

# MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

## Órgãos de Máquinas II

Elaborado e revisto por Paulo Flores, José Gomes, Nuno Dourado e Filipe Marques - 2017



Universidade do Minho  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus de Azurém  
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220  
Fax: +351 253 516 007  
E-mail: [pflores@dem.uminho.pt](mailto:pflores@dem.uminho.pt)  
URL: [www.dem.uminho.pt](http://www.dem.uminho.pt)



Universidade do Minho  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus de Azurém  
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220  
Fax: +351 253 516 007  
E-mail: [jgomes@dem.uminho.pt](mailto:jgomes@dem.uminho.pt)  
URL: [www.dem.uminho.pt](http://www.dem.uminho.pt)



Universidade do Minho  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus de Azurém  
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220  
Fax: +351 253 516 007  
E-mail: [nunodourado@dem.uminho.pt](mailto:nunodourado@dem.uminho.pt)  
URL: [www.dem.uminho.pt](http://www.dem.uminho.pt)



Universidade do Minho  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus de Azurém  
4804-533 Guimarães - PT

Tel: +351 253 510 220  
Fax: +351 253 516 007  
E-mail: [fmarques@dem.uminho.pt](mailto:fmarques@dem.uminho.pt)  
URL: [www.dem.uminho.pt](http://www.dem.uminho.pt)



# T.08 – ENGRENAGENS DE PARAFUSO SEM-FIM

1. Introdução
2. Geração do Dente
3. Perfis dos Filetes
4. Nomenclatura
5. Relação de Transmissão
6. Relações Geométricas
7. Parâmetros de Desempenho
8. Revisão de Conhecimentos
9. Referências Bibliográficas

## Generalidades

As engrenagens de parafuso sem-fim pertencem ao [grupo das engrenagens torsas](#), em que uma das rodas tem a forma de um parafuso.

As engrenagens de parafuso sem-fim podem também ser consideradas como um caso particular das engrenagens helicoidais cruzadas .

A figura 1 ilustra uma [engrenagem de parafuso sem-fim com roda helicoidal](#). Na verdade, esta é uma das formas mais frequentemente utilizada na prática e que inclui um parafuso cilíndrico e uma roda cilíndrica de dentes helicoidais.



**Fig. 1** Parafuso sem-fim roda helicoidal

Originalmente, as engrenagens de parafuso sem-fim eram utilizadas para transmissões mecânicas compactas em que se pretendia uma significativa redução de velocidades entre os órgãos motor e movido.

Este tipo de engrenagem é mais suave, mais silencioso e amortece um maior nível de vibrações quando comparado com as restantes classes de engrenagens.

Em relação às hipoides, os parafusos sem-fim apresentam maior capacidade de carga em virtude do maior contacto entre os dentes .

## Aplicações e Número de Entradas

Uma das principais aplicações deste tipo de engrenagem é nos denominados redutores de velocidade, vulgo redutores, em que as relações de transmissão podem atingir valores da ordem dos 100:1.

De um modo geral, [relações de transmissão de 50:1](#) são o limite em termos económicos. Para valores superiores a este devem usar-se sistemas de engrenagens de dois andares

A figura 2 mostra um exemplo de um [reductor de velocidade](#) do tipo parafuso sem-fim roda helicoidal.



Fig. 2 Redutor de velocidade

Quando o fator primordial é a [transmissão de potência](#) devem usar-se parafusos de múltiplas entradas.

Quando o principal fator é a [redução de velocidade](#) devem usar-se parafusos de uma única entrada, sobretudo quando se pretende que a transmissão seja autoblocante. Em geral, o número de entradas varia entre [1 e 5](#), podendo atingir 10.

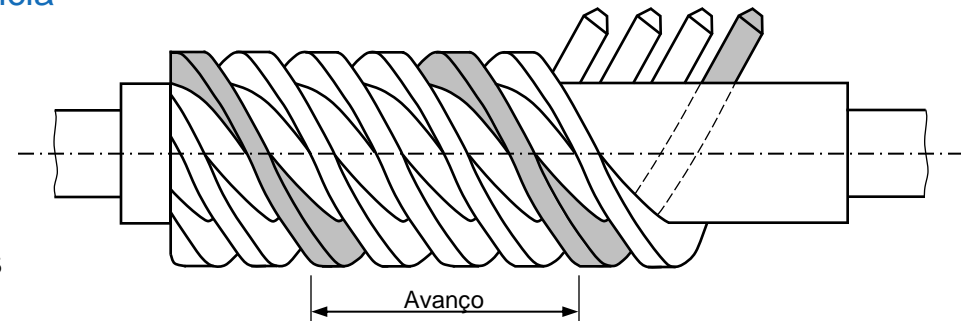


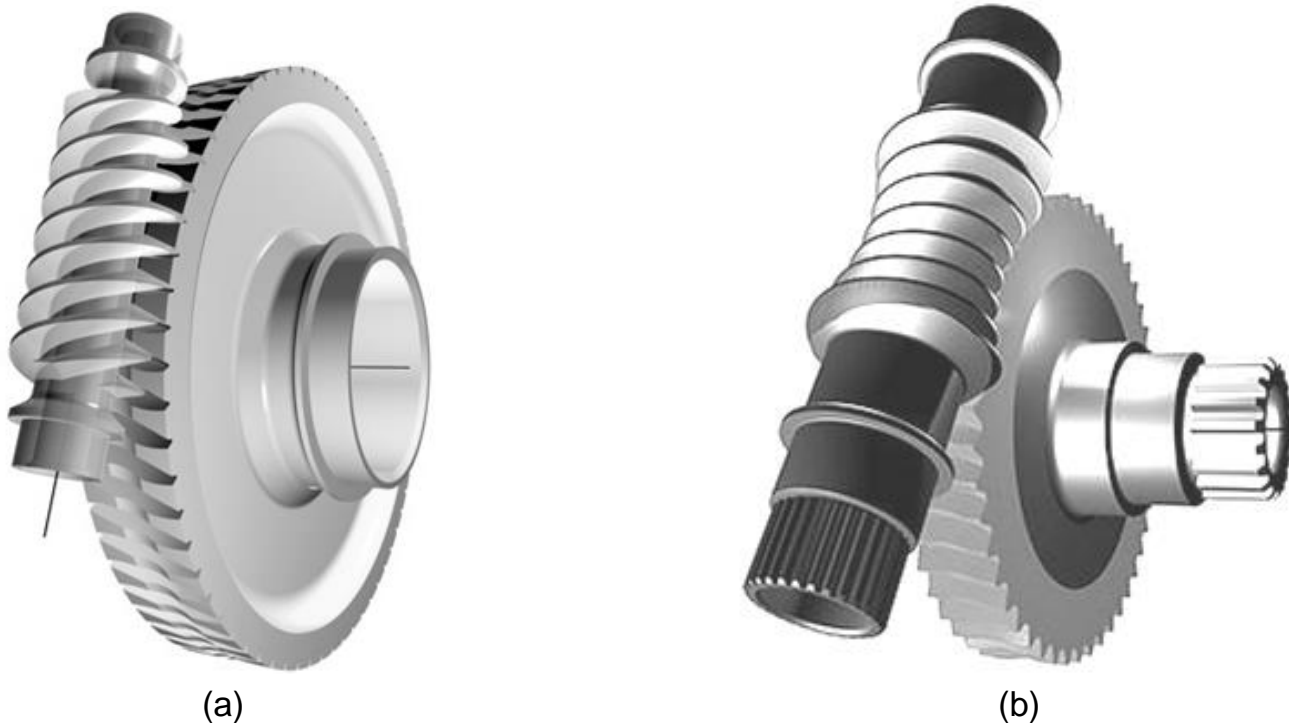
Fig. 3 Parafuso sem-fim de quatro entradas

A figura 3 diz respeito a um caso em que o parafuso tem quatro entradas.

