelos basados en distribuciones diamétricas son ahora comúnmente utilizados para predecir el crecimiento y rendimiento porque se obtiene información más detallada sobre la estructura del rodal (Clutter *et al.*, 1983; Borders y Patterson, 1990).

Según Sanquetta (1996) tres modelos no espaciales expresan el desarrollo del rodal por medio de las distribuciones diamétricas; i) funciones probabilísticas, ii) matrices de transición y iii) procesos de difusión. La matriz de transición es un proceso estocástico utilizado para estudiar fenómenos que pasan a partir de un estado inicial por una secuencia de estados, donde la transición de un cierto estado ocurre según una cierta probabilidad. Los procesos de difusión se refieren a la transmisión del potencial de crecimiento del sitio hacia los árboles como una función del tiempo.

Diferentes funciones probabilísticas han sido utilizadas para modelar la frecuencia de diámetros dentro del rodal, sin embargo, muchos de los investigadores han encontrado que la distribución Weibull es más flexible en modelar las distribuciones diamétricas de diferentes formas (Bailey y Dell, 1973; Clutter, 1983; Gadow, 1984).

Los modelos basados en la distribución Weibull requieren de eficientes técnicas para determinar los parámetros que definen la distribución de diámetros dentro del rodal. Un procedimiento común consiste en predecir los parámetros con algunas características promedio del rodal (i.e., edad, índice de sitio y densidad del rodal). Otra alternativa consiste en recuperar los parámetros, estimando las variables del rodal en un tiempo determinado y posteriormente estimar algebraicamente los parámetros de la distribución Weibull. Reynolds *et al.* (1988) encontraron que este último procedimiento proporciona mejores resultados que el método de predicción de parámetros.

Bailey y Dell (1973) proponen el uso de la distribución Weibull para describir las características del rodal por clase diamétrica por presentar simplicidad en la manipulación matemática, flexibilidad (i.e., diferentes formas que van desde la J- invertida hasta la forma de campana) y además se puede integrar analíticamente. Hyink y Moser (1979) usan la distribución Weibull y la predicción de parámetros para modelar el rendimiento de rodales irregulares. Ellos supusieron que la distribución podría ser representada

adecuadamente por los tres parámetros de la distribución y que el crecimiento del rodal depende de los valores que tomen los parámetros.

Cao y Burkhart (1984) sugirieron una metodología para describir distribuciones diamétricas defectivas, propias de rodales no sujetos a manejo con masas mezcladas utilizando la distribución Weibull en segmentos.

Borders y Patterson (1990) compararon tres modelos para proyectar el rendimiento del rodal por clase diamétrica en plantaciones de *Pinus taeda* en USA, concluyendo que el algoritmo que utiliza el área basal independiente de la distancia es más adecuado y preciso seguido por un sistema de ecuaciones diferenciales basado en los percentiles de la distribución y finalmente con la función Weibull.

3.4.1.1.1. Estimación de parámetros de la distribución Weibull

Existen varios métodos para estimar parámetros de la distribución diamétrica Weibull. El método de máxima verosimilitud es uno de los más ampliamente utilizados aunque se requieren métodos iterativos para su solución. Las ventajas de este procedimiento son que este procedimiento presenta mínima varianza y consistencia en los estimadores, como ha sido demostrado por Nívar *et al.* (1999) para rodales de la Sierra Madre Occidental en Durango.

Diversos trabajos han descrito las distribuciones diamétricas para masas forestales usando diferentes procedimientos de estimación de parámetros de la distribución Weibull. Cohen (1965) y Harter y Moore (1965) proporcionan la solución para la estimación de los parámetros de la distribución Weibull utilizando el principio de máxima verosimilitud. Dubey (1967), Zanakis (1979) y Da silva (1986) derivaron estimadores basados en percentiles para estimar los parámetros de la función Weibull. Ellos demuestran que los estimadores son de fácil estimación y pueden proporcionar ajustes similares a máxima verosimilitud.

Burk y Newberry (1984) presentaron un algoritmo basado en los tres primeros momentos no centrales de la distribución diamétrica para recuperar los parámetros de la función Weibull, usando un sistema de ecuaciones simultáneas. Shifley y Lentz (1985) usan un procedimiento basado en momentos, el cual relaciona el coeficiente de variación

de la muestra con los parámetros de forma y escala de la función Weibull. Haan (1986) presenta un procedimiento para estimar los tres parámetros de la distribución Weibull por momentos centrales. Este procedimiento también relaciona el sesgo de la distribución con el parámetro de forma de la distribución diamétrica.

Greider *et al.* (1990) desarrollaron un procedimiento para estimar los parámetros de la función Weibull a través de momentos ponderados probabilísticos.

3.4.2. Modelos basados en árboles individuales

Los modelos de crecimiento de árboles individuales proporcionan directamente el incremento de cada árbol, la estimación del incremento bruto por unidad de área se obtiene al sumar los volúmenes individuales y multiplicarlo por el factor apropiado que considera diversas variables que afectan el crecimiento de los árboles como la competencia, localidad, etc.

Los modelos para árboles individuales se subdividen en aquéllos que no consideran la distancia (independientes de la distancia) y los modelos que incluyen la ubicación especial dentro del arbolado (dependientes de la distancia). Los primeros suponen que existe una estrecha relación entre el árbol y el estatus competitivo del rodal. Aguirre (1989) sugiere la utilización de estos modelos en la simulación de la producción e incremento en plantaciones.

Wensel y Turnblom (1998) desarrollaron un modelo de árboles individuales para estimar el incremento periódico anual en área basal en el noroeste de California con datos de parcelas permanentes de muestreo, el cual fue ajustado por los niveles de variación en la precipitación. Hokka y Groot (1999) desarrollaron un modelo de árboles individuales para estimar el crecimiento en área basal de *Picea Mariana* en Ontario. Los datos usados fueron derivados de análisis troncales. El modelo fue expresado como una función del diámetro, nivel de competencia en el rodal y de cada árbol y el grosor de la turba. Murphy y Shelton (1996) desarrollaron un modelo de crecimiento en área basal en rodales irregulares usando árboles individuales que crecen libres de competencia a los cuales se les ajustó un factor que reduce su crecimiento con las características y variables del rodal. Huang y Titus (1995) desarrollaron un modelo de incremento en

diámetro independiente de la edad con datos obtenidos de parcelas permanentes de muestreo en rodales mixtos en Alberta. El incremento periódico anual es definido como una función del diámetro normal, altura total, competencia relativa de los árboles dentro del rodal, composición de especies, densidad del rodal y productividad de sitio.

3.4.3. Antecedentes en México

Musalem (1973) publicó un artículo en el cual plantea la posibilidad de utilizar las tablas de producción como herramienta auxiliar en los trabajos que se realizan en las áreas forestales, principalmente en bosques casi regulares.

Manzanilla (1974) publicó sus investigaciones epidemétricas y silvícolas realizadas en bosques de *Abies religiosa*, donde recomienda transformar las estructuras de monte bajo a estructuras de monte alto regular o bosque de selección con mayor valor económico, aplicando el método de selección o cortas sucesivas. Este es el primer intento que incorpora una función de crecimiento y producción basada en las estructuras del rodal.

Garzón (1976) elaboró una tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* en Zoquiapan, México. Los datos se obtuvieron a través de un muestreo aleatorio en rodales coetáneos y de densidad normal. Se probaron dieciocho modelos matemáticos para estimar el crecimiento y rendimiento del rodal. Finalmente se construyó una tabla de producción normal para el índice de sitio promedio.

Musalem (1977) presenta una metodología para la construcción de tablas preliminares de producción en Atenquique, Jalisco. La metodología se basó en datos de análisis troncales de los árboles representativos de las condiciones promedio del bosque. Además se construyeron curvas individuales de crecimiento, relacionando la edad con la altura, el diámetro, volumen, área basal, e incremento.

Cano y Nevárez (1980) publican sobre la simulación a través del tiempo de algunos parámetros de crecimiento de *Pinus douglasiana*. Dirigieron su trabajo a sitios de dimensiones variables. Con los datos del área basal actual e incremento en diámetro. Adicionalmente, plantearon el establecimiento escalonado de parcelas permanentes de

muestreo para probar tres niveles de densidad y tres índices de localidad, para las principales especies de pinus de la región.

Torres (1984) presenta una metodología para estimar el crecimiento y rendimiento de *Pinus hartwegii* Lndl., en la estación experimental Zoquiapan, Estado de México, con datos obtenidos de sitios temporales de muestreo, usando tablas de rendimiento de densidad variable.

Aguirre (1987) desarrolló un modelo de producción y crecimiento para los bosques de *Pinus cooperii* del estado de Durango. Aplicando ecuaciones para determinar y predecir el índice de sitio y densidad para estimar la producción a futuro en volumen usando un modelo de simulación, incorporando las categorías diamétricas mediante la función de densidad de probabilidades Weibull.

Aguirre (1989) presenta una metodología para la elaboración de tablas de producción con datos obtenidos en sitios temporales de muestreo, análisis troncales y mediciones en árboles individuales. Este procedimiento se desarrolló en el noreste de México con la especie de *Pinus pseudostrobus*. La metodología utilizada se basa en el cálculo de la producción total de acuerdo al método de Magín. Las relaciones entre los parámetros más importantes de los rodales se determinaron mediante ecuaciones de regresión.

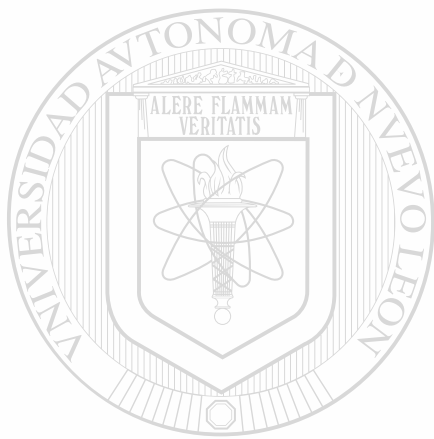
Torres y Broidie (1990) desarrollaron un modelo de predicción de la producción y el crecimiento para rodales usando la función Weibull de tres parámetros para ser aplicado en rodales naturales de *Pinus hartwegii*.

Návar *et al.* (1996) desarrollaron un modelo matemático para estimar el crecimiento forestal de rodales irregulares en el sudoeste de Sinaloa México, con información proveniente de inventarios convencionales, basado en el ajuste de la distribución Weibull a las categorías diamétricas por clase de edad.

Zepeda y Domínguez (1998) estiman el crecimiento e incremento de rodales puros y coetáneos de *Pinus arizonica* con un modelo compatible del rodal. Los datos utilizados fueron obtenidos de parcelas permanentes de muestreo establecidas en 1970.

Valles *et al.* (1998) relacionan nueve índices de competencia dependientes de los árboles con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperii* en un bosque irregular mezclado en Durango. Los datos utilizados fueron de parcelas permanentes de muestreo.

Návar *et al.* (1999) ajustan preliminarmente tres modelos de crecimiento y producción en bosques irregulares bajo manejo en Durango. Los modelos utilizados fueron al nivel árboles individuales, al nivel del rodal y al nivel de clases diamétricas ajustando la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de los árboles dentro del rodal, recomendando el último por ser más consistente en estimar los volúmenes a partir del incremento de los últimos 10 años.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO IV

MATERIALES Y METODOS

4.1. CARACTERIZACIÓN DEL AREA DE ESTUDIO

4.1.1. Localización

El área de estudio comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6 de El Salto, P.N. Durango, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 km. al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan de 1,400 a 3,000 m.

4.1.2. Topografía

El área de estudio presenta en su parte alta relieve característico de sierra alta y algunas mesetas alineadas en dirección sudoeste a noreste, algunos lomeríos y zonas onduladas. En la parte media, donde la altitud es más baja, se presentan pendientes de moderadas a fuertes y que culminan en cañones, mismos que presentan una gran variación de altitud y topografía generalmente escarpada.

4.1.3. Geología

El área de estudio está conformada por rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos. En el Cuadro 4.1. Se presenta una descripción de los tipos de rocas que se localizan en la zona de acuerdo a INEGI (1984).



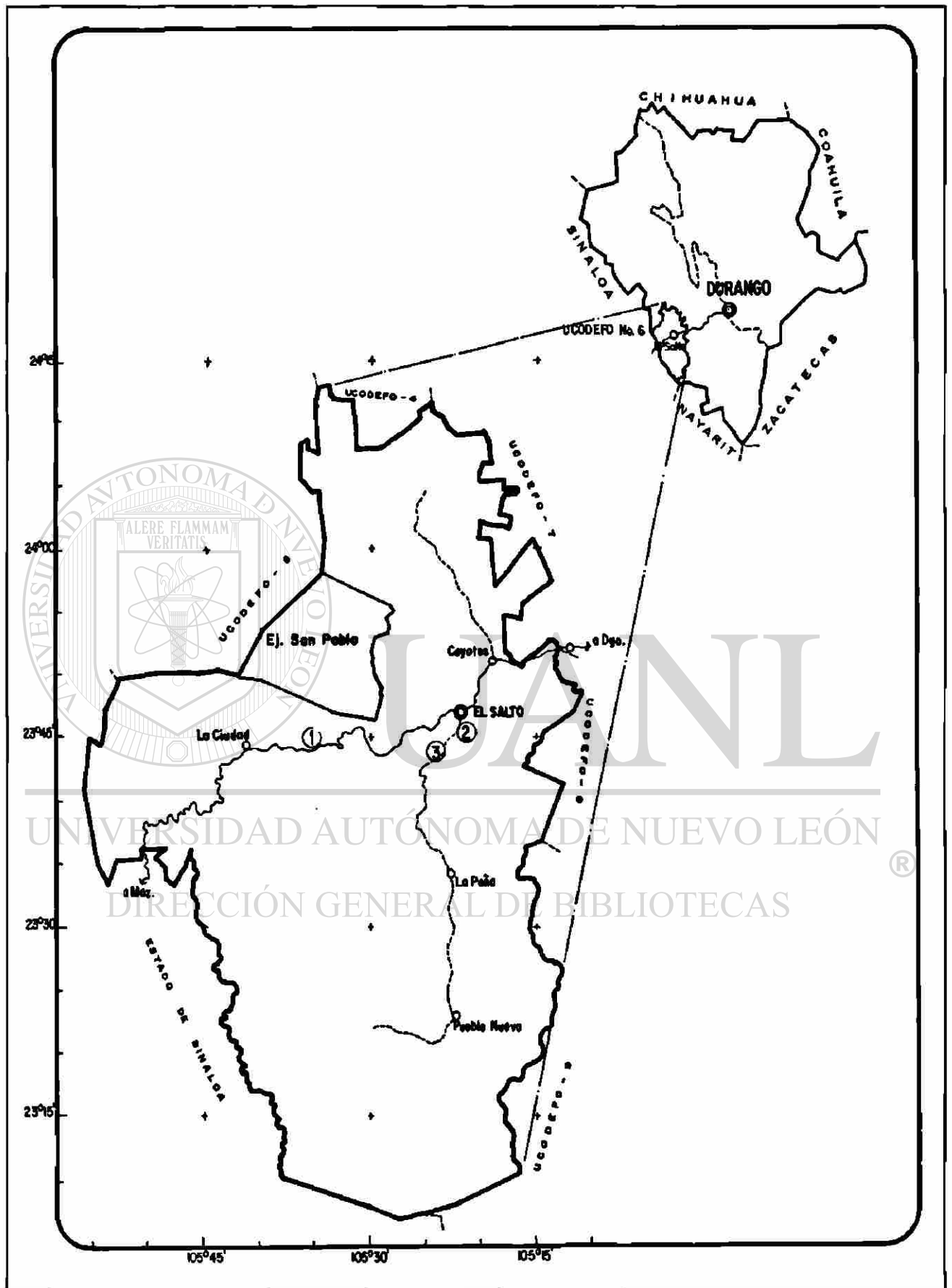


Figura 4.1. Ubicación geográfica del área de estudio.

Cuadro 4.1. Distribución de las asociaciones de rocas encontradas en la región de El Salto, Durango.

Roca	Descripción
T(lgea)	<p>Toba ácida. Es un conjunto de productos pirocásticos de diversas características, comprende tobas radioasíticas, riolíticas, dasíticas e ignibrítas, que presentan diversas texturas tales como piroclásticas, holocristalinas, afaníticas y porfídica. Se presentan en pseudoestratificación, fracturamiento moderado, interemperismo somero; su color varía de pardo claro a rosado con tonos blancos, negros y amarillo ocre. Se asocia con depósitos vulcanoclásticos, sus relaciones estratigráficas son discordantes sobre las rocas más antiguas, subyace de igual modo a basaltos.</p>
T(lgei)	<p>Toba intermedia. Secuencia volcánica formada por intercalación irregular de tobas líticas y derrames andesíticos. La unidad presenta en general colores oscuros con alteraciones locales de clorita y epidota. La andesita tiene textura afanítica y porfídica. La toba tiene una textura piroclástica. Sobreyace en contacto irregular a la granodiorita de edad cretácico superior. Le sobreyace la secuencia de toba ácida del Oligoceno-Mioceno, morfológicamente constituye sierras pronunciadas a sierras bajas. La unidad aflora hacia la parte occidental del área.</p>
T(lgeb)	<p>Toba básica. Sobreyace a la unidad toba ácida oligomiocénica y subyace a los aluviones cuaternarios. Aunque al parecer algunos basaltos en el área son de esta edad, solamente la unidad cartografiada se consideró en este lapso al apreciarse con mayor claridad las relaciones estratigráficas.</p>
Ki(cz)	<p>Caliza. Esta unidad consiste de caliza masiva, en capas mayores a 1 metro de espesor, de textura mudston, parcialmente recristalizada, en ocasiones con módulos de pedernal y frecuentemente con miliólidos pelecípodos. Estructuralmente presenta grandes estructuras de plegamiento normal del orden de la decena de kilómetros. Es común encontrar en posición esta unidad sobre las unidades J(Gn), PE(Gn) y</p>

Roca	Descripción
	P(Gn) y de modo concordante Ki(lu-ar). El contacto superior es concordante con la unidad Ks(lu-ar) y discordante con T(lgea).

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

4.1.4. Suelos

De acuerdo con la información contenida en las cartas edafológicas de escala 1:250,000 (INEGI, 1988) y según la clasificación de Unidades FAO/UNESCO (1970) modificado por la DETENAL (1979), el área de estudio comprende diferentes tipos de suelos, de los cuales predominan los cambisoles, litosoles, feozems y regosoles. En el Cuadro 4.2 se presenta una breve descripción de los principales tipos de suelos.

Cuadro 4.2. Descripción de las unidades de suelo encontrados en la región de El Salto, Durango.

Tipo de suelo	Descripción
Cambisol	Es un suelo joven, poco desarrollado, de cualquier clima, menos de zonas áridas, con cualquier tipo de vegetación, en el subsuelo tiene una capa de terrones que presentan un cambio con respecto al tipo de roca subyacente, con alguna acumulación de arcilla, calcio, etc. Suceptibilidad de moderada a alta a la erosión.
Litosol	Es un suelo de distribución muy amplia, se encuentra en todos los climas y con muy diversos tipos de vegetación, son suelos sin desarrollo, con profundidad menor a 19 cm; tiene características muy variables, según el material que los forma. Su susceptibilidad a la erosión depende de la zona donde se encuentre, pudiendo ser desde moderada a alta.
Feozem	Tiene una capa superficial oscura, suave y rica en materia orgánica y nutrientes, se encuentran desde zonas semiáridas hasta templadas y tropicales. Se encuentra casi cualquier tipo de vegetación y en terrenos desde planos hasta montañosos y la susceptibilidad a la erosión

Tipo de suelo	Descripción
	depende del tipo de terreno donde ocurra.
Regosol	Se caracteriza por no presentar capas distintas, son claros y se parecen a la roca que les dio origen, se pueden presentar en muy diferentes climas y con diversos tipos de vegetación, son de susceptibilidad variable a la erosión.

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

4.1.5. Clima

Uno de los factores determinantes para la distribución de los climas en el estado de Durango parece ser la barrera construida por la Sierra Madre Occidental, que detiene los vientos húmedos, presentándose en la región de las quebradas un clima marítimo subtropical con temperaturas generalmente altas más o menos uniforme durante el año, con abundante precipitación pluvial y alta humedad atmosférica, a excepción de la región citada, la mayor parte de la sierra, por su altitud, tiene un clima subhúmedo templado o semifrío, que se vuelve templado o semiseco en el lado oriental de la sierra y en buena parte de la franja central del estado. En el Cuadro 4.3 se describen los tipos climáticos que se encuentran en la zona de estudio según García (1987).

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Cuadro 4.3. Descripción de los tipos climáticos presentes en la región de El Salto, Durango.

Tipo climático	Descripción
(A)C(W ₁)	Clima semicálido subhúmedo, con lluvias en verano, con precipitación del mes más seco menor de 40 mm, y porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 (agrupa los subtipos de humedad media de los semicálidos subhúmedos).
(A)C(W ₂)	Clima semicálido subhúmedo, con lluvias en verano, con precipitación del mes más seco menor de 40 mm. y porcentaje de lluvia invernal entre

5 y 10.2 (agrupa los subtipos más húmedos de los semicálidos subhúmedos).

- AW₁(W) Clima cálido subhúmedo con lluvias en verano con porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm.
- AW₂(W) Clima cálido subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de lluvia invernal menor de 5 mm.
- C(E)(W₂) Clima semifrío subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de precipitación entre 5 y 10.2 mm.
- C(W₂) Clima templado subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de precipitación invernal entre 5 y 10.2 mm
- C(E)(M) Clima semifrío húmedo con abundantes lluvias en verano con porcentaje de precipitación invernal mayor de 5 mm.

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

4.1.6. Precipitación

Este componente es uno de los principales descriptores del clima. Es un término genérico para describir algún tipo de condensación atmosférica de vapor de agua, que posteriormente se precipita en forma de agua, nieve, granizo, escarcha, etc. Los patrones de distribución en espacio y tiempo de la precipitación, conjuntamente con la temperatura son utilizados para realizar la caracterización del clima local. Para el área de estudio, García (1987) reporta una precipitación media anual que fluctúa de 800 a 1,200 mm.

4.1.7. Tipos de vegetación

A continuación se describen las características de los principales tipos de vegetación que se pueden encontrar en el área de estudio.

4.1.7.1. Bosque de pino

Este tipo de vegetación está constituido por especies arbóreas de fuste recto, de talla baja y mediana, con altura de 8 a 25 m, excepcionalmente más de 30 m, hoja acicular en fascículos, perenne, caracterizado por la dominancia del género *Pinus* y su distribución es amplia en todas las cadenas montañosas del país (García y González, 1998). La mayoría de las masas forestales de pinos mexicanos se desarrolla a altitudes entre 1,500 y 3,000 msnm, aunque también se les ha registrado en áreas de clima caliente a 150 msnm, y a niveles superiores de más de 4,000 msnm (Rzedowski, 1978), por lo que se deduce que existe una gran variedad de condiciones climáticas asociadas a los bosques de *Pinus* en la República, donde los límites absolutos de distribución marcan tolerancia de temperatura media anual entre 6 y 28°C, así como climas totalmente libre de heladas y otros en que el fenómeno puede presentarse en todos los meses del año. Aunque si se restringe la caracterización climática al área de las grandes masas forestales de pino, pueden aproximarse los límites entre 10 y 20°C de temperatura media anual y entre 600 y 1,000 mm de lluvia al año, lo cual correspondería al clima tipo Cw de la clasificación de Köppen (1948); en general son áreas afectadas por heladas todos los años y la precipitación se concentra en 6 a 7 meses.

Los pinares de México muestran gran preferencia por áreas cubiertas por rocas ígneas, tanto antiguas como recientes, produciendo suelos cuyo pH varía entre 5 y 7. El color del suelo, su textura y el contenido de nutrientes presentan variaciones considerables de un lugar a otro; son bastante frecuentes las tierras rojas, más o menos arcillosas, derivadas de basaltos; en cambio las andesitas producen a menudo coloraciones cafés y texturas más livianas. Los suelos negros o muy oscuros son también frecuentes sobre todo a altitudes mayores a 3,000 msnm. Es característico de estos bosques un horizonte de humus de unos 10 a 30 cm y el suelo se halla cubierto de hojas de pino.

Este grupo de vegetación constituye uno de los recursos naturales renovables de mayor importancia en el estado de Durango, tanto por la magnitud de su distribución

como por el valor económico que representa. Las especies más representativas es el *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii*, *P. cooperi*, *P. teocote*, *P. herrerae*. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia es el *P. ayacahuite*, *P. lumholtzii*, *P. douglasiana*, *P. michoacana*, *P. oocarpa*.

4.1.7.2. Bosque de encino

Los bosques de *Quercus* son comunidades vegetales muy características de la Sierra Madre Occidental. Esta comunidad vegetal junto con las coníferas constituye la mayor parte de la cubierta vegetal de la región de El Salto, Durango. Los encinares guardan relaciones complejas con los pinares, con los cuales comparten afinidades ecológicas generales. Los encinares se pueden encontrar desde el nivel del mar hasta 3,100 metros aunque el 95% de su extensión se halla entre 1,200 a 2,800 metros (Rzedowski, 1978). El grupo muestra gran diversificación en la SMO, encontrándose para el estado por lo menos 43 especies (González y González, 1992).

Las especies más representativas del área de estudio son *Quercus sideroxyla*, y *Q. durifolia* en los climas semihúmedos, mientras que *Q. candicans* y *Q. rugosa* se encuentran en los climas muy húmedos y finalmente en los climas secos se encuentran *Q. coccolobifolia*, *Q. laeta*, *Q. eduardii*, *Q. striatula*, *Q. Chihuahuensis* y *Q. grisea*.

Este tipo de vegetación se desarrolla en diferentes tipos de rocas, tanto ígneas, como sedimentarias y metamórficas, así como en suelos profundos de terrenos aluviales planos. Típicamente el suelo es de reacción ácida moderada con pH de 5.5 a 6.5, con abundante materia orgánica y hojarasca.

Los encinos son importantes ecológicamente y económicamente porque forman parte del hábitat de flora y fauna silvestre, proveen alimento a la fauna, dan protección y mantenimiento al suelo, tiene un uso etnobotánico y económico (madera, celulosa, carbón, etc.), proveen un ambiente estético y recreacional.

Su aprovechamiento es de importancia local, pero muy limitado a escala industrial. Como consecuencia de lo anterior los bosques que eran mezclados con especies del género *Pinus* se han convertido en encinares puros.

4.1.7.3. Bosque mezclado de pino-encino o encino-pino.

Esta comunidad es la que ocupa la mayor parte de la superficie forestal de las partes altas de los sistemas montañosos del país. Está constituida por la mezcla de diferentes especies de pino (*Pinus* spp.) y encino (*Quercus* spp.), ocupando muchas condiciones comprendidas dentro del área general de distribución de los pinos y encinos. Representan la vegetación mas común en la SMO formando masas de árboles mezcladas con los géneros *Pinus* y *Quercus*. Las masas se caracterizan por ser irregulares e incoetáneas, desarrollándose en cualquier tipo de suelo presente.

4.1.7.4. Selva baja caducifolia

Los árboles pueden alcanzar hasta 20 m de altura desarrollándose en climas cálidos subhúmedos, semisecos o subsecos donde la mayoría de los árboles pierden las hojas en la época seca que se prolonga de 6 a 8 meses, los árboles dominantes son por lo general inermes. Se distribuye ampliamente sobre laderas de cerros con suelos de buen drenaje, en muchas partes del país puede asociarse con selvas medianas, bosques y matorrales de zonas semiáridas. Son comunes las comunidades de *Bursera* spp., *Lysiloma* spp., (tepeguaje), *Jacarantia mexicana* (bonete), *Ipomea* spp., (cazahuate), *Pseudobombax palmeri* (amapola), *Erithrina* spp., (colorín), *Ceiba* spp., (pochote) y *Cordia* spp., (Cueramo).

CAPÍTULO V

COMPARACION DE TECNICAS DE ESTIMACION DE VOLUMEN FUSTAL TOTAL PARA CINCO ESPECIES DE DURANGO, MEXICO

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. E-mail; scorralr@latinmail.com, ³Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

5.1. RESUMEN

En este reporte se compararon diez técnicas de cubicación de volumen fustal sin corteza para cinco especies de pino en Durango, México. El volumen se estimó con las ecuaciones convencionales de Smalian, Newton y sólidos de revolución y con los modelos de ahusamiento de Amidon, Biging, Clutter, Kozak en forma lineal y no lineal, Newnham y Rustagi y Loveless. Los modelos de volumen de Schumacher y Hall, Spurr, Spurr transformado, Honer, Sloboda, Naslund y Australiana se ajustaron con los volúmenes estimados con técnicas de integración. Las variables diámetro normal y altura total fueron estimados con cada uno de los modelos de ahusamiento. Los modelos de volumen de mejor ajuste fueron comparados con un análisis de covarianza. Los resultados mostraron que las ecuaciones de ahusamiento de Amidon y Biging producen resultados comparables con las ecuaciones de volumen convencionales. Por esta razón se recomiendan estas tecnologías para estimar los volúmenes comerciales de las especies de pino de Durango, México.

PALABRAS CLAVE: Cubicación convencional, Modelos de ahusamiento, Ecuaciones de volumen, Fuste total sin corteza, Pináceas, El Salto Durango, México.

5.2. ABSTRACT

In this report ten methods of estimating stem volume without bark were compared for five pine species distributed in Durango, Mexico. Stem volume was estimated by the conventional equations of Smalian, Newton and revolution of solids as well as with the use of the taper models of Amidon, Biging, Clutter, Kozak, Newnham and Rustagi and Loveless. The volume models of Schumacher and Hall, Spurr, transformed Spurr, Honer, Sloboda, Naslund and Australian were fitted to estimated volumes by the mathematical technologies described. The independent variables; normal diameter and total height were estimated by each one of the taper models. The volume models were compared by a covariance analysis. The results showed that the equations of Amidon and Biging produced comparable volumes to those estimated by the conventional approaches. For this reason these taper technologies are recommended to estimate merchantable volume of the studied pine species in Durango, Mexico.

