

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



LOCALIZACIÓN DE FALLAS EN SISTEMAS MUESTREADOS

POR

ING. ALMA CRISTINA TOVAR LUNA

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN
CONTROL AUTOMÁTICO

CD. UNIVERSITARIA

JULIO DEL 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



LOCALIZACIÓN DE FALLAS EN SISTEMAS MUESTREADOS

POR

ING. ALMA CRISTINA TOVAR LUNA

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN
CONTROL AUTOMÁTICO

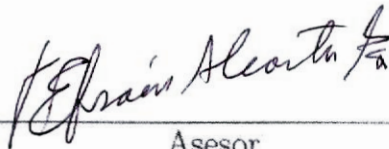
CD. UNIVERSITARIA

JULIO DEL 2011

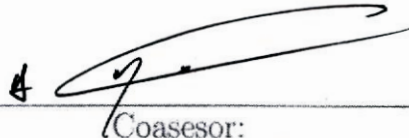
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Localización de Fallas en Sistemas Muestreados" realizada por el alumno **Ing. Alma Cristina Tovar Luna**, matrícula 1236292 sea aceptada por su defensa como opción al grado de **Maestro en Ciencias** de la Ingeniería Eléctrica con Orientación en Control Automático.

El Comité de Tesis



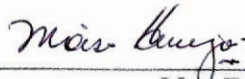
Asesor
Dr. Efraín Alcorta García



Coasesor:
Dr. Alberto Cavazos González



Coasesor:
Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano



Vo. Bo.
Dr. Moisés Hinojosa Rivera
División de Estudios de Posgrado
Cd. Universitaria, a Julio del 2011



FACULTAD DE INGENIERIA
MECANICA Y ELECTRICA
POSGRADO



Este trabajo lo dedico a mis padres

Rubén de Jesús Tovar Rodríguez

y

María Cristina Luna Serna

Agradecimientos

Quiero agradecer primeramente a Dios por regalarme a la mejor familia y a los mejores amigos; por permitirme vivir y terminar esta etapa y por ponerme en el camino a tantas personas maravillosas que me ayudaron en mi objetivo y que están ahí conmigo en las diferentes facetas de mi vida.

A mi asesor, el Dr. Efraín Alcorta García, por transmitirme su conocimiento y guiarme con paciencia en la elaboración de esta tesis, a quien le tengo un gran respeto y admiración y el cual considero un ejemplo a seguir por su enorme dedicación.

Mis revisores la Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano y el Dr. Alberto Cavazos González, por su colaboración al hacer la revisión de este trabajo y sugerirme los cambios y correcciones para mejorarlo.

A mis padres, Cristina y Rubén, por todo su amor, comprensión, apoyo incondicional, ejemplo y por estar ahí para mí siempre, en cada etapa de mi vida; por enseñarme el camino correcto y ayudarme a aprender todos los días de cada situación; a ellos por los que soy lo que hasta hoy he llegado a ser y a quienes amo con todo mi corazón, por ser mi aliciente para mejorar personal y profesionalmente.

A mis hermanos, Ramón, Rocío, Azucena, Luz y Rubén, por todas las peleas, disgustos y jalones de oreja, pero también por todas las risas, alegrías, satisfacciones y buenos momentos que hemos compartido y me han hecho crecer y ser mejor persona, pero sobre todo porque sé que ahí estarán siempre que los necesite apoyándome y dando guerra; los quiero mucho y les deseo lo mejor.

A mis compañeros de generación, Alfredo, Álvaro, Carlos, Cutberto, Edgar y Eliezer, por compartir conmigo agradables y también angustiantes momentos en este camino de crecimiento profesional, les deseo el mayor éxito con sus respectivas tesis y en sus vidas.

A mis compañeros del DIE que se volvieron amigos, con quienes pasé gran parte de mi tiempo y me ayudaron a vivir buenos momentos en medio de las preocupaciones de los estudios; les deseo lo mejor personal y profesionalmente, éxito en todo, siempre los recordaré.

A mis amigos, que han estado conmigo en estos dos años e incluso desde antes, por aguantar mis desahogos y por hacerme olvidar las responsabilidades en los momentos adecuados; por compartir un pedacito de sus vidas y darme ánimos para seguir adelante.

A las personas que de una u otra manera contribuyeron con la causa, gracias por enseñarme eso que, de alguna forma, necesitaba para llegar hasta aquí.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León, por brindar los recursos técnicos y humanos dando así oportunidades para forjar un futuro mejor.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para mi sostenimiento económico durante la realización de este proyecto.

RESUMEN

Publicación No. _____

Alma Cristina Tovar Luna, M. C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2011

Profesor Asesor: Dr. Efraín Alcorta García

Las técnicas de detección y localización de fallas para sistemas muestreados frecuentemente utilizan modelos discretos equivalentes para su diseño e implementación, aún y cuando el sistema a ser supervisado sea de tiempo continuo. La discretización produce, generalmente, un acoplamiento entre las fallas que ocasiona una reducción de la localizabilidad de éstas.

El objetivo de la presente tesis es proporcionar una metodología de diagnóstico de fallas en sistemas muestreados la cual sea capaz de localizar al menos el mismo número de fallas de un sistema que el que se puede aislar con su modelo equivalente continuo correspondiente. Las técnicas propuestas utilizan herramientas ya conocidas en la literatura como lo son las técnicas de desacoplo y el enfoque del generador residual basado en un modelo mediante observadores, se utiliza este esquema ya que provee una mejor sintonización de la sensibilidad del sistema.

Se proponen dos métodos de diagnóstico que consideran como única información disponible los datos de entrada-salida y el modelo original continuo (con la matriz de distribución de fallas). La primera técnica considera tratar el sistema original desacoplando las fallas para que al discretizarlo no pierda localizabilidad, luego se diseña el generador residual. En el segundo enfoque se discretiza primero el sistema utilizando la aproximación de la derivada mediante el método de Tustin, se desacoplan las fallas de ser necesario y se construye un generador residual.

Además, se incluyen dos ejemplos para la aplicación de los métodos propuestos, un ejemplo muy utilizado en la literatura y un sistema carga-motor de CD así como los resultados obtenidos mediante simulación en Matlab *Simulink* considerando diferentes escenarios de falla.

Índice General

Resumen	vi
Índice General	vii
Índice de Figuras	x
1 Introducción	1
1.1 Antecedentes técnicos	2
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivo General	3
1.2.2 Objetivos Particulares	4
1.3 Alcances	4
1.4 Estructura de la tesis	4
2 Formulación del problema	6
2.1 Diagnóstico de Fallas	6
2.2 Sistemas Muestreados	9
2.3 Formulación del Problema	11

2.3.1	Análisis de Acoplamiento mediante el Teorema del Valor Medio	12
3	Soluciones Propuestas	17
3.1	Desacoplo antes de la Discretización	18
3.1.1	Algoritmo propuesto	18
3.2	Discretización de la Derivada	20
3.2.1	Algoritmo propuesto	20
4	Aplicaciones	25
4.1	Ejemplo académico	25
4.1.1	Primera solución: Desacoplo antes de la discretización	26
4.1.2	Resultados de Simulación: Primera solución	29
4.1.3	Segunda solución: Aproximación de la derivada	30
4.1.4	Resultados de Simulación: Segunda solución	34
4.2	Motor de CD	35
4.2.1	Especificación de fallas y modelos resultantes	37
4.2.2	Primera solución: Desacoplo antes de la discretización	38
4.2.3	Resultados de Simulación: Primera solución	40
4.2.4	Segunda solución: Aproximación de la derivada	42
4.2.5	Resultados de Simulación: Segunda solución	44
5	Conclusiones y trabajo futuro	47
5.1	Conclusiones	47

5.2 Trabajo futuro y recomendaciones 49

Bibliografía **50**

Índice de Figuras

1.1	Diagrama de aplicación de Esquema de Diagnóstico de Fallas	2
2.1	Proceso de Detección de fallas.	8
2.2	Generación residual.	9
2.3	Representación del problema de detección de fallas en sistemas muestreados . . .	16
2.4	Información disponible para el nuevo esquema de diagnóstico de fallas	16
3.1	Técnica de Desacoplo.	17
4.1	Valor absoluto de residual 1 para método directo propuesto: sensible a falla $f(t)$ en $t = 60s$	30
4.2	Valor absoluto de residual 2 para método directo propuesto: robusto a falla $f(t)$ en $t = 60s$	30
4.3	Valor absoluto de residual 1 para método indirecto propuesto: sensible a falla $f(t)$ en $t = 60s$	35
4.4	Valor absoluto de residual 2 para método indirecto propuesto: robusto a falla $f(t)$ en $t = 60s$	35

4.5	Motor de CD con carga.	36
4.6	Residuales 1 y 2 para el caso 1 (método directo): Caso libre de fallas	41
4.7	Respuesta residual del caso 2 (método directo): Falla ΔR a los 30s.	41
4.8	Respuesta residual al caso 3 (método directo): Falla ΔM_L a los 30 s.	42
4.9	Comportamiento residual en el caso 4 (método directo): Fallas ΔR a los $T = 25s$. y ΔM_L a los $T = 35s$	42
4.10	Residuales 1 y 2 para el caso 1 (método indirecto): Caso libre de fallas	44
4.11	Respuesta de residuales para caso 2 (método indirecto): Falla ΔR en 50s.	45
4.12	Respuesta residual para caso 3 (método indirecto): Falla ΔM_L en 50 s.	45
4.13	Residuales caso 4 (método indirecto): ΔR en $T = 25s$ y ΔM_L en $T = 75s$	46

Capítulo 1

Introducción

Todo sistema físico es propenso a sufrir algún tipo de falla que afecta su funcionamiento y puede causar una pérdida de continuidad en el proceso que esté involucrado (paro no programado). Un primer paso para mejorar la continuidad de operación en cualquier proceso es usar los esquemas de diagnóstico de fallas; los más poderosos son los que están basados en el modelo matemático del sistema a supervisar, es decir, los métodos que son basados en el modelo [1] y con los que se trabajará en este trabajo de tesis.

En la figura 1.1 se aprecia un diagrama que representa la aplicación del control a un sistema que se ve afectado por fallas, para el cual se emplea un esquema de diagnóstico (tomando en cuenta los datos de entrada y salida del sistema) con el que es posible obtener información de la falla ocurrida.

Por lo anterior, en las últimas décadas estos esquemas han formado parte importante de los sistemas de seguridad de los procesos industriales, ya que elevan también la confiabilidad de los sistemas supervisados [2, 3, 4, 5, 6, 7]. Debido a las facilidades tecnológicas con las que se dispone actualmente, los sistemas industriales utilizan muestras de datos aunque el sistema analizado trabaje en tiempo continuo; los sistemas muestreados operan con señales tanto discretas como analógicas.

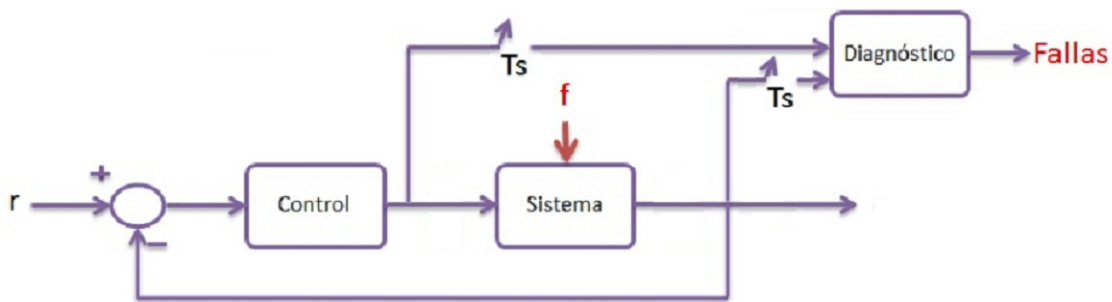


Figura 1.1: Diagrama de aplicación de Esquema de Diagnóstico de Fallas

Como está descrito en [8], los esquemas de diagnóstico actuales para sistemas muestreados usan para su diseño, ya sea el modelo de tiempo continuo haciendo implementación en tiempo discreto; o bien, un diseño basado en un equivalente discreto del sistema bajo supervisión. Estos métodos se conocen como *indirectos* [9] y en ellos se observa una reducción de la localizabilidad de las fallas debido a que sucede un acoplamiento entre éstas al pasar el modelo en tiempo continuo a un modelo equivalente en tiempo discreto.

Lo anterior pone en desventaja el uso de métodos basados en sistemas muestreados con respecto a los de sistemas continuos; lo que motiva la búsqueda de un método de diagnóstico basado en modelos que opere a partir de las muestras, pero que pueda aislar al menos el mismo número de fallas que en el caso continuo.

