УДК 622.242, 519.1

ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛ ГАРМОНІЧНОГО АНАЛІЗУ В КОМП'ЮТЕРНИХ НАУКАХ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ СИЛОВОГО ПРИВОДА БУРОВИХ УСТАНОВОК

[1]Л.І. Криштопа, [2]В.С. Криштопа

[1]ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська 15, тел. (0342) 727131;
e-mail: math@nung.edu.ua

[2] Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана;
03680, Україна, Київ, проспект Перемоги, 54/1, тел. (044) 5370732, e-mail: retes@mail.ru

Розглянуто актуальність та перспективи застосування формул гармонічного аналізу в нафтогазовій промисловості у зв'язку зі складністю геологічних умов сучасного буріння на нафту та газ, збільшенням глибини буріння свердловин, наявністю у розрізі проникних пластів з аномально високим або низьким пластовим тиском. У матеріалах даної статті аналізуються переваги застосування многочленів Михайла Пилиповича Кравчука у прикладній математиці та комп'ютерних науках при обробці та реконструкції зображень, а також перспективи створення штучного інтелекту для підвищення надійності силового привода бурових установок. Описано загальну схему одержання аналітичних співвідношень особливого вигляду з використанням ортогональних базисів. Аналітичні співвідношення були одержані для множини основних класичних ортогональних поліномів. Показано актуальність методу аналітичного опису інформаційних даних та наведено докладні відомості про апроксимаційні властивості класичних ортогональних поліномів та функцій неперервного та дискретного аргументів, які дають змогу описувати результати випробувань, числових розрахунків, даних експериментів тощо.

Вивчення порівняльних апроксимаційних властивостей ортогональних базисів з числа класичних викликано необхідністю отримання наперед заданої точності аналітичного опису цифрових сигналів. Це дає змогу ефективно вирішувати задачі розпізнавання об'єктів, а також сприяє успішному розв'язанню обернених задач. Теорія класичних ортогональних базисів є узагальненням теорії рядів Фур'є на поліноми алгебри. Їхня головна особливість полягає у тому, що в більшості формул, що задають конкретні базиси, існують параметри, зміна яких може суттєво змінювати властивості ортогональних поліномів і вагових функцій, що утворюють конкретний ортогональний базис. Остання обставина є особливо важливою в задачах оптимальної аналітичної апроксимації, коли задана точність повинна бути забезпечена найкоротшим відрізком ортогонального ряду.

Ключові слова: силовий привод бурових установок, многочлени Кравчука, ряди Фур'є, функція стрибків, ортогональні поліноми, ортогональні базиси, теорія кодування, комп'ютерні науки.

Рассмотрены актуальность и перспективы употребления формул гармонического анализа в нефтегазовой промышленности, связанные со сложностью геологических условий современного бурения на нефть и газ, увеличением глубины бурения скважин, наличием в разрезе проницаемых пластов с аномально высоким или низким пластовым давлением. В материалах данной статьи анализируются преимущества применения многочленов Михаила Филипповича Кравчука в прикладной математике и компьютерных науках при обработке и реконструкции изображений, а также перспективы создания искусственного интеллекта для повышения надежности силового привода буровых установок. Приводится описание общей схемы получения аналитических соотношений особого вида с использованием ортогональных базисов. Аналитические соотношения были получены для множества основных классических ортогональных полиномов. Показана актуальность метода аналитического описания информационных данных и приведены подробные сведения об аппроксимативных свойствах классических ортогональных полиномов и функций непрерывного и дискретного аргумента, которые позволяют описывать результаты испытаний, числовых расчетов, данных экспериментов и т. п.

Изучение сравнительных аппроксимативных свойств ортогональных базисов из числа классических вызвано необходимостью получения заранее заданной точности аналитического описания цифровых сигналов. Это позволяет эффективно решать задачи распознавания объектов, а также способствует успешному решению обратных задач. Теория классических ортогональных базисов является обобщением теории рядов Фурье на полиномы алгебры. Их основная особенность заключается в том, что в большинстве формул, которые задают конкретные базисы, присутствуют параметры, изменение которых может существенно изменять свойства ортогональных полиномов и весовых функций, образующих конкретный ортогональный базис. Последнее обстоятельство является особенно важным в задачах оптимальной аналитической аппроксимации, когда заданная точность должна быть обеспечена кратчайшим отрезком ортогонального ряда.

Ключевые слова: силовой привод буровых установок, многочлены Кравчука, ряды Фурье, функция прыжков, ортогональные полиномы, ортогональные базисы, теория кодировки, компьютерные науки.