KEY WORDS: Volume Estimation, Taper functions, Volume equations, Pine species, Durango, Mexico.

5.3. INTRODUCCIÓN

La estimación del volumen fustal y comercial de los árboles del rodal son parámetros importantes en la planeación del manejo forestal como una herramienta básica en los inventarios forestales. La evaluación del volumen de los árboles individuales ha seguido dos procedimientos; usando mediciones a intervalos pequeños o a través de técnicas de desplazamiento de agua. En cualquier caso existen diversas fuentes de error asociadas con la técnica de medición (Biging, 1988).

Martin (1984) comparó el volumen de 243 trozas de maderas duras de 72 especies con 14 ecuaciones diferentes contra el volumen estimado por desplazamiento de agua, encontrando que las ecuaciones convencionales de Huber, Newton y Smalian fueron más precisos en estimar el volumen seguidos muy cercanamente por la

ecuación de ahusamiento de Beers. Biging (1988) reportó que las fórmulas de Newton y Huber son las más adecuadas para estimar el volumen seguidas por Smalian. Figueiredo y Budant (1999) encontraron menores errores cuando el volumen total es estimado con la formula de Smalian y Huber comparado con técnicas de desplazamiento de agua, mientras que el error obtenido por la integración de cinco ecuaciones de ahusamiento fue mayor.

Las funciones de ahusamiento son populares y eficientes para representar el perfil del fuste de los árboles e integrarse para estimar volúmenes comerciales y totales (Clutter *et al.*, 1983; Návar *et al.*, 1997). Los modelos de Demaerschalk (1972) y Clutter (1980) son compatibles con las ecuaciones de volumen total estimado por integración de las funciones de ahusamiento y el volumen obtenido por ecuaciones convencionales de volumen total. Diversas funciones compatibles de ahusamiento han sido derivadas para obtener volumen total o parcial del fuste (Clutter, 1980; Reed y Green, 1984; Amidon 1984; Biging, 1984; Byrne y Reed, 1986; McTague y Bailey, 1987; Rustagi y Loveless, 1991; Bailey, 1994; Fang y Bailey, 1999), mientras que en México existen pocos de trabajos que describan compatiblemente el perfil y volumen fustal en bosques mixtos e irregulares (Castillo, 1988; De los Santos *et al.* 1995; Rentería *et al.*, 1995). Aunque existe una gran variedad de funciones de ahusamiento, muchos de estos no han comparado el volumen obtenido por integración con ecuaciones convencionales de cubicación y aplicado extensivamente en la determinación del volumen fustal y comercial de las coníferas de la Sierra Madre Occidental en Durango.

El objetivo de este trabajo fue comparar el volumen fustal total sin corteza estimado mediante tres formas convencionales de cubicación, contra el volumen estimado por integración de siete modelos de ahusamiento.

5.4. MATERIALES Y MÉTODOS

5.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la UCODEFO No. 6, localizándose en el sistema montañoso

denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan entre 1,400 y 2,600 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos subhúmedos con lluvias en verano y precipitación media anual de 800 - 1200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*: las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* comuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus* spp) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

5.4.2. Metodología

Las mediciones del diámetro sin corteza a diferentes secciones de la altura se realizaron directamente de árboles derribados en operaciones de aprovechamiento desde abril a octubre de 1996. Los árboles fueron distribuidos en toda el área de estudio tratando de cubrir todas las condiciones de sitio presentes, así como todas las categorías de diámetro y altura. El tamaño de la muestra por especie fue de 507

árboles para *P. cooperi*, 453 para *P. durangensis*, 424 para *P. engelmannii* 400 para *P. leiophylla* y 322 para *P. herrerae*. De éstos, el 75 % de cada especie se seleccionó y separó aleatoriamente para el ajuste estadístico de parámetros de los modelos de volumen y el 25 % restante para su validación (ver características dasométricas en el Cuadro 5.1). El diámetro sin corteza se midió a la base del fuste, a 0.30 m, a 1.30 m y desde aquí hasta la parte distal a cada metro. Otras variables medidas fueron: diámetro normal, edad, altura del tocón, grosor de corteza y altura total.

Cuadro 5.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango, México.

Especie	Estadísticos	Ajuste		Validación	
		Diámetro (cm)	Altura (m)	Diámetro (cm)	Altura (m)
<i>Pinus cooperi</i>	Promedio	26.6	17.3	24.3	16.8
	DS	10.9	6.1	10.3	6.0
<i>Pinus durangensis</i>	Promedio	24.3	16.4	20.1	15.3
	DS	10.0	6.4	8.6	6.3
<i>Pinus engelmannii</i>	Promedio	21.7	13.9	19.3	12.6
	DS	9.6	5.6	8.6	4.1
<i>Pinus leiophylla</i>	Promedio	21.5	13.4	20.5	13.8
	DS	9.7	5.5	7.6	4.9
<i>Pinus herrerae</i>	Promedio	21.3	13.5	23.7	15.9
	DS	9.6	5.5	9.6	5.5

DS= Desviación estándar

La cubicación de las trozas de los árboles derribados se realizó con las ecuaciones de Smalian, Newton y sólidos de revolución para todas las secciones del fuste, con excepción de la parte distal a la cual se le aplicó la ecuación del cono.

Las ecuaciones convencionales están descritas por:

1. Smalian (1804).

$$V_i = \frac{(A_1 + A_2)L}{2} \quad [1]$$

2. Newton (1849).

$$V_i = \frac{(A_1 + 4A_3 + A_2)L}{6} \quad [2]$$

3. Sólidos de revolución.

$$V_i = \frac{\lambda L}{N + 1} \left[\frac{R^2 - r^2}{\left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{2}{N}} - 1} + R^2 \right] \quad [3]$$

Donde: V es el volumen de la troza i (m^3); A_1 , A_2 , y A_3 , son el área basal al inicio, final y promedio de la troza respectivamente (m^2); R y r es el radio promedio al inicio y final de la troza (m); L es la longitud de la troza (m); $\lambda=0.0003141593$ y N son los tipos dendrométricos (0: para el cilindro, 1: para el paraboloides, 2: para el cono y 3: para el neiloide).

Los modelos de ahusamiento utilizados para estimar el volumen fustal de las cinco especies fueron: 1) Amidon (1984); 2) Biging (1984); 3) Clutter (1980); 4) Kozak (1988) en forma no lineal 5) Kozak (1988) en forma lineal; 6) Newnham (1992) y 7) Rustagi y Loveless (1991). La estructura de las ecuaciones y el ajuste y validación para las especies estudiadas son reportadas con mayor detalle en Corral *et al.* (1999) (en prensa).

El volumen se estimó con integración numérica para todos los modelos de ahusamiento, con excepción de Amidon y Biging los cuales fueron integrados analíticamente.

Cuadro 5.2. Estadísticos del volumen estimado por 10 técnicas de cubicación de cinco especies de pino en Durango, México.

Tipos de cubicación	<i>Pinus Cooperi</i>		<i>Pinus durangensis</i>		<i>Pinus engelmannii</i>		<i>Pinus leiophylla</i>		<i>Pinus herrerai</i>	
	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Volúmenes usados para ajustar parámetros (m ³)										
Rev-Sol	0.497	0.60	0.405	0.54	0.295	0.43	0.283	0.39	0.275	0.40
Smalian	0.482	0.57	0.382	0.50	0.287	0.42	0.273	0.37	0.266	0.39
Newton	0.495	0.60	0.403	0.54	0.293	0.42	0.273	0.37	0.274	0.40
Amidon	0.476	0.50	0.373	0.45	0.261	0.35	0.252	0.33	0.256	0.33
Biging	0.482	0.56	0.394	0.49	0.284	0.39	0.275	0.37	0.268	0.38
Clutter	0.448	0.61	0.395	0.57	0.280	0.43	0.258	0.37	0.256	0.39
Kozak1	0.447	0.56	0.275	0.32	0.244	0.38	0.267	0.40	0.227	0.32
Kozak2	0.519	0.66	0.418	0.60	0.329	0.51	0.217	0.27	0.264	0.34
Newnham	0.452	0.59	0.363	0.49	0.270	0.42	0.252	0.35	0.235	0.33
Rustagi-L.	0.435	0.53	0.355	0.46	0.256	0.36	0.248	0.34	0.242	0.35
Volúmenes usados para validar las ecuaciones (m ³)										
Rev-Sol	0.403	0.47	0.325	0.35	0.204	0.29	0.231	0.24	0.370	0.39
Smalian	0.417	0.49	0.326	0.36	0.206	0.29	0.238	0.24	0.375	0.40
Newton	0.415	0.49	0.326	0.36	0.205	0.29	0.237	0.24	0.374	0.40
Amidon	0.415	0.50	0.326	0.45	0.216	0.32	0.220	0.33	0.346	0.33
Biging	0.424	0.50	0.338	0.49	0.236	0.30	0.248	0.30	0.368	0.38
Clutter	0.478	0.61	0.395	0.57	0.280	0.43	0.258	0.37	0.256	0.39
Kozak1	0.447	0.56	0.275	0.32	0.244	0.38	0.267	0.40	0.227	0.32
Kozak2	0.519	0.66	0.418	0.60	0.329	0.51	0.217	0.27	0.264	0.34
Newnham	0.452	0.59	0.363	0.49	0.270	0.42	0.252	0.35	0.235	0.33
Rustagi-L.	0.435	0.53	0.355	0.46	0.256	0.36	0.248	0.34	0.242	0.35

Rev-Sol= Revolución de sólidos; Rustagi-L= Rustagi y Loveless; DS= Desviación estándar

Se seleccionaron previamente los dos mejores modelos para estimar volumen de siete probados, donde el volumen fue cubicado con la ecuación de Smalian. Los modelos probados fueron:

1. Schumacher y Hall (1933).

$$V = \beta_1(Dn)^{\beta_2}(Ht)^{\beta_3} \quad [4]$$

2. Spurr (1952) en forma logarítmica.

$$V = \ln(V) = \beta_1 + \beta_2 \ln(Dn^2Ht) \quad [5]$$

3. Spurr (1952) en forma aritmética.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Dn^2) \quad [6]$$

4. Honer (1964).

$$V = Dn^2/(\beta_1 + \beta_2/Ht) \quad [7]$$

5. Sloboda de tres parámetros.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Ht) + \beta_3(DnHt) + \beta_4(Dn^2Ht) \quad [8]$$

6. Naslund modificado.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Ht) + \beta_3(Dn^2Ht) + \beta_4(DnHt^2) \quad [9]$$

7. Australiano

$$V = \beta_1 + \beta_2(Dn^2) + \beta_3(Ht) + \beta_4(Dn^2Ht) \quad [10]$$

Donde: V= Volumen total del fuste; Dn= Diámetro normal; Ht= Altura total; β_1, \dots, β_4 = coeficientes de regresión y Ln= logaritmo natural.

Los modelos con mejor ajuste fueron Schumacher y Hall y Spurr en forma logarítmica porque presentaron los coeficientes de determinación más altos, los errores estándares más bajos y errores distribuidos más normalmente.

Los modelos de Schumacher y Hall y Spurr transformado se ajustaron a los volúmenes fustales totales estimados por las diferentes técnicas de cubicación. La altura y diámetro normal utilizados para los modelos que describen el perfil fustal se estimaron con los modelos de ahusamiento.

Los modelos de volumen resultantes fueron comparados a través de un análisis de covarianza, donde el $\ln(Dn^2Ht)$, Dn y Ht fueron las variables para los modelos de Spurr transformado y Schumacher y Hall, respectivamente. Este procedimiento estadístico comparó los parámetros, intercepta y pendiente de cada uno de los modelos para definir el volumen por las diez diferentes técnicas de cubicación.

Los errores se han estimado convencionalmente de la diferencia entre el volumen observado (generalmente medido por desplazamiento de agua) y el volumen estimado por una técnica de cubicación (Martin, 1984). En este estudio se utilizó el volumen estimado por Smalian como el valor observado porque diversos estudios han encontrado diferencias significativas entre esta técnica de medición y el volumen observado por desplazamiento de agua (Martin, 1984; Reed y Green, 1984; Biging, 1988; Figueiredo y Budant, 1999).

Los errores fueron estimados al nivel del rodal y por estructura diamétrica. Con los datos del inventario forestal levantado en 1996 para el área de estudio se desarrolló un rodal tipo cuyas estructuras diamétricas por especie fueron predichas por la distribución Weibull y los errores totales para cada especie se estimaron con el modelo [11].

El número de árboles y volumen por hectárea para cada especie fue estimado usando sitios de un décimo de hectárea. El ajuste de la distribución Weibull se realizó al nivel de las especies considerando su distribución en todas las condiciones de sitio posibles en el área de estudio y los parámetros se estimaron con el procedimiento de máxima verosimilitud.

La estructura del error total fue determinada por:

$$E_{\text{Total}} = \frac{\sum_{i=1}^n [f(x_i)(E_i)(N)]}{V_h} \quad [11]$$

Donde: E_{total} = Error total (%); $f(x_i)$ = frecuencia relativa del número de árboles en la categoría diamétrica i ; E_i = Error promedio por categoría diamétrica; N = Número de árboles promedio por hectárea y V_h = Volumen promedio por hectárea de las especies.

5.5. RESULTADOS Y DISCUSION

Los estadísticos promedio de ajuste y validación de las 7 funciones de volumen mostraron diferencias significativas para predecir el volumen de las cinco especies estudiadas. El modelo de Schumacher y Hall mostró el mayor coeficiente de determinación y menor error estándar, seguido muy cercanamente por el modelo de Spurr transformado en forma logarítmica (Cuadro 5.3). El modelo de Honer presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

Cuadro 5.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de siete funciones de volumen para predecir volumen rollo total sin corteza de 5 pináceas de Durango, México.

Función	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kutosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Schumacher y Hall	99	0.062	0.0034	16.2	10.54	-0.15	0.001
Spurr logarítmico	98	0.070	0.0034	21.1	12.23	-0.64	0.001
Spurr	97	0.068	0.0000	20.5	8.68	-0.18	0.000
Honer	96	0.068	0.0204	23.9	10.81	0.90	0.000
Sloboda	98	0.065	0.0000	19.3	9.00	0.28	0.000
Naslund	98	0.064	0.0000	19.0	7.19	-0.21	0.000
Australiana	98	0.063	0.0000	18.8	7.06	0.02	0.000
VALIDACION							
Schumacher y Hall	98	0.048	-0.0003	16.5	8.41	-0.623	0.002
Spurr logarítmico	98	0.049	0.0002	16.8	8.40	-0.499	0.002
Spurr	98	0.050	-0.0016	17.3	6.02	-0.353	0.000
Honer	97	0.055	0.0132	20.9	10.68	0.768	0.000
Sloboda	98	0.050	-0.0029	17.6	5.56	-0.562	0.002

Función	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Nauslund	97	0.053	-0.0018	18.9	6.98	-0.139	0.000
Australiana	98	0.051	-0.0018	18.1	5.69	-0.580	0.009

C.V= Coeficiente de variación

Los coeficientes de variación de los modelos para predecir el volumen fustal total oscilan del 15 hasta el 25 % para cada especie estudiada. Los errores se concentraron al origen, resultando una distribución con un alto valor de kurtosis, alejado de la distribución normal, motivo por el cual fue rechazada la hipótesis de normalidad con probabilidad menor de 0.05 (Pr<0.05). De acuerdo a los estadísticos del Cuadro 5.3 se recomiendan los modelos de Schumacher y Hall (1933) y Spurr (1952) transformado para predecir el volumen fustal total sin corteza de las cinco especies estudiadas. Corral y Radilla (1996) y Contreras *et al.* (1997) también recomiendan estos modelos para estimar volumen rollo total árbol con y sin corteza para *Pinus cooperi* y *P. durangensis* por presentar buenas estimaciones en la validación.

El análisis de covarianza mostró, considerando el modelo Schumacher y Hall, que la pendiente del diámetro normal (β_2) fue estadísticamente igual (Pr>0.05) para los modelos convencionales de cubicación y los modelos de Biging y Amidon para todas las especies, excepto en *Pinus cooperi*. La pendiente de la variable altura total (β_3) fue también estadísticamente igual (Pr>0.05) entre los modelos convencionales y los modelos de Amidon en *P. cooperi*, *P. engelmannii* y *P. leiophylla* y Biging en *P. durangensis* y *P. herrerae* (Figura 5.1a). Si se considera el modelo de Spurr, la pendiente de los modelos de cubicación convencionales (β_2) (Sólidos de revolución, Smalian y Newton) fue estadísticamente igual a la pendiente (β_2) de los modelos de ahusamiento de Biging y Amidon (Pr>0.05) para las especies *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*, pero no para las especies *P. cooperi* y *P. durangensis* (Figura 5.1b).

El volumen se subestima cuando se calcula con los modelos de ahusamiento con respecto al volumen estimado por las técnicas convencionales de cubicación (Figura 5.1). Este error es mayor a medida que incrementan las dimensiones de los

árboles y se aproximan al cero absoluto para árboles con diámetro normal menor a 30 cm. Sin embargo, la probabilidad de encontrar árboles de diámetros mayores a 50 cm se redujo a un 10 %.

La variación en la estimación del volumen fustal sin corteza de los modelos de Amidon y Biging fue diferentes para las especies estudiadas, representados por las funciones de Schumacher y Hall y Spurr.

El volumen fustal sin corteza de *Pinus cooperi* estimado por los modelos de Amidon y Biging presentó un error total porcentual en volumen por hectárea de 9.1 % cuando se predice con la función de Schumacher y Hall, mientras que con el modelo de Spurr fue 40.7 % para ambos sistemas de cubicación. Para *P. durangensis* los errores totales porcentuales fueron 11.3 y 25.3 % estimados con Amidon y Biging respectivamente, usando la función de Schumacher y Hall, mientras que con la función de Spurr los errores fueron 54.3 y 85.0 respectivamente. Para *P. engelmannii* los errores totales porcentuales fueron 33.1 y 14.6; 76.2 y 69.4 del volumen estimado con los modelos de Amidon y Biging y predichos con las funciones de Schumacher y Hall y Spurr, respectivamente. En *P. leiophylla* los errores totales porcentuales fueron 17.9 y 1.4; 50.3 41.7 para los mismos modelos de ahusamiento y funciones de volumen respectivamente. Finalmente en *P. herrerae* los errores totales porcentuales fueron 13.3 y 3.4 %; 35.1 y 33.4 %; para el volumen estimado con Amidon y Biging y predicho con la función de Schumacher y Hall y Spurr (Cuadro 5.4).

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

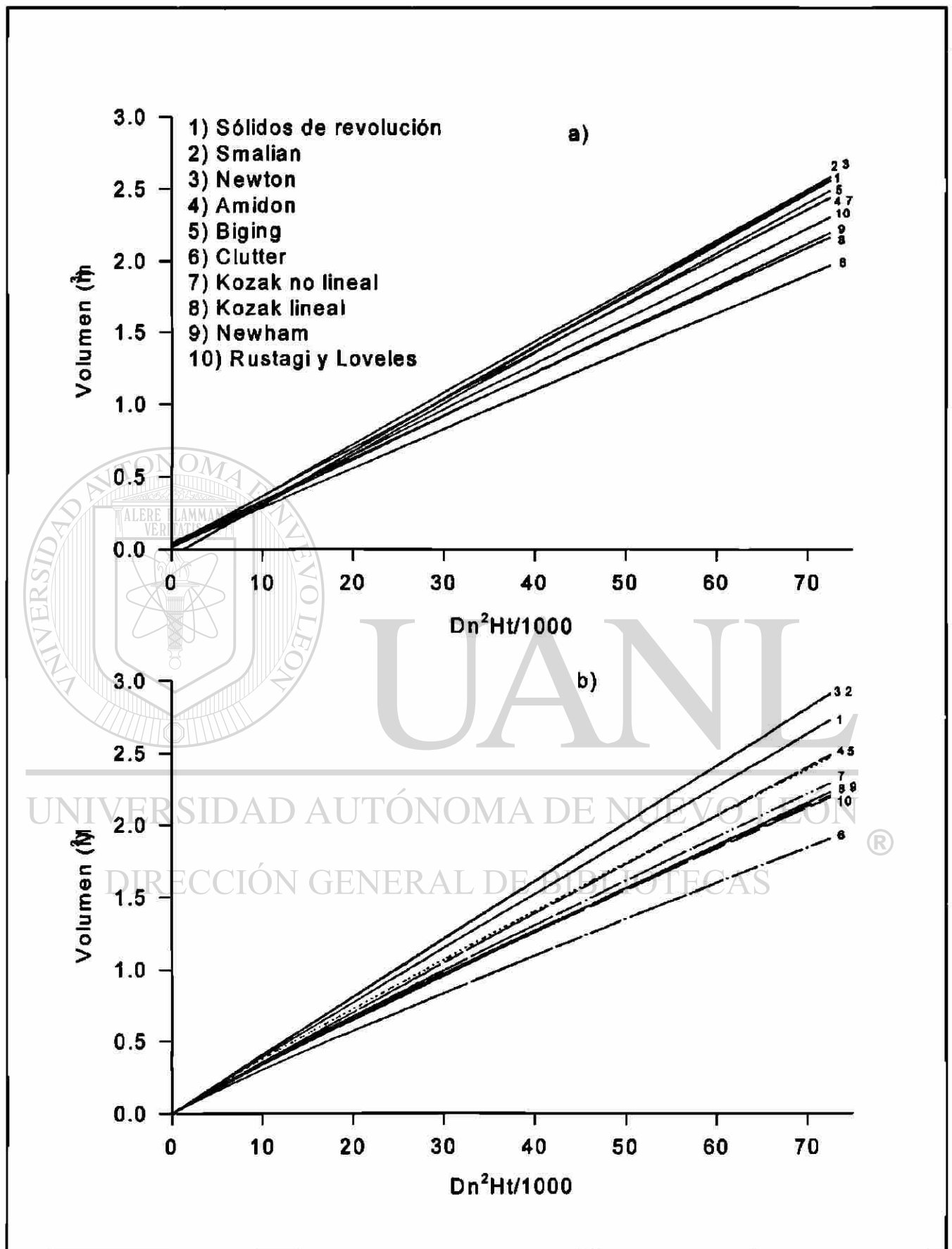


Figura 5.1. Tendencia promedio del volumen fustal de 10 formas de cubicación explicado por el modelo de Schumacher y Hall (a) y Spurr transformado (b) para *Pinus durangensis*.

Cuadro 5.4. Error total (%) el volumen predicho con los modelos de Schumacher y Hall y Spurr transformado y estimado con los modelos de Amidon y Biging para cinco especies de pino en Durango, México.

Especie	Volumen M ³ ha ⁻¹	Arboles ha ⁻¹	Schumacher y Hall		Spurr transformado	
			Amidon	Biging	Amidon	Biging
<i>P. cooperi</i>	84.2	200	9.1	9.1	40.7	40.7
<i>P. durangensis</i>	90.1	350	11.3	25.3	54.3	85.0
<i>P. engelmannii</i>	2.9	13	33.1	14.6	76.2	69.4
<i>P. leiophylla</i>	29.7	112	17.9	1.4	50.3	41.7
<i>P. herrerae</i>	7.5	15	13.3	3.4	35.1	33.4

De los resultados anteriores se puede observar una amplia diferencia en los errores presentados con las funciones de Schumacher y Hall y Spurr en forma logarítmica en el volumen estimado con Amidon y Biging. Este comportamiento se debe parcialmente a los errores mayores en la estimación del volumen por el modelo de Spurr.

Los modelos de ahusamiento de Amidon y Biging también presentaron diferencias en estimar volumen entre las especies, excepto para *Pinus cooperi* donde el error porcentual fue similar. Para *P. durangensis* el menor error porcentual fue observado cuando el volumen se estima con la ecuación de Amidon. Para *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* los menores errores se presentaron cuando el volumen se estima con la ecuación de Biging, aunque para las dos últimas especies también presentaron errores aceptables con la ecuación de Amidon.

Los modelos de Biging y Amidon pueden ser utilizados en la estimación de los volúmenes fustales totales y comerciales sin corteza de las especies mencionadas en el estudio, porque el error para estimar volumen total es menor y cae dentro del error de la función de Schumacher y Hall.

Los parámetros ajustados a los perfiles fustales con las ecuaciones de Amidon y Biging para las especies estudiadas se presentan en el Cuadro 5.5 y la estructura de los modelos está dada por las ecuaciones [13] y [14].

El modelo de Amidon (1984), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \frac{Dn(Ht-h)}{(Ht-1.30)} + \beta_2 \frac{(Ht^2-h^2)(h-1.30)}{Ht^2} \quad [13]$$

El modelo de Biging (1984), dado por la ecuación:

$$d = Dn \left[\beta_1 + \beta_2 \ln \left(1 - \exp \left(- \frac{\beta_1}{\beta_2} \left(\frac{h}{Ht} \right)^{1/3} \right) \right) \right] \quad [14]$$

Donde: d = diámetro del fuste (cm) a una altura h ; h = altura del fuste sobre el tocón (m) a un diámetro d ; β_1 y β_2 = parámetros estadísticos.

Cuadro 5.5. Parámetros del ajuste de los modelos de Amidon, (1984) y Biging (1984) a los perfiles fustales de 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.

Especie	Amidon (1984)		Biging (1984)	
	β_1	β_2	β_1	β_2
<i>Pinus cooperi</i>	0.8819	1.0475	1.0518	0.2903
<i>Pinus durangensis</i>	0.8899	0.9861	1.0624	0.2941
<i>Pinus engelmannii</i>	0.8831	1.0571	1.0579	0.2894
<i>Pinus leiophylla</i>	0.8896	1.0507	1.0634	0.2939
<i>Pinus herrerae</i>	0.8709	1.0483	1.0424	0.2855 [®]

5.6. CONCLUSIONES

Los modelos de ahusamiento de Amidon y Biging se recomiendan para estimar volúmenes fustales totales y comerciales porque estiman volúmenes estadísticamente iguales al volumen convencional estimado por la ecuación de Schumacher y Hall que utiliza la ecuación de Smalian como técnica de cubicación. El modelo de Amidon es más recomendable para estimar los volúmenes fustales totales y comerciales de las especies *Pinus cooperi* y *P. durangensis*, mientras que el modelo de Biging es más recomendable para las especies *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* de la Sierra Madre Occidental en Durango, México.

5.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. José de la Luz Santillan y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y a través del proyecto de investigación 28536B.

5.8 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predic bole volume for five mixed conifer especies in California. For. Sci. 30:166-171.
- Bailey, R.L. 1994. A compatible volume-taper model based on the Schumacher and Hall generalizad constant for factor volume ecuation. For. Sci.40:303-313.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper fuction for Alberta trees. For. Sci. 30:1103-1117.
- Biging, G.S. 1988. Estimating the accuracy of volume ecuations using taper equations of stem profile. Can. J. For. Res. 18:1002-1007.
- Byrne, J.C., y D.D. Reed. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. For Sci. 32:423-443.
- Castillo-Santiago, M.A. 1988. Modelo para estimación de incremento y producción maderable neta en *Pinus caribea* var *hondurensis* Barr. Y Golf., de la Sabana, Oaxaca. Tesis profesional. Chapingo, México. 81 p.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. For. Sci. 26:117-120.
- Clutter, J.L., J.C. Fortson, J.C. Piennar, L.V. Brister y R.L. Bayley. 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.

- Contreras-Aviña, J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas, Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Corral, S., J. Návar y F. Fernández. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango. Madera y Bosques (en prensa).
- Corral R, S y J.L. Radilla C. 1996. Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de pino (*Pinus cooperi* Var. Ornelasi Márt., y *Pinus durangensis*, Mart.) en el ejido San Pablo, P.N., Durango. Tesis profesional. Instituto Tecnológico Forestal No. 1. El Salto., P.N. Dgo.
- Damaerschalk, J.P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci. 18:241-245.
- De los Santos-Posadas, H.M., Valdéz-Lazalde, J.R y M. Rodríguez- Aguilar. 1995. Uso del modelo compatible volumen-ahusamiento de Bailey en dos especies de pino. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Fang, Z., y R.L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. For. Sci. 45(1):85-100.
- Figueiredo, F.A., y L. Budant S. 1999. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). Can. J. For. Res. 29:451-461.
- Honer, T.G. 1964. The use of heigth and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volume. For Chron. 40:324-331.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. Can. J. For. Res. 18:1363-1368.
- Martin, A.J. 1984. Testing volume equation accuracy with water displacement techniques. For. Sci. 30:41-50.
- McTague, J.P., y R.L. Bailey. 1987. Simultaneous total and merchantable volume equations and compatible taper fuctions for loblolly pine. Can. J. For. Res. 17:87-92.