1.1 Antecedentes técnicos

El diagnóstico de fallas de sistemas muestreados fue primeramente considerado en [10], cuyo enfoque de solución usa un espacio de paridad considerando sólo fallas de actuador y de sensor.

Recientemente se han introducido métodos *directos*; que toman en cuenta el efecto de las

fallas o perturbaciones entre los instantes de muestreo [11]. Por ejemplo, en [12] y [13] se introduce un operador para describir el comportamiento entre instantes de muestreo y se presentó una solución óptima utilizando espacio de paridad. La propuesta de [14] es utilizar optimización H_∞ .

El caso de sistemas muestreados con retardos de tiempo se estudia en [15] usando también el espacio de paridad. Un enfoque de identificación de subespacio basado en integración numérica fue propuesto en [16]. En [8] se considera una interesante norma invariante de discretización para detección de fallas en sistemas muestreados. Filtros de detección de fallas para sistemas con muestreo múltiple se proponen en [17]. En [18] se considera un enfoque alternativo de optimización H_∞ para detección de fallas en sistemas muestreados.

Un enfoque libre del modelo para detección de fallas de sistemas continuos a sistemas muestreados se propone en [19]. En [20] se estudia un método basado en el espacio de paridad para sistemas muestreados irregularmente. Como se reconoce en [11], los enfoques directos basados en el modelo discreto considerados, tienen localizabilidad reducida con respecto a la localización del modelo en tiempo continuo. Dos excepciones son los métodos dados en [16] y [19], en los cuales la localizabilidad es similar al modelo de tiempo continuo correspondiente, aunque utilizan métodos indirectos. De cualquier forma, en ambos casos se requieren aproximaciones numéricas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Establecer una metodología de diseño de generadores de residuos para aislamiento de fallas en sistemas lineales muestreados que permita el aislamiento de al menos el mismo número de fallas que en el correspondiente sistema continuo.

1.2.2 Objetivos Particulares

- Realizar una aclaración técnica de la naturaleza del problema de aislamiento estudiado en este trabajo.
- Proponer un nuevo paradigma que sirva como marco para dar solución al problema considerado.
- Proponer una solución al problema planteado.
- Realizar la demostración teórica, la verificación en simulación y la validación experimental de la solución propuesta.

1.3 Alcances

Este proyecto de tesis considera como alcance de estudio el desarrollo de un método de diagnóstico basado en modelos para sistemas lineales muestreados con el cual sea posible aislar por lo menos, el mismo número de fallas que su correspondiente sistema continuo.

Dicho método será verificado con herramientas de simulación de sistemas y además, validado de manera experimental.

1.4 Estructura de la tesis

La estructura de la presente tesis es la siguiente:

Capítulo dos. *Formulación del Problema.* En este capítulo se presentan los preliminares relacionados con los esquemas de diagnóstico de fallas y sistemas muestreados además de incluir una aclaración y descripción de la naturaleza del problema estudiado.

Capítulo tres. *Soluciones Propuestas.* Se proponen dos diferentes soluciones (explicadas cada una mediante un algoritmo) para el problema de localización de fallas en sistemas muestreados; la primera desarrolla un enfoque en el cual se es capaz de tener disponible la información entre instantes de muestreo. En la segunda solución se presenta un método indirecto de diagnóstico.

Capítulo cuatro. *Aplicaciones.* En este capítulo se aplican las soluciones a un sistema carga-motor de corriente directa (CD) en el que se muestran los resultados de simulación; además, se presenta un ejemplo ya utilizado por algunos autores para comparar los métodos propuestos con los existentes.

Capítulo cinco. *Conclusiones y Trabajo Futuro.* En este capítulo se analizan los resultados obtenidos durante la investigación y se presentan sugerencias para trabajos futuros.

Capítulo 2

Formulación del problema

En este capítulo se presentan los preliminares y conceptos básicos necesarios para el desarrollo de una técnica de detección de fallas en sistemas muestreados: se revisa la definición de falla y cómo está considerada en este estudio; se presenta una breve descripción de qué y cuáles son los principales esquemas de diagnóstico basado en modelos y cuáles son los sistemas muestreados. Además, se incluye una aclaración técnica y descripción de la naturaleza del problema estudiado.

2.1 Diagnóstico de Fallas

Según Isermann [6] una *falla* es una desviación no permitida de una propiedad característica que conduce a la inhabilitación del desempeño de los objetivos propuestos. Otros autores como Chen y Patton [4] definen una falla como un cambio inesperado de la función del sistema. Para este estudio se considera como falla algún cambio del parámetro de un sistema fuera de sus límites de tolerancia.

Existen diferentes clasificaciones de falla:

- Según la manera de manifestarse en el sistema: aditivas o multiplicativas.

- Según el sector donde ocurren: actuador, sensor o componente.
- Según su desempeño en el tiempo: abruptas o repentinas (tipo escalón), incipientes (tipo rampa) o intermitentes.

Es posible decir que una *falla aditiva* es aquella que afecta al sistema manifestándose como una entrada adicional. Una *falla multiplicativa* se representa mediante un término en el cuál se está multiplicando al estado o a la entrada (cambio en el parámetro del sistema).

Para saber cuándo, dónde, en cuánto tiempo ocurre una falla y obtener un estimado de ésta; se realiza un proceso de *Diagnóstico de Fallas*; el cual consiste en:

- *Detección de Fallas*: sólo se dice si ocurrió la falla y, de ser así, el tiempo en el que ocurrió.
- *Localización de Fallas*: consiste en ubicar dónde ocurrió la falla (actuador, sensor o componente).
- *Identificación de Fallas*: se determina el tamaño, tipo o naturaleza de la falla.

Existen dos formas principales de desarrollar los sistemas de diagnóstico, usando:

- *Redundancia física*: (enfoque libre del modelo) consiste en comparar la salida de múltiples sensores instalados para medir la misma magnitud física, este tipo de redundancia es frecuentemente utilizada en los sistemas industriales; sin embargo, esto provoca un costo extra por el equipo, lo que representa una desventaja en cuanto a los otros métodos.
- *Redundancia analítica*: (métodos basados en el modelo) se analizan las relaciones existentes entre las variables redundantes del sistema usando su modelo matemático; la ventaja de este enfoque es que no necesita de equipo adicional, por lo que también se reducen errores causados por fallas mecánicas.

Un proceso de detección de fallas típico incluye la *generación y evaluación residual* (ver figura 2.1). Para la detección de fallas basada en el modelo, la generación residual se realiza comparando la salida medible del sistema con un estimado del sistema nominal (libre de fallas). La estimación de la salida nominal puede realizarse usando una copia del modelo del sistema nominal.

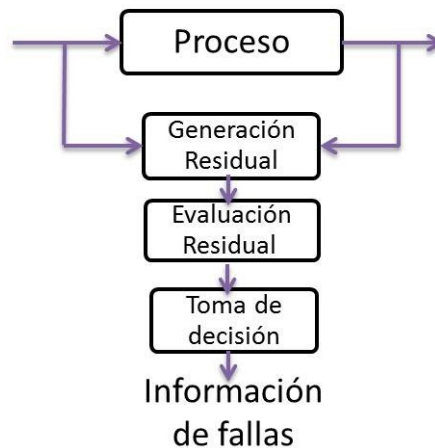


Figura 2.1: Proceso de Detección de fallas.

La evaluación de los residuales es hecha, frecuentemente, en dos pasos: primero, el residual es evaluado usando alguna norma y después, la norma del residual es comparada con un umbral. El uso de un umbral es necesario porque el caso libre de fallas presenta un residual no cero (producido por incertidumbres y pequeñas perturbaciones); [4], [6], [7].

Entre las técnicas de generación residual principales [7] se encuentran los filtros de detección de fallas (FDF), la generación residual basada en el espacio de paridad (PRRG) y el observador de diagnóstico (DO) (ver figura 2.2). Los FDF, propuestos por Beard en 1971, son una clase particular del observador de Luenberger de orden completo con un diseño especial de la matriz de ganancia del observador.

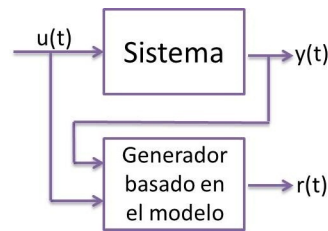


Figura 2.2: Generación residual.

La técnica de PRRG consiste en verificar la consistencia (paridad) de las ecuaciones matemáticas del sistema usando las mediciones disponibles. El método DO, utilizado en este trabajo de tesis, reconstruye las salidas del sistema en un modelo paralelo del proceso con retroalimentación del estimador de error. Los residuales son llamados espacio de paridad solo si existe una comparación entre la entrada-salida (y y sus retrasos), o basado en observador si se usa un factor de corrección.

2.2 Sistemas Muestreados

Como se explica en [21], una señal en tiempo discreto es aquella que sólo está definida en valores en los que la variable del tiempo está cuantificada (valores discretos). Una señal digital es una señal en el tiempo discreto con amplitud cuantificada. Se denomina *cuantificación* al proceso de representar una variable por medio de un conjunto de valores distintos y definidos. Los sistemas de control en tiempo discreto difieren de los de tiempo continuo en que las señales para los primeros están en forma de datos muestreados.

Los sistemas muestreados contienen tanto señales continuas como señales discretas, en este tipo de sistemas, las señales continuas son convertidas en una secuencia de datos muestreados a través de los procesos de cuantificación (mediante un convertidor analógico-digital (A/D)) y muestreo.

El *muestreo* de señales en tiempo continuo reemplaza esta señal por una secuencia de valores en puntos discretos de tiempo. Existen diferentes tipos de operaciones de muestreo:

- *Muestreo periódico*: los instantes de muestreo están espaciados de manera uniforme.
- *Muestreo múltiple*: ciertas señales en un mismo proceso se pueden muestrear a diferentes periodos.
- *Muestreo aleatorio*: los instantes de muestreo pueden tomar un valor cualquiera.

Se denomina periodo de muestreo (T_s) al intervalo de tiempo entre dos muestras sucesivas. Los procesos de cuantificación y muestreo afectan el desempeño de los sistemas digitales por lo que se deben determinar cuidadosamente. Existe el llamado *Teorema de muestreo*, formulado originalmente por Shannon para sistemas de comunicación; el cual afirma:

Teorema 2.2.1. [22] *Si una señal no contiene componentes en frecuencia mayores de ω_s rad/s (frecuencia de muestreo), puede caracterizarse por completo con los valores de sus muestras tomadas en instantes separados por $T_s = \frac{\pi}{\omega_c} s$.*

siendo ω_c la componente de más alta frecuencia contenida en la señal analógica a muestrear.

En la práctica, es conveniente muestrear las señales lentas a frecuencias bajas y las señales rápidas a frecuencias altas.

Para reconstruir una señal continua a partir de los valores discretos de una secuencia en general se utilizan filtros pasa bajas o algún dispositivo de reconstrucción de datos, la técnica más popular emplea retenedores debido a su simplicidad y bajo costo. Su función es mantener el valor de una muestra de señal hasta que llegue la siguiente.

2.3 Formulación del Problema

Las técnicas de diagnóstico de fallas para sistemas muestreados existentes suelen basarse en discretizaciones de sistemas continuos; esto provoca que el número de fallas que pueden aislarse con el modelo muestreado sea menor que el que se puede aislar si se considera el modelo continuo correspondiente.

Considerando un modelo en espacio de estados para un sistema lineal continuo invariante en el tiempo y con fallas aditivas dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) + F_f f(t), \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados, $y \in \mathfrak{R}^m$ es el vector de salida, $u \in \mathfrak{R}^p$ el vector de entrada, $f \in \mathfrak{R}^s$ el vector de fallas y $d \in \mathfrak{R}^r$ el vector de perturbaciones.

El sistema equivalente en tiempo discreto resulta en:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) + \bar{d}(t) + \bar{f}(t) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + F_d d(k) + F_f f(k) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

donde T_s es el periodo de muestreo y:

$$A_d = e^{AT_s} \tag{2.3.3}$$

$$B_d = \int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau \tag{2.3.4}$$

$$\bar{f}(t) = e^{AT_s} \int_0^{T_s} e^{-A\tau} E_f f(kT_s + \tau) d\tau \tag{2.3.5}$$

$$\bar{d}(t) = e^{AT_s} \int_0^{T_s} e^{-A\tau} E_d d(kT_s + \tau) d\tau \tag{2.3.6}$$

además, se supone que la entrada es invariante al periodo de muestreo ($u(kT_s + \tau) = u(k)$ para $0 < \tau \leq \tau_s$). Note que los términos $\bar{f}(t)$ y $\bar{d}(t)$ (dados por las ecuaciones (2.3.5) y (2.3.6)) envuelven una convolución y cada término del vector resultante depende en general de las fallas $f(t)$ y perturbaciones $d(t)$ respectivamente.

