

**LA PRÁCTICA DOCENTE EN EDUCACIÓN
INFANTIL DESDE EL ENFOQUE DE LA
EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA Y LOS
PROCESOS MATEMÁTICOS**



MARÍA SALGADO SOMOZA

Facultad de Ciencias de la Educación

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales

Programa de Doctorado de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática

Santiago de Compostela

2015

**LA PRÁCTICA DOCENTE EN EDUCACIÓN
INFANTIL DESDE EL ENFOQUE DE LA
EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA Y LOS
PROCESOS MATEMÁTICOS**

ASDO.

MARÍA SALGADO SOMOZA

Facultad de Ciencias de la Educación

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales

Programa de Doctorado de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática

Santiago de Compostela

2015

AUTORIZACIÓN DOS DIRECTORES DA TESE

Dna. M^a Jesús Salinas Portugal
Profesora do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais

D. Pablo González Sequeiros
Profesor do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais

Como Directores da Tese de Doutoramento titulada

«LA PRÁCTICA DOCENTE EN EDUCACIÓN INFANTIL DESDE EL ENFOQUE
DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA Y LOS PROCESOS
MATEMÁTICOS»


Presentada por Dna. María Salgado Somoza

Alumna do Programa de Doutoramento 2160-06-1 - Didáctica das Ciencias Experimentais e da
Matemática», regulado polo RD 778/1998.

*Autorizan a presentación da tese indicada, considerando que reúne os
requisitos esixidos no artigo 34 do regulamento de Estudos de Doutoramento,
e que como Directores da mesma non incurre nas causas de abstención
establecidas na lei 30/1992.*



Asdo. M^a Jesús Salinas Portugal



Asdo. Pablo González Sequeiros

A mis hijos,

Marta y Lucas



Agradecimientos

Toda tesis es un trabajo en el que concurren voluntades diversas que hacen posible que un trabajo individual se convierta, en cierta manera, en colectivo.

Debo comenzar por agradecer el trabajo de mi directora, profesora Dra. M^a Jesús Salinas Portugal, por permitirme estar a su lado, aprendiendo, guiándome y sólo impartíendome frases alentadoras; es un orgullo que me haya permitido ser su doctoranda. Su sabiduría junto con sus ideas destinándolas al servicio de los demás hacen de ella una persona entrañable. Aun para el peor momento, siempre tiene una sonrisa.

En segundo lugar, y no menos importante, a mi director, profesor Dr. Pablo González Sequeiros, persona en quien encontré ayuda y disponibilidad, con una dedicación que fue más allá de lo académicamente circunstancial, empleando buena parte de su tiempo en un seguimiento constante de este trabajo. Su apoyo y valiosa ayuda profesional han hecho posible la elaboración de esta Tesis Doctoral.

En tercer lugar, debo agradecer a todo el Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática de la Universidad de Santiago de Compostela por haber acogido esta investigación, con una mención especial a la Dra. Teresa Fernández por su apoyo incondicional.

A mis alumnos del CEIP Sigüeiro de Oroso de las diferentes promociones, ellos son la pieza clave de este trabajo, en quienes se apoya esta tesis.

A Álex por su apoyo brindado, ha sido inestimable y especial. Sus palabras de aliento me ayudaron a seguir si decaía.

A todos mis amigos y familia, por saber comprender los momentos de estrés y perdonarme las ausencias motivadas por la realización de este trabajo.

A mi madre, a quien brindo este pequeño homenaje.

Por último, a mis hijos y mi marido por su ayuda y cariño incondicional. Por todas esas horas que no pude compartir con ellos.

La práctica docente en Educación Infantil desde el enfoque de la Educación Matemática Realista y los procesos matemáticos.

Resumen

Esta investigación pretende contribuir al conocimiento de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, concretamente de la práctica educativa.

Para sentar las bases teóricas de nuestro estudio se partió de una revisión de las principales referencias curriculares, así como de conceptos clave de competencia matemática y procesos matemáticos. Se incluyó un estudio sobre metodologías activas de enseñanza-aprendizaje en los que hemos destacado el *Trabajo por Proyectos* y el *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)* desde el enfoque de la *Educación Matemática Realista (EMR)*.

El estudio empírico se llevó a cabo en tres fases. En la primera evaluamos el tratamiento de contenidos matemáticos curriculares, en particular “la presencia del número”, en los libros de texto de la etapa de Educación Infantil. En la segunda fase se analizó la potencialidad del Trabajo por Proyectos, metodología utilizada por la investigadora como docente, en lo que respecta a la competencia matemática. El análisis de beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo, nos emplazó al diseño de prácticas matemáticas de enseñanza-aprendizaje basadas en la EMR y el ABP, lo que constituyó la tercera fase de este estudio.

El análisis de resultados lleva a conclusiones sobre las buenas prácticas docentes y la necesidad de reflexión del profesor sobre su labor docente.

Palabras clave: matemáticas, Educación Infantil, competencia matemática, práctica docente.

A práctica docente en Educación Infantil desde o enfoque da Educación Matemática Realista e os procesos matemáticos.

Resumo

Esta investigación pretende contribuir ao coñecemento do ensino-aprendizaxe das matemáticas en Educación Infantil, concretamente da práctica educativa.

Para sentar as bases teóricas do noso estudo partiuse dunha revisión das principais referencias curriculares, así como de conceptos clave de competencia matemática e procesos matemáticos. Incluíuse un estudio sobre metodoloxías activas de ensino-aprendizaxe nos que destacamos o Traballo por Proxectos e a Aprendizaxe Baseada en Problemas (ABP) desde o enfoque da Educación Matemática Realista (EMR).

O estudo empírico levouse a cabo en tres fases. Na primeira evaluamos o tratamento de contidos matemáticos curriculares, en particular “a presenza do número”, nos libros de texto da etapa de Educación Infantil. Na segunda fase analizouse a potencialidade do Traballo por Proxectos, metodoloxía empregada pola investigadora como docente, no que respecta á competencia matemática. A análise de beneficios e limitacións dos proxectos de traballo, emprazounos ao deseño de prácticas matemáticas de ensino-aprendizaxe baseadas na EMR e a ABP, o que constituíu a Terceira fase deste estudo.

A análise de resultados leva a conclusións sobre as boas prácticas docentes e a necesidade de reflexión do profesor sobre a súa labor docente.

Palabras clave: Matemáticas, Educación Infantil, competencia matemática, práctica docente.

Teaching practice in Early Childhood Education from the perspective of the Realistic Mathematics Education and mathematical processes.

Abstract

This research aims to contribute to the knowledge of the teaching and learning of Mathematics in Early Childhood Education, specifically on Educational Practice.

To lay the theoretical basis of our study we started from a review of the main curricular references and key concepts of mathematical competence and mathematical processes. A study on active teaching and learning methodologies that we have highlighted in project work and problem-based learning (PBL) from the approach of Realistic Mathematics Education (EMR) was included.

The empirical study was conducted in three phases. The first evaluated the mathematical treatment of curricular content, including "the presence of the number" in the textbooks of the pre-primary education. In the second phase the potential of the project work, the teaching method used by the researcher as a teacher, with regard to mathematics competition was analysed. The analysis of benefits and limitations of the project work gave notice to the design of learning mathematics teaching practices based on EMR and ABP, marking the third phase of this study.

The analysis of results leads to conclusions about good teaching practices and the need for teacher reflection on their teaching.

Keywords: Mathematics, Early Childhood Education, Mathematical Competence, Educational Practice.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
-------------------	---

CAPÍTULO 1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1 Matemática e infancia.....	6
1.2 Competencia matemática.....	8
1.3 Preguntas de investigación.....	9
1.4 Objetivos de investigación.....	11
1.5 Importancia del estudio.....	11

CAPÍTULO 2. MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL. ¿QUÉ ENSEÑAR? ¿CÓMO ENSEÑAR?

2.1 Marco curricular nacional.....	14
2.2 Marco curricular internacional.....	17
2.2.1 National Teachers of Council Mathematic.....	17
2.2.2 Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia.....	25
2.2.3 La enseñanza de las matemáticas en Europa, de la Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural de Eurydice.....	27
2.3 Metodologías Activas de Enseñanza-Aprendizaje.....	32
2.3.1 Proyectos de trabajo. Perspectiva educativa de los proyectos de trabajo.....	33
2.3.2 Aprendizaje Basado en Problemas.....	36

2.4 Buenas prácticas en Educación Matemática.....	40
2.4.1 Conceptualización de una buena práctica matemática.....	40
2.4.2 Educación Matemática Realista.....	41
2.5 Procesos matemáticos en la práctica docente en Educación Infantil.....	46
2.5.1 Consideraciones didácticas para la evaluación de la competencia matemática.....	47
2.5.2 Indicadores competenciales genéricos.....	48

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

3.1 Paradigma de investigación.....	60
3.2 Fase 1. Estudio Previo.....	60
3.2.1 Diseño y Procedimiento.....	60
3.2.2 Población y muestra.....	60
3.2.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos.....	62
3.2.3.1 Instrumentos de análisis.....	62
3.3 Fase 2. Estudio Piloto.....	64
3.3.1 Diseño y Procedimiento.....	64
3.3.1.1 Diseño de líneas metodológicas de los proyectos de trabajo.....	64
3.3.1.2 Objetivos y contenidos curriculares.....	65
3.3.2 Participantes.....	67
3.3.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos.....	68
3.4 Fase 3. Estudio Experimental.....	71
3.4.1 Diseño y Procedimiento.....	71
3.4.1.1 Diseño de planificación y gestión de los problemas.....	71
3.4.1.2 Problemas.....	72

3.4.1.2.1 Estrategias Infantiles.....	72
3.4.1.2.2 Problemas aritméticos.....	73
3.4.1.2.3 Problema 1.....	73
3.4.1.2.4 Problema 2.....	76
3.4.1.2.5 Problema 3.....	78
3.4.1.2.6 Problema 4.....	86
3.4.1.2.7 Problema 5.....	88
3.4.1.2.8 Problema 6.....	93
3.4.2 Participantes.....	96
3.4.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos.....	97

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

4.1 Fase 1. Estudio Previo.....	104
4.1.1 Análisis resultados libros de texto de editorial SM.....	104
4.1.2 Análisis resultados libros de texto de editorial XERAIS.....	106
4.1.3 Análisis resultados libros de texto de editorial EDELVIVES.....	108
4.2 Fase 2. Estudio Piloto.....	110
4.2.1 Beneficios y Limitaciones de los proyectos de trabajo en el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático.....	110
4.2.1.1 Proyectos de Trabajo.....	110
4.2.1.1.1 El intestino.....	110
4.2.1.1.2 La colmena.....	116
4.2.1.1.3 Diagrama Lineal.....	120
4.2.2 Competencia matemática básica de los alumnos.....	124
4.2.2.1 Índice de competencia matemática en pre-test.....	124
4.2.2.2 Índice de competencia matemática en pos-test.....	130

4.2.2.3 Resultados comparativos de ICM entre pre-test y pos-test.....	136
4.3 Fase 3. Estudio Experimental.....	139
4.3.1 Práctica del profesor en el marco de la Educación Matemática Realista y el Aprendizaje Basado en Problemas.....	139
4.3.1.1 Problemas.....	139
4.3.1.1.1 Proceso de resolución del problema.....	139
4.3.1.1.2 Problema 1.....	139
4.3.1.1.3 Problema 2.....	154
4.3.1.1.4 Problema 3.....	167
4.3.1.1.5 Problema 4.....	182
4.3.1.1.6 Problema 5.....	195
4.3.1.1.7 Problema 6.....	208
4.3.2 Competencia matemática básica de los alumnos.....	222
 CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES	
5.1 Recordando el problema de investigación.....	229
5.2 Conclusiones.....	231
5.2.1 Conclusiones Fase 1.....	231
5.2.2 Conclusiones Fase 2.....	232
5.2.3 Conclusiones Fase 3.....	234
5.3 Limitaciones del estudio.....	236
5.4 Proyecciones del estudio.....	237
 REFERENCIAS.....	 239

**ANEXO VÍDEOS DE LOS PROYECTOS DE TRABAJO (FASE 2) Y PROBLEMAS
(FASE 3) EN DVD**

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

CAPÍTULO 2

Tablas

Tabla II.1:	Estándares de contenidos de números en las primeras edades (NCTM, 2003).....	18
Tabla II.2:	Estándares de contenidos de álgebra en las primeras edades (NCTM, 2003).....	19
Tabla II.3:	Estándares de contenidos de geometría en las primeras edades (NCTM, 2003).....	20
Tabla II.4:	Estándares de contenidos de medida en las primeras edades (NCTM, 2003).....	21
Tabla II.5:	Estándares de contenidos de análisis de datos y probabilidad en las primeras edades (NCTM, 2003).....	22
Tabla II.6:	Estándares de procesos matemáticos (NCTM, 2003).....	23
Tabla II.7:	Prácticas docentes recomendadas para educadores de la primera infancia. (Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia, 2012).....	25
Tabla II.8:	Calidad de la Educación y los cuidados de la primera infancia	29
Tabla II.9:	Indicadores competenciales (CREAMAT, 2009).....	49

Tabla II.10:	Relación entre los procesos matemáticos (NCTM, 2000) y los indicadores competenciales (CREMAT, 2009).....	50
Tabla II.11:	Aspectos generales del problema.....	51
Tabla II.12:	Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problemas”...	52
Tabla II.13:	Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba”....	53
Tabla II.14:	Indicadores del proceso matemático “Comunicación”.....	54
Tabla II.15:	Indicadores del proceso matemático “Conexiones”.....	55
Tabla II.16:	Indicadores del proceso matemático “Representación”.....	56

Figuras

Figura 2.1:	Nivel de atención que deberían recibir los diferentes estándares de contenidos desde Prekindegarten al nivel 12. (NCTM 2003, 32).....	17
Figura 2.2:	Elementos de la metodología ABP.....	37
Figura 2.3:	Modelo de proceso de enseñanza-aprendizaje de Torp y Sage (1998) basado en metodología ABP.....	38
Figura 2.4:	Modelo de proceso de enseñanza-aprendizaje de Morales y Landa (2004) basado en metodología ABP.....	38
Figura 2.5:	Propuesta de proceso de enseñanza-aprendizaje en Educación Infantil basado en metodología ABP	39
Figura 2.6:	Fases de construcción de conocimiento matemático en EMR.....	44

CAPÍTULO 3

Tablas

Tabla III.1:	Ayuntamientos seleccionados de la Comarca de Santiago de Compostela.....	60
--------------	--------------------------------------------------------------------------	----

Tabla III.2:	Resultados de incidencia globales.....	61
Tabla III.3:	Objetivos de currículo de Educación Infantil relacionados con el lenguaje matemático.....	66
Tabla III.4:	Contenidos del currículo de Educación Infantil relacionados con el lenguaje matemático.....	66
Tabla III.5:	Descripción de la muestra fase 2.....	67
Tabla III.6:	Posibles estrategias de resolución problema 1.....	73
Tabla III.7:	Árbol de gestión del problema 1 (2/2).....	75
Tabla III.8:	Posibles estrategias de resolución para el problema 2.....	76
Tabla III.9:	Árbol de gestión del problema 2 (2/2).....	78
Tabla III.10:	Posibles estrategias de resolución para el problema 3.....	79
Tabla III.11:	Árbol de gestión del problema 3.1 (2/2).....	81
Tabla III.12:	Árbol de gestión del problema 3.2 (2/2).....	83
Tabla III.13:	Árbol de gestión del problema 3.3 (2/2).....	85
Tabla III.14:	Posibles estrategias de resolución para el problema 4.....	86
Tabla III.15:	Árbol de gestión del problema 4 (2/2).....	88
Tabla III.16:	Posibles estrategias de resolución para el problema 5.....	89
Tabla III.17:	Árbol de gestión del problema 5.1 (2/2).....	91
Tabla III.18:	Árbol de gestión del problema 5.2 (2/2).....	93
Tabla III.19:	Posibles estrategias de resolución para el problema 6.....	93
Tabla III.20:	Árbol de gestión del problema 6 (2/2).....	95
Tabla III.21:	Descripción de la muestra fase 3.....	96

Figuras

Figura 3.1:	Tipos de estudio en cada una de las fases.....	59
Figura 3.2:	Gráfico de resultados de incidencia globales.....	61
Figura 3.3:	Características de los proyectos de trabajo.....	65

Figura 3.4:	Programa de tratamiento de imágenes.....	70
Figura 3.5:	Cuadro registro de transcripciones de proyectos de trabajo.....	70
Figura 3.6:	Árbol de gestión del problema 1 (1/2).....	74
Figura 3.7:	Árbol de gestión del problema 2 (1/2).....	77
Figura 3.8:	Árbol de gestión del problema 3.1 (1/2).....	80
Figura 3.9:	Árbol de gestión del problema 3.2 (1/2).....	82
Figura 3.10:	Árbol de gestión del problema 3.3 (1/2).....	84
Figura 3.11:	Árbol de gestión del problema 4 (1/2).....	87
Figura 3.12:	Árbol de gestión del problema 5.1 (1/2).....	90
Figura 3.13:	Árbol de gestión del problema 5.2 (1/2).....	92
Figura 3.14:	Árbol de gestión del problema 6 (1/2).....	94
Figura 3.15:	Programa de tratamiento de imágenes de problemas.....	98
Figura 3.16:	Cuadro registro de transcripciones de problemas.....	98

CAPÍTULO 4

Tablas

Tabla IV.1:	Resultados de los libros de texto SM.....	105
Tabla IV.2:	Resultados de los libros de texto XERAIS.....	107
Tabla IV.3:	Resultados de los libros de texto EDELVIVES.....	109
Tabla IV.4:	Resultados análisis proyecto de trabajo 1.....	113
Tabla IV.5:	Resultados análisis proyecto de trabajo 2.....	117
Tabla IV.6:	Resultados análisis proyecto de trabajo 3.....	121
Tabla IV.7:	Resultados individuales de cada alumno (fase 2) del TEMA-3 en el pre-test.....	125

Tabla IV.8:	Resultados de cada ítem del TEMA-3 en pre-test.....	126
Tabla IV.9:	Resultados del índice de competencia matemática. Alumnado fase 2 en pre-test.....	128
Tabla IV.10:	Resultados del ICM atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 2 en pre-test.....	128
Tabla IV.11:	Resultados individuales de cada alumno (fase 2) del TEMA-3 en el pos-test	131
Tabla IV.12:	Resultados de cada ítem del TEMA-3 en pos-test.....	132
Tabla IV.13:	Resultados del índice de competencia matemática. Alumnado fase 2 en pos-test.....	135
Tabla IV.14:	Resultados del ICM atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 2 en pos-test.....	135
Tabla IV.15:	Resultados comparativos de ICM entre pre-test y pos-test.....	137
Tabla IV.16:	Cuantificación de resultados comparativos del ICM entre pre-test y post-test.....	138
Tabla IV.17:	Componentes de pequeños grupos del problema 1.....	140
Tabla IV.18:	Aspectos generales del problema 1.....	141
Tabla IV.19:	Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 1.....	142
Tabla IV.20:	Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 1.....	144
Tabla IV.21:	Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 1.....	146
Tabla IV.22:	Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 1.....	148
Tabla IV.23:	Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 1.....	150
Tabla IV.24:	Componentes de pequeños grupos del problema 2.....	154
Tabla IV.25:	Aspectos generales del problema 2.....	155

Tabla IV.26: Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 2.....	156
Tabla IV.27: Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 2.....	158
Tabla IV.28: Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 2.....	160
Tabla IV.29: Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 2.....	162
Tabla IV.30: Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 1.....	164
Tabla IV.31: Componentes de pequeños grupos del problema 3.....	168
Tabla IV.32: Aspectos generales del problema 3.....	169
Tabla IV.33: Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 3.....	170
Tabla IV.34: Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 3.....	172
Tabla IV.35: Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 3.....	174
Tabla IV.36: Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 3.....	176
Tabla IV.37: Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 3.....	178
Tabla IV.38: Componentes de pequeños grupos del problema 4.....	182
Tabla IV.39: Aspectos generales del problema 4.....	183
Tabla IV.40: Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 4.....	184
Tabla IV.41: Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 4.....	186

Tabla IV.42: Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 4.....	188
Tabla IV.43: Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 4.....	190
Tabla IV.44: Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 4.....	192
Tabla IV.45: Componentes de pequeños grupos del problema 5.....	196
Tabla IV.46: Aspectos generales del problema 5.....	196
Tabla IV.47: Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 5.....	197
Tabla IV.48: Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 5.....	199
Tabla IV.49: Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 5.....	201
Tabla IV.50: Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 5.....	203
Tabla IV.51: Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 5.....	205
Tabla IV.52: Aspectos generales del problema 6.....	209
Tabla IV.53: Indicadores del proceso matemático de “Resolución de Problemas” del problema 6.....	210
Tabla IV.54: Indicadores del proceso matemático de “Razonamiento y Prueba” del problema 6.....	212
Tabla IV.55: Indicadores del proceso matemático de “Comunicación” del problema 6.....	214
Tabla IV.56: Indicadores del proceso matemático de “Conexiones” del problema 6.....	216
Tabla IV.57: Indicadores del proceso matemático de “Representación” del problema 6.....	218

Tabla IV.58: Resultados individuales de cada alumno (fase 3) del TEMA-3.....	223
Tabla IV.59: Cuantificación de los resultados de cada ítem del TEMA-3.....	224
Tabla IV.60: Resultados del índice de competencia matemática del alumnado (fase 3).....	226
Tabla IV.61: Resultados del índice de competencia matemática básica atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 3.....	227

Figuras

Figura 4.1: Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 1.....	115
Figura 4.2: Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 2.....	119
Figura 4.3: Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 3.....	123
Figura 4.4: Presencia-ausencia de indicadores competenciales en proyectos...	124
Figura 4.5: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 1.	153
Figura 4.6: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 2.	167
Figura 4.7: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 3.	181
Figura 4.8: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 4.	195
Figura 4.9: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 5.	208
Figura 4.10: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 6.	221
Figura 4.11: Presencia de indicadores de procesos matemáticos en los problemas de la fase 3.....	222

INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación que presentamos es un estudio sobre la práctica docente en la etapa de Educación Infantil, centrado en metodologías activas de enseñanza-aprendizaje.

Antes de continuar, me gustaría indicar las circunstancias que dieron origen a este trabajo y que lo condujeron al punto final que ahora se juzga.

Mi primera formación académica fue la licenciatura en Matemáticas en la Universidad de Santiago de Compostela, simultaneada con la titulación de Maestra de Educación Musical. Esta última especialización sirvió de base para optar a una plaza de maestra de Educación Infantil en la *Consellería de Educación* de Galicia.

A lo largo de mi trabajo en este nivel educativo, de más de diez años, he podido constatar la dificultad de evaluar los aprendizajes en el alumnado de Educación Infantil y su grado de significatividad. Este hecho, junto con la voluntad de intervenir en la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, es realmente el principio que explica el origen de esta tesis.

Todo lo anterior me llevó a realizar mi tesis doctoral en el campo de la Educación Matemática Infantil.

El análisis del tratamiento del número en los libros de texto de enfoque globalizado realizado en un estudio previo, en el Trabajo de Investigación Tutelado para la obtención de la suficiencia investigadora, y la reflexión sobre mi tarea docente me llevaron a diseñar y plantear nuevas prácticas que permitiesen ofrecer una ayuda pedagógica individualizada y responder correctamente a los objetivos y contenidos matemáticos definidos en los marcos curriculares.

Partiendo de estas consideraciones, que explican en cierta manera el objetivo de mi trabajo de investigación, respondiendo y fundamentando nuevas formas de enseñar, competentes en la sociedad actual, esta tesis doctoral se desarrolla en tres fases. En una primera fase se analiza el tratamiento de las matemáticas en los libros de texto de Educación Infantil. En la segunda se diseñan prácticas constructivas en el marco de los *Proyectos de Trabajo* y se evalúa su repercusión en el alumnado. Por último, en la tercera fase, se introducen mejoras en un nuevo marco de referencia, el de la *Educación Matemática Realista (EMR)* y el *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)*, evaluando el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de los *procesos matemáticos*.

Con respecto a su organización, la tesis se estructura del siguiente modo:

Capítulo 1. Definición del problema.

Este primer capítulo nos presenta el problema objeto de investigación. A partir de las preguntas de investigación, surgen cuestiones del tipo ¿qué “matemáticas” enseñar en Educación Infantil?, ¿cómo hacer “útiles” las matemáticas?, ¿por qué no lo son?, ¿qué se está haciendo “matemáticamente” en las aulas de Educación Infantil?, ¿qué se debería hacer? A partir de aquí se definen los objetivos de este estudio.

Capítulo 2. Matemáticas en Educación Infantil: ¿Qué enseñar? ¿Cómo enseñar?

El segundo capítulo presenta los fundamentos teóricos sobre qué matemáticas enseñar y cómo enseñar en Educación Infantil. Freudenthal, considerado padre de la Educación Matemática Realista, en la que se enmarca la fase 3, destaca la necesidad

de buscar contextos “reales” para la construcción significativa del conocimiento matemático. Otro eje fundamental en este marco teórico lo conforman los procesos matemáticos definidos por el NTCM (2000).

Capítulo 3. Metodología

En el tercer capítulo se describe la metodología empleada en cada una de las tres fases. En la fase 1 se construye un instrumento de evaluación para realizar un análisis del tratamiento de las matemáticas, en particular “la presencia del número”, en los libros de texto de Educación Infantil. A continuación, en la fase 2 se diseña un estudio cuasi-experimental con el fin de analizar y definir beneficios y limitaciones de la práctica docente matemática e incorporar mejoras en la fase 3 que respondan a las características curriculares de la etapa y ayuden a responder a las necesidades individuales del alumnado. Por último, el capítulo se cierra como se realizará la evaluación de la competencia matemática del alumnado.

Capítulo 4. Resultados

En el capítulo cuarto se presentan los resultados de cada una de las fases. En la fase 1 se recoge un análisis cualitativo de cada una de las editoriales en los tres cursos del 2º ciclo de Educación Infantil. En la fase 2 se presentan los resultados del estudio piloto. Por un lado, se recogen los datos obtenidos en el pre-test y pos-test del alumnado, por otro, un análisis cualitativo del índice competencial de los *Proyectos de Trabajo*. Por último, se presenta un análisis de la presencia los procesos matemáticos en los problemas diseñados en el marco de la EMR y el ABP, y los resultados del *test de competencia matemática básica* del alumnado.

Capítulo 5. Conclusiones

Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones más importantes en relación al problema investigado, así como las aportaciones metodológicas, limitaciones y proyecciones de este estudio.



CAPÍTULO 1

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Las matemáticas están presentes en las aulas de Educación Infantil y es en la primera infancia donde se sientan las bases del conocimiento matemático. Sobre esta importancia el *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* afirma

Desarrollar una sólida fundamentación matemática desde el jardín de infancia es esencial para todos los niños. En estos niveles los niños muestran creencias acerca de lo que es matemática, de lo que significa saber y hacer matemática. Estas creencias influyen en su pensamiento acerca de sus capacidades y actitudes hacia la matemática y determinan decisiones futuras en cuanto al estudio de esta disciplina (NCTM, 2000:76).

El tratamiento de las matemáticas en estos niveles es en muchas ocasiones difuso y la adquisición de los objetivos establecidos en el currículo es difícil de evaluar. Son los maestros quienes tienen la tarea de programar y evaluar, y no disponen de unas referencias claras para ello.

Es muy raro que a los alumnos se les proporcionen actividades creativas o que su competencia sea evaluada cuando se enfrentan a tareas que no han probado previamente y en las cuales tienen que usar todos sus conocimientos de un tema específico (Rico, 1993).

1.1 MATEMÁTICAS E INFANCIA

La mayoría de los niños poseen muchas capacidades matemáticas cuando se escolarizan (Hughes, 1987). Sin embargo, para muchos de ellos las matemáticas escolares son difíciles y confusas. Por ello resulta imprescindible reflexionar en la necesidad de un nuevo modo de aprender, en el que no se limiten a adquirir nociones matemáticas básicas, sino que también sepan aplicarlas.

El pensamiento matemático se caracteriza por un deseo de hallar algo. Los alumnos no aprenden recibiendo y acumulando pasivamente información, sino a través de un proceso activo de elaboración de significados y de atribución a sentidos que se lleva a cabo mediante la interacción, la negociación y la comunicación con otras personas en contextos particulares. Las matemáticas no se conciben pues, como un conjunto de técnicas a aprender y a aplicar, sino como un resultado de una actividad socialmente mediada (Edo, 2005).

El punto de partida en la enseñanza de las matemáticas debería ser “tener claro que lo que el niño necesita son oportunidades para aprender y descubrir aspectos matemáticos de la realidad por sí mismo” (Alsina, Aymerich y Barba, 2008:15) y el fin enseñar a pensar. En la realidad esto no sucede y muchos profesores afirman que se pierde el tiempo rellenando, repitiendo mecanismos y ejercitando destrezas, lo que es de todo menos matemáticas (Fernández, 2007). Por lo que resulta necesario, llevar a cabo experiencias que desarrollen los conocimientos informales (Ramírez y De Castro, 2014) y que el docente busque y disponga de preguntas y situaciones problemáticas que permitan a los alumnos encontrar la funcionalidad de las matemáticas (Sierra y Rodríguez, 2012).

Así pues, el maestro no debe ser un simple transmisor de información, debe ir más allá, creando contextos de acción y permitiendo al alumnado actuar, ya que la actividad mental está basada en las experiencias (Rowan y Bourne, 1999).

El conocimiento matemático se puede categorizar en *informal* y *formal*. Las matemáticas informales son aquellas habilidades, conocimientos y actitudes que se adquieren en el entorno fuera de la escuela y las formales hacen referencia por el contrario a los adquiridos en el colegio. Los niños llegan a la escuela con muchos conocimientos, la mayor parte de estos son informales y deben utilizarse (Fuson,

1992), ya que son muy valiosos para abstraer los conocimientos matemáticos de la escuela (Baroody, 1988; Castro y otros, 2013), es decir, los conocimientos formales.

La mayor parte de las investigaciones (Núñez y Lozano, 2007) hacen hincapié en que muchas de las matemáticas formales tienen como base las informales, hecho que predetermina un interés en fomentar el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades. Por ello es muy importante que el docente conozca que matemáticas informales tienen sus alumnos, para ampliar sus intereses (De Castro y otros, 2009) y así poder centrar el proceso de aprendizaje de acuerdo a las características individuales de su alumnado y responder de este modo a un aprendizaje significativo y al éxito de matemáticas escolares (Núñez y Lozano, 2007).

Uno de los objetivos de la educación matemática es por tanto “desarrollar habilidades que permitan al alumnado adquirir herramientas para resolver problemas aplicables a cualquier circunstancia”. La solución de problemas es una actividad que desarrollamos en nuestra vida cotidiana, ya que constantemente estamos buscando soluciones a problemas del día a día. Los problemas siempre han estado presentes en los currículos de matemáticas, pero no su resolución. Casi siempre, la resolución es objeto de aprendizaje y no de enseñanza, aspecto que todo docente debería planificar y tener en cuenta a la hora de programar, puesto que el proceso de resolución de problemas desarrolla estrategias para alcanzar soluciones y construir conocimiento matemático, es por ello que cobra mucha importancia dentro de la educación matemática.

Polya (1990) introdujo la idea de que la resolución de problemas puede ser un arte que utiliza como medio la *heurística moderna*. Esto conlleva a introducir estrategias en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la resolución de problemas. Las estrategias utilizadas por los niños para resolver problemas son muchas y diversas. La edad cronológica no es un factor determinante para la elección de una estrategia u otra, aunque sí influye junto con el grado de maduración y el nivel cognitivos del niño. Entre las estrategias infantiles para la resolución de problemas aritméticos, Carpenter y Moser (1982) definen estrategias de modelado directo, estrategias de conteo y estrategias de hechos numéricos. Con respecto a estos tres tipos de estrategias Díaz y Bermejo (2007) resaltan que las estrategias que utilizan los niños cambian en relación al curso escolar, partiendo de lo material, *concreto*, hacia lo verbal y luego finalmente lo mental, *abstracto*.

1.2 COMPETENCIA MATEMÁTICA

Hasta hace relativamente poco, los currículos de matemáticas estaban diseñados para promover la adquisición de contenidos. El alumnado debía aprender, muchas de las veces sin comprender, definiciones, algoritmos y fórmulas, sin otro propósito aparente que el de aprobar la asignatura. En la mayoría de las ocasiones, esto dificultaba la transferencia de los aprendizajes adquiridos a la vida real (Alsina, 2011).

Este es uno de los motivos por los que las matemáticas se encuentran entre las disciplinas con mayor fracaso escolar en el mundo occidental. España no es una excepción, como lo muestran estudios internacionales como PISA (OCDE, 2004; 2007). Aunque existen otros, como la acusada estructura jerárquica de las matemáticas. En otras palabras, la no comprensión de ciertos contenidos impide el conocimiento de otros superiores. Esto no significa que sea necesario en el estudio de los temas un orden estricto, “sino que la posibilidad de pasar de uno a otro depende con frecuencia de una buena comprensión de las cuestiones anteriores” (Cockcroft, 1985:83).

Los nuevos planteamientos curriculares parten de la necesidad de que el alumno no solo debe saber matemáticas, sino tener también capacidad para valorar su utilidad y saber emplearlas de manera flexible en las situaciones que sean precisas. La OCDE (2004) define la *competencia matemática* como la capacidad que tiene un individuo para identificar y entender las matemáticas en el mundo, emitir juicios y utilizarlas, de modo que permitan construir ciudadanos constructivos y reflexivos. El currículo oficial de Educación Infantil en Galicia (Consellería de Educación de Galicia, 2009) concreta esta competencia como la habilidad para utilizar los números y sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático que permitan interpretar la información del entorno, tener un conocimiento más amplio de la realidad y resolver problemas aplicables a cualquier circunstancia.

Niss (2003) identifica competencia matemática con tener conocimientos matemáticos, comprender, hacer y utilizar las matemáticas; siendo algo a obtener a largo plazo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Bajo este término Niss distingue 8 competencias matemáticas distribuidas en dos grupos, uno capacidad de formular y contestar preguntas en matemáticas y con matemáticas en el que se incluye pensar

matemáticamente, plantear y resolver problemas, modelar y razonar y otro grupo, denominado capacidad de manejar las herramientas y el lenguaje matemáticos donde se incluyen representar objetos y situaciones matemáticas, utilizar símbolos y formalismos, comunicar con y sobre matemáticas, utilizar herramientas y recursos.

Por otra parte, el NCTM publica los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), como un aporte a la mejora de la educación matemática. Se enfatiza el hecho de que existan en la etapa infantil experiencias enriquecedoras, donde la actividad a través del juego cobrará importante interés, ya que este posee un alto valor educativo y formativo. Los niños aprenden jugando, y juegan aprendiendo. El juego resulta por tanto un recurso metodológico. A través de él, los alumnos resolverán problemas, formularán hipótesis, harán predicciones... con el fin de generar nuevos conocimientos.