- Návar J., P. A. Dominguez-Calleros, J. C. Contreras-Aviña y C. Estrada M. 1997. Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del Noreste de México. *Agrociencia* 31:73-81.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22:210-223.
- Reed, D.D., y E.J.Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. *For. Sci.* 30:977-990.
- Rentería-Anima, J. B., H. Ramírez-Maldonado y F. J. Zamudio-Sánchez. 1995. Estimación de volumen comercial de *Pinus cooperi* blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redifiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21:143-151.
- Schumacher, F.X., y F.S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *J. Agric. Res.* 47:719-734.
- Spurr, S.H. 1952. *Forest inventory*. John Wiley and Sons, New. York. 472 p.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN[®]
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO VI

AJUSTE DE FUNCIONES DE AHUSAMIENTO A LOS PERFILES FUSTALES DE CINCO PINACEAS DE LA REGION DE EL SALTO, DURANGO

Sacramento Corral¹, José Nívar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor Investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. Email; scorralr@latinmail.com ³Profesor Investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

6.1. RESUMEN

Los objetivos del presente trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar 7 funciones de ahusamiento ajustadas a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies comerciales de pino de la región de El Salto, Durango. Los diámetros sin corteza se midieron a diferentes alturas en árboles derribados en operaciones de aprovechamiento. El número total de árboles utilizado para cada especie fue de 507 de *Pinus cooperi*, 453 de *P. durangensis*, 424 de *P. engelmannii*, 400 de *P. leiophylla* y 322 de *P. herrerae*, de los cuales el 75% se utilizaron para estimar parámetros y el 25 % para validar los modelos de Clutter (1980), Amidon (1984), Biging (1984), Kozak (1988), Kozak2, Rustagi y Loveless (1991) y Newnham (1992). Los parámetros se ajustaron por medio de regresión lineal, intrínsecamente lineal, polinomial, múltiple y no lineal. La prueba de validación consistió en comparar los estadísticos; coeficiente de determinación, el error estándar y el sesgo, incluyendo la distribución, normalidad y varianza común de los errores. Los resultados mostraron que el modelo de Biging (1984) predice mejor el perfil diamétrico sin corteza de las cinco especies, porque definió mejor la tendencia de los perfiles diamétricos, mostró uno de los coeficientes de determinación más altos, errores estándares más bajos y errores distribuidos más

normalmente. Por esta razón se recomienda este modelo en la futura estimación de los perfiles fustales de las pináceas del área de estudio. El modelo estima adecuadamente el volumen fustal para árboles con diámetros menores a 30 cm pero requiere de investigación adicional para estimar volúmenes comerciales de árboles con diámetros mayores a 30 cm.

PALABRAS CLAVE: Funciones de ahusamiento, Pináceas, Biging, El Salto, Durango, México.

6.2. ABSTRACT

The objectives of this work were: 1) to estimate parameters and 2) to validate 7 taper functions fitted to stem profiles of 5 commercial pine species of the El Salto, Durango region. Measurements of diameter at several stem heights were conducted in felled trees during harvesting operations. The total number of trees measured for each species was: 507 (*Pinus cooperi*), 453 (*P. durangensis*), 424 (*P. engelmannii*), 400, (*P. leiophylla*) and 322 (*P. herrerae*) of which 75% were used to estimate parameters and the rest 25% to test the goodness of fit of taper functions of Clutter (1980), Amidon (1984), Biging (1984), Kozak (1988), Kozak & Newnham (1992). Parameters were fitted by least square techniques in linear, polynomial and multiple regression analysis. The test of goodness of fit consisted on comparing the statistics; coefficient of determination, the standard error and skewness, as well as, the normality, randomness, and common variance of errors. The results showed that the model of Biging (1984) estimated better the stem profiles of the five pine species because it showed one of the largest coefficient of determination, one of the smallest standard errors and errors distributed more normally. For this reason, this model is recommended to estimate stem profiles of the pine species of the study area. The model estimates accurately stem volume for trees with diameter smaller than 30 cm but it requires additional research to estimate merchantable volume of trees with diameters larger than 30 cm.

KEY WORDS: Taper functions, pine species, Biging, El Salto Durango, México.

6.3. INTRODUCCIÓN

Los retos de los manejadores silvícolas son cada día mayores por las restricciones ambientales en los sistemas de planeación forestal a largo plazo. Uno de estos es la necesidad de técnicas precisas que describan los volúmenes y distribución de productos forestales derivados de árboles del género *Pinus*, como un principio del manejo forestal sustentable. La elaboración de planes de manejo e inventarios forestales basan su filosofía operativa en estos conceptos. Los modelos de ahusamiento, utilizados desde hace varias décadas, definen objetivamente el volumen y distribución de productos derivados de fustes de árboles.

Existen funciones de ahusamiento ajustadas a varias especies de coníferas del país. Torres *et al.* (1993) prueban varios modelos para ocho especies forestales del estado de México. Rentería (1995) estima el volumen comercial de *Pinus cooperi* mediante modelos de ahusamiento en el estado de Durango. Návar *et al.* (1997) ajustaron siete funciones de ahusamiento para *Pinus hartwegii* en el Noreste de México. Zepeda *et al.* (1997) prueban varias funciones para las especies de *P. arizonica*, *P. durangensis* y *P. engelmannii* en la Sierra Madre Occidental del estado de Chihuahua. Sin embargo, para las especies comerciales del estado de Durango, pocos trabajos han descrito matemáticamente el ahusamiento.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar siete funciones de ahusamiento ajustadas a cinco especies comerciales de pino en la región de El Salto Durango, México.

6.4. MATERIALES Y MÉTODOS

6.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta

pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan entre 1,400 y 2,600 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1,200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol, y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*, con las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* cornuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

6.4.2. Metodología

Las mediciones de diámetro sin corteza - altura se realizaron directamente de árboles derribados en operaciones de aprovechamiento, distribuidos en toda el área de estudio tratando de cubrir todas las condiciones de sitio presentes y todas las categorías de diámetro y altura. El tamaño de muestra por especie fue de 507 árboles de *Pinus cooperi*, 453 de *P. durangensis*, 424 de *P. engelmannii* 400 de *P. leiophylla* y

322 para *P. herrerae*, de los cuales el 75 % de cada especie se seleccionó y separó aleatoriamente para el ajuste estadístico de parámetros de los modelos y el 25 % restante para la validación de los modelos. El diámetro sin corteza se midió a la base del fuste, a 0.30 m, a 1.30 m y desde aquí hasta la parte distal a cada metro. Otras variables medidas fueron: diámetro normal, edad, altura del tocón, grosor de corteza y altura total.

6.4.2.1. Modelos ajustados

La nomenclatura utilizada en este trabajo es la siguiente:

- D = Diámetro normal a 1.30 m de altura (m).
 H = Altura total del fuste (m); $H_a = H - 1.37$ (m).
 P = H_i/H (sin dimensiones).
 Z = h/H (sin dimensiones).
 X = $(H-h)/(H-1.30 \text{ m})$ (sin dimensiones).
 D_i = Diámetro al punto de inflexión de la forma neiloide a la forma cuadrática del fuste, tomado como el d a $h_{0.67D}$ (m).
 H_i = Altura del fuste al punto de inflexión descrito (m).
 $X_k = (1-Z^{2k})/(1-P^{2k})$ (sin dimensiones).
 h = Altura del fuste sobre el tocón (m).
 d = Diámetro sin corteza del fuste a la altura h (m).
 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, c$ = Parámetros estadísticos.

Los modelos de ahusamiento utilizados para describir el perfil del fuste de las cinco especies fueron los siguientes:

1. El modelo de Clutter (1980), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \cdot D^{\beta_2} \cdot H^{\beta_3} \cdot (H-h)^{\beta_4} \quad \dots 1$$

2. El modelo de Amidon (1984), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \frac{D(H-h)}{(H-1.30)} + \beta_2 \frac{(H^2-h^2)(h-1.30)}{H^2} \quad \dots 2$$

3. El modelo de Biging (1984), dado por la ecuación:

$$d = D \left[\beta_1 + \beta_2 \ln \left(1 - \exp \left(- \frac{\beta_1}{\beta_2} \left(\frac{h}{H} \right)^{1/3} \right) \right) \right] \quad \dots 3$$

4. El modelo de Kozak (1988) fue trabajado estadísticamente en dos formas; la primera (Kozak1), está representada por la ecuación:

$$\frac{d}{D_i} = \left[\frac{1 - \sqrt{Z}}{1 - \sqrt{P}} \right]^F \quad \dots 4$$

5. La segunda forma (Kozak2) está representada como sigue:

$$\ln(d) = f(\ln(X_k), Z, \ln(Z), \exp^Z, \sqrt{Z}, \frac{D}{H}) \quad \dots 5$$

6. El modelo modificado de la forma variable presentado por Newnham (1992), esta representado por la ecuación:

$$\ln \left(\frac{d}{D} \right) = f(X, \ln(X), \frac{D}{H}, \frac{\bar{H}}{\sqrt{h}}, \frac{H}{\sqrt{h}}) \quad \dots 6$$

7. El modelo de Rustagi y Loveless (1991) está dado por la ecuación:

$$d = (\beta_0 + \beta_1 * D) \left[\frac{H-h}{H_b} \right]^{\beta_2} \quad \dots 7$$

6.4.2.2. Procedimiento estadístico

En el ajuste de las funciones de ahusamiento se utilizaron los siguientes pares datos de diámetro sin corteza y altura por especie, 3,624 de *P. cooperi*, 3,140 de *P. durangensis*, 2,703 de *P. engelmannii*, 2,527 de *P. leiophylla* y 2,184 de *P. herrerae*, de los cuales se estimaron los parámetros estadísticos de las siete ecuaciones de ahusamiento. Para el ajuste se utilizó la técnica de cuadrados mínimos en regresión múltiple, intrínsecamente lineal, polinomial y no lineal (sin derivadas parciales, DUD) del paquete estadístico SAS. Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias para estimar el verdadero valor del r^2 y el error estándar estimado (SEE) en sus dimensiones originales.

La prueba de validación se realizó con datos de diámetro sin corteza - altura del 25 % de la muestra total correspondiente a los pares de datos de 1,241 para *P. cooperi*, 1,046 para *P. durangensis*, 952 para *P. engelmannii*, 963 para *P. leiophylla* y 768 para *P. herrerae*. Los estadísticos de comparación entre los modelos y entre las especies fueron el sesgo promedio, r^2 , SEE, y bondad de predicción del perfil diamétrico.

Estos estadísticos se estimaron como sigue:

$$\text{Sesgo Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad \dots 8$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad \dots 9$$

$$\text{SEE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots 10$$

donde: Y_i es el valor observado o la variable dependiente, \bar{Y} es el promedio de los datos observados, \hat{Y} es el valor predicho y p es el número de parámetros del modelo, incluyendo la intercepta.

También se realizó el análisis de los errores para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común y tener una mayor certidumbre en la selección del mejor

modelo. Otras distribuciones consideradas fueron: la kurtosis, sesgo, y la probabilidad de normalidad de los errores. La determinación del mejor modelo resultó de la ponderación de los diferentes parámetros, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue: r^2 , SEE y sesgo promedio del 75 y 25% de los datos, así como kurtosis, sesgo, la probabilidad de normalidad de los errores, el número de coeficientes de las regresiones con su valor de probabilidad y finalmente la bondad de predicción del perfil diamétrico.

6.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de los parámetros dasométricos de los árboles, separados en 75 y 25 % respectivamente se presentan en el Cuadro 6.1, los cuales no presentaron diferencias significativas entre las especies. La variación indica que la muestra esta distribuida en todas las categorías de edad, altura y diámetro.

Cuadro 6.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango, México.

Especie	Estadísticos	Ajuste		Validación	
		Diámetro (cm)	Altura (m)	Diámetro (cm)	Altura (m)
<i>P. cooperi</i>	Promedio	26.6	17.3	24.3	16.8
	DS	10.9	6.1	10.3	6.0
	Rangos	(7.6-66.5)	(2.3-34.0)	(8.1-58.9)	(3.1-33.2)
<i>P. durangensis</i>	Promedio	24.3	16.4	20.1	15.3
	DS	10.0	6.4	8.6	6.3
	Rangos	(7.5-54.8)	(2.2-35.0)	(7.6-44.2)	(2.4-29.4)
<i>p. engelmannii</i>	Promedio	21.7	13.9	19.3	12.6
	DS	9.6	5.6	8.6	4.1
	Rangos	(7.6-55.0)	(2.2-30.1)	(8.1-50.0)	(2.1-22.5)
<i>P. leiophylla</i>	Promedio	21.5	13.4	20.5	13.8
	DS	9.7	5.5	7.6	4.9
	Rangos	(7.5-50.4)	(2.5-27.0)	(7.8-40.1)	(3.5-26.0)

<i>P.</i>	Promedio	21.3	13.5	23.7	15.9
<i>herreræ</i>	DS	9.6	5.5	9.6	5.5
	Rangos	(8.1-52.8)	(3.0-27.6)	(8.1-49.5)	(3.8-26.6)

NOTA: DS= Desviación estándar; Rangos(Mínimo - Máximo).

6.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos del ajuste de los siete modelos mostraron diferencias significativas entre las cinco especies (Cuadro 6.2). Los valores promedios del coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros indicaron que el modelo de Amidon presenta el mejor ajuste (0.982), seguido por los modelos de Newnham (0.963), Biging (0.962) y Rustagi y Loveless (0.956), finalmente los que mostraron ajustes menos bondadosos fueron los modelos de Kozak1 (0.948), Clutter (0.928) y Kozak2 (0.913) (Cuadro 6.2).

Los errores estándar promedio para las especies indicaron que los modelos de Newnham (2.084), Biging (2.140) y Rustagi y Loveless (2.197) fueron los mejores y los modelos de Amidon (2.287), Kozak1 (2.364), Clutter (2.813) y Kozak2 (3.083) mostraron las variaciones mayores. Los coeficientes de sesgo promedio de los modelos de Clutter (-0.046), Rustagi y Loveless (-0.072) y Amidon (-0.094) presentaron los valores más cercanos a cero y los modelos de Newnham (-0.126), Kozak1 (0.144), Biging (-0.164) y Kozak2 (-1.330) tuvieron las desviaciones de cero más notorias (Cuadro 6.2).

Los valores de Kurtosis promedio más aproximados al valor de la distribución normal lo presentaron los modelos de Amidon (3.34), de Rustagi y Loveless (2.65), de Kozak2 (2.55), de Clutter (2.49) y de Biging (2.23). Los modelos con valores de Kurtosis mas alejados de la normalidad fueron Kozak1 (5.36) y Newnham (23.11). Los modelos con el sesgo promedio de los errores con valores más cercanos a cero fueron Rustagi y Loveless (0.19), Kozak2 (-0.23), Biging (0.24) y Newnham (-0.35), mientras que los sesgos promedio con mayores desviaciones del cero lo presentan los modelos de Clutter (-0.40), Amidon (0.58) y Kozak1 (-0.96). La prueba de la normalidad de los

errores resultó aceptar la hipótesis alterna de otra distribución, para todos los modelos ($p > w = 0.01$).

Los modelos que presentaron valores de ponderación mejores y en forma consistente fueron Biging, Amidon, Newnham y Rustagi y Loveless. El primer modelo sólo presentó uno de los sesgos promedio mayores (-0.164). El segundo modelo presentó uno de los mayores valores de SEE porque la ecuación describe una curva cuadrática, como fue también observado por Nívar *et al.* (1997) para *P. hartwegii*, la cual no tiende a simular la curva sigmoide característica del perfil fustal. El modelo de Newnham presentó debilidades en los estadísticos de kurtosis, concentrando las desviaciones en valores cercanos a cero. Finalmente el modelo de Rustagi y Loveless no explicó el ahusamiento en todas las categorías de diámetro puesto que tiende a formar también una curva cuadrática que no converge en un punto de inflexión en los árboles de mayores dimensiones.

Cuadro 6.2. Estadísticos promedio del ajuste de parámetros de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango, México.

Modelo	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	C.V	Sesgo	Kurtosis	Sesgo	P>W
Clutter	0.928	2.813	20.710	-0.046	2.490	-0.400	0.001
Amidon	0.982	2.287	16.974	-0.094	3.340	0.584	0.001
Biging	0.962	2.140	15.864	-0.164	2.238	0.246	0.001
Kozak1	0.948	2.365	17.498	0.144	5.360	-0.964	0.008
Kozak2	0.913	3.083	22.734	-1.330	2.552	-0.234	0.001
Newnham	0.963	2.085	13.022	-0.126	23.112	-0.354	0.001
Rustagi y L.	0.956	2.197	16.290	-0.072	2.654	0.190	0.001

Los resultados de validación indicaron que los valores promedio de los coeficientes de determinación descendieron ordenadamente en los modelos de Biging (0.955), Amidon (0.952), Newnham (0.948), Rustagi y Loveless (0.948), Kozak1 (0.930), Clutter (0.928) y Kozak2 (0.906) (Cuadro 6.3). Los valores promedio de los errores ordenados ascendentemente fueron para los modelos de Amidon (2.064), Newnham

(2.076), Biging (2.078), Rustagi y Loveless (2.128), Kozak1 (2.412), Clutter (2.482) y Kozak2 (2.803). El sesgo promedio ordenado crecientemente se comporta de la siguiente manera para los modelos de: Amidon (-0.030), Biging (0.074), Clutter (0.258), Rustagi y Loveless (0.310), Newnham (0.402), Kozak1 (0.490) y Kozak2 (-0.053) (Cuadro 6.3). Los errores mostraron valores de kurtosis de 4.91, 3.98, 42.07 y 3.98 para los modelos de Biging, Amidon, Newnham y Rustagi y Loveless, respectivamente. El promedio del sesgo del error fue de -0.09, 0.27, -1.76, -0.07, para los cuatro modelos descritos anteriormente, respectivamente. Todos los modelos registraron valores alejados de la normalidad por concentrar la mayoría de los errores en el centro y poseer una kurtosis alta.

Cuadro 6.3. Estadísticos promedio de la validación de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango, México.

Modelo	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	C.V	Sesgo	Kurtosis	Sesgo	P>W
Clutter	0.928	2.482	19.284	0.258	1.962	-0.378	0.030
Amidon	0.952	2.064	16.266	-0.030	3.980	0.276	0.001
Biging	0.955	2.078	15.880	0.074	4.910	-0.098	0.005
kozak1	0.930	2.412	19.314	0.490	10.004	-0.930	0.090
Kozak2	0.906	2.803	22.374	-0.530	6.088	-0.800	0.000
Newnham	0.948	2.076	14.458	0.402	42.074	-1.766	0.000
Rustagi y L.	0.948	2.128	16.886	0.310	4.494	-0.070	0.000

Los estadísticos ponderados de comparación considerados para los siete modelos indicaron que la función de Biging se ajustó mejor a los perfiles diamétricos de las cinco especies estudiadas. Este modelo tiende a describir adecuadamente el ahusamiento sigmoidal de los árboles para todas las categorías diamétricas. El resto de los modelos presentaron curvas cuadráticas sencillas o sigmoidales con direcciones caprichosas en categorías diamétricas extremas (Figura 6.1). El modelo de Biging tiene la ventaja de que presenta dos parámetros estadísticos con una variable, en contraste con los modelos polinomiales usados por Rentería *et al.* (1995) y Torres-Rojo (1993);

de Newnham ajustados por Contreras (1997) y Návar *et al.* (1997); de Kozak utilizados por Contreras (1997). Los modelos polinomiales incluyen por lo general hasta 5 parámetros estadísticos y adquieren formas extrañas en la base o parte distal del fuste. Los modelos de Newnham y Kozak incluyen también hasta 15 parámetros estadísticos.

El modelo de Biging predice el volumen comercial adecuadamente cuando se integra con la constante propuesta por Biging (1984), en contraste con otras funciones reportadas que requieren de otras técnicas, como análisis numéricos, para definir esta variable. La integración del modelo de Biging resultó en buenas estimaciones del volumen comercial para las especies estudiadas pero sólo para árboles con diámetros menores a 30 cm. Para árboles mayores que 30 cm de diámetro el error, diferencia entre volumen rollo total estimado por la ecuación de Smalian y la integración del modelo de Biging, incrementó en forma de potencia con el diámetro para todas las especies estudiadas. Por esta razón, se recomienda estudiar la constante del modelo para ajustar esta tecnología a los volúmenes fustales de las especies estudiadas. A este respecto, Castillo (1988) realizó investigaciones de esta naturaleza en *Pinus caribea* de la Sabana, Oaxaca, México.

Cuadro 6.4. Parámetros del ajuste del modelo de Biging (1984) para 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.

Especie	β_1	β_2
<i>Pinus cooperi</i>	1.0518	0.2903
<i>Pinus durangensis</i>	1.0624	0.2941
<i>Pinus engelmannii</i>	1.0579	0.2894
<i>Pinus leiophylla</i>	1.0634	0.2939
<i>Pinus herrerae</i>	1.0424	0.2855

Cuadro 6.5. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar 7 modelos de ahusamiento a 5 especies de coníferas de El Salto, Durango, México.

H (m)	E _i	Categoría de diámetro (cm)								Total	
		10	15	20	25	30	35	40	45		>=5
1	38(13)	17(6)	2(1)								57(20)

H (m)	E _i	Categoría de diámetro (cm)								Total	
		10	15	20	25	30	35	40	45		>=5 0
10	2	35(18)	21(11)	3(1)							59(30)
	3	42(14)	22(7)	3							67(21)
	4	50(13)	27(5)	9							86(18)
	5	30(10)	12(2)	4(1)							46(13)
	1	9(7)	21(11)	32(6)	9(3)	6(1)	5(1)				82(29)
15	2	6(3)	31(11)	36(12)	16(4)	2	5				96(30)
	3	15(6)	34(23)	40(13)	19(3)	1(3)					109(48)
	4	6(4)	37(13)	36(15)	10(3)	2					91(35)
	5	10(3)	43(6)	31(9)	10(4)						94(22)
	1		3(2)	19(11)	41(14)	30(4)	17(3)	5(1)			115(35)
20	2		5(6)	18(12)	41(7)	23(4)	6				93(29)
	3		3(2)	32(14)	29(9)	19(2)	12(1)	2			97(28)
	4		1(4)	21(7)	23(12)	21(5)	11(2)				77(30)
	5		4(2)	13(5)	23(7)	15(7)	3(3)	1			59(24)
	1				8(2)	20(11)	28(11)	15(4)	5(2)	1	77(30)
25	2			3(1)	3(5)	23(6)	18(2)	5(2)	3(1)		55(17)
	3			1	1(1)	9(2)	11(1)	4(3)	0(1)		26(8)
	4			1(1)	3(5)	3(5)	13(3)	11(1)	2	2	35(15)
	5				4(1)	9(8)	8(3)	8(1)	3		32(13)
	1					2(2)	7(6)	24(1)	6	4	43(9)
30	2				0(1)	2(1)	5(1)	13(2)	8	2	30(5)
	3					1	2	4(1)	5	3	15(1)
	4					1	1(2)	2	4	3	11(2)
	5						3(3)	1(4)	2(1)	3(1)	9(9)
	1							0(1)	1(1)	3	4(2)
30	2							1	1(1)	2(1)	4(2)
	3							2	2		4(0)
	4										0(0)



H (m)	E _i	Categoría de diámetro (cm)								Total	
		10	15	20	25	30	35	40	45		>=5 0
	5									1(1)	1(1)
35	1									2(1)	2(1)
	2									3	3(0)
	3										0(0)
	4										0(0)
	5										0(0)
Total		241 (91)	281 (111)	304 (109)	240 (81)	189 (61)	155 (43)	98 (21)	43 (7)	29 (3)	1579 (527)

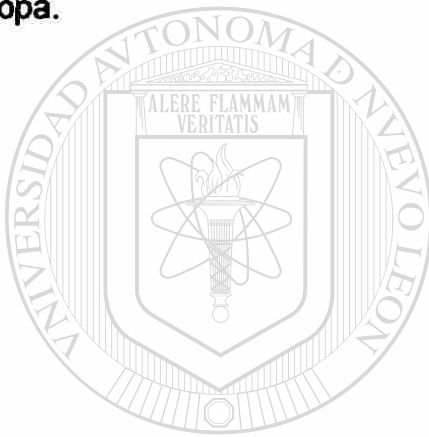
NOTA: H= Altura, E= Especie(i=1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla* y 5=*P.herrerae*); 38(13)=Número de árboles para el ajuste(Número de árboles para validar).

Los perfiles fustales de las cinco especies de la región de El Salto Durango, estimados por el modelo de Biging, presentan variación en el ahusamiento entre las categorías diamétricas. *Pinus durangensis* y *P. cooperi* forman curvas sigmoidales a partir de diámetros mayores de 15 cm, mientras que el resto de las especies lo hace a partir de 20 cm de diámetro. Estas últimas forman curvas cuadráticas sencillas en diámetros menores que 20 cm (Figura 6.2). Observaciones para la 1ª y 2ª derivada numérica de la función de Biging indicaron que el ahusamiento desde la base del fuste hasta cerca del punto de inflexión es similar para todas las especies.

El punto de inflexión de las especies es similar en altura entre las especies y va desde 4.5 m para diámetros de 30 cm hasta 9.0 m en diámetros de 60 cm. Sin embargo, los puntos de inflexión en función de la altura total cambian desde 0.26H en *P. durangensis*, 0.28H en *P. cooperi*, hasta 0.30H en *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae*. Estos valores relativos son mayores que aquellos reportados por Demaerschalk y Kozak (1977) (0.20H y 0.25H) para algunas especies forestales en Columbia Británica y por Newnham (1992) (0.20H) para cuatro especies forestales de Alberta. Pérez *et al.* (1990) reporta índices similares (0.15H a 0.35H) para *Pinus oocarpa* en Honduras.

A partir del punto de inflexión, *P. durangensis* y *P. cooperi* son más cilíndricos y alcanzan el diámetro igual a cero a una altura mayor. Las otras especies alcanzan una altura de aproximadamente 2 m menor que *P. durangensis* y *P. cooperi* en la parte distal del fuste (Figura 6.2).

El ahusamiento en la parte distal del fuste es más pronunciado en *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae*. Sin embargo, estas especies poseen una longitud fustal cónica similar a *P. durangensis* y *P. cooperi*. A este respecto, Larson (1963) demostró que las diferencias en el perfil diamétrico se deben parcialmente al tamaño de la copa viva que se distribuye en el fuste y el tamaño de las ramas. Factores tales como el sitio y la densidad influyen en el ahusamiento a través de su efecto en el desarrollo de la copa.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

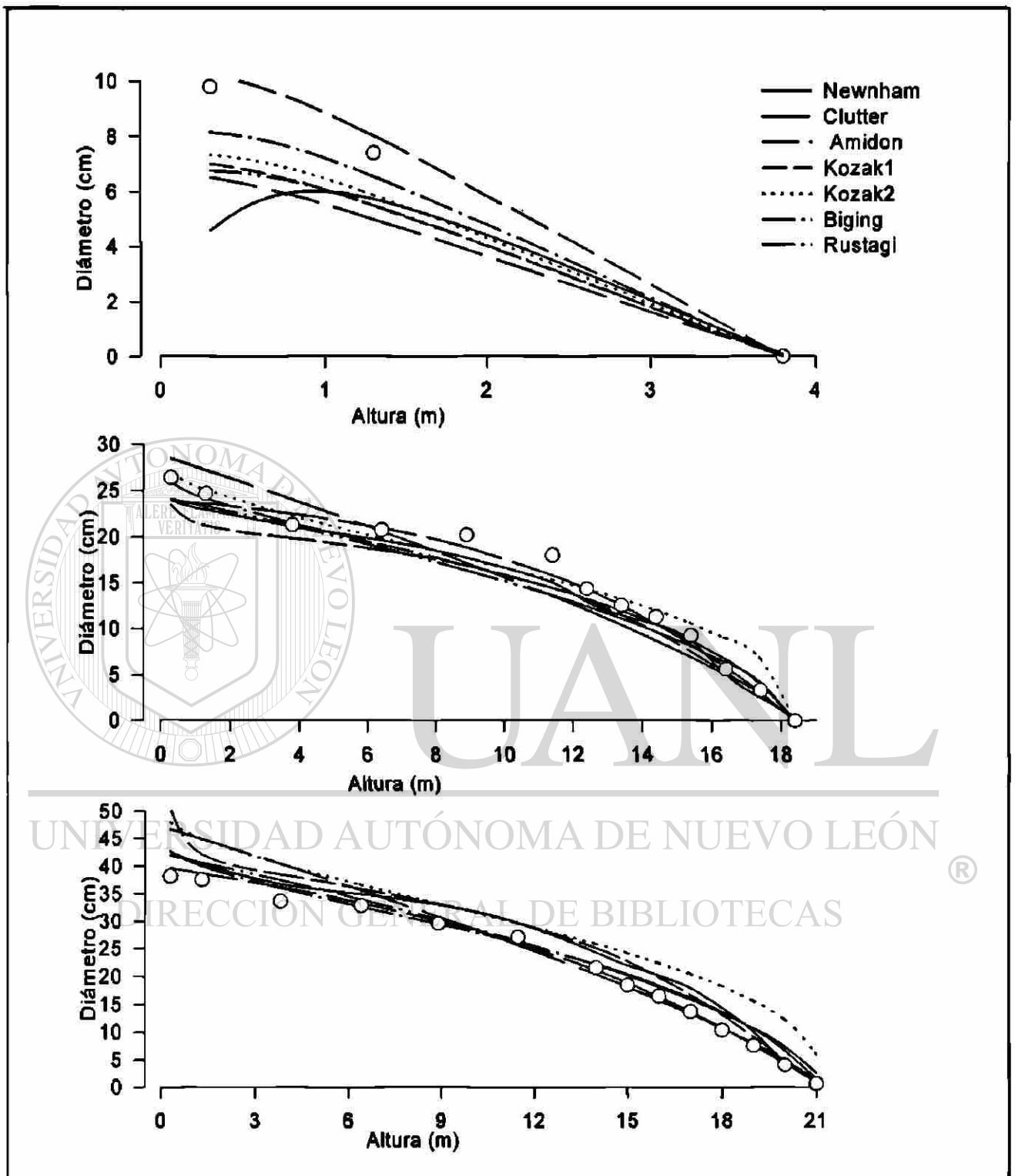


Figura 6.1. Ajuste de siete funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de *P. durangensis* de la región de El Salto, Durango, México.