Como se puntualiza en [11], en los sistemas muestreados hay una diferencia importante entre $u(t)$ y $f(t)$. Debido al convertidor digital-analógico (D/A), $u(t)$ es una señal constante por tramos; la influencia de $u(t)$ sobre $y(t)$ es conocida y por ello puede ser completamente compensada en la generación residual. En cambio, $f(t)$ y $d(t)$ son señales continuas desconocidas; entonces, la clave es estudiar la influencia de éstas sobre la señal de salida muestreada en tiempo discreto $y(k)$ y sus señales residuales $r(k)$. Además, existe un acoplamiento entre las fallas en el modelo en tiempo discreto con respecto al modelo en tiempo continuo.

Observe que si una falla es de tipo escalón, el término (2.3.5) podría simplificarse resultando en

$$\bar{f}(t) = e^{AT_s} \int_0^{T_s} e^{-A\tau} E_f d\tau f(kT_s) \quad (2.3.7)$$

bajo el supuesto de que la falla ocurre al tiempo $t = kT_s$. Si no es así, la relación (2.3.7) sólo es una aproximación para el tiempo en el que ocurre la falla; ésto es válido también para las perturbaciones $d(t)$ tipo escalón.

2.3.1 Análisis de Acoplamiento mediante el Teorema del Valor Medio

Considerando el sistema (2.3.1) y el modelo del convertidor A/D: $y(k) = y(kT)$ y el modelo del convertidor D/A: $u(t) = u(k)$, $kT \leq t \leq (k+1)T$, donde T es el periodo de muestreo. Analizar el siguiente resultado [23]:

Teorema 2.3.1. [24] Sean f y g funciones continuas sobre $[a, b]$. Si g nunca cambia de signo

sobre $[a, b]$ entonces, para alguna c sobre $[a, b]$ tenemos

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(c) \int_a^b g(x)dx$$

□

Este resultado es válido para escalares. Aplicando el teorema 2.3.1 para la expresión \bar{f} , se consideran las siguientes representaciones:

$$\begin{bmatrix} g_{1\rho}(\tau) \\ \vdots \\ g_{n\rho}(\tau) \end{bmatrix} = e^{A(T_s-\tau)} E_{f\rho}$$

Aplicándolas a la falla f_ρ :

$$\begin{aligned} \bar{f}_\rho(k) &= \begin{bmatrix} \int_0^{T_s} g_{1\rho}(\tau) f_\rho(kT_s + \tau) d\tau \\ \vdots \\ \int_0^{T_s} g_{n\rho}(\tau) f_\rho(kT_s + \tau) d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^{T_s} g_{1\rho}(\tau) d\tau \cdot f_\rho(kT_s + \tau_{f\rho 1}) \\ \vdots \\ \int_0^{T_s} g_{n\rho}(\tau) d\tau \cdot f_\rho(kT_s + \tau_{f\rho n}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \int_0^{T_s} g_{1\rho}(\tau) d\tau & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \int_0^{T_s} g_{n\rho}(\tau) d\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\rho(KT + \tau_{f\rho 1}) \\ \vdots \\ f_\rho(KT + \tau_{f\rho n}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

Note que cada elemento de falla f_ρ genera n nuevas entradas, entonces para las s fallas se generan $n \cdot s$ entradas de falla. Las nuevas n entradas asociadas con cada falla f_ρ son cada una, la evaluación actual de la misma falla en diferentes valores de tiempo. Para

$$\begin{bmatrix} g_{11}(\tau) & \cdots & g_{1s}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(\tau) & \cdots & g_{ns}(\tau) \end{bmatrix} = e^{A(T_s-\tau)} E_f$$

$$\bar{f}(k) = \begin{bmatrix} \sum_{\rho=1}^s \left[\int_0^{T_s} g_{1\rho}(\tau) f_\rho(kT_s + \tau) d\tau \right] \\ \vdots \\ \sum_{\rho=1}^s \left[\int_0^{T_s} g_{n\rho}(\tau) f_\rho(kT_s + \tau) d\tau \right] \end{bmatrix} \quad (2.3.9)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{\rho=1}^s \left[\int_0^{T_s} g_{1\rho}(\tau) d\tau \cdot f_\rho(kT_s + \tau_{f_{\rho 1}}) \right] \\ \vdots \\ \sum_{\rho=1}^s \left[\int_0^{T_s} g_{n\rho}(\tau) d\tau \cdot f_\rho(kT_s + \tau_{f_{\rho n}}) \right] \end{bmatrix} \quad (2.3.10)$$

definiendo

$$\mathcal{F}_\rho \triangleq \begin{bmatrix} f_1(kT_s + \tau_{f_{1\rho}}) \\ \vdots \\ f_s(kT_s + \tau_{f_{s\rho}}) \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{s \times 1}; \quad \mathcal{F} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{F}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{F}_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \cdot s \times 1} \quad (2.3.11)$$

y

$$\mathcal{E}_i \triangleq \left[\int_0^{T_s} g_{i1}(\tau) d\tau \quad \int_0^{T_s} g_{i2}(\tau) d\tau \quad \cdots \quad \int_0^{T_s} g_{is}(\tau) d\tau \right] \in \mathfrak{R}^{1 \times s} \quad (2.3.12)$$

$$\mathcal{E} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{E}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathcal{E}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \mathcal{E}_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n \cdot s} \quad (2.3.13)$$

El vector de falla $\bar{f}(k)$ puede representarse de forma exacta como

$$\bar{f}(k) = \mathcal{E}\mathcal{F} \quad (2.3.14)$$

Se puede hacer un desarrollo similar para el vector de perturbaciones $\bar{d}(k)$:

$$\begin{bmatrix} \bar{g}_{11}(\tau) & \cdots & \bar{g}_{1s}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{g}_{n1}(\tau) & \cdots & \bar{g}_{ns}(\tau) \end{bmatrix} = e^{A(T_s-\tau)} E_d$$

$$\mathcal{D}_\rho \triangleq \begin{bmatrix} d_1(kT_s + \tau_{d_1,\rho}) \\ \vdots \\ d_\nu(kT_s + \tau_{d_\nu,\rho}) \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\nu \times 1}; \quad \mathcal{D} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{D}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{D}_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \cdot \nu \times 1} \quad (2.3.15)$$

y

$$\bar{\mathcal{E}}_i \triangleq \left[\int_0^{T_s} \bar{g}_{i1}(\tau) d\tau \quad \int_0^{T_s} \bar{g}_{i2}(\tau) d\tau \quad \cdots \quad \int_0^{T_s} \bar{g}_{i\nu}(\tau) d\tau \right] \in \mathfrak{R}^{1 \times \nu} \quad (2.3.16)$$

$$\bar{\mathcal{E}} \triangleq \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{E}}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{\mathcal{E}}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{\mathcal{E}}_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n \cdot \nu} \quad (2.3.17)$$

El vector de perturbaciones $\bar{d}(k)$ puede representarse exactamente como:

$$\bar{d}(k) = \bar{\mathcal{E}} \mathcal{D} \quad (2.3.18)$$

El incremento en el número de entradas desconocidas del sistema de ecuaciones es la causa del problema de acoplamiento de fallas.

Este acoplamiento en las fallas del sistema, pone en desventaja el uso de métodos basados en sistemas muestreados con respecto a los de sistemas continuos; lo cual motiva la búsqueda de un método de diagnóstico basado en modelos que opere a partir de las muestras, pero que pueda aislar al menos el mismo número de fallas que en el caso continuo.

Muchos de los trabajos que se han publicado consideran para la detección de fallas en sistemas muestreados, la discretización del modelo mostrado en la ecuación (2.3.2). Las soluciones consideradas requieren entonces de una aproximación del término dado por la expresión (2.3.5). Ver figura 2.3.

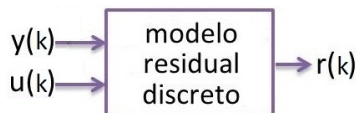


Figura 2.3: Representación del problema de detección de fallas en sistemas muestreados

Una de las observaciones hechas en el presente trabajo es reconocer que, al considerar que el problema empieza con la discretización del modelo presentado en la ecuación (2.3.2), las posibles soluciones consideradas en la literatura se vuelven innecesariamente complejas.

Por ello se propone un nuevo concepto, el cual está basado en una reformulación del problema de aislamiento de fallas en sistemas muestreados; primeramente se considera que la única información que se tiene disponible son los datos de entrada-salida (muestras) y el modelo original del sistema; es decir, el modelo continuo (se considera el conocimiento de la matriz de distribución de fallas), figura 2.4.

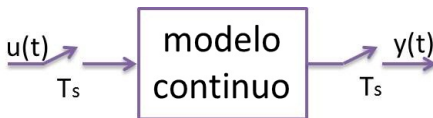


Figura 2.4: Información disponible para el nuevo esquema de diagnóstico de fallas

Las soluciones propuestas serán desarrolladas sobre esta base en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Soluciones Propuestas

Se proponen dos soluciones para resolver las dificultades presentadas en el capítulo anterior: una consiste en hacer un desacoplo antes de la discretización del sistema, la segunda considera realizar una aproximación de la derivada, en ambas se utiliza alguna técnica de desacoplo, la figura 3.1 ayuda a ilustrar dicha técnica.

Esta herramienta consiste básicamente en separar el sistema original en dos subsistemas, uno de ellos dependiente de una falla o perturbación en particular (a la cual será sensible) pero independiente a las demás entradas desconocidas; este subsistema es el que interesa para aplicar el enfoque de diagnóstico que se propone. La otra parte del sistema ayuda en la obtención de las otras entradas desconocidas.

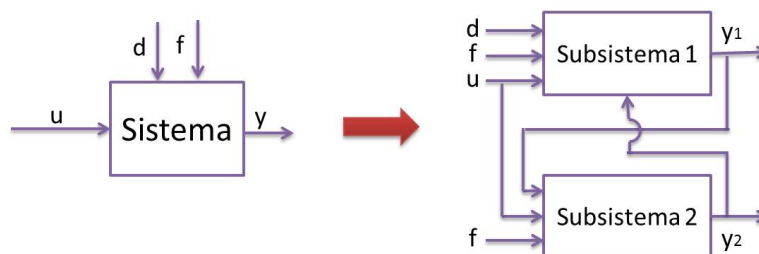


Figura 3.1: Técnica de Desacoplo.

La primera solución pretende atacar el problema antes de que sea muy complicado resolverlo realizando el desacoplo de las fallas con alguna técnica ya conocida (por ejemplo observadores con entrada desconocida, ya sea de orden completo o de orden reducido) y después discretizando esa solución. Con base en el modelo discreto se diseña el generador residual del sistema y luego se pasa a la evaluación de éste; lo que permitirá localizar las fallas del sistema.

En el segundo método se propone un enfoque de diagnóstico indirecto alternativo, que consiste en usar la aproximación de la derivada mediante el Método de Tustin para encontrar el equivalente discreto del sistema descrito en (2.3.5). En este caso el acoplamiento de las fallas mediante la convolución no se tiene, permitiendo el desacoplo.

3.1 Desacoplo antes de la Discretización

Como primera solución al problema de acoplamiento de fallas, se propone un método directo de diagnóstico que, a diferencia del que se propone en [11], no reduce la localización de fallas en comparación del modelo de tiempo continuo. Este esquema utiliza herramientas ya conocidas en la literatura.

3.1.1 Algoritmo propuesto

Sobre esta base se propone el siguiente esquema de solución, el cual se presenta en el siguiente algoritmo:

Esquema de diseño para diagnóstico de fallas en sistemas muestreados

1. Usando la teoría de desacoplo, obtener un conjunto de subsistemas los cuales son cada uno, insensibles a una falla en particular. Los algoritmos de desacoplo son similares al usado para los observadores de entrada desconocida, ver por ejemplo [4], [6], [7], [25],

entre otros.

2. Usar alguna técnica de diseño residual basada en el modelo para cada subsistema.
3. Obtener un sistema equivalente en tiempo discreto de cada generador residual para obtener una aplicación del filtro.
4. Diseñar una evaluación residual (función de evaluación y umbral) para cada residuo en tiempo discreto.

El algoritmo propuesto es simple, fácil de implementar y permite el objetivo de la localización de fallas. El punto clave es permitir el uso del modelo en tiempo continuo en el proceso de desacoplo.