Partiendo de seis principios de enseñanza (de igualdad, de currículum, de enseñanza, de aprendizaje, de evaluación y de tecnología) se definen los estándares con el fin de lograr una sociedad que tenga “la capacidad de pensar y razonar matemáticamente” (NCTM, 2003: 31). Uno de las principales aportaciones es añadir a los clásicos *estándares de contenido* (Números y operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad) los *estándares de proceso* (Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Comunicación, Conexiones y Representación). Cada uno de los estándares se puede y debe utilizar en todos los niveles educativos, incluyendo Educación Infantil; aunque el énfasis varía dependiendo de la etapa educativa.

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Desde esta perspectiva y para dar respuesta a cuestiones prácticas del perfil profesional de la autora se plantean algunas cuestiones iniciales relativas al desarrollo del pensamiento matemático y la práctica docente en Educación Infantil.

Con respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

- ✓ ¿qué aspectos deberían considerarse para lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje eficaz de las matemáticas?

- ✓ ¿qué métodos fomentan una enseñanza eficaz?, y ¿qué contextos favorecen el aprendizaje de los alumnos?

Con respecto a la adquisición del *conocimiento matemático*:

- ✓ ¿qué tipo de habilidades manifestarán los alumnos en el desarrollo de su conocimiento matemático?
- ✓ ¿de qué modo?

A partir de estas preguntas iniciales se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué aspectos de una buena práctica docente contribuyen a la adquisición de la competencia matemática en Educación Infantil?

Partiendo de la hipótesis de que los libros de texto no dan respuestas a las demandas curriculares en lo referente a las matemáticas. Comenzamos evaluando el tratamiento de contenidos matemáticos curriculares de la etapa de Educación Infantil en dichos textos. Este estudio previo justifica la necesidad de diseñar nuevas prácticas. Se recurrió a la metodología de proyectos de trabajo por ser la empleada por la autora en el ejercicio de su práctica profesional, con el fin de analizar su potencialidad en lo que respecta a la competencia matemática. El análisis de beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo, nos emplazó al diseño de prácticas matemáticas de enseñanza aprendizaje basadas en la *Educación Matemática Realista (EMR)* y en el *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)*, lo que permite una planificación más exhaustiva del desarrollo de la actividad y por lo tanto una mejor gestión y consecuente aprovechamiento de la misma.

1.4 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Para dar respuesta a esta pregunta de investigación se diseña un estudio en tres fases. Los objetivos de cada una de las fases son los siguientes:

Fase 1: Estudio previo.

1.1 Realizar un estudio del tratamiento de las matemáticas en los libros de texto globalizado en Educación Infantil.

Fase 2: Estudio piloto.

2.1 Diseñar buenas prácticas matemáticas a partir del trabajo por proyectos.

2.2 Analizar los beneficios y limitaciones de estas prácticas.

2.3 Evaluar la competencia matemática básica de los alumnos.

Fase 3: Estudio experimental.

3.1 Incorporar mejoras en las buenas prácticas matemáticas en el marco de la EMR y la metodología ABP.

3.2 Analizar y caracterizar la práctica del profesor en este marco referencial.

3.3 Evaluar la competencia matemática básica de los alumnos.

1.5 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO

Un punto que valora una investigación es realizarse en contextos que continúan relativamente inexplorados. De hecho, los trabajos desarrollados en el área de matemáticas en Educación Infantil tanto en España como a nivel internacional, a

pesar de que en los últimos años han aumentado, continúan siendo escasos (Alsina, 2013c).

En el estudio realizado por Sierra y Gascón (2011) solo encuentran seis trabajos sobre Educación Infantil presentados en los Simposios de la *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* entre el año 1997 y 2010. En el 2011 se crea el *Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI)*, a partir del cual aumenta la presencia de estudios realizados en esta etapa educativa en el marco de SEIEM.

La importancia de esta investigación podrá ir más allá de cuestiones teóricas o conceptuales; podrá abarcar cuestiones de carácter pedagógico. Como consecuencia de los resultados obtenidos y teniendo en cuenta las estrategias pedagógicas usadas, este estudio podrá mostrar que determinadas prácticas pueden ser una opción válida para el desarrollo cognitivo de los niños, particularmente dentro del campo de la matemática que es donde incide esta investigación. En particular, prácticas donde inciden conocimientos informales y formales, diferentes de las utilizadas por los educadores. Los resultados y conclusiones de este trabajo podrá llevar a educadores a una reflexión sobre la práctica matemática que se desarrolla en el aula de infantil, en especial por la suya propia.

Tanto las conclusiones en el ámbito conceptual como pedagógico podrán tener importancia en la formación de educadores de Educación Infantil. Las respuestas a cuestiones planteadas podrán abrir nuevos temas de trabajo matemático en las aulas de Infantil y con respecto a cuestiones abiertas, podrán ser punto de partida de nuevas investigaciones.

CAPÍTULO 2

MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL: ¿QUÉ ENSEÑAR? ¿CÓMO ENSEÑAR?

“las matemáticas pueden y deben ser aprendidas por todos los alumnos”

(NTCM, 2003:13)

Los maestros de Educación Infantil, son quienes a partir de sus prácticas educativas deben tomar las decisiones sobre qué contenidos (Salgado y Salinas, 2011; 2012a; 2012d) y el carácter y tratamiento de las matemáticas en esta primera etapa educativa. Sus decisiones son importantes para el futuro de la sociedad, puesto que determinarán los cimientos de conocimientos posteriores.

A la hora de diseñar, planificar,... de tomar decisiones para la enseñanza; los profesionales deben tener altas expectativas con su alumnado, conocer lo que saben para a partir de ahí a través de la experiencia y la tecnología construir nuevos aprendizajes. La evaluación, por otro lado, debe ser un referente importante para profesores y alumnos aportando información útil sobre el aprendizaje matemático (NTCM, 2003).

Muchos docentes en la tarea de enseñar matemáticas buscan recetas fáciles, no existen, no hay un único modo, cada profesional tiene sus propias estrategias, sus

materiales, técnicas de enseñanza,... que le hacen diferente, para ayudar a sus alumnos a construir conocimiento matemático. El fin debe perseguir una enseñanza eficaz, entendiendo esta como un proceso donde los maestros deben conocer lo que sus alumnos saben y lo que necesitan aprender, a continuación estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien (NTCM, 2003).

Creemos que para dar respuesta a qué y cómo enseñar, resulta necesario realizar un análisis del marco curricular tanto nacional como internacional así como también de las metodologías de enseñanza-aprendizaje.

2.1 MARCO CURRICULAR NACIONAL.

La Educación Infantil es la primera etapa educativa que abarca de 0 a 6 años. Esta se divide en 2 ciclos, el primero de 0 a 3 años y el segundo de 3 a 6 años.

Las matemáticas dentro del actual currículo de infantil no se consideran memorización de hechos y ejercitación de destrezas, sino que se incluyen en el medio cultural, en los intereses y la afectividad del niño, integrando las estructuras conceptuales, con procedimientos y estrategias que favorezcan la creatividad, intuición y pensamiento divergente de los alumnos/as (Kilpatrick et al, 1994: 200-201). Por eso, se deben presentar a los alumnos en el aula “como una asignatura de la que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella” (Cockcroft, 1985: 82).

Además, el docente debe tener en cuenta que el ser humano construye a partir de una aptitud receptiva y que va elaborando esquemas de conocimiento, donde los elementos mantienen entre sí numerosas y complejas relaciones, resultando los aprendizajes significativos como una adquisición globalizada en la medida en que la nueva información se relaciona de manera substantiva y no arbitraria con lo que el niño ya sabe y en la medida del interés que demuestre ante el aprendizaje que se le proponga. “Dejando hacer”, es decir, resolviendo problemas para llegar a un objetivo o adquirir nuevos aprendizajes.

Los números y sus operaciones, son probablemente el conocimiento más importante de aprendizaje de las matemáticas (Clements y Sarama, 2007) y son fundamentales en la educación matemática de las personas (Verschaffel, Greer y De Corte, 2007). Se adquieren de forma temprana, en sus interacciones con el entorno desde muy pequeños los niños están en contacto con ellos (Castro, 2006), por lo que

Salgado y Salinas (2009) basándose en estudios de Dickson, Brown y Gibson, señalan que muchos adultos consideran su conocimiento y uso como algo sencillo y obvio.

El currículo español de Educación Infantil desarrollado por la Orden 3960/2007 de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil (MEC, 2008) y concretado a la realidad gallega en el Decreto 330/2009 de 4 de junio por el que se establece el currículo de la educación infantil en la Comunidad Autónoma de Galicia (Consellería de Educación de Galicia, 2009), recoge las enseñanzas mínimas de la etapa.

Como un instrumento de organización para el profesorado articula tres áreas donde se definen los diferentes bloques de contenidos y se especifican los objetivos y contenidos a alcanzar por el alumnado, y particularmente también los matemáticos.

Las áreas que define el currículo son:

- 1) Área de Conocimiento de si mismo y Autonomía Personal.
- 2) Área del Entorno.
- 3) Lenguajes: Comunicación y Representación.

Los objetivos y contenidos lógico-matemáticos se enmarcan en el área 2 y los relacionados con la competencia matemática son:

1. Observar su entorno, identificando propiedades para establecer comparaciones.
2. Establecer relaciones causa-efecto, percibiendo las consecuencias de sus acciones en los objetos o personas de su entorno.
3. Resolver situaciones problemáticas con objetos, ensayando diferentes estrategias de resolución.
4. Utilizar cuantificadores y medidas relacionándolas con los objetos y las personas con las que interactúa.
5. Identificar secuencias temporales relacionándolas con las rutinas y periodos de tiempo habituales.

Los contenidos que se establecen en el currículo se detallan a continuación:

1. Identificación, denominación y comparación de cualidades sensoriales, características morfológicas y funcionales de objetos y materiales de su medio. Permitirá establecer relaciones de pertenencia y no pertenencia.

2. Identificación de características constantes y variables. Permitirá discriminar atributos de los objetos.
3. Establecimiento de relaciones: ordenación, correspondencia, clasificación. De igualdad, de desigualdad,... permitirá usar los primeros números en un contexto.
4. Estimación de cantidades y medidas. Permitiendo utilizar números manejables, tomar conciencia del valor funcional de los números y su utilidad en la vida cotidiana. Además de usar medidas convencionales y no convencionales, al igual que instrumentos de medida.
5. Experimentación de diferentes acciones sobre los objetos y materiales.
6. Construcción de nociones geométricas y topológicas. Permitirá utilizar posiciones relativas. Identificar formas planas y tridimensionales; cuerpos geométricos y nociones topológicas básicas, tales como por ejemplo abierto, cerrado, dentro, fuera, interior,...
7. Construcción de nociones temporales. Permitiendo ubicar acciones en la actividad cotidiana, observando regularidades.

Opinamos, al igual que Chamorro (2011), que el lenguaje matemático debería ser un área de conocimiento, puesto que tiene suficiente peso que permitiría constituir la y los procesos cognitivos que se desarrollan no tienen nada que ver con los restantes que le acompañan dentro de su área. El tratamiento de los diferentes bloques de contenidos matemáticos en la primera etapa es de gran pobreza, como es en el caso de el número, orientación espacial,... estando por debajo de las posibilidades de la edad; y siendo en muchas ocasiones su tratamiento confuso, careciendo de verdadero contenido matemático dando respuesta a aprendizaje de vocabulario y aspectos sociales. Chamorro (2011) enfatiza que solamente cuando los profesionales e investigadores de la etapa sean quienes elaboren el currículo, se podrán incorporar contenidos y actividades consonantes a la edad y etapa evolutiva puramente matemáticas.

Alsina, Aymerich y Barba (2008) afirman que “la matemática de educación infantil es parte indisoluble del todo que entendemos como educación matemática, no es un pre, ni un antes de, ni un parecido a”, señalan unos ejes comunes a todas las etapas educativas y que tienen su inicio en la educación infantil; estos ejes se refieren a los contenidos matemáticos y su tratamiento y a lo que se aprende mientras se aprenden matemáticas. En relación a estos ejes, Alsina, Aymerich y Barba (2008) destacan que

todos los conocimientos matemáticos deben estar conectados y contextualizados, partiendo de materiales manipulables y objetos del entorno próximo, para a partir de ahí abstraer el conocimiento y poder generalizar y ver el mundo de maneras diferentes.

2.2 MARCO CURRICULAR INTERNACIONAL.

Nos parece conveniente referirnos a otros marcos curriculares internacionales para poder analizar como se introducen y desarrollan las matemáticas en la etapa infantil en otros contextos educativos que nos permitan implementar cambios substanciales.

2.2.1 National Teachers of Council Mathematic

La *National Teachers of Council Mathematic (NCTM)* define los estándares de aprendizaje, que son uno de los máximos referentes a nivel internacional en cuanto al diseño de los currículos de matemáticas. En 2013, la NCTM explicita los conocimientos que deberían valorarse en la enseñanza de las matemáticas desde *Prekindergarten* hasta el nivel 12 (de los 3 a los 18 años aproximadamente).

Los conocimientos matemáticos se organizan en base a diez estándares, de los cuales cinco corresponden a contenidos matemáticos y otros cinco a procesos matemáticos. Cada uno de estos estándares puede ser implementado en todos los niveles, resaltando el crecimiento gradual de lo que se espera en las sucesivas etapas. En la figura 2.1 se muestra la atención que deberían recibir los diferentes estándares de contenidos a lo largo de las diferentes etapas:

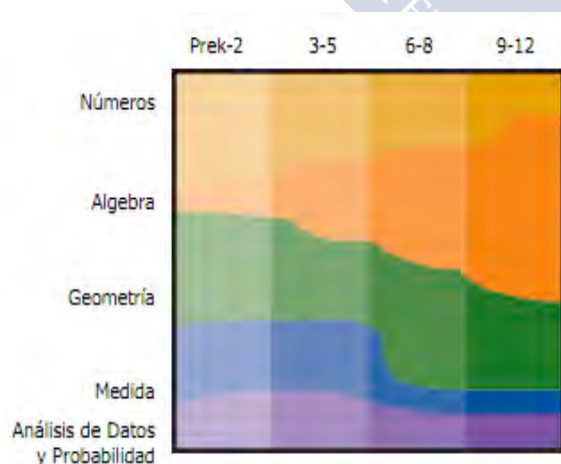


Figura 2.1: Nivel de atención que deberían recibir los diferentes estándares de contenidos desde *Prekindergarten* al nivel 12. (NCTM 2003, 32)

Para los niveles de *Prek-2* (de 3 a 8 años) se señala (Alsina, 2014) la necesidad de capacitar a los niños para el uso comprensivo y eficaz de los contenidos que mostramos en las siguientes tablas.

<p>Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos.</p>	<p>Contar con comprensión y darse cuenta de “cuántos hay” en colecciones de objetos.</p> <p>Utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración.</p> <p>Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus conexiones.</p> <p>Dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números.</p> <p>Relacionar los nombres de los números y los numerales, con las cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y representaciones diversas.</p> <p>Comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$.</p>
<p>Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras.</p>	<p>Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones.</p> <p>Comprender los efectos de sumar y restar números naturales.</p> <p>Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales.</p>
<p>Calcular eficazmente y hacer estimaciones razonables.</p>	<p>Desarrollar y usar estrategias para calcular con números naturales, centrándose en la adición y sustracción.</p> <p>Desarrollar fluidez en la adición y sustracción de combinaciones básicas de números.</p> <p>Utilizar diversos métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, lápiz y papel y calculadoras.</p>

Tabla II.1: Estándares de contenidos de números en las primeras edades (NCTM, 2003).

En cuanto al estándar de números engloba básicamente la noción de número. Los alumnos deben entender los significados de número así como también sus

representaciones y el significado de distintas operaciones aritméticas. Alsina (2015) señala que la NCTM pone énfasis sobre todo en la comprensión y el uso eficaz de los números y de las operaciones elementales. Para favorecerlo, se incide básicamente en que deben usarse diferentes recursos como objetos, dibujos... para que los niños puedan reconocer, agrupar y relacionar cantidades, a la vez que desarrollar estrategias de cálculo mental. La representación es importante, pero va mucho más allá de la notación convencional y se subraya la necesidad de favorecer el uso de diferentes tipos de representaciones comenzando por las concretas, siguiendo por las pictóricas, después orales y finalmente simbólicas.

<p>Comprender patrones, relaciones y funciones.</p>	<p>Seleccionar, clasificar y ordenar objetos por el tamaño, la cantidad y otras propiedades.</p> <p>Reconocer, describir y ampliar patrones tales como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos, y pasar de una representación a otra.</p> <p>Analizar cómo se generan patrones de repetición y de crecimiento.</p>
<p>Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas con símbolos apropiados.</p>	<p>Ilustrar los principios generales y las propiedades de las operaciones, como la conmutatividad, usando números.</p> <p>Usar representaciones concretas, pictóricas y verbales para desarrollar la comprensión de notaciones simbólicas inventadas y convencionales.</p>
<p>Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.</p>	<p>Modelizar situaciones relativas a la adición y sustracción de números naturales, utilizando objetos, dibujos y símbolos.</p>
<p>Analizar el cambio en diversos contextos.</p>	<p>Describir cambios cualitativos, como “ser más alto”.</p> <p>Describir cambios cuantitativos, como el aumento de estatura de un alumno en dos pulgadas en un año.</p>

Tabla II.2: Estándares de contenidos de álgebra en las primeras edades (NCTM, 2003)

En los estándares de contenido aparece el álgebra en las primeras edades, este es un hecho significativo, pretende fomentar desde los primeros cursos la investigación y el razonamiento algebraico, con el objetivo de lograr posteriormente en cursos superiores,

metas ambiciosas en esta área. Los programas educativos por tanto, deben permitir procesos que generen modelos, patrones, relaciones, así como también un trabajo previo de clasificar, ordenar, seriar, analizar y describir cambios,... Se trata pues de conocimientos importantes para poder comprender contenidos algebraicos futuros como la noción de igualdad o de función en otros muchos.

<p>Analizar características y propiedades de las formas de una, dos y tres dimensiones y desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas.</p>	<p>Reconocer, dar nombre, construir, dibujar, comparar y clasificar figuras de dos y tres dimensiones.</p> <p>Describir los atributos y los elementos de figuras de dos y tres dimensiones.</p> <p>Investigar y predecir los resultados de juntar y separar figuras de dos y tres dimensiones.</p>
<p>Especificar posiciones y describir relaciones espaciales usando geometría de coordenadas y otros sistemas de representación.</p>	<p>Describir, dar nombre e interpretar posiciones relativas en el espacio y aplicar ideas sobre posición relativa.</p> <p>Describir, dar nombre e interpretar la dirección y la distancia en los desplazamientos en el espacio y aplicar las ideas sobre las</p> <p>Mismas.</p> <p>Encontrar y denominar estas nociones con relaciones simples como “cerca de” y en sistemas de coordenadas tales como mapas.</p>
<p>Aplicar transformaciones y usar la geometría para analizar situaciones matemáticas.</p>	<p>Reconocer y aplicar traslaciones, reflexiones y giros.</p> <p>Reconocer y crear figuras que tengan simetrías.</p>
<p>Usar la visualización, el razonamiento espacial, y la modelización geométrica para resolver problemas.</p>	<p>Crear imágenes mentales de figuras geométricas usando la memoria y la visualización espacial.</p> <p>Reconocer y representar figuras desde diferentes perspectivas.</p> <p>Relacionar ideas geométricas con ideas numéricas y de medida.</p> <p>Reconocer formas y estructuras geométricas en el entorno, y determinar su situación.</p>

Tabla II.3: Estándares de contenidos de geometría en las primeras edades (NCTM, 2003).

Con respecto a los estándares de geometría son fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. El fin de los mismos es que los alumnos se relacionen con la geometría y formulen discusiones sobre relaciones que se establecen. Señalar que se refieren tanto a aspectos del espacio relacionados a la forma como a la posición. En relación a la forma se pone énfasis sobre todo al análisis de las propiedades geométricas para pasar a continuación a nombrar a cada forma en base a sus características; y respecto a la posición se hace hincapié principalmente en los tres aspectos de la organización espacial que son la posición relativa, la dirección y la distancia. También se referencian las transformaciones geométricas que dan lugar a cambios de posición y cambios de forma.

<p>Comprender los atributos mesurables de los objetos y las unidades, sistemas, y procesos de medición.</p>	<p>Reconocer los atributos de longitud, volumen, peso, área y tiempo.</p> <p>Comparar y ordenar objetos según estos atributos.</p> <p>Comprender cómo medir utilizando unidades no estándar y estándar.</p> <p>Seleccionar un instrumento y una unidad apropiados para el atributo a medir.</p>
<p>Aplicar técnicas apropiadas, herramientas y fórmulas para determinar mediciones.</p>	<p>Medir utilizando varias copias de unidades del mismo tamaño; por ejemplo, clips colocados uno detrás del otro.</p> <p>Utilizar repetidamente una unidad de medida para medir algo mayor que ésta; por ejemplo, medir el largo de la habitación con una sola cinta métrica de un metro de longitud.</p> <p>Utilizar instrumentos para medir.</p> <p>Desarrollar referentes comunes para medir y para realizar comparaciones y estimaciones.</p>

Tabla II.4: Estándares de contenidos de medida en las primeras edades (NCTM, 2003).

En lo que se refiere al estándar de medida se enfatiza su aplicabilidad a situaciones de la vida diaria. En la tabla anterior se refleja, la importancia de reconocer los atributos medibles por los niños de infantil como son por ejemplo longitud, volumen, peso, área y tiempo, también de realizar actividades de comparación, de iniciarse en la cuantificación de la medida, y poco a poco usar diferentes tipos de unidades, y fomentar la utilización de instrumentos de medida a través de distintas técnicas.

Formular cuestiones sobre datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlos.	<p>Proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno.</p> <p>Ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquéllos.</p> <p>Representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos.</p>
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.	<p>Describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos.</p>
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en los datos.	<p>Discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.</p>
Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.	

Tabla II.5. Estándares de contenidos de análisis de datos y probabilidad en las primeras edades (NCTM, 2003)

Los estándares de análisis de datos y probabilidad en la etapa de Educación Infantil es otra de las aportaciones de la NCTM, que supone una novedad en nuestro contexto. Resulta pues necesario realizar desde el comienzo de la escolaridad actividades de recogida, organización, representación e interpretación de datos. También el uso de nociones básicas de probabilidad en el marco de contextos cercanos (Alsina, 2015).

Con respecto a los cinco estándares de contenido expuestos, se pone énfasis que la enseñanza de las matemáticas es una disciplina altamente interrelacionada, es decir, cada uno de los temas se van entrelazando, ninguno se ve por separado ni de manera individual (NCTM, 2003).

Además de los contenidos matemáticos, la NCTM define los estándares de procesos como aquellos que permiten adquirir y usar los contenidos, están en conexión los procesos con los contenidos, facilitando la comprensión de los mismos (Gil y otros, 2005). Los estándares de procesos reflejados son el de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación.

<p>Resolución de problemas</p>	<p>Construir nuevo conocimiento matemático por medio de la resolución de problemas.</p> <p>Resolver problemas que surgen de las matemáticas y en otros contextos.</p> <p>Aplicar y adaptar una variedad de estrategias apropiadas para resolver problemas.</p> <p>Controlar y reflexionar sobre el proceso de resolver problemas matemáticos.</p>
<p>Razonamiento y prueba</p>	<p>Reconocer el razonamiento y la prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas.</p> <p>Hacer e investigar conjeturas matemáticas.</p> <p>Desarrollar y evaluar argumentos y pruebas.</p> <p>Seleccionar y usar varios tipos de razonamientos y métodos de prueba.</p>
<p>Comunicación</p>	<p>Organizar y consolidar su pensamiento matemático mediante la comunicación.</p> <p>Comunicar su pensamiento matemático de manera coherente y clara a los compañeros, profesores y otras personas.</p> <p>Analizar y evaluar el pensamiento matemático y las estrategias de los demás.</p> <p>Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas de forma precisa.</p>
<p>Conexiones</p>	<p>Reconocer y usar conexiones entre las ideas matemáticas.</p> <p>Comprender cómo se relacionan las ideas matemáticas y se organizan en un todo coherente.</p> <p>Reconocer y aplicar las ideas matemáticas en contextos no matemáticos.</p>
<p>Representación</p>	<p>Crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas.</p> <p>Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.</p> <p>Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p>

Tabla II.6: Estándares de procesos matemáticos (NCTM, 2003)

En lo que se refiere a los estándares de procesos definidos por NCTM, Alsina (2015) reflexiona sobre cada uno de ellos lo que se recoge a continuación.

En primer lugar, la resolución de problemas surge como una estrategia metodológica para la comprensión de los contenidos matemáticos. Constituye una de las primeras recomendaciones dadas por *Agenda for Action* (NCTM, 1980), donde explicita que “la resolución de problemas debe ser el foco de las matemáticas en la escuela”. Consiste en retar al alumnado con problemas adecuados a su raciocinio. En Educación Infantil se plantea en contextos reales o realistas, es decir, contextos que son reales al menos en la mente de los niños.

El razonamiento y la prueba se consideran imprescindibles e indispensables para alcanzar un razonamiento sistemático. Desde esta perspectiva esto implica que ya desde la primera edad los niños deben explicar, argumentar y justificar su propia acción y comprobar, teniendo en cuenta que aún no poseen todas las herramientas del razonamiento matemático y que, no pueden entonces, realizar demostraciones matemáticas sino solamente realizar algunas comprobaciones sencillas. Entre los elementos básicos del razonamiento que se consideran en la primera edad están, la identificación de patrones (Palhares y Mamede, 2002) y la clasificación de destrezas. El raciocinio y la comprobación son hábitos mentales que requieren un ejercicio, por lo que su ejercitación desde edades muy tempranas es fundamental para su correcto desarrollo.

Con respecto al estándar de comunicación, es el estándar que permite comprobar el grado de entendimiento de un alumno sobre un contenido. Se resalta la importancia del uso progresivo de léxico adecuado, la expresión de ideas de manera oral y la escucha a los demás, de manera que los niños puedan comunicar su pensamiento matemático de una forma coherente, precisa y clara (Niss, 2003).

Las conexiones, establecen relaciones entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños aprenden a través de sus experiencias, y las escolares. También se resalta, la relación de las matemáticas con otros contenidos matemáticos y con otras áreas y/o disciplinas. El generar conexiones permitirá a los alumnos una mayor comprensión de los contenidos matemáticos, dejando las matemáticas de ser, un sistema de reglas y habilidades aisladas sin relación con nada.

Finalmente, el estándar de la representación, proceso “visual” mediante el cual se comprueban los conocimientos. Este estándar enfatiza la importancia que tiene durante la Educación Infantil que los niños discriminen distintas formas de representación oral y gráfica, concreta, pictórica, con notación convencional, como medios para comunicarse.

Años después de publicarse los principios y estándares americanos, la Asociación Nacional para la Educación Infantil y el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NAEYC y NCTM, 2013) publican los aspectos que se deberían tener en cuenta para lograr una educación matemática de calidad.

2.2.2 Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia.

La Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas y Primera Infancia en Australia (AAMT & ECA) realiza aportaciones interesantes en el ámbito de la educación matemática (Alsina, 2015). Esta asociación matemática sostiene que la primera edad es también importante en el desarrollo de las matemáticas y en consecuencia, de la competencia matemática. Desde esta perspectiva, recomiendan acciones apropiadas para que todos los alumnos puedan acceder a las principales ideas matemáticas y a su aprendizaje en la primera edad, y al aprendizaje que les prepare para el futuro y favorezca en ellos actitudes positivas. Para poder acceder a estas ideas a través de actividades de gran calidad centradas en los alumnos, en sus hogares, contextos, centros prescolares y escuelas, la AAMT & ECA (2012) elaboró un documento con diferentes recomendaciones para los docentes de Educación Infantil, para los padres y cuidadores, para las instituciones de formación docente, y para los sistemas u organizaciones proveedores de servicios educativos para la primera infancia.

En la Tabla II.7 se presentan las recomendaciones para que los educadores de Educación Infantil adopten prácticas docentes que garanticen el acceso a las principales ideas matemáticas a todos los niños:

- Atraer la curiosidad natural de los niños para favorecer el desarrollo de las ideas y de la comprensión de las matemáticas infantiles.
- Utilizar enfoques aceptados para la educación en la primera infancia como el juego, el currículo emergente, el currículo centrado en los niños o el currículo iniciado por los niños para facilitar el desarrollo infantil de las ideas matemáticas.
- Asegurar que las ideas matemáticas con las que interactúan los pequeños sean relevantes para su vida actual, así como de que forman la base para su futuro aprendizaje de las matemáticas.
- Reconocer, valorar y construir a partir del aprendizaje de las matemáticas que los niños han desarrollado y utilizar los métodos infantiles de resolución de problemas matemáticos como base

para su desarrollo posterior.

- Animar a los pequeños a verse a sí mismos como matemáticos, estimulando su interés y habilidad en la resolución de problemas y la investigación a través de actividades relevantes para ellos, que supongan un reto, y exijan mantener el esfuerzo.
- Reconocer que el aprendizaje de las matemáticas es una actividad social que debe ser apoyada y en la que se debe profundizar, tanto a través de la interacción con otros niños, como con los adultos.
- Proporcionar materiales apropiados, espacio, tiempo y otros recursos para animar a los niños a implicarse en su aprendizaje matemático.
- Fijarse en el uso del lenguaje para describir y explicar ideas matemáticas, reconociendo el importante papel que juega el lenguaje en el desarrollo de todo aprendizaje.
- Atender las necesidades de aprendizaje de los niños con discapacidad intelectual a través de la enseñanza explícita del vocabulario pertinente y de otras estrategias apropiadas para cada niño.
- Atender las necesidades en el aprendizaje de las matemáticas de los niños para los cuales el inglés es la segunda o posterior lengua.
- Responder a los diversos antecedentes culturales de los niños de este país y garantizar que todos los niños, en particular los de comunidades indígenas más tradicionales, tengan acceso a la formación cultural y al idioma en que se basa el aprendizaje de las matemáticas occidentales.
- Animar a los pequeños a justificar sus ideas matemáticas a través de la comunicación de estas ideas, de un modo desarrollado por los niños, que muestren niveles adecuados de rigor matemático.
- Reconocer que, aunque los materiales pueden ser importantes en el desarrollo infantil de las ideas matemáticas, éstas se desarrollan en realidad a través del pensamiento sobre la acción. Los niños deben ser animados a implicarse en la manipulación mental de ideas matemáticas.
- Reconocer que el desarrollo matemático de los niños es interno, se ve afectado por, y tiene que ser relevante en diferentes contextos como la familia, los grupos culturales, comunitarios, los centros prescolares y la escuela.
- Evaluar el desarrollo matemático de los niños a través de medios tales como la observación, las historias de aprendizaje, los debates, etc., que sean sensibles al desarrollo general de los niños, su desarrollo matemático, sus antecedentes culturales y lingüísticos, y a la naturaleza de las matemáticas como tarea o esfuerzo prolongado de investigación y resolución de problemas.
- Reconocer que el fin principal de la recogida de información acerca del desarrollo matemático de los pequeños, a través de la evaluación, es hacer un seguimiento del desarrollo y facilitar la planificación de las siguientes interacciones, tareas, actividades e intervenciones.

Tabla II.7: Prácticas docentes recomendadas para educadores de la primera infancia (Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia, 2012)

En las orientaciones australianas descritas anteriormente se pone de manifiesto que las prácticas docentes de los educadores (Alsina, 2015), deben fundamentarse en enfoques que den respuesta a las necesidades de aprendizaje de todos los alumnos de la primera infancia, atendiendo a características individuales, potenciando la curiosidad, el uso de materiales, la resolución de problemas, la interacción, la comunicación... entre otros aspectos. De ello se desprende que la educación matemática debería fundamentarse en prácticas relevantes para ellos que favorezcan la experimentación, la manipulación, la actividad heurística, y que tengan muy en cuenta el contexto sociocultural en el que se desarrollan. La evaluación debe basarse en la observación de estas prácticas, y no en instrumentos (fichas) que no tienen nada que ver con lo que hay que aprender en una educación matemática de calidad.

2.2.3 La enseñanza de las matemáticas en Europa, de la Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural de Eurydice.

La *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)*, la *Unión Europea (UE)*, y de forma más concreta la Red Eurydice, ponen énfasis a la noción de competencia matemática, que se considera una de las competencias clave para el desarrollo personal en la sociedad del conocimiento del S. XXI.

La noción de competencia matemática (Rico, 2006), que se utiliza en distintos momentos y con distintos significados en el marco del proyecto PISA, se concibe en términos generales como la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2004).

El *Programme for International Student Assessment PISA*, que se concibe como una herramienta para contribuir al desarrollo del capital humano de los países miembros, la noción de competencia tiene también la función de marcar los niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas. En este sentido, han tenido una repercusión muy importante los diferentes informes que muestran los resultados obtenidos en una evaluación a nivel internacional sobre el rendimiento en matemáticas de estudiantes de 15 años, y en los que se señalan diferentes niveles de competencia. Los datos de rendimiento se recogen conjuntamente con información general relativa a la disponibilidad de los recursos y a la calidad del currículo y de la enseñanza, de manera que esta evaluación se orienta a valorar los sistemas educativos (Rico, 2006) y de medir

el progreso del rendimiento educativo junto con información empírica sobre los contextos de la escolarización.

Según Alsina (2015), estos estudios comparan los currículos de los países, políticas educativas, factores sociales y culturales de los alumnos, situaciones socioeconómicas, estudios de los padres, etc. para tratar de explicar e identificar las causas de los resultados obtenidos. Sea cual sea el nivel de competencia matemática que se indica en estas pruebas internacionales, lo que está claro es que no se adquiere de repente, sino que gradualmente, iniciándose en los primeros años e influenciados por el nivel socio-económico y cultural de las familias (OCDE, 2007).

El tipo de prácticas docentes que se llevan a cabo en los primeros años de escolaridad son muy relevantes para favorecer, o por el contrario no favorecer, la adquisición progresiva de la competencia matemática. La UE apoya la calidad de la educación y los cuidados de la primera infancia como la mejor garantía para prepararlos adecuadamente para la edad adulta. En la comunicación de la Comisión Europea (2011) *Educación y cuidados de la primera infancia: ofrecer a todos los niños la mejor preparación para el mundo de mañana* (Comisión Europea, 2011) se resalta la importancia de la educación en la primera etapa, y se afirma que es donde se sientan las bases de los conocimientos futuros.

Desde este enfoque, se justifica la necesidad de que las primeras experiencias de los alumnos constituyen la base de aprendizajes futuros. Si en los primeros años se adquiere una base sólida, el aprendizaje posterior es más eficaz y es más probable que perdure en el tiempo (Williams, 2008). La educación y los cuidados de la primera infancia son también especialmente importantes para los alumnos procedentes de medios desfavorecidos, como por ejemplo los inmigrantes y las familias con ingresos reducidos, según se indica en la comunicación de la comisión. Se finaliza señalando que al ayudar a todos los niños a aprovechar su potencial y darles la oportunidad para conseguirlo, una educación y unos cuidados de la primera infancia de alta calidad pueden contribuir en gran manera a reducir el abandono escolar.