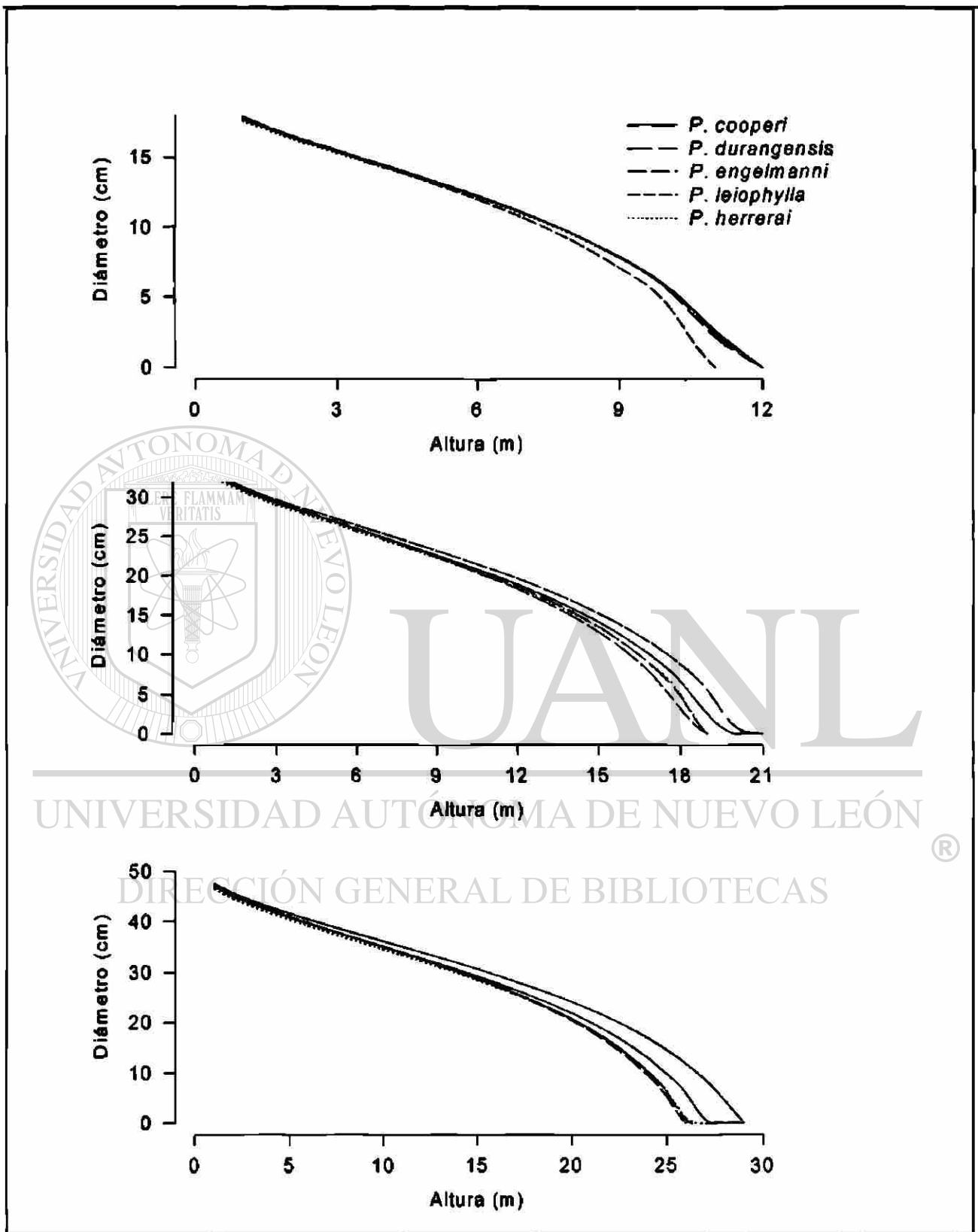


Figura 6.2. Ajuste de la función de Biging a los perfiles fustales sin corteza de cinco especies de pino en la región de El Salto, Durango. México.

6.6. CONCLUSIONES

El ajuste y validación de 7 funciones de ahusamiento mostró que el modelo de Biging describió mejor los perfiles diamétricos sin corteza de 5 especies comerciales de pino de los bosques de la región de El Salto, Durango. Los perfiles diamétricos estimados por el modelo mostraron que existen diferencias en el ahusamiento entre las especies observándose que *Pinus durangensis* y *P. cooperi* son más cilíndricos que *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*. Se recomienda el uso del modelo de Biging para estimar los perfiles fustales y volúmenes comerciales de árboles menores a 30 cm de diámetro normal de las pináceas de la región de El Salto, Durango.

6.7. RECONOCIMIENTO

Los autores de este reporte de investigación desean hacer patente su agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por los apoyos otorgados a través del proyecto de investigación 28536-B. El Ing. Miguel A. Romero Sarmiento es también reconocido por su cooperación para el desarrollo de este trabajo.

6.8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.* 30:166-171.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper function for Alberta trees. *For. Sci.* 30:1103-1117.
- Castillo-Santiago, M.A. 1988. Modelo para estimación de incremento y producción maderable neta en *Pinus caribea* var *hondurensis* Barr. Y Golf., de la Sabana, Oaxaca. Tesis profesional. Chapingo, México. 81 p.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26: 117-120.
- Contreras-Aviña, J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas,

- Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Demaerschik, J.P, and Kozak, A. 1977. The whole – bole system: a conditioned dual-equation system for red and loblolly pine for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.* 7:488-497.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- Larson, P. R. 1963. Stem form development of forest trees. *For. Sci Monograf.* 5.
- Návar J., P. A. Dominguez-Calleros, J. C. Contreras-Aviña y C. Estrada M. 1997. Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del Noreste de México. *Agrociencia* 31: 73-81.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 210-223.
- Pérez, D.N., Burkhardt, H.E., and Stiff, C.T. 1990. A variable-form taper function for *Pinus occarpa* Schiede in central Honduras. *For. Sci.* 36:186-191.
- Rentería-Anima, J. B., H. Ramírez-Maldonado y F. J. Zamudio-Sánchez. 1995. Estimación de volumen comercial de *Pinus cooperi* blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21:143-151.
- Torres, R. J. M., S. O. Magaña T. y G. A. Valles G. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies Forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- Zepeda-Bautista, M. y A. Dominguez-Pereda. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Nuevos paradigmas. Linares, Nuevo León. 122 p.

CAPÍTULO VII

ESTIMACION DE LA PRODUCTIVIDAD FORESTAL CON MODELOS DE INDICE DE SITIO PARA CINCO PINACEAS DE DURANGO, MEXICO

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. ³Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P.N., Durango. E-mail scorralr@latinmail.com; jnavar@ccr.dsi.uanl.mx.

7.1. RESUMEN

La productividad forestal es una pieza clave en la clasificación de los rodales para el manejo forestal sustentable. En este trabajo de investigación se ajustaron y validaron nueve modelos de índice de sitio para cinco especies comerciales de pináceas de la región de El Salto, Durango. Se observó que el modelo de forma anamórfica de Schumacher predice mejor la altura con la edad para las cinco especies estudiadas. Por esta razón se recomienda la utilización del modelo anamórfico de Schumacher en la futura estimación de índices de sitio de las especies para la región forestal del sudoeste de Durango.

PALABRAS CLAVE: *Pinus*, Modelos de índice de sitio, Durango, México.

7.2. SUMMARY

ESTIMATING FOREST PRODUCTIVITY WITH SITE INDEX MODELS FOR FIVE PINACEAS OF DURANGO, MEXICO

Forest productivity is a key component in classifying forest stands for the sustainable management of forests. In this research work, we fitted and validated nine site index models for five commercial pine species of the region of Durango, Mexico. It was observed that the anamorphic model of Schumacher predicts better height with age for all five species. For this reason, we recommend the anamorphic model of Schumacher to estimate the site index for the studied species for the south western region of Durango Mexico.

KEY WORDS: *Pinus*, Site index models, Durango, Mexico.

7.3. INTRODUCCIÓN

La productividad es importante para clasificar silvícolamente los rodales forestales, información clave en el desarrollo de modelos de crecimiento y productividad forestal. Las características microclimáticas, físicas y edáficas interactúan con la vegetación para determinar la productividad de los rodales forestales. La medición de cada una de estas variables y sus interacciones ecológicas con las especies presentes son difíciles de evaluar.

El índice de sitio es una forma directa de clasificar los rodales forestales por su productividad. La relación altura-edad de los árboles dominantes o codominantes libres de competencia a una edad base es un método popular para evaluar el índice de sitio (Payandeh y Wang, 1994). La diferencia en altura a la edad base expresa diferencia en calidad de sitio.

En México existen modelos de índices de sitios ajustados a varias especies de coníferas. Rodríguez (1982) determinó curvas de Índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb, en Puebla. Maldonado (1984) ajustó curvas polimórficas de índices de sitio para *P. oaxacana* Mirov., en la región de "Los Coatlán" Oaxaca. Aguirre (1984) estimó índices de sitio para *P. pseudostrobus* Lindl., en la región de Iturbide, Nuevo León. Zepeda y Rivero (1984) construyeron curvas anamórficas para *Pinus hartwegii* Lindl., en Zoquiapan. Bojorquez (1990) elaboró curvas anamórficas para los bosques de oyamel de la estación forestal de Zoquiapan. Torres (1998) comparó los modelos anamórficos y polimórficos de

los modelos de Schumacher y Chapman-Richards para bosques de la región noroeste del estado de Durango. Sin embargo, para las especies comerciales del sudoeste del estado de Durango, pocos trabajos han descrito la productividad de los rodales forestales y los existentes adolecen de las nuevas tecnologías emergentes del modelaje del índice de sitio.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar nueve funciones de índice de sitio derivados de los modelos de Schmacher y Chapman-Richards ajustados a la relación altura-edad de cinco especies comerciales de pino del estado de Durango, México.

7.4. MATERIALES Y MÉTODOS

7.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km al sudoeste de la ciudad de Durango. La altura sobre el nivel del mar fluctúa entre 1.400 y 2.600 m. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10,2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1.200 mm y una temperatura media anual de 12 - 16°C.

La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del Cretasico Superior y e Inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los suelos encontrados son Litosoles, Cambisoles, Regosoles, y Feozems.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque

mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*. Las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* var *cornuta* Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

7.4.2. Metodología

El número de árboles muestreados para las especies de estudio fue determinado considerando todas las condiciones de sitio del área que comprende la UCODEFO No 6 de El Salto, Durango.

La base de datos para las variables altura y edad se integró con información proveniente de análisis troncales. La estimación de alturas derivadas de los análisis se realizó de acuerdo al método ISSA propuesto por Fabbio *et al.*, (1994).

La elección de la muestra no incluyó solamente arbolado dominante o codominante, aunque fue requisito que creciera libre de competencia y que tuviera varias clases de edad, evitando el sesgo de usar solo arbolado maduro. Para ajustar los modelos de índice de sitio la muestra comprendió 42 árboles de *Pinus cooperi*, 39 de *P. durangensis*, 37 de *P. engelmannii*, 35 de *P. leiophylla* y 29 de *P. herrerae*. Para validar los modelos se usó una muestra independiente de datos con 23 árboles de cada especie.

7.4.2.1. Modelos utilizados

Los modelos de Schumacher y Chapman-Richards en sus versiones anamórfica y polimórfica se ajustaron a los datos de altura-edad, además se presenta una alternativa

para integrar curvas ana-polimórficas o poli-anamórficas que pueden servir para evaluar la productividad de los bosques. Se utilizaron los métodos de ajuste de la curva guía y la diferencia algebraica. Cada uno de estos modelos y formas de curvas de índice de sitio se seleccionaron de acuerdo a su bondad de ajuste en el proceso de validación. El ajuste de los modelos se realizó mediante el procedimiento NLIN (sin derivadas parciales, DUD) y REG del paquete SAS para los modelos no-lineales y lineales respectivamente (SAS/STAT Institute Inc., 1987). Los modelos probados fueron:

1.- Schumacher.

$$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/E) \quad [1]$$

2.- Chapman-Richards.

$$H = \beta_1 \cdot (1 - \exp(\beta_2 \cdot E))^{\beta_3} \quad [2]$$

Donde:

H = altura dominante en (m).

E = edad (años).

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = parámetros de estimación.

En el modelo [1], β_0 representa la asíntota, y β_1 representa el parámetro que determina la forma de la curva y cuyo valor muestra la tasa a la que la altura converge hacia β_0 , conforme E tiende a infinito. En el modelo [2], β_1 es la asíntota hacia donde converge la altura, conforme la edad tiende al infinito, β_2 representa una medida de la tasa a la que β_1 es alcanzada y β_3 es parámetro que determina la forma de la curva.

Los modelos de índice de sitio pueden ser anamórficos o polimórficos. La forma se determina de acuerdo al parámetro que se considere constante. A continuación se presentan las formas anamórficas y polimórficas para los modelos seleccionados y finalmente se presenta una combinación de curvas anamórficas y polimórficas derivadas

del modelo de Schumacher. Algunos modelos fueron tomados de Clutter *et al.* (1983) y el resto fueron derivados por el autor principal del reporte.

3.- Anamórfico de Schumacher

$$\ln(H_2) = \ln(H_1) + \beta_1 \cdot (1/E_2 - 1/E_1) \quad [3]$$

4.- Polimórfico de Schumacher

$$\ln(H_2) = \beta_0 \cdot [1 - E_1/E_2] + [\ln(H_1 \cdot (E_1/E_2))] \quad [4]$$

5.- Anamórfico de Chapman-Richards

$$H_2 = H_1 \cdot ((1 - \exp(\beta_2 \cdot E_2)) / (1 - \exp(\beta_2 \cdot E_1)))^{\beta_3} \quad [5]$$

6.- Polimórfico de Chapman-Richards

6.1.- Cuando β_3 permanece constante

$$H_2 = \beta_1 \cdot (H_1 / \beta_1)^{((1 - \exp(\beta_2 \cdot H_2)) / (1 - \exp(\beta_2 \cdot H_1)))} \quad [6]$$

6.2.- Cuando β_2 permanece constante

$$H_2 = \beta_1 \cdot [1 - \exp(\ln(1 - ((H_1 / \beta_1)^{1/\beta_3})) \cdot (E_2 / E_1))]^{\beta_3} \quad [7]$$

7.- Ana-polimórfico de Schumacher.

$$\ln(H_2) = [E_1/E_2] \cdot [\ln(H_1) + (1/E_2 - 1/E_1) (\beta_1 - \beta_0 \cdot E_2 - \ln(H_1) \cdot E_1 + \beta_0 \cdot E_1)] \quad [8]$$

8.- Poli-anamórfico de Schumacher.

$$\ln(H_2) = [\ln(H_1 + \beta_1 \cdot (1/E_2 - 1/E_1))] + [(E_2/E_1) - 1] \cdot [\beta_0 - \ln(H_1)] + [\beta_0 \cdot (1/E_1 - 1/E_2)] \cdot [E_2/E_1] \quad [9]$$

Donde: (E_1, H_1) , (E_2, H_2) son el primer y segundo par de datos edad-altura respectivamente y 'ln' es el logaritmo natural.

7.4.2.2. Procedimiento estadístico

Los parámetros de los nueve modelos se ajustaron con los datos de edad y altura siguientes: 566 de *Pinus cooperi*, 522 de *P. durangensis*, 506 de *P. engelmannii*, 478 de *P. leiophylla* y 396 de *P. herrerae*. Para el ajuste se utilizó la técnica de cuadrados mínimos ordinarios en regresión lineal, intrínsecamente lineal, y no lineal. Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias para estimar el verdadero valor del r^2 y el error estándar estimado (SEE) en sus dimensiones originales.

La prueba de validación se realizó con el ajuste de los modelos a una fuente de datos independientes seleccionados aleatoriamente. Los estadísticos de comparación fueron: el sesgo promedio, r^2 y SEE para cada una de las especies estudiadas.

Los estadísticos se estimaron como sigue:

$$\text{Sesgo Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad [10]$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [11]$$

$$\text{SEE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - \kappa - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [12]$$

donde: Y_i es el valor observado o la variable dependiente, \bar{Y} es el promedio de las alturas observadas, \hat{Y} es la altura predicha en función de la edad y κ es el número de parámetros de cada modelo.

También se realizó el análisis de los errores para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común para tener una mayor certidumbre en la selección del mejor modelo, con parámetros como: la kurtosis, sesgo, y la prueba de normalidad de los errores.

La determinación del mejor modelo resultó de la ponderación de los diferentes parámetros estadísticos, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue: r^2 , SEE y sesgo promedio del ajuste y validación de los datos, así como kurtosis, sesgo, la prueba de normalidad de los errores, la probabilidad de los coeficientes de regresión y finalmente el comportamiento de la curva en todo el rango de variación de la altura en función de la edad.

7.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de la edad y altura de los árboles, separados para el ajuste y validación se presentan en la Tabla 7.1, donde se observa que no existen diferencias significativas en los estadísticas principales entre las especies.

TABLA 7.1

**ESTADÍSTICOS DE ALGUNOS PARAMETROS DASOMETRICOS DE 5 ESPECIES
PINO DE DURANGO MEXICO, PARA EL AJUSTE Y VALIDACIÓN DE 9 MODELOS
DE INDICE DE SITIO**

**Statistics for several dasometric parameters of 5 pine species of Durango Mexico,
for fitting and validating 9 site index models**

Especie	Estadístico	Ajuste		Validación	
		Altura (m)	Edad (Años)	Altura (m)	Edad (Años)
<i>Pinus cooperi</i>	\bar{x}	21,42	54,95	20,21	54,01
	S	4,86	32,63	4,50	30,00
<i>Pinus durangensis</i>	\bar{x}	19,51	53,85	19,91	59,25
	S	4,97	33,01	5,10	38,00

Especie	Estadístico	Ajuste		Validación	
		Altura	Edad	Altura	Edad
		(m)	(Años)	(m)	(Años)
<i>Pinus engelmannii</i>	\bar{x}	16,48	54,87	17,99	51,87
	S	4,97	37,37	4,99	32,71
<i>Pinus leiophylla</i>	\bar{x}	16,20	56,69	17,00	53,56
	S	5,51	38,80	5,42	32,50
<i>Pinus herrerae</i>	\bar{x}	16,79	55,52	16,89	58,93
	S	5,80	34,86	6,00	37,02

\bar{x} = Promedio; S = Desviación estándar

7.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos de ajuste por el método de la curva guía (ecuación 1 y 2) y por la diferencia algebraica mostraron diferencias significativas para las cinco especies (Tabla 7.2). Los valores promedios del R^2_{aj} muestran que el modelo [3] presentó el mejor ajuste y los modelos [4], [2] y [1] los peores ajustes.

Los modelos [3] y [8] presentaron los menores SEE promedio y el modelo [1] mostró el mayor SEE promedio. El coeficiente de sesgo promedio fue menor en el modelo [2] y mayor en el modelo [1]. Los modelos [7] y [1] presentaron los valores más desviados de cero (-1,363 y -1,400) (Tabla 7.2).

Los modelos [9], [2] y [1] presentaron los menores valores de Kurtosis promedio de los errores y el modelo [3] presentó la mayor Kurtosis. El sesgo promedio de los errores con valores más cercano a cero fue estimado para los modelos [9] y [2], mientras que el modelo [3] fue el más alejado de cero. La prueba de la normalidad de los errores aceptó la hipótesis de otra distribución para los modelos [4], [6], [1], [7], [5], [2] y [9] ($p < 0,05$) mientras que los modelos [3] y [8] presentaron errores distribuidos normalmente.

El modelo [3], de Schumacher en su forma anámorfica, presentó los mejores valores de ponderación de sus estadísticos de ajuste. El modelo describe una curva de potencia sencilla con un mejor ajuste porque la forma sigmoide de los datos se pierde

al incluir árboles con diferentes velocidades iniciales de crecimiento. Cuando se juntan individuos con estas características, la nube de datos no asemeja la forma sigmoide del crecimiento en altura con la edad y caracterizada por el modelo anamórfico de Chapman-Richards [4]. El modelo ana-polimórfico de Schumacher [8] presentó valores altos de ponderación en los estadísticos de ajuste pero presenta inconvenientes para árboles con edades menores de 10 años porque define una altura de 0 m. El modelo de Champman-Richars [6] presentó también uno de los mejores ajustes ponderados pero el parámetro de forma no influyó significativamente en la descripción de la sigmoide.

Los modelos combinados (ana-polimórfico y poli-anamórfico) aunque no tuvieron los mejores ajustes, si presentan bases teóricas sobre la productividad dinámica de los rodales forestales y requieren de atención en trabajos de investigación futuros.

TABLA 7.2
ESTADÍSTICOS PROMEDIO DEL AJUSTE DE PARÁMETROS DE 9 MODELOS DE
ÍNDICE DE SITIO A 5 ESPECIES DE PINO DE DURANGO, MEXICO
Average statistics for fitting parameters of 9 site index models to 5 pine species
of Durango, Mexico

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	P>N
1	0,456	4,671	1,400	40,631	0,803	0,971	0,920
2	0,633	3,814	0,021	33,346	0,740	0,424	0,962
3	0,986	0,753	-0,498	6,511	15,411	-3,493	0,631
4	0,935	1,620	-1,127	14,012	4,790	-1,785	0,859
5	0,953	1,374	-1,228	11,869	1,450	-0,860	0,949
6	0,956	1,332	-0,973	11,512	5,995	-1,693	0,867
7	0,948	1,450	-1,363	12,458	1,585	-0,984	0,940
8	0,976	0,982	-0,628	8,504	8,973	-2,792	0,669
9	0,947	1,461	-1,238	12,639	0,495	-0,255	0,970

C.V= Coeficiente de variación y P>N= Probabilidad de Ho: normal

Los resultados de la prueba de validación indicaron que los valores promedio de los coeficientes de determinación descendieron ordenadamente en los modelos [3], [8], [9], [6], [5], [7] y [4] desde 0,987 hasta 0,943 mientras que los modelos [2] y [1] presentaron los mas bajos valores de r^2_{aj} (0,632 y 0,378, respectivamente). Los errores se mantuvieron ascendentemente desde 0,761 hasta 5,307 para los modelos descritos, respectivamente. Los sesgos promedio con valores más cercanos a cero se encontró ascendentemente en los modelos: [8], [3], [2], [4], [6], [9], [5], [7] y [1] (Tabla 7.3). Los errores mostraron valores kúrticos desde -0,01 hasta 13,42 para los modelos [1], [2], [9], [7], [4], [6], [5], [8] y [3], respectivamente. El promedio del sesgo del error fue de 0,67, 0,36, -0,30, -1,26, -1,71, -1,48, -1,60, -2,20 y -3,27 para los modelos descritos con anterioridad, respectivamente. Los modelos que concentraron la mayoría de los errores en el centro y tuvieron una kurtosis alta fueron el [3] y [8] y por lo tanto sus errores se distribuyeron menos normalmente ($P>w=0,001$, $P>N=0,65$ y $0,74$ respectivamente).

TABLA 7.3

ESTADÍSTICOS PROMEDIO DE VALIDACIÓN DE 9 MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO AJUSTADOS A 5 ESPECIES DE PINO DE DURANGO, MEXICO

Average statistics for validating 9 site index models to 5 pine species of Durango, Mexico

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	N
1	0,378	5,307	2,18	42,48	-0,01	0,67	0,94
2	0,632	4,089	0,77	32,68	0,24	0,36	0,96
3	0,987	0,761	-0,52	6,07	13,42	-3,27	0,65
4	0,943	1,600	-1,08	12,74	3,66	-1,60	0,88
5	0,949	1,513	-1,33	12,05	5,79	-1,48	0,91
6	0,950	1,509	-1,08	12,01	5,21	-1,71	0,86
7	0,947	1,542	-1,43	12,24	3,60	-1,26	0,92
8	0,967	1,188	-0,28	9,39	7,78	-2,20	0,74

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	N
9	0,951	1,481	-1,24	11,77	0,55	-0,30	0,97

C.V= Coeficiente de variación y P>N= Probabilidad de Ho: normal

La ponderación de los estadísticos considerados en la prueba de validación para los nueve modelos indicaron que el modelo de forma anamórfica de Schumacher [3] ajustado por el método de la diferencia algebraica fue también más consistente en estimar la altura por medio de la edad para las cinco especies. El resto de los modelos presentaron debilidades en su validación. Los modelos [5] y [7] sobrestimaron la altura en árboles jóvenes, mientras que los modelos [1] y [9] la subestimaron, El modelo [8] estima una altura de 0 a partir de 10 años y su curva decae con edades mayores a 50 años. Los modelos [2], [4] y [6] simularon la altura solo en árboles donde se presenta la mayor frecuencia de la información.

Otros investigadores han seleccionado diferentes modelos de índice de sitio en sus trabajos de investigación. Torres-Rojo (1998), quien comparó varios modelos de índice de sitio, encontró que las funciones combinadas de forma poli-anamórfica predicen eficientemente índices de sitio en árboles con edades pequeñas, mientras que las formas ana-polimórficas se hacen más eficientes a medida que los intervalos de proyección son mayores. Aguirre (1984) demostró que el modelo de Richards modificado proporciona una buena estimación del índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México. Bojorquez (1990), concluyó que la forma polimórfica del modelo de Chapman-Richards proporciona los mejores resultados. Zepeda *et al.* (1984) ajustaron curvas anamórficas por el método de la curva guía para algunas pináceas del centro de México.

El modelo seleccionado presenta ventajas en comparación con otros modelos, que han sido discutidas por varios investigadores. Ker y Bowling (1991) y Meng *et al.* (1997) determinan que el modelo: 1) define curvas anamórficas de índice de sitio, 2) la máxima altura se aproxima conforme aumenta la edad del árbol, 3) no produce resultados ilógicos de acuerdo a los datos de entrada y 4) tiene una base teórica para

simular el crecimiento de la altura. Otra ventaja observada en este estudio es que tiene el mínimo número de parámetros estadísticos.

Las curvas de índice de sitio estimadas por el modelo [3] se desarrollaron a una edad base de 55 años con una equidistancia de 5 m entre curvas para envolver la variación en altura con la edad, En estas curvas se observa que *Pinus durangensis* y *P. cooperi* alcanzan la máxima altura, 20 y 21 m, respectivamente, mientras que *P. engelmannii* y *P. leiophylla* alcanzan solo 17 m y *P. herrerae* alcanza 18 m (Tabla 7.4). Las diferencias están parcialmente determinadas por las condiciones de sitio, factores climáticos, densidad del rodal, estructura silvícola, historia del rodal, altitud, relieve y factores intrínsecos de la vegetación como el genotipo.

García y González (1998), mencionan que estas especies tienen un rango óptimo de distribución en Durango siendo la altitud el factor principal que determina el máximo desarrollo para estas especies. El área de estudio presenta condiciones de mejor productividad para el desarrollo del *Pinus durangensis* y *P. cooperi*, los cuales se pueden encontrar desde los 2.400 hasta los 3.000 m de altura sobre el nivel del mar, *P. engelmannii* y *P. leiophylla* presentan su mayor abundancia y distribución entre los 1.800 a 2.500 m de altura sobre el nivel del mar. Se distribuyen hábitats caracterizados por suelos poco profundos y rocosos y de precipitación promedio anual de 800 mm. Estas se presentan en sitios de la parte este de la región de El Salto Durango, *P. herrerae* es una especie poco representativa del área de estudio, encontrándose con mayor abundancia y desarrollo en la región de las quebradas (oeste del área de estudio), las alturas sobre el nivel del mar que fluctúan de 1.800 a 2.500 m, donde el clima es más cálido y se registran las máximas precipitaciones de la región.

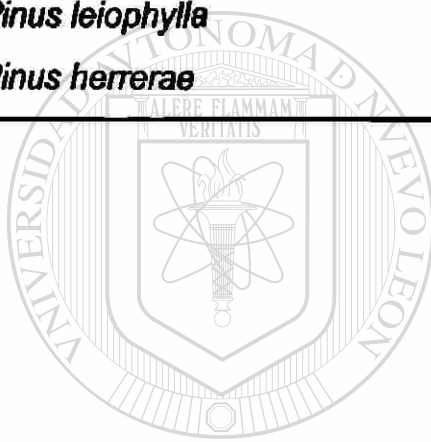
Es importante destacar las sugerencias de varios investigadores para caracterizar la productividad basándose en las características físicas del sitio (Monserud, 1984; Alexander, 1985; Ker y Bowling, 1991; Stansfield, 1991), A este respecto se requiere integrar el crecimiento en altura a la edad base y las características climáticas, edáficas y topográficas del sitio.