Al contrario de los otros enfoques de la literatura, el enfoque propuesto obtiene un resultado exacto para los tiempos de muestreo mientras se toma en cuenta el efecto del comportamiento de las fallas y perturbaciones entre los instantes de muestreo.

Una desventaja de la solución se relaciona con la identificación de fallas. Cada elemento del conjunto de nuevas fallas originadas por $f_\rho(kT_s + \tau)$, es decir,

$$\{f_\rho(kT_s + \tau_{f\rho 1}), f_\rho(kT_s + \tau_{f\rho 2}), \dots, f_\rho(kT_s + \tau_{f\rho n})\}$$

tienen su propio tiempo de evolución, pero no corresponde con $f_\rho(t)$. La identificación de fallas (en tiempo continuo) requiere una deconvolución o un sistema de filtro de inversión. Este problema no está considerado en este trabajo.

Esquema de diseño de diagnóstico de fallas en sistemas muestreados (Enfoque óptimo)

Considerando el sistema de la ecuación (2.3.2) con las representaciones de las ecuaciones (2.3.5) y (2.3.6) dadas por las ecuaciones (2.3.14) y (2.3.18) respectivamente; se supone que no

se presenta desacoplo perfecto entre $f(t)$ y $d(t)$. Con las representaciones obtenidas por $\bar{f}(t)$ y $\bar{d}(t)$ ((2.3.14) y (2.3.18)) la optimización del problema se vuelve similar a la reportada en [12].

3.2 Discretización de la Derivada

Reconociendo que el principal problema se origina en la discretización, se puede proponer una alternativa de solución. El concepto principal que se propone es implementar una discretización aproximada al sistema representado en la ecuación (2.3.5) utilizando el *Método de Tustin* (Transformación bilineal).

De los diferentes métodos disponibles en la literatura para la aproximación de la derivada, los cinco más comunes son: diferencia progresiva (Método de Euler), diferencia regresiva, transformación bilineal, retenedor de orden cero y retenedor de primer orden. Una revisión de las aproximaciones diferenciales se puede encontrar en [26]. Como se señala en [27], la transformación bilineal preserva la estabilidad del modelo continuo para $T_s > 0$ y es la más exacta.

3.2.1 Algoritmo propuesto

El esquema propuesto se resume en el siguiente algoritmo:

Esquema de Diseño para Diagnóstico de Fallas en Sistemas Muestreados

1. Obtener un sistema equivalente discreto usando la **aproximación de Tustin (Transformación bilineal)**.
2. Usando una técnica inspirada en el diseño de observadores para el desacoplo de perturbaciones (ver [28]), obtener un conjunto de subsistemas, los cuales son cada uno, sensibles a una falla en particular.

3. Usar alguna técnica de diseño residual basada en el modelo para cada subsistema.
4. Diseñar una evaluación residual (función de evaluación y umbral) para cada subsistema en tiempo discreto.

Considerando el sistema (2.3.1), su transformada de Laplace está dada por:

$$\begin{aligned} sX(s) &= AX(s) + BU(s) + E_dD(s) + E_fF(s) \\ Y(s) &= CX(s) + DU(s) + F_dD(s) + F_fF(s) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Ahora se sustituye en la ecuación (3.2.1), como en [26], la aproximación de s de acuerdo al *Método de Tustin*:

$$s \leftarrow \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \quad (3.2.2)$$

Obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{2(z-1)}{T_s(z+1)}X(s) &= AX(s) + BU(s) + E_fF(s) + E_dD(s) \\ (z-1)X(s) &= \frac{AT_s}{2}(z+1)X(s) + \frac{BT_s}{2}(z+1)U(s) + \frac{E_fT_s}{2}(z+1)F(s) + \frac{E_dT_s}{2}(z+1)D(s) \\ Y(s) &= CX(s) + DU(s) + F_fF(s) + F_dD(s) \end{aligned}$$

La ecuación en el dominio del tiempo para el estado es:

$$\begin{aligned} x(k+1) - x(k) &= \frac{AT_s}{2}(x(k+1) + x(k)) + \frac{BT_s}{2}(u(k+1) + u(k)) \\ &\quad + \frac{E_fT_s}{2}(f(k+1) + f(k)) + \frac{E_dT_s}{2}(d(k+1) + d(k)) \end{aligned}$$

Definiendo todos los términos de $k+1$ como $w(k+1)$, el sistema resulta en:

$$w(k+1) = \Phi w(k) + \Gamma u(k) + \Sigma_f f(k) + \Sigma_d d(k) \quad (3.2.3)$$

$$y(k) = Hw(k) + Ju(k) + \Theta_f f(k) + \Theta_d d(k) \quad (3.2.4)$$

donde

$$\begin{aligned}
\Phi &\triangleq \left(\mathbf{I} + \frac{AT_s}{2} \right) \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1}, & H &\triangleq \sqrt{T_s} C \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1}, \\
\Gamma &\triangleq \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} B \sqrt{T_s}, & J &\triangleq D + C \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} \frac{BT_s}{2}; \\
\Sigma_f &\triangleq \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} E_f \sqrt{T_s}, & \Theta_f &\triangleq F_f + C \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} \frac{E_f T_s}{2}, \\
\Sigma_d &\triangleq \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} E_d \sqrt{T_s}, & \Theta_d &\triangleq F_d + C \left(\mathbf{I} - \frac{AT_s}{2} \right)^{-1} \frac{E_d T_s}{2}
\end{aligned}$$

A continuación, se utiliza alguna técnica de desacoplo para obtener cada uno de los subsistemas sensibles a la falla o perturbación, según sea el caso. La técnica utilizada está basada en el trabajo propuesto en [28], con la cual es posible desacoplar fallas que se presenten en la salida pero haciendo las modificaciones necesarias para aplicarse al diagnóstico de fallas.

Con la finalidad de mostrar la forma de hacer el desacoplo, se considera que $d(t)$ (propuesta en [28]) contiene también fallas y se desea obtener un subsistema desacoplado de $f(t)$ y sensible a $d(t)$. El punto de inicio es obtener una representación de $f(t)$. Tomando el sistema de las ecuaciones (3.2.3) y (3.2.4), de acuerdo a la teoría de matrices [29], la solución generalizada de $f(k)$ para (3.2.4) es:

$$f(k) = \Theta_f^- (y(k) - Hw(k) - Ju(k) - \Theta_d d(k)) + (I_s - \Theta_f^- \Theta_f) \tilde{f}(k) \quad (3.2.5)$$

donde Θ_f^- es una matriz inversa generalizada de Θ_f satisfaciendo $\Theta_f \Theta_f^- \Theta_f = \Theta_f$; $\tilde{f}(k)$ puede considerarse un nuevo vector de fallas de dimensión q , I_s es una matriz identidad de dimensión s .

Sustituyendo (3.2.5) en la ecuación (3.2.3) resulta:

$$\begin{aligned}
w(k+1) &= (\Phi - \Sigma_f \Theta_f^- H) w(k) + (\Gamma - \Sigma_f \Theta_f^- J) u(k) + (\Sigma_d - \Sigma_f \Theta_f^- \Theta_d) d(k) \\
&\quad + \Sigma_f \Theta_f^- y(k) + \Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f) \tilde{f}(k)
\end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Premultiplicando la ecuación (3.2.4) por $(I_m - \Theta_f \Theta_f^-)$:

$$\bar{y}(k) = \bar{C}w(k) + \bar{D}u(k) + \bar{F}_d d(k) \quad (3.2.7)$$

con

$$\begin{aligned} \bar{C} &= (I_m - \Theta_f \Theta_f^-)H, & \bar{D} &= (I_m - \Theta_f \Theta_f^-)J, \\ \bar{F}_d &= (I_m - \Theta_f \Theta_f^-)\Theta_d, & \bar{y}(k) &= (I_m - \Theta_f \Theta_f^-)y \end{aligned}$$

I_m es una matriz identidad de dimensión m . La ecuación (3.2.7) describe una nueva matriz de salida libre de fallas.

Ahora, premultiplicando (3.2.6) por \bar{C} se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{y}(k+1) &= \bar{C}(\Phi - \Sigma_f \Theta_f^- H)w(k) + \bar{C}(\Gamma - \Sigma_f \Theta_f^- J)u(k) + \bar{C}\Sigma_f \Theta_f^- y(k) \\ &+ \bar{C}(\Sigma_d - \Sigma_f \Theta_f^- \Theta_d)d(k) + \bar{C}\Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f) \tilde{f}(k) \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

La solución $\tilde{f}(k)$ para (3.2.8) está dada por

$$\begin{aligned} \tilde{f}(k) &= [\bar{C}\Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f)]^{-1} [\bar{y}(k+1) - \bar{C}(\Phi - \Sigma_f \Theta_f^- H)w(k) \\ &- \bar{C}(\Gamma - \Sigma_f \Theta_f^- J)u(k) - \bar{C}\Sigma_f \Theta_f^- y(k) - \bar{C}(\Sigma_d - \Sigma_f \Theta_f^- \Theta_d)d(k)] \\ &+ \{I_s - [\bar{C}\Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f)]^{-1} [\bar{C}\Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f)]\} \hat{f}(k) \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

donde $\hat{f}(k)$ es un nuevo vector de fallas. Sustituyendo (3.2.9) en la ecuación (3.2.6) resulta

$$\begin{aligned} w(k+1) &= \bar{A}w(k) + (I_n - \bar{B}\bar{C})(\Gamma - \Sigma_f \Theta_f^- J)u(k) + (I_n - \bar{B}\bar{C})\Sigma_f \Theta_f^- y(k) \\ &+ (I_n - \bar{B}\bar{C})(\Sigma_d - \Sigma_f \Theta_f^- \Theta_d)d(k) + \bar{B}(I_m - \Theta_f \Theta_f^-)y(k+1) \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

$$\begin{aligned}
\text{donde} \quad \bar{A} &= (I_n - \overline{BC})(\Phi - \Sigma_f \Theta_f^- H), \\
\bar{B} &= \Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f) [\overline{C} \Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f)]^- \\
\text{con} \quad (I_n - \overline{BC}) \Sigma_f (I_s - \Theta_f^- \Theta_f) &= 0
\end{aligned}$$

Así, el sistema con fallas desacopladas está dado por:

$$\begin{aligned}
w(k+1) &= \bar{A}w(k) + (I_n - \overline{BC})(\Gamma - \Sigma_f \Theta_f^- J)u(k) + (I_n - \overline{BC})\Sigma_f \Theta_f^- y(k) \\
&\quad + (I_n - \overline{BC})(\Sigma_d - \Sigma_f \Theta_f^- \Theta_d)d(k) + \bar{B}(I_m - \Theta_f \Theta_f^-)y(k+1) \\
\bar{y}(k) &= \bar{C}w(k) + \bar{D}u(k) + \bar{F}_d d(k)
\end{aligned} \tag{3.2.11}$$

La ecuación $(I_n - \overline{BC})\Sigma_f(I_s - \Theta_f^- \Theta_f) = 0$ representa una condición de existencia del desacoplo, si no se cumple, $\hat{f}(k)$ debe volver a iterarse con el mismo procedimiento hasta que la condición se cumpla (y el desacoplo sea posible) o se haga imposible el procedimiento (desacoplo imposible). Para la detectabilidad de fallas se requiere que el sistema (3.2.11) sea de salida controlable, (ver [30]); de forma alternativa, una condición suficiente es que el estado sea completamente observable.

Después, se utiliza una técnica de diseño y evaluación residual ya sea basada en el modelo o en la técnica de espacio de paridad, para cada subsistema.

Una desventaja de este método es que no en todos los casos es posible desacoplar las fallas, esto también depende del periodo de muestreo considerado; sin embargo, las operaciones utilizadas no son muy complicadas y se obtiene una buena aproximación.

Capítulo 4

Aplicaciones

Para mostrar las ventajas de los métodos para detección y localización de fallas en sistemas muestreados propuestos en este trabajo, se consideran dos ejemplos en los que se aplican las técnicas y se demuestran sus ventajas y consideraciones.

4.1 Ejemplo académico

El sistema considerado fue tomado de [31] y aparece con frecuencia como ejemplo en los trabajos relacionados con diagnóstico de sistemas muestreados. Dado el modelo de una planta en la forma (2.3.1) con:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; E_d = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}; E_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; F_d = F_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

Para mostrar de forma gráfica los resultados obtenidos con este método y poder compararlo con lo que se obtuvo en [31], se realiza la simulación en Matlab *Simulink* considerando $u(t)$ como un escalón unitario, $d(t)$ ruido blanco con varianza de 1 y $f(t)$ una señal escalón de amplitud 10 que ocurre en el tiempo $t = 60s$. El periodo de muestreo es $T_s = 0.0018s$ ya que la

dinámica del primer subsistema (robusto a $f(t)$) en la primera solución, es muy rápida (polo en -52), su constante de tiempo τ es de $\tau = 0.019$ por lo que se seleccionó el periodo de muestreo diez veces menor a ésta. Este modelo también se estudia en [12].