## Envolvimento Simples e Duplo

A **capacidade de transmissão de potência** pode ser aumentada se o parafuso for modificado com o intuito de envolver a roda. Assim, o contacto entre os dentes dá-se segundo uma **superfície** e não uma linha. Por conseguinte, a capacidade de carga aumenta com a modificação do parafuso e ou da roda.

Contudo, a modificação do dentado requer um maior rigor na montagem das engrenagens, principalmente quando as potências e velocidades em jogo são elevadas. A figura 4 ilustra duas engrenagens de parafuso sem-fim, uma de **envolvimento simples** e outra de **envolvimento duplo** ou composto.

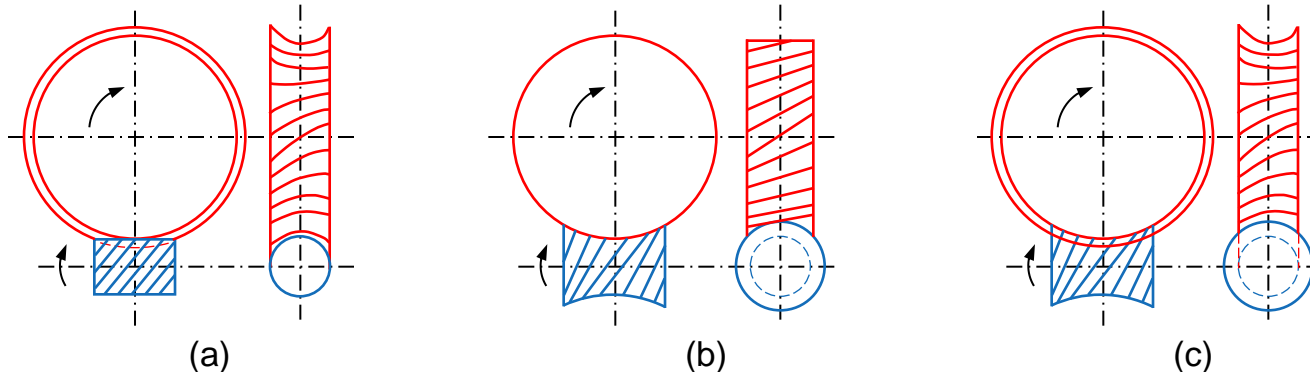


**Fig. 4** Engrenagens de parafuso sem-fim: (a) Envolvimento simples; (b) Envolvimento duplo

## Associações Parafuso Sem-Fim e Roda

De um modo geral, são três as diferentes associações que se podem estabelecer entre o parafuso sem-fim e a roda em sistemas redutores, a saber: (i) parafuso cilíndrico e roda globoide; (ii) parafuso globoide e roda cilíndrica; (iii) parafuso globoide e roda globoide.

A figura 5 ilustra estas diferentes combinações entre parafuso sem-fim e roda



**Fig. 5** (a) Parafuso cilíndrico e roda globoide; (b) Parafuso globoide e roda cilíndrica; (c) Parafuso globoide e roda globoide.

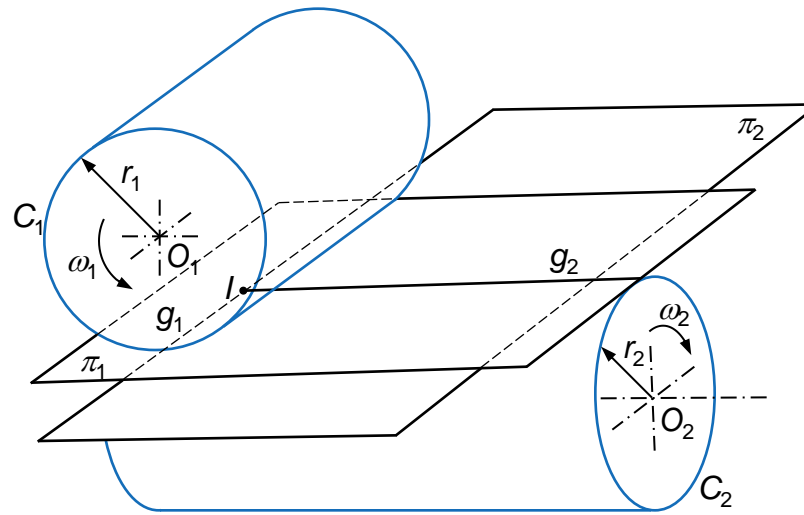
As engrenagens de parafuso sem-fim apresentam **rendimentos relativamente baixos** quando comparadas com as demais engrenagens, uma vez que os escorregamentos são bastante consideráveis. Na verdade, os parafusos sem-fim apresentam rendimentos que podem variar entre **45 e 70%**.

Em geral, o **parafuso sem-fim é construído em aço de liga** com tratamentos térmicos e de superfície. Por seu lado, a **roda é frequentemente feita em bronze**. Este par de materiais é escolhido em virtude do baixo atrito que proporcionam, sendo o valor do coeficiente de atrito, na presença de lubrificante, de **0,07**.

## Geração em Evolvente Helicoidal

Na figura 6 onde  $C_1$  e  $C_2$  denotam as **superfícies cilíndricas** primitivas de uma engrenagem torsa que se pretende gerar. Os **cilindros primitivos têm raios  $r_1$  e  $r_2$** , também representados na figura 6. Deve notar-se que os eixos dos cilindros primitivos são segmentos de reta enviesados, facto que decorre da própria definição de engrenagem torsa.

A figura 6 inclui ainda **dois planos,  $\pi_1$  e  $\pi_2$** , coincidentes e paralelos aos eixos dos cilindros primitivos. Estes planos são **tangentes aos cilindros primitivos** segundo os segmentos de reta  $g_1$  e  $g_2$ , denominados **geratrizes de contacto**. Da análise da figura 6 pode observar-se que as geratrizes de contacto se intersectam no ponto  $I$ , sendo o único ponto de contacto entre os cilindros primitivos.