A continuación en la tabla II.8 se recogen las propuestas de la UE para mejorar la calidad de la educación y los cuidados de la primera infancia (EACEA P9 Eurydice, 2011):

- Encontrar un equilibrio adecuado en los programas pedagógicos entre los aspectos cognitivos y los no cognitivos.
- Fomentar la profesionalización del personal: determinar la cualificación necesaria para las diferentes funciones.
- Aplicar medidas para atraer a personal cualificado, formarlo y fidelizarlo.
- Mejorar el equilibrio entre hombres y mujeres entre el personal.
- Evolucionar hacia sistemas que integren la educación y los cuidados, y mejorar su calidad, equidad y eficacia.
- Facilitar la transición de los niños pequeños entre la familia y los servicios de educación o cuidados, así como entre los diferentes niveles del sistema educativo
- Garantizar el aseguramiento de la calidad: elaborar marcos pedagógicos coherentes y bien coordinados, implicando a los principales interesados.

Tabla II.8: Calidad de la educación y los cuidados de la primera infancia.

Como se observa en esta propuesta, para una educación de calidad se enfatiza la profesionalidad del docente así como el carácter cognitivo de los currículos.

Entre las conclusiones más relevantes sobre medidas eficaces en la lucha contra el bajo rendimiento en matemáticas, (Alsina, 2015) señala las siguientes:

- Atención a las características individuales de los niños: las conclusiones de diversos estudios (Tieso, 2001, 2005) ponen de manifiesto que adaptarse a las diferentes necesidades de aprendizaje de los alumnos, a su interés y a su perfil individual de aprendizaje, repercute sobre el rendimiento y la implicación en matemáticas.
- Intervención temprana en la educación primaria. Los primeros años de escolarización constituyen la base de conocimientos futuros, y la identificación de dificultades puede evitar que los niños desarrollen estrategias inadecuadas (Williams, 2008) que perduren en el tiempo y dificulten posteriores aprendizajes.
- El profesorado debe motivar y comunicar a sus alumnos unas expectativas de aprendizaje elevadas, fomentando la participación activa de todos ellos (Hambrick, 2005).
- Aumentar la participación de las familias, animando a los padres a que ayuden a aprender y a disfrutar con las matemáticas.

En general, señalar que para lograr poco a poco mejores rendimientos de los alumnos es necesario trasladar el currículo de matemáticas a la práctica de aula. Utilizar de forma eficaz los métodos de evaluación; aumentar la motivación y la implicación de los niños.

Para concluir, resaltar que en el transcurso de este epígrafe se ha revisado el currículo nacional, en particular el gallego y algunas de las principales aportaciones internacionales sobre la educación matemática infantil para poder disponer de una visión más amplia de las matemáticas que deberían trabajarse en las primeras edades y cómo deberían trabajarse.

A modo de síntesis, en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003) se establecen criterios y pautas para que cada docente pueda llevar a cabo una enseñanza matemática de calidad (Graham y Fennell, 2001). Se distinguen dos tipos de conocimientos matemáticos, unos se organizan en base a áreas de contenido matemático, y son: *Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad*. Los restantes en base a procesos, que pretenden mostrar maneras de adquirir y usar el conocimiento, estos son: *Resolución de problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación*.

En las primeras edades la NCTM (2003) enfatiza:

- La comprensión de los números y las diferentes formas de representarlos.
- La comprensión de las operaciones.
- La localización de posiciones.
- Las propiedades geométricas de las formas.
- Las transformaciones geométricas.
- Los contenidos de álgebra, medición y análisis de datos y probabilidad deben trabajarse también, aunque con una frecuencia inferior.
- El trabajo de los diferentes contenidos a través de los procesos matemáticos para favorecer su uso en diferentes contextos.

En la declaración conjunta de posición sobre las matemáticas en Educación Infantil (NAEYC y NCTM, 2013), se resalta que para lograr una educación matemática de alta

calidad tiene que darse una atención mucho mayor a las primeras experiencias matemáticas. En este sentido, las prácticas de aula deben:

- Potenciar el interés de los niños en las matemáticas.
- Aprovechar las experiencias y conocimientos previos.
- Basar los currículums en el desarrollo integral.
- Impulsar los procesos de pensamiento matemático.
- Garantizar secuencias lógicas de aprendizaje que vayan de lo concreto a lo abstracto.
- Potenciar la adquisición de conocimientos numéricos, geométricos y de medida, sin infravalorar el resto.
- Conectar las matemáticas con otras áreas y disciplinas, al igual que con el entorno.
- Proporcionar actividades de juego.
- Ofertar variedad de contextos de aprendizaje además de actividades lúdicas, como por ejemplo situaciones de vida cotidiana, rutinas, con materiales manipulativos, etc.
- Apoyar el aprendizaje a través de una evaluación basada en la observación y la documentación.

Por otro parte, la Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas y Primera Infancia (2012) sostiene también que los primeros años son muy importantes para el desarrollo de las matemáticas y de la competencia matemática. Además tienen en cuenta que todos los niños, en sus primeros años, son capaces de acceder a grandes ideas matemáticas, importantes para su vida y, a su vez, fundamentales para su futuro con respecto a aprendizaje de las matemáticas y para otros aprendizajes.

Con respecto al panorama europeo, la posición sobre la educación matemática infantil de la OCDE, la UE y la Red Eurydice (2011) parte de la premisa que una educación matemática de calidad desde las primeras edades favorece el desarrollo de la competencia matemática.

Desde este punto de vista, se le da mayor importancia a políticas educativas orientadas a:

- Trasladar el currículo de matemáticas a la práctica de aula.
- Aplicar diversas metodologías para dar respuesta a las necesidades individuales de los alumnos.
- Usar de forma eficaz los métodos de evaluación.
- Establecer objetivos.
- Aumentar la motivación y la implicación de los alumnos.
- Ampliar las propuestas didácticas del profesorado.
- Promover políticas basadas en realidades educativas.

En conclusión, todas las orientaciones internacionales actuales sobre la educación matemática en Educación Infantil coinciden en la importancia y necesidad de trabajar las matemáticas en la etapa de Educación Infantil con el fin de formar a personas adultas matemáticamente competentes.

En la actualidad se dispone, de orientaciones curriculares de calidad contrastada en materia de educación matemática en los primeros años. Estas orientaciones se ofrecen pautas para favorecer la comprensión y el uso eficaz de estos contenidos en diferentes contextos significativos, más que en aprendizajes mecánicos para finalidades exclusivamente escolares (Alsina, 2015).

2.3 METODOLOGÍAS ACTIVAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.

Según Coll (1991:118-119) no existen métodos buenos o malos, dependen de los contextos, de las características y situaciones particulares de los alumnos, y de la cantidad y calidad de ayuda pedagógica que ofrecen.

En los currículos de Educación Infantil, se mantiene la idea de plantear el trabajo de los niños a partir de un enfoque globalizado. Esto implica, de acuerdo con Alsina (2011), relacionar los diferentes bloques de contenido matemático y relacionar también los contenidos y los procesos matemáticos (intradisciplinariedad); junto a esto se debe relacionar también las matemáticas con otras áreas de conocimiento y con el entorno que nos rodea (interdisciplinariedad).

Aún cuando nuestro actual currículo y distintos autores como Kamii (1995), Copley (2000) y Edo (2005) señalan que las interacciones entre el alumnado debe fundamentar

la educación matemática, por lo que no resulta suficiente el trabajo individual para el logro de aprendizajes matemáticos, la realidad es otra. En la mayoría de las aulas (Salgado y Salinas, 2009) las interacciones son posteriores a la construcción de conocimientos, primero el docente los instruye e introduce y a continuación el alumnado repite y memoriza. Finalmente y no siempre, en ocasiones interacciona con iguales, manipula objetos y establece relaciones.

2.3.1 Proyectos de trabajo. Perspectiva educativa de los proyectos de trabajo.

Los proyectos de trabajo tienen su base en las teorías de constructivismo social, teorías que se apoyan en las aportaciones de autores como Piaget, Vigotsky y Bruner para los que el aprendizaje debe ser un proceso constructivo a través de la acción y en la resolución de tareas e interacción con los demás. Tienen en cuenta experiencias de éxito en los años veinte realizadas por Dewey y Kilpatrick o las de Sthenhouse y Freire en los años setenta. En Educación Infantil destacamos la propuesta pedagógica de Malaguzzi en Reggio Emilia.

La *perspectiva educativa de los proyectos de trabajo (PEPT)* incluye y tiene voluntad de acoger diferentes miradas sobre la educación: el constructivismo, el aprendizaje por la comprensión, las inteligencias múltiples, la interdisciplinariedad, la cognición situada, los múltiples alfabetismos, el pensamiento complejo y continua abierto a las nuevas influencias emergentes en la realidad educativa actual.

Los proyectos de trabajo se orientan hacia una concepción educativa del conocimiento no fragmentada, que plantea un currículo a partir de temas y problemas emergentes, posee una perspectiva globalizada e implica considerar que los conocimientos no están ordenados, ni secuenciados de una forma rígida, sino que por el contrario pretende favorecer la creación de estrategias para tratar y transformar la información y construir conocimientos. Invita al diálogo, a la reflexión, al intercambio de opiniones con el fin de compartir y construir conocimientos, resultando el aula y el colegio un entorno comunicativo inclusivo en donde el docente plantea preguntas desafiantes que resultan el eje de los aprendizajes (Hernández y Ventura, 1992; Hernández, 2002; Hernández, 2004).

Siguiendo a Hernández y Ventura (1992: 58) las bases teóricas que fundamentan los proyectos de trabajo son:

1. Un sentido del aprendizaje que quiere ser significativo, es decir, que pretende conectar y partir de lo que los estudiantes ya saben, de sus esquemas de conocimiento precedentes, de sus hipótesis (verdaderas, falsas o incompletas) ante la temática que ha de abordar.
2. Para su articulación, asume como principio básico la actitud favorable para el conocimiento por parte de los estudiante, siempre y cuando el profesorado sea capaz de conectar con sus intereses y de favorecer el aprendizaje.
3. Se configura a partir de la previsión por parte de los docentes de una estructura lógica y secuencial de los contenidos, en orden a facilitar su comprensión. Pero siempre teniendo en cuenta que esta previsión constituye un punto de partida, no una finalidad, ya que puede quedar modificada en la interacción de la clase.
4. Se lleva a cabo con un evidente sentido de funcionalidad de lo que hay que aprender. Para ello, resulta fundamental la relación con los procedimientos, con las diferentes alternativas organizativas a los problemas abordados.
5. Se valora la memorización comprensiva de aspectos de la información, con la perspectiva de que estos aspectos constituyen una base para establecer nuevos aprendizajes y relaciones.
6. Por último, la evaluación trata sobre todo de analizar el proceso seguido a lo largo de toda la secuencia y de las interrelaciones creadas en el aprendizaje. Parte de situaciones en las que hay que anticipar decisiones, establecer relaciones o inferir nuevos problemas.

Por lo que los proyectos de trabajo podrían estar caracterizados según Hernández (2000) por:

- Un recorrido por un tema-problema que favorece el análisis, la interpretación y la crítica. Este tema-problema puede partir de una situación que algún alumno plantea en la clase, o puede ser sugerido por el docente. En ambos casos lo importante es que el desencadenante contenga una cuestión valiosa para ser investigada.

- Predomina la actitud de cooperación y el profesor es un aprendiz y no un experto, pues ayuda a aprender sobre temas que ha de estudiar con los alumnos.
- Busca establecer conexiones entre fenómenos y cuestiona la idea de una versión única de la realidad.
- Cada proyecto es singular y se trabaja con diferentes tipos de información, que no resultan ser una fórmula que se pueda aplicar de manera repetida.
- El docente enseña a escuchar, de las interacciones entre iguales surgen aprendizajes.
- Hay diferentes formas de construir conocimientos, permite construir a cada alumno su propio recorrido y transferirlo a otras situaciones.
- Acercamiento actualizado a los problemas de las disciplinas y saberes.
- Una forma de aprendizaje en la que se tiene en cuenta que todos los alumnos pueden aprender si encuentran el lugar para ello.
- Es un aprendizaje vinculado al hacer, a la actividad manual y a la intuición.

Teniendo en cuenta estos fundamentos teóricos y caracterizaciones, los proyectos pueden contribuir a favorecer la adquisición de competencias (Hernández, 2000) tales como:

- la construcción de la propia identidad, en la medida en que lo que se estudia responde a cuestiones inquietantes para los niños y les ayuda a la comprensión del mundo.
- la autonomía, en la medida en que posibilita el desarrollo de sus iniciativas para realizar de manera individual.
- la inventiva, mediante la utilización creativa de recursos, métodos y explicaciones alternativas a las que suelen aparecer en los libros de texto.
- la crítica, en la medida que posibilita cuestionar, analizar e interpretar los saberes que se transmiten.
- el planteamiento y la resolución de problemas, el diagnóstico de situaciones y el desarrollo de estrategias analíticas, interpretativas y evaluativas.
- la integración conceptual, en la medida que permite sintetizar conocimiento.

- la toma de decisiones, diferenciando lo que es y no es relevante y lo que es necesario en el proyecto.
- la comunicación interpersonal, puesto que ha de interaccionar y comunicar sus opiniones y puntos de vista con otros.

Los proyectos de trabajo son pues una respuesta, ni mejor ni peor, a la metodología del profesorado, en las que globalización y significatividad son partes indisolubles de la misma. Se basan en escuchar al alumno, en el fomento de aprender y en el trabajo colaborativo entre los distintos agentes educativos (Hernández, 2004). Resultan por tanto un proceso múltiple de aprendizaje en el que son piezas clave la colaboración, el cuestionamiento, la exploración, el descubrimiento, la creatividad y la reflexión (Hernández y Ventura, 2008) y cuya finalidad es “promover en los alumnos la comprensión de los problemas que investigan” (Hernández, 2000: 43).

2.3.2 Aprendizaje basado en problemas

El *aprendizaje basado en problemas (ABP)* es una experiencia pedagógica organizada para investigar y resolver problemas que se presentan enredados en el mundo real (Torpe y Sage, 1998: 37).

Desde este enfoque metodológico docente, el punto de partida es un problema real que se puede plantear en cualquier centro de enseñanza de Educación Infantil, dando lugar a una situación problemática que se deberá analizar. El alumnado deberá plantear una solución al problema inicial. La búsqueda de solución será llevada a cabo mediante un proceso de reflexión sistemático y de trabajo en grupos colaborativos, dando lugar a un proceso de enseñanza-aprendizaje como un proceso social e interactivo.

Por último, en la resolución del problema deberán plasmarse los tres niveles en el desarrollo del aprendizaje antes descritos y el problema está planteado para que tenga una repercusión positiva en la construcción del conocimiento de cada estudiante.

El Aprendizaje Basado en Problemas tiene su origen en la Universidad de MacMaster alrededor de los años 60 (Neville y Norman, 2007). El planteamiento que incentivó esta metodología docente era la de crear un currículum profesional en el alumnado de Medicina que diera lugar a una educación multidisciplinar, centrada en el alumnado, y que le facilitara el aprendizaje continuo, necesario a lo largo de toda su carrera profesional.

El ABP se puede y debe introducir en las primeras edades (Torp y Sage, 1998); es aquí cuando los alumnos están comprometidos, se muestran entusiastas y no limitan el conocimiento al saber que se encuentra en los libros.

El ABP es un método de aprendizaje activo, cooperativo, caracterizado por Torp y Sage (1998) como:

- Es una metodología activa centrada en el alumnado y en su aprendizaje. A través de la acción de los niños se deben alcanzar los objetivos planteados en el tiempo previsto.
- El alumnado trabaja en pequeños grupos, lo que favorece que se interrelacionen y que todas/os se responsabilicen de la consecución de los objetivos previstos construyendo de este modo un aprendizaje significativo, perdurable en el tiempo.
- Favorece la posibilidad de interrelacionar distintas materias o disciplinas académicas y alcanzar un nivel de comprensión más profundo.

Hay muchas formas posibles de presentar e implementar la metodología ABP. Torp y Sage (1998) presentan los siguientes elementos clave:



Figura 2.2: Elementos de la metodología ABP

La situación problemática caracterizada por ser confusa, no se resuelve de forma sencilla y no tiene una única respuesta. En el proceso de resolución del problema son los alumnos quienes actúan y aprenden, construyendo el conocimiento durante el proceso. La información, se comparte, se discute y se obtiene de las interacciones con el alumnado. La evaluación va asociada al problema y al proceso, y no a los resultados.

A continuación en la figura 2.3 mostramos el esquema de proceso de enseñanza-aprendizaje siguiendo estudios de Torp y Sage (1998).



Figura 2.3: Modelo de proceso de enseñanza-aprendizaje de Torp y Sage (1998) basado en metodología ABP.

Siguiendo estudios de Morales y Landa (2004) la metodología del ABP sigue ocho fases:

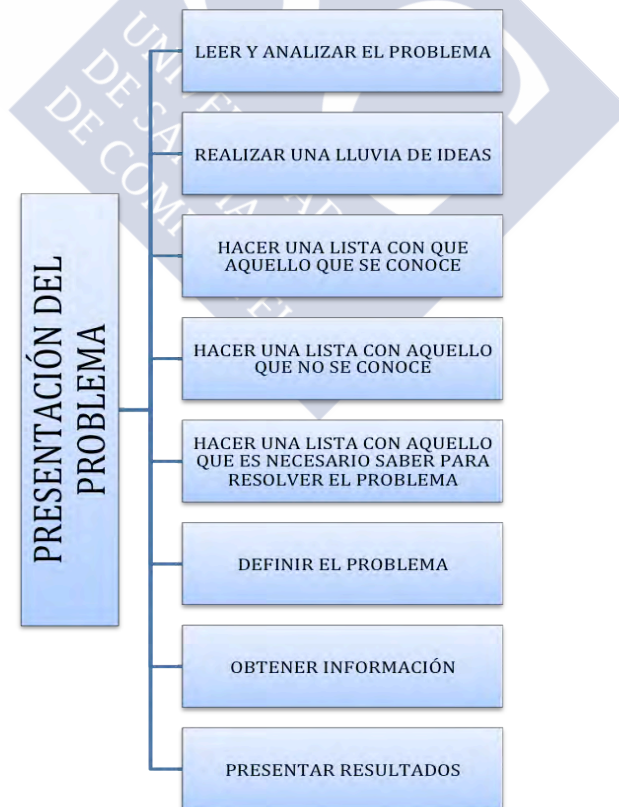


Figura 2.4. Modelo de proceso de enseñanza-aprendizaje de Morales y Landa (2004) basado en metodología ABP.

Teniendo en cuenta las fases descritas anteriormente por Torp y Sage (1998), Morales y Landa (2004) y además las características particulares de la etapa de infantil, adaptamos y caracterizamos finalmente el proceso del ABP en Educación Infantil del siguiente modo en la Figura 2.5:

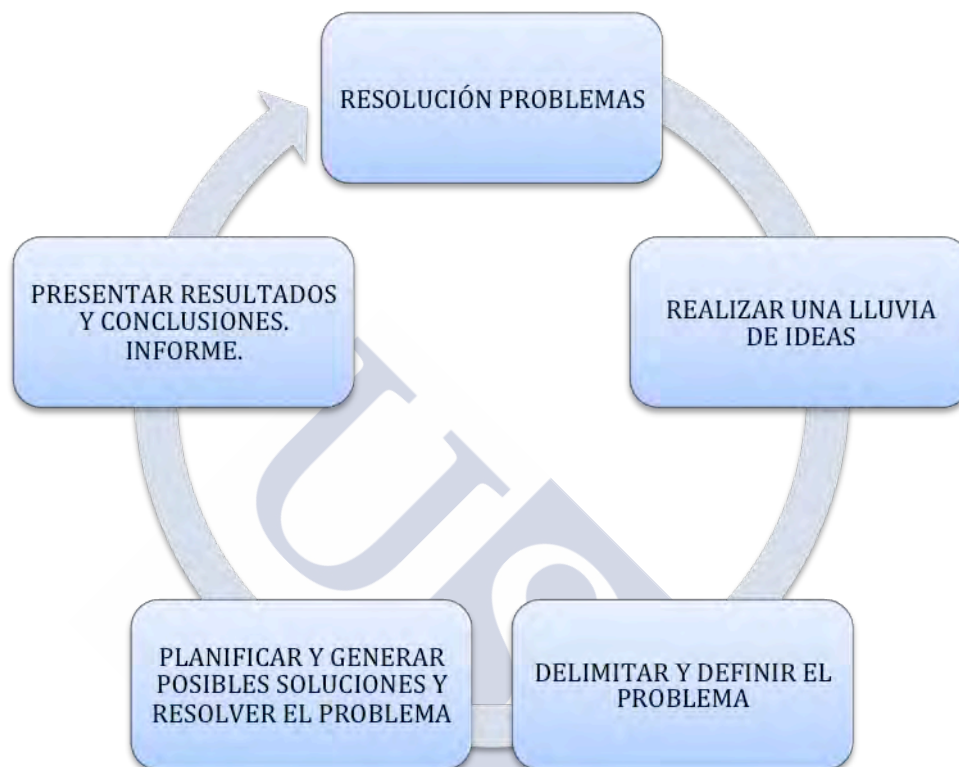


Figura 2.5: Propuesta de proceso de enseñanza-aprendizaje en Educación Infantil basado en metodología ABP

Observando la figura 2.3 y la figura 2.4 anteriores recogemos la importancia del proceso de resolución en la construcción del conocimiento en el marco del aprendizaje basado en problemas en la figura 2.5.

Teniendo en cuenta los modelos de las figuras 2.3 y 2.4, observamos que el modelo planteado en la figura 2.5, es similar a los descritos anteriormente, únicamente prescindimos de actividades de formulación y comprobación de conjeturas debido a las características y desarrollo evolutivo de la edad infantil; no quiere decir esto, que no existan y que no se formulen conjeturas durante la resolución de problemas en esta etapa, lo que ocurre es que son construidas a partir y con ayuda del docente.

2.4 BUENAS PRÁCTICAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La educación matemática infantil debe mejorar y dejar de considerarse como algo sencillo reducido al estudio de los primeros números, principalmente cuestiones reducidas básicamente a la asociación de cantidad y grafías y realización correcta de numerales, además de algunas formas geométricas planas.

¿Tiene sentido prácticas de enseñanza de ordenación de números? ¿por qué enseñar antes el número 3 que el 23? ¿qué papel juega el contexto? ¿y los materiales?... Es necesario responder a preguntas tales como estas, ya que a partir de ellas, solo así podremos mejorar la práctica matemática docente en infantil (Chamorro, 2011)

2.4.1 Conceptualización de una buena práctica matemática.

¿Qué se entiende por buena práctica matemática?

Entre las aportaciones de diversos autores, se encuentran la de Planas y Alsina (2009), que señalan que una buena práctica lleva intrínseco un conocimiento educativo amplio y reflexivo, donde el “saber” del profesor se utiliza en beneficio de la enseñanza.

Van Oers (2003) también hace referencia a buena práctica, entendiendo esta como aquella que busca un aprendizaje efectivo, donde tienen igual de importancia las capacidades cognitivas y las habilidades y capacidades de relación social de los alumnos.

Broomes (1989) caracteriza la buena práctica como aquella que:

- Está relacionada con el currículo.
- Permite conectar las distintas áreas de conocimiento.
- Introduce y motiva los conocimientos.
- Es un reto para el alumnado, ya que incluye una gradación de dificultades.
- Involucra a los alumnos, ya que se puede extrapolar fuera del entorno escolar.
- Es flexible, favoreciendo que el alumno relacione y aplique los conocimientos.
- Busca respuestas y genera buenas preguntas.
- Termina cuando los niños son conscientes de sus aprendizajes, reflexionando, interiorizando y relacionando aprendizajes anteriores y vivencias.

Planas y Alsina (2009: 266-267) basándose en estudios y conclusiones de John Perry detallan un decálogo de principios de enseñanza de las matemáticas. Estos principios son:

- Tener en cuenta la motivación y los intereses del alumnado.
- Basar lo abstracto en la experiencia concreta para promover la comprensión.
- Emplear actividades que supongan el uso de la mano y el ojo, y no sólo de la oreja, en conjunción con el cerebro, así como de los método gráficos.
- Adoptar métodos experimentales y heurísticos: experimento, estimación, aproximación, observación, inducción, intuición, sentido común, etc.
- Retrasar el rigor lógico y la preocupación inicial por los fundamentos, y restringir los elementos deductivos formales, admitiendo diversas formas de demostración.
- Simplificar, ensanchar y unificar la materia-disciplina de las matemáticas, e ignorar las divisiones artificiales tradicionales.
- Correlacionar las matemáticas con la ciencia y el trabajo de laboratorio, y relacionar las matemáticas con la vida y sus aplicaciones.
- Recordar la necesidad de incorporar el rigor lógico y la preocupación por los fundamentos en los momentos posteriores a la experiencia concreta.
- Introducir formas de validación de la práctica matemática que no hayan surgido de la implicación del alumnado en las actividades propuestas.
- Generar motivación e interés en el alumnado por problemas matemáticos.

La educación matemática en Educación Infantil debería contribuir a que el alumnado comunique sus experiencias y escuche la de los demás.

2.4.2 Educación Matemática Realista.

Al hablar de Educación Matemática Realista (EMR), debemos en primer lugar nombrar al matemático y educador alemán Hans Freudenthal (1905-1990), considerado padre de dicha teoría, por sus extensos trabajos de investigación en Educación Matemática.

Realizó la mayor parte de su trabajo en Holanda y de entre su amplio trabajo de investigación, destacamos tres libros: “Mathematics as Education Task” (Freudenthal, 1973), “Didactical Phenomenology of Mathematical Structures” (Freudenthal, 1983) y “Revisiting mathematics education” (Freudenthal, 1991).

En los dos primeros libros, dependiendo del área de conocimiento de la matemática, se explica el qué y cómo deberían explicarse, mientras que el tercero, es el libro que recopila en gran medida las ideas expuestas en todos los trabajos previos y se considera su obra más relevante.

Como legado de su trabajo de investigación, se creó el Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht (Holanda, (Freudenthal Institute., 1971), centro de investigación cuyo objetivo principal es mejorar la enseñanza de la matemática y de las ciencias en la Educación Primaria y Secundaria.

Centrándonos en los aspectos teóricos de la EMR, tal y como muestra Van den Heuvel-Panhuizen (2003), las raíces se basan en la idea de que la matemática –si ha de tener valor humano- debe estar conectada con la realidad, mantenerse cercana a los niños y ser relevante para la sociedad (Freudenthal, 1977). Esto llevó a que el uso de contextos reales o realistas se convirtiera en una de las características determinantes de este enfoque de la educación matemática. En la EMR, el alumnado debe empezar a aprender matemáticas desarrollando y aplicando conceptos y herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria que tienen sentido para ellos, siendo suficiente que esta “realidad” sea en la mente del alumnado (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Según Freudenthal (1971), la enseñanza de la matemática viene determinada en el EMR por una *actividad* descrita como:

Una actividad de resolución de problemas, de ver los problemas, pero es también una actividad de organización de una disciplina. Esto puede ser un tema de la realidad que tiene que ser organizado de acuerdo con los patrones matemáticos si se tienen que resolver problemas de la realidad. Puede también ser un asunto matemático, de nuevos o viejos resultados, nuestros o de otros, que tengan que ser organizados de acuerdo con nuevas ideas, ser mejor entendidos, en contextos más amplios o por un abordaje axiomático. (Freudenthal, 1971, 411)

En el desarrollo de esta actividad, intrínseco a la organización de la misma, aparece uno de los conceptos más importantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, esto es, el concepto de *matematización*, el cual consiste en trasladar un problema de la vida cotidiana al mundo matemático (matematización horizontal), intentar modelizarlo, formalizarlo, resolverlo en el mundo matemático (matematización vertical) y trasladarlo de nuevo al mundo inicial, lo que ayuda al alumnado a familiarizarse con el mundo matemático (De Lange, 1996; Fauzan, 2002; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003).

De este modo, podemos describir la EMR a través de los siguientes principios (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000; Martínez, Da Valle, Bressan y Zolkower, 2012; Bressan y otros, 2004; Alsina, 2009; Alsina, 2011):

1. De actividad: Las matemáticas se considera una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.
2. De realidad: Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales o realistas. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana como a situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.
3. De niveles: Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: Situacional (en el contexto de la situación); referencial (esquematización a través de modelos, descripciones, etc), general (exploración, reflexión y generalización), formal (procedimientos estándares y notación convencional).
4. De reinención guiada: Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal a través de la mediación.
5. De interacción: La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.
6. De interconexión: Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría,...) no pueden ser tratados como entidades separadas.

En base a estos principios, Alsina (2011) recoge la caracterización de los rasgos más significativos de EMR, estos son:

- Se utilizan situaciones de la vida cotidiana o problemas contextualizados como punto de partida para aprender matemáticas.
- Estas situaciones se matematizan para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
- Se apoya en la interacción en el aula entre los alumnos y entre el profesor y los alumnos.
- Se fomenta que los alumnos interpreten las matemáticas bajo la guía de un adulto, en lugar de intentar transmitirles una matemática pre-construida.

Y en el marco de la Educación Infantil, Alsina (2011: 21) propone las siguientes fases de trabajo (Figura 2.6) en la construcción del pensamiento matemático a través de la educación matemática realista.



Figura 2.6: Fases de construcción de conocimiento matemático en EMR

Fase 1: Matematización del contexto.

En la Fase 1 no intervienen los alumnos. Consiste en analizar todos los contenidos matemáticos (de numeración y cálculo, geometría, álgebra, medida y análisis de datos y probabilidad) que pueden trabajarse en el contexto de aprendizaje elegido.

Fase 2: Trabajo previo en el aula.

Se pacta el contexto de aprendizaje: el patio, la escuela,... Se inicia un diálogo con los alumnos para recoger sus conocimientos previos y experiencias a través de

preguntas. Entre todos se decide el material necesario para documentar el trabajo en contexto: una cámara digital, una cinta métrica, una calculadora,...

Fase 3: Trabajo en contexto.

Los alumnos descubren las matemáticas que hay en el contexto de aprendizaje elegido. Documentan lo que van descubriendo a través de fotografías, dibujos, anotaciones en libretas,.... El docente interviene haciendo preguntas, sobre todo, más que dando explicaciones.

Fase 4: Trabajo posterior en el aula.

Se establece un diálogo con los alumnos para que comuniquen lo que han descubierto, procurando que utilicen un lenguaje matemático adecuado. Se usan las imágenes para trabajar aspectos matemáticos diversos (reconocer, relacionar u operar cualidades sensoriales, cantidades, posiciones, formas o atributos mesurables). Se representa gráficamente el trabajo realizado en contexto a través de un póster, en una ficha,...

Tal y como muestra A. Bressan, miembro fundadora del GPDM, grupo Patagónico de investigación en Didáctica de la Matemática, entre los primeros modelos trabajados en la EMR destacan: el trabajo de Van den Brink (1984) para operar con la suma y la resta y sus propiedades; la fábrica de caramelos o el tesoro del sultán (Gravemeijer, 1994) para introducir el sistema decimal; la redistribución de mesas en la casa de los panqueques (Streefland, 1991) para trabajar fracciones como razones y relación parte todo; los materiales físicos como el rekenrek (contador 10-10) o el collar de bolitas bicolor estructurado de cinco en cinco o de diez en diez (Treffers, 1991) o la moneda corriente para expresar números bajo distintas formas (dobles, dobles más uno, en base a grupos de 5 o 10, etc) y operar; los tableros para la combinatoria; la notación de libreta o la tabla de combinaciones para plantear y resolver sistemas de ecuaciones, el modelo abierto de área para la multiplicación, la línea numérica abierta simple para apoyar las estrategias secuenciales de cálculo mental y la recta doble (Treffers, 1991); y el modelo circular, la tabla de razones y la barra de porcentajes (Middleton and Van den heuvel-Panhuizen, 1995; Goffree, 2000) para el trabajo de la proporcionalidad.

Entre los trabajos más recientes en Educación Infantil y Primaria basados en la EMR destacamos: El Restaurante, experiencia sobre el aprendizaje de los números enteros (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000); un taller de resolución de problemas

aritméticos verbales para el desarrollo de la competencia matemática en la Educación Infantil (de Castro et al., 2012); estudio sobre aprendizajes matemáticos que los niños menores de tres años pueden realizar (Edo, 2012), y el aprendizaje con niños y niñas de 4 y 5 años (Cordomí and Edo, 2011), aprendizajes matemáticos a través del juego (Edo et al., 2009); un artículo argumentativo para enseñar matemáticas desde un enfoque globalizado como uno de los principios de la educación matemática en la etapa de Educación Infantil (Alsina, 2012); un estudio sobre las matemáticas en las primeras edades en los contextos reales (Alsina y otros, 2012); ejemplos de propuestas competenciales en infantil (Alsina y García, 2014); un artículo de matemáticas en contexto (Dalmau y Alsina, 2015) y un modelo realista de desarrollo profesional en Educación Infantil (Alsina, 2013b).

Por último resaltar, que según Freudenthal (Gravemeijer y Teruel, 2000) el argumento más fuerte que fundamenta y justifica la existencia e importancia de la EMR, es que no todos los alumnos serán en edad adulta matemáticos, pero sí, casi todos usarán aquellas matemáticas que les sirvan para resolver problemas de la vida diaria.

2.5 PROCESOS MATEMÁTICOS EN LA PRÁCTICA DOCENTE EN EDUCACIÓN INFANTIL

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NTCM, 2000) presenta cinco estándares de procesos para favorecer la comprensión y uso de los contenidos en diversos contextos significativos, es decir, modos de adquirir y usar el conocimiento: Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Comunicación, Conexiones y Representación.

- La Resolución de Problemas, siendo una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento matemático al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.
- El Razonamiento y Prueba, que permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para

lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.

- La Comunicación, que en definitiva es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los estudiantes aprenden a ser más claros y convincentes en el uso de lenguaje matemático; y a su vez al escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.
- Las Conexiones, para enfatizar que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los estudiantes reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- Las Representaciones, que corresponden a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen actualmente son el resultado de una construcción cultural, que llevó muchos años determinar. Cuando los estudiantes comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

2.5.1 Consideraciones didácticas para la evaluación de la competencia matemática.

En relación a las formas de adquisición de los contenidos, se ha puesto de manifiesto que guardan una estrecha relación tanto con los procesos matemáticos descritos por el NCTM (2000) como las competencias matemáticas descritas en el marco del Proyecto PISA (OCDE, 2004, 2007).

Se ha argumentado también que en los últimos años han proliferado las orientaciones que señalan la importancia de implementar los procesos matemáticos o

dominios cognitivos desde las primeras edades para favorecer el desarrollo de la competencia matemática.