4.1.1 Primera solución: Desacoplo antes de la discretización

Se realizará el desacoplo entre $f(t)$ y $d(t)$ de acuerdo al algoritmo propuesto en la sección 3.1.1.

Subsistemas desacoplados

1. Subsistema robusto a $d(t)$

Definiendo una matriz de transformación con las bases de la descomposición en valores singulares de E ,

$$U * S * V^T = E_d, \quad T = U^T = \begin{bmatrix} -0.0995 & -0.995 \\ -0.995 & 0.0995 \end{bmatrix}; \quad T \cdot E_d = \begin{bmatrix} -1.005 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$T \cdot B = T \cdot E_f = \begin{bmatrix} -0.995 \\ 0.0995 \end{bmatrix}; \quad T \cdot A \cdot T^{-1} = \begin{bmatrix} -1.495 & 0.0495 \\ 5.0495 & -1.5050 \end{bmatrix};$$

$$C \cdot T^{-1} = \begin{bmatrix} -0.0995 & -0.995 \\ -0.995 & 0.0995 \end{bmatrix}; \quad \xi(t) \triangleq T \cdot x(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}$$

El sistema (2.3.1) con las matrices (4.1.1) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= -1.495\xi_1(t) + 0.0495\xi_2(t) - 0.995u(t) - 1.005d(t) \\ &\quad - 0.995f(t) \end{aligned} \tag{4.1.2}$$

$$\dot{\xi}_2(t) = 5.0495\xi_1(t) - 1.505\xi_2(t) + 0.0995u(t) + 0.995f(t) \tag{4.1.3}$$

$$y_1(t) = -0.0995\xi_1(t) - 0.995\xi_2(t) \tag{4.1.4}$$

$$y_2(t) = -0.995\xi_1(t) + 0.0995\xi_2(t) \tag{4.1.5}$$

Tomando la ecuación (4.1.3) y obteniendo $\xi_1(t)$ de las ecuaciones de salida (4.1.4) o (4.1.5). Por ejemplo, usando la ecuación (4.1.4):

$$\xi_1(t) = -10.0499y_1(t) + 10\xi_2(t) \quad (4.1.6)$$

y sustituyendo en las ecuaciones (4.1.3) y (4.1.5):

$$\dot{\xi}_2(t) = -52\xi_2(t) - 50.7469y_1(t) - 0.0995u(t) + 0.0995f(t) \quad (4.1.7)$$

$$y_2(t) = 10.0499\xi_2(t) + 10y_1(t) \quad (4.1.8)$$

que depende sólo de la falla $f(t)$. Luego se discretiza el sistema y se obtiene el residual discreto para diagnóstico.

Como se puede ver en la ecuación (4.1.7) el polo del subsistema robusto a $d(t)$ es muy rápido (-52). Como consecuencia, el periodo de muestreo que se tiene que utilizar requiere ser suficientemente pequeño.

2. Subsistema robusto a $f(t)$

Observando que la falla está relacionada sólo con el estado $x_2(t)$, no se requiere transformación. La ecuación diferencial asociada con $x_1(t)$ está dada por:

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 5x_2(t) + 0.1d(t) \quad (4.1.9)$$

$$y_1(t) = x_1(t) \quad (4.1.10)$$

$$y_2(t) = x_2(t) \quad (4.1.11)$$

Usando $y_2(t)$ para obtener $x_2(t)$ y sustituyendo el resultado, se obtiene el subsistema desacoplado:

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 5y_2(t) + 0.1d(t) \quad (4.1.12)$$

$$y_1(t) = x_1(t) \quad (4.1.13)$$

Es importante destacar que la dinámica de este subsistema tiene un polo en -1 y el periodo de muestreo a utilizar puede ser diferente al que se puede utilizar con (4.1.7) – (4.1.8). Como generalmente no se tendrán dos muestreadores para la misma señal, se puede utilizar una técnica de diezmado para seleccionar un valor más adecuado de muestreo para las ecuaciones (4.1.20)–(4.1.21).

Modelos de datos muestreados

Nótese que en ambos subsistemas, (4.1.7)–(4.1.8) y (4.1.12)–(4.1.13) respectivamente, se obtiene un desacoplo perfecto entre las variables $f(t)$ y $d(t)$. Entonces, el siguiente paso es obtener los modelos equivalentes discretos y la generación residual. En este caso, se pudo implementar el enfoque directo de detección de fallas. A diferencia de lo obtenido en [31], el método propuesto obtuvo un desacoplo perfecto.

Entonces, utilizando un periodo de muestreo de $T_s = 0.0018s$, el equivalente en tiempo discreto con un retenedor de orden cero para el subsistema conformado por las ecuaciones (4.1.7) y (4.1.8) es:

$$\xi_2(k+1) = 0.9106\xi_2(k) - 0.0872y_1(k) + 1.71 \times 10^{-4}u(k) \quad (4.1.14)$$

$$y_2(k) = 10.0499\xi_2(k) + 10y_1(k) \quad (4.1.15)$$

El generador residual del subsistema sensible a $f(t)$ (basado en observador para este caso) está dado por:

$$\hat{\xi}_2(k+1) = 0.9106\hat{\xi}_2(k) - 0.0872y_1(k) + 1.71 \times 10^{-4}u(k) + L_1(y_2(k) - \hat{y}_2(k)) \quad (4.1.16)$$

$$r_1(k) = y_2(k) - \hat{y}_2(k) \quad (4.1.17)$$

La ganancia del observador L_1 se seleccionó para obtener un polo en 0.95 de manera que el sistema siga siendo rápido y estable.

Utilizando también un periodo de muestreo de $T_s = 0.0018s$, el equivalente en tiempo discreto con un retenedor de orden cero para el subsistema conformado por las ecuaciones (4.1.12) y (4.1.13) es:

$$\xi_1(k+1) = 0.9982\xi_1(k) - 0.00899y_2(k) \quad (4.1.18)$$

$$y_1(k) = \xi_1(k) \quad (4.1.19)$$

Para el subsistema robusto a $f(t)$ (mediante la técnica de observador), el generador residual está dado por:

$$\hat{\xi}_1(k+1) = 0.9982\hat{\xi}_1(k) - 0.00899y_2(k) + L_2(y_1(k) - \hat{y}_1(k)) \quad (4.1.20)$$

$$r_2(k) = y_1(k) - \hat{\xi}_1(k) \quad (4.1.21)$$

La ganancia del observador L_2 se seleccionó para obtener un polo en 0.9.

4.1.2 Resultados de Simulación: Primera solución

En la figura 4.1 se puede ver el valor absoluto de la respuesta residual dada por las ecuaciones (4.1.7)–(4.1.8) el cual es sensible a $f(t)$; se obtiene una respuesta muy buena con la que se es capaz de identificar la falla, se observa oscilación en la señal debido a los métodos de integración utilizados, que provocan errores de cálculo.

La respuesta del residual robusto a $f(t)$ se muestra en la figura 4.2; se aprecia que este residual es robusto a la falla $f(t)$ que ocurre al tiempo $t = 60s$.

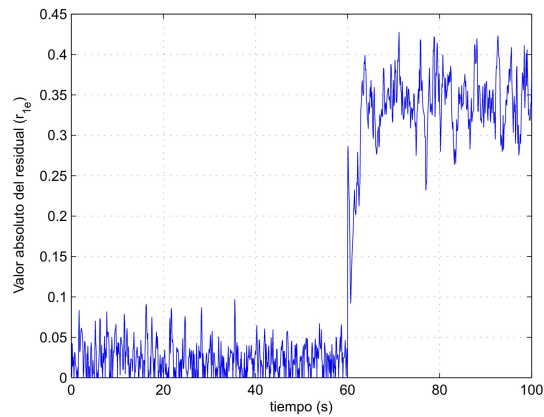


Figura 4.1: Valor absoluto de residual 1 para método directo propuesto: sensible a falla $f(t)$ en $t = 60$ s.

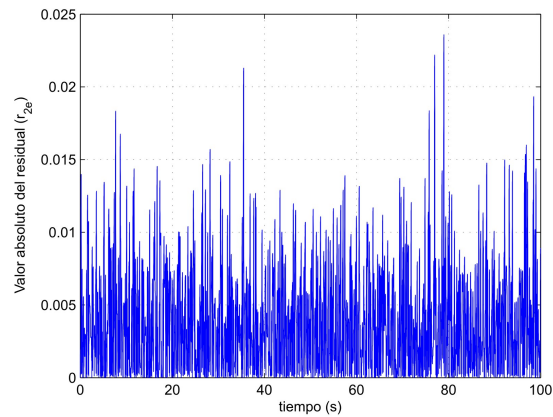


Figura 4.2: Valor absoluto de residual 2 para método directo propuesto: robusto a falla $f(t)$ en $t = 60$ s.

4.1.3 Segunda solución: Aproximación de la derivada

Se realizará el desacoplo entre $f(t)$ y $d(t)$ de acuerdo al algoritmo propuesto en la sección 3.2.1.

Subsistemas desacoplados

Haciendo una transformación del sistema (2.3.1) para obtener un sistema de la forma (3.2.3)–(3.2.4) con las matrices (4.1.1), obtenemos:

$$\begin{aligned}
\Phi &= \begin{bmatrix} 0.9982 & 0.0089 \\ 0 & 0.9964 \end{bmatrix}, & H &= \begin{bmatrix} 0.0424 & 1.904 \times 10^{-4} \\ 0 & 0.0424 \end{bmatrix}, \\
\Gamma &= \Sigma_f = \begin{bmatrix} 1.904 \times 10^{-4} \\ 0.0424 \end{bmatrix}, & J = \Theta_f &= \begin{bmatrix} 4.039 \times 10^{-6} \\ 8.9833 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, \\
\Sigma_d &= \begin{bmatrix} 0.0044 \\ 0.0424 \end{bmatrix}, & \Theta_d &= \begin{bmatrix} 9.3958 \times 10^{-5} \\ 8.9838 \times 10^{-4} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

1. Subsistema robusto a $d(t)$

Ahora, aplicando la técnica de desacoplo descrita en la sección 3.2.1 resultando un sistema de la forma 3.2.11, definimos otra transformación dada por:

$$z(k) = w(k) - \bar{B}(I_m - \Theta_d \Theta_d^-)y(k)$$

lo que deriva en el sistema:

$$\begin{aligned}
z_1(k+1) &= -0.9766z_1(k) - 0.1976z_2(k) + 0.5101y_1(k) + 4.8769y_2(k) \\
&\quad - 0.0042u(k) - 0.0042f(k)
\end{aligned} \tag{4.1.22}$$

$$\begin{aligned}
z_2(k+1) &= -0.2067z_1(k) - 0.9793z_2(k) + 4.8769y_1(k) + 46.63y_2(k) \\
&\quad + 4.3852 \times 10^{-4}u(k) + 4.3852 \times 10^{-4}f(k)
\end{aligned} \tag{4.1.23}$$

$$\begin{aligned}
\bar{y}_1(k) &= 0.0419z_1(k) - 4.192 \times 10^{-3}z_2(k) - 8.8946 \times 10^{-5}u(k) \\
&\quad - 8.8946 \times 10^{-5}f(k)
\end{aligned} \tag{4.1.24}$$

$$\begin{aligned}
\bar{y}_2(k) &= -4.385 \times 10^{-3}z_1(k) - 4.385 \times 10^{-4}z_2(k) + 9.3025 \times 10^{-6}u(k) \\
&\quad + 9.3025 \times 10^{-6}f(k)
\end{aligned} \tag{4.1.25}$$

Para desacoplar la salida, utilizamos la descomposición en valores singulares de \bar{C} ,

$$U * S * V^T = \bar{C}, \quad T = U^T = \begin{bmatrix} -0.9946 & 0.1040 \\ 0.1040 & 0.9946 \end{bmatrix}, \quad T \cdot \bar{C} = \begin{bmatrix} -0.0422 & 0.0042 \\ 0 & 3.5236 \times 10^{-18} \end{bmatrix},$$

$$T \cdot \bar{D} = \begin{bmatrix} 8.943 \times 10^{-5} \\ -7.6233 \times 10^{-20} \end{bmatrix}, \quad T \cdot \bar{F}_d = \begin{bmatrix} -4.385 \times 10^{-3} \\ -4.385 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

quedando las nuevas ecuaciones de salida como:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1(k) &= -0.0422z_1(k) + 0.0042z_2(k) + 8.943 \times 10^{-5}u(k) \\ &\quad -4.385 \times 10^{-3}f(k) \end{aligned} \quad (4.1.26)$$

$$\tilde{y}_2(k) = -3.5236 \times 10^{-18}z_2(k) - 7.6233 \times 10^{-20}u(k) - 4.385 \times 10^{-4}f(k) \quad (4.1.27)$$

usando la ecuación (4.1.26):

$$z_1(k) = -23.7201\tilde{y}_1(k) - 0.1z_2(k) - 0.002u(k) \quad (4.1.28)$$

Tomando $z_1(k)$ dada por (4.1.28) y sustituyéndola en las ecuaciones (4.1.23) y (4.1.27) obtenemos el subsistema robusto a $d(t)$:

$$\begin{aligned} z_2(k+1) &= -z_2(k) + 4.903\tilde{y}_1(k) + 4.877y_1(k) + 46.63y_2(k) \\ &\quad + 8.747 \times 10^{-4}u(k) + 4.385 \times 10^{-4}f(k) \end{aligned} \quad (4.1.29)$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}_2(k) &= -3.5236 \times 10^{-18}z_2(k) - 7.6233 \times 10^{-20}u(k) \\ &\quad + 9.3025 \times 10^{-6}f(k) \end{aligned} \quad (4.1.30)$$

que depende sólo de la falla $f(t)$.