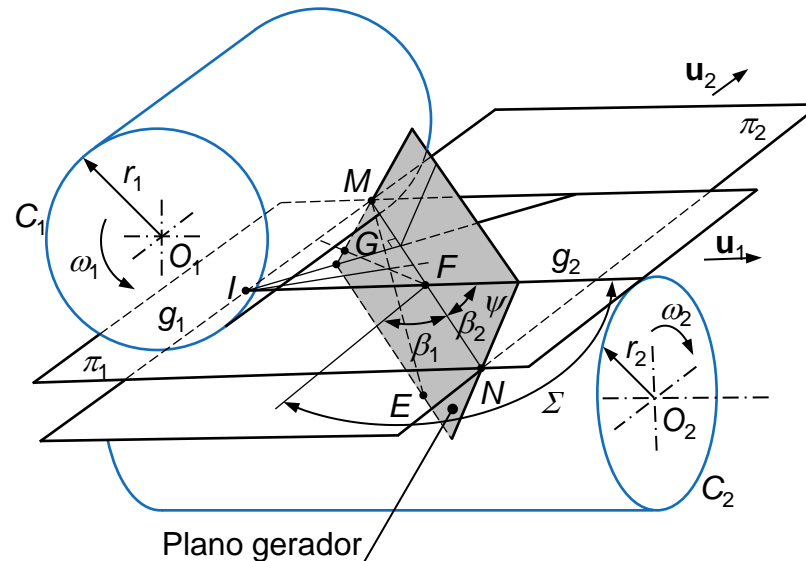
**Fig. 6** Elementos básicos utilizados na geração de dentes de engrenagens torsas

## Geração em Evolvente Helicoidal

Considere-se agora o **plano gerador**  $\psi$  representado na figura 7, o qual faz um ângulo igual a  $90-\alpha_n$  com os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

A **reta MN** representa a intersecção do plano gerador com os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , sendo  $\beta_1$  e  $\beta_2$  os ângulos formados pelo segmento de reta  $MN$  e pelas geratrizes  $g_1$  e  $g_2$ , respetivamente.

Quando o cilindro primitivo  $C_1$  roda no sentido indicado na figura 7, o plano  $\pi_1$  é deslocado no sentido representado pelo vetor  $\mathbf{u}_1$ . Por seu lado, o plano  $\psi$  atuará o plano primitivo  $\pi_2$  deslocando-se este último no sentido indicado pelo vetor  $\mathbf{u}_2$  e, conseqüentemente, o cilindro primitivo  $C_2$  rodará no sentido da figura 7.



**Fig. 7** Representação esquemática da geração dos perfis de dentes de engrenagens torsas

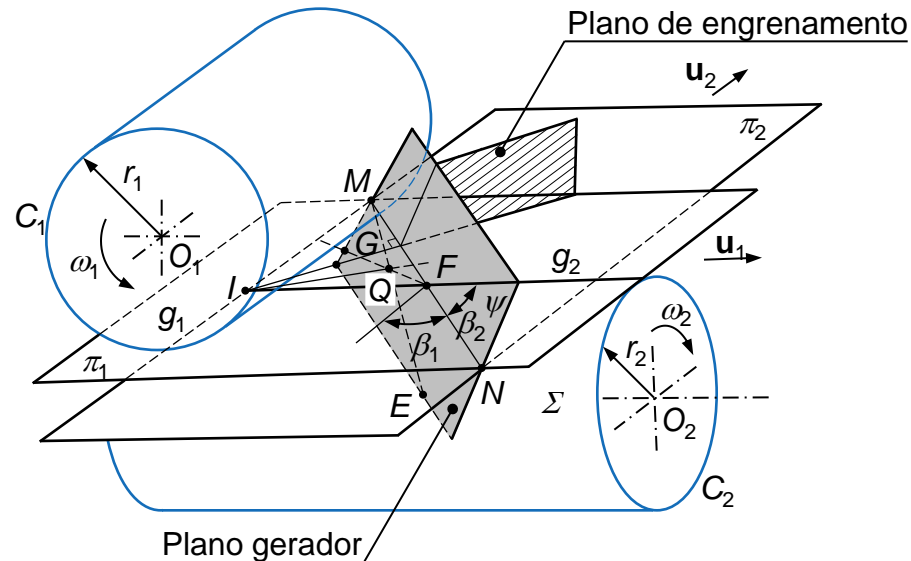


## Geração em Evolvente Helicoidal

As **envolventes das sucessivas** posições do plano gerador  $\psi$  são duas superfícies helicoidais denominadas por  $S_1$  e  $S_2$ , respetivamente, associadas aos planos primitivos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ . Estas duas superfícies helicoidais são conjugadas em virtude do modo como são obtidas e, por conseguinte, representam as superfícies dos dentes de uma engrenagem torsa.

O **contacto** entre o plano gerador  $\psi$  e a **superfície helicoidal  $S_1$**  dá-se segundo a reta  $ME$ , interseção do plano  $\psi$  com o plano que passa pela geratriz  $g_1$  e lhe é normal.

Do mesmo modo, o contacto do plano gerador  $\psi$  com a superfície helicoidal  $S_2$  dá-se segundo a reta  $FG$ , interseção do plano  $\psi$  com o plano que passa pela geratriz  $g_2$  e lhe é normal.



**Fig. 8** Plano de engrenamento em engrenagens torsas

## Geração em Evolvente Helicoidal

Pode observar-se que  $g_1$  e  $g_2$  representam os eixos instantâneos de rotação entre os planos primitivos  $\pi_1$  e  $\pi_2$  e os respectivos cilindros primitivos  $C_1$  e  $C_2$ .

Da observação da figura 8 (ver *slide* anterior) verifica-se que as retas  $ME$  e  $FG$  se cruzam no ponto  $Q$ , que constitui o único ponto de contacto entre as superfícies helicoidais.

Do ponto de vista geométrico o ponto de contacto  $Q$  não é mais do que o pé da perpendicular baixada do ponto  $I$  sobre os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , tal como se representa na figura 8.

Atendendo a que estes planos têm uma orientação invariável, o ponto de contacto  $Q$  situa-se na reta  $IQ$  que representa a linha de ação ou de engrenamento.

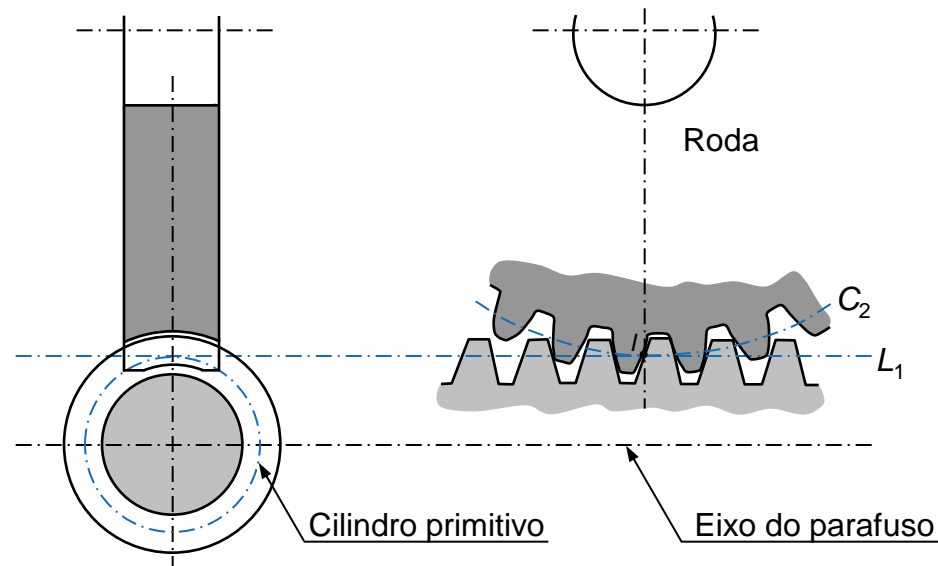
Por seu lado, o plano de engrenamento passa pelo ponto  $I$  e é perpendicular à reta  $MN$ , tal como se evidencia na figura 8.