Desde este marco de referencia, en este apartado se pretende dar un paso más. Se parte de la base que la planificación, gestión y evaluación de prácticas docentes que incorporen los procesos matemáticos de forma sistemática como herramientas para trabajar los diferentes contenidos requiere elaborar indicadores de referencia que permitan analizar la presencia (o no) de los procesos en dichas prácticas. En este sentido, se aportan, indicadores genéricos que pueden orientar al profesorado sobre el grado en que se cultivan las competencias en una actividad concreta o en una pequeña secuencia de actividades. Se parte de la base que la riqueza competencial depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula.

2.5.2 Indicadores competenciales genéricos

Hace ya algunos años, el *Centre de Recursos per Ensenyar i Aprendre Matemàtiques* (CREAMAT) perteneciente a los *Centres Específics de Suport a la Innovació i la Recerca Educativa* (CESIRE) de la Generalitat de Catalunya (España) elaboró un documento de referencia para todo el profesorado para poder evaluar de forma sencilla, pero eficaz, el grado de riqueza competencial de una actividad. Este documento gira en torno a diez preguntas que pueden orientar al profesorado sobre el grado en que en una actividad se trabajan las competencias del alumnado.

En dicho documento, que se reproduce a continuación (Tabla II.9), se indica que el grado de riqueza competencial de una actividad depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por esto las diez preguntas se agrupan en dos bloques

<i>Planteamiento de la actividad</i>	
1	¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.
2	¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?
3	¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?
4	¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad de los niños y niñas?
5	¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?
<i>Gestión de la actividad</i>	
1	¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas?
2	¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones?
3	¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?
4	¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados?
5	¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?

Tabla II.9: Indicadores competenciales (CREAMAT, 2009)

Como puede apreciarse, los interrogantes anteriores dan pistas muy claras de cómo debería ser una práctica que pretenda favorecer el desarrollo de la competencia matemática.

Desde mi punto de vista, se trata de un documento extraordinario por diversos motivos: primero, porque enfatiza el trabajo sistemático de los procesos matemáticos para potenciar la comprensión y el uso significativo de los contenidos; segundo, porque lo hace de forma sencilla y sintética; y tercero, porque los diez indicadores que se proponen son extrapolables a todas las etapas educativas. Como se indica en Alsina (2013a), se trata de un documento fuertemente inspirado en los procesos matemáticos del NCTM (2000), por lo que están estrechamente relacionados:

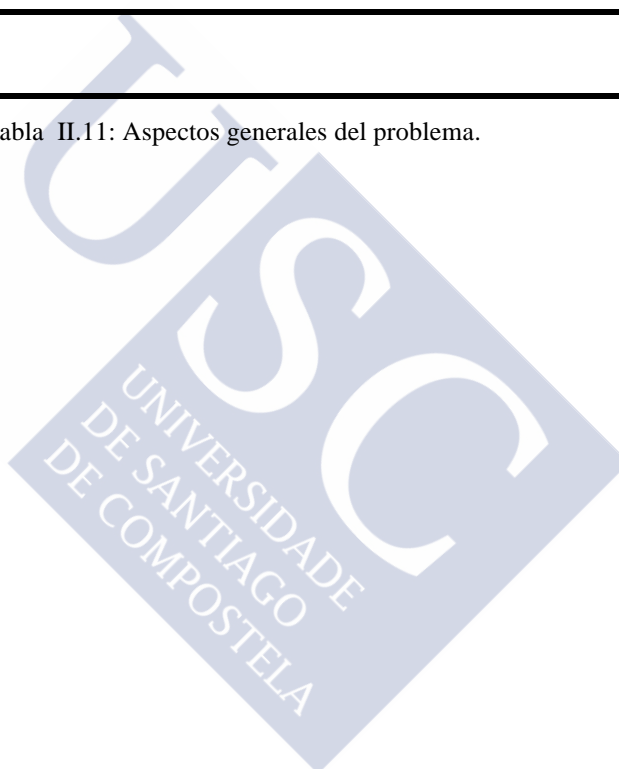
Procesos	Indicadores competenciales
Resolución de problemas	1 ¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático. 4 ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad de los niños y niñas? 5 ¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.? 6 ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas?
Razonamiento y prueba	9 ¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados?
Comunicación y representación	7 ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones? 8 ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.? 10 ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?
Conexiones	2 ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes? 3 ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?

Tabla II.10: Relación entre los procesos matemáticos (NCTM, 2000) y los indicadores competenciales (CREAMAT, 2009).

Sin dejar de considerar la validez de este instrumento, la evaluación de prácticas docentes que incorporen los procesos matemáticos de forma sistemática requiere, como se ha indicado, indicadores cada vez más precisos que permitan analizar la presencia (o no) de los procesos en dichas prácticas. En este sentido, a continuación se expone un instrumento de evaluación mucho más detallado que incluye cinco categorías que se corresponden con los cinco procesos indicados por el NCTM (2000), elaborado a partir de un trabajo previo de Coronata (2014) y Alsina y Coronata (2014).

Centro:
Maestro:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción breve de la actividad:
Tiempo analizado:

Tabla II.11: Aspectos generales del problema.



	SI/NO
1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).	
2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).	
3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).	
4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).	
5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).	
6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).	
7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).	
RESULTADO	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Tabla II.12: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problema”.

	SI/NO
1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	
2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	
3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	
4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	
5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	
6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).	
7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).	
RESULTADO	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	

Tabla II.13: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba”.

	SI/NO
1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).	
2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	
3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	
4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	
5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).	
6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).	
7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).	
RESULTADO	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla II.14: Indicadores del proceso matemático “Comunicación”.

	SI/NO
1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	
2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	
3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	
4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	
5. Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	
6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	
7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	
RESULTADO	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla II.15: Indicadores del proceso matemático “Conexiones”.

	SI/NO
1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).	
2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).	
3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).	
4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).	
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).	
6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).	
7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	
RESULTADO	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Tabla II.16: Indicadores del proceso matemático “Representación”.

Este instrumento de evaluación de Coronata (2014) se diseñó, construyó y validó en seis fases (Alsina y Coronata, 2014) que a continuación describimos:

- 1) Análisis histórico-epistemológico de los procesos matemáticos y sus significados.
- 2) Estudio de investigaciones sobre los procesos matemáticos en las prácticas docentes del profesorado.
- 3) Análisis del tratamiento otorgado a los procesos matemáticos en el currículo.
- 4) Construcción de la versión piloto del instrumento.
- 5) Revisión mediante el juicio de expertos.
- 6) Construcción de la versión final del instrumento.

Los indicadores de la pauta permiten adentrarse al conocimiento didáctico-matemático sobre los procesos matemáticos, al no ser un concepto que no puede observarse directamente; por esta razón, se realizó la validación y fiabilidad del instrumento (Maurandi, Alsina y Coronata, en prensa), resultando ser fiable para analizar la presencia de los procesos matemáticos en la práctica docente en Educación Infantil.



CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos del estudio y poder dar respuesta a los interrogantes que guían esta investigación se ha optado por una metodología mixta, con tres estudios cuantitativos y tres cualitativos. Se opta por este tipo de metodología porque se pretende, por un lado, investigar la competencia matemática en las prácticas docentes de la metodología de un maestro de 2º ciclo de Educación Infantil, y por otro, el índice de competencia matemática básica adquirida por el alumnado.

El estudio consta de tres fases. En el diagrama de flujo de la figura 3.1 se indica el tipo de estudio en cada una de ellas.

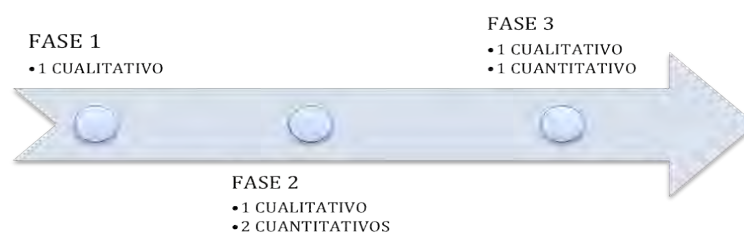


Figura 3.1: Tipos de estudio en cada una de las fases.

3.1 PARADIGMA DE INVESTIGACIÓN

Situamos nuestro estudio dentro del paradigma interpretativo. El objetivo del *enfoque interpretativo* es tratar de indagar, comprender un fenómeno o hecho con la finalidad de dar a conocer y explicar las actitudes, pensamientos y percepción de los participantes (Godino, 1993). Desde la perspectiva del enfoque interpretativo no es posible ni deseable que se generalicen los hallazgos encontrados, se parte del convencimiento de que la replicabilidad de una investigación en el marco natural y específico de cada realidad educativa no es un objeto posible ni siquiera deseable (Pérez Gómez, 1983). Procura desarrollar un conocimiento ideográfico. Se centra en la descripción y comprensión de lo individual, lo único lo particular, lo singular de los fenómenos. Está centrada sobre las diferencias. Entre la investigación y la acción existe una interacción permanente. La acción es fuente de conocimiento y la investigación se constituye en si una acción transformadora.

3.2 FASE 1. ESTUDIO PREVIO

3.2.1 Diseño y procedimiento

En esta fase se realiza un estudio cualitativo centrado en el concepto de número, por ser el contenido matemático por excelencia en la etapa de Educación Infantil, evaluando su “presencia” en los libros de texto (Salgado, 2008). Para ello se comenzó delimitando una comarca y determinando cuales eran los libros de texto más utilizados. El estudio se organiza en dos etapas:

ETAPA I: Elaboración y aplicación de instrumento de evaluación de libros de texto a la muestra seleccionada.

ETAPA II: Análisis cualitativa de los resultados obtenidos en la etapa anterior.

3.2.2 Población y muestra

Como población muestral se toman los libros de texto utilizados en las aulas de Educación Infantil de la comarca de Santiago de Compostela (Tabla III.1).

<p>AYUNTAMIENTOS COMARCA DE SANTIAGO DE COMPOSTELA: Santiago de Compostela, Boqueixón, Ames, Brión, Teo, Val do Dubra e Vedra</p>

Tabla III.1: Ayuntamientos seleccionados de la Comarca de Santiago de Compostela

COLEGIOS = 37	PÚBLICOS = 28	PRIVADOS = 9
----------------------	----------------------	---------------------

DATOS DE INCIDENCIA DE LOS LIBROS DE TEXTO EN LOS CENTROS SELECCIONADOS		
EDITORIAL	Nº	%
SM	38	34,2%
XERAIS	20	18,0%
EDELVIVES	18	16,0%
EVEREST	10	9,0%
EDEBÉ	8	7,2%
CASALS	3	2,7%
TEIDE	3	2,7%
SANTILLANA	1	0,9%
NO HAY	10	9,0%

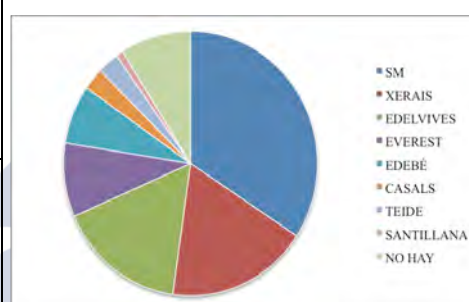


Figura 3.2: Gráfico de resultados de incidencia globales.

Tabla III:2: Resultados de incidencia globales.

Las tres editoriales con más demanda en la comarca de Santiago de Compostela son SM (34%), XERAIS (18%) y EDELVIVES (16%), hecho por el cual fueron seleccionadas para este estudio.

Dichas editoriales distribuyen por cursos los libros de texto, que se especifican a continuación: Pazos y Senac (2007), Moreno y San Miguel (2007), Ruíz y Navarro (2007), Campuzano (2007a), Campuzano (2007b), Campuzano (2007c), Corrales et al (2007a), Corrales et al (2007b) y Corrales et al (2007c).

3.2.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos

3.2.3.1 Instrumento de análisis

El instrumento de análisis de datos utilizado para la evaluación de los nueve libros de texto consta de una serie de ítems elaborados a partir de los criterios recogidos en Prendes (1997), Martínez Bonafé (1992) Martínez Bonafé (1995), Cajaraville et al (2003), Bernad (1979), Velasco y Pérez (1977), Haro y Torregrosa (2002), Martín (2002), Bodí y Valls (2002) y adaptados a la realidad educativa a evaluar.

Estos ítems son (Salgado, 2008: 27-29):

1. Incidencia del número en el libro.

- *¿El concepto de número es tratado en todas las unidades?*
- *¿Cuál es el porcentaje de actividades relativas al número?*

2. Adaptación al currículo de Educación Infantil desarrollado por el Decreto 426/1991 de 12 de diciembre por el que se establece el currículo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Galicia¹.

- *¿Se tratan a lo largo de las unidades los contenidos conceptuales y procedimentales del currículo?*

2.1.- Conceptos con respecto al número.

2.1.1.- Unidad.

2.1.2.- Serie.

2.1.3. Cardinales y ordinales.

2.1.4. Serie numérica. Los primeros números.

2.2.- Procedimientos con respecto al número.

2.2.1.- Ordenación de colecciones (según el número de objetos).

2.2.2.- Construcción de la serie numérica que resulta partiendo de una unidad al ir añadiendo objetos (uno por uno).

2.2.3.- Utilización de regletas y ábacos.

2.2.4.- Uso de la serie numérica en diferentes situaciones.

¹ Decreto vigente en Galicia en el momento de la creación del instrumento de evaluación.

2.2.5.- *Representación cuantificadora de las colecciones por medio de códigos primero y del cardinal después.*

2.2.6.- *Operaciones sencillas con las colecciones de objetos.*

3. Metodología.

3.1.- *¿El material sugiere actividades homogéneas para toda la clase?*

3.2.- *¿El tipo de actividades es diverso y con distinto nivel de complejidad?*

3.3.- *¿Las actividades se resuelven básicamente a través de la consulta del propio material?*

3.4.- *¿La organización del contenido y el tipo de actividades propuestas sugiere períodos largos de tiempo en la realización de una misma tarea?*

3.5.- *¿Las actividades se centran en procesos de aprendizaje memorísticos o de recuperación de información?*

3.6.- *¿Las actividades se centran en procesos de aprendizaje procedimentales?*

3.7.- *¿El material organiza y secuencia el tiempo y distribución de tareas?*

3.8.- *¿Las tareas tienen un carácter poco complejo y es repetitivo de unas unidades a otras?*

4. Modos de aproximación a los conceptos a través de la tipología de las tareas que proponen.

4.1.- *¿Simples ejercicios de consolidación de contenidos “formalmente introducidos”?*

4.2.- *¿Auténticas situaciones problema planteadas solamente desde las propias matemáticas?*

4.3.- *¿Auténticas situaciones problemas planteadas desde las propias matemáticas y a otros ámbitos?*

5. Materiales didácticos.

5.1.- *¿Se ejemplifican tareas con material didáctico específico además del libro de texto?*

5.2.- *¿Hace referencia a web o software educativos útiles para el estudio de este concepto?*

6. Conocimientos que promueven.

6.1.- *¿Qué tipo de conocimiento se promueve?*

6.2.- *¿Se utilizan contextos diversos para la presentación y justificación de las nociones presentadas que se introducen*

3.3 FASE 2. ESTUDIO PILOTO.

3.3.1 Diseño y procedimiento

En esta fase se realiza un estudio cuasi-experimental que consta de un pre-test, una intervención y post-test. En el curso 2010-2011 se realiza un pre-test y se diseñan líneas metodológicas basadas en los proyectos de trabajo. A continuación, en el curso 2011-2012 se implantan los proyectos de trabajo y se realiza un post-test en junio de 2012. En el curso 2012-2013, se analizan y comparan resultados obtenidos en el pre-test y pos-test.

El estudio se organizó en cinco etapas:

ETAPA I: Se comenzó realizando una evaluación inicial del índice de competencia matemática de la muestra entre los meses de octubre 2010 y enero 2011, a través de un instrumento de evaluación validado (TEMA-3). Este test lo realizó la maestra, que es la propia investigadora, individualmente a cada uno de los alumnos a través de una entrevista en el tiempo indicado en el manual y recogiendo por escrito todas las respuestas en una plantilla dada. Al final de esta etapa, en febrero 2011, se recogieron y analizaron todos los resultados extraídos de las pruebas.

ETAPA II: Entre marzo 2011 y mayo 2011 se consideraron referentes teóricos y resultados de la etapa I, para diseñar líneas metodológicas de los proyectos de trabajo y seleccionar objetivos y contenidos matemáticos del currículum para implantar en la etapa siguiente.

3.3.1.1 Diseño de líneas metodológicas de los proyectos de trabajo

Los proyectos de trabajo son considerados una estrategia de acercamiento a una nueva concepción del currículum y a una construcción del pensamiento, fundamentada en el análisis e interpretación de la información, y en promover una perspectiva basada en la comprensión y en la construcción de significados (Hernández, 2000).

Teniendo en cuenta las caracterizaciones de los proyectos de trabajo (Hernández y Ventura,1992; Hernández 2000), para la etapa infantil y el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático, seleccionamos características de la metodología que se recogen en la figura 3.3 con la finalidad de incorporar y basar la práctica educativa de la fase 2.



Figura 3.3: Características de los proyectos de trabajo.

El carácter procedimental impregnará fundamentalmente la línea metodológica de esta fase, se presentarán procedimientos con el fin de que el alumnado los comprenda e interiorice y pueda incorporar a situaciones futuras.

3.3.1.2 Objetivos y contenidos curriculares

Los objetivos y contenidos curriculares detallados a continuación están extraídos de la normativa curricular vigente en Galicia desarrollada en el *Decreto 330/2009 del 4 de junio, por el que se establece el currículo de la educación infantil en la comunidad autónoma de Galicia*.

Con respecto al conocimiento matemático se describen dentro del *área del entorno* y los objetivos y contenidos matemáticos que se recogen son los siguientes:

- Observar su entorno, identificando las propiedades de los objetos para establecer comparaciones, generando interpretaciones.
- Resolver situaciones problemáticas con objetos, ensayando diferentes estrategias de resolución.
- Utilizar cuantificadores y medidas relacionándolas con situaciones diarias.
- Identificar las nociones espaciales, temporales...
- Iniciarse en la formulación de hipótesis, buscando respuestas y explicaciones...

Tabla III.3: Objetivos del currículo de Educación Infantil relacionados con el lenguaje matemático.

- Establecimiento de relaciones: ordenación, correspondencia, clasificación.
- Estimación de cantidades y medidas.
- Experimentación de diferentes acciones sobre los objetos y materiales.
- Construcción de nociones geométricas y topológicas.
- Construcción de nociones temporales.
- Utilización de alguna de las herramientas tecnológicas más habituales.

Tabla III.4: Contenidos del currículo de Educación Infantil relacionados con el lenguaje matemático.

ETAPA III: Se lleva a cabo a lo largo del curso 2011-2012. Se implantan los proyectos de trabajo en la metodología de aula, con la temporalización de uno por trimestre. En cada proyecto de trabajo surgen intereses y motivaciones que se aprovecharon para trabajar los objetivos y contenidos seleccionados en la etapa anterior. A partir de la curiosidad de los alumnos, la maestra planificará sesiones con contenido principalmente matemático que serán objeto de estudio. Todas fueron

grabadas en vídeo por la propia investigadora, que es la maestra-tutora y posteriormente en mayo 2012 se realizó una triangulación con expertos y la autora de este estudio, para evaluar el índice competencial de las secuencias desarrolladas. Todos los evaluadores contaron con el mismo material para extraer los resultados, filmaciones, cuadro registro de transcripciones e instrumento de análisis del CREAMAT (2009).

ETAPA IV: Durante junio 2012, se realiza un pos-test a la muestra con el mismo instrumento de evaluación competencial que en el pre-test y con las mismas circunstancias. Es la propia investigadora quien realiza la entrevista a los alumnos y quien recoge y analiza los resultados por escrito.

ETAPA V: En esta etapa, curso 2012-2013, la autora compara y analiza los resultados obtenidos en el pre-test y pos-test. Los resultados obtenidos pondrán de manifiesto la repercusión de la metodología de proyectos en el índice competencial del alumnado.

3.3.2 Participantes

La muestra está formada por 20 niños/as de un colegio público de Educación Infantil y Primaria de la comarca de Santiago de Compostela. De esta muestra 11 son niñas y 9 son niños, 9 de ellos se escolarizaron por primera vez el curso anterior y los 11 restantes habían acudido a guardería antes de su escolarización en el colegio; todos estuvieron en el curso anterior en el mismo colegio, mismo grupo-aula y con la misma tutora.

	COLEGIO (3 años)		
	SÍ	NO	TOTAL
Niños	9	0	9
Niñas	11	0	11
Total	20	0	20

Tabla III.5: Descripción de la muestra fase 2.

3.3.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos.

La respuesta a el objetivo 2.1 se elaboró a partir de la revisión bibliográfica de pautas y criterios de metodologías activas de aprendizaje y de la observación participante.

Para el objetivo 2.2 se utilizan grabaciones y un instrumento de evaluación publicado por CREAMAT (2009).

Para la obtención de datos del objetivo 2.3 del estudio se utiliza un instrumento de evaluación del índice de competencia matemática (TEMA-3) a todo el alumnado de la muestra a través de entrevistas individuales.

Las técnicas de recogida de datos se describen a continuación.

- Observación participante.

La observación sistemática que se realiza en este estudio es a través de procesos de enseñanza-aprendizaje de la docente, que es la autora de la investigación, y la observación de los análisis realizados a su metodología, permiten medir una variedad de parámetros que aportarán información relevante.

- Grabaciones audiovisuales

Las grabaciones audiovisuales son un recurso que día a día va aumentando su presencia en las investigaciones. Permite usarse con posterioridad al suceso y debatirlo con otros investigadores, al igual que retomarlo en posteriores investigaciones.

Marshall y Rossman (1989) ponen de manifiesto que las grabaciones son válidas, se pueden utilizar por tanto, para el descubrimiento y la validación de datos. Estas permanecen en el tiempo de forma original, lo que supone que puedan ser retomadas y vueltas a analizar, aún así poseen ciertas limitaciones, ya que hay investigadores que cuestionan la objetividad de las filmaciones.

Las grabaciones de este estudio son descargadas en un software específico (Mac OS X Versión 10.7.5); tratadas y analizadas a través de programa *iMovie*.

- Instrumento de análisis.

Para el estudio de datos del objetivo 2.2 se utilizó la herramienta elaborada por el *Centre de Recursos per Ensenyar i Aprendre Matemàtiques (CREAMAT)* perteneciente a los *Centres Específics de Suport a la Innovació i la Recerca Educativa*

(*CESIRE*) de la Generalitat de Catalunya. Se trata un documento de referencia para el profesorado para poder evaluar el grado de riqueza competencial de una actividad. Este documento (CREAMAT, 2009) gira en torno a diez preguntas que pueden orientar el profesorado sobre el grado en que en una actividad se trabajan las competencias del alumnado.

En dicho documento, se indica que el grado de riqueza competencial de una actividad depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por esto las diez preguntas se agrupan en dos bloques, uno de planteamiento y otro de gestión. El instrumento se aplicó a tres proyectos de trabajo llevados a cabo en el aula objeto de estudio.

Para el objetivo 2.3 se realiza con todos los alumnos de la muestra el TEMA-3 en dos ocasiones (antes y después de la implantación de los proyectos de trabajo) a través de entrevistas individuales. El TEMA-3 es “un test normativo, fiable y válido, de la habilidad infantil” (Núñez del Río y Lozano, 2007:2). Se compone de 72 ítems repartidos del siguiente modo, 41 valoran aspectos informales y 31 aspectos formales. Dentro de los aspectos informales y formales se evalúan cuatro componentes respectivamente. Las componentes informales hacen referencia a numeración, comparación, cálculo y conceptos; y las formales a convencionalismos, hechos numéricos, cálculo y conceptos. Este test va dirigido a alumnos entre los 3 años y 0 meses y los 8 años y 11 meses. Se establecen unos ítems de inicio “en principio” atendiendo a la edad del sujeto evaluado, exceptuando casos de alumnos cuyo suelo sea inferior al correspondiente a su edad. Para la edad de 4 años el ítem de inicio que se establece en el test es el 6.

- Entrevista individual

Con la entrevista lo que se pretende es obtener una información acerca de los conocimientos de los alumnos. Las preguntas que se realizan son cerradas y las mismas para toda la muestra. Pertenecen a una pauta de análisis.

Para la concreción del objetivo 2.1 se combinó la revisión bibliográfica y la práctica docente de la investigadora.

Para el estudio de datos del objetivo 2.2. se utiliza una triangulación del siguiente modo. Previamente una evaluación de la doctoranda, a continuación se realiza una

segunda evaluación por dos expertos internos y por último una por un experto externo a la tesis.

Estas evaluaciones se apoyaban en las filmaciones recogidas en el desarrollo de los proyectos. Para el análisis, tratamiento y registro de los datos de las filmaciones, además del programa *iMovie*, se utilizó una plantilla para ir transcribiendo los procesos presenciados.

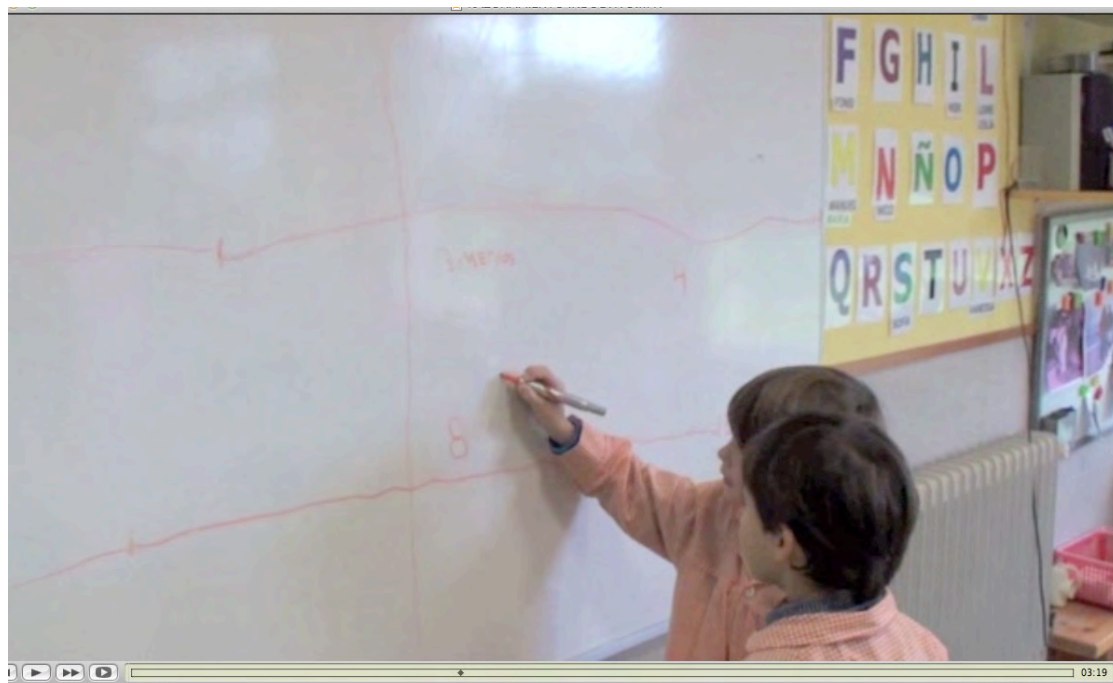


Figura 3.4: Programa de tratamiento de imágenes.

INDICADORES	TRANSCRIPCIONES
PLANTEAMIENTO DE LA ACTIVIDAD	
GESTIÓN DE LA ACTIVIDAD	

Figura 3.5: Cuadro registro de transcripciones de proyectos de trabajo.

Todos los evaluadores tuvieron las mismas herramientas para el proceso de evaluación. Con los datos recogidos de los expertos y de los iniciales de la doctoranda se elaboraron las tablas de la presencia de indicadores de competencias en los proyectos de trabajo.

Para el estudio del objetivo 2.3 la investigadora analiza y compara los resultados del TEMA-3 que se les realizó a los alumnos individualmente en el aula, respetando ritmos individuales y en el tiempo medio de aplicación que se establece en el manual (entre 25 y 30 minutos) durante el mes de diciembre del año 2010 y durante junio 2012. La entrevistadora es quien recoge los datos por escrito en una pauta del manual y es la maestra-tutora del grupo al mismo tiempo que la sujeta que realiza este estudio.

3.4 FASE 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL.

3.4.1 Diseño y procedimiento

En esta fase se realiza un estudio descriptivo ex-post-facto, entendiendo este como el análisis y estudio de las causas y el porqué de que se produzca un hecho (Bernardo, J. y Caldero, J. F., 2000). Se desarrolla en tres etapas: la primera en el curso 2013-2014 donde se diseñaron los problemas, la segunda de octubre 2014 a mayo 2015 donde se implantaron, desarrollaron y evaluaron, y la tercera en junio 2015, en la que se evalúa el índice de competencia matemática de los alumnos de la muestra.

ETAPA I: Durante el curso 2013- 2014, teniendo en cuenta las conclusiones de los objetivos de la fase 2 y observando y analizando las limitaciones y los beneficios reflejados, se seleccionan los objetivos matemáticos integrados en la programación de aula con el fin de diseñar los problemas, eje central de la metodología ABP, y se selecciona el material necesario para ser llevados a la práctica.

3.4.1.1 Diseño de planificación y gestión de los problemas

Se diseñan seis problemas, relacionados con la construcción del número, las operaciones básicas y la medida. Cada uno de ellos se llevó a cabo en una sesión, a excepción del problema 3 que se realizó en dos sesiones, entre los meses de noviembre y marzo de un curso escolar.

El eje motivador de todos los problemas es el “chocolate”, en torno al que se plantea el problema real a resolver, en pequeño grupo o individualmente, y una vez resuelto y saboreado metafóricamente, el alumnado lo degusta. Elegimos problemas

con chocolate por lo versátil que resulta este material tanto a nivel matemático como atractivo y motivador para los niños.

3.4.1.2 Problemas

En la planificación de los problemas se redacta su enunciado en un contexto, se plantean las posibles estrategias de resolución que permitirán saber en qué punto se encuentra el alumnado (Salgado y Salinas, 2012e) y se elabora el *árbol de gestión del problema*, que pretende ser una guía de ayuda al alumnado para el avance en la resolución del problema. A continuación se recogen detalladamente estos tres aspectos de los seis problemas.

3.4.1.2.1 Estrategias infantiles

Entre las estrategias de resolución de problemas aritméticos en la etapa infantil se describen las siguientes (Díaz y Bermejo, 2007):

Las *estrategias de modelado directo*, que conllevan a la utilización de los dedos u objetos que representen la operación. Los procedimientos más utilizados por los niños son los de *separar de*, *separar a*, *añadir a*, *añadir hasta*, *juntar todos*, *quitar hasta*, *emparejamiento*.

Las *estrategias de conteo* solamente utilizan secuencias de conteo, sin ningún tipo de representación de la operación. Los procedimientos utilizados son *contar a partir del primer sumando*, *contar a partir del sumando mayor*, *contar hacia atrás a partir de*, *contar hacia atrás*, *contar a partir de lo dado*.

Las *estrategias de hechos numéricos*, que pueden ser de dos tipos: conocidos y derivados. En los primeros el niño utiliza un resultado conocido. Los segundos se refieren a la obtención del resultado mediante procedimientos de descomposición y composición.

Basándose en estudios de Kamii, Kirkland y Lewis, Díaz y Bermejo (2007) señalan que el proceso de lo concreto hacia lo abstracto ocurre a través de niveles de desarrollo, y describen cuatro niveles de abstracción que definimos a continuación:

Nivel concreto: Implica la utilización de objetos como instrumentos favorecedores del aprendizaje y comprensión del conocimiento.

Nivel pictórico: Se utilizan dibujos como nexo de unión entre lo concreto y abstracto.

Nivel numérico: Conlleva la comprensión de la representación simbólica convencional del algoritmo.

Nivel verbal: Implica la comprensión semántica del problema.

3.4.1.2.2 Problemas aritméticos

Un problema aritmético es una situación imaginaria, susceptible de ser real, planteada en forma de enunciado que se resuelve mediante alguna/s operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división). Estos problemas pueden ser aditivos y multiplicativos. Serán aditivos, si la operación requerida es la suma o la resta, y multiplicativos, si es una multiplicación o división (Vergnaud, 1982; 1983).

3.4.1.2.3 Problema 1

El problema 1 es un problema de pensamiento aditivo.

➤ Enunciado

“Saborea las mates con... lacasitos”

- Clasificar los lacasitos del bote atendiendo al color y conocer los totales (parciales y acumulativos).

➤ Estrategias de resolución:

REPRESENTACIÓN GRÁFICO-MANIPULATIVA		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA	
Modelado Directo. Nivel concreto.	Modelado Directo. Nivel Pictórico.	Modelado Directo y Conteo. Nivel concreto, pictórico y numérico.	Hecho Numérico. Nivel Verbal.

Tabla III.6: Posibles estrategias de resolución problema 1.