La generación residual requiere de trabajo adicional; puede ser mediante observadores, la técnica de espacio de paridad o con filtros de detección de fallas. Para este trabajo se diseña un generador residual en base a observador que resulta en:

$$\begin{aligned} \hat{z}_2(k+1) &= -\hat{z}_2(k) + 4.903\tilde{y}_1(k) + 4.877y_1(k) + 46.63y_2(k) \\ &\quad + 8.747 \times 10^{-4}u(k) + L_1(\tilde{y}_2(k) - \hat{\tilde{y}}_2(k)) \end{aligned} \quad (4.1.31)$$

$$r_1(k) = \tilde{y}_2(k) - \hat{\tilde{y}}_2(k) \quad (4.1.32)$$

con

$$\hat{y}_2(k) = -3.5236 \times 10^{-18} \hat{z}_2(k) - 7.6233 \times 10^{-20} u(k)$$

La ganancia del observador L_1 se seleccionó para tener un polo en 0.1

2. Subsistema robusto a $f(t)$

Aplicando otra vez la técnica de desacoplo descrita en la sección 3.2.1 pero ahora despejando la perturbación $f(t)$, resulta un sistema de la forma 3.2.11 y definimos otra vez la transformación dada por:

$$z(k) = w(k) - \bar{B}(I_m - \Theta_f \Theta_f^-) y(k)$$

lo que deriva en el sistema:

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= 0.9982z_1(k) - 5.2042 \times 10^{-18} z_2(k) + 9.5286 \times 10^{-4} y_1(k) \\ &\quad + 0.2119y_2(k) + 0.0042d(t) \end{aligned} \quad (4.1.33)$$

$$\begin{aligned} z_2(k+1) &= -0.0089z_1(k) - z_2(k) + 0.2119y_1(k) + 47.1395y_2(k) \\ &\quad - 1.9057 \times 10^{-5} d(t) \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

$$\bar{y}_1(k) = 0.0424z_1(k) + 8.9917 \times 10^{-5} d(k) \quad (4.1.35)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_2(k) &= -1.9057 \times 10^{-4} z_1(k) + 1.4454 \times 10^{-18} z_2(k) + 3.0659 \times 10^{-20} u(k) \\ &\quad - 4.0426 \times 10^{-7} d(k) \end{aligned} \quad (4.1.36)$$

usando la ecuación (4.1.36):

$$z_2(k) = 6.9187 \times 10^{17} \bar{y}_2(k) - 1.318 \times 10^{14} z_1(k) - 0.0212u(k) \quad (4.1.37)$$

$$-2.7969 \times 10^{11} d(k) \quad (4.1.38)$$

Tomando $z_1(k)$ dada por (4.1.37) y sustituyéndola en las ecuaciones (4.1.33) y (4.1.35) se

obtiene el subsistema robusto a $f(t)$:

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= 0.9975z_1(k) - 3.601\bar{y}_2(k) + 9.5286 \times 10^{-4}y_1(k) + 0.2119y_2(k) \\ &\quad + 1.104 \times 10^{-19}u(k) + 4.043 \times 10^{-7}d(k) \end{aligned} \quad (4.1.39)$$

$$\bar{y}_1(k) = 0.0424z_1(k) + 4.043 \times 10^{-7}d(k) \quad (4.1.40)$$

que depende sólo de la perturbación $d(t)$.

Se diseña también un generador residual en base a observador que resulta en:

$$\begin{aligned} \hat{z}_1(k+1) &= 0.9975\hat{z}_1(k) - 3.601\bar{y}_2(k) + 9.5286 \times 10^{-4}y_1(k) + 0.2119y_2(k) \\ &\quad + 1.104 \times 10^{-19}u(k) + L_2(\bar{y}_1(k) - \hat{\bar{y}}_1(k)) \end{aligned} \quad (4.1.41)$$

$$r_2(k) = \bar{y}_1(k) - \hat{\bar{y}}_1(k) \quad (4.1.42)$$

con

$$\hat{\bar{y}}_1(k) = 0.0424\hat{z}_2(k)$$

La ganancia del observador L_2 se seleccionó para tener un polo en 0.1

4.1.4 Resultados de Simulación: Segunda solución

En la figura 4.3 se puede ver el valor absoluto de la respuesta residual dada por las ecuaciones (4.1.31)–(4.1.32) el cual es sensible a $f(t)$; se obtiene una respuesta muy buena con la cual es posible identificar la falla. Como ya se había comentado, se observa oscilación en la señal debido a los métodos de integración utilizados que provocan errores de cálculo.

La respuesta del residual robusto a $f(t)$ se muestra en la figura 4.4; se aprecia que este residual es robusto a la falla $f(t)$ que ocurre al tiempo $t = 60$ s.

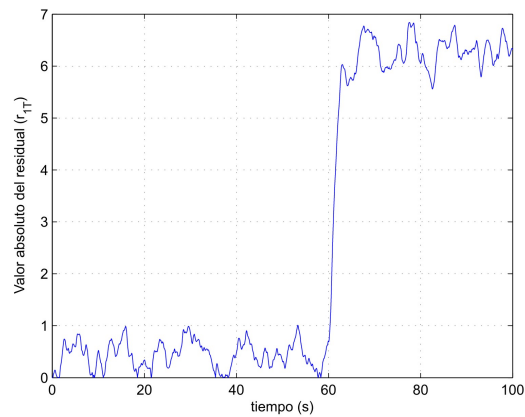


Figura 4.3: Valor absoluto de residual 1 para método indirecto propuesto: sensible a falla $f(t)$ en $t = 60$ s.

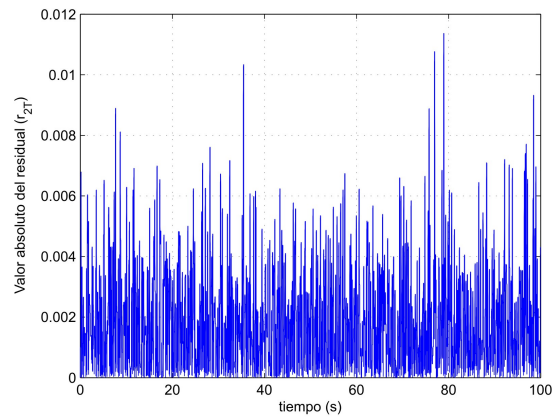


Figura 4.4: Valor absoluto de residual 2 para método indirecto propuesto: robusto a falla $f(t)$ en $t = 60$ s.

4.2 Motor de CD

Para mostrar las ventajas de la aproximación para detección y localización de fallas en sistemas muestreados propuesta en este trabajo, se considera un modelo de un motor de CD con carga. Ver la figura 4.5.

Con U el voltaje de armadura, i la corriente de armadura, E el voltaje contraelectromotriz, R la resistencia de armadura, L la inductancia, J la inercia, M_L la carga. El espacio de estado

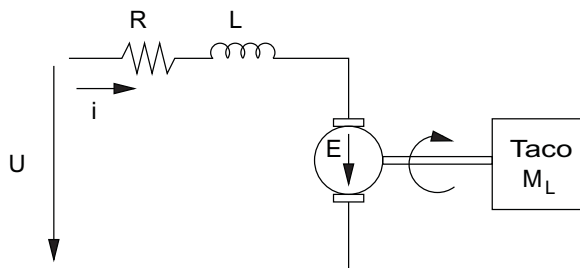


Figura 4.5: Motor de CD con carga.

del modelo del motor con carga está dado por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{C_\Phi}{L} \\ \frac{K_M}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} U \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} M_L \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

donde C_Φ y K_M son las constantes de voltaje y del motor respectivamente, y ω es la velocidad angular. Los datos numéricos nominales para este ejemplo son presentados en la tabla 4.1.

Parámetro	Símbolo	Valor
Inercia Total	J	62.75
Constante de voltaje	C_Φ	6.27×10^{-3}
Constante del Motor	K_M	0.06
Inductancia	L	0.003
Resistencia	R	3.13

Tabla 4.1: Datos nominales del motor

Para hacer el sistema (4.2.1) estable se usó la retroalimentación de estado $U = Kx(t)$. La ganancia de retroalimentación seleccionada K se eligió para obtener los polos de lazo cerrado dados por $\{-1050, -0.1\}$. Los polos de lazo abierto son $\{-1043.3, -0.000001\}$. Se consideró

un valor nominal de $M_L(t)$ igual a 0.5 para las simulaciones.

4.2.1 Especificación de fallas y modelos resultantes

Se considera una falla y una perturbación para el sistema carga-motor; se reconoce como falla algún cambio en la resistencia de armadura R , que representa una falla multiplicativa, y como perturbación un cambio en la carga M_L , que se modela como un término aditivo.

Sustituyendo los valores numéricos de los parámetros en la ecuación (4.2.1) e incluyendo la falla y la perturbación, resulta:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ef(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{4.2.2}$$

donde

$$\begin{aligned}x(t) &= \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) = \begin{bmatrix} U(t) \\ M_L \end{bmatrix}; \quad f(t) = \begin{bmatrix} i(t) \cdot \Delta R \\ \Delta M_L \end{bmatrix}; \\ A &= \begin{bmatrix} -1043.3 & -2.09 \\ 9.56 \times 10^{-4} & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ B &= \begin{bmatrix} 333.33 & 0 \\ 0 & -0.0159 \end{bmatrix}; \quad E = \begin{bmatrix} -333.33 & 0 \\ 0 & -0.0159 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Es claro que la falla ΔR y la perturbación ΔM_L pueden detectarse y aislarse si se utiliza una aproximación en tiempo continuo. Considerando ahora un modelo discretizado, como en la antigua formulación del problema, tenemos:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) + \begin{bmatrix} f_{1d}(k) \\ f_{2d}(k) \end{bmatrix} \\ y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{4.2.3}$$

donde $f_{1d}(k)$ y $f_{2d}(k)$ son los componentes del término resultante calculado en (2.3.5) y

$$A_d = \begin{bmatrix} 2.944 \times 10^{-5} & 0.002 \\ 9.164 \times 10^{-7} & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.3195 & -2.886 \times 10^{-7} \\ 2.762 \times 10^{-6} & -1.59 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

Es fácil ver que cada elemento del vector de fallas en el modelo en tiempo discreto es dependiente, en general, de ambas señales; es decir, ΔR y ΔM_L . La localización de la falla y la perturbación, definidas en el modelo en tiempo discreto, se vuelve una tarea difícil.

Casos de Estudio

Sólo para ver las posibilidades de acoplo de las fallas y perturbaciones, se consideran tres diferentes escenarios según la tabla 4.2.

Caso	Falla/Perturbación	Magnitud
1	ninguna	ninguna
2	ΔR	rampa 0.01
3	ΔM_L	rampa 0.1
4	ΔM_L y ΔR	valores de casos 2 y 3

Tabla 4.2: Casos de Estudio

En los casos 2 y 4 se consideran señales variantes en el tiempo porque, si se les considera de tipo escalón, ocurre la convolución descrita en la sección 2.3 con el término (2.3.5) por lo que es posible un desacoplo.