## Análise Simplificada

Para o caso do parafuso é mais adequado falar-se em filetes do parafuso do que em dentes. Acresce ainda o facto de que os eixos do parafuso sem-fim e da roda helicoidal serem perpendiculares.

A análise descritiva das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal pode ser simplificada sobremaneira quando **se considera o sem-fim como sendo uma cremalheira**, tal como se esquematiza na figura 9.

Deste modo, quando o parafuso sem-fim roda em torno do próprio eixo, qualquer secção dos filetes do parafuso descreve um **movimento de translação retilínea paralela ao eixo do parafuso sem-fim**, ou seja, a cremalheira.



**Fig. 9** Secção de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal

## Análise Simplificada

Representando o **passo helicoidal** do parafuso sem-fim por  $p_z$ , então, por definição, uma dada secção desloca-se uma distância  $p_z$  por cada rotação do parafuso sem-fim. Esta amplitude de movimento de translação axial chama-se **avanço**, tal como se evidencia na figura 3.

A roda descreve a mesma amplitude de rotação quando a cremalheira se desloca em movimento puro de translação ao longo do eixo do parafuso sem-fim, ou seja é como que o parafuso sem-fim não rodasse.

A figura 9 diz respeito à secção de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal que resulta quando aquela é interseçada pelo plano médio. Deste modo, obtém-se uma cremalheira cujos perfis dos **filetes são simétricos** entre si, pelo que durante o engrenamento os perfis da cremalheira funcionam com os respetivos perfis conjugados da secção da roda helicoidal.

Os principais elementos que caracterizam este engrenamento são a circunferência primitiva  $C_2$  da roda helicoidal e a reta primitiva  $L_1$  da cremalheira. Estes dois elementos são tangentes no ponto primitivo  $I$ .

Em geral, os perfis dos filetes dos parafusos sem-fim podem apresentar as seguintes formas geométricas:

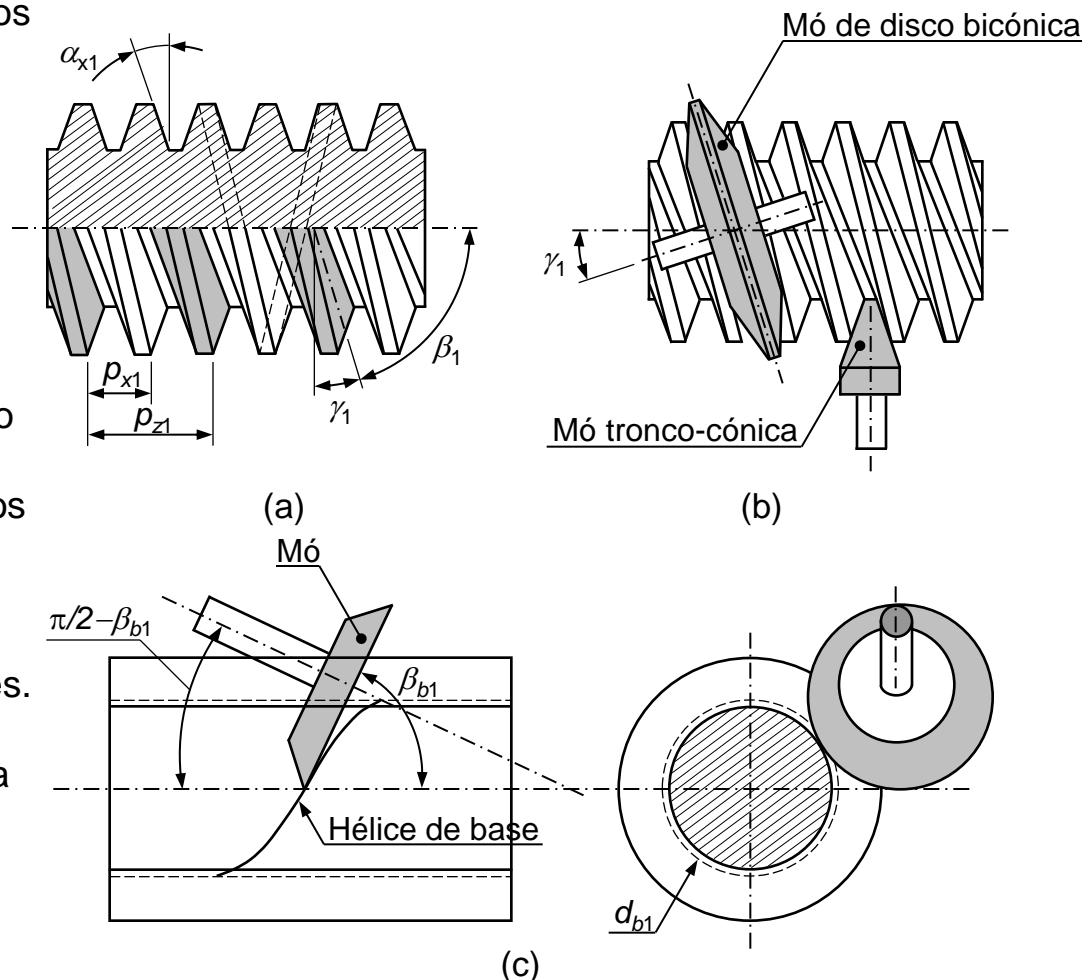
- **Filete trapezoidal** (ver figura 10a)
- Filete gerado por um tronco de cone de revolução (ver figura 10b)
- Filete helicoidal (ver figura 10c).

## Análise Simplificada

O perfil trapezoidal é dos perfis mais utilizados em transmissões mecânicas de parafuso sem-fim roda helicoidal. Quando as cargas em jogo são baixas podem usar-se filetes com perfil triangular, não obstante o seu rendimento ser relativamente baixo devido ao elevado atrito que se desenvolve.

Existem ainda os parafusos sem-fim **tóricos** em que os filetes são gerados num segmento de toro. Neste tipo de parafusos sem-fim existe um maior número de filetes engrenados ao mesmo tempo, pelo que apresentam uma maior capacidade de carga. Devido à quase inexistência de folgas, os parafusos sem-fim tóricos possibilitam transmissões mais suaves.

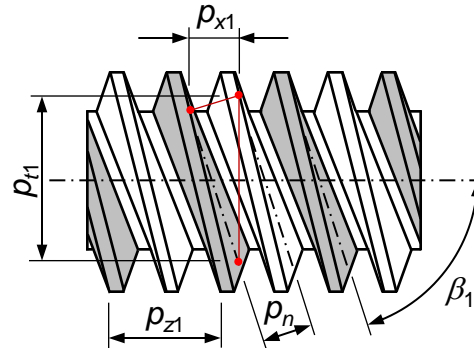
Contudo, este tipo de engrenagem apresenta rendimentos relativamente baixos, uma vez que há uma maior área entre as superfícies de contacto.



**Fig. 10** Perfis de filetes de parafuso sem-fim: (a) Perfil trapezoidal; (b) Perfil gerado por tronco de cone de revolução; (c) Perfil helicoidal evolvente<sub>13</sub>

## Representação de um Parafuso Sem-Fim

A figura 11 ilustra alguns dos **principais elementos geométricos** que caracterizam uma engrenagem deste tipo



**Fig. 11** Representação de um parafuso sem-fim

A nomenclatura referente à **roda helicoidal** é em tudo semelhante à das engrenagens cilíndricas de dentes inclinados, pois é utilizado um grande número de termos iguais num e noutro caso.