Actuality and prospects of the use of formulae of harmonious analysis is considered in oil and gas industry in connection with complication of geological terms of the modern boring drilling on an oil and gas, increase of depth of the boring drilling of mining holes, presence in the cut of penetrated layers with anomalous high one or low *layers pressure. Advantages of application of polynomials of M. Ph. Kravchuk in the applied mathematics and computer sciences at treatment and reconstruction of images and also prospect of creation of artificial intelligence for the increase of reliability of well drill power drive are analyzed in materials of the given article. Description of general chart of receipt of analytical correlations of the special kind is resulted with the use of orthogonal bases. Analytical correlations were got for the great number of basic classic orthogonal polynomials. Actuality of method of analytical informative data definition is shown and the detailed information is resulted about approximation properties of classic orthogonal polynomials and functions of continuous and discrete argument, which allow describe the results of tests, numerical calculations, given experiments, etc.*

The study of comparative approximation properties of orthogonal bases from classic ones is caused by the necessity of receipt of the set exactness of analytical description of digital signals. It allows effectively decide the tasks of recognition of objects, and also is instrumental in the successful decision of reverse tasks. The theory of classic orthogonal bases is generalization of theory of Fourier series at algebra polynomials. Their main feature consists, in that in most formulae, which set concrete bases, there are parameters the change of which can notably change properties of orthogonal polynomials and gravimetric functions, which form a concrete orthogonal base. The last circumstance is especially important in the tasks of optimum analytical approximation, when the set exactness must be provided with the shortest segment of orthogonal series.

Keywords: well drill power drive, Kravchuk's polynomials, Fourier series, function of jumps, orthogonal polynomials, orthogonal bases, code theory, computer sciences.

Забезпечення надійної роботи силового привода бурових установок є важливим завданням для спеціалістів нафтогазової галузі. Водночас надійність дизельних двигунів, які експлуатуються в даний час на Україні у складі силових приводів бурових установок, є невисокою. Середній термін служби нових дизельних двигунів бурових установок не перевищує 4500 мотогодин [1]. Аналіз наробітків дизельних двигунів В2-450 АВ-С3 між двома капітальними ремонтами в Калуській НГРЕ засвідчив, що мінімальний наробіток між капітальними ремонтами склав 820 мотогодин, а середній – 2631 мотогодину [1].

Як відомо, надійність обладнання забезпечується на етапах його проектування, виготовлення та експлуатації. При цьому необхідно зазначити, що підвищення надійності продукції на етапі її проектування призводить до інтенсивного збільшення вартості нафтогазового обладнання. Виходячи з цього, актуальним є впровадження нових, більш ефективних та точних математичних методик розрахунку основних параметрів силових приводів бурових установок. Вказані методики відрізняються достатньо складним математичним апаратом, тому можуть бути застосовані ефективно за умови використання сучасної комп'ютерної техніки.

Перспективи використання формул гармонічного аналізу в нафтогазовій промисловості та математична модель з використанням рядів Фур'є (для періодичних процесів) та інтегралів Фур'є (для неперіодичних процесів) для функцій, визначеної на скінченному інтервалі, що задовольняє умовам Діріхле (якщо функція має скінчену кількість точок розриву 1-го роду; якщо функція має скінчену кількість екстремумів; якщо існує скінчена границя значень функції на її лівому та правому кінцях), з метою створення програмного забезпечення для діагностичної апаратури було розглянуто раніше [2].

Створення програмного продукту для розкладання періодичної функції на скінченному проміжку в ряд Фур'є та виділення окремих гармонік для діагностування несправностей механізму полягає у порівнянні одержаного результату з еталонним. Це можна застосовувати як для діагностики несправностей різних механізмів та агрегатів, що використовуються в нафтогазовій промисловості, так і для прогнозування аварійних ситуацій на буровій: обривів, прихоплень тощо. Якісний, а, головне, економічно обґрунтований ремонт може бути забезпечений не лише вмілим використанням сучасного комплексу обладнання, матеріалів та технологій, а й швидкою та точною діагностикою.

При цьому коли функція $f(x)$ періодична, то її можна розкласти в такий ряд Фур'є:

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\omega_n x+b_n\sin\omega_n x\right), \quad (1)$$

де $a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx$; $a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\omega_n xdx$ та

$$b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\omega_n xdx$$

складається з окремих гармонік, кожна з яких володіє певною амплітудою. Залежність амплітуди від частоти – амплітудний спектр. У періодичних функцій амплітудний спектр дискретний, тобто вона може бути представлена у вигляді окремих гармонік (їй відповідає спектральна послідовність).

Інтеграл Фур'є використовується для неперіодичних функцій, визначених не на скінченному інтервалі, а на всій числовій осі – від $-\infty$ до $+\infty$, абсолютно інтегрованих, таких, що в будь-якому інтервалі від (–ℓ;ℓ) функцію можна розкласти в ряд Фур'є:

$$f(x)=\int_{0}^{\infty}\left(A(\omega)\cos\omega x+B(\omega)\sin\omega x\right)dx, \quad (2)$$

де $$A(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\cos\omega tdt \text{ та}$$

$$B(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\sin\omega tdt.$$

А в комплексній площині інтеграл Фур'є набуває вигляду:

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{i\omega x}d\omega, \qquad (3)$$

де $F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-i\omega t}dt$ – перетворення Фур'є.