TABLA 7.4

**INDICES DE SITIO RESULTANTES DEL MODELO ANAMÓRFICO DE
SCHAMACHER PARA 5 ESPECIES DE DURANGO, MEXICO**

**Site indexes resulting from anamorphic model of Schumacher fitted and validated
to 5 pine species of Durango, Mexico**

Especie	Indices de sitio a la edad base (m)				
	I	II	III	IV	V
<i>Pinus cooperi</i>	10	16	21	26	31
<i>Pinus durangensis</i>	9	15	20	25	30
<i>Pinus engelmannii</i>	7	12	17	22	27
<i>Pinus leiophylla</i>	7	12	17	22	27
<i>Pinus herrerae</i>	8	13	18	23	28



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

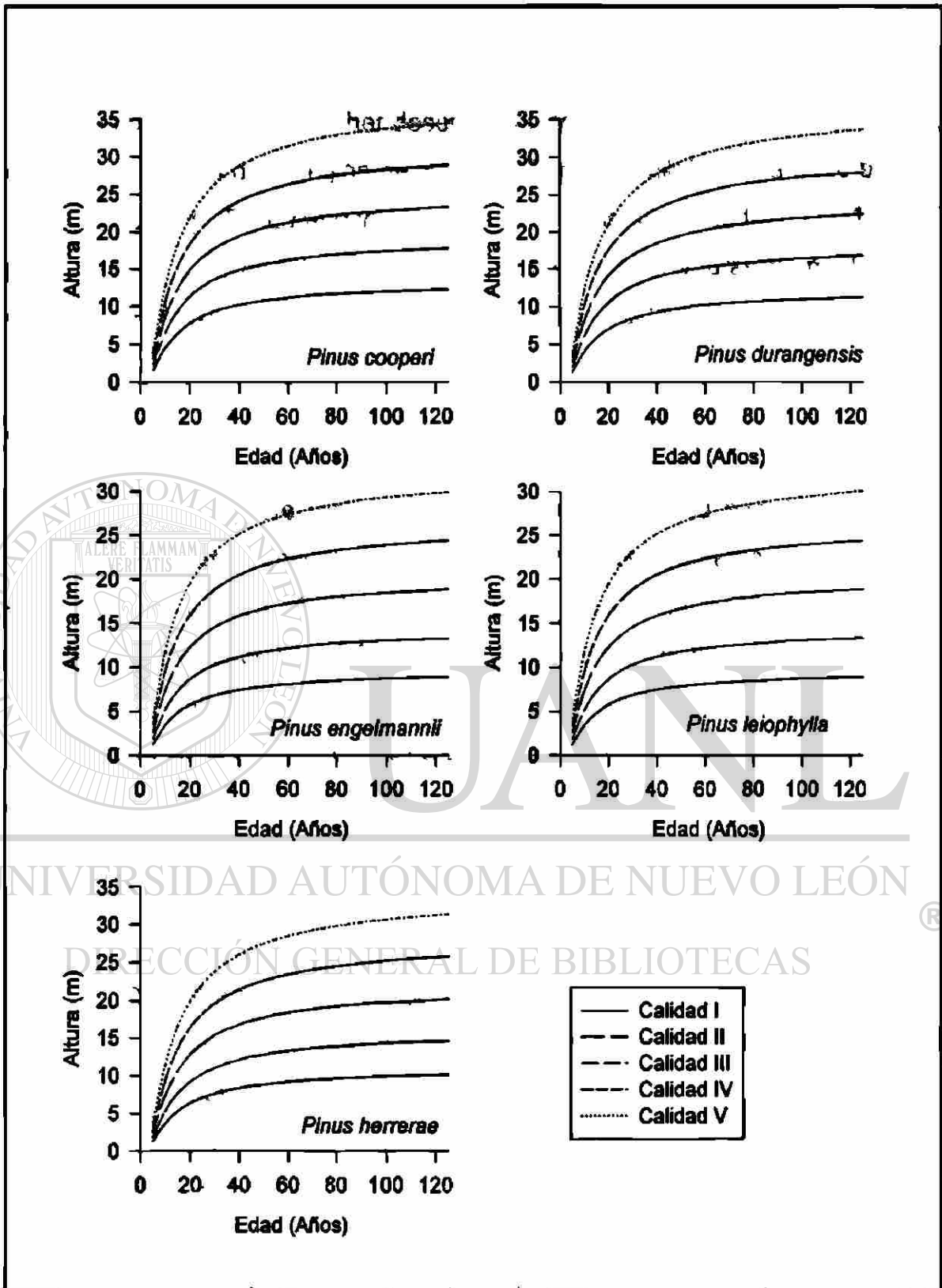


Figura 7.1. Índices de sitio de 5 especies de pino de Durango, México.

Site indexes for five pine species of Durango, Mexico

7.6. CONCLUSIONES

El ajuste y validación de nueve funciones de índice de sitio demostraron que el modelo anamórfico de Schumacher describió mejor la altura en base a la edad de cinco especies de pináceas de la región de El Salto, Durango, México. A la edad base de 55 años *P. cooperi* y *P. durangensis* mostraron alturas promedio de 21 y 20 m, respectivamente, y *P. engelmannii* y *P. leiophylla* tuvieron alturas promedio de 17 m mientras que *P. herrerae* alcanzó una altura promedio de 18 m.

7.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsable técnico del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y del proyecto de investigación 28536-B.

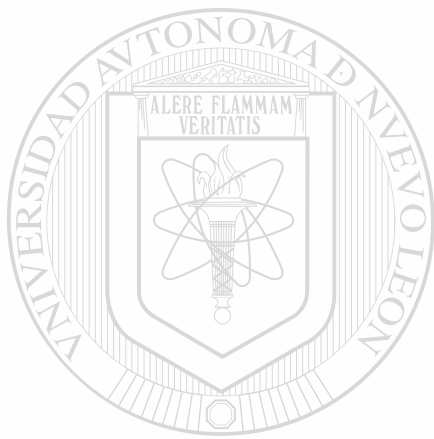
7.8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AGUIRRE C.O.A., 1984. Estimación de índice de sitio para *Pinus pseudo-strobus* Lindl., en la región de Iturbide, Nuevo León. Tesis Licenciatura. Universidad Autónoma de Chapingo. Chapingo, México. 71 p.
- ALEXANDER R.R., 1985. Major habitat types, community types, and plant communities in the Rocky Mountains. U.S. For. Serv. Rocky Mt. For Range Exp. Stn. Gen. Tech. Rep. RM-123.
- BOJORQUEZ S.J.A., 1990. Índice de sitio para Oyamel (*Abies religiosa* (H,B,K) Schl. et cham.) En Zoquiapan, México. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma de Chapingo. Chapingo, México. 57 p.

- CLUTTER J.L., FORTSON J.C., PIENNAR J.C., BRISTER L.V., BAYLEY R.L., 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.
- FABBIO G., FRATTEGANI M., MANETTI M.CH., 1994. Height estimation in stem analysis using second differencies. For. Sci. 40(2):329-340.
- GARCÍA A.A., GONZÁLEZ E.M.S., 1998. Pináceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango- Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- KER M.F., BOWLING C., 1991. Polymorphic site index equations for four New Brunswick softwood species. Can. J. For. Res. 21:728-732.
- MALDONADO R.F., 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacana* Mirov. de la región "Los Coatlán" Oax. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética, Programa Ftal. Chapingo, México. 56 p.
- MARTÍNEZ M., 1963. Las Pináceas Maxicanas. 3ª Edición. Instituto de Biología, UNAM. 401 p.
- MENG FAN-RUI., MENG CH.H., TANG S., AND ARP P.A., 1997. A new height growth model for dominant and codominat trees. For. Sci. 43(3):348-354.
- MONSERUD R.A., 1984. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis data and forest habitat type. For. Sci. 30:943-965.
- PAYANDEH B., WANG Y., 1994. Relative accuracy of a new base-age invariant site index model. For. Sci. 40(2):341-347.
- RODRÍGUEZ F.C., 1982. Determinación de la calidad de estación de *Pinus montezumae* Lamb., a través de análisis troncal en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis de Maestría. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética. Chapingo Mex. 134 p.
- SAS INSTITUTE INC., 1987. SAS/STAT user's guide. Version 6.0 SAS Institute Inc. Cary, N.C.
- STANSFIELD W.F., McTAGUE J.P., 1991. Dominant-Height and site-index equations for ponderosa pine in east-central Arizona. Can. J. For. Res. 21:606-612.
- TORRES R.J.M., 1998. Estimación de la productividad forestal con curvas de sitio de forma y escala variables. Centro de Investigación y Docencias Económicas. E-110.

UCODEFO # 6., 1997. Memoria general del Programa de Manejo Forestal persistente 1997-2007. El Salto, Durango.

ZEPEDA B.E.M., RIVERO B. P. 1984. Construcción de curvas anamórficas de índice de sitio: ejemplificación de la curva guía. *Ciencia Forestal* 9(51):3-38.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



CAPÍTULO VIII

ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO E INCREMENTO DE CINCO PINACEAS DE LOS BOSQUES DE DURANGO, MEXICO

Analysis of growth and increment of five pine species of forest in Durango Mexico

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carr. Nal Linares, N. L. 67700 México. E-mail: scorralr@latinmail.com; jnavar@ccr.dsi.uanl.mx, ³Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P.N., Durango.

8.1. RESUMEN

Diversas ecuaciones de crecimiento e incremento en diámetro, altura y volumen fueron ajustadas y validadas para las especies *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae* que se distribuyen naturalmente en la región de El Salto, Durango, México. Los resultados mostraron que la primera especie presenta los crecimientos e incrementos mayores cuando el crecimiento se estima a nivel grupo de árboles e individualmente. El reporte enfatiza la necesidad de establecer parcelas permanentes de muestreo para calibrar estas tecnologías y ser usadas en modelos de crecimiento al nivel de rodales completos, grupo de árboles o árboles individuales.

PALABRAS CLAVE: *Pinus*, Funciones de crecimiento e incremento, grupo de árboles, árboles individuales, Pináceas, Durango, México.

8.2. ABSTRACT



Several growth and increment in diameter, height and volume equations were fitted and validated for the pine species *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* and *P. herrerae* which naturally distribute in the region of El Salto, Durango, Mexico. The results showed that the first pine species has the highest growth and increment estimated by two different approaches. This report points the need to establish permanent sampling plots to calibrate these technologies to be used in growth and yield modeling at the whole stand, size class or individual tree models.

KEY WORDS: Pinus, growth and increment functions, group of trees, individual trees, Durango Mexico.

8.3. INTRODUCCIÓN

El manejo forestal presente requiere de estimaciones objetivas del crecimiento e incremento de los árboles del bosque. Esta información es clave en la planeación de la cosecha sustentable y en la implementación de las mejores alternativas silvícolas. El crecimiento del bosque puede ser entendido como un proceso dinámico, que incluye una entrada (incorporación), un movimiento (crecimiento) y una salida (mortalidad y cosecha). El crecimiento de los árboles individuales se considera como el cambio gradual en dimensiones a través del tiempo y se encuentra afectado por diversos componentes, entre los que destacan el origen de las especies (genotipo) y su entorno ambiental (Bahamóndez, 1995). El crecimiento del bosque es difícil de pronosticar a largo plazo, pues depende de aspectos fisiológicos (tasa fotosintética y de respiración), climáticos (disponibilidad de luz, temperatura, precipitación, etc.), físico (niveles de nutrientes en el suelo) y biológicos (incorporación, competencia, mortalidad, etc.) (Vanclay 1994, 1995).

Clutter *et al.* (1983) y Vanclay (1994) mencionan que el crecimiento del bosque se puede definir objetivamente al nivel del rodal, del grupo de árboles y de árboles individuales, además que puede ser definido espacial o inespacialmente. La mejor opción es aquella que resulte útil para los bosques donde los modelos son diseñados y evaluados. Es decir, un modelo puede responder con diferentes resultados a ciertas necesidades. Buchman y Shifley (1983) mencionan que el mejor modelo de crecimiento

es aquel de fácil uso, preciso en el rango de datos usados para su construcción y que produce resultados biológicos realistas.

En general existen dos procedimientos para modelar el crecimiento e incremento del bosque. Uno es cuando el potencial de crecimiento es directamente expresado por las características de los árboles y del rodal, incluyendo el nivel de competencia (Martin y Ek, 1984; Wykoff *et al.*, 1982). El otro es cuando el potencial de crecimiento está representado por árboles que crecen libres de competencia y posteriormente ajustar un factor que modifique el potencial de crecimiento por efecto de la competencia (Shifley y Brand, 1984; Arney, 1985; Smit *et al.*, 1992).

El modelaje del crecimiento del bosque que proporciona resultados a un nivel más detallado requiere de datos obtenidos en parcelas permanentes de muestreo, pues permiten la representación de la realidad en las diferentes etapas de desarrollo de las masas forestales. Estos modelos pueden incluir la definición matemática de la regeneración, competencia, reclutamiento y mortalidad que puede ser al nivel espacial de la masa forestal. Dado la escasez de información proveniente de parcelas permanentes de muestreo en los bosques de México, son pocos los trabajos que analizan el crecimiento con esta fuente de datos (Valles *et al.*, 1998; Zepeda y Domínguez, 1998). Una aproximación es modelar el crecimiento e incremento con datos obtenidos de análisis troncales de los árboles que crecen libres de competencia. Chojnacky (1997) desarrolló un modelo de crecimiento en diámetro para árboles individuales de dos especies de *Pinus* y tres de *Juniperus* con datos de análisis troncales. Hokka y Groot (1999) derivaron un modelo de crecimiento para árboles individuales usando datos de análisis troncales de *Picea mariana* (Mill). Contreras *et al.* (1996) analizaron el crecimiento de una plantación de Rauli [*Nothofagus procera*] usando la técnica de análisis troncales.

Para los bosques irregulares y mixtos de Durango son pocos los estudios que hacen referencia al modelaje del crecimiento e incremento de varias especies usando análisis troncales. Los trabajos reportados se basan en rodales regulares monoespecíficos (Aguirre, 1987; Aguirre, 1991; Návar *et al.*, 1996; Valles *et al.*, 1998; Zepeda y Domínguez, 1998) y existe la necesidad incorporar los niveles de crecimiento e incremento que presentan las especies a nivel de conjunto de árboles o individualmente.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) comparar y validar ecuaciones de crecimiento e incremento a nivel grupo de árboles y árboles individuales y 2) determinar las diferencias en crecimiento e incremento en diámetro, altura y volumen de cinco especies comerciales de pino del estado de Durango, México.

8.4. MATERIALES Y MÉTODOS

8.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur. Se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km al sudoeste de la ciudad de Durango. La altura sobre el nivel del mar fluctúa entre 1,400 y 3,000 m. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1,200 mm y una temperatura media anual de 12 - 16°C.

La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior e inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los suelos encontrados son Litosoles, Cambisoles, Regosoles, y Feozems.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*. Las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *P. cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *omelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez.

Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* var *cornuta* Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

8.4.2. Metodología

La base de datos con las variables diámetro (D), altura (H) y volumen (V) a una edad dada se integró con información de análisis troncales provenientes de árboles ubicados en las diferentes condiciones de sitio del área que comprende la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No 6. La estimación de alturas derivadas de los análisis se realizó de acuerdo al método ISSA propuesto por Fabbio *et al.* (1994). El volumen se determinó usando la fórmula de Smalian y la fórmula del cono para el diámetro de la parte distal del fuste.

La muestra incluyó solamente arbolado creciendo libre de competencia e incluyó varias clases de edad. Para ajustar los modelos de crecimiento e incremento la muestra comprendió 42 árboles de *P. cooperi*, 39 de *P. durangensis*, 37 de *P. engelmannii*, 35 de *P. leiophylla* y 29 de *P. herrerae*. Para validar los modelos se usó una muestra independiente de datos con 23 árboles de cada especie.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

8.4.2.1. Ecuaciones utilizadas

Las ecuaciones de crecimiento utilizadas fueron aquellas reportadas por Zeide (1993), las cuales se ajustaron a los datos de diámetro-edad, altura-edad y volumen-edad de los árboles muestra.

El crecimiento para cada especie fue analizado desde dos niveles de aproximación: a) crecimiento en grupo, el cual estima el crecimiento de los árboles a partir de un conjunto de árboles que representan todas las condiciones posibles de calidad de sitio, densidad, edad, tipos de suelos, mezclas de especies, etc., y b) crecimiento individual, el cual estima el crecimiento de cada árbol a través de un factor de ponderación. El ajuste

de las ecuaciones de crecimiento para el grupo de árboles fue a través la curva promedio. En la descripción del crecimiento de árboles individuales, los factores de ponderación utilizados para D, H y V fueron (D/H), (H/D) y (V/D²H), respectivamente. Este proceso estima el crecimiento de cada árbol individualmente e integra factores de competencia e índice de sitio. Al respecto Murphy y Shelton (1996) corrigen la varianza del crecimiento en área basal ponderando con el área basal promedio de los árboles con resultados positivos.

El incremento corriente anual, ICA, del grupo de árboles de las especies estudiadas se observó por medio de la forma diferencial de la curva de crecimiento promedio descrita por los modelos de mejor ajuste para las variables D, H y V respectivamente. La edad a la cual se obtiene el máximo ICA se estimó mediante la segunda derivada parcial identificada por el punto de inflexión. Zeide (1999) menciona que cualquiera de los modelos puede proporcionar este parámetro en el punto de inflexión. La edad a la cual las especies alcanzan el turno absoluto fue observada por medio de la intersección de las curvas del ICA e IMA (incremento medio anual).

Las ecuaciones de crecimiento utilizados fueron:

- | | | |
|---------------------|---|------|
| 1. Chapman-Richards | $Y = \beta_1(1 - \exp(-\beta_2 t))^{\beta_3}$ | [1] |
| 2. Hossfeld IV | $Y = (E \beta_3) / (\beta_2 + ((t \beta_3) / \beta_1))$ | [2] |
| 3. Gompertz | $Y = \beta_1 * (\exp(-\beta_2 * (\exp(-\beta_3 * t))))$ | [3] |
| 4. Logistic | $Y = \beta_1 / (1 + \beta_3 * (\exp(-\beta_2 * t)))$ | [4] |
| 5. Monomolecular | $Y = \beta_1 * (1 - (\beta_3 * \exp(-\beta_2 * t)))$ | [5] |
| 6. Bertalanffy | $Y = \beta_1 * (1 - \exp(-\beta_2 * t))^3$ | [6] |
| 7. Korf | $Y = \beta_1 * \exp(-\beta_2 * (t^{(-\beta_3)}))$ | [7] |
| 8. Weibull | $Y = \beta_1 * (1 - \exp(-\beta_2 * (t^{\beta_3})))$ | [8] |
| 9. Sloboda | $Y = \beta_1 * (\exp(-\beta_2 * \exp(-\beta_3 * (t^{\beta_4}))))$ | [9] |
| 10. Levakovic III | $Y = \beta_1 * (t^2 / (\beta_2 + t^2))^{\beta_3}$ | [10] |
| 11. Schumacher | $Y = \beta_1 * \exp(-\beta_2 / t)$ | [11] |

Donde: Y = Variable dasométrica del árbol, D (cm), H (m), V (m^3); t = edad (años); β_1, \dots, β_4 = parámetros de estimación.

El ajuste de los modelos se realizó mediante el procedimiento NLIN (sin derivadas parciales, DUD) y REG del paquete SAS para los modelos no-lineales y lineales respectivamente (SAS/STAT Institute Inc., 1987).

8.4.2.2. Procedimiento estadístico

Los parámetros de las ecuaciones de crecimiento e incremento se ajustaron con los datos siguientes por especie: *Pinus cooperi* (566), *P. durangensis* (522), *P. engelmannii* (506), *P. leiophylla* (478) y *P. herrerae* (396). Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias pero los estadísticos coeficiente de determinación (r^2), el error estándar estimado (EES) y sesgo promedio (SP) se estimaron regresando las variables a sus dimensiones originales.

Las ecuaciones se validaron ajustándolas a una fuente independiente de datos seleccionada aleatoriamente. Los estadísticos de comparación fueron: el r^2 , EES y SP para cada una de las especies estudiadas. Estos estadísticos se estimaron como sigue:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [12]$$

$$EES = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - k - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [13]$$

$$SP = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})}{n} \quad [14]$$

donde: Y_i es el valor observado o la variable dependiente, \bar{Y} es el promedio de las de los datos observados, \hat{Y} es el valor estimado con el modelo y k es el número de parámetros de cada modelo.

Los errores de las ecuaciones de crecimiento se analizaron para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común y fue requisito en la selección de la mejor ecuación. Los parámetros kurtosis, sesgo y la prueba de normalidad de los errores se estimaron usando el procedimiento UNIVARIATE en SAS (SAS/STAT Institute Inc., 1987).

La mejor ecuación de crecimiento para cada variable analizada de la especie se determinó de la ponderación de los diferentes parámetros estadísticos, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue: r^2 , EES y SP del ajuste y validación de los datos, así como kurtosis, sesgo, la prueba de normalidad de los errores, la probabilidad de los coeficientes de regresión y finalmente el comportamiento de la curva en todo el rango de variación de la muestra.

8.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de las bases de datos se resumen en el Cuadro 8.1 y el mapa de distribución de la muestra por categoría de diámetro y altura se presenta en el Cuadro

8.2. DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Cuadro 8.1. Estadísticos de parámetros dasométricos de cinco pináceas de Durango México, para el ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento e incremento.

Especie	Estadístico	Ajuste			Validación		
		D (cm)	H (m)	Edad (Años)	D (cm)	H (m)	Edad (Años)
<i>P. cooperi</i>	\bar{x}	11.9	13.4	54.9	12.4	13.2	51.1
	SD	5.9	6.8	32.7	6.4	6.9	28.3
<i>P. durangensis</i>	\bar{x}	10.7	12.4	50.0	11.4	12.5	54.0
	SD	5.5	6.8	28.9	6.2	6.7	35.9

Especie	Estadístico	Ajuste			Validación		
		D (cm)	H (m)	Edad (Años)	D (cm)	H (m)	Edad (Años)
<i>p. engelmannii</i>	\bar{x}	9.3	10.6	47.3	11.4	12.5	46.9
	SD	5.3	5.5	26.3	6.0	7.1	28.6
<i>P. leiophylla</i>	\bar{x}	10.4	11.9	53.6	10.4	11.9	53.6
	SD	5.9	6.5	32.5	5.9	6.5	32.5
<i>P. herrerae</i>	\bar{x}	9.8	11.4	50.7	10.6	11.7	53.3
	SD	5.1	5.9	29.2	5.6	5.9	31.2

\bar{x} = Promedio; SD = Desviación estándar

Cuadro 8.2. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar ecuaciones de crecimiento e incremento de 5 pináceas de El Salto, Durango, México.

Categoría de altura (m)	E _i	Categoría de diámetro (cm)						Total
		5	10	15	20	25	>=30	
5	1	1(1)						1(1)
	2	(1)	1					1(1)
	3	1(1)						1(1)
	4	1(1)	1(1)					2(2)
	5	1(1)						1(1)
10	1	1(1)						1(1)
	2		1(1)	1(1)				2(2)
	3	1	3(1)	1(2)				5(3)
	4		1(2)	1				2(2)
	5		5(1)	1(1)				6(2)
15	1		(2)	6(3)	5(3)			11(8)
	2		2(3)	6(2)	1(1)			9(6)
	3		8(1)	6(4)	1(1)			15(6)
	4		2(2)	5(3)	5(1)			12(6)
	5		1(2)	2(2)	3(1)			6(5)
20	1			2(2)	9(2)	1(1)		12(5)
	2		2	8(3)	1(3)	2(1)		13(7)
	3		1	2(2)	1(2)	1(1)	1	6(5)
	4			3(2)	5(3)	1(1)	1	10(6)
	5			5(4)	4(3)	(1)		9(8)
25	1				10(2)	3(3)	1(1)	14(6)

Categoría. de altura (m)	Categoría de diámetro (cm)							Total
	E _i	5	10	15	20	25	>=30	
2					3(1)	3(2)	(1)	6(4)
3					3(3)	1(1)	1(1)	5(5)
4				2	2(1)	2(2)	1(1)	7(4)
5					4(2)	1(2)	1(1)	6(5)
>=30	1			1	1	1(1)	(1)	3(2)
	2				1	2(1)	5(2)	8(3)
	3				1(1)	1(1)	3(1)	5(3)
	4					1(1)	1(2)	2(3)
	5						1(1)	1(2)
Total		6 (6)	28 (16)	52 (31)	60 (30)	20 (20)	16 (12)	182 (115)

NOTA: E= Especie(i=1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla* y 5=*P. herrerae*); 1(1)=Número de árboles para el ajuste(Número de árboles para validar).

8.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

8.5.1. Crecimiento

Los estadísticos promedio de ajuste y validación de las 11 ecuaciones de crecimiento ajustadas al grupo de árboles por el método de la curva promedio mostraron diferencias significativas para las cinco especies estudiadas.

Para el diámetro, la ecuación [8] mostró el mayor coeficiente de determinación y menor error estándar (Cuadro 8.3). La ecuación [6] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

Cuadro 8.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	SEE	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	68	3.14	0.01	30.3	0.55	0.37	0.000
Hossfield IV	68	3.14	-0.03	30.3	0.54	0.38	0.001

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	SEE	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Gompertz	67	3.17	0.02	30.7	0.44	0.39	0.000
Logistic	64	3.32	-0.13	32.0	0.49	0.48	0.001
Monomolecular	67	3.19	-0.03	30.8	0.51	0.41	0.001
Bertalanffy	63	3.35	0.26	32.4	0.39	0.11	0.001
Weibull	68	3.14	-0.03	30.3	0.56	0.39	0.005
Schumacher	65	3.24	0.12	31.3	0.37	0.19	0.000
VALIDACION							
Chapman-Richards	70	3.29	0.79	29.3	0.19	0.37	0.018
Hossfield IV	66	3.25	0.16	31.0	0.42	0.33	0.020
Gompertz	66	3.24	0.21	30.8	0.40	0.30	0.019
Logistic	67	3.50	0.70	31.1	0.11	0.54	0.019
Monomolecular	70	3.28	0.76	29.2	0.21	0.36	0.019
Bertalanffy	65	3.58	1.11	31.9	0.26	0.27	0.020
Weibull	71	3.28	0.74	29.2	0.19	0.38	0.018
Schumacher	68	3.41	0.95	30.4	0.06	0.26	0.015

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para la altura, la ecuación [1] mostró el mayor coeficiente de determinación y menor coeficiente variación (Cuadro 8.4). La ecuación [3] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

Cuadro 8.4. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	71	3.43	0.04	29.1	0.01	0.25	0.003
Gompertz	68	3.59	-0.59	30.5	0.09	0.10	0.010
Logistic	67	3.49	-0.06	29.6	0.07	0.26	0.015

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Monomolecular	67	3.49	-0.30	29.5	0.04	0.24	0.004
Bertalanffy	69	3.52	0.04	29.8	0.10	0.03	0.011
Weibull	69	3.56	-0.41	29.8	0.01	0.22	0.005
Scumacher	70	3.45	0.07	29.2	0.12	0.16	0.005
VALIDACION							
Chapman-Richards	68	3.71	0.48	30.1	0.03	0.21	0.064
Gompertz	65	3.91	-0.11	31.5	0.17	0.10	0.028
Logistic	67	3.84	0.41	30.9	0.13	0.21	0.048
Monomolecular	67	3.82	0.15	30.8	0.03	0.20	0.053
Bertalanffy	68	3.83	0.53	30.9	0.09	0.05	0.029
Weibull	66	3.87	0.04	31.2	0.01	0.20	0.025
Schumacher	68	3.75	0.53	30.2	0.03	0.14	0.052

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para el volumen, la ecuación [1] mostró los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.5). Las ecuaciones [5] y [7] presentaron los menores coeficientes de determinación y los errores estándares más altos.

Cuadro 8.5. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para el grupos de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	57	0.17	-0.00	84.9	4.1	1.3	0.027
Gompertz	56	0.17	-0.01	84.8	4.1	1.3	0.002
Logistic	56	0.17	-0.01	84.7	4.5	1.4	0.027
Monomolecular	46	0.19	-0.04	94.5	4.3	1.4	0.024
Bertalanffy	56	0.17	0.01	85.0	4.0	1.3	0.000
Korf	41	0.20	-0.05	98.0	3.7	1.3	0.000

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Schumacher	54	0.18	0.01	86.4	3.3	1.0	0.000
VALIDACION							
Chapman-Richards	57	0.20	0.02	82.3	3.9	1.4	0.002
Gompertz	56	0.20	0.02	82.8	3.9	1.5	0.000
Logistic	54	0.21	0.02	85.1	4.1	1.6	0.001
Monomolecular	45	0.22	-0.01	89.0	3.6	1.5	0.000
Bertalanffy	56	0.20	0.03	83.6	3.7	1.5	0.001
Korf	48	0.22	-0.02	90.1	3.1	1.3	0.001
Schumacher	57	0.20	0.03	82.3	3.4	1.3	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación

Las ecuaciones de crecimiento para árboles individuales por el método ponderado de mejor ajuste y validación fueron las mismas que se presentaron para el grupo de árboles por el ajuste de la curva promedio.

Para el diámetro, la ecuación [8] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.6). La ecuación [3] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar. El EES promedio de la ecuación [8] se redujo de 3.2 a 2.4 cm cuando se analiza el crecimiento de los árboles individualmente en el proceso de validación.

Cuadro 8.6. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapma-Richards	82	2.35	0.12	22.6	2.66	0.61	0.026
Hossfeld IV	82	2.35	0.28	22.6	2.57	0.50	0.074
Gompertz	58	3.54	-2.07	33.9	1.25	-0.10	0.191
Logistic	82	2.35	0.16	22.6	2.69	0.61	0.040

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Monomolecular	82	2.34	0.12	22.5	2.64	0.62	0.027
Bertalanffy	82	2.36	0.31	22.7	2.69	0.58	0.024
Korf	82	2.35	0.07	22.6	2.53	0.40	0.000
Weibull	82	2.36	0.17	22.7	2.59	0.52	0.027
Schumacher	82	2.34	0.23	22.5	2.60	0.47	0.024
VALIDACION							
Chapma-Richards	82	2.54	0.54	22.6	0.46	0.24	0.026
Hossfeld IV	82	2.54	0.70	22.6	0.49	0.14	0.001
Gompertz	70	3.31	-1.71	29.5	0.01	-0.35	0.000
Logistic	82	2.54	0.58	22.6	0.45	0.22	0.040
Monomolecular	82	2.55	0.53	22.7	0.56	0.20	0.027
Bertalanffy	82	2.56	0.73	22.7	0.47	0.21	0.012
Korf	82	2.48	0.48	22.1	0.42	0.09	0.001
Weibull	82	2.42	0.50	22.1	0.45	0.14	0.030
Schumacher	82	2.53	0.65	22.5	0.52	0.11	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para la altura, la ecuación [1] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.7). Las ecuaciones [2] y [11] presentaron el menor ajuste. El EES con esta ecuación se redujo de 3.7 a 2.7 m cuando el crecimiento se analiza individualmente comparado con el error de crecimiento del grupo de árboles.