Há, todavia, um conjunto de parâmetros que merecem aqui ser realçados, nomeadamente:

- $p_n$  – **passo real ou normal**, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal
- $p_{t1}$  – **passo aparente** ou transversal do parafuso sem-fim, que diz respeito ao passo medido no plano frontal perpendicular ao eixo
- $p_{x1}$  – **passo axial do parafuso sem-fim**, que coincide com o passo aparente da roda helicoidal
- $p_{z1}$  – **passo helicoidal do parafuso sem-fim**, também denominado de avanço



## Nomenclatura Fundamental

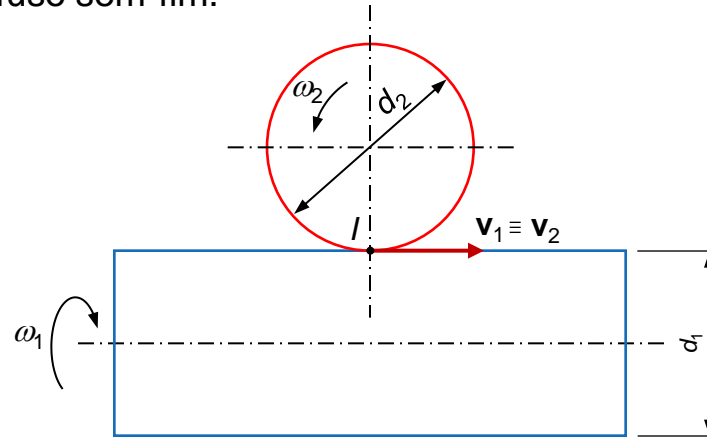
- $m_n$  – **módulo normal ou real**, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal
- $m_{t1}$  – **módulo aparente** ou transverso do parafuso sem-fim
- $m_{x1}$  – **módulo axial** do parafuso sem-fim, que é igual ao módulo aparente da roda helicoidal
- $\alpha_n$  – **ângulo de pressão real**, que é igual para o parafuso sem-fim e para a roda helicoidal
- $\alpha_{t1}$  – **ângulo de pressão aparente** ou transverso do parafuso sem-fim
- $\alpha_{x1}$  – **ângulo de pressão axial** do parafuso sem-fim
- $z_1$  – **número de entradas** do parafuso sem-fim
- $z_2$  – **número de dentes** da roda helicoidal
- $\beta_1$  – **ângulo de inclinação primitiva do filete do parafuso sem-fim** em relação ao seu eixo
- $\gamma_1$  – **ângulo ascendente ou ângulo de passo**, que é complementar do ângulo de inclinação primitiva
- $a$  – distância entre eixos
- $\omega_1$  – velocidade angular do parafuso sem-fim
- $\omega_2$  – velocidade angular da roda helicoidal
- $i$  – relação de transmissão

Para um parafuso sem-fim, o **passo axial** pode ser calculado do seguinte modo

$$p_{x1} = \frac{p_{z1}}{z_1}$$

## Engrenamento Parafuso Sem-Fim Roda Helicoidal

A relação de transmissão não é apenas expressa em função dos diâmetros primitivos, dada a existência de um ângulo de inclinação do parafuso sem-fim.



**Fig. 12** Representação do engrenamento parafuso sem-fim roda helicoidal

Considere-se a representação simplificada de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal, tal como ilustra a figura 12.

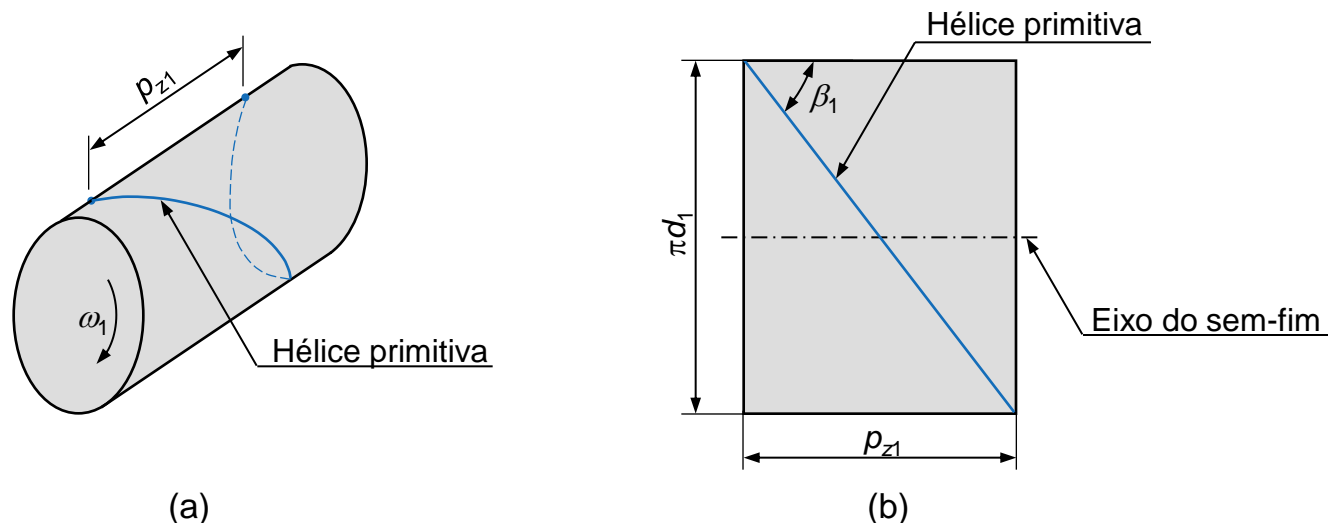
A velocidade linear do ponto primitivo é a mesma, quer se considere o ponto primitivo pertencente ao parafuso sem-fim, quer se considere o ponto primitivo pertencente à roda. Assim, neste caso tem-se que

$$v_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2}$$



## Representação do Passo de Hélice

Para a determinação da **velocidade linear do ponto** primitivo quando este pertence ao parafuso sem-fim considere-se a representação da figura 13.