Неперіодична функція має неперервний спектр. Функції $A(\omega)$ та $B(\omega)$ дають закон розподілу амплітуди (і початкових фаз) залежно від частоти ω (їй відповідає спектральна функція). У цьому випадку розрізняємо $|F(\omega)|$ – амплітудний спектр, а $\varphi(\omega)=-\arg F(\omega)$ – фазовий спектр.

Спектри, пов'язані з різними базисними системами функцій, мають ряд спільних властивостей, обумовлених властивостями використовуваних функціональних просторів. До таких властивостей відносяться, наприклад, лінійність спектра, його збіжність до нуля, зв'язок спектра с розподілом енергії або потужність сигналу. Крім цього, деякі спектри можуть мати індивідуальні властивості, що відображають специфічні особливості конкретних базисних систем. До їхнього числа можна віднести наявність нульових складових у спектрі, опис спектрів за допомогою конкретних сигналів, можливість побудови швидкісних обчислювальних процедур для аналізу спектра тощо. Такі локальні властивості можуть мати дуже важливе значення для обробки сигналів, оскільки завдяки їм вдається знаходити нові методи розв'язання традиційних задач обробки, а також формулювати та розв'язувати нові задачі обробки сигналів.

Враховуючи те, що систем базисних функцій може бути нескінченна кількість, стає зрозумілим, що вибір базису при спектральному представленні сигналів є важливою та трудомісткою математичною та прикладною задачею. Проте загальної єдиної методики синтезу базисних систем не існує. Частина з них є результатом розв'язання математичних та фізичних задач, не пов'язаних із спектральною обробкою.

В інженерній практиці часто виникає потреба мати справу з розривними ступінчастими функціями. Якщо подати таку функцію рядом Фур'є зі скінченним числом гармонік, то виникає похибка, яка є однією з найнеприємніших особливостей спектрального аналізу – ефектом Гіббса – характерними коливаннями синтезованої функції в області точок розриву першого роду. Наприклад, при фільтрації електричних сигналів ефект Гіббса проявляється часто, оскільки його породжено обмеженням числа гармонік у синтезованих сигналах. В точках розриву функції, розкладеної в ряд Фур'є, стрибки значень суми ряду Фур'є перевищують величину стрибків значень самої функції на однакові частки, рівні 17,9%. У випадку неперервної кусково-гладкої функції, поблизу границі зони швидкої зміни неперервної функції, для значень частинних сум її ряду Фур'є (1) зі зростанням n будуть спочатку виникати стрибки, що перевищують величину зміни значень самої функції приблизно на 18%, а зі збільшенням n прямуватимуть до нуля, і ряд (1) збігатиметься до розглядуваної неперервної функції.

Класична техніка математичних обчислень зазвичай оперує поняттями дійсних чисел, елементарних функцій, операцій диференціювання, інтегрування тощо. Однак цього замало для розв'язання складних, нетривіальних задач. Важко переоцінити вплив спектральних представлень функцій на розвиток сучасної прикладної математики, проте на практиці спектральне представлення доволі рідко використовується для певних аналітичних перетворень функцій.

На сьогоднішній день існує принципова позиція здійснювати аналітичні перетворення функцій за допомогою самих лише спектральних представлень функцій. Крім того, такий підхід призводить до одержання найприйнятніших, з практичної точки зору, результатів у порівнянні з тими, що були отримані за допомогою чисельних методів. Цей факт пояснюється властивостями високої адаптивності методу при виборі базису із сімейства класичних ортогональних поліномів, гладкістю наближеного представлення, заданого обмеженим ортогональним рядом тощо.

Основним недоліком спектральних перетворень функцій є те, що обчислювальний процес виявився невиправдано складним та громіздким. Такі алгоритми потребують проведення попередніх обчислень та резервування значних об'ємів пам'яті під допоміжні коефіцієнти.

Вказані недоліки є суттєвим обмеженням для втілення такого підходу на практиці в задачах, які потребують проведення швидких, стійких та точних аналітичних перетворень функцій, сигналів тощо. Таке відставання в часі змушує розробників програм віддавати перевагу грубішим, але швидшим алгоритмам.

Вищевказане демонструє потребу у створенні альтернативного простого та точного математичного апарату для швидких спектральних перетворень функцій, які відповідають ряду основних аналітичних перетворень функцій та груп їхніх суперпозицій. У якості ортогональних базисів розглянуто всі системи класичних ортогональних многочленів (поліноми Лагерра, Якобі, Ерміта, Лежандра, Соніна-Лагерра, Гегенбауера, Чебишева першого і другого родів) та основні модифікації цих базисів.