➤ Árbol de gestión del problema:

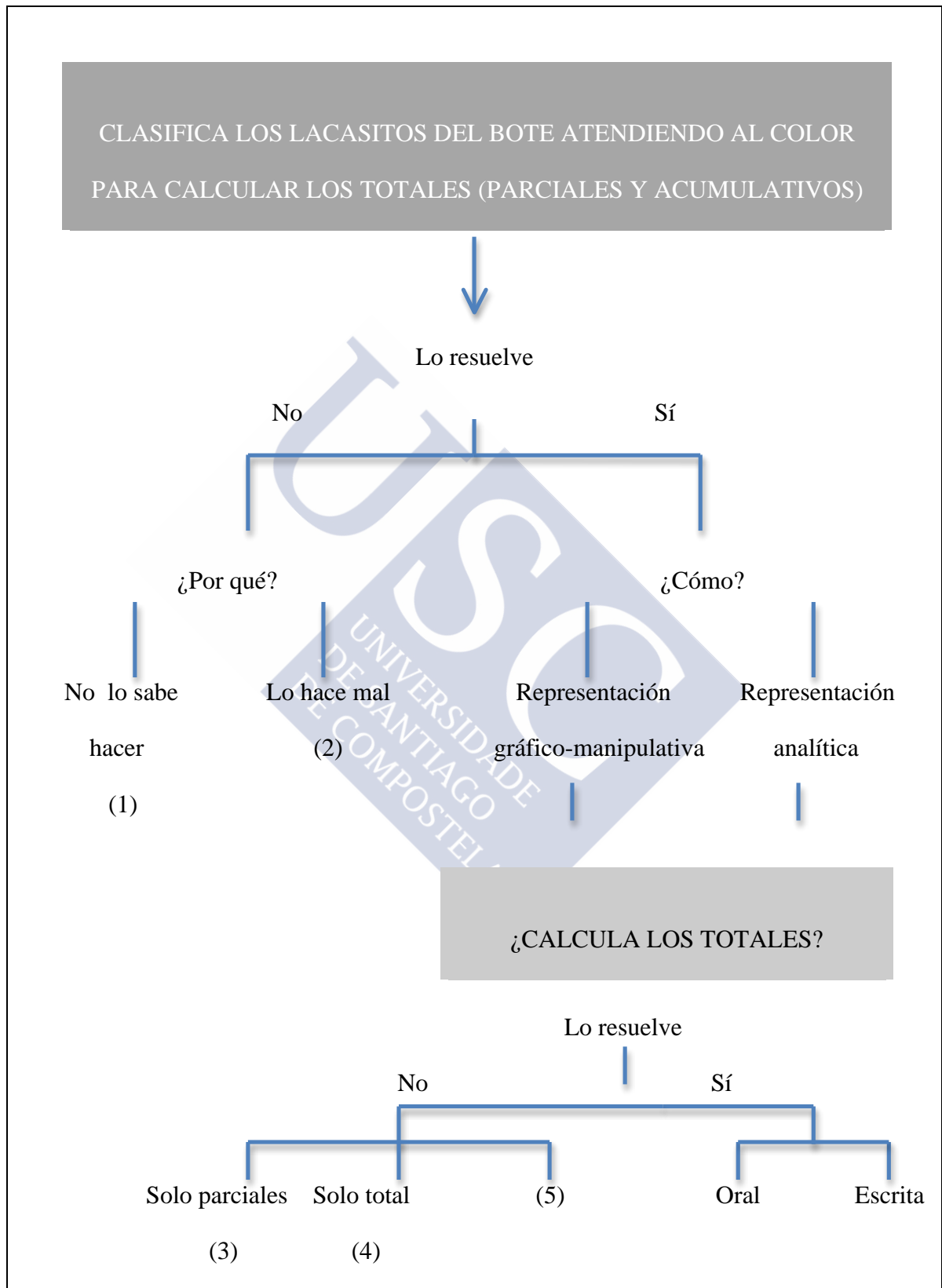


Figura 3.6. Árbol de gestión del problema 1 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja los lacasitos de un color específico.
2	Recomendar al alumnado que comience agrupando los de un color y cuando los tenga todos, agrupe los de otro color; así sucesivamente, hasta clasificar todos los lacasitos.
3	Recomendar al alumnado que realice el recuento nuevamente, separando o tachando los datos que va contando.
4	Recomendar al alumnado que disponga las agrupaciones de lacasitos de forma ordenada y realice nuevamente el recuento parcial.
5	Recomendar al alumnado que represente gráfica y numéricamente todos los datos. Proponer nuevamente el recuento.

Tabla III.7: Árbol de gestión del problema 1 (2/2).

3.4.1.2.4 Problema 2

El problema 2 es de pensamiento multiplicativo.

➤ Enunciado

- Si cada miembro del equipo necesita 2 galletas para merendar, ¿cuántas galletas necesita cada equipo en total?

➤ Estrategias de resolución

REPRESENTACIÓN GRÁFICO-MANIPULATIVA		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA		
Modelado Directo. Nivel concreto.	Modelado Directo. Nivel pictórico.	Modelado Directo y Conteo. Nivel concreto, pictórico y numérico.	Conteo y Hecho Numérico. Nivel numérico y verbal.	Hecho Numérico. Nivel verbal y numérico.

Tabla III.8: Posibles estrategias de resolución problema 2.

➤ Árbol de gestión del problema.

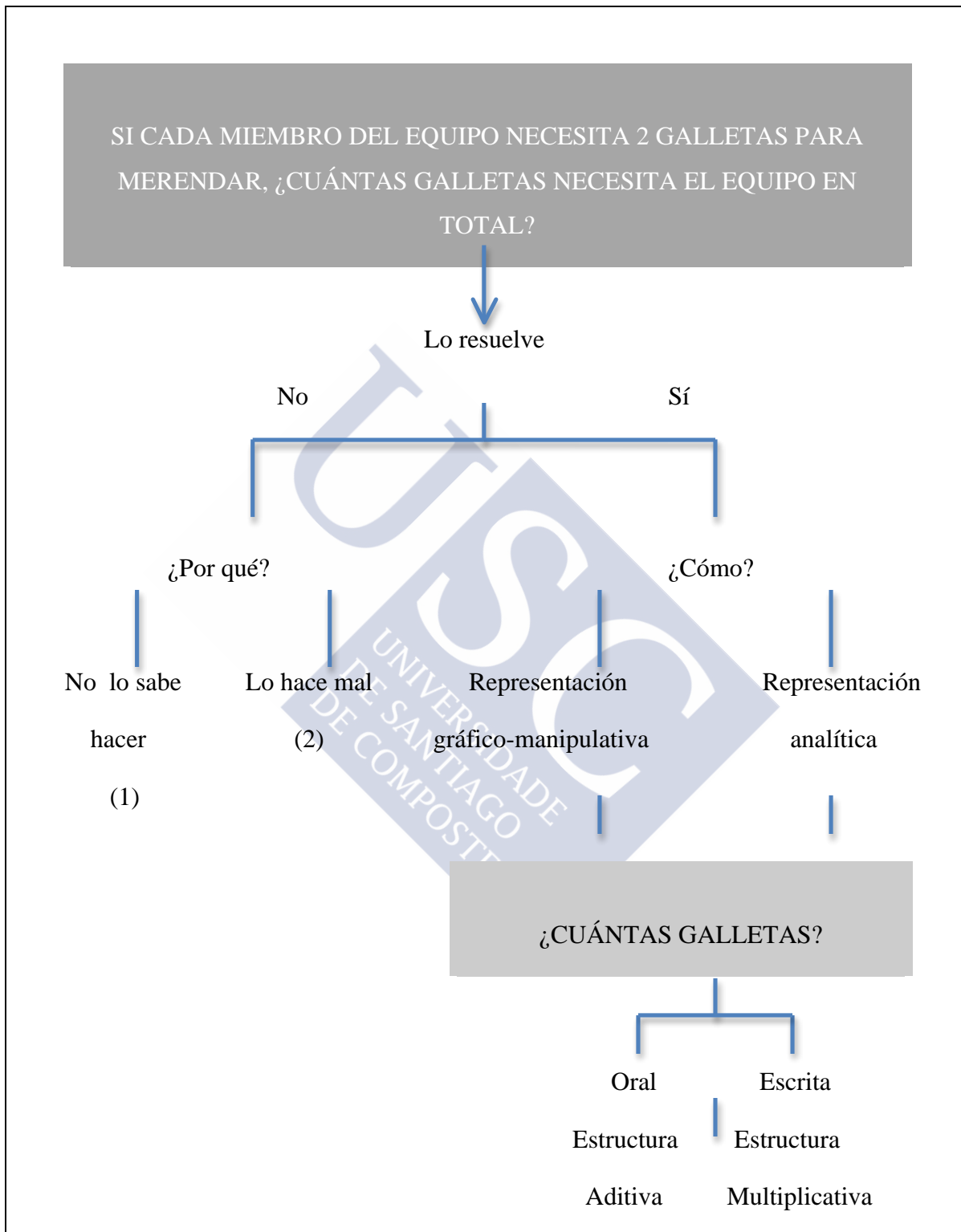


Figura 3.7: Árbol de gestión del problema 2 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema a una galleta por alumno del equipo.
2	Recomendar al alumnado que comience cogiendo una galleta cada miembro y que realicen el recuento y a partir de ahí cojan la segunda galleta y hagan un nuevo recuento.

Tabla III.9: Árbol de gestión del problema 2 (2/2).

3.4.1.2.5 Problema 3

El problema 3 es de estructura aditiva.

➤ Enunciado

“Saborea las mates con... monedas de chocolate”

- Clasificar el dinero atendiendo a la forma y ordenarlo de menor a mayor.
¿Cuántos euros hay? (total y parcial)

Este problema para su gestión lo dividimos en tres sub-problemas sencillos.

CLASIFICAR EL DINERO ATENDIENDO A LA FORMA (P 3.1) Y
ORDENARLO DE MENOR A MAYOR (P 3.2)

¿CUÁNTOS EUROS HAY? (TOTAL Y PARCIAL) (P 3.3)

➤ Estrategias de resolución.

REPRESENTACIÓN GRÁFICO-MANIPULATIVA (P 3.1) (P3.2) (P3.3)		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA (P 3.3)	
Modelado Directo. Nivel concreto.	Modelado Directo. Nivel pictórico.	Modelado Directo y Conteo. Nivel concreto, pictórico y numérico.	Hecho Numérico. Nivel numérico y verbal.

Tabla III.10: Posibles estrategias de resolución problema 3.

➤ Árbol de gestión del problema.



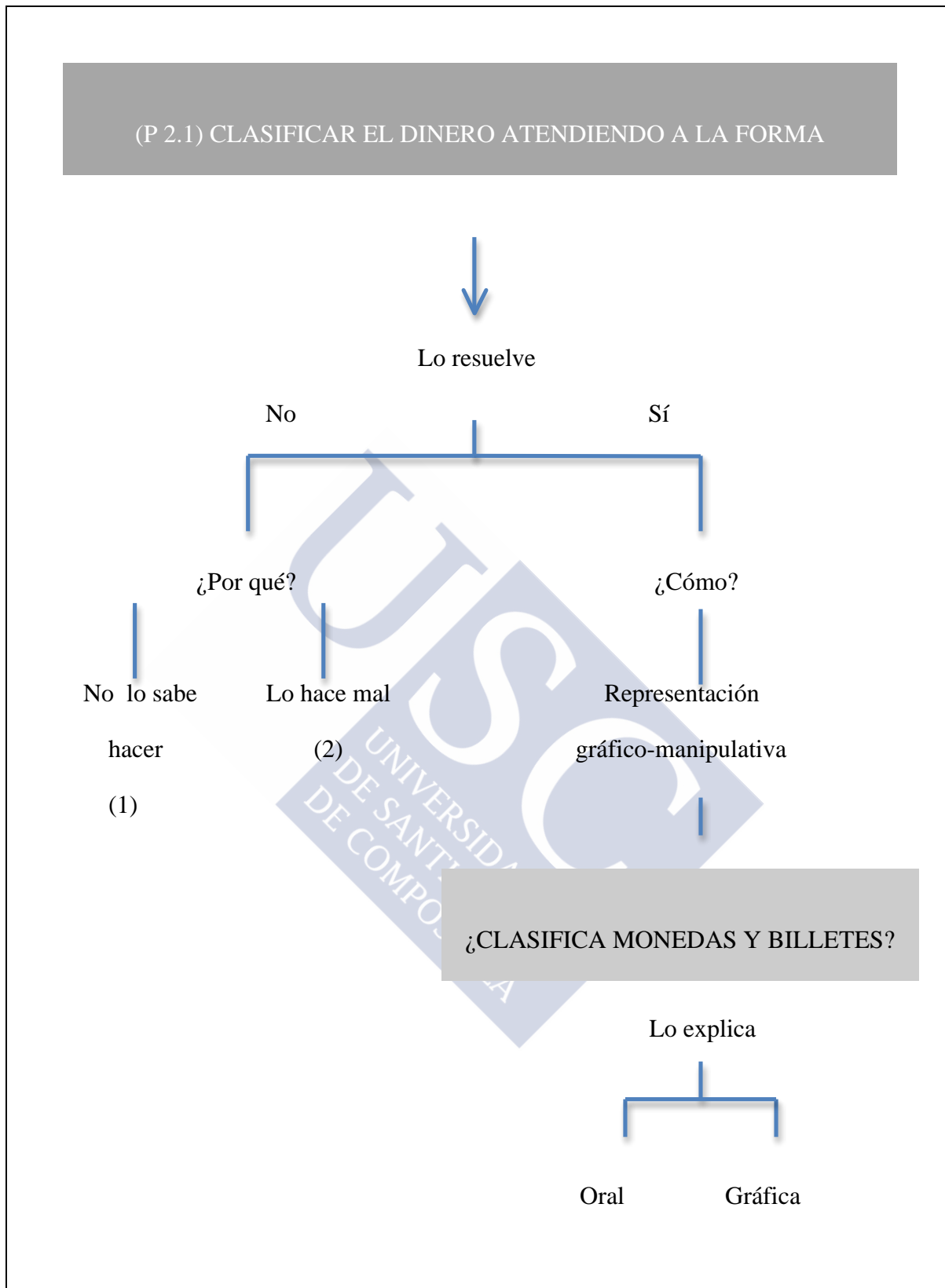


Figura 3.8: Árbol de gestión del problema 3.1 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja solo las monedas.
2	Recomendar al alumnado que comience agrupando los de forma circular y cuando los tenga todos, agrupe los de forma rectangular; así sucesivamente, hasta clasificar todo el dinero.

Tabla III.11: Árbol de gestión del problema 3.1. (2/2)

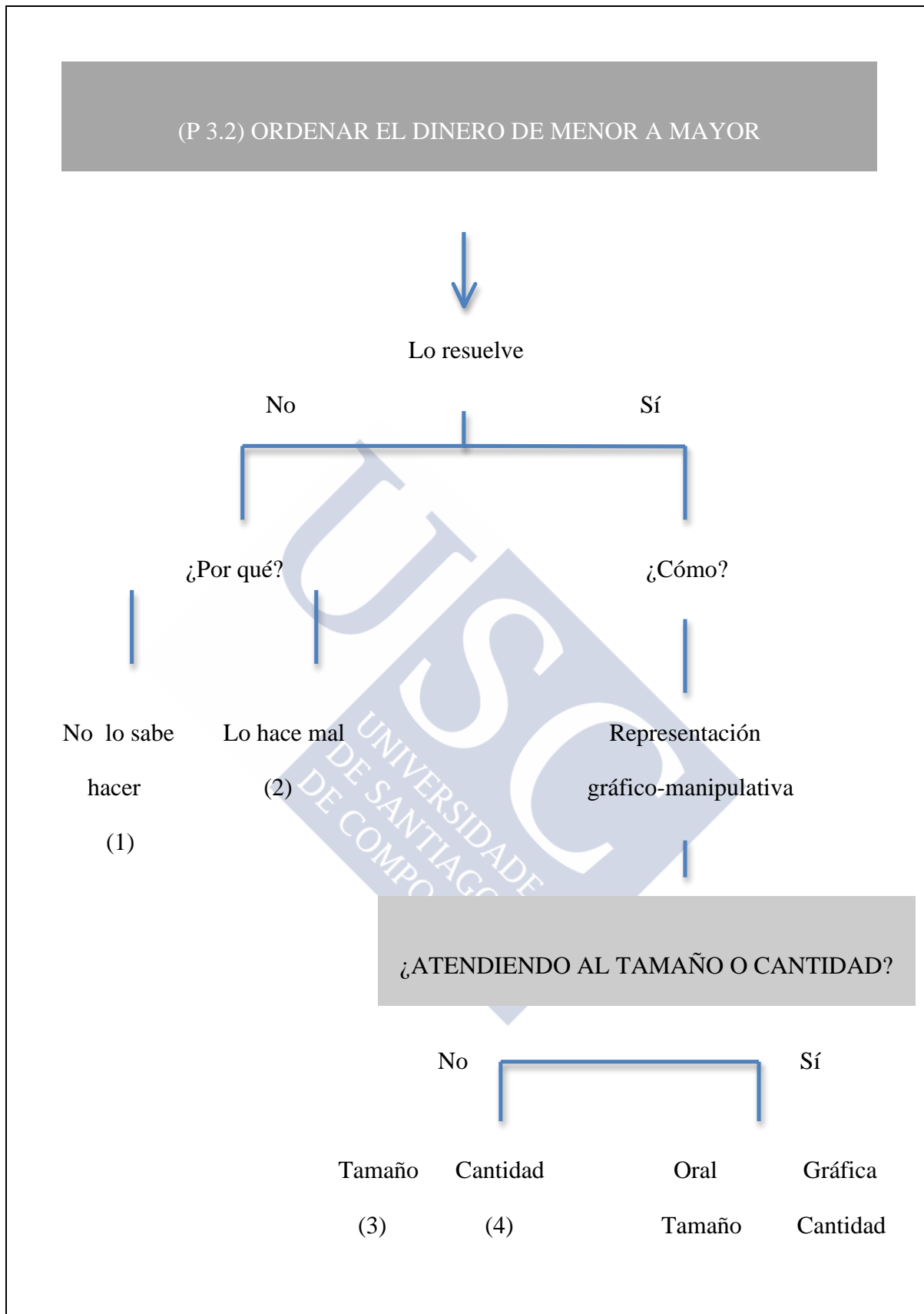


Figura 3.9: Árbol de gestión del problema 3.2 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja solamente las monedas.
2	Recomendar al alumnado que se fije solamente en el tamaño para la realización de la tarea.
3	Recomendar al alumnado que observe el número registrado y establezca una relación entre tamaño y cantidad.
4	Recomendar al alumnado que ordene primero el dinero más pequeño y a continuación el más grande, observando si existe una relación con el número registrado en su superficie.

Tabla III.12: Árbol de gestión del problema 3.2 (2/2).

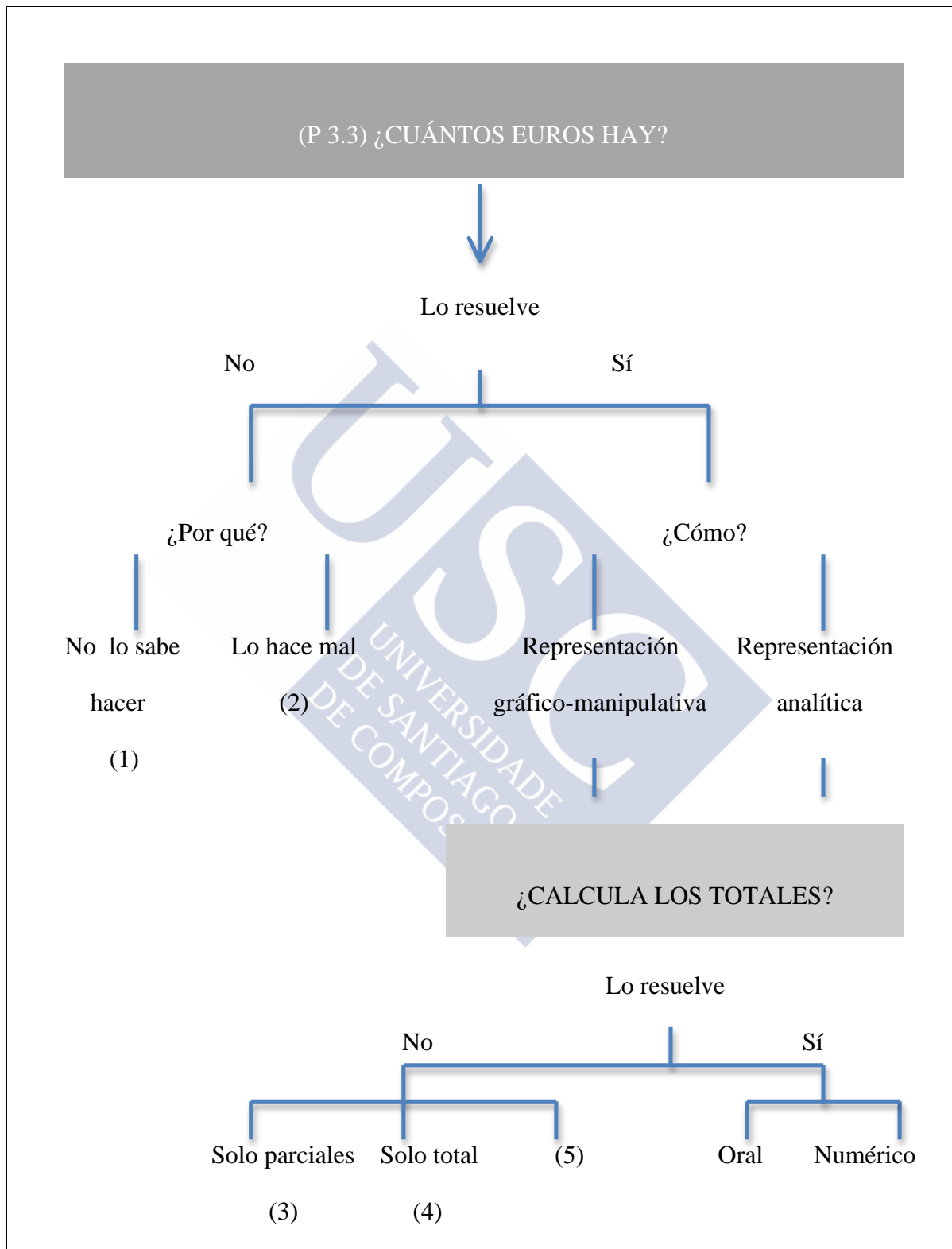


Figura 3.10. Árbol de gestión del problema 3.3 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja solamente las monedas.
2	Recomendar al alumnado que comience agrupando las monedas y calculando los euros; a continuación lo mismo con los billetes y por último calcular su total juntando las dos cantidades
3	Recomendar al alumnado que realice nuevamente la operación separando o tachando, los datos que va utilizando.
4	Recomendar al alumnado que disponga las monedas y billetes de forma ordenada, y realice nuevamente las operaciones parciales.
5	Recomendar al alumnado que represente gráfica y numéricamente todos los datos. Proponer nuevamente la tarea.

Tabla III.13: Árbol de gestión del problema 3.3 (2/2).

3.4.1.2.6 Problema 4

El problema 4 es de estructura multiplicativa (de partición).

➤ Enunciado

“Saborea las mates con... leche con cola cao”.

- Repartir equitativamente 1 litro de leche entre los miembros del equipo.
¿Cuánta leche tiene para merendar cada niño?

➤ Estrategias de resolución

REPRESENTACIÓN GRÁFICO MANIPULATIVA		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA	
Modelado Directo. Nivel concreto.	Modelado Directo. Nivel pictórico.	Modelado Directo y Conteo Nivel concreto y numérico.	Conteo. Nivel numérico.

Tabla III.14: Posibles estrategias de resolución para el problema 4.

➤ Árbol de gestión del problema

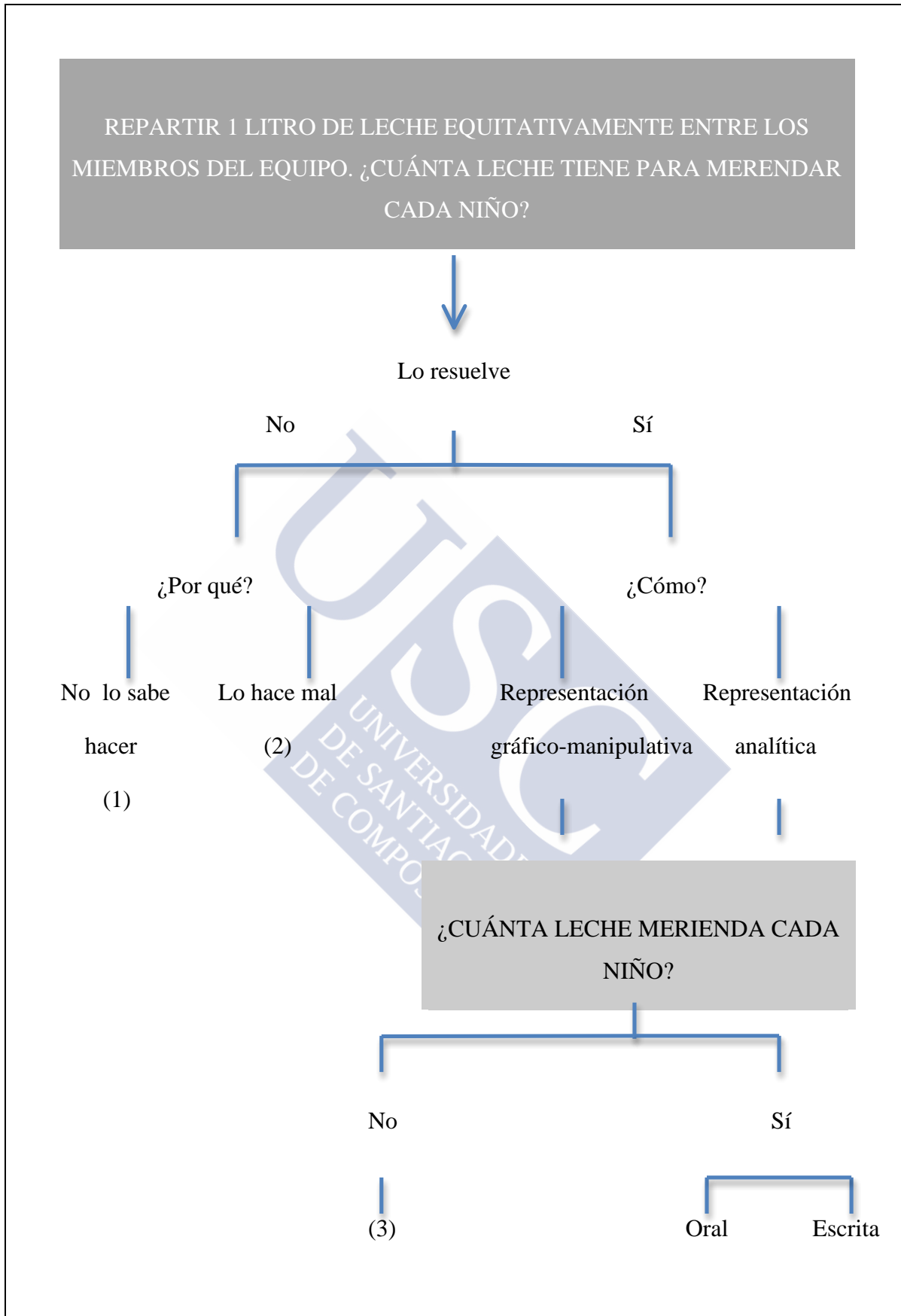


Figura 3.11: Árbol de gestión del problema 4 (1/2).

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que reparta 1 litro de leche
2	Recomendar al alumnado que comience echando un poco en todos los vasos, y a continuación repita el proceso hasta terminar el litro de leche.
3	Recomendar al alumnado que eche la leche de su vaso en la jarra medidora para observar la cantidad de leche que tiene para merendar.

Tabla III.15: Árbol de gestión del problema 4 (2/2).

3.4.1.2.7 Problema 5

El problema 5 es de pensamiento aditivo-multiplicativo y de partición.

➤ Enunciado

“Saborea las mates con... una tableta de chocolate”

- ¿Cuántas onzas tiene una tableta de chocolate? Repartir (no tiene que ser equitativamente) las onzas entre los miembros del equipo, ¿cuántas onzas tiene para merendar cada miembro del equipo?

Para la gestión de este problema, se divide en dos más sencillos, como se muestra a continuación.

¿CUÁNTAS ONZAS TIENE UNA TABLETA DE CHOCOLATE? (P5.1)
 REPARTIR (NO TIENE PORQUE SER EQUITATIVAMENTE) LAS ONZAS
 ENTRE LOS MIEMBROS DEL EQUIPO,
 ¿CUÁNTAS ONZAS TIENE PARA MERENDAR CADA MIEMBRO DEL
 EQUIPO? (P5.2)

➤ Estrategias de resolución.

REPRESENTACIÓN GRÁFICO MANIPULATIVA		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA		
Modelado Directo. Nivel concreto	Modelado Directo. Nivel pictórico P5.2	Modelado Directo y Conteo. Nivel concreto y numérico. P5.2	Conteo y Hecho Numérico. Nivel numérico y verbal. P5.2	Hecho Numérico. Nivel numérico.

Tabla III.16: Posibles estrategias de resolución para el problema 5.

➤ Árbol de gestión del problema.

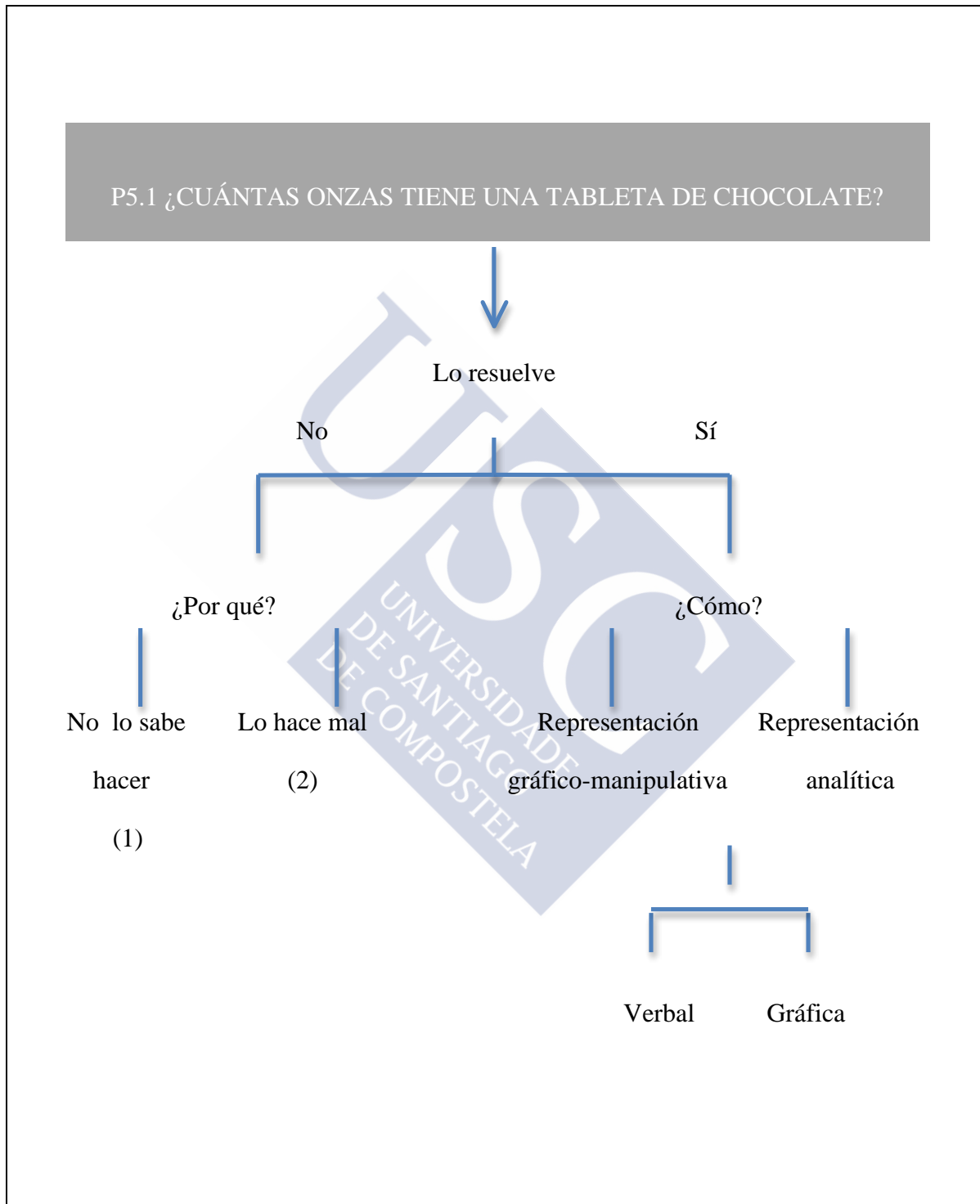


Figura 3.12: Árbol de gestión del problema 5.1 (1/2)

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que cuente las filas o las columnas.
2	Recomendar al alumnado que comience contando las onzas de una fila o columna, y a continuación las de la siguiente y así sucesivamente hasta contar todas las onzas de la tableta.

Tabla III.17: Árbol de gestión del problema 5.1 (2/2).

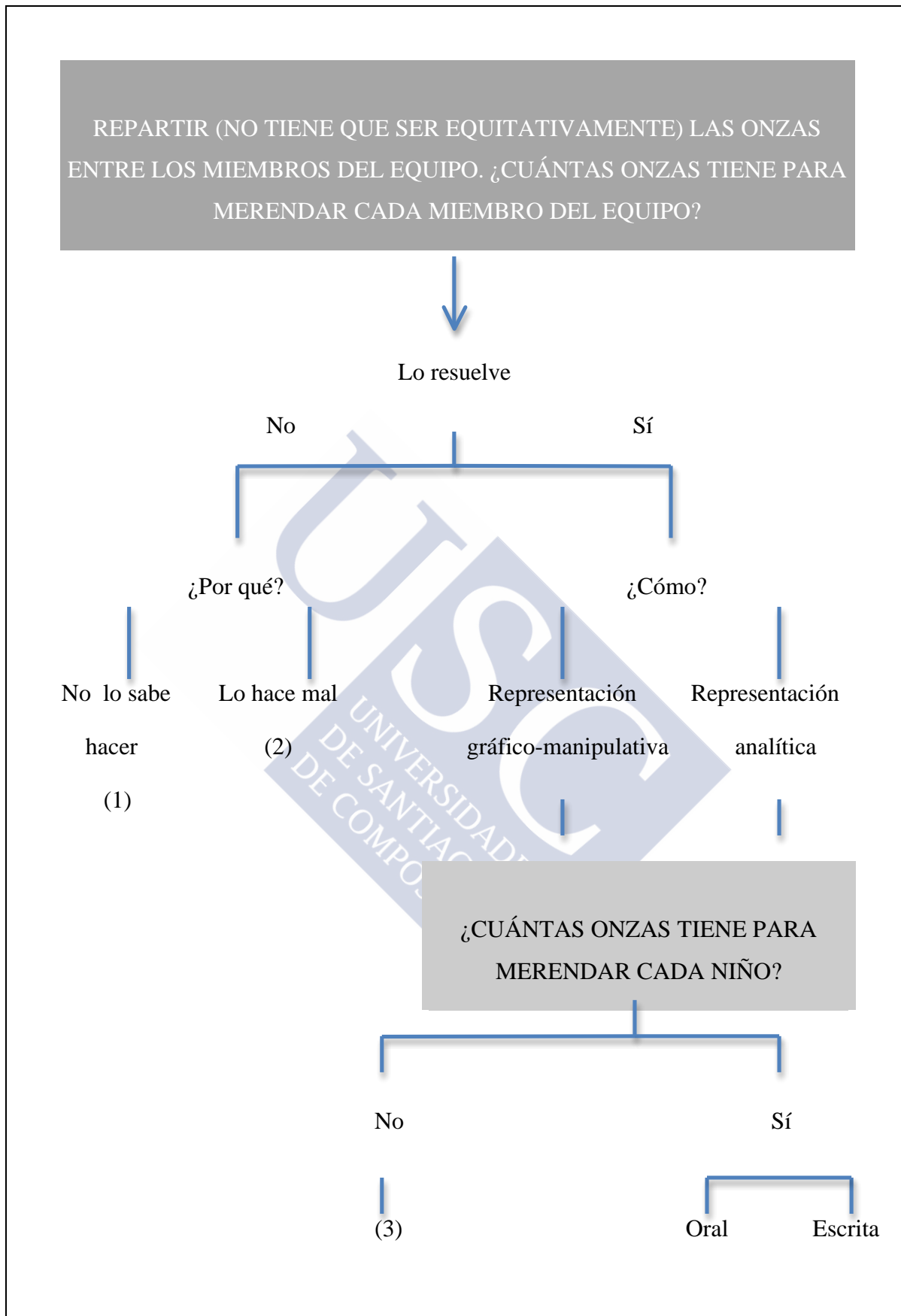


Figura 3.13: Árbol de gestión del problema 5.2 (1/2)

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja las onzas que quiere dejándole al compañero coger.
2	Recomendar al alumnado que comience cogiendo una cada miembro del equipo y así sucesivamente, y al final realicen el recuento.
3	Recomendar al alumnado que realice nuevamente el recuento, teniendo en cuenta que el total no puede superar el número de onzas de la tableta de chocolate.