Cuadro 8.7. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapma-Richards	83	2.65	0.30	22.5	2.62	-0.52	0.003
Hossfeld IV	82	2.65	0.35	22.5	2.52	-0.49	0.007

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Gompertz	82	2.70	0.47	22.9	2.34	-0.33	0.118
Logistic	82	2.65	0.36	22.5	2.53	-0.50	0.003
Monomolecular	82	2.65	0.37	22.5	2.62	-0.51	0.003
Bertalanffy	82	2.65	0.38	22.5	2.66	-0.55	0.003
Korf	82	2.68	0.47	22.7	2.57	-0.55	0.026
Weibull	82	2.67	0.47	22.7	2.49	-0.45	0.081
Sloboda	82	2.67	0.40	22.7	2.56	-0.45	0.036
Levakovic III	82	2.68	0.51	22.8	2.40	-0.38	0.095
Schumacher	82	2.65	0.30	22.5	2.41	-0.40	0.062
VALIDAR							
Chapma-Richards	82	2.72	-0.09	22.8	0.51	-0.16	0.002
Hossfeld IV	81	2.84	-0.11	22.9	0.51	-0.15	0.001
Gompertz	82	2.73	0.02	22.1	0.30	0.01	0.000
Logistic	81	2.83	-0.10	22.9	0.51	-0.15	0.002
Monomolecular	81	2.82	-0.09	22.8	0.51	-0.16	0.002
Bertalanffy	81	2.81	-0.08	22.7	0.47	-0.16	0.003
Korf	81	2.82	0.01	22.8	0.51	-0.21	0.025
Weibull	82	2.79	0.02	22.6	0.42	-0.12	0.002
Sloboda	82	2.81	-0.05	22.7	0.54	-0.13	0.001
Levakovic III	82	2.76	0.07	22.3	0.32	-0.03	0.000
Schumacher	81	2.83	-0.16	22.9	0.52	-0.10	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para el volumen, la ecuación [1] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.8). Las ecuaciones [6] y [11] presentaron los menores ajustes. El EES con esta ecuación se redujo de 0.20 a 0.04 m³ en promedio respecto al error obtenido para analizar el crecimiento con el grupo de árboles en la validación.

Cuadro 8.8. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	98	0.041	0.005	20	22	-1.87	0.001
Gompertz	96	0.049	0.014	23	23	-1.71	0.000
Logistic	97	0.041	0.006	20	22	-1.92	0.000
Monomolecular	97	0.042	0.000	21	24	-2.20	0.000
Bertalanffy	97	0.047	0.015	22	22	-1.56	0.000
Schumacher	97	0.047	-0.005	23	20	-1.91	0.000
VALIDAR							
Chapman-Richards	98	0.045	-0.001	19	10	-0.99	0.001
Gompertz	98	0.047	0.009	19	6	-0.28	0.000
Logistic	97	0.053	-0.001	21	10	-0.97	0.000
Monomolecular	97	0.053	-0.002	22	11	-0.98	0.000
Bertalanffy	97	0.049	0.010	20	7	0.15	0.000
Schumacher	96	0.058	-0.011	24	10	-1.30	0.002

^a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

En los cuadros anteriores se observa que la variación de las ecuaciones [8], [1] y [1] para estimar el crecimiento en D, H y V respectivamente de las especies estudiadas al nivel de grupo de árboles, fue significativamente mayor respecto al nivel de árboles individuales, en los procesos de ajuste y validación de los datos. Los coeficientes de variación para estimar el crecimiento en altura y diámetro a nivel grupo de árboles oscilaron de 29 a 30 %, mientras que a nivel de árboles individuales para éstas variables fue de 22 a 23 % respectivamente. Para estimar el crecimiento en volumen con [1] los porcentajes promedio del coeficiente de variación a para el grupo de árboles fue de 82 a 85 %, mientras que a nivel árbol individual disminuyeron notablemente entre 19 y 20 %.

El análisis de los errores o residuales indicó que en la mayoría de las ecuaciones probadas al grupo de árboles y a los árboles individuales para las variables analizadas,

presentaron una distribución kúrtica motivo por el cual fue rechazada la hipótesis de normalidad al nivel de error de 0.05 ($Pr < 0.05$).

Los resultados mostraron que las ecuaciones [8], [1] y [1] predijeron adecuadamente el crecimiento en D, H, y V para las especies estudiadas a nivel grupo de árboles y árboles individuales. Por esta razón se recomiendan su uso como una aproximación al crecimiento de las especies estudiadas que se desarrollan en rodales mixtos e irregulares en la Sierra Madre Occidental en Durango.

Los modelos seleccionados presentan ventajas en comparación con el resto de los modelos las cuales han sido discutidas por investigadores como Zeide (1993) y Elfving y Kiviste (1997), con características como un punto cero en la curva de crecimiento, se incrementa la curva conforme aumenta la edad, tienen una asíntota (máximo crecimiento) y tienen un punto de inflexión. Los parámetros de las ecuaciones se presentan en el Cuadro 8.9.

Cuadro 8.9. Parámetros estimados de las ecuaciones seleccionadas para estimar el crecimiento en diámetro, altura y volumen de grupos y árboles individuales de cinco especies de la región de El Salto, Durango, México

Especie	Variable	DS	Grupo de árboles			Árboles individuales		
			β_1	β_2	β_3	β_1	β_2	β_3
1	D ^w		18.973	0.008	1.251	0.863	0.134	1.870
	D ^f	3.0	20.299	0.027	1.527	0.859	0.079	0.568
	H ^f	3.5	21.663	0.037	2.192	1.136	0.062	0.627
	V ^f	0.2	0.709	0.042	8.365	8.2 ⁻⁰⁵	0.095	2.142
2	D ^w		22.241	0.011	1.077	0.829	0.230	1.532
	D ^f	2.9	34.939	0.011	1.205	0.831	0.154	0.912
	H ^f	3.7	30.287	0.021	1.640	1.163	0.078	0.513
	V ^f	0.2	1.018	0.029	5.599	9.9 ⁻⁰⁵	0.099	0.883
3	D ^w		38.638	0.019	0.906	0.907	0.705	0.371
	D ^f	3.4	25.865	0.015	1.073	0.874	0.977	-0.974
	H ^f	3.3	24.730	0.027	1.419	1.085	0.201	1.862
	V ^f	0.2	0.545	0.053	10.293	7.7 ⁻⁰⁵	0.071	1.512
4	D ^w		39.724	0.023	0.971	0.864	0.002	3.550



Especie	Variable	DS	Grupo de árboles			Árboles individuales		
			β_1	β_2	β_3	β_1	β_2	β_3
	D ^r	2.8	38.659	0.006	0.999	0.865	0.155	1.008
	H ^r	3.2	21.198	0.029	1.834	1.112	0.160	1.430
	V ^r	0.1	1.491	0.012	2.826	8.1 ⁻⁰⁶	0.171	0.525
5	D ^w		54.613	0.019	0.980	0.846	0.744	1.265
	D ^r	2.6	26.269	0.013	1.111	0.847	0.100	0.403
	H ^r	2.9	20.077	0.046	2.425	1.159	0.114	0.817
	V ^r	0.1	1.002	0.016	2.555	8.4 ⁻⁰⁵	0.088	0.922

NOTA: 1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla*, 5=*P. herrerae*; w y r= parámetros de las ecuaciones [8] y [1] respectivamente; SD= Desviación estándar de la ecuación [1] ajustada por la curva promedio.

El modelo que predice el crecimiento promedio (grupo de árboles) es recomendable para masas regulares y uniespecíficas, donde la variación en las dimensiones de los árboles no es tan notoria. Este es adecuado para plantaciones forestales. Los modelos ponderados son recomendables para aquellos rodales que son bastante irregulares en su estructura y los árboles presentan velocidades diferenciales de crecimiento diferentes.

El uso de estos modelos resulta en una aproximación a los niveles de rendimiento de éstas especies para el área de estudio, puesto que no están calibrados por la competencia dentro del rodal y por factores del rodal tales como calidad de sitio, mortalidad, reclutamiento, etc. Por lo tanto los resultados no aplican al crecimiento al nivel de rodales completos.

8.5.2. Incremento

Del análisis del incremento medio anual, ICA, para el grupo de árboles por medio de la primera derivada de las ecuaciones de crecimiento de Chapman-Richards para el diámetro, altura y volumen se observaron diferencias notorias entre las especies estudiadas.

El ICA máximo alcanzado en diámetro, fue 0.31, 0.28, 0.30, 0.27 y 0.22 cm año⁻¹ para las especies *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. herrerae* y *P. leiophylla* respectivamente. Este se alcanzó a las edades de 16, 16, 5, 8 y 1 años respectivamente.

Las especies *Pinus engelmannii*, *P. herrerae* y *P. leiophylla* presentan un incremento diamétrico máximo a edades muy jóvenes en contraste con las especies de *Pinus cooperi* y *P. durangensis*. Los turnos absolutos oscilan de los 30 años para *P. cooperi* y *P. durangensis* hasta los 15, 10 y 5 años para *P. herrerae*, *P. engelmannii* y *P. leiophylla*, respectivamente. El crecimiento mayor lo alcanzó *P. durangensis* después de los 60 años (Figura 8.1).

El ICA máximo en altura fue alcanzado para *Pinus durangensis* con 0.35 m año⁻¹, *P. cooperi* con 0.39 m año⁻¹, *P. leiophylla* con 0.32 m año⁻¹, *P. herrerae* con 0.43 m año⁻¹ y *P. engelmannii* con 0.40 m año⁻¹. Las edades de máximo incremento fueron 24, 21, 21, 19 y 13 para las especies anteriormente descritas, respectivamente. El turno absoluto lo alcanzan las especies a los 45, 50, 25, 40 y 35 años respectivamente. El mayor crecimiento en altura lo muestra *P. durangensis* después de los 75 años (Figura 8.2).

Los incrementos en volumen anuales mayores fueron observados en *Pinus durangensis* (0.012 m³ año⁻¹), *P. cooperi* (0.0115 m³ año⁻¹), *P. engelmannii* (0.011 m³ año⁻¹), *P. leiophylla* (0.008 m³ año⁻¹) y *P. herrerae* (0.0075 m³ año⁻¹) a edades de 59, 50, 44, 88 y 58 años respectivamente. Los turnos absolutos del crecimiento en volumen fueron alcanzados antes de los 100 años por *P. engelmannii* (70), *P. cooperi* (80), *P. durangensis* (95), y después de este tiempo por *P. herrerae* (105) y *P. leiophylla* (155 años). El mayor crecimiento en volumen lo alcanza *P. durangensis* desde los 75 a los 150 años (Figura 8.3).

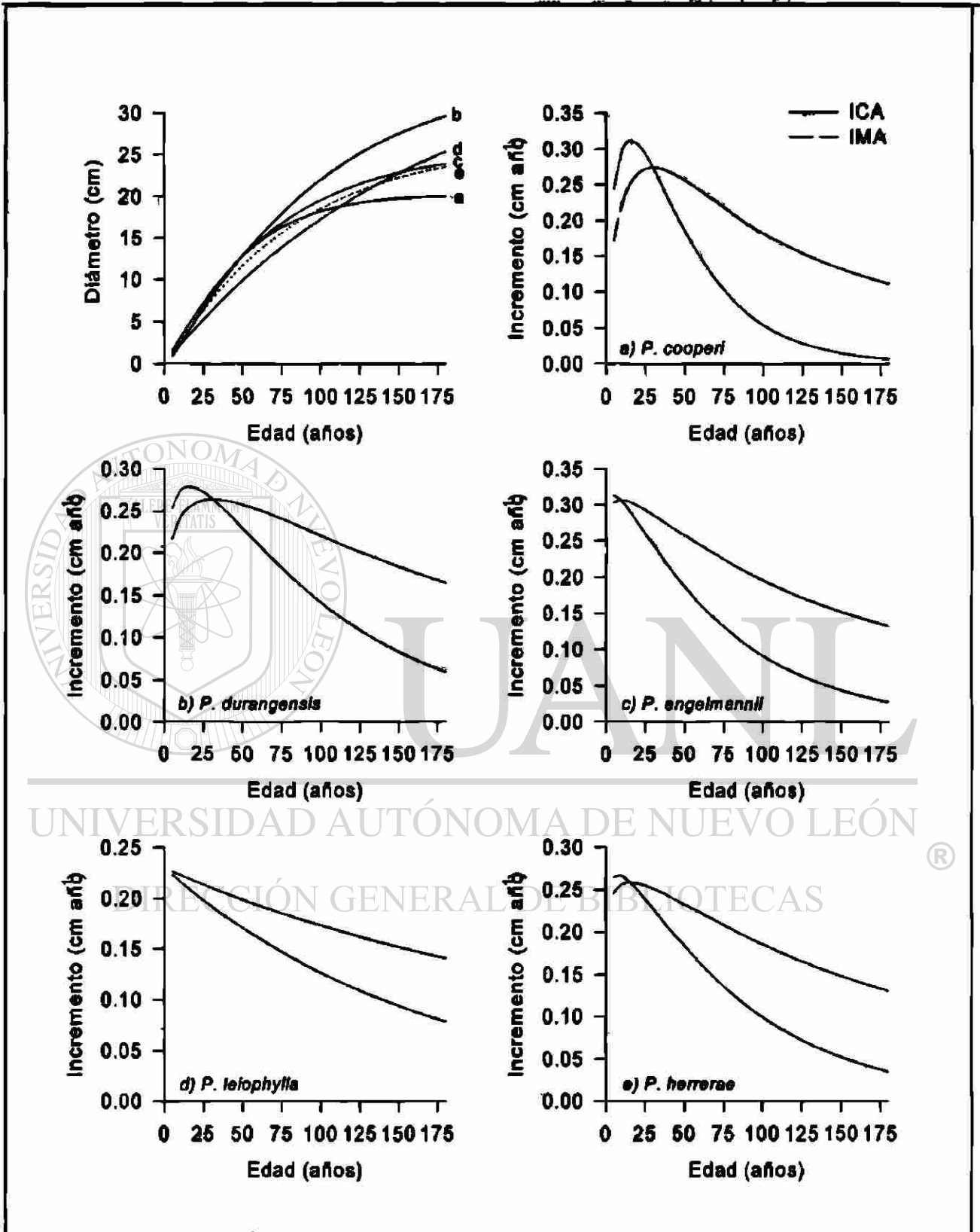


Figura 8.1. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en diámetro de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

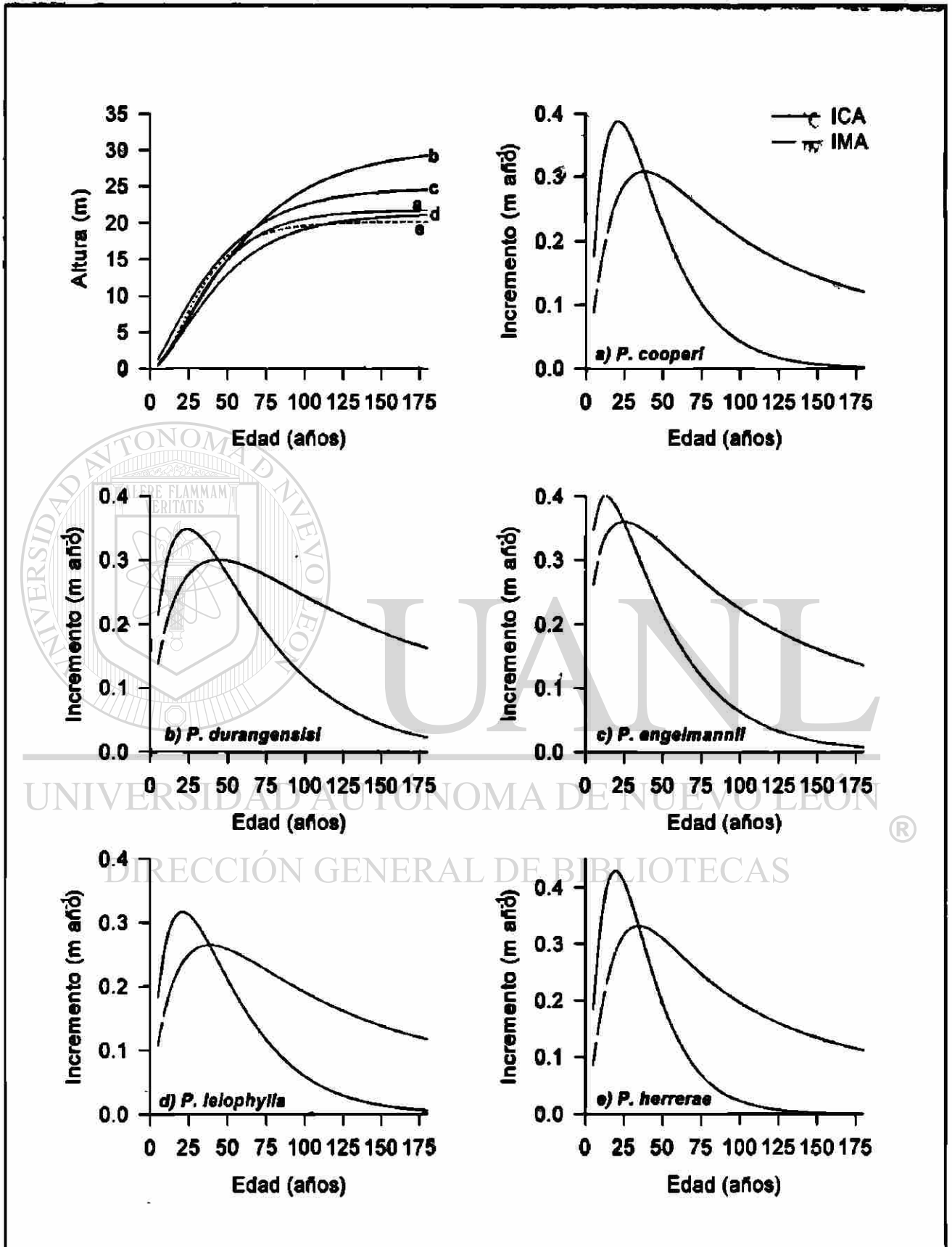


Figura 8.2. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en altura de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

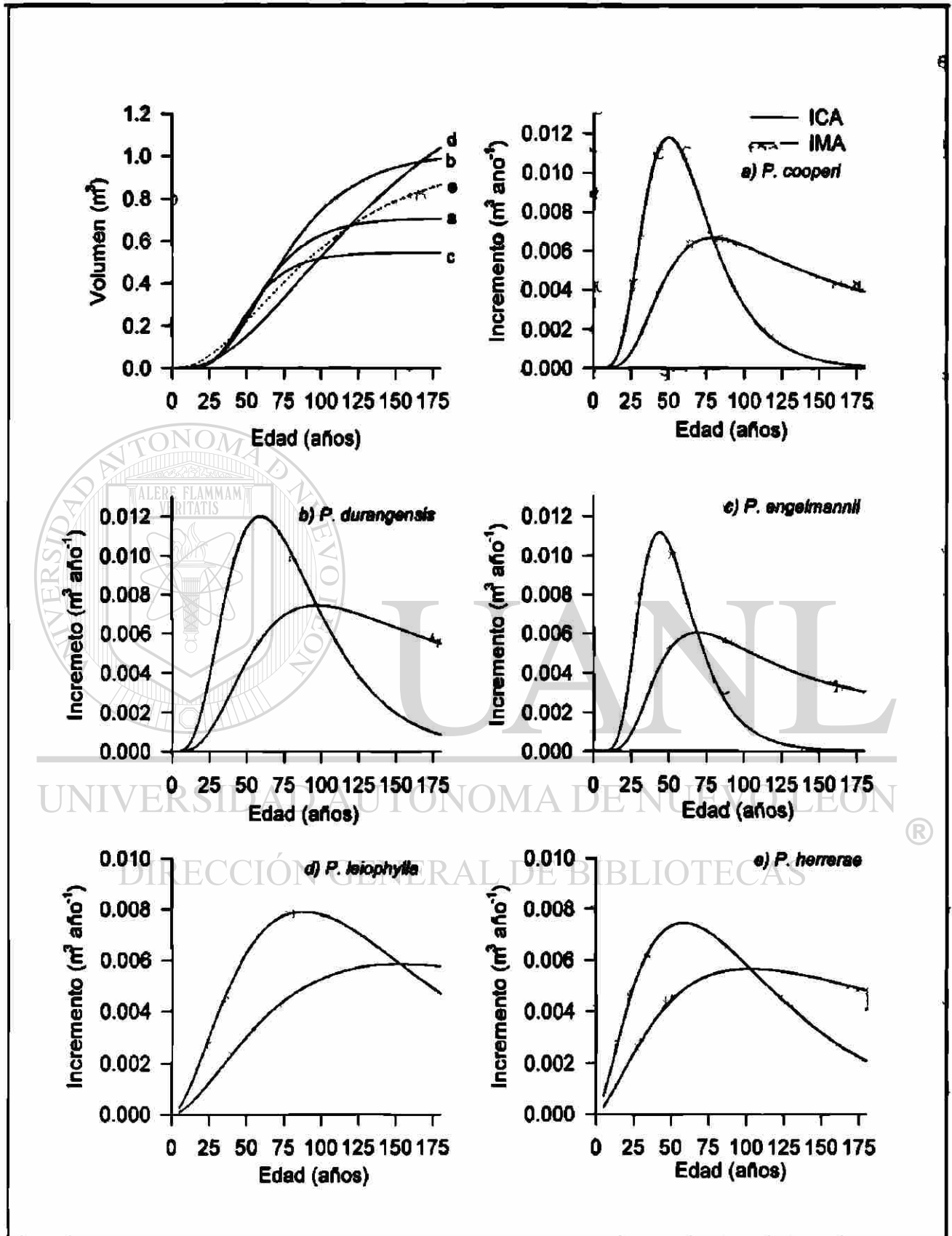


Figura 8.3. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en volumen de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

Los resultados anteriores demuestran diferencias en los niveles de productividad que alcanzan las especies en la región. La calidad de sitio es el principal factor que determina el nivel de óptimo rendimiento para las especies estudiadas. Al respecto, García y González (1998) mencionan que el crecimiento de estas especies está determinado por la altitud y por lo tanto la calidad de sitio.

De acuerdo a los resultados arrojados por el Programa de Manejo Forestal (PMF) 1997-2007 para la región de El Salto, Durango, se estima que el *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmanni*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* tienen un promedio de 200, 350, 13, 112 y 150 árboles por hectárea, respectivamente. Si consideramos estos resultados estas especies pueden alcanzar incrementos anuales en volumen promedio de 2.4, 4.0, 1.4, 0.9 y 1.1 m³ ha⁻¹ año⁻¹. Estos incrementos son similares a aquellos reportados por Nívar et al. (1998) para rodales mixtos e irregulares dominados por *P. durangensis* y *P. cooperi* del ejido Vencedores de Durango, México. Incrementos similares son reportados en aquellos rodales homogéneos tendientes a la regularidad a partir de datos de análisis de virutas levantados en el inventario forestal de 1996. Para rodales poco productivos (exposiciones sur) y de alta productividad (exposiciones norte) el ICA oscila de 0.01 a 8 m³ ha⁻¹ año⁻¹.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

8.6. CONCLUSIONES

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El ajuste y validación de 11 ecuaciones de crecimiento para el grupo de árboles y árboles individuales demostraron que la ecuación Weibull [8] describió mejor el crecimiento del diámetro, mientras que la ecuación de Chapman-Richards [1] resultó modelar mejor el crecimiento en altura y volumen de las cinco especies estudiadas de la región de El Salto, Durango, México. *P. durangensis* alcanza los crecimientos e incrementos mayores en diámetro, altura y volumen para las condiciones observadas de la región del Salto, Durango.

8.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento a Ing. J. Guadalupe Barrios Téllez y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y a través del proyecto de investigación 28536B.

8.8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aguirre, B.C. 1987. Growth and yield models for *Pinus Cooperi* in Durango, México. Ph. D. Dissertation. Colorado State University. Forth Collins, Colorado.
- Aguirre, C.O. 1991. Elaboración de tablas de producción en base a sitios temporales de muestreo. Un ejemplo con *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México. Reporte científico No. 24. FCF-UANL. Linares, México.
- Arney, J.D. 1985. A modeling strategy for the growth projection of managed stands. Can. J. For. Res. 15:1455-1465.
- Bahamóndez, V. C. 1995. Modelos de crecimiento individual para renovales de Roble (*Nothofagus oblicua* (mirb) (oerst)) y Rulí (*Nothofagus alpina* (poeppet Endl)). Ciencia e Investigación Forestal. 9(1):57-72.
- Buchman, R.G y S.R. Shifley. 1983. Guide to evaluating forest growth projection systems. J. For. 81:232-234.
- Clutter J.L., J.C. Fortson., J.C. Piennar., L.V. Brister., R.L. Bailey. 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.
- Contreras, J.A., D.L. Otero., M.L. Barrales y H.I. Ojeda. 1996. Estudio de crecimiento de una plantacion de rauli ubicada en el sector de Panguipulli y expectativas de crecimiento. Bosque. 17(1):3-7.
- Chojnacky, D.C. 1997. Modeling diameter growth for pinyon and juniper trees in dryland forests. For. Ecol. Manage. 93:21-31.

- Elfving, B., y A. Kiviste. 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *For. Ecol. Manage.* 98:125-134.
- Fabbio, G., M. Frattegiani y M. Ch. Manetti. 1994. Height estimation in stem analysis using second differences. *For. Sci.* 40(2):329-340.
- García, A.A., y E.M.S. González. 1998. Pináceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango y Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- Hokka, H. y A. Groot. 1999. An individual-tree basal area growth model for black spruce in second growth peatland stand. *Can J. For. Res.* 29:621-629.
- Huang, S y S.J. Titus. 1995. An individual tree diameter increment model for white spruce in Alberta. *Can. J. For. Res.* 25:1455-1465.
- Martin, G.L y A.R. Ek. 1984. A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and height growth. *For. Sci.* 30(3):731-743.
- Martínez, M. 1963. Las Pináceas Mxicanas. 3ª Edición. Instituto de Biología, UNAM. 401 p.
- Murphy, P.A y M.G. Shelton. 1996. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands. *Can. J. For. Res.* 26:327-331.
- Návar J., S. Corral y J. Contreras 1998. Perspectivas preliminares para el modelaje del crecimiento de bosques irregulares bajo manejo de pino de Durango, México. Primer Congreso Latinoamericano IUFRO. Valdivia, Chile.
- Návar, J., J. Jiménez., P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. *Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For.* 5(2):214-229.
- SAS Institute Inc. 1987. SAS/STAT user's guide. Version 6.0 SAS Institute Inc. Cary, N.C.
- Shifley, S. R y G.J. Brand. 1984. Chamman-Richards growth function constrained for maximum tree size. *For. Sci.* 30(4):1066-1070.

- Smith, W.R., R.M. Ferrar Jr., P.A. Murphy., J.L. Yeiser., R.S. Meldahl y J.L. Kush. 1992. Crown and basal area relationships of open-growth southern pines for modeling competition and growth. *Can. J. For. Res.* 22:341-347.
- UCODEFO No. 6. 1997. Memoria general del Programa de Manejo Forestal persistente 1997-2007. Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 6. El "Salto", Durango, México.
- Valles, G. A.G., J.M. Torres R., A. Velázquez M y C. Rodríguez F, 1998. Relación de nueve índices de competencia con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperi* Blanco. *Agrociencia.* 32(3):255-260.
- Vanclay, J.K.. 1995. Growth models for tropical forest: A synthesis of models and methods. *For. Sci.* 41(1):7-42.
- Vanclay, K.V. 1994. Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wykoff, W.R., N.L. Crookston y A.R. Stage. 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. *For. Sci.* 42(3):594-616.
- Zeide, B. 1999. Pattern of height growth for southern pine species. *For. Ecol. Manage.* 118:183-196.
- Zepeda, B.E.M y A. Domínguez P. 1998. Niveles de incremento y rendimiento maderable de poblaciones naturales de *Pinus arizonica* Engl., de El Poleo, Chihuahua. *Madera y Bosques.* 4(1):27-39.

CAPÍTULO IX

ESTIMACION Y PREDICCIÓN DE PARAMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL EN RODALES MIXTOS E IRREGULARES DE DURANGO, MEXICO

Estimation and prediction of the Weibull distribution parameters of mixed and unevenaged stands of Durango Mexico

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carr. Nal. Linares, N. L. 67700 México. E-mail: scorralr@latinmail.com ³Profesor Investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

9.1. RESUMEN

En este trabajo se probaron diferentes técnicas de estimación de parámetros de la distribución Weibull para probar su sesgo, eficiencia y bondad de ajuste. Los parámetros estimados por la mejor tecnología fueron predichos y validados con atributos del rodal. Este procedimiento fue realizado para las pináceas y latifoliadas (hojasas) de los bosques mixtos e irregulares bajo manejo de la región de El Salto, Durango, México.

Palabras clave: Estructuras diamétricas, Distribución Weibull, Estimación y predicción de parámetros, Durango, México.

9.2. ABSTRACT

In this report several technologies of parameter estimation of the Weibull distribution were tested for efficiency, skewness and goodness of fit. Estimated

parameters by the best methodology were predicted and validated with stand attributes. This procedure was conducted individually for pine and oaks of mixed, unevenaged forests under management of El Salto Durango Mexico.

KEYS WORDS; Diameter structure, Weibull distribution, Parameter estimation and prediction, Durango Mexico.

9.3. INTRODUCCION

El manejo de las masas forestales requiere de estimaciones y proyecciones de sus atributos dasométricos. Los modelos basados en distribuciones diamétricas proporcionan una completa descripción de la estructura diamétrica del rodal, del número de árboles, de la altura media, del área basal y del volumen. Diferentes funciones de densidad probabilística se han usado para predecir las estructuras diamétricas, dentro de las cuales se destacan la Weibull, Gamma, Beta, Charlier, Normal, Lognormal y Johnson S_B (Bailey y Dell 1973, Torres-Rojo *et al.*, 1992; Nanang, 1998, Alvarez y Ruiz, 1998, Gove y Patil, 1998, Moness 1982, Zhou y McTague, 1996, Kudus *et al.*, 1999; Návar *et al.*, 1999). La distribución Weibull, ha sido aplicada extensivamente en la estimación del crecimiento y productividad forestal (Clutter *et al.*, 1983; Vanclay, 1994).