Розв'язання проблеми створення математичного апарату для швидких аналітичних перетворень функцій, заданих обмеженим ортогональним рядом, є наріжним каменем сучасного розвитку комп'ютерних наук. Як ортогональні базиси розглядаються системи функцій, побудовані на класичних ортогональних поліномах.

В основі класичного методу спектральних перетворень (методу спектрального каскаду дифузії) лежать два правила (теореми) обчислення.

Теорема 1: Нехай $f(x)$ – деяка функція простору $L^2_\rho(a,b)$ та $\{\varphi_n(x)\}$ – система ортогональних функцій того ж простору, така що:

$$f(x)=\sum_{n=0}^{N+1} C_n \varphi_n(x). \qquad (4)$$

Нехай $A(f)$ – деякий лінійний оператор, такий що $A(f)\in L^2_\rho(a,b)$ та

$$A(f)=\sum_{n=0}^{N+q} C^*_n \varphi_n(x). \qquad (5)$$

Тоді для кожного $\varphi_{n+1}(x)$ існує рекурентне співвідношення вигляду

$$A(\varphi_{n+1})=F_n\big(A(\varphi_n),...,A(\varphi_{n-d}),\varphi_{n+q},...,\varphi_{n-p}\big), \qquad (6)$$

де $F_n(...)$ – лінійна форма.

Якщо $d,q,p=const\in N$, то існує алгоритм лінійної часової складності для обчислення коефіцієнтів розкладу $\{C^*_n\}$ при відомих $\{C_n\}$.

Теорема 2 (про зворотність лінійних операторів): Нехай $\{\varphi_n(x)\}$ – деяка система ортогональних функцій простору $L^2_\rho(a,b)$ та $A(\ )$ – деякий лінійний оператор, що визначає перетворення: $A: L^2_\rho(a,b)\to L^2_\rho(a,b)$. Нехай надалі $A^{-1}(\ )$ – обернений оператор. Тоді, якщо для кожного $\varphi_{n+1}(x)$ існує рекурентне співвідношення виду

$$A(\varphi_{n+1})=F_n\big(A(\varphi_n),...,A(\varphi_{n-d}),\varphi_{n+q},...,\varphi_{n-p}\big), \qquad (7)$$

і для будь-якого $\varphi_n(x)$ $A^{-1}(A(\varphi_n))\in L^2_\rho(a,b)$, то для оператора $A^{-1}(\ )$ також існують рекурентні співвідношення виду

$$A^{-1}(\varphi_{n+1})= \qquad (8)$$

$$=\overline{F_n}\big(A^{-1}(\varphi_n),...,A^{-1}(\varphi_{n-p-d+1}),\varphi_{n-q+2},...,\varphi_{n-d-q+1}\big),$$

де $F_n(\ )$, $\overline{F}_n(\ )$ – лінійні форми,

$d,q,p=const\in N$.

Лема (про суперпозицію лінійних операторів): Якщо для здійснення внутрішньоспектральних перетворень функцій, що відповідають лінійним операторам $F(f)$ та $G(f)$, існують алгоритми лінійної часової складності, то для здійснення перетворення спектра, відповідних лінійному оператору $A(f)=F(G(f))$, також існує алгоритм лінійної часової складності.

Упродовж останніх років у прикладній математиці та комп'ютерних науках під час обробки та реконструкції зображень, а також у перспективі створення штучного інтелекту все частіше застосовуються наукові здобутки видатного українського математика Михайла Пилиповича Кравчука.

Так, у 2003 році науковці електроінженерного факультету Університету Малайї (Куала-Лумпур, Малайзія) запропонували новий метод обробки та реконструкції зображень за допомогою моментів Кравчука. На ряді експериментів із відновлення образів об'єктів вони підтвердили суттєві переваги використання інваріантів моментів Кравчука як в умовах відсутності, так і за присутності шумів на противагу створенню програмного забезпечення на основі рядів Фур'є [3].

На III Міжнародному симпозіумі з тривимірної обробки даних, візуалізації та передачі інформації (The Third International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission) у 2006 році група грецьких учених доповіла про створення тривимірних пошукових алгоритмів, що базуються на тривимірних моментах Кравчука, для обробки тривимірних зображень. У 2009 році на Міжнародній спільній конференції з нейронних мереж (Атланта, Джорджія, США) групою французьких, американських та німецьких вчених була зроблена доповідь, в якій, зокрема, було показано ефективність застосування зважених тривимірних моментів Кравчука як засобу аналізу даних для розпізнавання характеру пухлин.