4.2.2 Primera solución: Desacoplo antes de la discretización

En el primer enfoque de solución; para este ejemplo se observa que la matriz de distribución de falla es diagonal y ambos estados se pueden calcular de la salida. Entonces, los siguientes

modelos continuos desacoplados pueden obtenerse considerando la ecuación diferencial asociada con cada estado. Un subsistema robusto para la falla ΔM_L se obtiene de la ecuación (4.2.2):

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i(t) &= -1043.3i(t) - 2.09y_2(t) + 333.33U(t) - 333.33i(t)\Delta R \\ y_1(t) &= i(t)\end{aligned}\quad (4.2.4)$$

con $y_2(t) = \omega(t)$.

Usando un tiempo de muestreo de $T_s = 0.001$ el equivalente en tiempo discreto con un retenedor de orden cero, está dado por:

$$\begin{aligned}i(k+1) &= 0.3523i(k) + 0.2069U(k) - 0.001298y_2(k) \\ y_1(k) &= i(k)\end{aligned}\quad (4.2.5)$$

siendo $y_2(k) = \omega(k)$. Ahora se debe diseñar un generador residual para el sistema (4.2.5).

En este caso un residual basado en el observador:

$$\begin{aligned}\hat{i}(k+1) &= 0.3523\hat{i}(k) + 0.2069U(k) - 0.001298y_2(k) + L_1 \left(y_1(k) - \hat{i}(k) \right) \\ r_1(k) &= y_1(k) - \hat{i}(k)\end{aligned}\quad (4.2.6)$$

La ganancia del observador L_1 se selecciona para obtener el polo 0.1.

En el caso de un residual robusto a ΔR se puede obtener considerando la ecuación (4.2.2) y el segundo estado:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\omega(t) &= 9.56 \times 10^{-4}y_1(t) - 0.0159M_L(t) - 0.0159\Delta M_L \\ y_2(t) &= \omega(t)\end{aligned}\quad (4.2.7)$$

con $y_1(t) = i(t)$. Ambos subsistemas (4.2.4) y (4.2.7) deben ser discretizados para definir un generador residual. El generador residual puede diseñarse usando espacio de paridad, modelo de observador u otra aproximación basada en el modelo.

Observando el subsistema (4.2.7) resulta ser no estable (críticamente estable por el polo en el origen) como es visto en [32]; para tener un generador residual efectivo, primero se requiere estabilizar el subsistema (4.2.7) por retroalimentación.

Usando el tiempo de muestreo de $T_s = 0.001$, el equivalente en tiempo discreto del sistema (4.2.7) con un retenedor de orden cero, está dado por:

$$\begin{aligned}\omega(k+1) &= \omega(k) - 0.0159M_L(k) + 9.56 \times 10^{-4}y_1(k) \\ y_2(k) &= \omega(k)\end{aligned}\tag{4.2.8}$$

Ahora se debe diseñar un generador residual para el sistema (4.2.8). En este caso, el residual basado en observador queda:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}(k+1) &= \hat{\omega}(k) - 0.0159M_L(k) + 9.56 \times 10^{-4}y_1(k) + L_2(y_2(k) - \hat{\omega}(k)) \\ r_2(k) &= y_2(k) - \hat{\omega}(k)\end{aligned}\tag{4.2.9}$$

La ganancia del observador L_2 se selecciona para obtener el polo 0.1.

4.2.3 Resultados de Simulación: Primera solución

Los resultados de la simulación se han obtenido para cada caso propuesto en la subsección 4.2.1. Los residuales para la primera solución están dados por las ecuaciones (4.2.6) y (4.2.9) en el caso libre de fallas; es decir, el caso 1 que se muestra en la figura 4.6.

Como se puede observar en la figura 4.6, ambos residuales convergen a cero en el caso libre de fallas. En el segundo caso, se simula una falla multiplicativa en la resistencia de armadura R . El resultado de ambos residuales se presenta en la figura 4.7.

El efecto de la falla ΔR es evidente en el residual 1 y no es apreciable en el residual 2.

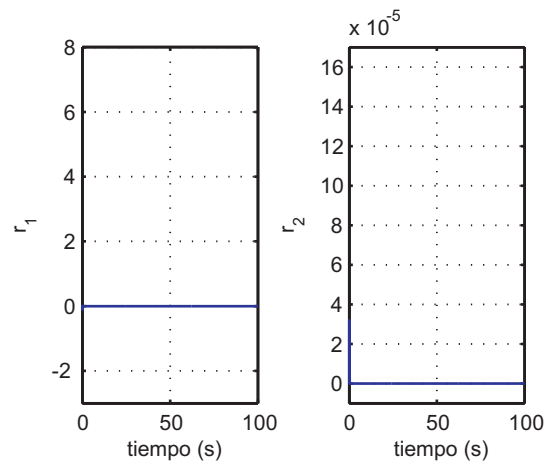


Figura 4.6: Residuales 1 y 2 para el caso 1 (método directo): Caso libre de fallas

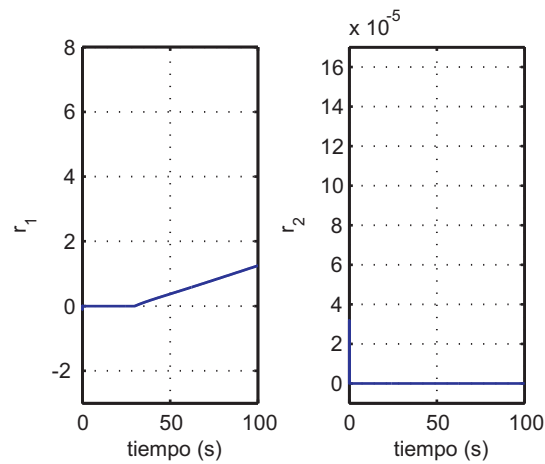


Figura 4.7: Respuesta residual del caso 2 (método directo): Falla ΔR a los 30s.

El caso 3 corresponde a una falla aditiva en el cambio de carga ΔM_L . El comportamiento del residual se muestra en la figura 4.8. En este caso, el efecto de la falla ΔM_L es evidente en el residual 2 pero no afecta el residual 1.

Finalmente, el caso 4 considera que ambas fallas ocurren en diferentes tiempos. El comportamiento de los residuales se puede ver en la figura 4.9. Cada falla se refleja en su correspondiente residual, como se esperaba.

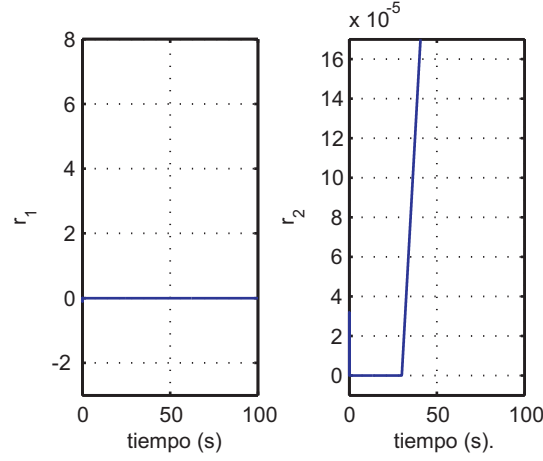


Figura 4.8: Respuesta residual al caso 3 (método directo): Falla ΔM_L a los 30 s.

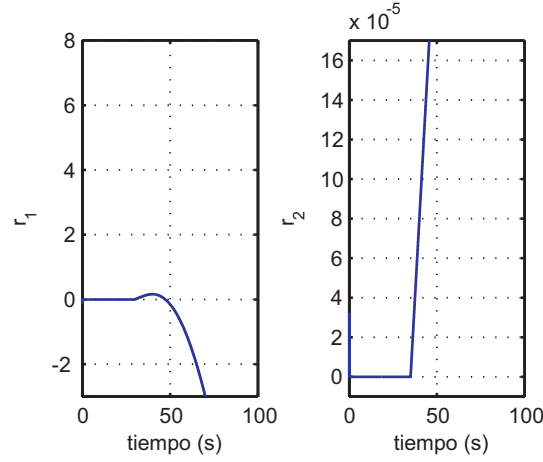


Figura 4.9: Comportamiento residual en el caso 4 (método directo): Fallas ΔR a los $T = 25$ s. y ΔM_L a los $T = 35$ s.

4.2.4 Segunda solución: Aproximación de la derivada

Definiendo $T_s = 0.001$, el modelo discretizado da una ecuación de la forma del sistema compuesto por las ecuaciones (3.2.3) y (3.2.4) con las matrices:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.3143 & -0.0014 \\ 6.2837 \times 10^{-7} & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0.0208 & -2.1717 \times 10^{-5} \\ 9.9355 \times 10^{-9} & 0.03162 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 6.9272 & 3.4609 \times 10^{-7} \\ 3.3118 \times 10^{-6} & -5.0395 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0.1095 & 5.4721 \times 10^{-9} \\ 5.2364 \times 10^{-8} & -7.9681 \times 10^{-6} \end{bmatrix},$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -6.9272 & 3.4609 \times 10^{-7} \\ -3.3118 \times 10^{-6} & -5.0395 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} -0.1095 & 5.4721 \times 10^{-9} \\ -5.2364 \times 10^{-8} & -7.9681 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Para desacoplar el sistema (4.2.10) se utilizó un método basado en el que se propone en [28] que fue explicado anteriormente; utilizando un cambio de coordenadas, se obtiene lo siguiente:

- Para el subsistema sensible a la falla 1 ($i(k)\Delta R$):

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= 0.3143z_1(k) + 0.1259\bar{y}_2(k) + 2.983 \times 10^{-5}y_1(k) - 0.04343y_2(k) \\ &\quad + 6.9272U(k) - 1.076 \times 10^{-22}M_L(k) \\ \bar{y}_1(k) &= 0.0208z_1(k) + 0.1095U(k) - 8.272 \times 10^{-25}M_L(k) \end{aligned}$$

El generador residual basado en observador es:

$$\begin{aligned} \hat{z}_1(k+1) &= 0.3143\hat{z}_1(k) + 0.1259\bar{y}_2(k) + 2.983 \times 10^{-5}y_1(k) - 0.04343y_2(k) \\ &\quad + 6.9272U(k) - 1.076 \times 10^{-22}M_L(k) + L_1(\bar{y}_1(k) - \hat{\bar{y}}_1(k)) \\ r_1(k) &= \bar{y}_1(k) - \hat{\bar{y}}_1(k) \end{aligned} \tag{4.2.10}$$

con

$$\hat{\bar{y}}_1(k) = 0.0208\hat{z}_1(k) + 0.1095U(k) - 8.272 \times 10^{-25}M_L(k)$$

- Para el subsistema sensible a la falla 2 (ΔM_L):

$$\begin{aligned} \xi_2(k+1) &= \xi_2(k) + 1.879 \times 10^{-4}\psi_1(k) + 3.024 \times 10^{-5}y_1(k) + 1.446 \times 10^{-11}y_2(k) \\ &\quad - 1.345 \times 10^{-22}U(k) - 5.0395 \times 10^{-4}M_L(k) \\ \psi_2(k) &= 0.0316\xi_2(k) - 6.617 \times 10^{-24}U(k) - 7.9681 \times 10^{-6}M_L(k) \end{aligned}$$

El generador residual basado en observador es:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_2(k+1) &= \hat{\xi}_2(k) + 1.879 \times 10^{-4}\psi_1(k) + 3.024 \times 10^{-5}y_1(k) + 1.446 \times 10^{-11}y_2(k) \\ &\quad - 1.345 \times 10^{-22}U(k) - 5.0395 \times 10^{-4}M_L(k) + L_2(\psi_2(k) - \hat{\psi}_2(k)) \\ r_2(k) &= \psi_2(k) - \hat{\psi}_2(k) \end{aligned} \tag{4.2.11}$$

con

$$\widehat{\psi}_2(k) = 0.0316\widehat{\xi}_2(k) - 6.617 \times 10^{-24}U(k) - 7.97 \times 10^{-6}M_L(k)$$

4.2.5 Resultados de Simulación: Segunda solución

Los resultados de la simulación se produjeron para los casos propuestos en la subsección 4.2.1. Los residuales obtenidos, dados por las ecuaciones (4.2.10) y (4.2.11) en el caso libre de fallas (caso 1), se muestran en la figura 4.10.

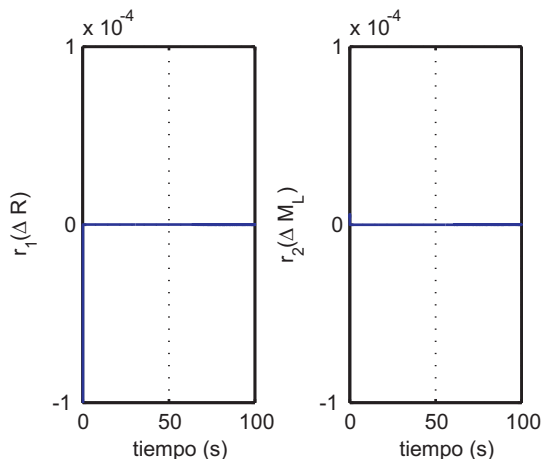


Figura 4.10: Residuales 1 y 2 para el caso 1 (método indirecto): Caso libre de fallas

Como se puede observar en la figura 4.10, ambos residuales convergen a cero. Para el segundo caso se considera la falla multiplicativa en la resistencia de armadura R , el resultado para ambos residuales se presenta en la figura 4.11. El efecto de la falla ΔR es evidente en el residual 1 y no se aprecia en el residual 2.