El ajuste y estimación o recuperación de parámetros de la distribución Weibull es el requisito principal para modelar las estructuras diamétricas y el crecimiento al nivel del rodal. Existen diferentes tecnologías matemáticas para ajustar parámetros donde se destacan los iterativos: máxima verosimilitud (Wingo, 1972; Bailey y Dell, 1973; Návar *et al.*, 1999) y momentos (Burk y Newberry, 1984; Shiver, 1988; Lindsay *et al.*, 1996); así como los algebraicos catalogados como percentiles (Zanakis, 1979; Da Silva, 1986). Los primeros dos iterativos son los más reconocidos en la literatura (Návar *et al.*, 1999) aunque el último es muy popular por su facilidad en la estimación de parámetros (Torres *et al.*, 1992). Algunos estudios han comparado varios procedimientos de estimación de parámetros de la distribución Weibull para modelar las estructuras diamétricas, sobresaliendo máxima verosimilitud de 2 y 3 parámetros, momentos y

percentiles (Zamoch y Dell, 1985; Shiver, 1988; Nanang, 1998; Torres *et al.*, 1992; Návar *et al.*, 1999), pero estas comparaciones no se han realizado extensivamente a los bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental. Návar *et al.* 1999 aplicaron estos procedimientos aunque utilizaron una fuente de información limitada.

Hyink y Moser (1983) introducen los términos 'modelos de recuperación (MR) y 'modelos de predicción' (MP). En los primeros, los parámetros de la distribución se obtienen algebraicamente, mientras que en los segundos, los parámetros se predicen estadísticamente en función de los atributos del rodal. Este enfoque presenta la ventaja de generar compatibilidad entre los parámetros de la distribución y las características del rodal. Para la recuperación de parámetros existen diferentes métodos dentro de los cuales destacan el uso de percentiles (Zanakis, 1979; Da Silva, 1986) y momentos (Burk y Newberry, 1884). Para esto se han utilizado atributos del rodal tales como el diámetro promedio, la densidad, la altura promedio, y área basal (Wenger, 1984; Vanclay, 1994).

Estas tecnologías de modelaje se han aplicado principalmente a bosques regulares, unespecíficos y plantaciones comerciales pero existe una escasez de trabajos que describan las características diamétricas al nivel de rodal en bosques mixtos irregulares nativos de la Sierra Madre Occidental de Durango.

Los objetivos de este trabajo fueron; 1) estimar parámetros, 2) probar su eficiencia y sesgo, 3) validar los 8 métodos de estimar parámetros, 4) predecir los parámetros de la distribución Weibull que mejor se ajustan a las estructuras diamétricas en los bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

9.4. MATERIALES Y METODOS

9.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en el ejido San Pablo del municipio de Pueblo Nuevo, Durango, México, el cual se localiza en la Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias gran meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur. El ejido se encuentra entre las coordenadas 23°58'03" a 24°46'58" de latitud norte y

105°27'53" a 105°42'02" de longitud oeste, a 130 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. La altitud sobre el nivel del mar fluctúa pero la más común se ubica entre los 2,200 y 2,900 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región se caracteriza por rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol, y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las comunidades que predominan el área de estudio son de pino y encino como resultado del manejo extensivo que se ha aplicado a estos bosques de segundo y tercer crecimiento. Las estructuras diamétricas centran la mayor cantidad de árboles en categorías diamétricas inferiores a los 30 cm formando en algunos casos distribuciones irregulares en forma de j-invertida, con menos individuos a medida que incrementa el diámetro. Las especies de mayor aprovechamiento pertenecen al género *Pinus*: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *omelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* comuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*), Madroño (*Arbutus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

9.4.2. Metodología

La información utilizada se colectó a través del establecimiento de 2,663 sitios temporales de muestreo, de forma circular de 0.10 y 0.05 ha. Los sitios fueron

establecidos aleatoriamente en 837 rodales, con un amplio rango de edades, índices de sitio, índices de densidad y mezcla de especies y géneros de cada sitio. Los árboles fueron medidos en su diámetro normal, altura total, cobertura y edad.

De acuerdo a un análisis preliminar de frecuencias por especie dentro del rodal se establecieron 2 grupos botánicos para ajustarles la distribución Weibull, siendo: a) grupo pino y b) grupo hojosas. El primero comprende todas las especies registradas del género *Pinus*, éste se conforma mayoritariamente por las especies *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. teocote*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii*, *P. herrerae*, *P. oocarpa*, *P. lumholtzii*, *P. ayacahuite*, *P. duglasiana* y *P. chihuahuana*. El segundo comprendido principalmente por los géneros *Quercus*, *Arbutus* y *Alnus*. El número de árboles de otros géneros (*Picea*, *Abies* y *Juniperus*) fue muy bajo por lo que no se consideraron dentro del trabajo. La muestra total se dividió en dos bases de datos, el 70 % de los rodales estudiados (587) se usaron para ajustar parámetros y ecuaciones de predicción de parámetros y el 30 % restante (250) para validar las ecuaciones que predicen los parámetros del mejor método de estimación (Cuadro 9.1).

Cuadro 9.1. Número de rodales por grupo de especies en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

GRUPO	70 %	30%
pino	331	142
hojosas	21	11 [®]
Mezcla (pino y hojosas)	235	97
Total (pino, hojosas)	(566, 256)	(239, 108)
Total	587	250

9.4.3. La función Weibull

La distribución probabilística Weibull, de tres parámetros esta definida por:

$$P_X(X) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{X - \varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X - \varepsilon}{\beta}\right)^\alpha} \quad [1]$$

y como función de densidad de probabilidad acumulada como (cdp):

$$P(x \leq X) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\varepsilon}{\beta}\right)^\alpha} \quad [2]$$

donde: $p_x(x)$ = probabilidad de la variable aleatoria x . α , β y ε son los parámetros de forma, escala y posición respectivamente.

Los parámetros α , β y ε fueron estimados por medio de:

1. Momentos no ponderados (MNP). Haan y Shapiro (1967) reportaron que el sesgo (γ) está relacionado con α por:

$$\gamma = \frac{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma(1+2/\alpha)\Gamma(1+1/\alpha) + 2\Gamma^3(1+1/\alpha)}{[\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)]^{3/2}} \quad [3]$$

y con esto definieron β y ε por medio de:

$$\beta = \left[\frac{\sigma^2}{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)} \right]^{1/2} \quad [4]$$

$$\varepsilon = \mu - \beta\Gamma(1+1/\alpha) \quad [5]$$

donde: μ y σ son la media y desviación estándar de los diámetros respectivamente. El parámetro α se ajusta iterativamente primero con el modelos [3] y posteriormente se resuelve para β y ε .

2. Momentos ponderados probabilísticos de tres parámetros (MPP), Grender *et al.* (1990) propuso este procedimiento por: [6], [7] y [8].

$$\alpha_{l=1, \varepsilon \neq 0} = \frac{\ln(2)}{\ln \left[\frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{2(5M_{1,1,0} - M_{1,0,0} - 6M_{1,2,0} + 2M_{1,3,0})} \right]} \quad [6]$$

$$\varepsilon_{l=1, \alpha \neq 0} = \frac{4[M_{1,0,0}(3M_{1,2,0} - M_{1,3,0} - M_{1,1,0}) - M_{1,1,0}^2]}{M_{1,0,0} - 8M_{1,1,0} + 12M_{1,2,0} - 4M_{1,3,0}} \quad [7]$$

$$\beta_{l=1, \varepsilon \neq 0} = \frac{(M_{1,0,0} - \varepsilon_{l=1, \varepsilon \neq 0})}{\Gamma \left[1 + \frac{1}{\alpha_{l=1, \varepsilon \neq 0}} \right]} \quad [8]$$

donde:

$$M_{i,j,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=j+1}^n x_i^j \frac{\binom{i-1}{j}}{\binom{n-1}{j}} \quad [9]$$

$$\binom{i-1}{j} = \frac{(i-1)!}{j!(i-1-j)!} \quad [10]$$

3. Método de cuadrados mínimos (MCM). La probabilidad acumulada del diámetro observado ordenado ascendentemente, X , $P_x(x)=r/(n+1)$; donde r = orden y n = número total de observaciones es ajustada al modelo [2] por cuadrados mínimos no lineales.

4. Máxima verosimilitud de dos parámetros (MXV). Haan (1986) y Devore (1987) reportan las soluciones para α y β y suponer que $\varepsilon=0$.

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i^\alpha} \quad [11]$$

$$\alpha = \frac{n}{\lambda \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln x_i - \sum_{i=1}^n \ln x_i} \quad [12]$$

$$\beta = \lambda^{-1/\alpha} \quad [13]$$

5. Método de Zanakis, (1979) (MRZ). Este procedimiento utiliza los percentiles X_1 , X_2 y X_n para estimar ε con [14].

$$\varepsilon = \frac{(x_1 X_n - X_2^2)}{(x_1 + x_n - 2x_2)} \quad [14]$$

Si $X_2 - X_1 < X_n - X_2$; de otra forma $\varepsilon = X_1$. α y β se estiman por las ecuaciones [15] y [16], como sigue:

$$\alpha = \frac{\ln \left[\frac{\ln(1 - X_k)}{\ln(1 - X_j)} \right]}{\ln \left[\frac{X_{\text{radk}} - \varepsilon}{X_{\text{radj}} - \varepsilon} \right]} \quad [15]$$

$$\beta = X_{0.95} - \varepsilon \quad [16]$$

Donde: X_i = es el i -ésimo percentil de los datos ordenados ascendentemente, $X_k=0.97366$, $X_j=0.1673$, n = tamaño de muestra y \ln =logaritmo natural.

6. Método de Da Silva, (1986) (MDS). Este procedimiento asume que $\alpha = 3$ y con esto se obtiene ε con [17].

$$\varepsilon = \frac{(n^{1/3})X_1 - X_{50}}{n^{1/3} - 1} \quad [17]$$

Si $\varepsilon < 0$, entonces $\varepsilon = 0$ y α y β se estiman con [18] y [19].

$$\alpha = \frac{2.343088}{\ln(X_{95} - \varepsilon) - \ln(X_{25} - \varepsilon)} \quad [18]$$

$$\beta = -\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \left[\left(\frac{\varepsilon}{\Gamma_2} \right)^2 (\Gamma_1^2 - \Gamma_2) + \frac{D_q^2}{\Gamma_2} \right]^{1/2} \quad [19]$$

Donde: $\Gamma_1 = (1+1/\alpha)$, $\Gamma_2 = (1+2/\alpha)$ y D_q = Diámetro cuadrático.

7. Método de momentos de Burk y Newberry, (1984) (MRM). Este procedimiento consiste en resolver α en [22] con una técnica iterativa, sustituyendo β de [22] con [21], posteriormente calcular β con [22] y finalmente ε se estima usando la ecuación [20].

$$\varepsilon = M_1 - \beta \Gamma_1 \quad [20]$$

$$\beta = \left[\frac{M_2 - M_1^2}{\Gamma_2 - \Gamma_1^2} \right]^{1/2} \quad [21]$$

$$M_3 = \beta^3 (\Gamma_3 - 3\Gamma_1\Gamma_2 + 2\Gamma_1^3) + 3M_1M_2 - 2(M_1)^3 \quad [22]$$

donde: $M_1, 2, 3$ son los tres primeros momentos no centrales de los diámetros, $\Gamma_3 = (1+3/\alpha)$ y suponer que $(\Gamma_2 - (\Gamma_1)^2) > 0$ para $\alpha > 0$.

8. Método modificado de Zanakis (MZM). La modificación establece que los percentiles pueden ser estimados como un promedio en un rango determinado en cada muestra independiente de datos. Con esto se estima β como el promedio de los percentiles X_{50} y X_{75} , ε se estima con el modelo [23] y finalmente α se estima con [24].

$$\varepsilon = \frac{(x_j X_k - X_h^2)}{(x_j + x_k - 2x_h)} \quad [23]$$

$$\alpha = \frac{\ln \left[\frac{\ln(1-P(X_k))}{\ln(1-P(X_j))} \right]}{\ln \left[\frac{X_{pdk} - \varepsilon}{X_{pdj} - \varepsilon} \right]} \quad [24]$$

Donde: $P(X_k)$ es la probabilidad promedio del k-ésimo percentil definido de $X_{90} \leq X_k$, $P(X_j)$ es la probabilidad promedio del j-ésimo percentil definido $X_j \leq X_{15}$ y X_h es el percentil promedio de $X_{20} \leq X_h \leq X_{30}$.

La prueba de bondad de ajuste se realizó con los estadísticos:

a) prueba de χ^2 , que esta definida por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{o_i - e_i}{e_i} \right]^2 \quad [25]$$

donde: o_i es la frecuencia observada y e_i es la frecuencia esperada de los árboles en la i-ésima clase diamétrica.

b) prueba de Kolmogorov-Smimov (K-S), definida por:

$$D = \text{Max} |P_x(X) - S_n(X)| \quad [26]$$

donde: $P_x(X)$ Es la distribución probabilística acumulativa observada; $S_n(X)$ Es la función probabilística acumulativa ajustada de X.

Los parámetros estimados con el mejor procedimiento se predijeron en función de las características dasométricas al nivel del rodal, tales como diámetro medio,

diámetro cuadrático, área basal, edad, altura dominante, índice de densidad, índice de sitio, etc. Las ecuaciones que presentaron el mejor ajuste se validaron con datos independientes en términos del error estándar estimado (EES), coeficiente de determinación (r^2) y el porcentaje de H_0 aceptadas con las pruebas de χ^2 y K-S. Finalmente se realizó un análisis de sensibilidad del efecto de los parámetros predichos en la bondad de ajuste, siguiendo la metodología propuesta por Nívar *et al.* (1996). El procedimiento usa el error estándar del modelo como variable de cambio y posteriormente se aplican las pruebas de bondad de ajuste para evaluar el cambio en H_0 que son aceptadas o rechazadas con los cambios en los parámetros de la distribución Weibull. El objetivo de tal análisis fue conocer los niveles de precisión con que deben ser predichos los parámetros de la distribución Weibull.

Los procedimientos de ajuste que requirieron procesos iterativos se trabajaron en programas de cómputo desarrollados por los autores principales del reporte. Con los parámetros, se estimaron las frecuencias y su bondad de ajuste probada por χ^2 y K-S. La primera se trabajó con las frecuencias absolutas para intervalos de clase de 5 cm estimadas con la ecuación [1] y la segunda con las probabilidades diamétricas acumuladas estimadas con la ecuación [2].

Con la base de datos de ajuste de parámetros (587 rodales) se seleccionaron aleatoriamente 10 muestras de un 10 % del total de rodales y se volvieron a estimar parámetros para conocer su sesgo, varianza común y eficiencia, suponiendo que los parámetros estimados del 100 % fueron de una población. Las muestras presentaron diferencias en el número de árboles para observar la convergencia de sus parámetros con los de la población. El cuadro 9.2 se presentan los estadísticos de los árboles seleccionados en cada muestra, así como, el total considerado como la población por grupo de especie.

Cuadro 9.2. Estadísticos de 10 muestras seleccionadas del 70 y 30 % de los datos para ajustar y predecir parámetros de la distribución Weibull en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

Número de Muestra	Grupo de especie	Número de árboles	Promedio geométrico (cm)	Desviación estándar (Cm)	Sesgo
1	pino	6918(2485)	23.4(23.1)	8.7(8.6)	1.5(1.4)
	hojasas	2152(903)	23.7(24.6)	13.1(11.9)	2.5(1.6)
2	pino	5801(2060)	23.5(23.9)	8.8(9.2)	1.3(1.1)
	hojasas	1783(870)	24.1(23.8)	12.4(11.6)	1.9(1.8)
3	pino	6805(2279)	23.3(22.9)	8.7(8.3)	1.5(1.5)
	hojasas	2316(854)	23.8(22.6)	13.1(11.0)	2.3(2.2)
4	pino	6220(1836)	23.2(23.3)	8.6(8.5)	1.5(1.3)
	hojasas	2153(893)	23.6(24.4)	11.9(10.3)	1.9(1.7)
5	pino	6319(2380)	23.4(22.8)	8.9(8.1)	1.5(1.4)
	hojasas	1967(696)	23.4(24.5)	13.2(12.7)	2.3(2.1)
6	pino	6428(2682)	23.6(23.1)	8.9(9.3)	1.4(1.6)
	hojasas	2228(1107)	24.2(23.5)	13.3(11.1)	2.1(1.9)
7	pino	5704(2417)	23.6(23.8)	9.0(8.7)	1.4(1.2)
	hojasas	2232(879)	24.3(23.5)	11.5(11.9)	1.6(2.1)
8	pino	6712(1860)	23.6(24.3)	8.7(9.0)	1.4(1.1)
	hojasas	2061(1299)	23.7(22.9)	13.9(10.1)	2.5(1.9)
9	pino	5738(2452)	23.3(22.9)	8.6(8.9)	1.4(1.3)
	hojasas	2197(1134)	23.9(23.7)	12.2(11.7)	1.9(1.9)
10	pino	6513(2086)	23.3(23.4)	8.6(8.7)	1.5(1.6)
	hojasas	2148(797)	23.7(22.7)	12.7(11.4)	2.2(2.3)
Total	pino	63158(23057)	23.4(23.4)	8.7(8.9)	1.4(1.4)
	hojasas	21237(8228)	23.7(23.4)	12.8(12.0)	2.1(2.0)

NOTA: Valores entre paréntesis corresponden al 30% de los datos.

9.5. RESULTADOS Y DISCUSION

9.5.1. Estimación de parámetros

Los procedimientos de estimación de parámetros resultaron en diferentes estimadores de α , β y ϵ para los grupos de especies de cada uno de los rodales estudiados (Cuadro 9.3). El estimador promedio de α para el grupo pino calculado por MXV y MDS fue mayor (2.0 y 1.8) y por MZM y MPP menor (1.0 y 1.1). El estimador promedio de β mas alto también se presentó en MXV (28.0) y el menor valor fue en MPP (10.8). Todos los procedimientos de ajuste presentaron buenos estimadores promedio de ϵ porque los diámetros mínimos para los rodales oscilaron entre los 10-15 cm. El parámetro α para el grupo pino fue menos variable cuando se estimó por MPP y MZM (0.2) y más variable cuando se calculó por MCM (1.0). El parámetro β fue menos variable cuando se estimó por MXV y MNP (3.0 y 3.4) y más variable cuando se estimó por MDS y MRM (5.6 y 5.5). El parámetro ϵ fue menos variable cuando se estimó por MZM y MPP (0.8, y 1.2) y más variable cuando se estimó por MCM (6.6). Para el grupo de hojosas, el estimador promedio de α fue mayor calculado por MXV (2.0) y menor calculado por MZM y MPP (0.8). El estimador promedio de β para éste grupo fue mayor cuando se estima por MXV (28.8) y menor en MPP (9.4). Todos los procedimientos mostraron estimadores promedio de ϵ muy cercanos a los diámetros mínimos para este grupo de especies. Para las Hojosas el parámetro α fue menos variable cuando se estimó por MPP y MZM (0.3) y más variable cuando se estimó por MCM (1.1). El parámetro β fue menos variable cuando se estimó por MNP y MXV (3.5) y más variable cuando se estimó por MDS (3.5). El parámetro ϵ fue menos variable cuando se estimó por MZM y MPP (1.0 y 1.1) y más variable cuando se estimó por MCM (6.2).

Cuadro 9.3. Estadísticos de los parámetros de la distribución Weibull ajustados por 8 procedimientos a 587 rodales irregulares y mezclados en Durango, México.

Método de Ajuste	Parámetros de la distribución Weibull											
	α				β				ϵ			
	Pino		Hojosas		Pino		Hojosas		Pino		Hojosas	
	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
MNP	1.6	0.5	1.4	0.4	26.3	3.4	27.0	3.5	12.1	2.7	11.1	2.8
MPP	1.1	0.2	0.8	0.3	10.8	3.7	9.4	4.1	14.4	1.2	14.5	1.1
MCM	1.7	1.0	1.5	1.1	26.0	3.5	25.3	3.7	11.7	6.6	11.8	6.2
MXV	2.0	0.4	2.0	0.6	28.0	3.0	28.8	3.5	13.5	3.0	13.8	2.5
MRZ	1.4	0.4	1.1	0.4	26.6	3.8	27.0	5.8	13.8	2.6	14.3	2.3
MDS	1.8	0.6	1.5	0.7	15.7	5.6	16.9	7.5	10.9	3.0	10.4	3.5
MRM	1.6	0.5	1.5	0.4	13.7	5.5	15.0	5.5	12.3	2.8	11.4	2.8
MZM	1.0	0.2	0.8	0.3	26.3	3.5	26.1	3.9	14.6	0.8	14.6	1.0

SD= Desviación estándar.

9.5.2. Pruebas de bondad de ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 y K-S mostraron diferencias en el número de rodales que aceptaron la hipótesis nula (H_0), por los ocho procedimientos de estimación de parámetros para los dos grupos de especies. MXV mostró el mejor ajuste para el grupo pino con la prueba de χ^2 con nivel de significancia de 0.05 con un 76.5 % de H_0 . Mientras que MZM y MDS presentaron los menores ajustes (34.9 y 44.6 %). MXV también mostró el mejor ajuste con la prueba de K-S con nivel de significancia de 0.05 para el grupo pino, aceptando H_0 en 95.1 %. El peor ajuste lo mostraron MDM y MPP con 33.0 y 58.1 % respectivamente (Figura 9.1).

Para el grupo de hojosas, MXV también tuvo el mejor ajuste con la prueba de χ^2 con nivel de significancia de 0.05 con un 60.1 de las H_0 aceptadas. MCM y MDS presentaron el peor ajuste porque sólo aceptaron el 25.5 y 29.4 % de las H_0 's respectivamente. La prueba de K-S, con un nivel de significancia de 0.05 mostró que

los métodos de MCM y MXV aceptaron H_0 con 92.9 y 90.4 %, respectivamente. MDS y MRZ tuvieron los peores ajustes con 38.8 y 43.8 % de H_0 's aceptadas, respectivamente (Figura 9.1).

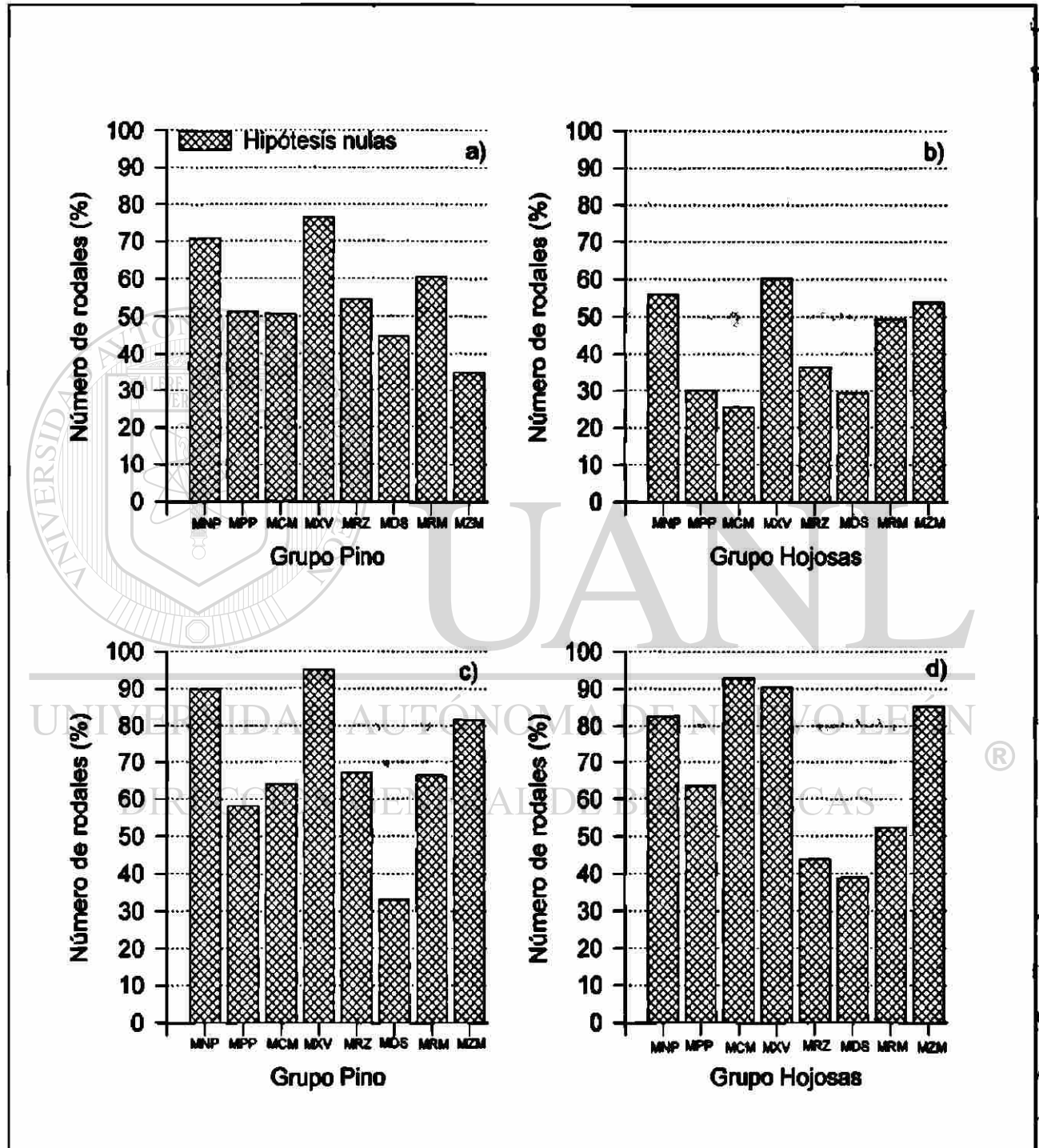


Figura 9.1. Resultados de las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 (a y b) y K-S (c y d) con diferentes tecnologías de estimación de parámetros de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de 566 rodales del grupo Pino y 256 rodales del grupo Hojasas en bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental en Durango, México.

Observaciones en las gráficas de frecuencias observadas y modeladas mostraron que las distribuciones diamétricas que presentaron discontinuidad, truncamiento o bimodalidad rechazaron H_0 para los procedimientos de estimación de parámetros. La prueba de χ^2 fue más rígida en aceptar o rechazar las hipótesis nulas por su sensibilidad en los extremos de las distribuciones diamétricas reflejando menores porcentajes de H_0 aceptadas, en contraste con la prueba de K-S la cual es más sensible al centro de las distribuciones diamétricas.

9.5.3. Sesgo y eficiencia de los estimadores

La evaluación de los estimadores de α , β y ϵ para los grupo estudiados presentó diferencias significativas por los diferentes procedimientos de estimación de parámetros. Para el grupo pino, el sesgo promedio para el parámetro α fue menor cuando se estimó por MRM, MNP y MXV (0.024, 0.027 y 0.035). El parámetro β presentó los menores sesgos cuando se estimó por MPP, MXV y MRM (-0.022, -0.053 y 0.065) respectivamente. Finalmente, los procedimientos que presentaron los menores sesgos para ϵ fueron MPP y MRM (Cuadro 9.4).

Para el grupo de las hojosas, los sesgos promedio de α y β fueron menores cuando se estimaron por MXV (-0.006 y 0.088), mientras que ϵ presentó el menor sesgo cuando se estimó por MZM (-0.009). Para este grupo los procedimientos que presentaron los mayores sesgos promedio para los tres parámetros fueron MCM y MDS (Cuadro 9.4).

Para el grupo pino, los métodos MXV, MNP y MPP presentaron la menor varianza en α , β y ϵ (0.001, 0.067 y 0.013), respectivamente. Los parámetros estimados por MCM presentaron la mayor variación. Para el grupo hojosas los parámetros α y β cuando fueron estimados por MXV y MNP presentaron las menores varianzas (0.007 y 0.328), respectivamente. Mientras que el procedimiento MPP resultó en un parámetro ϵ con la menor variación (0.071). Finalmente los tres parámetros fueron más variables cuando son estimados por MCM (Cuadro 9.4).

Cuadro 9.4. Eficiencia de los parámetros α , β y ϵ estimados por 8 métodos para pinos y hojosas en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

Método de Ajuste	Parámetros de la distribución Weibull								
	α			β			ϵ		
	SP	Media	S ²	SP	Media	S ²	SP	Media	S ²
Grupo Pino									
MNP	0.027	1.24	0.009	0.085	25.52	0.067	-0.023	13.89	0.048
MPP	-0.085	1.23	0.004	-0.022	11.48	0.086	0.015	14.01	0.013
MCM	0.234	1.76	0.696	-1.641	25.77	14.97	-4.216	11.17	40.220
MXV	0.035	2.86	0.001	-0.053	28.23	0.084	**	12.50	**
MRZ	0.227	1.91	0.010	0.300	25.80	0.233	-0.160	10.59	0.127
MDS	0.050	2.34	0.009	0.358	22.90	0.378	-0.400	4.16	0.476
MRM	0.024	1.27	0.008	0.065	11.62	0.237	-0.017	13.93	0.059
MZM	-0.059	0.98	0.018	-0.085	25.80	0.098	0.025	14.53	0.016
Grupo Hojosas									
MNP	0.013	0.97	0.008	0.168	25.84	0.328	0.075	13.82	0.221
MPP	0.027	0.92	0.007	0.401	11.37	0.665	-0.128	14.24	0.071
MCM	1.525	2.39	5.966	-1.479	26.64	18.71	-9.453	5.25	27.969
MXV	-0.006	2.17	0.007	0.088	29.50	3.497	**	13.00	**
MRZ	0.217	1.55	0.030	0.250	26.25	0.736	-0.173	9.77	0.650
MDS	0.091	1.86	0.007	1.060	25.39	0.909	-0.770	3.57	0.610
MRM	0.016	0.97	0.008	0.107	12.01	0.975	0.037	13.81	0.241
MZM	0.041	0.75	0.010	0.432	26.38	0.475	-0.009	14.56	0.285

SP= Sesgo promedio; S²= varianza; **indica que MXV usa dos parámetros.

Investigaciones realizadas por Torres *et al.* (1992) y por Navar *et al.* (1999) en bosques naturales discuten que los procedimientos de máxima verosimilitud, comparados con otros procedimientos, presentaron mejores estimadores. Estos investigadores señalaron que cuando se trabaja con momentos existen problemas de estimación a través de los métodos numéricos utilizados en la convergencia de la solución y concluyeron que máxima verosimilitud considera el total de la muestra.