У 2009 році у видавництві Шпрінгер вийшла книга "Advances in Neural Networks" (Досягнення в теорії нейронних мереж) з підсумками 6-го Міжнародного симпозіуму з нейронних мереж, що проходив у Китаї. Один із розділів під назвою "Image Analysis by Modified Krawtchouk Moments" (Аналіз зображень за допомогою моментів Кравчука) написаний групою китайських науковців. У виданні "International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.9 No.1, January 2009 (Міжнародний журнал з ком'ютерних наук та безпеки мереж) вміщено статтю під назвою "Krawtchouk Moment Feature Extraction for Neural Arabic Handwritten Words Recognition" (Виділення ознак моментами Кравчука з метою нейронного розпізнавання арабських рукописних слів), яку написали марокканські фахівці.

Цікаво, що в переліку посилань знаходимо статтю Кравчука 1929 року, опубліковану в працях Сільськогосподарського інституту. Уже згаданий вище Філіп Феінсілвер з університету Південного Іллінойсу та Рене Шотт (Ren´e Schott) з університету Анрі Пуанкаре-Нансі у своїй праці 2009 року "On Krawtchouk Transforms" (Про перетворення Кравчука) досліджують питання, пов'язані із застосуванням перетворень Кравчука в теорії кодування. Виявляється, активне використання поліномів та перетворення Кравчука для потреб цієї теорії розпочалося ще в 70-х роках минулого століття (теореми Дельсарта та Мас Вілльямса).

Відомо, що Джон Вінсент Атанасов при створенні першого комп'ютера використав алгоритм М. П. Кравчука з диференціальних рівнянь. Про це випадково дізнався бібліограф українського вченого Іван Качановський з Вашингтона. «Я знайшов листа американського вченого до М. Кравчука, де він пише, що скористався його матеріалом, – згадує І. Качановський. – Його праці ще й ще вивчатимуться, поглиблюватимуться, розвиватимуться, бо він бачив далі, ширше і глибше і саме ці ідеї мають величезний потенціал».

Поліноми сімейства Кравчука були введені у 1929 році в зв'язку з біноміальним розподілом в теорії ймовірностей, а тепер особливо часто використовуються у зв'язку з розвитком кібернетики, зокрема при програмуванні багатьох складних явищ і процесів теорії квантових алгебр, теорії соціальних функцій тощо. Використання добре вивчених многочленів Кравчука дає змогу істотно збільшити кількість квантових систем, динаміку яких можна побудувати в аналітичній формі. Ортогональні поліноми, як Фур'є-образи, є адекватними математичними структурами для аналітичної динаміки квантових систем, ефективним засобом побудови їхніх точних розв'язків.

Позначаються вони як $K_n^{p,q}(t)$ і задані на проміжку $[0,\ T]$, де константи $p > 0,\ q > 0\ i\ p + q = 0$.

Вони представляються формулою Родріга (дискретним аналогом):

$$K_n^{p,q}(t) = \frac{(-1)^n t!(T-t)!}{n!\,p^t q^{T-t}}. \tag{9}$$

При цьому

$$\left\|K_n^{p,q}(t)\right\| = \sqrt{\frac{T!}{n!(T-n)!}} \cdot pq^{\frac{n}{2}}. \tag{10}$$

Рекурентне співвідношення

$$(n-1)K_{n+1}^{p,q}(t) = \tag{11}$$

$$[t - n - p(T-2n)]K_n^{p,q}(t) - pq(T-n+1)K_{n-1}^{p,q}(t)$$

Функція стрибків

$$j(t) = \frac{T!}{n!(T-n)!} p^t q^{T-t}. \tag{12}$$

Власні значення при цьому:

$$K_0^{p,q}(t) = 1$$

$$K_1^{p,q}(t) = (p+q)t - Tp$$

$$K_2^{p,q}(t) = \frac{p^2}{2}(T-t)(T-t-1) - $$

$$- pq(T-t)t + \frac{q^2}{2}t(t-1)$$

$$K_3^{p,q}(t) = \frac{p^3}{6}(T-t)(T-t-1)(N-t-2) + $$

$$+ \frac{p^2 q}{2}t(T-t)(T-t-1) - \frac{q^2 p}{2}t(t-1)(T-t) + $$

$$+ \frac{q^3}{6}(t-1)(t-2)t.$$

Графіки декількох перших поліномів, функцій Кравчука і їхні функції стрибків представлені на рис. 1 та рис. 2 відповідно [4].

Формула для обчислення коефіцієнтів розкладання за поліномами Кравчука функції $f(t)$ має вигляд:

$$B_n = \sum_{t=0}^{T} f(t) K_n^{p,q}(t) \frac{T!}{(T-t)!\,t!} p^t q^{T-t}, \tag{13}$$

де $K_n^{p,q}(t)$ – ортонормовані поліноми Кравчука.