Tabla III.18: Árbol del problema 5.2 (2/2)

3.4.1.2.8 Problema 6

El problema 6 es de pensamiento

➤ Enunciado

“Saborea las mates con... galletas de chocolate”

- Ordena los cinco tipos de galletas atendiendo al tamaño

➤ Estrategias de resolución.

REPRESENTACIÓN GRÁFICO MANIPULATIVA		REPRESENTACIÓN ANALÍTICA	
Modelado Directo. Nivel concreto.	Modelado Directo. Nivel pictórico.	Modelado Directo y Conteo. Nivel concreto y numérico.	Conteo. Nivel numérico.

Tabla III. 19: Posibles estrategias de resolución para el problema 6.

➤ **Árbol de gestión del problema**

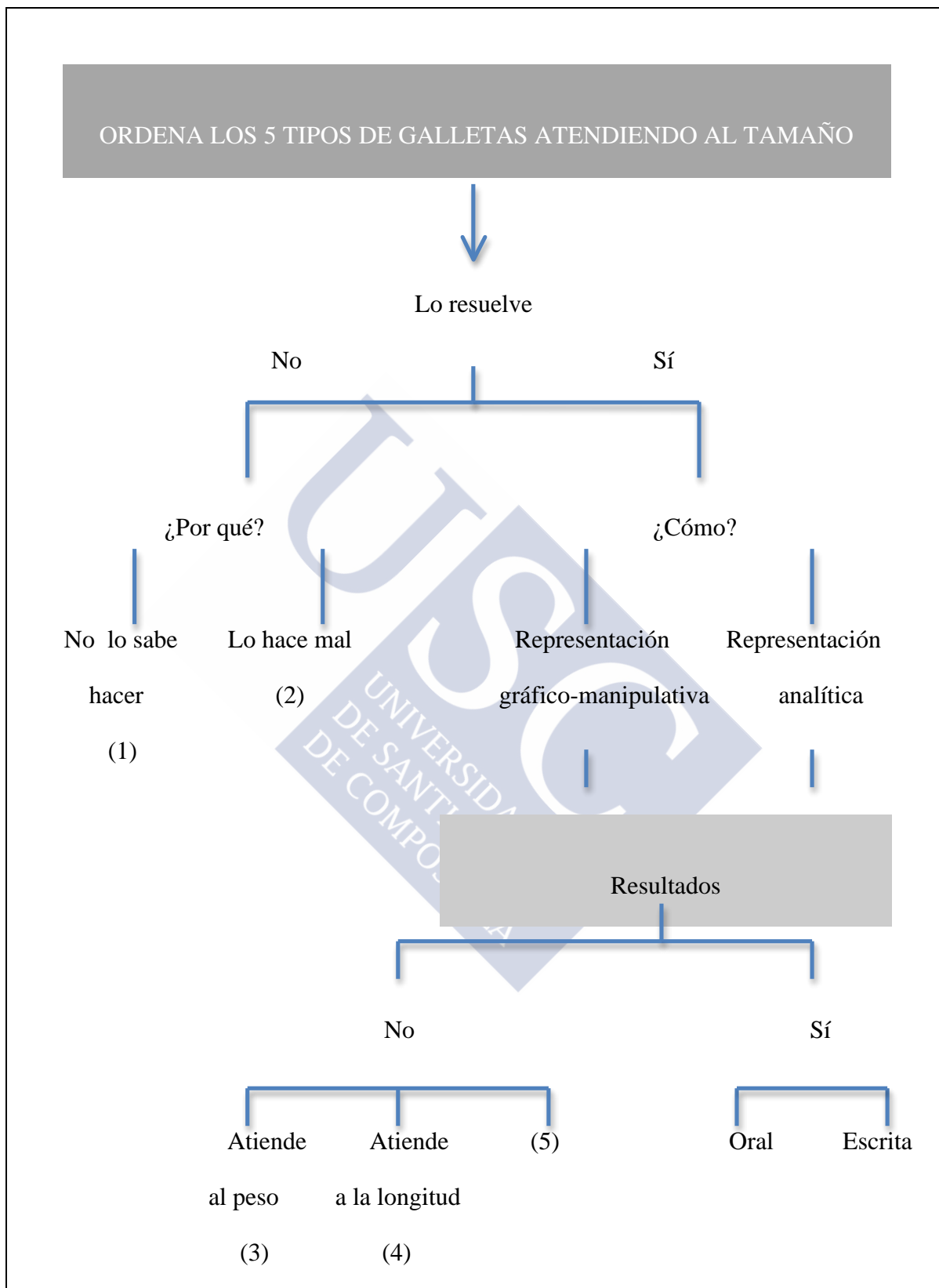


Figura 3. 14: **Árbol de gestión del problema 6 (1/2).**

COMENTARIOS DE APOYO AL ALUMNADO CON PROBLEMAS	
1	Simplificar el problema y decirle al alumno que coja solamente las galletas circulares.
2	Recomendar al alumno que ordene atendiendo solamente a una característica de tamaño (longitud o peso)
3	Recomendar al alumnado que mida la longitud de las galletas y establezca relación con los resultados de peso.
4	Recomendar al alumnado que pese las galletas y establezca relación con los de longitud.
5	Recomendar al alumnado que represente gráfica y numéricamente todos los datos y que a continuación ordene las galletas.

Tabla III.20: Árbol de gestión del problema 6 (2/2).

ETAPA II: Durante el curso 2014- 2015, desde octubre hasta marzo, se llevaron a cabo los problemas en el aula, y durante los meses de abril y mayo se realizó la evaluación de la presencia de los procesos matemáticos.

Todos los problemas fueron grabados por la investigadora, que al mismo tiempo era la maestra del grupo-aula donde se implementaron los problemas. Las grabaciones fueron tratadas por la propia investigadora y con la última compilación se utilizó la pauta de evaluación.

En los meses de abril y mayo, se evalúa la presencia o no de indicadores a través de una triangulación de la propia investigadora y de tres expertos seleccionados por su conocimiento en el campo de Didáctica de la Matemática en Educación Infantil.

Las filmaciones e imágenes son enviadas a los expertos junto con un cuadro registro de transcripciones, con la finalidad de que evalúen la presencia o ausencia de indicadores y registren sus opiniones. El análisis de todas las evaluaciones permitió realizar las tablas de evidencias que se recogen en los resultados de este estudio.

ETAPA III: Durante junio de 2015 se le realiza a todos los participantes el TEMA-3, test de competencia matemática, con el fin de conocer la competencia de cada alumno, y si esta pudo o no influir en los resultados de este estudio.

3.4.2 Participantes

La muestra está formada por 22 niños/as de un colegio público de Educación Infantil y Primaria de la comarca de Santiago de Compostela. De esta muestra se seleccionan 20, por no estar dos de ellos en las condiciones iniciales (alumnos repetidores que no estuvieron escolarizados en el grupo los dos primeros años de escolarización). Del total de alumnos seleccionados 11 son niñas y 9 son niños; todos estuvieron en los cursos anteriores en el mismo colegio, mismo grupo-aula y tutora.

	COLEGIO (3 años)		
	SÍ	NO	TOTAL
Niños	9	0	9
Niñas	11	0	11
Total	20	0	20

Tabla III.21: Descripción de la muestra fase 3.

3.4.3 Técnicas e instrumentos de recogida y análisis de datos

En esta fase del estudio se han utilizado para la obtención de datos la observación participante, pautas de análisis, registros audiovisuales y entrevistas individuales.

Al objetivo 3.1 se da respuesta a través de la observación participante y de la revisión bibliográfica del nuevo marco teórico.

Para dar respuesta al objetivo 3.2 se utiliza un instrumento de evaluación de la presencia de los procesos matemáticos en prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Los datos del objetivo 3.3 son recogidos a través de entrevistas individuales utilizando una pauta de análisis (TEMA-3).

Las técnicas e instrumentos específicas de la fase 3 las describimos a continuación.

- Observación participante

La observación sistemática que se realiza en este estudio a través de registros y vídeos, principalmente de la fase 2, de procesos de enseñanza-aprendizaje de la maestra, que es la autora de la investigación, y la observación de los análisis realizados en la fase 2, permiten medir una variedad de parámetros que aportarán información relevante.

- Pauta de análisis

Se utilizan en esta fase 3 del estudio dos instrumentos de evaluación. Uno de procesos matemáticos para evaluar la presencia de los mismos en el desarrollo de los 6 problemas que son objeto de estudio en esta fase y otro instrumento de competencia matemática para evaluar la competencia en la muestra.

La pauta empleada en la evaluación de la presencia de los procesos matemáticos es la diseñada y elaborada por Coronata (2014), un instrumento fiable y validado (Maurandi, Alsina y Coronata, 2015) del que no se disponía en el momento de evaluación de la fase 2. La autora determinó la presencia mínima de los indicadores a partir del Método Angoff (1971), elaborando las tablas de ítems a partir de un juicio de expertos y de una ronda de estimación de rendimiento para cada una de las categorías, es decir, con los resultados obtenidos por los expertos calculó el promedio para establecer la puntuación de corte.

Para el estudio del objetivo 3.3 se utiliza nuevamente en junio 2015 el test recogido en el apartado anterior, test de competencia matemática básica (TEMA-3), que la maestra realiza a cada alumno a través de una entrevista individual.

Para la concreción del objetivo 3.1 se combinó la revisión bibliográfica y los datos observados en la fase 2.

Para el estudio de datos del objetivo 3.2 se utiliza una triangulación del siguiente modo. Previamente una evaluación de la doctoranda, a continuación se realiza una segunda evaluación por dos expertos internos y por último una por un experto externo a la tesis.

Estas evaluaciones se apoyaban en los vídeos e imágenes recogidas en el desarrollo de los problemas.

Al igual que en la fase 2, para el análisis, tratamiento y registro de los datos de los vídeos se utilizó el programa *iMovie*, además de una plantilla para ir transcribiendo los procesos presenciados.



Figura 3.15: Programa de tratamiento de imágenes de problemas.

PROCESOS MATEMÁTICOS	TRANSCRIPCIONES
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
RAZONAMIENTO Y PRUEBA	
COMUNICACIÓN	
CONEXIÓN	
REPRESENTACIÓN	

Figura 3.16: Cuadro registro de transcripciones de problemas.

Todos los evaluadores tuvieron las mismas herramientas para el proceso de evaluación. Con los datos recogidos de los expertos y de los iniciales de la doctoranda se elaboraron las tablas de la presencia de indicadores de procesos matemáticos en los problemas diseñados en esta fase.





CAPÍTULO 4

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en cada una de las fases del estudio. Se analiza en la fase 1 la presencia del número en los libros de texto de Educación Infantil, en la fase 2 el índice competencial de los proyectos de trabajo y en la fase 3 la presencia de los procesos matemáticos en la práctica docente desarrollada en el marco de la EMR y la metodología ABP. Además, en las fases 2 y 3 se evalúa la competencia matemática del alumnado, con la finalidad de analizar su relación con la práctica docente.

Se presentará el análisis de resultados, en función de la metodología descrita en el capítulo 3, en cada una de las tres fases:

Fase 1. Estudio Previo.

Para analizar la “presencia de el número” en los libros de texto, se seleccionan los textos con mayor presencia en la población muestral y se aplica el instrumento de evaluación diseñado. Los aspectos que se detallan en cada análisis son los siguientes:

- Incidencia del tema: si “el número está presente” a lo largo de las diferentes unidades.

- Adaptación al DCB: si a través de las actividades se trabajan los contenidos conceptuales y procedimentales que se establecen en el currículo oficial relativos al número.
- Metodología: ¿qué promueve la resolución de las actividades propuestas?
- Tipología de los problemas que promueve el libro de texto.
- Materiales didácticos que son necesarios para la resolución de las propuestas..
- Fomento de significado y comprensión en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Una vez evaluados los tres cursos de cada editorial, se concluye con un análisis global de los resultados obtenidos.

Fase 2. Estudio Piloto.

En esta fase se analiza el índice de competencial de los proyectos de trabajo en un aula de 5 años, y como influye esta metodología en las competencias del alumnado de la muestra. Teniendo en cuenta el diseño cuasi-experimental de esta fase, el análisis se ha realizado en dos niveles que se presentan a continuación:

Nivel 1. Presencia de competencias en los proyectos de trabajo.

Se analiza la presencia o no de competencias, a través de indicadores competenciales (CREAMAT, 2009) en tres proyectos de trabajo. En cada proyecto de trabajo, primero se describe y contextualiza el mismo, y a continuación se presentan los resultados cualitativos en forma de tablas en las que se codifican las evidencias y registros del siguiente modo. En primer lugar se indica el tipo de proceso: PLANT (planteamiento de actividades) o GEST (gestión de actividades), a continuación el número de ítem y el de proyecto de trabajo, y por último el momento justo de la transcripción o la imagen seleccionada en la que se pone de manifiesto la evidencia.

Cabe indicar que aunque en las tablas se recogen únicamente 1 ó 2 evidencias para cada indicador, esto se hace en muchas ocasiones a modo de ejemplo, pues en el desarrollo de la actividad aparecen más. Las evidencias aparecen transcritas indistintamente en el idioma empleado en el momento por la maestra y el alumnado (gallego o castellano).

Al final de cada proyecto se describen resultados, que se comparan finalmente a fin de extraer conclusiones.

Nivel 2. Índice de competencia matemática de los alumnos

Se realiza un pre-test y un pos-test a través del *test de competencia matemática básica (TEMA-3)*. Todos los resultados cuantitativos se recogen en tablas, con frecuencias y porcentajes que indican el grado de competencia de la población muestral, al igual que la frecuencia de cada tramo competencial y de cada ítem del test.

Al finalizar se comparan el pre-test y el pos-test, con el fin de relacionar la práctica docente con los resultados de competencia matemática obtenidos por el alumnado.

Fase 3. Estudio experimental.

Teniendo en cuenta el diseño ex-post-facto de esta fase, el estudio se realiza en dos niveles:

Nivel 1. Presencia de procesos matemáticos en los problemas

Se analiza por medio del instrumento de Coronata (2014) la presencia de los procesos matemáticos en 6 problemas desarrollados por una docente en el marco referencial de la EMR y la metodología ABP.

Se presentan los resultados cualitativos a través de tablas en las que se codifican las evidencias y registros del siguiente modo. Primero se abrevia el tipo de proceso matemático al que hace referencia: RP (resolución de problemas), RAZ (razonamiento y prueba), COM (comunicación), CONEX (conexión) y REP (representación); después el número de ítem y el de problema; finalmente se indica el momento justo de la transcripción o la imagen capturada.

Nuevamente, aunque en las tablas se recogen 1 ó 2 evidencias, algunos indicadores se manifiestan en más ocasiones durante el desarrollo de los problemas, y las evidencias aparecen transcritas indistintamente en gallego o castellano.

Tras el análisis de todos los procesos en cada problema, se realiza una comparación con el fin de definir la incidencia competencial de cada problema.

Nivel 2. Índice de competencia matemática de los alumnos.

Se realiza individualmente el TEMA-3 a la muestra de esta fase. Los resultados se recogen en tablas en las que se muestra el grado de competencia de cada alumno y la frecuencia de cada tramo competencial y de cada ítem del cuestionario. Finalmente, se

comparan todas las tablas con la finalidad de definir el índice competencial de la población muestral.

4.1 FASE 1. ESTUDIO PREVIO.

A continuación se presentan los resultados del análisis de los libros de texto de SM, Xerais y Edelvives analizados (Salgado, 2008).

4.1.1 Análisis resultados libros de texto de editorial SM.

La incidencia del número no es patente en todas las unidades de 4º curso, aparece en siete de las nueve unidades. Las actividades referidas al número son escasas, una o dos por unidad. Por el contrario si está presente en quinto y sexto en todos sus capítulos a través de 4 ó 5 actividades, pero en muchas de las ocasiones es de baja calidad.

Los conceptos que se tratan en 4º curso son los primeros números y alguna serie. Con respecto a los procedimientos en 4º, la mayor parte de las actividades se reducen a identificar números (cardinales), asociar cantidades a graffas y realizar graffas. En 5º curso se trabajan conocimientos relacionados con cardinales, ordinales, serie numérica y series. Con respecto a los procedimentales, solamente se realizan representaciones de colecciones por medio de códigos primero y de numerales después, también operaciones sencillas con colecciones de objetos. Los contenidos conceptuales en 6º curso, a excepción del de “unidad”, son tratados a lo largo de los diferentes capítulos y con respecto a los contenidos procedimentales se trabajan todos a excepción del uso de la serie numérica en diferentes situaciones.

Las actividades son iguales para todos los alumnos, carecen de dificultades graduales y no atienden a distintos niveles intelectuales, característica que impide el tratamiento individualizado al alumno. No son lo suficientemente motivadoras como para despertar intereses, se realizan en periodos cortos y no son necesarios el uso de materiales ajenos al libro para su realización. Abundan los “ejercicios de repetición”, que promueven la memorización de datos y la consolidación de contenidos, pero no permiten aclarar y profundizar en los conceptos y procedimientos programados. La mayoría de las tareas no están planteadas en situaciones o contextos reales y no promueven la participación en grupo, siendo las actividades grupales complementarias del trabajo individual. No invitan a investigar, proponiendo la mayoría de las veces mecanismos.

<p align="center">CONCEPTO NÚMERO 4° - SM ; 5° - SM ; 6° - SM O COLE VIAXEIRO</p>								
<p align="center">INCIDENCIA DEL TEMA</p>	<p align="center">ADAPTACIÓN AL DCB</p>			<p align="center">METODOLOGÍA</p>				
		4° SM	5° SM	6° SM		4° SM	5° SM	6° SM
<p align="center">4° - SM</p> <p>7 capítulos de 9 en total 9,02 %</p>	CON.%	75%	75%	75%	3.1.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.1.1.-	NO	NO	NO	3.2.-	NO	NO	SÍ
	2.1.2.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.3.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.1.3.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.4.-	NO	NO	NO
<p align="center">5° - SM</p> <p>9 capítulos de 9 en total 22,2%</p>	2.1.4.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.5.-	SÍ	SÍ	SÍ
	PRO.%	16,6%	33,2%	83%	3.6.-	NO	NO	NO
	2.2.1.-	NO	NO	SÍ	3.7.-	NO	NO	NO
	2.2.2.-	NO	NO	SÍ	3.8.-	SÍ	NO	NO
<p align="center">6° - SM</p> <p>9 capítulos de 9 en total 22,8%</p>	2.2.3.-	NO	NO	SÍ				
	2.2.4.-	NO	NO	NO				
	2.2.5.-	SÍ	SÍ	SÍ				
	2.2.6.-	NO	SÍ	SÍ				
<p align="center">TIPOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS</p>	<p align="center">MATERIALES DIDÁCTICOS</p>			<p align="center">FOMENTO DEL SIGNIFICADO Y LA COMPRENSIÓN</p>				
<p>4° SM; 5° SM; 6° SM</p> <p>4.1.- SÍ (Ejercicios de simple consolidación de contenidos formalmente introducidos).</p> <p>4.2.- NO</p> <p>4.3.- NO</p>	<p>4° SM; 5° SM; 6° SM</p> <p>5.1.- SÍ.</p> <p>5.2.- SÍ.</p>			<p>4° SM; 5° SM; 6° SM</p> <p>6.1.-</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento físico. • Conocimiento social. <p>6.2.- SÍ.</p>				

Tabla IV.1: Resultados de los libros de texto SM

Las propuestas se apoyan en algunos materiales y recursos que aparecen en la guía didáctica del profesor, entre los que se encuentra el software de la editorial, pero no es necesario su uso para el buen desarrollo de las actividades.

Promueven el conocimiento físico y social (Kamii, 1995) del número, en diferentes contextos pero siempre del mismo modo, repitiendo y consolidando contenidos introducidos, sin llegar a abstraerlos ni comprenderlos.

4.1.2 Análisis resultados libros de texto de editorial XERAIS.

El concepto de número en 4º curso no se trata en todos los capítulos, concretamente en ocho de nueve en total mientras que en 5º y 6º curso si aparecen en todas las unidades. Las actividades se secuencian a lo largo de los capítulos del mismo modo y con la misma temporalización.

Con respecto a los conocimientos en cuarto, se tratan de los conceptos reflejados en el currículo, solamente la serie numérica, los primeros números y cardinales y ordinales; y con respecto a los procedimientos el único que se trata es la representación de colecciones primero por un código y después por el cardinal.

Los contenidos conceptuales que se reflejan en el currículo en 5º y 6º curso se tratan todos a excepción del de “unidad” pero no a través de todos los procedimientos que se reflejan en el currículo.

Las actividades no promueven una enseñanza individualizada, son homogéneas, no graduadas en dificultad y no responden a intereses individuales. La mayoría de las propuestas se interesan por la utilización de técnicas memorísticas y de repetición, no preocupándose por el desarrollo de la imaginación y de la creatividad. Son muy poco motivadoras y no parten de experiencias propias de los alumnos. Para la mayoría de los niños su realización conlleva muy poco esfuerzo intelectual, ya que vistas las de una unidad, ya saben realizarlas por ser todas iguales.

A lo largo del desarrollo de texto aparecen bastantes ilustraciones que en bastantes ocasiones añaden poco valor científico al concepto a tratar y la mayoría de las veces resultan ser el único recurso motivador, que pueda despertar interés a los niños.

<p align="center">CONCEPTO NÚMERO 4° - XERAIS ; 5° - XERAIS ; 6° - XERAIS PROYECTO PAPAPÚ</p>								
INCIDENCIA DEL TEMA	ADAPTACIÓN AL DCB			METODOLOGÍA				
		4° XER.	5° XER.	6° XER.		4° XER.	5° XER.	6° XER.
<p align="center">4° - XERAIS</p> <p>8 capítulos de 9 en total 13,8 %</p>	CON.%	50%	75%	75%	3.1.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.1.1.-	NO	NO	NO	3.2.-	NO	NO	NO
	2.1.2.-	NO	SÍ	SÍ	3.3.-	SÍ	SÍ	SÍ
<p align="center">5° - XERAIS</p> <p>9 capítulos de 9 en total 20,5%</p>	2.1.3.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.4.-	NO	NO	NO
	2.1.4.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.5.-	SÍ	SÍ	SÍ
	PRO.%	16,6%	33,2%	50%	3.6.-	NO	NO	NO
	2.2.1.-	NO	NO	NO	3.7.-	NO	NO	NO
<p align="center">6° - XERAIS</p> <p>9 capítulos de 9 en total 28,8%</p>	2.2.2.-	NO	NO	NO	3.8.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.2.3.-	NO	SÍ	SÍ				
	2.2.4.-	NO	NO	NO				
	2.2.5.-	SÍ	SÍ	SÍ				
	2.2.6.-	NO	NO	SÍ				
TIPOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS	MATERIALES DIDÁCTICOS			FOMENTO DEL SIGNIFICADO Y LA COMPRENSIÓN				
<p>4° XERAIS; 5° XERAIS; 6° XERAIS</p> <p>4.1.- SÍ (Ejercicios de simple consolidación de contenidos). 4.2.- NO 4.3.- NO</p>	<p>4° XERAIS; 5° XERAIS; 6° XERAIS</p> <p>5.1.- SÍ. 5.2.- SÍ.</p>			<p>4° XERAIS; 5° XERAIS; 6° XERAIS</p> <p>6.1.- • Conocimiento físico. • Conocimiento social. 6.2.- SÍ.</p>				

Tabla IV.2: Resultados de los libros de texto XERAIS.

Las actividades promueven la consolidación de los contenidos tratados, no presentan suficientes aplicaciones prácticas de aplicación al contenido matemático.

Los recursos y materiales didácticos necesarios para la realización de las mismas no son variados. Como material de apoyo, hacen referencia al software de la editorial, el cual es una repetición de actividades impresas.

En general, el tratamiento llevado a cabo en el libro de texto no permite aclarar y profundizar en los contenidos conceptuales y procedimentales programados. Fomentan la abstracción y comprensión del número débilmente, quedando patente un claro predominio de la identificación-repetición, que conlleva a un conocimiento físico y social.

4.1.3 Análisis de resultados de libros de texto de editorial EDELVIVES.

El concepto de número es tratado en los tres cursos a lo largo de todas las unidades. Su incidencia es más escasa en los dos primeros cursos y en todos los cursos resultan de baja calidad para favorecer la adquisición del concepto de número.

Apenas se tratan en 4º curso los contenidos conceptuales y procedimentales reflejados en nuestro currículo, solamente el de “cardinales” y el de “representación cuantificadora de las colecciones por medio de códigos primero y del cardinal después”.

En 5º curso se tratan los conceptos “cardinales y ordinales” y la “serie numérica, los primeros números”. Estos se trabajan bajo un enfoque físico y social, repetición e identificación de grafías de cardinales y ordinales y asociación de cantidades a grafías. Aisladamente en alguna actividad se descompone algún cardinal, pero a través de conjuntos y para iniciarse en la suma y en la resta.

Con respecto a 6º curso, se tratan todos los conceptos a excepción del de “unidad”, pero no a través de todos los procedimientos que se explicitan en el currículo.

Las propuestas de actividades son las mismas para todo el alumnado, sin responder así a necesidades y características individuales. La mayoría resultan repetitivas a lo largo de las diferentes unidades y no poseen distintos niveles de dificultad. Se resuelven básicamente a través de la consulta del propio material, son de rápida ejecución y no tienen preestablecidos tiempos para su realización.

<p align="center">CONCEPTO NÚMERO 4° - EDELVIVES ; 5° - EDELVIVES ; 6° - EDELVIVES PROXECTO NUBARÍS</p>								
INCIDENCIA DEL TEMA	ADAPTACIÓN AL DCB			METODOLOGÍA				
		4° EDE.	5° EDE.	6° EDE.		4° EDE.	5° EDE.	6° EDE.
<p>4° - EDELVIVES 9 capítulos de 9 en total 6,9 %</p>	CON.%	25%	50%	75%	3.1.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.1.1.-	NO	NO	NO	3.2.-	NO	NO	NO
	2.1.2.-	NO	NO	SÍ	3.3.-	SÍ	SÍ	SÍ
<p>5° - EDELVIVES 9 capítulos de 9 en total 7,77%</p>	2.1.3.-	SÍ	SÍ	SÍ	3.4.-	NO	NO	NO
	2.1.4.-	NO	SÍ	SÍ	3.5.-	SÍ	SÍ	SÍ
	PRO.%	16,6%	33,2%	50%	3.6.-	NO	NO	NO
<p>6° - EDELVIVES 9 capítulos de 9 en total 11,11%</p>	2.2.1.-	NO	NO	SÍ	3.7.-	NO	NO	NO
	2.2.2.-	NO	NO	NO	3.8.-	SÍ	SÍ	SÍ
	2.2.3.-	NO	NO	NO				
	2.2.4.-	NO	NO	NO				
	2.2.5.-	SÍ	SÍ	SÍ				
	2.2.6.-	NO	SÍ	SÍ				
TIPOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS	MATERIALES DIDÁCTICOS			FOMENTO DEL SIGNIFICADO Y LA COMPRENSIÓN				
<p>4° EDE.; 5° EDE.; 6° EDE.</p> <p>4.1.- SÍ (Ejercicios de simple consolidación de contenidos). 4.2.- NO 4.3.- NO</p>	<p>4° EDE.; 5° EDE.; 6° EDE.</p> <p>5.1.- SÍ. 5.2.- SÍ.</p>			<p>4° EDE.; 5° EDE.; 6° EDE.</p> <p>6.1.- • Conocimiento físico. • Conocimiento social. 6.2.- SÍ.</p>				

Tabla IV.3: Resultados de los libros de texto EDELVIVES.

Las propuestas de actividades son las mismas para todo el alumnado, sin responder así a necesidades y características individuales. La mayoría resultan repetitivas a lo largo de las diferentes unidades y no poseen distintos niveles de dificultad. Se resuelven básicamente a través de la consulta del propio material, son de rápida ejecución y no tienen preestablecidos tiempos para su realización.

Las actividades no se centran en procesos de aprendizaje procedimentales, sino que por lo contrario se centran en interacciones entre la actividad manual e intelectual.

Las tareas no están focalizadas hacia la experiencia de los alumnos, lo están hacia los contenidos que se preestablecen en la programación.

Se apoyan en materiales didácticos (software incluido), los cuales aparecen en orientaciones didácticas para el profesor, pero que no son necesarios para la realización de las actividades. El profesor es quién puede determinar el uso o no de los recursos y quién dirige, siguiendo el manual, el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Mediante la realización de las actividades programadas en estos textos, se promueve el conocimiento físico y social de número, no la comprensión y abstracción del mismo, dificultando la adquisición del conocimiento lógico-matemático.

4.2. FASE 2. ESTUDIO PILOTO.

4.2.1 Beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo en el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático.

4.2.1.1 Proyectos de Trabajo

4.2.1.1.1 El Intestino

Contextualización:

En el aula se desenvuelve el proyecto de trabajo “El cuerpo humano”. Durante una de las sesiones de desarrollo se trata el aparato digestivo, y en ella se extrae la información de que el intestino estirado mide 8m. De ahí surge la pregunta matemática por parte de algunos alumnos: ¿cuánto son 8m? A través del método inductivo (Salgado y Salinas, 2013) y el estudio de patrones numéricos (Palhares y Mamede, 2002) el alumnado intentará dar respuesta al enunciado y generalizar su resultado (Barros y Palhares, 2001).

Objetivo: Construir a partir de la “unidad” la serie numérica.

Duración: 2 sesiones de 50 minutos.

Presencia de adultos y niños: en el aula se encuentra una maestra de Educación Infantil y 20 niños de 5 años.

Gestión de la actividad: La primera sesión comenzó en la asamblea, en grupo-aula, intercambiando y registrando ideas en la pizarra. A continuación se desarrolló de forma individual, registrando resultados en actividad impresa. La segunda sesión se llevó a cabo en gran grupo de forma vivencial, estirando un ovillo de lana por el aula y marcando resultados. Por último, entre todos los miembros del aula, se buscan patrones “humanos” de 1m.

Sesión 1.

Inicio: La profesora se sienta en la zona de la asamblea y les pregunta que cómo pueden saber cuánto son 8m. Un alumno plantea que midiendo y se presenta la cinta métrica.

Desarrollo: Los niños, distribuidos por el aula en sus sillas, van opinando y representando un metro en la pizarra, con el fin de registrar 8m. Durante el desarrollo la profesora realiza preguntas como ¿cuántos llevamos?, ¿cuántos faltan?... provocando interacciones y retroalimentación en el alumnado.

Final: Para finalizar, la profesora le pide a los alumnos que representen en un folio en blanco 8m. Es importante resaltar que en ningún momento les pide que registren lo recogido en la pizarra

Recursos: Cinta métrica, folios blancos y rotuladores.

Metodología: El papel del docente es de mediador, guía el desarrollo de la actividad a través de preguntas cuya finalidad es provocar interés y curiosidad por descubrir y desarrollar la actividad. Apoya positivamente los aciertos y logros, y cuando evidencia un error, vuelve a preguntar reconduciendo nuevamente la pregunta.

Sesión 2.

Inicio: La profesora se sienta en la alfombra y un alumno plantea que el intestino es como un ovillo de lana. La maestra sugiere utilizarlo para representar 8 m.


Desarrollo: A través de las preguntas de la docente los niños comienzan a estirar la lana, medir y marcar el metro. Así, sucesivamente, uno tras otro hasta los 8 m. La maestra pregunta qué puede medir un metro en el aula y de este modo van surgiendo diferentes patrones.

Final: Para finalizar, la profesora le pide a los alumnos que comparen los diferentes patrones de 1m.

Recursos: Lana, cinta métrica y celo.

Metodología: La maestra media durante el proceso preguntando y guiando a los alumnos.



Indicadores	Evidencias
<p>1. ¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.</p>	<p>PLANT1-1/00:13 Profe: <i>O noso intestino estirado mide 8m, canto son 8m?</i></p>
<p>2. ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?</p>	<p>PLANT2-1/00:53 Profe: <i>Iso é 1m, pero non son 8m, a que non María? Cómo poden ser 8m, María?</i></p>
	<p>PLANT2-2/06:47 Profe: <i>Jesús, temos 2, cantos nos faltan para ter 8?</i> Jesús: 6. Alejandro: <i>Tres, máis tres, máis dous máis.</i> PLANT2-1/IM1</p>
	
<p>3. ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?</p>	<p>PLANT3-1/05:25 Profe: <i>O intestino, canto é o que medía estirado?</i> Nenos: 8m. Profe: <i>Imos comezar medindo.</i></p>
<p>4. ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad?</p>	<p>No se manifiesta</p>
<p>5. ¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?</p>	<p>PLANT5-1/05:44 María: <i>Podíamos uno de nosotros coger la lana y rodarla por la mesa grande alrededor.</i> Profe: <i>E con iso xa sabemos que hai 8m?</i> Iker: <i>Me parece que no.</i> Esteban: <i>Porque hai que medir.</i> Profe: <i>Con que?</i> Esteban: <i>Con el medidor”.</i></p>


- | | | | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas? | GEST1-1/05:37 | Profe: <i>Imos comezar medindo, como podemos facer? Quen ten algunha idea?</i> |
| 2. | ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones? | GEST2-1/01:22 | Profe: <i>Vós credes que iso son 8m? Nenos: Nooon. Profe: Por que? Iker, dime...</i>
GEST2-1/06:26 Profe: <i>Cantos levamos? Nenos: 2. Profe: 2m. Alejandro: Podemos estirar 2 veces iso para conseguir 4m...</i> |
| 3. | ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.? | GEST3-1/IM2 |  |
| 4. | ¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados? | | No se manifiesta |
| 5. | ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso? | GEST5-1/06:37 | Profe: <i>Dime Emma, algunha solución? Emma: Podemos estirar más para tener 5m. Profe: Canto máis? Emma: 3. Profe: Jesús, temos 2, cantos nos faltan para ter 8? Jesús: 6. Alejandro: Tres, máis tres, máis dous máis.</i> |

Tabla IV.4: Resultados análisis proyecto de trabajo 1

En la Tabla IV.4 se puede observar la distribución de los indicadores observados con respecto al planteamiento y gestión de la actividad. A continuación se describe con más detalle la presencia de los mismos en el proyecto de trabajo 1.