Shifley y Lentz (1985) consideran que los estimadores por máxima verosimilitud tienen mayor precisión y varianza mínima en contraste con los métodos de momentos. Sin embargo, Nanang (1998) encontró que los estimadores obtenidos por máxima verosimilitud y momentos no presentaron diferencias estadísticamente significativas.

La bondad de ajuste y las pruebas de eficiencia y suficiencia de los estimadores indicaron que el método de máxima verosimilitud (MXV) es más recomendable para estimar los parámetros de la función Weibull a las estructuras diamétricas de los bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental en Durango. El procedimiento de dos parámetros no incluye el parámetro de localización ε y es adecuado para rodales bajo manejo, los cuales presentan un reclutamiento constante y no permiten desplazamientos notorios en la estructura diamétrica.

9.5.4. Predicción de parámetros

Los modelos de mejor predicción de parámetros α y β , obtenidos por MXV, usando los atributos del rodal como variables predictoras, fueron los siguientes.

a). grupo pino

$$\beta = 2.862 + 2.172 * D_m - 0.008 * N_{ah} - 1.184 * D_q + 0.131 * A_{bh} + 0.005 * C_c + 0.033 * H_{me} \quad \text{®}$$

$$r^2 = 0.933 \quad EES = 0.892 \quad n = 566.$$

$$\alpha = \text{EXP}(-0.094 + 13.186 * \text{Ln}(D_m) - 12.305 * \text{Ln}(D_q) - 0.488 * \text{Ln}(N_{ah}) + 0.411 * \text{Ln}(A_{bh}))$$

$$r^2 = 0.521 \quad EES = 0.200 \quad n = 566.$$

b). grupo hojosas

$$\beta = 12.765 + 1.773 * D_m - 0.035 * N_{ah} - 1.128 * D_q + 0.564 * A_{bh}$$

$$r^2 = 0.840 \quad EES = 1.392 \quad n = 256.$$

$$\alpha = \text{EXP}(-1.195 + 0.991 * \text{Ln}(\beta) + 4.184 * \text{Ln}(D_m) - 4.476 * \text{Ln}(D_q) - 0.068 * \text{Ln}(I_{dr}))$$

$r^2=0.509$ EES=0.210 n=256.

donde: Dm= Diámetro medio (cm), Dq= Diámetro cuadrático (cm), Nah= Número de árboles (ha^{-1}), Abh= Area basal (ha^{-1}), Cc= Cobertura de copas (%), Hme= Altura media del rodal (m), Idr= Índice de densidad del rodal (árboles ha^{-1}) y Ln= Logaritmo natural.

Los parámetros α y β mostraron buenos ajustes a las estructuras diamétricas de los rodales de validación a través de las pruebas de χ^2 y K-S para los grupos de especies estudiados. Para el grupo pino, el procedimiento MXV aceptó la Ho en 62.4 y 90 % de 239 rodales con las pruebas de χ^2 y K-S respectivamente, mientras que los modelos de predicción de parámetros presentaron porcentajes de 51.3 y 74.7 % para las pruebas de bondad de ajuste descritas, respectivamente. Para el grupo hojosas, el procedimiento MXV aceptó la Ho en 67.1 y 82.3 % de 108 rodales con las pruebas de χ^2 y K-S, respectivamente. Los parámetros obtenidos con las ecuaciones de predicción para este último grupo se desviaron notablemente de los obtenidos con MXV reflejando un bajo porcentaje Ho aceptados con la prueba χ^2 (43.7 %), mientras que en K-S mejoró el porcentaje de Ho aceptadas (66.7 %).

Para el grupo pino, la bondad de ajuste fue más sensible a α porque con un EES adicional se redujo la aceptación de Ho hasta un 32.5 % con la prueba de χ^2 y hasta un 71.9 % con la prueba de K-S. Para el grupo hojosas, la prueba de bondad de ajuste fue menos sensible a α porque las hipótesis nulas se redujeron hasta 36.7 % con χ^2 y hasta 65.2 % con las pruebas de K-S (Cuadro 9.5). En el grupo pino y hojosas la bondad de ajuste fue menos sensible a cambios en β porque sus cambios no alteraron el porcentaje de Ho's por cualquiera de las pruebas de ajuste señaladas.

Finalmente los más bajos porcentajes Ho's se presentaron cuando los dos parámetros se desvían en \pm el EES de los modelos de predicción. El análisis refleja que α contribuye significativamente en este comportamiento en χ^2 , el cual es menos notorio en K-S. Navar *et al.* (1996) también demostraron que un simulador simple de crecimiento fue más sensible a α , recomendando mejorar su predicción en la predicción o recuperación de parámetros de la distribución Weibull.

Cuadro 9.5. Análisis de sensibilidad para las ecuaciones que predicen los parámetros α y β de la distribución Weibull de los grupos pino y hojasas en Durango, México.

Parámetro de cambio	% de Ho con χ^2		% de Ho con K-S	
	Pino ^a	Hojosas ^b	Pino	Hojosas
Sin cambios	51.3	43.7	74.7	66.7
$\alpha \pm$ EES	32.5	36.7	71.9	65.2
$\beta \pm$ EES	49.8	41.7	73.2	65.6
$\alpha \pm$ EES y $\beta \pm$ EES	36.2	29.1	60.2	59.2

^an=239 rodales, ^bn=108 rodales.

9.6. CONCLUSIONES

El procedimiento MXV proporcionó estimadores de la distribución Weibull eficientes, insesgados y suficientes y se recomienda su uso para modelar las estructuras diamétricas de pinos y hojasas de la región de El Salto, Durango, México. Las ecuaciones de predicción de parámetros fueron validadas y pueden ser usadas para proyectar las estructuras diamétricas en escalas cortas de tiempo. Las ecuaciones son sensibles al parámetro α y por consiguiente se recomienda una mejor predicción.

9.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. José de la Luz Santillan Soto y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 del Ejido San Pablo del municipio de Pueblo Nuevo, Durango por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyo este trabajo por medio del programa de maestría con la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y del proyecto de investigación 28536-B.

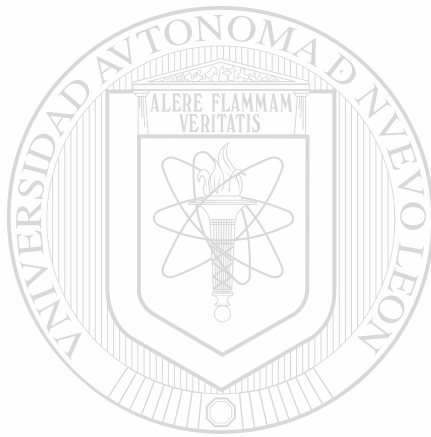
9.8. LITERATURA CITADA

- Alvarez G.J.G., y A.D. Ruiz G. 1998. Análisis y modelación de las distribuciones diamétricas de *Pinus pinaster* Ait. En Galicia. Investigación Agraria. Sis. y Rec. For. 7(1y2):123-137.
- Bailey, R.L. and T.R., Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull fuction. Forest Science. 19(2):97-104.
- Burk T.E., and J.D. Newberry. 1984. A simple algorithm for moment based recovery of Weibull distribution parameters. Forest Science. 30(2):329-332.
- Clutter, J.L., J.C. Fortson, L.V. Pienaar, G.H. Brister, and R.L. Bailey. 1983: Timber Management: A Quantitative Approach. John Wiley and Sons. New York. pp: 3-29.
- Da Silva, J.A.A., 1986. Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations. Ph. D. Dss. Univ. Of Ga, Athens Ga. 139 p.
- Devore, J.L. 1987. Probability and Statistics for Engineers and the Sciences. Brooks/Cole Publishing Company. California. 312 p.
- Gove J.H., and G.P. Patil. 1998. Modeling the basal area-size distribution of forest stands: A compatible approach. Forest Science. 44(2):285-297.
- Greender, J.M., T.R. Dell, and R.M. Reich. 1990. Theory and derivation for probability weighted moment estimates for Weibull parameter estimates. Institute for Quantitative Studies. Research Paper Southern Forest Experiment Station. USDA Forest Service SO-260. 19 p.
- Haan, C.T. 1986. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State Press. 378 p.
- Hahn, G.J. and S.S. Shapiro. 1967. Statistical Models in Engineering. John Wiley and Sons, New York. 418 p.
- Hyink, D.M., and J.W. Moser, Jr. 1983. A generalized framenwork for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. Forest Science. 29:85-95.
- Kudus K.A., M.I. Ahmad, and J. Lapongan. 1999. Nolinear regresion approach to estimating Johnson S_b parameters for diameter data. Canadian Journal of Forest Research 29: 310-314.
- Lindsay S.R., G.R. Wood, and R.C. Woollons. 1996. Stand table modellein through the Weibull distribution and usage of skewness information. Forest Ecology and

Management 81:19-23.

- Monness E.N. 1982. Diameter distributions and height curves in evenaged stands of *Pinus Silvestris* L. (Diameterfordelinger og hoydekurver for ensaldrede bestand av *Pinus Silvestris* L.) Medd. Nor. Inst. skogforsk. 36(15):1-43.
- Nanang D.M. 1998. Suitability of the Normal, Log-normal and Weibull distributions for fitting diameter distributions of neem plantations in Northern Ghana. Forest Ecology and Management 103:1-7.
- Návar, J., J. Contreras, y S. Corral 1999. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino de Durango, México. Agrociencia: Rec. Nat. Ren (en revisión editorial).
- Návar, J., J. Jiménez., P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For. 5(2):214-229.
- Shifley, S., Lentz, E. 1985. Quick estimation of the three parameters Weibull to describe tree size distribution. For. Ecol. Manage. 13:195-203.
- Shiver, B.D. 1988. Sample size and estimation methods for the weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. Forest Science 34(3): 809-814.
- Torres-Rojo, J.M., M. Acosta-Mireles y O.S. Magana-Torres. 1992. Métodos para estimar los parámetros de la función weibull y su potencial para ser predichos a través de atributos del rodal. Agrociencia: Rec. Nat. Ren 2(2): 60-76.
- Vanclay, K.V. 1994. Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wenger, K.F. 1984. Forestry Handbook. Second Edition. Society of American Foresters. John Wiley & Sons. New York. 1335 p.
- Wingo, D.R., 1972. Maximum likelihood estimation of the parameters of the Weibull distribution by modified quasilinearization. IEEE Trans. Realibity, R-21, 2, pp. 89-93.
- Zanakis, S.H. 1979. A simulation study of some simple stimators for the three parameter Weibull distribution. J. Stat. Comput. Simul. 9:101-116.

- Zarnoch, S.J. and T.R. Dell. 1985. An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of weibull parameters. *Forest Science* 31(1): 260-268.
- Zhou B., And J.P. Mctague. 1996. Comparison and evaluation of five methods of stimulation of the Johnson systems parameters. *Canadian Journal of Forest Research* 26: 928-935.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO X

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se analizaron las características dendrométricas y epidométricas del *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*, además; se caracterizaron las estructuras diamétricas con la distribución Weibull, ajustada con parámetros estimados por diferentes técnicas para las coníferas y latifoliadas de los bosques mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

Las funciones de volumen de Schumacher y Hall (1933) y Spurr (1952) transformada predicen adecuadamente el volumen fustal sin corteza de las especies estudiadas. Los modelos de ahusamiento Amidon (1984) y Biging (1984) cuando se integran analíticamente para estimar volumen, proporcionan resultados similares a las técnicas convencionales de cubicación (Samalian y Newton). El último modelo presentó ventajas significativas en los datos de ajuste y validación para describir el perfil del fuste de las cinco especies estudiadas. El modelo de Schumacher en forma anamórfica predice adecuadamente la altura en función de la edad para definir los índices de sitio y de esta manera caracterizar la productividad que alcanzan las especies estudiadas en la región de El Salto, Durango. Las ecuaciones de crecimiento Weibull y Chapman-Richards definen objetivamente el crecimiento en diámetro, altura y volumen cuando son ajustadas individualmente o en grupo de árboles para las cinco especies estudiadas. Las ecuaciones demostraron que *Pinus durangensis* alcanza los mayores incrementos en volumen respecto a las otras especies. Cuando se estiman los parámetros de la distribución Weibull con el procedimiento de máxima verosimilitud, las existe un mejor ajuste entre las estructuras observadas y modeladas por la función probabilística. La predicción de parámetros de la distribución define la estructura básica de un simulador de crecimiento pero se requiere estimar el parámetro alfa con un mayor nivel de precisión.



Dentro de las recomendaciones que se consideran importantes destacan:

Se recomienda probar otras tecnologías de ahusamiento, como los modelos segmentados, de coordenadas polares o de componentes principales, para describir el perfil del fuste y obtener volumen total y comercial de las especies estudiadas.

Se considera que el conjunto de ecuaciones obtenidas, de acuerdo a las bases de datos disponibles, son adecuadas para describir las principales características dendro-epidémicas de las principales especies comerciales de la región de El Salto, Durango, pero se recomienda utilizar parcelas permanentes de monitoreo para validar estas herramientas matemáticas para bosques mixtos e irregulares.

De acuerdo a los resultados obtenidos estos modelos tienen el potencial para ser utilizados en un modelo de crecimiento, pero se hace énfasis en la consideración de que las ecuaciones de crecimiento seleccionadas no están calibrados por la competencia, calidad de sitio y otras variables que influyen en el crecimiento de los árboles dentro del rodal.

Sería conveniente seguir colectando datos para enriquecer la información actual, de manera que pueda integrarse a un simulador del crecimiento y rendimiento al nivel de rodales completos, grupos de árboles o árboles individuales.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO XI

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, B.C. 1987. Growth and yield models for *Pinus cooperi* in Durango, México. Ph. D. Dissertation. Colorado State University. Forth Collins, Colorado.
- Aguirre, C.O. 1991. Elaboración de tablas de producción en base a sitios temporales de muestreo. Un ejemplo con *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México. Reporte científico No. 24. FCF-UANL. Linares, México.
- Aguirre, C.O.A. 1989. Aufstellung von ertragstafeln auf der basis einmaliger waldaufnahmen am beispiel von *Pinus pseudostrobus* Lindl. im nordosten mexikos. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades des Forestwissenschaftlichen Fachbereichs der Georg-August-Universität Göttingen.
- Amaro A., D. Reed., M. Tomé y I. Themido. 1998. Modeling dominant height growth: *Eucalyptus* plantations in Portugal. *For. Sci.* 44(1):3746.
- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.* 30:166-171.
- Angelo H., L.H. Rodrigues C., R. T Hosokawa y F.F. Kirchner, 1996. Análise de componentes principais e funcao spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicalis*. *Floresta.* 25(1-2):55-67.
- Arney, J.D. 1985. A modeling strategy for the growth projection of managed stands. *Can. J. For. Res.* 15:1455-1465.
- Bacon, J.R. 1996. Oaks of the Chihuahua desert region. *Chihuahuan Desert Discovery.* 1996:6-8
- Bahamóndez, V. C. 1995. Modelos de crecimiento individual para renovales de Roble (*Nothofagus oblicua* (mirb) (oerst)) y Rulí (*Nothofagus alpina* (poeppet Endl)). *Ciencia e Investigación Forestal.* 9(1):57-72.

- Bailey, R.L. 1994. A compatible volume-taper model based on the Schumacher and Hall generalized constant for factor volume equation. *For. Sci.* 40:303-313.
- Bailey, R.L. and T.R., Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *For. Sci.* 19(2):97-104.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper function for Alberta trees. *For. Sci.* 30:1103-1117.
- Borders, B.E. y W.D. Patterson. 1990. Projecting stand tables: A comparison of the Weibull diameter distribution method, a percentile based projection method, and a basal area growth projection method. *For. Sci.* 36(2):413-424.
- Burk T.E., y J.D. Newberry. 1984. A simple algorithm for moment based recovery of Weibull distribution parameters. *For. Sci.* 30(2):329-332.
- Byrne, J.C., y D.D. Reed. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. *For. Sci.* 32:423-443.
- Cano, C.J y D. Nevárez Ch. 1980. Simulación a través del tiempo de algunos parámetros de crecimiento de *Pinus Douglasiana*. U.I.E.F. Atenquique, Jalisco, México. Inédito. 128 p.
- Cao, Q. V. y H. E. Burkhart. 1984. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. *For. Sci.* 30(1):129-137.
- Cao, Q.V., H.E. Burkhart y T.A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume predictions of Loblolly pine to any merchantability limit. *For. Sci.* 26:71-80.
- Clutter J.L., J.C. Fortson., J.C. Piennar., L.V. Brister., R.L. Bailey. 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.
- Clutter, J.L. 1963. Compatible growth and yield models for loblolly pine. *For. Sci.* 9:354-371.
- Cohen, A.C.Jr. 1965. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and censored samples. *Technometrics.* 7(4):579-588.
- Contreras, A.J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas, Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Contreras, J. y J. Návar. 1999. Ecuaciones para estimar volúmenes: Rollo total árbol, fuste con y sin corteza, fuste y tocon, fuste y ramas para *Pinus durangensis* y *Pinus*

- teocote del ejido Vencedores, Durango, México. C. Investigación Agraria. Sis. y Rec. For. (En prensa).
- Corral, R.S y J.L. Radilla C. 1996. Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de pino (*Pinus cooperi* Var. *Omelasi* Már., y *Pinus durangensis*, Mart.) en el ejido San Pablo, P.N., Durango. Tesis profesional. Instituto Tecnológico Forestal No. 1. El Salto., P.N. Durango.
- Da Silva, J.A.A. 1986. Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations. Ph. D. Dss. Univ. Of Ga, Athens Ga. 139 p.
- Davis, L.S. y K.N. Jonhson. 1987. Forest management. Mc Graw-Hill Book. USA. 790 p.
- Demaerschalk, J.P y A. Kozak. 1977. The Whole-bole system: A conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. Can. J. For. Res. 7:488-497.
- Demaerschalk, J.P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci. 18:241-245.
- DETENAL. 1979. Carta geológica. El Salto, Durango. Escala 1:50,000. F13- A18.
- Dubey, S.D. 1967. Some percentiles estimators for Weibull parameters. Technometrics. 9(1):119-129.
- Edwards, P.N. y J.M. Christie. 1981. Yield models for forest management. For. Comm. Booklet 48. 32 p.
- Ek, A.R. y R.A. Monserud. 1975. Methodology for modeling forest stand dynamics. Univ. Of Wisconsin at Madison. School of Natural Resources. Dep. For. Staff. Pap. Series No. 2. 30 p.
- Elfving, B. y A. Kiviste. 1997. Construction of site index equations for *Pinus Sylvestris* L. using permanent plot data in Sweeden. For. Ecol. Manage. 98:125-134.
- Fang, Z., y R.L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. For. Sci. 45(1):85-100.
- Gadow, K.V. 1984. Die Erfassung von durchmesserverteilungen in gleichaltrigen kiefernbestanden. Forstw. Cbl. 103:360-374.
- García, 1987. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koppen. 4ª edición. Instituto de geografía. Universidad Nacional Autónoma de México. México. 246 p.

- García, A.A y M.S. González E. 1998. Pinaceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango- Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- García, O. 1994. The State-space approach in growth modeling. Can. J. For. Res. 24:1894-1903.
- Garzon R, G.J.C. 1976. Tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* Lindl. de la estación experimental forestal Zoquiapan. Tesis. Dpto. De enrañanza e investigación y servicios en bosques. E.N.A., Chapingo, México. 63 p.
- González, M y S. González. 1992. Los encinos de Durango, México. Memorias del III seminario nacional sobre la utilización de encinos. Facultad de Ciencias Forestales. Linares, Nuevo León.
- Gra, H., K. Lockow., A. Vidal., J. Rrodriguez., Eheverria y Figueroa C. 1988. Estudios dasométricos en *pinos caribea*. I Tabls de volumen. Revista Forestal Baracoa. 18(1):25-36.
- Gra, H., K. Lockow., A. Vidal., J. Rrodriguez., Eheverria y Figueroa C. 1989. Estudios dasométricos en *pinos caribea*. II Coeficientes Mórficos. Revista Forestal Baracoa. 19(2):85-91.
- Gray, H.R. 1956. The form and taper of forest tree stems. Imperial Forest Institute. Oxford. 32 p.
- Greider, J.M., T.R. Dell, y R.M. Reich. 1990. Theory and derivation for probability weighted moment estimates for Weibull parameter estimates. Institute for Quantitative Studies. Research Paper Southern Forest Experiment Station. USDA Forest Service SO-260. 19 p.
- Grote, R., y M. Erhard. 1999. Simulation of tree and stand development under different environmental conditions with a physiologically based model. For. Ecol. Manage. 120:59-78.
- Haan, C.T. 1986. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State Press. 378 p.
- Hahn, T. y W.H. Carmean. 1982. Lake states site index curves formulated. USDA. For. Serv. Gen. Tech. Rep. NC.-88. 5-p.

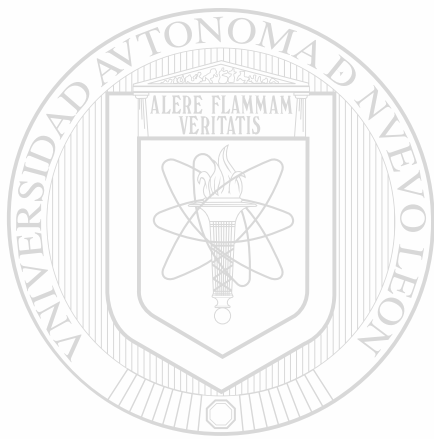
- Harter, H.L y A.H. Moore. 1965. Maximum likelihood estimation of the parameters of the gamma and Weibull populations from complete and from censored samples., *Technometrics*. 7:639-643.
- Hokka, H. y A. Groot. 1999. An individual-tree basal area growth model for black spruce in second growth peatland stand. *Can J. For. Res.* 29:621-629.
- Huang, S y S.J. Titus. 1995. An individual tree diameter increment model for white spruce in Alberta. *Can. J. For. Res.* 25:1455-1465.
- Hyink, D.M. y J.W. Moser. 1979. Applications of diameter distributions for yield projections in uneven-aged forest. In W.E. Freyer (ed.) *Forest resource inventories. Proc. SAF/IUFRO Workshop, Colorado State Univ., Fort Collins, 23-26 July 1979. Dep. For., and Wood Sciences, Colorado State Univ., pp. 906-916.*
- Hyink, D.M., y J.W. Moser, Jr. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. *For. Sci.* 29:85-95.
- INEGI. 1984. Carta topográfica. Escala 1:50,000. El Salto, Durango. F13- A18 SPP. México, D.F.
- INEGI. 1988. Carta topográfica. Escala 1:50,000. La Ciudad. F13- A27 SPP. México, D.F.
- Ker M.F y C. Bowling. 1991. Polymorphic site index equations for four New Brunswick softwood species. *Can. J. For. Res.* 21:728-732.
- Koeppen, W. 1948. *Climatología*. Fondo de Cultura Económica. México, D.F. 478 pp.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- Kozak, A., D.D. Munro y J.H.G. Smith. 1969. Taper functions and their applications in forest inventory. *For. Chron.* 45:278-283.
- Landsberg, J.J. 1986. *Physiological Ecology of Forest Production*. Academic Press, London.
- Lappi, J. 1986. Mixer linear models for analyzing and prediction stem form variation of Scots pine. *Commun. Inst. Chron.* 134 p.
- Larson, P. R. 1963. Stem form development of forest trees. *For. Sci Monograf.* 5.
- MacKinney, A.L. y L.E. Chaiken. 1939. Volume, yield and growth of loblolly pine in the mid-Atlantic region. *U.S. For. Ser., Appalachian For. Exp. Sta. Tech. Note* 33. 30 p.

- Makela, A. 1992. Process-oriented growth and yield models: Recent advances and futures prospects. In T. Preuhler (de.) Research on Growth and Yield with emphasis on Mixes Stands. Proc. S4.01 "Mensuration, Growth and Yield" sessions at IUFRO Centennial Meeting, Berlin, 31 Aug. 4. Sep. 1992. Bayerische Forstliche Versuchs- und Forshchungsanstalt, Freising, Germany, pp. 85-96.
- Maldonado R.F., 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacana* Mirov. de la región "Los Coatlán" Oax. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética, Programa Forestal. Chapingo, México. 56 p.
- Manzanilla, B.H. 1974. Investigaciones epidométricas y silvícolas en Bosques Mexicanos de *Abies religiosa*. S.A.G. DGIRP. México. 165 p.
- Max, T.A. y H.E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22:283-289.
- McTague, J.P., y R.L. Bailey. 1987. Simultaneous total and merchantable volume equations and compatible taper functions for loblolly pine. *Can. J. For. Res.* 17:87-92.
- Mendoza, G.A. y E.C. Gumpal. 1987. Growth projection of a selectively cut-over forest based on residual inventory. *For. Ecol. Manage.* 20:253-263.
- Munro, D.D. 1974. Forest growth-models - a prognosis. In: Fries, J. Growth models for tree and stand simulation. Royal College of Forestry, Res. Note 30. Stockholm Sweden. pp. 7-21.
- Murphy, P.A y M.G. Shelton. 1996. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands. *Can. J. For. Res.* 26:327-331.
- Musalem, L.F.J. 1973. Tablas de producción en México. *Bosques y Fauna.* 2:37-42.
- Musalem, L.F.J. 1977. Tablas de producción preliminares en Atenquique. In. Memoria del curso de silvicultura en montes de coníferas. SARH, SFF. Dirección general para el desarrollo forestal. México, D.F. P 409-432.
- Návar J., J. Contreras, y S. Corral 1999. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino de Durango, México. *Agrociencia: Rec. Nat. Ren* (En prensa).
- Návar J., S. Corral y J. Contreras 1998. Perspectivas preliminares para el modelaje del crecimiento de bosques irregulares bajo manejo de pino de Durango, México. Primer Congreso Latinoamericano IUFRO. Valdivia, Chile.

- Návar, J., J. Jiménez, P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For. 5(2):214-229.
- Newberry, J.D y H.E. Burkhart. 1986. Variable-form stem profile models for loblolly pine. Can. J. For. Res. 16:109-114.
- Newnham, R.M. 1988. A variable form taper function. For. Can. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22: 210-223.
- Ormerod, D. W. 1973. A simple bole model. For. Chron. 49:136-138.
- Ormerod, D. W. 1986. The diameter-point method for tree taper description. Can. J. For. Res. 16:484-490.
- Payandeh, B. 1977. Metric site index formulae for major Canadian timber species. Bi-monthly Res. Notes. 33(5):37-39.
- Peréz, N., O. Ferreira y Ch. Stiff. 1995. Ecuaciones de volumen para *Pinus oocarpa* Schiede en la región central de Honduras. Resúmenes de publicaciones científicas ESNACIFOR. Vol 1:26-27.
- Reed, D.D., y E.J.Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. For. Sci. 30:977-990.
- Reynolds, M.R.Jr., T.E. Burk y W.Ch. Huang. 1988. Goodness of fit test and model selection procedures for diameters distribution models. For. Sci. 34(2):373-399.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. Can. J. For. Res. 21:143-151.
- Rzendowki, J. 1978. Vegetación de México. Ed. Limusa, México, D.F. 432 pp.
- Saquetta, C.R. 1996. Fundamentos biométricos dos modelos de simulacao florestal. FUPF- Série didáctica No. 8. Curitiba (PR), Brazil.
- Schumacher, F.X., y F.S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. J. Agric. Res. 47:719-734.
- Seely, B., J.P. Kimmins., C. Welham y K. Scoullar. 1999. Defining stand - level sustainability exploring stand- level stewardship. J. of forestry. 97(6):4-10.

- Shifley, S., Lentz, E., 1985. Quick estimation of the three parameters Weibull to describe tree size distribution. *For. Ecol. Manage.* 13:195-203.
- Spurr, S.H. 1952. *Forest inventory*. John Wiley and Sons, New. York. 472 p.
- Stansfield W.F y J.P. McTague. 1991. Dominant-Height and site-index equations for ponderosa pine in east-central Arizona. *Can. J. For. Res.* 21:606-612.
- Torres R, J.M. 1984. Tablas re rendimiento de densidad variable para *Pinus hartwegii* Lindl., en la estación experimental Zoquiapan. Tesis profesional UACH., Chapingo, Mex., 264 p.
- Torres R, J.M. y D. Brodie j. 1990. Demostración de beneficios from an optimización approach to the economic analysis of natural pine stands in central México. *For. Ecol. Manage.* 36:267-278.
- Valles, G. A.G., J.M. Torres R., A. Velázquez M y C. Rodríguez F. 1998. Relación de nueve índices de competencia con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperi* Blanco. *Agrociencia.* 32(3):255-260.
- Vanclay, J.K. 1988. A stand growth model for cypress pine: Modeling trees, stands and forest. *Proc. Workshop*, Aug. 1985, University of Melbourne. School of Forestry. Bulletin No. 5. 310-332 pp.
- Vanclay, J.K.. 1995. Growth models for tropical forest: A synthesis of models and methods. *For. Sci.* 41(1):7-42.
- Vanclay, K.V. 1994. *Modeling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests*. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wensel, LC y E.C. Tumblom. 1998. Adjustment of estimated tree growth rates in northern California conifers for changes in precipitation levels. *Can. J. For. Res.* 8(8):1241-1248.
- Wykoff, W. R. 1990. A basal area increment model for individual conifer in the northern Rocky Mountains. *For. Sci.* 36(4):1077-1104.
- Zanakis, S.H. 1979. A simulation study of some simple estimators for the three parameter Weibull distribution. *J. Stat. Comput. Simul.* 9:101-116.
- Zepeda, B.E.M y A. Domínguez P. 1998. Niveles de incremento y rendimiento maderable de poblaciones naturales de *Pinus arizonica* Engl., de El Poleo, Chihuahua. *Madera y Bosques.* 4(1):27-39.

Zepeda, B.E.M., B. Veruete y P.S. Ezparza. 1994. Ecuaciones para estimar volumen fuste total, rollo total árbol, ramaje y coeficientes mórnicos de tres especies de pino del noroeste de Chihuahua. Serie de apoyo académico No. 49. DiCiFo. UACH.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