Формула відновлення функції $f(t)$

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N} B_n K_n^{p,q}(t). \tag{14}$$

Функції Кравчука позначають як $k_n^{p,q}(t)$, а одержують їх аналогічно до функцій Майкснера, тобто

$$k_n^{p,q}(t) = K_n^{p,q}(t) \sqrt{\frac{T!}{(T-t)!\,t!}} p^{0,5t} q^{0,5(T-t)}. \tag{15}$$

Враховуючи (13) – (15), розклад по функціях Кравчука функції $f(t)$ вимагає обчислення коефіцієнтів розкладання за формулою

$$B_n = \sum_{t=0}^{T} f(t) k_n^{p,q}(t). \tag{16}$$

У такому випадку відновлення $f(t)$ слід виконувати за формулою

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=0}^{N} B_n k_n^{p,q}(t) = \\ &= \sum_{n=0}^{N} B_n K_n^{p,q}(t) \sqrt{\frac{T!}{(T-t)!\,t!}} p^{0,5t} q^{0,5(T-t)}. \end{aligned} \tag{17}$$

Нормовані функції Кравчука за різних значень р та Т зображено на рисунках 3, 4, 5.

Основні аналітичні співвідношення, що визначають властивості різних ортогональних базисів дискретної змінної із числа класичних, є дискретними аналогами відповідних формул, що задають властивості класичних ортогональних базисів неперервної змінної. Це вказує на те, що багато характеристик ортогональних систем неперервної та дискретної змінної практично збігаються. Звернення до ортогональних базисів дискретної змінної зумовлене, насамперед, необхідністю запобігання чисельному інтегруванню складних функціональних залежностей і заміною його підсумовуванням при обчисленні коефіцієнтів розкладання в цифрових ПК.

Базиси дискретної змінної найкращі для створення програмного забезпечення, наприклад, діагностувальної апаратури, сканерів тощо, у той же час вільні від недоліків, властивих дискретним ортогональним системам, побудованим з кусково-сталих недиференційованих функцій (типу функцій Хаара, Уолша, Адамара), які найпростіше реалізуються на ПК, але не призводять до аналітичних описів інформаційних даних. Отже, при цьому повністю виключаються аналітичні процедури із процесу обробки. При аналітичній апроксимації такими ба-

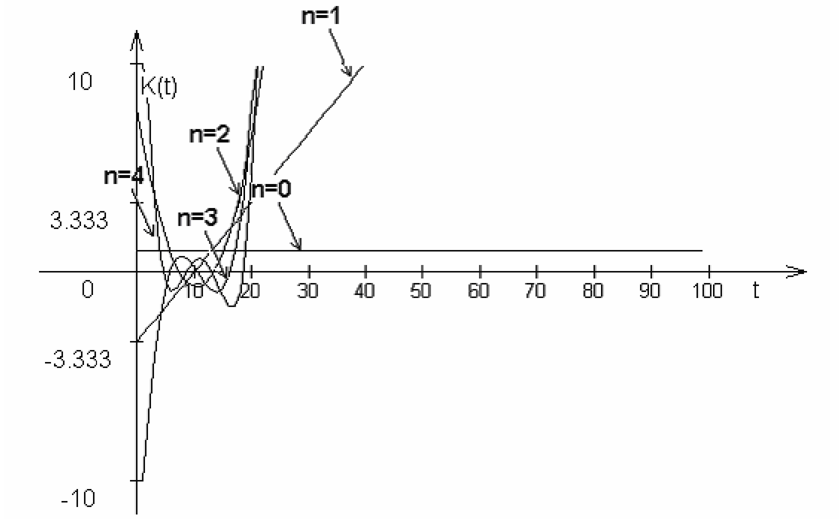

Рисунок 1 – Нормовані поліноми Кравчука при n=0, 1, 2, 3, 4; T=100; p=0,1

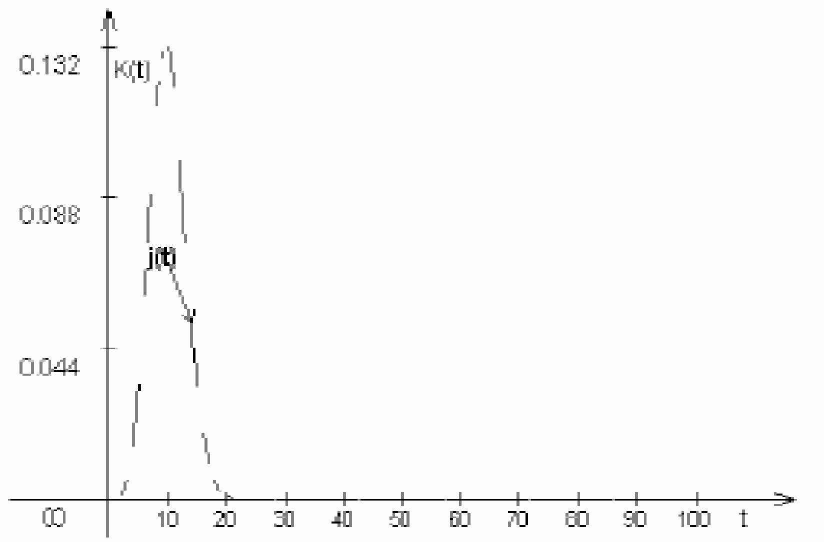

Рисунок 2 – Функція стрибків при n=0, 1, 2, 3, 4; T=100; p=0,1

зисами можливо ведення адаптивних процедур (за аналогією з базисами неперервного аргументу), які суттєво підвищать ефективність опису даних, тобто забезпечать задану точність аналітичного опису вхідних інформаційних масивів найкоротшим відрізком ортогонального ряду.

