

Terzo Appello di ANALISI MATEMATICA 2 del 11/02/2016
CdL in Fisica
Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME
N. di matricola

Durata della prova A+B: due ore. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme ai fogli protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. Le fasi C e D (fase orale) si svolgeranno a partire dal 12 febbraio 2016, per chi desidera sostenere immediatamente l'esame. Chi desidera sostenere l'esame il 12 o il 15, se ammesso, deve porre una crocetta sulla data corrispondente. Per chi vuole sostenere l'esame dopo il 15 febbraio, porre la crocetta su "dopo il 15/02/2016". Per accedere alla fase orale, qualora si superino la parte A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla corrispondente lista di AlmaEsami.

(a) 12/02/2015; (b) 15/02/2016; (c) dopo il 15/02/2016.

.....
Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4 (su 9 punti disponibili) non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.

(1) [3 punti] Calcolare la matrice Jacobiana della seguente funzione

$$f(x, y) = (g_1(x^2 + \cos(xy), 3y^2 - \sin(x^2y)), g_2(x, \phi(x, y)), g_3(\phi(x, y) - 1, y + 1))$$

in $(0, 0)$, sapendo che $g = (g_1, g_2, g_3) \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$, $\phi \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$, $\phi(0, 0) = 1$, $\nabla\phi(0, 0) = (1, 1)$,
e

$$Jg(0, 1) = \begin{bmatrix} e, & \pi \\ \pi, & e \\ \pi^2, & e^2 \end{bmatrix}.$$

(2) [3 punti]

Calcolare $\int_A y dx dy$, sapendo che:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25; y - 5 \geq -5x; y \geq -1\}.$$

(3) [3 punti]

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17$ dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; y \geq 0; x \geq 0\}.$$

Calcolare $f(A)$.

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 sui 10 punti disponibili non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e il candidato deve ripetere l'esame dall'inizio.

(4) [5 punti] Calcolare il volume di A in \mathbb{R}^3

sapendo che $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} \leq 1; x \geq \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25}\}$.

(5) [5 punti]

Sia (Σ, ω) , una superficie orientata con bordo dove

$$\Sigma = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} = z, \quad 2 + \frac{x}{4} \leq z \leq 4\}.$$

Calcolare $\int_{\Sigma} \langle \text{rot} F, \omega \rangle d\sigma$ per $F(x, y, z) = (y, z, x)$, sapendo che $\omega(-3, 0, 3) = \frac{\sqrt{2}}{2}(1, 0, 1)$.