**Fig. 13** (a) Representação do passo num parafuso sem-fim; (b) Planificação do passo

Pela **definição de passo** pode verificar-se que por cada rotação do parafuso sem-fim há um deslocamento axial igual ao passo helicoidal, ou seja

$$1 \text{ rotação} \leftrightarrow p_{z1}$$

Atendendo à definição de velocidade, a expressão anterior resulta em

$$\frac{\omega_1}{2\pi} \text{ rotações/s} \leftrightarrow v_1$$

## Velocidade no Ponto Primitivo do Parafuso

Combinando as duas expressões anteriores pode obter-se a seguinte equação

$$v_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} p_{z1}$$

Por outro lado, da observação da figura 13b pode escrever-se que

$$p_{z1} = \frac{\pi d_1}{\operatorname{tg}\beta_1}$$

Finalmente, a [velocidade no ponto primitivo do parafuso](#) é dada por

$$v_1 = \frac{\omega_1 d_1}{2\operatorname{tg}\beta_1}$$

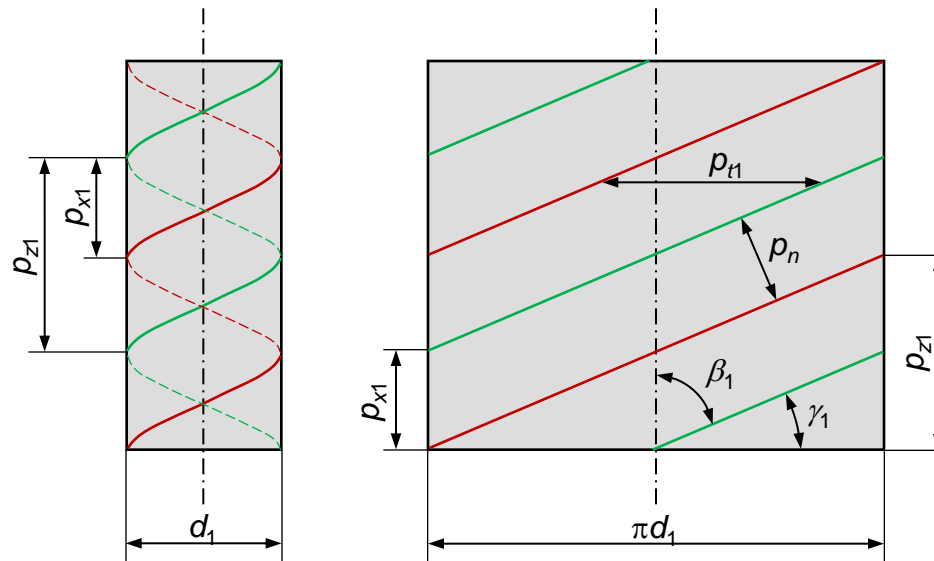
Atendendo à [definição de relação de transmissão](#) e combinando as equações das velocidades do ponto primitivo pode verificar-se que

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} \operatorname{tg}\beta_1$$

Pode verificar-se que a relação de transmissão é expressa em função dos diâmetros primitivos do parafuso sem-fim e da roda helicoidal, bem como do ângulo de inclinação dos filetes

## Passo Normal, Aparente e Axial

Considere-se a representação da figura 14 que diz respeito à [planificação do cilindro primitivo](#) de um parafuso sem-fim de dupla entrada.



**Fig. 14** Elementos geométricos de um parafuso sem-fim

Com referência à figura 14 podem estabelecer-se as seguintes relações entre o [passo normal ou real](#) e os [passos aparente e axial](#)

$$p_n = p_{t1} \cos \beta_1 \qquad p_n = p_{x1} \sin \beta_1$$

em que  $\beta_1$  representa o ângulo de inclinação primitiva ou ângulo de hélice primitiva.

## Módulo Real, Aparente e Axial

Do mesmo modo pode escrever-se que

$$m_n = m_{t1} \cos \beta_1 \qquad m_n = m_{x1} \operatorname{sen} \beta_1$$

sendo  $m_{t1}$  e  $m_{x1}$  os passos aparente e axial do parafuso sem-fim.

Atendendo à definição de módulo tem-se que

$$m_n = \frac{p_n}{\pi} \qquad m_{t1} = \frac{p_{t1}}{\pi} \qquad m_{x1} = \frac{p_{x1}}{\pi}$$

O engrenamento entre o parafuso sem-fim e a roda efetua-se quando ambos os elementos apresentam o **mesmo ângulo de pressão normal ou real**. Por conseguinte, os módulos e passos reais têm também o mesmo valor no parafuso sem-fim e na roda helicoidal. Assim, em analogia com o que foi descrito para o parafuso sem-fim são válidas as seguintes relações para a roda

$$m_n = m_{t2} \cos \beta_2 \qquad m_n = m_{x2} \operatorname{sen} \beta_2$$

$$p_n = p_{t2} \cos \beta_2 \qquad p_n = p_{x2} \operatorname{sen} \beta_2$$

em que  $\beta_2$  denota o ângulo de hélice da roda helicoidal.

## Relação entre Elementos do Parafuso Sem-Fim e da Roda

Da combinação das equações anteriores verifica-se que

$$p_n = p_{t1} \cos \beta_1 = p_{t2} \cos \beta_2$$

$$m_n = m_{t1} \cos \beta_1 = m_{t2} \cos \beta_2$$

Pela definição de módulo sabe-se que

$$d_1 = m_{t1} z_1 \qquad d_2 = m_{t2} z_2$$

Atendendo a que os ângulos de hélice da roda e do parafuso são complementares, pode verificar-se que

$$\begin{aligned}
 m_n &= m_{x1} \sin \beta_1 = m_{t2} \cos \beta_2 & \operatorname{tg} \beta_1 &= \frac{\pi d_1}{p_{z1}} & \operatorname{tg} \beta_{b1} &= \operatorname{tg} \beta_1 \cos \alpha_{t1} \\
 m_{x1} &= m_{t2} & \operatorname{tg} \gamma_1 &= \frac{p_{z1}}{\pi d_1} & \sin \beta_{b1} &= \sin \beta_1 \cos \alpha_n \\
 p_{x1} &= p_{t2} & \operatorname{tg} \beta_{b1} &= \frac{d_{b1}}{d_1} \operatorname{tg} \beta_1 & \cos \beta_{b1} \cos \alpha_{t1} &= \cos \beta_1 \cos \alpha_n \\
 p_{t1} &= p_{t2} \operatorname{tg} \beta_1 & & & \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha_{x1} \sin \beta_1 \\
 m_{t1} &= m_{t2} \operatorname{tg} \beta_1 & d_{b1} &= d_1 \cos \alpha_{t1} = m_{t1} z_1 \cos \alpha_{t1} & \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha_{t1} \cos \beta_1 \\
 & & & & \operatorname{tg} \alpha_{t1} &= \operatorname{tg} \alpha_{x1} \operatorname{tg} \beta_1
 \end{aligned}$$

## Proporções dos Filetes e Dentes

No presente contexto considera-se apenas o **sistema normal** em que o ângulo de pressão normal ou real é igual a  $20^\circ$  e que é adotado pelo fabricante *David Brown and Sons*. Assim tem-se que

$$h_{a1} = m_{x1} \qquad h_{1\min} = 2,2m_n = 2,2m_{x1}\text{sen}\beta_1 \qquad d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}$$

$$h_{f1\min} = m_{x1}(2,2\text{sen}\beta_1 - 1) \qquad h_{1\max} = 2,25m_n = 2,25m_{x1}\text{sen}\beta_1 \qquad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}$$

$$h_{f1\max} = m_{x1}(2,5\text{sen}\beta_1 - 1)$$

A **espessura do filete** é definida no cilindro médio do parafuso sem-fim, cujo raio é dado por

$$r = \frac{d_{a1} + d_{f1}}{4} \qquad s_{x1} = e_{x1} = \frac{p_{x1}}{2}$$

O **diâmetro de base do parafuso sem-fim** deve ser menor que o diâmetro de raiz, donde resulta que

$$d_{b1} < d_{f1} \qquad \cos\alpha_{t1} = \frac{d_{f1}}{d_1} \qquad \text{tg}\alpha_n = \text{tg}\alpha_{t1} \cos\beta_1$$