Отже, тенденції до зростання об'ємів інформаційних масивів і підвищення вимог до точності і повноті їхньої обробки за мінімальний час змушують розробників нових інформаційних систем нарощувати їхні обчислювальні потужності. Безперервне збільшення швидкодії обчислювальних комплексів веде до зростання вартості обробки інформації, далеко не завжди забезпечуючи виконання необхідних умов обробки даних. Таким чином, на часі є актуальною математична задача створення нових методів обробки даних, які, разом із забезпеченням заданої точності і швидкості обробки, не вимагали б обов'язкового збільшення потужності обчислювальних комплексів.

Виконувати ж на цифровій техніці аналітичні перетворення на основі математичних закономірностей при визначенні характеристик складних об'єктів різної фізичної природи є надзвичайно важко та незручно. Успішна реалізація комбінованого методу обробки даних безпосередньо залежить від форми аналітичного опису початкових числових масивів. Аналіз можливих методів отримання аналітичного опису свідчить, що якнайповніші згаданим умовам відповідає метод, заснований на апроксимації даних відрізками ортогональних рядів з використанням класичних ортогональних поліномів і функцій неперервного та дискретного аргументів [10].

Хороші апроксимаційні властивості ортогональних базисів визначають їхню привабливість при розв’язанні вказаних задач, а використання результатів апроксимації в різноманітних аналітичних перетвореннях і висновках для отримання необхідних оцінок або характеристик роблять класичні ортогональні базиси перспективним інструментом серед методів і підходів аналітичного опису цифрових інформаційних масивів.