El caso 3 corresponde al efecto de la perturbación ΔM_L . El comportamiento del residual es mostrado en la figura 4.12. En este caso, el efecto de ΔM_L es evidente en el residual 2 y no afecta al residual 1.

Para terminar, en el caso 4 se consideran ambas señales ocurriendo cada una a diferentes

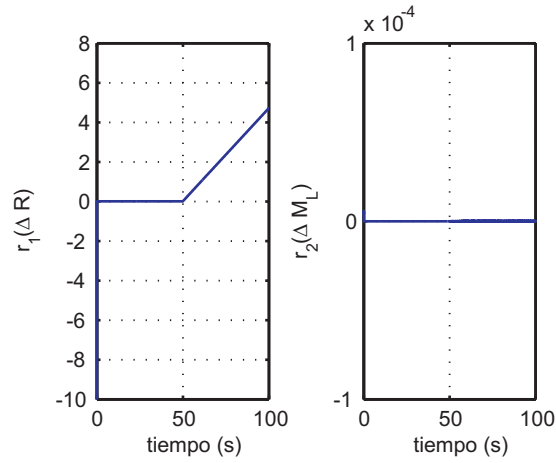


Figura 4.11: Respuesta de residuales para caso 2 (método indirecto): Falla ΔR en 50s.

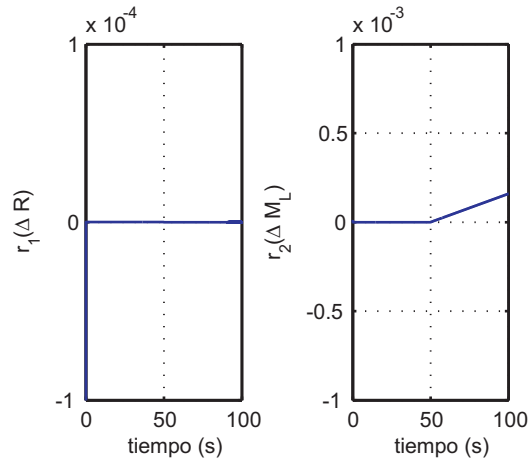


Figura 4.12: Respuesta residual para caso 3 (método indirecto): Falla ΔM_L en 50 s.

tiempos. El comportamiento de los residuales se puede apreciar en la figura 4.13. Como se esperaba, cada señal se refleja en su correspondiente residual.

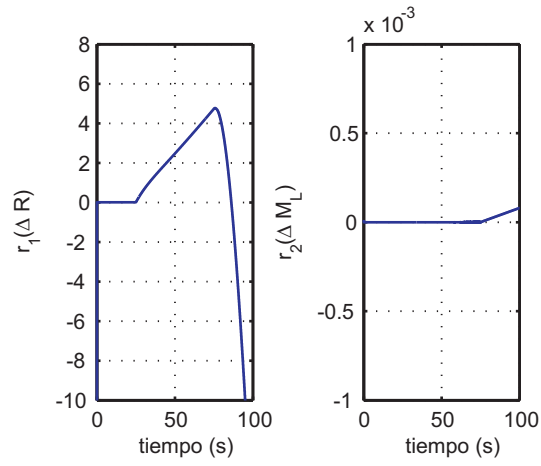


Figura 4.13: Residuales caso 4 (método indirecto): ΔR en $T = 25s$ y ΔM_L en $T = 75s$.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

5.1 Conclusiones

Se consideró el problema de detección y aislamiento de fallas para sistemas muestreados el cual se origina en la discretización del sistema continuo original producida por el acoplamiento entre las fallas (se presenta una reducción de la localizabilidad de éstas).

En la sección 2.3.1 se analizó dicho acoplamiento mediante el *Teorema del Valor Medio*, lo que permitió visualizar lo complicado que resulta la discretización del término de fallas pues un incremento en el número de entradas desconocidas (cada falla en los diferentes instante de tiempo) da lugar al acoplamiento mencionado.

El modelo continuo del sistema y sus muestras (datos de entrada-salida) representan la información disponible necesaria que sirvió como marco para dar solución al problema presentado. En el capítulo 3 se propusieron y desarrollaron dos métodos para aislamiento de fallas (ninguno necesita de una convolución).

La primera de las técnicas desarrolladas (presentada en la sección 3.1) se clasifica como

método directo de diagnóstico puesto que toma en cuenta el comportamiento de fallas y perturbaciones entre instantes de muestreo, con ella se logró un desacoplamiento perfecto entre las fallas (esta ventaja se muestra evidente en la sección 4.1.1 donde se desarrolló esta técnica) obteniéndose así un mejor resultado en el aislamiento de las mismas a comparación de los otros enfoques empleados en la literatura.

Los resultados quedaron manifestados en la sección 4.1.2, en la que se observa que con la aplicación de un umbral es posible distinguir una falla a pesar de la perturbación, y también en la sección 4.2.3 en la cual resultó aún más clara la discriminación del sistema en estado de falla.

Una desventaja de esta técnica surge en la identificación de fallas puesto que, para llevar a cabo esta etapa de diagnóstico, se requiere una deconvolución o un sistema de filtro de inversión; no obstante, esta parte del proceso no se consideró en este trabajo de tesis.

La segunda solución (exhibida en la sección 3.2) considera una aproximación de la derivada basada en el método de Tustin, en éste se utilizó una variante del método de desacoplo de perturbaciones cuyo desarrollo está descrito en la sección 3.2.1, que relaja las condiciones de existencia del observador de diagnóstico pues el sistema puede ser controlable a la salida o completamente observable.

Una desventaja del método de Tustin es que no en todos los casos es posible desacoplar las fallas, lo cual también depende del período de muestreo considerado (con algunos periodos de muestreo no se cumplen las condiciones de existencia); sin embargo, las operaciones utilizadas no son muy complicadas y se obtiene una buena aproximación. Este inconveniente se pudo notar en la sección 4.1, ya que el periodo de muestreo para el ejemplo utilizado fue de $T_s = 0.0018$ y no $T_s = 0.0019$ puesto que éste último no cumplió con las condiciones de existencia que exige el método propuesto.

Se logró realizar la demostración teórica y la verificación en simulación de los dos métodos con la ayuda de dos ejemplos expuestos en el capítulo 4, uno de los cuales es un sistema físico real (prototipo de laboratorio) aunque no fue posible hacer la validación experimental por falta de tiempo.

A pesar de las desventajas anteriormente mencionadas, los métodos propuestos logran el objetivo planteado de aislar el mismo número de fallas que su correspondiente sistema continuo.

5.2 Trabajo futuro y recomendaciones

Como trabajo a futuro a partir del análisis efectuado en este trabajo de tesis se proponen los siguientes puntos:

- Realizar la implementación física en el modelo del Motor de CD para validar los resultados experimentalmente.
- Extender los métodos de manera que sean aplicables a los casos de sistemas no lineales.
- Incluir la parte de evaluación residual con la que se es posible determinar el tamaño y tipo de falla.
- Utilizar los métodos en un sistema que requiere del control tolerante a fallas.

Se debe de tener mucho cuidado al momento de seleccionar el periodo de muestreo puesto que se desea perder la menor cantidad de datos posibles ya que esto afecta en la localizabilidad del sistema; además, para algunos periodos de muestreo el método de desacoplo de perturbaciones no cumple la condición necesaria de existencia, lo que impide la aplicación del método de la aproximación de la derivada.

Bibliografía

- [1] P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey. *Automatica*, 26:459–474, 1990.
- [2] M. Basseville and I. Nikiforov. *Detection of Abrupt Changes Theory and Applications*. Prentice Hall, Information and System Science Series, New Jersey, 1993.
- [3] J. Gertler. *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. Marcel Dekker, New York, 1998.
- [4] J. Chen and R. J. Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer, 1999.
- [5] M. Blanke, M. Kinnaert, and J. Lunze M. Staroswiecki. *Diagnosis and fault-tolerant control*. Springer, Berlin Germany, 2nd edition, 2006.
- [6] R. Isermann. *Fault-diagnosis systems: An introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer, 1 edition, November 2006.
- [7] S. X. Ding. *Model-based fault diagnosis techniques*. Springer, 2008.
- [8] I. Izadi, T. Chen, and Q. Q. Zhao. Norm invariant discretization for sampled-data fault detection. *Automatica*, 41:1633–1637, 2005.
- [9] T.W. Chen and B.A. Francis. *Optimal Sampled Data Systems*. Springer, 1995.
- [10] N. Viswanadham and K. D. Minto. Fault diagnosis in multirate sampled data systems. In *29th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3666–3671, Honolulu, Hawaii, Dec. 1990.
- [11] P. Zhang and S. X. Ding. On fault detection in linear discrete-time, periodic, and sampled-data systems. *Journal of Control Science and Engineering*, 2008:–, 2008.
- [12] P. Zhang, S. X. Ding, G. Z. Wang, and D. H. Zhou. An FDI approach for sampled-data systems. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 2702–2707, VA, USA, Dec. 2001.

- [13] P. Zhang, S. X. Ding, G. Z. Wang, and D.H. Zhou. A frequency domain approach to fault detection in sampled-data systems. *Auto*, 39:1303–1307, 2003.
- [14] P. Zhang, S. X. Ding, G. Z. Wang, D. H. Zhou, and E. L. Ding. An H_∞ approach to fault detection for sampled-data systems. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 2196–2201, Anchorage, Alaska, May 2002.
- [15] P. Zhang, S. X. Ding, G. Z. Wang, and D. H. Zhou. Fault detection for uncertain sampled-data systems. In *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 2728–2732, Shanghai, P. R. China, June 2002.
- [16] W. Li, H. Raghavan, and S. Shah. Subspace identification of continuous time models for process fault detection and isolation. *Journal of Process Control*, 13:407–421, 2003.
- [17] M.-Y. Zhong, Ch.F. Ma, and Y.-X. Liu. Fast rate fault detection filter for multirate sampled-data systems. *Acta Automatica Sinica*, 32(3):433–437, May 2006.
- [18] I. Izadi, Q. Zhao, and T. Chen. An H_∞ approach to fast rate fault detection for multirate sampled-data systems. *Journal of Process Control*, 16:651–658, 2006.
- [19] P. Zhang and S. X. Ding. A model-free approach to fault detection of continuous-time systems based on time domain data. *International Journal of Automation and Computing*, 2(04):189–194, April 2007.
- [20] I. Izadi, S. L. Shah, and T. Chen. Parity space fault detection based on irregularly sampled data. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 2798–2803, Washington, June 2008.
- [21] K. Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*. Pearson Educación, 3a edition, 1996.
- [22] B. C. Kuo. *Sistemas de Control Digital*. CECSA, 1997.
- [23] E Alcorta García, A C Tovar Luna, and C. Elizondo Gonzalez. Fault diagnosis of linear sampled data control systems. *Submitted to Journal of the Franklin Institute*, 2011.
- [24] T. M. Apostol. *Calculus II: Multi variable calculus and linear algebra with applications to differential equations and probability*, volume II. John Wiley & Sons, New York, second edition, 1969.
- [25] M. Hou and P. C. Müller. Fault detection and isolation observers. *International Journal of Control*, 60(5):827–846, 1994.
- [26] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman. *Digital control of dynamic systems*. Addison Wesley, 1992.
- [27] A. M. Dabroom and H. K. Khalil. Discrete-time implementation of high-gain observers for numerical differentiation. *International Journal of Control*, 72(17):1523–1537, 1999.
- [28] M. Hou and P. C. Müller. Disturbance decoupled observer design: A unified viewpoint. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(6):1338–1341, June 1994.

- [29] Adi Ben-Israel and Thomas N.E. Greville. *Generalized Inverses. Theory and Applications*. Springer, 2 edition, 2003.
- [30] C. T. Chen. *Linear Systems Theory and Design*. Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- [31] Chenglin Wen Aibing Qiu and Bin Jiang. Optimal diagnostic observer for sampled-data systems. In *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, 2009.
- [32] M. Kinnaert, R. Hamus, and P. Arte. Fault detection and isolation for unstable linear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40:740–742, 1995.