## Proporções dos Filetes e Dentes

A determinação do **comprimento do parafuso sem-fim** é laboriosa e complexa em virtude do traçado da zona total de contacto. Com efeito, é comum a utilização de relações geométricas simples e práticas

$$b_1 = 6p_{x1} \qquad b_1 = p_{x1} \left( 4,5 + \frac{z_2}{50} \right) \qquad b_1 = \sqrt{8d_2 h_{a1}} \qquad b_1 = 14m_{x1} \cos \gamma_1$$

Para a roda helicoidal devem adotar-se as seguintes relações

$$h_{a2} = m_{x1} (2\text{sen}\beta_1 - 1) \qquad h_{f2\text{min}} = m_{x1} (1 + 0,2\text{sen}\beta_1) \qquad h_{f2\text{máx}} = m_{x1} (1 + 0,25\text{sen}\beta_1)$$

$$h_{2\text{min}} = 2,2m_{x1} \text{sen}\beta_1 \qquad h_{2\text{máx}} = 2,25m_{x1} \text{sen}\beta_1$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \qquad d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} \qquad e_{2\text{min}} = 0,2m_{x1} \qquad b_2 = 2m_{x1} \sqrt{z_2 + 1}$$

Para maximizar a capacidade de transmissão de potência, no projeto de engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal, deve garantir-se que o **diâmetro primitivo do parafuso sem-fim** esteja dentro do seguinte intervalo

$$\frac{a^{0,875}}{2} \leq d_1 \leq \frac{a^{0,875}}{1,7}$$

## Relação de Condução

O estudo da continuidade do engrenamento em engrenagens de parafuso sem-fim requer uma análise gráfica cuidada das zonas de contacto entre os filetes do parafuso e os flancos dos dentes da roda.

Para o caso particular das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal, a relação de condução pode obter-se recorrendo à seguinte expressão

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \frac{d_2}{2} \operatorname{sen} \alpha_{x1} + \frac{h_{a1}}{\operatorname{sen} \alpha_{x1}}}{\pi m_{x1} \cos \alpha_{x1}}$$

em que o ângulo de pressão axial do parafuso sem-fim é dado por

$$\alpha_{x1} = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{sen} \beta_1} \right)$$

Considere uma engrenagem de parafuso sem-fim de entrada dupla e com uma roda helicoidal de 30 dentes. O parafuso, que é o órgão motor, tem 44 mm de diâmetro primitivo, um módulo axial de 3 mm e um ângulo de pressão real igual a 20°. Assim, determine a relação de condução desta engrenagem.

**Solução:**

$$\varepsilon = 1,81$$



## Rendimento: Parafuso Órgão Motor

A força que atua perpendicularmente à superfície dos filetes do parafuso é representada pelo símbolo  $N$ , a qual pode ser dividida em duas componentes, ou seja

$$F_{r1} = N \sin \alpha_n \quad F_1 = N \cos \alpha_n$$

Em virtude do deslizamento que ocorre durante o engrenamento entre o parafuso sem-fim e a roda gera-se uma força de atrito, a qual é dada pela lei de atrito seco de Coulomb, isto é,  $\mu N$ .

Da análise da figura 15 verifica-se que as componentes tangencial e axial das forças que atuam na hélice primitiva podem ser expressas do seguinte modo

$$F_{t1} = F_1 \sin \gamma_1 + \mu N \cos \gamma_1 \quad F_{a1} = F_1 \cos \gamma_1 - \mu N \sin \gamma_1$$

Combinando as equações supramencionadas resulta que

$$F_{r1} = N \sin \alpha_n$$

$$F_{t1} = N (\cos \alpha_n \sin \gamma_1 + \mu \cos \gamma_1)$$

$$F_{a1} = N (\cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu \sin \gamma_1)$$

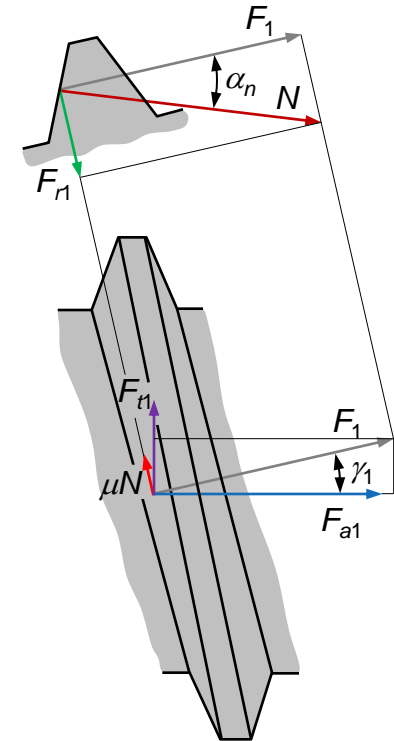


Fig. 15 Forças no sem-fim

## Rendimento: Parafuso Órgão Motor

Na figura 16 estão representadas as componentes radiais, tangenciais e axiais quando o **parafuso é o órgão motor** com hélice direita e a roda é de hélice direita. Observa-se que

$$F_{r1} = F_{r2} \quad F_{t1} = F_{a2} \quad F_{a1} = F_{t2}$$

Atendendo a que o **rendimento** de uma engrenagem pode ser definido como o **quociente entre a potência útil e a potência disponível** tem-se que

$$\eta_p = \frac{F_{t2} \frac{d_2}{2} \omega_2}{F_{t1} \frac{d_1}{2} \omega_1} = \frac{F_{t2} d_2 \omega_2}{F_{t1} d_1 \omega_1}$$

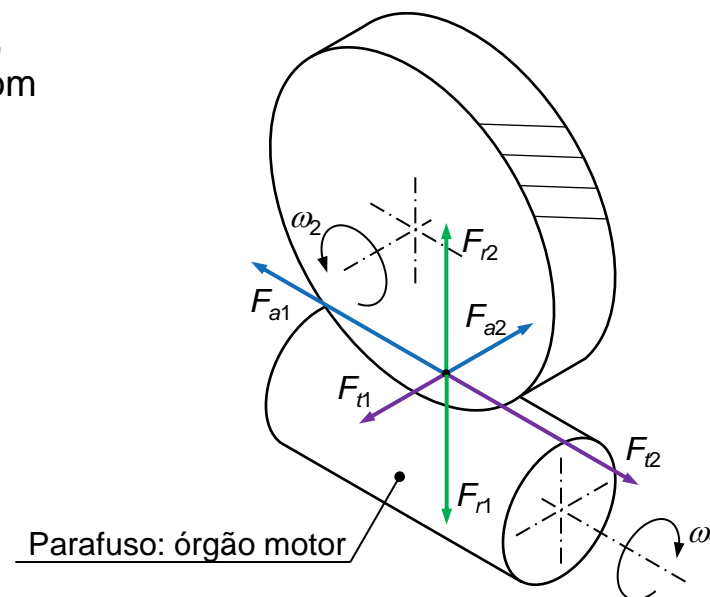


Fig. 16 Forças de engrenamento

em que o índice  $p$  diz respeito ao órgão motor na presente análise, ou seja, o **parafuso** sem-fim.