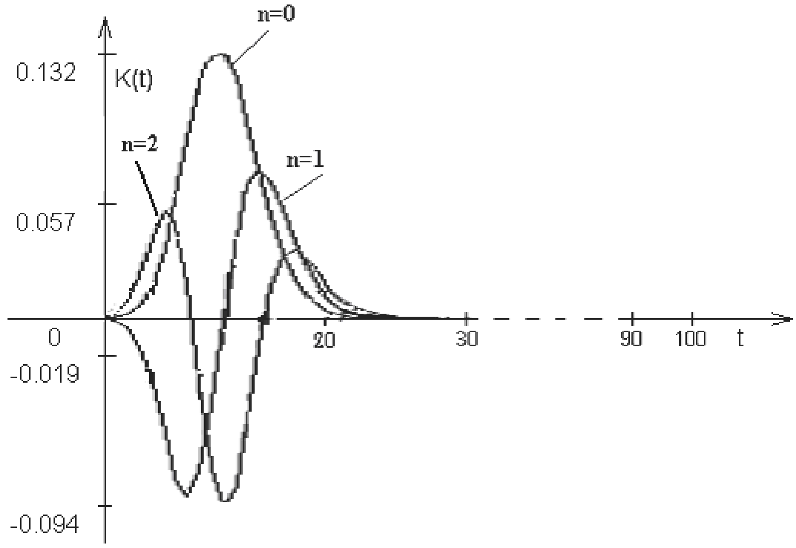

Рисунок 3 – Нормовані функції Кравчука при n=0, 1,2; T=100; p=0,1

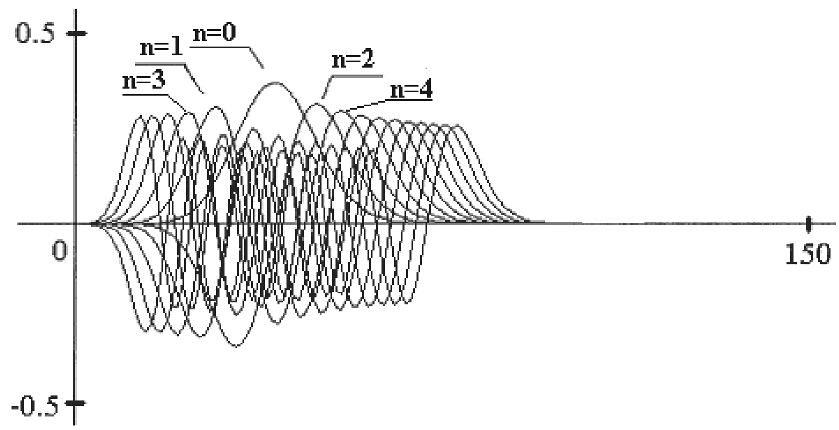

Рисунок 4 – Нормовані функції Кравчука при p=1/4; T=150

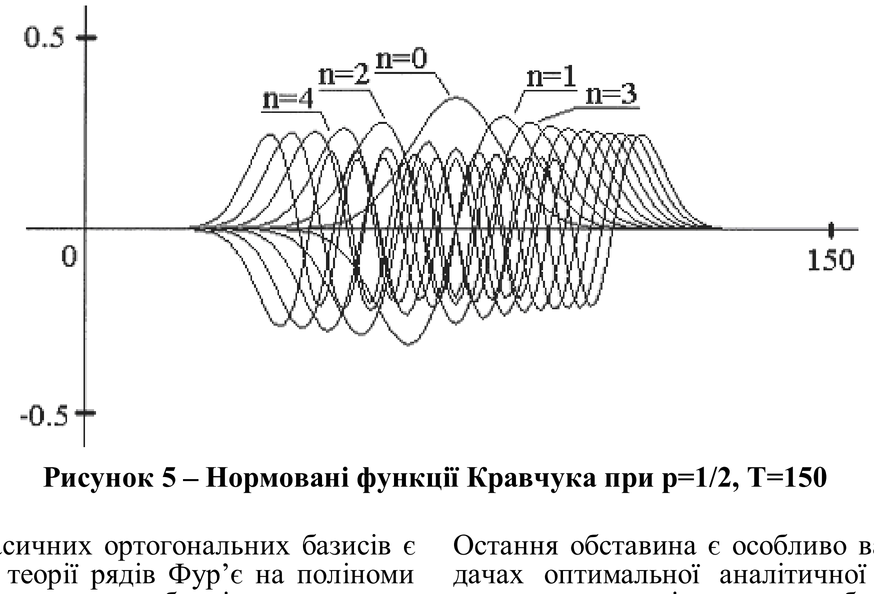

Рисунок 5 – Нормовані функції Кравчука при p=1/2, T=150

Теорія класичних ортогональних базисів є узагальненням теорії рядів Фур'є на поліноми алгебри. Їхня головна особливість полягає у тому, що в більшості формул, які задають конкретні базиси, наявні параметри, зміна яких може суттєво змінювати властивості ортогональних поліномів і вагових функцій, що утворюють конкретний ортогональний базис. Остання обставина є особливо важливою в задачах оптимальної аналітичної апроксимації, коли задана точність повинна бути забезпечена найкоротшим відрізком ортогонального ряду. Об'єктом подальших досліджень буде створення математичних моделей з удосконалення техніки обчислень та застосуванню вищевикладеного у нафтогазовій промисловості.

Література

1 Копей Б.В. Розрахунок, монтаж і експлуатація бурового обладнання: Підручник для вищих навчальних закладів / Б.В. Копей. – Івано-Франківськ: Факел, 2001 – 446 с.

2 Криштопа Л.І. Застосування рядів Фур'є та інтегралу Фур'є у нафтогазовій промисловості / Л.І. Криштопа, С.І. Криштопа, С.Я. Петрів // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2008. – № 3(28). – С. 41-44.

3 Криштопа Л.І. Застосування Рядів Фур'є в комп'ютерній графіці для автоматизації та контролю за технологічними процесами у нафтогазовій промисловості / Л.І. Криштопа, А.В. Сворак // Науковийі вісник ІФНТУНГ. – 2008. – № 2(18). – С. 120-125.

4 Кравчук М.П. Вибрані математичні праці / Упорядник Н.Вірченко. – Київ-Нью-Йорк, 2002. – 792 с.

5 Вірченко Н.О. Корифей української математики. Аксіоми для нащадків: Українські імена у світовій науці: Зб. нарисів / Н.О. Вірченко; упорядн. і передм. О.К. Романчука. – Львів: Меморіал, 1992. – С. 89-109.

6 Петро Кравчук. Книга рекордів Волині / П.М. Кравчук. – Любешів: Ерудит, 2005. – С. 193-195

7 Yap P.-T. Image analysis by Krawtchouk moments / P.-T.Yap, R.Paramesran, H. Ong. // IEEE Transactions on image processing, 12:1367-1377, 2003.

8 Krasikov I. Estimates for the Range of Binomiality in Codes' Spectra / Ilia Krasikov and Simon Litsyn // IEEE Transactions on Information Theory, vol. 43, № 3, 1997, 987-991

9 International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.9 No.1, January 2009

10 Dedus F.F. A new data processing technology for pattern recognition and image analysis problems / F.F. Dedus, A.F. Dedus, M.N. // Ustinin Pattern Recognition and Image Analysis, vol.2, 1992, pp.195-207.

Стаття надійшла до редколегії 17.07.14
*Рекомендована до друку професором **Мойсишиним В.М.** (ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ) канд. техн. наук **Вольченком Д.А.** (Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника, м. Івано-Франківськ)*