Considerando agora a **definição de relação de transmissão** para uma engrenagem de parafuso sem-fim dada pela expressão do *slide* 18 e também as equações acima apresentadas para as diferentes componentes das forças de engrenamento tem-se que

$$\eta_p = \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu \operatorname{sen} \gamma_1}{\cos \alpha_n \operatorname{sen} \gamma_1 + \mu \cos \gamma_1} \cotg \beta_1$$

## Rendimento: Parafuso Órgão Motor

Sabendo que os ângulos  $\beta_1$  e  $\gamma_1$  são complementares, então o **rendimento teórico** de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal em que o órgão motor é o parafuso pode ser expressa do seguinte modo

$$\eta_p = \frac{\cos \alpha_n - \mu \operatorname{tg} \gamma_1}{\cos \alpha_n + \mu \cot \gamma_1} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \cot \beta_1}{\cos \alpha_n + \mu \operatorname{tg} \beta_1}$$

em que  $\alpha_n$  é o ângulo de pressão real ou normal,  $\beta_1$  representa o ângulo de inclinação primitiva do filete do parafuso sem-fim e  $\mu$  é o coeficiente de atrito.

Efetuada agora a mesma análise para o caso em que a engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal é **multiplicadora**, isto é, a roda é o órgão motor pode obter-se a seguinte expressão

$$\eta_r = \frac{\cos \alpha_n - \mu \operatorname{tg} \beta_1}{\cos \alpha_n + \mu \cot \beta_1}$$

Deve referir-se que uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal é **autoblocante** quando for nula a componente tangencial que atua na roda, isto é

$$F_{t2} = N(\cos \alpha_n \operatorname{sen} \gamma_1 - \mu \cos \gamma_1) = 0$$

ou seja

$$\mu \geq \cos \alpha_n \operatorname{tg} \gamma_1$$

## Reversibilidade e Coeficiente de Atrito

As engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal **nem sempre são reversíveis**. Analisando as equações relativas ao rendimento e tendo em consideração que os numeradores devem ser sempre positivos para que haja transmissão de movimento, observa-se que

$$0 \leq \beta_1 \leq \phi \quad (\text{engrenagens irreversíveis})$$

$$\phi < \beta_1 < \frac{\pi}{2} - \phi \quad (\text{engrenagens reversíveis})$$

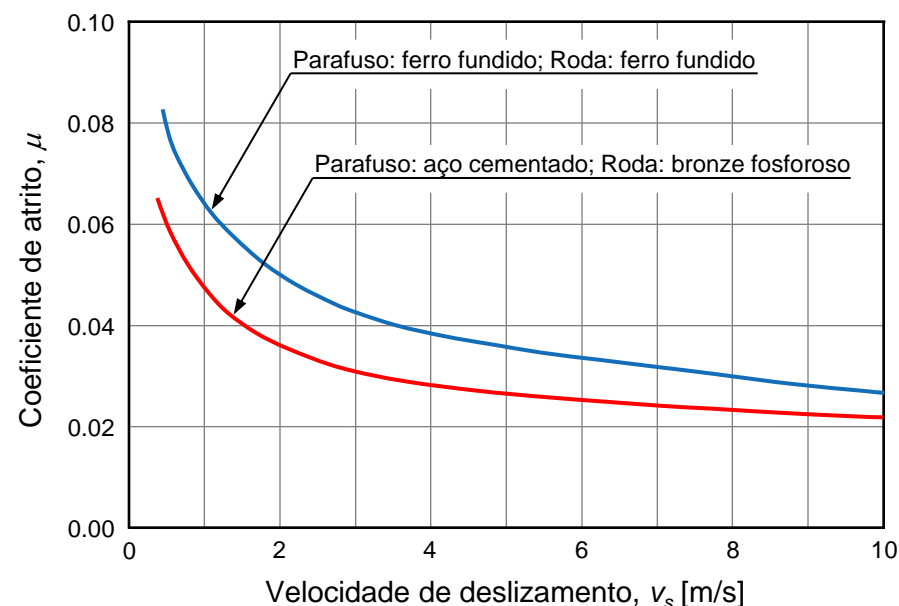
$$\frac{\pi}{2} - \phi \leq \beta_1 < \frac{\pi}{2} \quad (\text{engrenagens irreversíveis})$$

em que  $\phi$  representa o ângulo de atrito, ou seja

$$\mu = \text{tg} \phi$$

A título de exemplo, a figura 17 mostra a variação do **coeficiente de atrito para engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal lubrificadas**.

Os pares de materiais considerados para o parafuso e para a roda são, respetivamente, **aço temperado – bronze fosforoso** e **ferro fundido – ferro fundido**.



**Fig. 17** Variação do coeficiente de atrito

A **velocidade de escorregamento** é dada pela seguinte expressão

$$v_s = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \text{ sen} \beta_1}$$



## Perguntas de Revisão

Apresenta-se, de seguida, um **conjunto diversificado de questões** relativas aos principais aspetos relacionados com a temática das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal:

- Apresente as principais características das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal.
- Discuta o interesse do número de entradas no desempenho de engrenagens de parafuso sem-fim.
- Comente a seguinte afirmação “as engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal não são, em geral, reversíveis”.
- Discuta os limites para a relação de transmissão nas engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal.
- Discuta a importância da lubrificação no funcionamento das engrenagens de parafuso sem-fim roda helicoidal.
- Apresente o tipo de material que deve ser utilizado nos diversos órgãos de uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal.
- Distinga passo axial de passo helicoidal num parafuso sem-fim.
- Deduza a relação matemática entre o passo axial e o passo helicoidal.
- Distinga ângulo de inclinação primitiva de ângulo ascendente.
- Qual a relação entre os módulos reais de um parafuso sem-fim e de uma roda helicoidal para que haja engrenamento?
- Deduza uma expressão para a relação de transmissão numa engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal.



## Bibliografia Recomendada

Apresentam-se em seguida as [principais fontes bibliográficas](#) utilizadas na preparação deste documento:

- Branco, C.M., Ferreira, J.M., da Costa, J.D., Ribeiro, A.S. (2009) *Projecto de Órgãos de Máquinas*. 2ª Edição, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- Budynas, R.G., Nisbett, J.K. (2011) *Elementos de Máquinas de Shigley*. 8ª edição McGraw-Hill, Brasil.
- Flores, P., Gomes, J. (2014) *Cinemática e Dinâmica de Engrenagens. 1. Aspetos Gerais sobre Engrenagens*. Universidade do Minho, Escola de Engenharia, publicação interna, Guimarães, Portugal, 41p.
- Flores, P., Gomes, J. (2015) *Cinemática e Dinâmica de Engrenagens. 5. Engrenagens de Parafuso Sem-Fim*. Universidade do Minho, Escola de Engenharia, publicação interna, Guimarães, Portugal, 32p.
- Flores, P., Gomes, J. (2015) *Cinemática e Dinâmica de Engrenagens: Teoria e Exercícios de Aplicação*. Publindústria, Porto.
- Henriot, G. (1979) *Traité Théorique et Pratique des Engrenages*. Editora Dunod.
- Juvinall, R.C., Marshek, K.M. (2006) *Fundamentals of Machine Component Design*. John Wiley and Sons, New York.
- Wilson, C.E., Sadler, J.P. (1993) *Kinematics and Dynamics of Machinery*. 2nd Edition, Harper Collins College Publishers, New York.