Con respecto a los indicadores de planteamiento de la actividad, se manifiestan cuatro de los cinco totales. La actividad está basada en un hecho matemático (indicador 1), desconocido por los alumnos, que permite indagar, descubrir a partir de conocimientos previos, la unidad (indicador 2), llegar al resultado y adquirir nuevos aprendizajes, equivalencias de 1m. Conecta las matemáticas entre sí, número y medida, al igual que con otras disciplinas, conocimiento del medio, el cuerpo humano (indicador 3). Además, para la resolución del problema, promueve el uso de reglas, cintas métricas... (indicador 4).

Con respecto a los indicadores de gestión de la actividad, se evidencia la presencia de cuatro indicadores. La actividad se plantea en asamblea en gran grupo, y a partir de las preguntas de la maestra (indicador 2) y respuestas de los alumnos se comienza la resolución (indicador 1). Todas las opiniones se escuchan, se valoran, se comprueban... (indicador 3), intentando retroalimentar con las aportaciones de los diferentes alumnos y así avanzar en la construcción del conocimiento (indicador 4).



Figura 4.1. Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 1.

4.2.1.1.2 *La colmena*

Contextualización:

En el aula se desenvuelve el proyecto de trabajo “las abejas”. Durante una de las sesiones de desarrollo se visita la casa de la miel, en donde el alumnado observa colmenas y discrimina unas figuras regulares, los hexágonos. Aquí surge el interés por querer hacer hexágonos.

Objetivo: Utilizar de forma adecuada herramientas para la construcción de figuras regulares.

Duración: 1 sesión de 50 minutos.

Presencia de adultos y niños: en el aula se encuentra una maestra de Educación Infantil y 20 niños de 5 años.

Gestión de la actividad: La maestra muestra confianza en el alumnado, les manifiesta en todo momento que ellos lo pueden hacer y les reta para lograr el desafío matemático.

Sesión.

Inicio: La profesora les comunica a los alumnos que van a construir una colmena. Introduce la sesión recordando la visita previa y mostrando el material (reglas y compases) necesarios para construir hexágonos regulares. A continuación, de forma vivencial, con herramientas grandes, la maestra indica el procedimiento para la construcción de la figura regular.

Desarrollo: Los niños, distribuidos en pequeños grupos de trabajo, repiten el proceso construyendo hexágonos regulares.

Final: Para finalizar, la profesora les pide a los alumnos que recorten los hexágonos que han construido para “construir la colmena” entre todos.

Recursos: Reglas, compases, tijeras, pegamento, folios blancos y rotuladores.

Metodología: El papel del docente es de mediador y observador, direcciona el desarrollo de la actividad a través de una instrucción previa e invita a los niños a que construyan, siendo los pequeños logros la base de los resultados.

Indicadores

Evidencias

1. ¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.
2. ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?
3. ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?
4. ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad?
5. ¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?

No se manifiesta

PLANT2-2/02:28 Nico: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis.*

PLANT2-2/IM1



PLANT3-2/IM2



No se manifiesta

PLANT5-2/IM1



Gestión de la actividad

1. ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas? No se manifiesta

2. ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones? No se manifiesta

3. ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?



4. ¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados? No se manifiesta

5. ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?

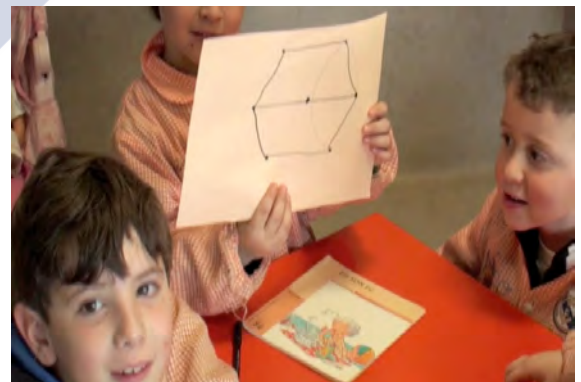


Tabla IV.5: Resultados análisis proyecto de trabajo 2

En la Tabla IV.5 se recoge la distribución de los indicadores de planteamiento y de gestión de la actividad. Con respecto al planteamiento, se observan evidencias en tres de los cinco indicadores. La actividad propuesta permite utilizar conocimientos previos y adquirir nuevos, el hexágono tiene seis lados, conecta contenidos matemáticos con otras materias, conocimiento del entorno, el mundo animal (indicador 3). La resolución de la actividad promueve el uso de instrumentos y herramientas de dibujo, regla y compás (indicador 5).

Con respecto a la gestión de la actividad se evidencian únicamente dos de los indicadores. Se observa que la actividad promueve interacciones grupales, ya que se realiza en pequeño grupo (indicador 3) y que permite avanzar en las representaciones de los alumnos (indicador 5).

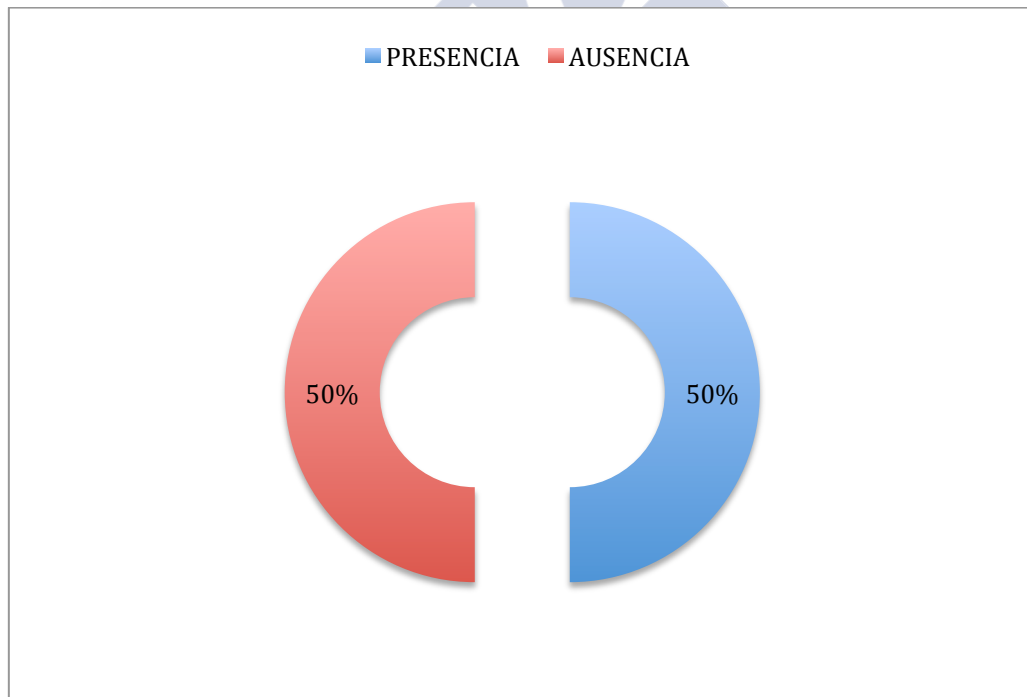


Figura 4.2: Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 2.

4.2.1.1.3 Diagrama lineal

Contextualización:

En el aula se desenvuelve el proyecto de trabajo “Meriendas saludables”. Durante las jornadas que se desarrolla este proceso los alumnos prepararán por turnos (en casa, con ayuda de las familias) la merienda saludable para sus compañeros. Después de la observación y degustación, los alumnos valorarán la merienda y recogerán los resultados en un diagrama. Para su realización emplearán habilidades de enumeración y conteo, así como de comparación (Salgado y Salinas, 2012c), lo que favorecerá la construcción y comprensión del número.

Objetivo: Utilizar diagramas como herramienta para la construcción del número.

Duración: 1 sesión de 50 minutos.

Presencia de adultos y niños: en el aula se encuentra una maestra de Educación Infantil y 20 niños de 5 años.

Gestión de la actividad: Al iniciar la actividad los alumnos están en gran grupo para presentar la merienda. A continuación, para la degustación y registro de preferencias, se colocarán por equipos en pequeños grupos de cuatro alumnos.

Sesión.

Inicio: La profesora les comunica a los alumnos que van a merendar. A continuación Leilía presenta su merienda señalando por que es saludable y explicando el proceso de elaboración. Seguidamente se degustará en pequeño grupo.

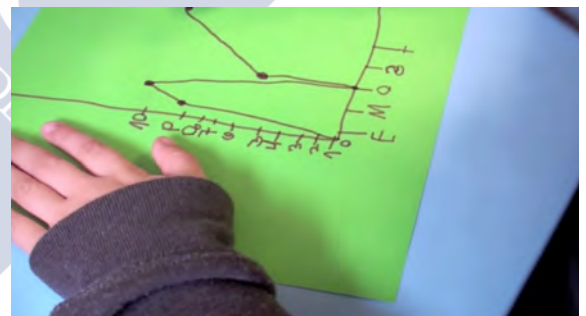
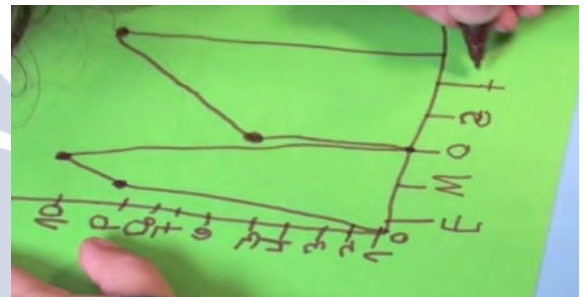
Desarrollo: Los niños valoran la receta en pequeño grupo, consensuando una valoración de 0 a 10 por equipo. Se ponen en común todas las puntuaciones y a continuación cada equipo las registrará a través de un diagrama lineal, herramienta gráfica que tiene un gran potencial (Salgado y Salinas, 2013).

Final: Puesta en común de los registros.

Recursos: Empanada de manzana, reglas, folios blancos y rotuladores.

Metodología: La maestra se desplaza por el espacio, observando a los alumnos en la realización de la tarea.

Indicadores	Evidencias
1. ¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.	No se manifiesta
2. ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?	<p>PLANT2-3/00:57 Iker: <i>cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez,...</i></p> <p>PLANT2-3/IM1</p>
3. ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?	<p>PLANT3-3/IM2</p>
4. ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad?	No se manifiesta
5. ¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?	No se manifiesta



1. ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas? No se manifiesta
2. ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones? No se manifiesta
3. ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.? GEST3-3/IM3
4. ¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados? No se manifiesta
5. ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso? GEST5-2/ IM4

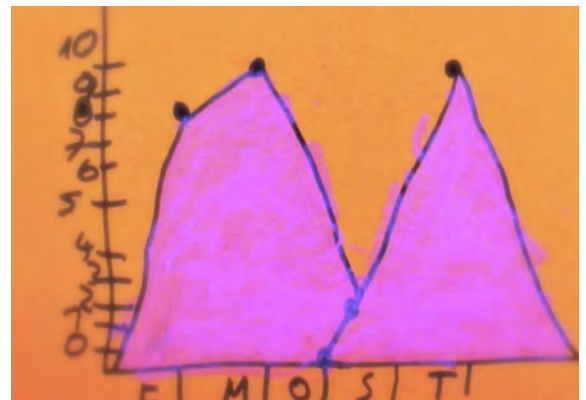


Tabla IV.6: Resultados análisis proyecto de trabajo 3.

La Tabla IV.6 pone de manifiesto la presencia de los indicadores de planteamiento y gestión de la actividad. Con respecto a los indicadores de planteamiento de actividad, se evidencian solamente dos indicadores. La actividad permite utilizar conocimientos previos, la serie numérica, en la construcción de los nuevos (indicador 2) y conecta contenidos matemáticos entre sí (número y probabilidad) y con otras disciplinas, alimentación (indicador 3).

Con respecto a los indicadores de gestión de actividad, se realiza en pequeño grupo, fomentando la aportación y participación de todos (indicador 3), para así avanzar en sus producciones (indicador 5).

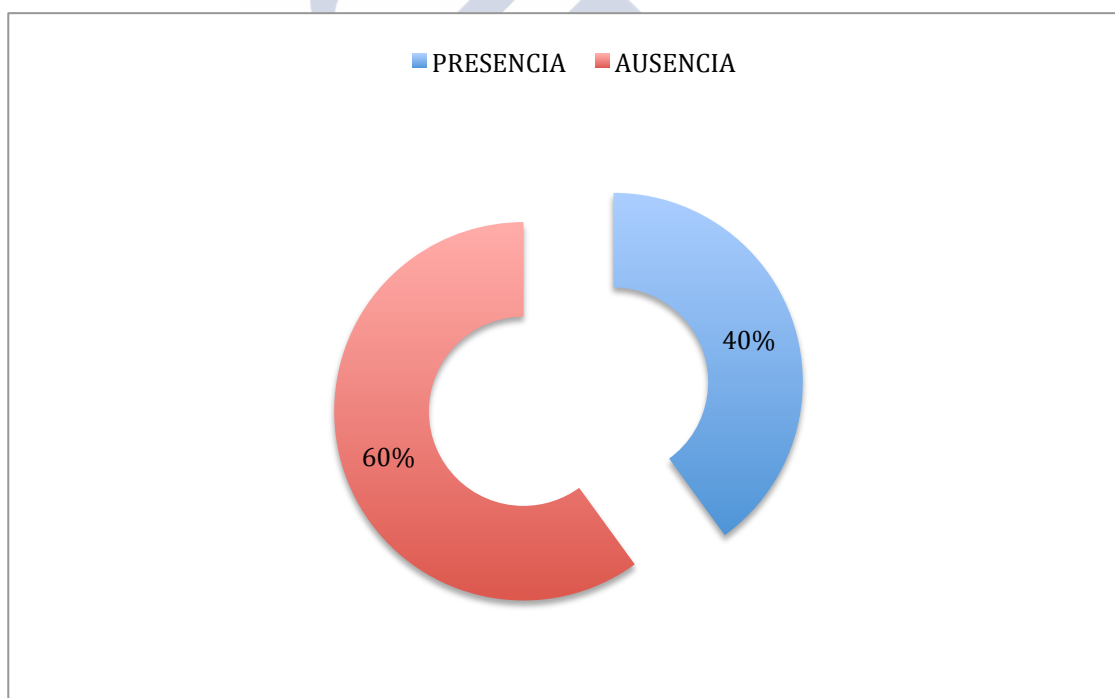


Figura 4.3: Presencia-ausencia de indicadores competenciales proyecto de trabajo 3.

Como observamos en la Figura 4.4, en todos los proyectos se observa la presencia de indicadores competenciales, siendo el proyecto 1 *El intestino* el que manifiesta mayor porcentaje, un 80%. El proyecto 2 *La colmena* y el proyecto 3 *Diagrama Lineal* presentan menos indicadores, un 50% y 40% respectivamente.

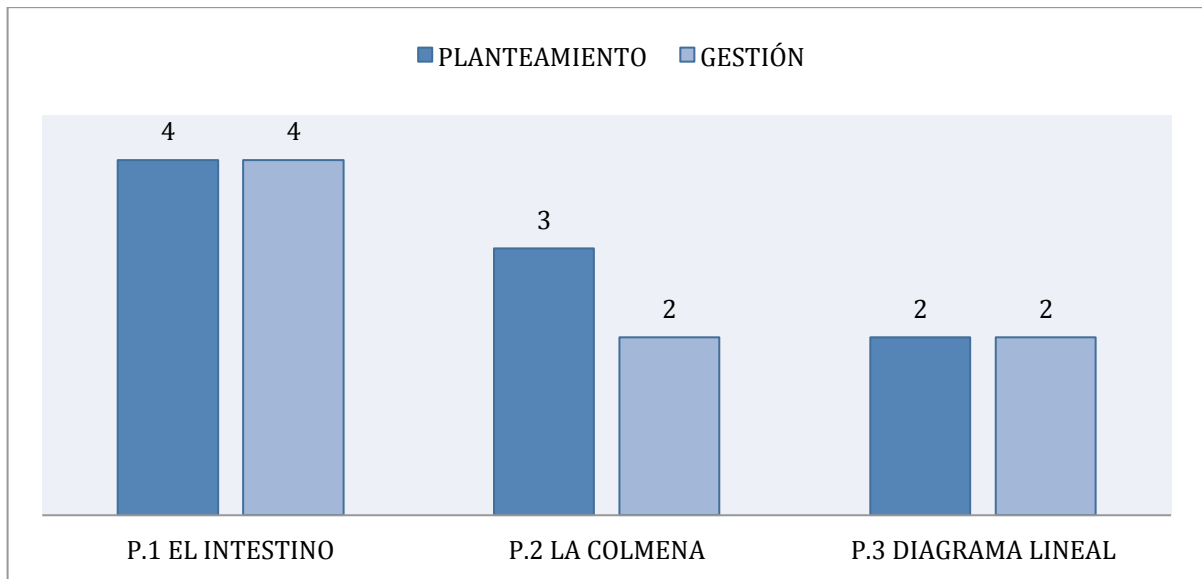


Figura 4.4: Presencia-ausencia de indicadores competenciales en proyectos.

4.2.2 Competencia matemática básica de los alumnos.

4.2.2.1 Índice de competencia matemática en pre-test.

A todos los alumnos de la muestra se le realiza un pre-test utilizando el instrumento de evaluación TEMA-3 en el primer trimestre del curso 2010-2011.

Los resultados de cada ítem fueron recogidos en la hoja de registro individual de cada alumno. Todas las respuestas fueron evaluadas cualitativamente siguiendo los criterios de corrección establecidos en el manual del test.

Las respuestas de los ítems se categorizan del siguiente modo:

- 0: respuesta incorrecta.
- 1: respuesta correcta.

Todas las entrevistas fueron recogidas por escrito por la investigadora y los resultados publicados en Salgado y Salinas (2012b).

La Tabla IV.7 recoge los resultados de los alumnos en cada uno de los elementos.

ELEMENTOS DEL TEMA 3										
ALUMNOS	PUNTUACIÓN DIRECTA (P.D.)	ICM	PENSAMIENTO INFORMAL				PENSAMIENTO FORMAL			
			Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS				Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS			
			1 NUM.	2 COMP.	3 CÁLC.	4 CONC.	1 CONVE	2H.NUM	3CÁLC	4 CONC
Aa1	16	106	8	1	2	2	2	0	0	1
Aa2	18	104	9	2	2	2	2	0	0	1
Aa3	13	92	8	1	0	1	2	0	0	1
Ao4	21	111	10	3	3	2	2	0	0	1
Ao5	14	111	8	1	1	1	2	0	0	1
Aa6	23	145	12	3	3	1	3	0	0	1
Aa7	33	140	13	4	4	3	5	1	0	1
Ao8	10	73	7	1	1	1	0	0	0	0
Ao9	11	100	7	2	0	0	1	0	0	1
Ao10	27	133	14	3	4	2	3	0	0	1
Ao11	21	111	11	1	3	2	3	0	0	1
Aa12	22	111	14	4	0	1	2	0	0	1
Aa13	22	141	11	3	4	2	2	0	0	1
Ao14	12	104	8	0	0	0	2	0	0	1
Aa15	19	113	12	2	1	1	2	0	0	1
Aa16	12	104	7	1	0	2	1	0	0	1
Aa17	15	103	9	2	2	1	0	0	0	1
Aa18	16	106	10	1	1	2	2	0	0	0
Ao19	26	123	14	3	3	2	3	0	0	1
Ao20	8	86	5	1	1	0	1	0	0	0

Tabla IV.7: Resultados individuales de cada alumno (fase 2) del TEMA-3 en el pre-test.

El código utilizado para los alumnos/as es el siguiente: se conserva el orden alfabético de aula, Ao (alumno), Aa (alumna).

A continuación, en la Tabla IV.8 se cuantifican los ítems del TEMA3.

ENTREVISTA (ITEMS)	Nº ALUMNOS/AS QUE DAN RESPUESTA CORRECTA	
1. Percepción de más.	20	P.I.
2. Mostrar dedos: 1,2, muchos.	20	
3. Numeración intuitiva.	20	
4. Contar de uno en uno: de 1 a 5.	20	
5. Producción no verbal: de 1 a 4.	20	
6. Enumeración: de 1 a 5.	19	
7. Regla de cardinalidad.	15	
8. Suma y resta no verbal con objetos.	14	
9. Contar de uno en uno: de 1 a 10.	17	
10. Mostrar dedos: hasta 5.	20	
11. Constancia numérica.	12	
12. Formar conjuntos: hasta 5 elementos.	18	
13. Número siguiente: de 1 a 9.	9	
14. Lectura de dígitos.	18	P.F.
15. Representación escrita.	17	P.F.
16. Comparación numérica: de 1 a 5.	10	P.I.
17. Comparación numérica: de 5 a 10.	8	P.I.
18. Escritura de dígitos.	15	P.F.
19. Problemas sumas con objetos.	8	P.I.
20. Contar en voz alta, hasta 21.	7	
21. Número siguiente, dos cifras.	6	
22. Enumeración: de 6 a 10 elementos.	10	
23. Problemas de sumas con modelo.	8	

24. Adición mental: sumas de 5 a 9.	5	
25. Contar hacia atrás: desde 10.	6	
26. Línea numérica mental.	2	
27. Producir conjuntos: 19 elementos.	3	P.I.
28. Lectura de números de 2 cifras: del 10 al 19.	4	P.F.
29. Contar en voz alta: hasta 42.	1	P.I.
30. Lectura de números: dos cifras.	1	P.F.
31. Escritura de números: dos cifras.	1	
32. N° siguiente: transición de decena –hasta 50-	1	P.I.
33. Contar de 10 en 10: hasta 90.	0	
34. Contar a partir del sumando mayor.	0	
35. Línea numérica mental: números de 2 cifras.	0	
36. Hechos numéricos de resta: N-N y N-1.	1	P.F.
37. Contar hacia atrás: desde 20.	0	P.I.
38. Número siguiente: dos cifras con transición de decena hasta 90.	0	
39. Reparto equivalente con objetos.	1	
40. Enumeración: de 11 a 20.	0	
41. Contar de 10 en 10: de 100 a 190.	0	
42. Lectura de números: tres cifras.	0	P.F.
43. Escritura de números: de tres cifras.	1	

Tabla IV.8: Resultados de cada ítem del TEMA-3 en pre-test.

La Tabla IV.9 recoge la cuantificación del índice de competencia matemática.

ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)								TOTAL N° ALUMNOS/AS
MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130		
N° ALUMNOS	0	1	1	8	5	1	4	20

Tabla IV.9: Resultados del índice de competencia matemática. Alumnado fase 2 en pre-test.

La Tabla IV.10 recoge la cuantificación del ICM atendiendo a la variable del sexo.

ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)								N° TOTAL
MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130		
N° NIÑAS	0	0	0	6	2	0	3	11
N° NIÑOS	0	1	1	2	3	1	1	9

Tabla IV.10: Resultados del ICM atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 2 en pre-test.

En base a las respuestas individuales de cada alumno que se describen en la Tabla IV.7, destacar que hay muchos niños/as que poseen el techo por encima de lo esperado de acuerdo a su edad, 7 alumnos tienen el suelo por debajo del punto de inicio que se establece para 4 años y en solamente un caso su suelo coincide con el punto de inicio de 3 años.

En la edad de 4 años, hay un mayor número de ítems en relación al pensamiento informal frente al pensamiento formal. Los ítems correspondientes con la edad a evaluar son realizados satisfactoriamente por la mayoría de los alumnos/as.

Los relacionados con aspectos formales son resueltos por casi todos los niños, sin que conlleve a grandes dificultades. La no realización correcta de ítems formales no implica la no realización de ítems relacionados con aspectos informales, por el contrario, la totalidad de los alumnos/as responden correctamente a casi todos los ítems relacionados con el pensamiento informal de la edad de 4 años, aunque no lo hiciesen con respecto a ítems formales.

Observando la Tabla IV.8, podemos afirmar que la totalidad de los alumnos responden correctamente los cinco primeros ítems, todos ellos relacionados con el pensamiento informal. Del ítem 6 al 15, relacionados algunos con aspectos informales y otros con aspectos formales, las respuestas son correctas en una amplia mayoría. A partir del ítem 16, el número de alumnos que responde correctamente se va reduciendo, hasta llegar al ítem 43, el último ítem respondido correctamente por una alumna.

Analizando la Tabla IV.9, los resultados indican que el 40% de los alumnos/as se ubican en la media, lo que significa que poseen niveles adecuados a su edad en las matemáticas, tanto en aspectos informales como formales. Un 25% se ubica por encima de la media ligeramente superior a lo esperado, un 5% en un nivel superior, demostrando competencias superiores a las esperadas y un 20% en un nivel muy superior, lo que implica una base sólida en matemáticas informales necesarias para aprendizajes con éxito de las matemáticas escolares.

Un 5% de la población evaluada se ubica por debajo de la media y otro 5% en un nivel pobre. Este hecho evidencia que son muy pocos los alumnos/as del grupo-aula que

presentan dificultades en el desarrollo de su pensamiento matemático, que no cuentan con habilidades matemáticas necesarias para resolver problemas o situaciones reales de forma informal relacionadas con números, comparaciones, cálculos o conceptos.

En base a la Tabla IV.10, que relaciona los resultados de ICM con la variable sexo, se observan diferencias. Un 54,81% de las niñas se ubicaron en la media, un 18,18% por encima de la media y un 27,27% en el descriptor muy superior, lo que demuestra una muy buena competencia matemática. Destacar que ninguna niña se sitúa por debajo de la media. Con respecto al alumnado masculino, se distribuye por todos los niveles de descripción menos muy pobre; desde un 11,11% pobre hasta un 11,11% muy superior, pasando por un 11,11% por debajo de la media, un 22,22% en un nivel medio, un 33,33% de los niños por encima de la media y un 11,11% en el descriptor superior. Esto indica que los procesos evaluados resultaron más accesibles al alumnado femenino del grupo-aula, mostrando tener un mayor desarrollo de competencia matemática frente al alumnado masculino del grupo.

4.2.2.2 Índice de competencia matemática en pos-test.

A todos los alumnos de la muestra se les realiza un pos-test utilizando el mismo instrumento de evaluación que en el pre-test en junio del curso 2011-2012, después de llevarse a cabo los proyectos de trabajo.

Al igual que en el pre-test los resultados de cada alumno se recogieron individualmente y sus respuestas se valoraron cualitativamente siguiendo el manual.

Las respuestas de los ítems se categorizan del siguiente modo:

- 0: respuesta incorrecta.
- 1: respuesta correcta.

Todas las entrevistas fueron recogidas en la hoja de registro por la investigadora.

En la tabla IV.11 se recogen los resultados del alumnado en cada elemento del test.

ELEMENTOS DEL TEMA 3										
ALUMNOS	PUNTUACIÓN DIRECTA (P.D.)	ICM	PENSAMIENTO INFORMAL				PENSAMIENTO FORMAL			
			Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS				Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS			
			1 NUM.	2 COMP.	3 CÁLC.	4 CONC.	1 CONVE	2H.NUM	3CÁLC	4 CONC
Aa1	16	85	11	2	4	2	3	0	0	1
Aa2	27	92	14	3	3	2	4	0	0	1
Aa3	29	96	14	4	4	2	4	0	0	1
Ao4	24	86	12	4	3	2	2	0	0	1
Ao5	28	106	15	1	4	2	5	0	0	1
Aa6	41	120	21	4	5	4	5	2	0	1
Aa7	54	146	22	6	6	4	7	5	4	1
Ao8	29	89	14	3	5	2	4	0	0	1
Ao9	30	112	17	4	1	1	6	0	0	1
Ao10	50	138	21	5	5	4	7	5	2	1
Ao11	33	104	16	3	5	2	5	1	0	1
Aa12	35	98	19	5	3	2	5	0	0	1
Aa13	42	143	22	4	4	2	7	2	0	1
Ao14	19	83	12	1	2	1	2	0	0	1
Aa15	24	87	13	3	2	1	4	0	0	1
Aa16	30	112	15	3	4	2	3	1	1	1
Aa17	25	71	13	3	4	2	2	0	0	1
Aa18	26	90	14	3	4	2	2	0	0	1
Ao19	29	89	15	4	4	2	3	0	0	1
Ao20	19	77	11	3	1	1	2	0	0	1

Tabla IV.11: Resultados individuales de cada alumno (fase 2) del TEMA-3 en el pos-test .

El código utilizado para los alumnos/as es el siguiente: se conserva el orden alfabético de aula, Ao (alumno), Aa (alumna).

A continuación en la tabla IV.12 se cuantifican los ítems del TEMA3.

ENTREVISTA (ITEMS)	Nº ALUMNOS/AS QUE DAN RESPUESTA CORRECTA	
1. Percepción de más.	20	P.I.
2. Mostrar dedos: 1,2, muchos.	20	
3. Numeración intuitiva.	20	
4. Contar de uno en uno: de 1 a 5.	20	
5. Producción no verbal: de 1 a 4.	20	
6. Enumeración: de 1 a 5.	20	
7. Regla de cardinalidad.	20	
8. Suma y resta no verbal con objetos.	20	
9. Contar de uno en uno: de 1 a 10.	20	
10. Mostrar dedos: hasta 5.	20	
11. Constancia numérica.	16	
12. Formar conjuntos: hasta 5 elementos.	20	
13. Número siguiente: de 1 a 9.	20	
14. Lectura de dígitos.	20	P.F.
15. Representación escrita.	20	P.F.
16. Comparación numérica: de 1 a 5.	17	P.I.
17. Comparación numérica: de 5 a 10.	14	
18. Escritura de dígitos.	20	P.F.
19. Problemas sumas con objetos.	16	P.I.
20. Contar en voz alta, hasta 21.	18	
21. Número siguiente, dos cifras.	17	

22. Enumeración: de 6 a 10 elementos.	16	
23. Problemas de sumas con modelo.	13	
24. Adición mental: sumas de 5 a 9.	15	
25. Contar hacia atrás: desde 10.	17	
26. Línea numérica mental.	11	
27. Producir conjuntos: 19 elementos.	14	P.I.
28. Lectura de números de 2 cifras: del 10 al 19.	14	P.F.
29. Contar en voz alta: hasta 42.	11	P.I.
30. Lectura de números: dos cifras.	11	P.F.
31. Escritura de números: dos cifras.	10	
32. N° siguiente: transición de decena –hasta 50-	10	P.I.
33. Contar de 10 en 10: hasta 90.	6	
34. Contar a partir del sumando mayor.	8	
35. Línea numérica mental: números de 2 cifras.	5	
36. Hechos numéricos de resta: N-N y N-1.	6	P.F.
37. Contar hacia atrás: desde 20.	4	P.I.
38. Número siguiente: dos cifras con transición de decena hasta 90.	4	
39. Reparto equivalente con objetos.	2	
40. Enumeración: de 11 a 20.	5	
41. Contar de 10 en 10: de 100 a 190.	5	
42. Lectura de números: tres cifras.		P.F.
43. Escritura de números: de tres cifras.	3	
44. Exactitud en la suma escrita: sumandos de	3	

dos cifras sin llevadas.		
45. Número siguiente. A partir de 100.	4	P.I.
46. Concepto partes-todo.	2	
47. Hechos numéricos de suma: hasta 9.	4	P.F.
48. Hechos numéricos: $N \times 1$ y $N \times 0$	1	
49. Sumas y restas escritas. Procedimiento: alineación.	1	
50. Hechos numéricos de resta: $2N - N = N$	2	
51. Hechos numéricos: sumas de 10 y dobles pequeños.	2	
52. Hechos numéricos de suma: dobles grandes.	1	
53. Decenas en una centena.	0	
54. Suma y resta mental: decenas ± 10	1	
55. Lectura de números de 4 cifras.	0	
56. Centenas en un millar.	0	
57. Exactitud en la suma escrita: tres cifras con llevadas.	1	P.I.
58. Procedimiento de suma escrita: tres cifras con llevadas.	0	
59. Sumas de múltiplos de 10.	1	P.F.
60. Línea numérica mental: números de 3 y 4 cifras.	1	
61. Hechos numéricos de resta: $10 - N$	0	P.F.
62. Adición mental: sumandos de 11 a 20.	1	P.I.

Tabla IV.12: Resultados de cada ítem del TEMA-3 en pos-test.

La Tabla IV.13 recoge la cuantificación del índice de competencia matemática.

ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)								TOTAL Nº ALUMNOS/AS
MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130		
Nº ALUMNOS	0	2	6	6	3	0	3	20

Tabla IV.13: Resultados del índice de competencia matemática. Alumnado fase 2 en pos-test.

La tabla IV.14 recoge la cuantificación del ICM atendiendo a la variable del sexo.

ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)								Nº TOTAL
MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130		
Nº NIÑAS	0	1	2	4	2	0	2	11
Nº NIÑOS	0	1	4	2	1	0	1	9

Tabla IV.14: Resultados del ICM atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 2 en pos-test.

En base a las respuestas individuales de cada alumno/a que se describen en la Tabla IV.11, destacar que hay pocos niños/as que poseen el techo por encima de lo esperado de acuerdo a su edad, y que todos tienen el suelo de acuerdo a su edad.

En la edad de 5 años, a pesar de que hay un mayor número de ítems en relación al pensamiento informal frente al pensamiento formal, aumentan respecto a 4 años. Los ítems correspondientes a la edad de 5 años son resueltos por muchos alumnos sin dificultad, y los que están en tramos superiores tienen más dificultades con los relacionados con aspectos formales.

Observando la Tabla IV.12, podemos afirmar que la totalidad de los alumnos responde correctamente a los 10 primeros ítems, todos ellos relacionados con el pensamiento informal. Del ítem 11 al 30, relacionados algunos con aspectos informales y otros con aspectos formales, responden correctamente más de la mitad de los niños/as. A partir del ítem 30 se va reduciendo el número de alumnos que realizan bien las tareas, hasta llegar al ítem 48. A partir de este y hasta el 62, responden correctamente un o dos alumnos.

Analizando la Tabla IV.13, los resultados indican que más del 50% de los alumnos/as se ubican en la media y por encima de esta, lo que significa que poseen niveles adecuados a su edad en las matemáticas, tanto en aspectos informales como formales. Del resto, por debajo de la media, no hay nadie con un índice muy pobre. Por otro lado, señalar que tres alumnos poseen un índice de competencia matemática muy superior a lo esperado.

En base a la Tabla IV.14, que relaciona los resultados de ICM con la variable sexo, se observan pocas diferencias significativas. El mismo número de alumnas y alumnos se sitúan con un índice de competencia matemático medio o por debajo de este. Es mayor es el número de niñas que obtienen un índice superior a la media.

4.2.2.3 Resultados comparativos de ICM entre pre-test y pos-test.

Los índices de competencia matemática obtenidos por la muestra en el pre-test y pos-test se recogen y cuantifican a continuación en las Tabla IV.15 y Tabla IV.16, con el fin de observar y comparar los resultados obtenidos y poder analizar los sucesos.

ALUMNOS/AS	PRE-TEST	POS-TEST
Aa1	106	85
Aa2	104	92
Aa3	92	96
Ao4	111	86
Ao5	111	106
Aa6	145	120
Aa7	140	146
Ao8	73	89
Ao9	100	112
Ao10	133	138
Ao11	111	104
Aa12	111	98
Aa13	141	143
Ao14	104	83
Aa15	113	87
Aa16	104	112
Aa17	103	71
Aa18	106	90
Ao19	123	89
Ao20	86	77

Tabla IV.15: Resultados comparativos de ICM en el pre-test y pos-test.

		ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)						TOTAL N° ALUMNOS/AS	
		MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130		MUY SUPERIOR >130
N° ALO/AS	PRE- TEST	0	1	1	8	5	1	4	20
	POS- TEST	0	2	6	6	3	0	3	20

Tabla IV.16: Cuantificación de resultados comparativos del índice de competencia matemática entre pre-test y pos-test.

En base a las respuestas individuales de cada alumno que se describen en la Tabla IV.15, destacar que es menor el número de alumnos que mejora su índice de competencia matemática.

Analizando la Tabla IV.16, los resultados indican que en el pre-test solamente un 10% del alumnado tenía un índice por debajo de la media, aumentando este en el pos-test a un 40%. Y todos los indicadores de media o por encima de esta disminuyó la presencia del alumnado en todas sus categorías.

Es decir, en el pos-test los resultados son peores que en el pre-test. Creemos que esto es debido a que, a pesar de que en 5 y 6 años hay un mayor número de ítems en relación al pensamiento informal frente al pensamiento formal, estos últimos aumentan un poco respecto a 4 años. El alumnado responde sin grandes dificultades a los ítems correspondientes a tramos de su edad, pero le cuesta superar tramos superiores por no conocer contenidos formales que no son propios de su edad.

4.3 FASE 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL.

4.3.1 Práctica del profesor en el marco de la Educación Matemática Realista y el Aprendizaje Basado en Problemas.

4.3.1.1 Problemas

4.3.1.1.1 Proceso de resolución del problema

Los seis problemas siguen el esquema descrito en el capítulo 2:

1. La maestra plantea el problema al grupo presentándoles el material a manipular, objeto del problema.
2. En este momento, se plantean preguntas con el fin de delimitar el problema.
3. A continuación, el grupo-aula se divide en diferentes tipos de agrupamientos y planifica la actividad, adquiriendo cada niño un rol dentro de la agrupación.
4. Cada alumno explora el material y participa en la resolución del problema agrupando, discriminando, contando, calculando, registrando...
5. Por último, cada grupo presenta al resto de la clase sus resultados y conclusiones apoyándose en la ficha registro gráfica que ha elaborado.

Para cada problema en concreto, se especificará material utilizado, organización de la clase y gestión de la actividad.

4.3.1.1.2 Problema 1

- Material utilizado.

El material utilizado por cada grupo de alumnos/as fue un tubo de lacasitos, una calculadora, un folio y un rotulador.

- Organización de la clase.

En este problema se combina actividad en gran grupo y pequeño grupo. Se organizan cinco pequeños grupos, de cuatro o cinco miembros cada uno. La composición de los grupos la decide la maestra, a fin de compensar diferencias individuales.

Los pequeños grupos resultantes en este problema son:

GRUPOS	ALUMNOS/AS
KIWIS	Icía, Ana, Inés, Azahar
TRUCHAS	Sabela, Ariana, Noemí, Álex
TORTILLA ESPAÑOLA	Mariño, Laura, Candela, Xiana
MACARRONES	Pablo, Roque, Carla, Pedro, Emma
ZANAHORIAS	Martín, Uxío, Hugo, Dani, Raúl

Tabla IV.17: Componentes de pequeños grupos del problema 1.

- Gestión de la actividad

La maestra muestra confianza en sus alumnos y actúa como guía en la construcción del conocimiento. El problema se llevó a cabo en 1 sesión.

Sesión.

Inicio: La sesión comenzó en gran grupo, planteando la docente el problema y llevándose a cabo a continuación una asamblea en la que los alumnos manifiestan e intercambian opiniones.

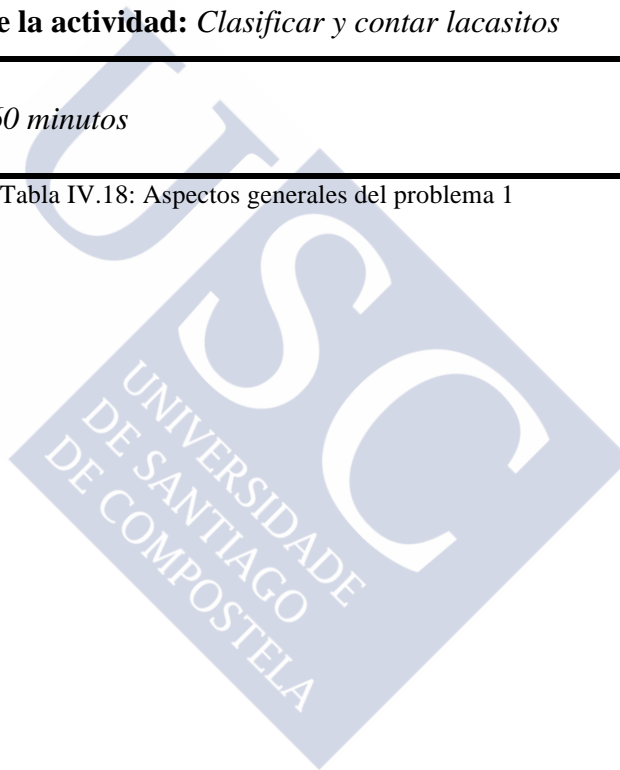
Desarrollo: Resolución del problema en pequeños grupos.

Final: Cada grupo registran en formato papel los resultados y los comunican en una puesta en común en gran grupo.

La evaluación del problema 1 se detalla a continuación.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>23 Octubre 2014</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Clasificar y contar lacasitos</i>
Tiempo analizado: <i>60 minutos</i>

Tabla IV.18: Aspectos generales del problema 1



	Indicadores	Evidencias
Resolución de Problemas	1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).	RP1-1/02:03 Profe: <i>Agora que temos que facer para saber o total?</i> Pablo: <i>Sumar.</i> Carla: <i>Coller a calculadora...</i>
	2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).	No se manifiesta
	3. Contextualiza las situaciones náuticas a la vida cotidiana de los ntes. (Vincula con situaciones familiares vida de los niños. Por ejemplo, los dos incluyen nombres, lugares o ncias de alguno de ellos).	RP3-1/IM1



Resolución de Problemas

4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).

RP4-1/03:39 Profe: *Cóntaos ti.*
Martín: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.*
Profe: *Hai 11, Dani?* Dani: *Sí.*
Mestra: *A ver, cóntaos.* Dani: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.* Martín: *No has contado uno...*

5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-1/IM2



6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-1/IM3



7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-1/IM4



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.19: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problemas” del problema 1.

	Indicadores	Evidencias
Razonamiento y Prueba	1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	RAZ1-1/02:07 Carla: <i>Coller calculadora. Profe: Pois vai, Carla, pol calculadora para sumalos. Roque: máis 3, máis 4, máis 2, máis 3, máis 3. Profe: Cantos? Roque: 19. Profe: Apunta o 19 en total no papel...</i>
	2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	RAZ2-1/02:58 Profe: <i>Como podemos saber para comprobar se é certo...?</i>
	3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	No se manifiesta
	4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	No se manifiesta
	5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	RAZ5-1/03:45 Martín: <i>11. Profe: Hai 11, Dani? Dani: Sí. Profe: Cónaos. Dani: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Martín: No has contaos uno. Profe: Pois volve a contar..., Dani.</i>

Razonamiento y Prueba

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).

RAZ6-1/IM6

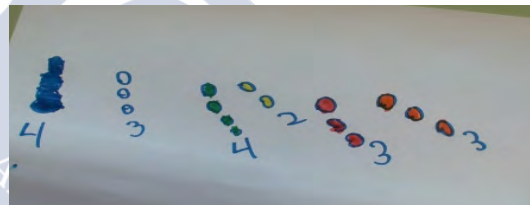


RAZ6-1/IM7

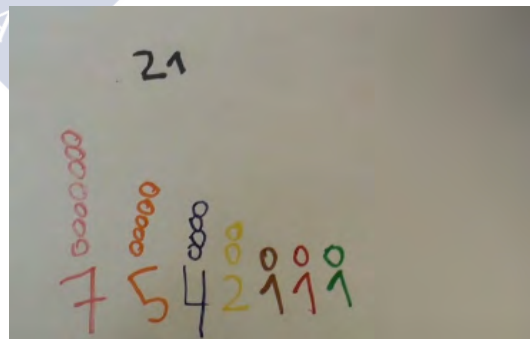


7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-1/IM8




RAZ7-1/IM9



RESULTADO	71%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	60%

Tabla IV.20: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba” del problema 1.

	Indicadores	Evidencias
Comunicación	1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).	COM1-1/IM10 
	2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	COM2-1/00:31 Emma: <i>1, 2, 3, 4, 5...</i> Roque: <i>Primeiro hai que contar cantos hai en cada línea.</i> Emma: <i>1, 2, 3.</i> Pablo: <i>1, 2, 3, 4, 5, aquí 5...</i>
	3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	COM3-1/04:07 Profe: <i>Cantos hai?</i> Ana: <i>27.</i> Profe: <i>27?</i> Icíá: <i>Noon, 21.</i> Profe: <i>Fixéstelo coa calculadora?</i> Profe: <i>A ver, facédeo coa calculadora, rexistrade todos os datos, a ver...</i>
	4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	COM4-1/00:31 Emma: <i>1, 2, 3, 4, 5...</i> Roque: <i>Primeiro hai que contar cantos hai en cada línea.</i> Emma: <i>1, 2, 3.</i> Pablo: <i>1, 2, 3, 4, 5, aquí 5...</i>

Comunicación

5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).

COM5-1/01:25 Pablo: *Os amarelos son terceiros.* Carla: *Noon, son cuartos.* Pablo: *Mira -e sinala.* Carla: *Primeiro azul, despois brancos, despois verdes...*

COM5-1/IM11



6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).

No se manifiesta

7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).

COM7-1/01:23 Profe: *Cantos hai rojos?* Alumnos: 6...

COM7-1/02:03 Profe: *Agora que temos que facer para saber o total?*

RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

80%

Tabla IV.21: Indicadores del proceso matemático “Comunicación” del problema 1.

	Indicadores	Evidencias
Conexiones	1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	CONE1-1/IM12 
	2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	CONE2-1/IM9  CONE2-1/IM13 
	3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	No se manifiesta

Conexiones	4.Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	No se manifiesta
	5.Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	No se manifiesta
	6.Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	No se manifiesta
	7.Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	No se manifiesta

RESULTADO	28%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.22: Indicadores del proceso matemático “Conexiones” del problema 1.

	Indicadores	Evidencias
Representación	1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).	REP1-1/IM14 
	2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).	REP2-1/IM15 
		REP2-1/IM16 

Representación

3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).

REP3-1/IM17



4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).

REP4-1/IM18



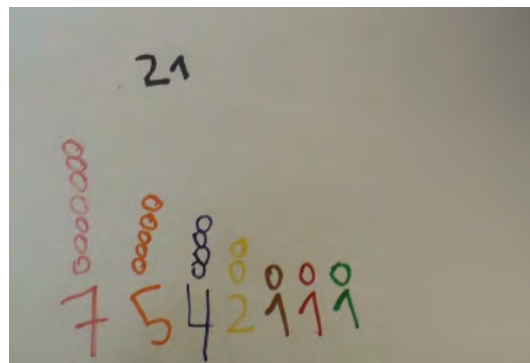
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).

REP5-1/IM11



6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).

REP6-1/IM9



Representación	7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	REP7-1/04:12	Icía: 21.	Profe: <i>Fixéstelo coa calculadora? A ver, facédeo, rexistrade todos os datos, a ver... Ana: 3 amarelos, 4 laranxas, 2 marróns,...</i>
	RESULTADO	100%		
	Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%		

Tabla IV.23: Indicadores del proceso matemático “Representación” del problema 1.

Como se observa en las tablas, en el problema 1 se evidencian indicadores de todos los procesos.

El proceso de resolución de problemas se observa en 6 de los 7 indicadores. El docente plantea el problema a través de una pregunta en asamblea (indicador 1), esta es el motor de arranque de la actividad, en torno a la cual los alumnos comienzan a manifestar su opinión a través de sus intervenciones y dialogar, provocando en algunas ocasiones cambios de opinión (indicador 1 y 4), con la finalidad de resolver el problema. Esta pregunta hila y motiva todo el proceso de resolución del problema (indicador 5). Existe una única solución por grupo, es un problema cerrado (indicador 2), pero permite respetar diferencias individuales (indicador 5); primero manipulan lacasitos (indicador 6) y por último comprueban y verifican los resultados registrados en papel a través de la calculadora (indicador 7).

El proceso de razonamiento y prueba se observa a través de las preguntas de la maestra. A lo largo de todo el proceso de resolución, la maestra pregunta a todos los alumnos para que manifiesten su opinión (indicador 1) y sus creencias (indicador 2), al igual que reconduce a través de preguntas para resolver con éxito el problema (indicador 5). En todo momento la docente respeta todas las opiniones, interesándose porque expliquen, justifiquen y registren sus ideas, análisis y resultados (indicadores 6 y 7).

El proceso de comunicación está presente a lo largo de todo el desarrollo del problema 1. La maestra guía el proceso de resolución a través de sus preguntas y de las

respuestas que van dando los alumnos (indicador 7). Inicialmente se plantea en gran grupo (indicador 1), para a partir de sus opiniones generar posibles soluciones (indicador 2), cuidando la participación y opinión de todo el alumnado (indicador 3), justificando sus respuestas (indicador 4) con o sin material (indicador 5).

El proceso de conexión de contenidos matemáticos está presente con respecto a otros contenidos matemáticos, número y probabilidad (indicador 2). Además, se manifiesta en el tipo de acciones informales que realizan los alumnos durante el proceso de resolución (indicador 1).

El proceso de representación se evidencia en todos los indicadores. En todo momento la docente promueve reflexión en su alumnado (indicador 1), utilizando materiales y recursos (indicador 2 y 5) y el registro de sus opiniones, fomentando la participación de todos (a través de símbolos, dibujos...) en función de sus posibilidades (indicador 2, 3, 4 y 6), avanzando en la construcción bidireccional del conocimiento del número (indicador 7).

En la figura 4.5 se recoge la presencia de indicadores de los procesos matemáticos del problema 1. Obsérvese que se manifiestan todos los indicadores del proceso matemático de representación y el que menos se manifiesta es el proceso matemático de conexiones. Con respecto a los tres restantes, para los procesos de resolución de problemas y comunicación solo hay un indicador que no se manifiesta, y en el de razonamiento y prueba no están presentes dos de sus ítems.

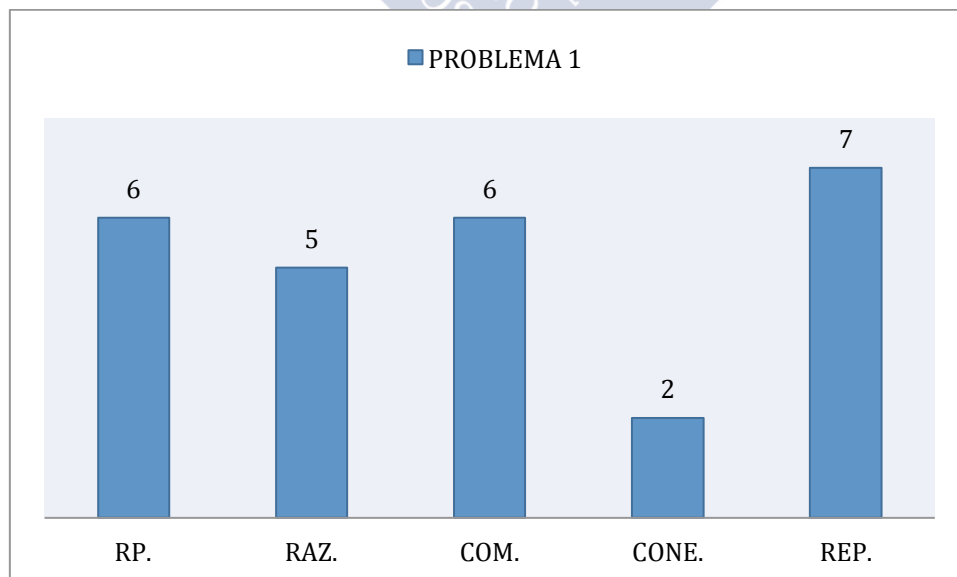


Figura 4.5: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 1.

4.3.1.1.3 Problema 2

- Material utilizado

El material utilizado por cada grupo de alumnos/as fue un paquete de galletas, minós, una calculadora, un folio y rotuladores de colores.

- Organización del aula.

Teniendo en cuenta los agrupamientos que fomenta la metodología ABP, en este problema en concreto, se combina actividad en gran grupo y pequeño grupo. La docente organiza cinco pequeños grupos, heterogéneos, de cuatro o cinco miembros cada uno a fin de compensar desigualdades.

Los pequeños grupos resultantes se muestran en la tabla IV.24.

GRUPOS	ALUMNOS/AS
KIWIS	Icía, Ana, Inés, Azahar
TRUCHAS	Sabela, Ariana, Noemí, Álex
TORTILLA ESPAÑOLA	Martiño, Laura, Candela, Xiana, Raúl
MACARRONES	Pablo, Roque, Carla, Pedro, Emma
ZANAHORIAS	Martín, Uxío, Hugo, Dani,

Tabla IV.24: Componentes de pequeños grupos problema 2.

- Gestión de la actividad.

La maestra guía el proceso de enseñanza aprendizaje que transcurre en una sesión.

Sesión.

Inicio: Primero en gran grupo el docente plantea la pregunta objeto de investigación y el alumnado manifiesta sus opiniones.

Desarrollo: En pequeño grupo se manipula y resuelve el problema.

Final: Registro de resultados en pequeño grupo y puesta en común en gran grupo de la solución.

La evaluación del problema 2 se recoge a continuación en las siguientes tablas.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>6 de Noviembre 2014</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Calcular, repartir y contar galletas.</i>
Tiempo analizado: <i>60 minutos</i>

Tabla IV.25: Aspectos generales del problema 2.



Indicadores

Evidencias

1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).

RP1-2/02:15 Profe: *E se cada un precisa dous minós, temos que facer 2x4, dime Martín?* Martín: *Oito* Profe: *Por que o sabes? Que fixeches?* Martín: *Fíxeno cos dedos.*

2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).

No se manifiesta

3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).

RP3-2/IM1



4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).

RP4-2/01:35 Álex: *10.* Pablo: *11.* Uxío *10.* Pedro: *10.* Martiño: *10.* Raúl: *10.* Icíá: *10.* Profe: *Por que 10?* Icíá: *Porque 5+5 son 10.*

Resolución de Problemas

5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-2/IM2



RP5-2/IM3



6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-2/IM4



7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-2/IM5



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.26: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problemas” del problema 2.

	Indicadores	Evidencias
Razonamiento y Prueba	1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	RAZ1-2/01:50 Profe: <i>Por que 10, cóntame?</i> Icíá: <i>Porque 5+5 son 10, por iso se se xuntan as sumas...</i>
	2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	RAZ2-2/ 02:13 Profe: <i>No equipo de Sabela son 4, e se cada un precisa 2 minós, temos que facer 2x4, dime Martín?</i> Martín: 8. Profe: <i>8? Por que o sabes? Que fixeches?</i>
	3.Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	RAZ3-2/04:28 Hugo: <i>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.</i> Profe: <i>Canto é 2x4?</i> Nenos: 8. Profe: <i>Si? Colledes a calculadora para comprobalo?</i>
	4.Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	RAZ4-2/01:49 Profe: <i>Por que 10, cóntame...</i> RAZ4-2/ 02:25 Profe: <i>8? Por que o sabes? Que fixeches?</i>
	5.Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	RAZ5-2/01:50 Profe: <i>Por que 10, cóntame?</i> Icíá: <i>Porque 5+5 son 10, por iso se se xuntan as sumas...</i>

Razonamiento y Prueba

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de resolución apoyándose con material concreto manipulativo).

RAZ6-2/IM5

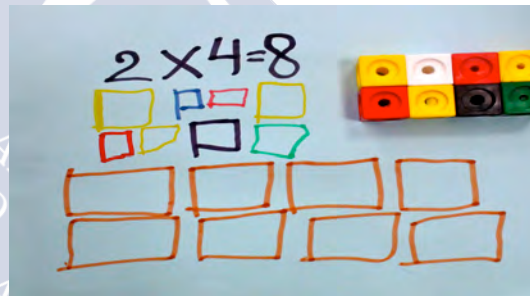


RAZ6-2/IM6



7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-2/IM7



RAZ7-2/IM8




RESULTADO

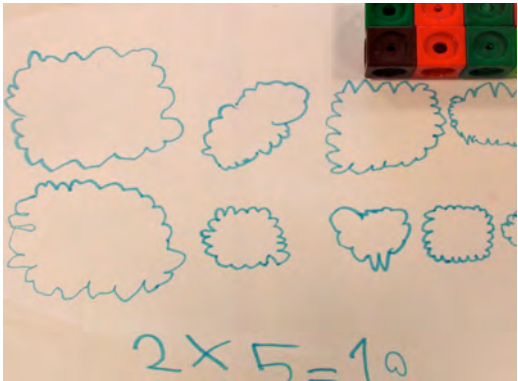
100%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

60%



Tabla IV.27: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba” del problema 2.

	Indicadores	Evidencias
Comunicación	1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).	COM1-2/IM9 
	2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	COM2-2/03:28 Profe: <i>Dúas filas e en cada fila cinco elementos.</i> Nenos: <i>Uno, dos, tres...</i> Xiana: <i>Tres, cual es la tres? Oito, nove e dez...</i> Profe: <i>Ah, canto é entón 2×5?</i> Nenos: <i>10.</i> Profe: <i>Vale, rexistrámolo?</i>
	3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	COM3-2/02:41 Sabela: <i>8.</i> Profe: <i>Hai 8?</i> Sabela: <i>Si.</i> Profe: <i>Entón, 2×4 canto é? Dúas veces catro.</i> Nenos: <i>8.</i> Profe: <i>Vale.</i>
	4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	COM4-2/01:50 Profe: <i>Por que 10, cóntame?</i> Icíá: <i>Porque $5+5$ son 10, por iso se xuntan as sumas...</i>

	<p>5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).</p>	<p>COM5-2/IM10</p>	
<p>Comunicación</p>	<p>6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).</p>	<p>No se manifiesta</p>	
	<p>7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).</p>	<p>COM7-2/00:53 Profe: <i>Cantos son na tortilla española, cantos nenos son? Dime Laura.</i> Laura: 5. Profe: <i>Entón canto é 2x5?</i></p>	

RESULTADO	85%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.28: Indicadores del proceso matemático “Comunicación” del problema 2.

	Indicadores	Evidencias
Conexiones	1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	CONE1-2/IM11 
	2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	CONE2-2/IM12 
	3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	No se manifiesta
	4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	No se manifiesta

Conexiones	5.Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	No se manifiesta
	6.Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	No se manifiesta
	7.Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	CONE7-2/00:31 Profe: <i>Hoxe imos multiplicar con galletas...</i>
RESULTADO		42%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)		80%

Tabla IV.29: Indicadores del proceso matemático “Conexiones” del problema 2.

Indicadores

Evidencias

Representación

1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).

REP1-2/IM13



2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).

REP2-2/IM14



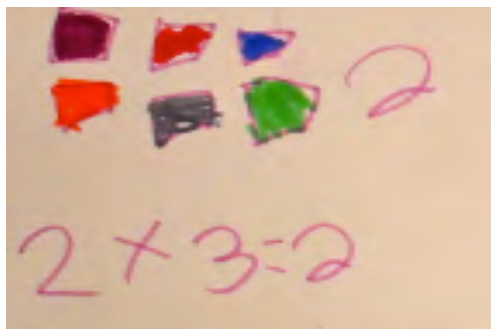
3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).

REP3-2/IM15



Representación

4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).



5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).



6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).



7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).

REP7-2/04:28 Hugo: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Profe: *Canto é 2x4?* Nenos: 8. Profe: *Si? Colledes a calculadora para comprobalo?*

RESULTADO	100%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Tabla IV.30: Indicadores del proceso matemático “Representación” del problema 2.

En las tablas anteriores podemos apreciar como están presentes todos los procesos matemáticos.

Con respecto al proceso de resolución de problemas, la docente formula preguntas integradas en la vida cotidiana (indicador 3), las cuales motivan y ponen en actividad al alumnado (indicador 1), el cual intercambia opiniones (indicador 4), rectifica otras, manteniendo el interés en el desarrollo de solución (indicador 5), apoyándose en materiales (indicador 6) y registros (indicador 7) para acompañar sus aportaciones.

El proceso de razonamiento y prueba se manifiesta en todos sus indicadores. En todo momento la maestra pregunta (indicador 2) el porqué de las respuestas (indicador 1 y 5), el alumnado comprueba, argumenta... (indicador 3, 4 y 5). Las posibilidades de resolución no son únicas (indicador 6), fomentándose a través de la diversidad del alumnado (indicador 6 y 7).

En el problema 2 el proceso de comunicación se refleja a través de casi todos sus indicadores. El docente no da una clase magistral, pregunta (indicador 7) y son los alumnos quienes con sus aportaciones (indicador 2 y 3) y justificaciones (indicador 4) van creando el conocimiento (indicador 1), cuidando por parte del docente que se comuniquen de forma oral y escrita (indicador 5).

El proceso de conexión en el problema 2 solo se manifiesta con otros contenidos matemáticos, número y operaciones (indicador 2), tomando como punto de partida sus conocimientos y prácticas previas (indicador 1), relacionándolas con situaciones reales para su mejor comprensión (indicador 7).

Con respecto al proceso de representación, la maestra impulsa a la reflexión en diferentes tipos de agrupamientos (indicador 1). Parte primero de lo concreto, con manipulación de materiales y objetos (indicador 2 y 5), también con representaciones simbólicas (indicador 3), llegando a registrar y ejemplificar atendiendo a las diferencias individuales (indicadores 3 y 6), utilizando al mismo tiempo modelos concretos y abstractos (indicador 7).

En la figura 4.6 se resume la presencia de indicadores de los procesos matemáticos del problema 2. En los procesos de razonamiento y prueba, y representación se manifiestan todos sus indicadores. En los restantes su incidencia es menor: 6 en el proceso de comunicación, 5 en el de resolución de problemas y 3 en el de conexiones.

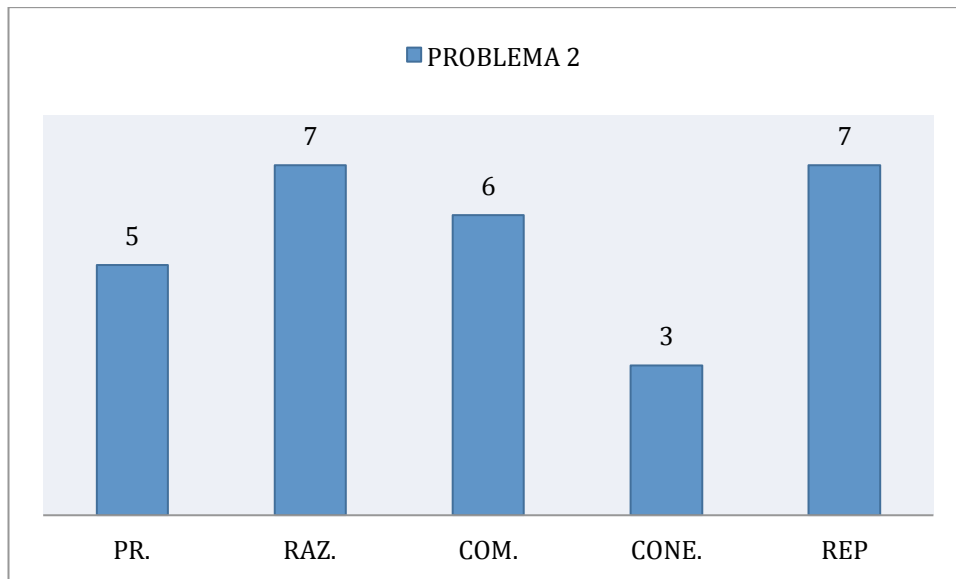


Figura 4.6: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de problema 2.

4.3.1.1.4 Problema 3

- Material utilizado

El material utilizado en gran grupo fue el cuento *El Pirata Pata de Lata de la* editorial *Kalandraka* y la canción *El pirata Mete Pata* del grupo musical *Mamá Cabra*. Por cada grupo de alumnos/as se utilizaron una bolsa de dinero, una calculadora, un folio y un rotulador.

- Organización del aula

El tipo de metodología que impregna el problema 3 promueve diferentes agrupamientos, ya que favorecen la construcción de aprendizajes la interacción con iguales. En este problema en concreto, se combina actividad en gran grupo y pequeño grupo.

Se organizan cinco pequeños grupos, heterogéneos de cuatro o cinco miembros cada uno. La creación de los grupos la realiza la maestra. Los pequeños grupos resultantes en este problema pueden verse en la tabla IV.31.

GRUPOS	ALUMNOS/AS
KIWIS	Dani, Pedro, Candela, Álex
TRUCHAS	Pablo, Martín, Raúl, Uxío
TORTILLA ESPAÑOLA	Martiño, Inés, Ana, Ariana
MACARRONES	Emma, Icíá, Laura, Sabela, Hugo
ZANAHORIAS	Carla, Roque, Xiana, Azahar, Noemi

Tabla IV.31: Componentes de pequeños grupos problema 3.

- Gestión de la actividad.

El docente tiene un papel de mediador, guía y gestiona el aprendizaje que es construido por el propio alumno, creando un clima agradable y seguro para el alumno en el aula. Este problema se desarrolla en dos sesiones

Sesión 1.

Inicio: En gran grupo se da lugar a la lectura de un cuento como elemento motivador e introductor del pirata, que nos propondrá una misión, encontrar un tesoro.

Desarrollo: Misión Pirata, en pequeño grupo tratarán de buscar un tesoro pirata a través de pistas. A continuación registrarán el recorrido en un mapa.

Final: Por último, como recompensa por haber ayudado al pirata, se escucha y aprende su canción, *El pirata Mete Pata*.

Sesión 2.

Inicio: La maestra presenta el problema objeto de investigación en gran grupo.


Desarrollo: En pequeño grupo manipulan y buscan soluciones al problema.

Final: Por último, registran resultados y los presentan al grupo aula.

La evaluación del problema 3 se recogen la continuación en las siguientes tablas.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>27 y 28 de Noviembre 2014</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Clasificar, ordenar y calcular cantidades.</i>
Tiempo analizado: <i>120 minutos (2 sesiones de 60 minutos días consecutivos)</i>

Tabla IV.32: Aspectos generales del problema 3.

Indicadores	Evidencias
<p>1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).</p>	<p>RP1-3/00:37 Profe: <i>Hai moedas e billetes? Teñen a mesma forma? Que forma teñen as moedas? Dime Dani...</i></p> <p>RP1-3/00:58 Profe: <i>Cantos cartos hai? Dime Laura.</i> Laura: 3.</p>
<p>2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).</p>	<p>RP2-3/IM1</p> 
<p>3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias).</p>	<p>RP2-3/IM2</p>  <p>RP3-3/03:25 Profe: <i>Por que? Cántame.</i> Martín: <i>Porque los euros tienen el borde plata o dorado y los céntimos del mismo color.</i> Profe: <i>Estás seguro? Temos que comprobalo.</i></p>
<p>4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).</p>	<p>RP4-3/01:42 Inés: <i>Abrilos e contalos.</i> Profe: <i>Dime Dani.</i> Dani: <i>Sacalos e contalos.</i> Profe: <i>Pablo, cal é a túa idea?</i> Pablo: <i>Sumalos coa calculadora.</i> Profe: <i>O que?</i> Pablo: <i>As moedas.</i></p>

Resolución de Problema

5.Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-3/IM3



RP5-3/IM4



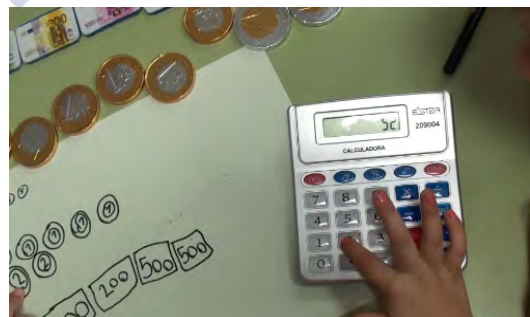
6.Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-3/IM5



7.Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-3/IM6



RESULTADO

100%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.33: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problema” del problema 3.

	Indicadores	Evidencias
Razonamiento y Prueba	1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	RAZ1-3/07:28 Profe: <i>Canto é?</i> Martín: <i>42. Profe: 42 que?</i> Martín: <i>Euros. Profe: Por que?</i>
	2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	RAZ2-3/03:19 Profe: <i>Y tú Martín que opinas?</i> Martín: <i>Los céntimos son céntimos y los euros son euros.</i>
	3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	No se manifiesta
	4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	RAZ4-3/03:25 Profe: <i>Por que?</i> <i>Cóntame.</i> Martín: <i>Porque los euros tienen el borde plata o dorado y los céntimos del mismo color.</i> Profe: <i>Estás seguro? Temos que comprobalo.</i>
		RAZ4-3/07:28 Profe: <i>Canto é?</i> Martín: <i>42. Profe: 42 que?</i> Martín: <i>Euros. Profe: Por que?</i>
5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	RAZ5-3/03:15 Profe: <i>Pero 10 euros?</i> Nenos: <i>Síí.</i> Profe: <i>Mmm...</i> Martín: <i>10 céntimos!</i> Profe: <i>10 céntimos de euro.</i>	

Razonamiento y Prueba

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de resolución apoyándose con material concreto manipulativo).

RAZ6-3/IM7

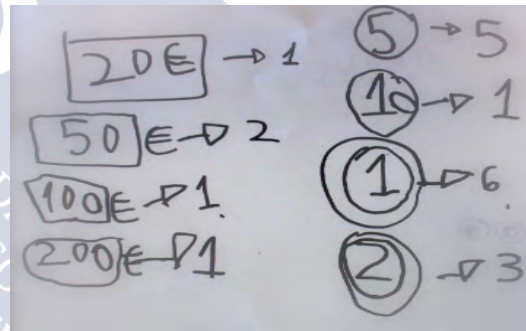


RAZ6-3/IM8

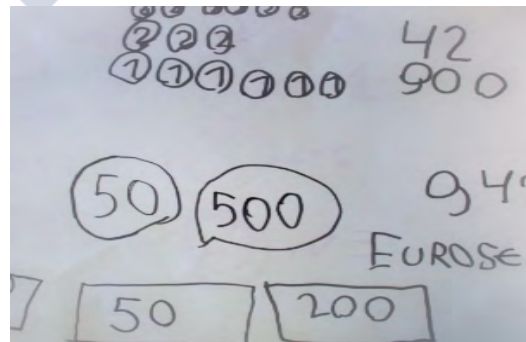


7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-3/IM9



RAZ7-3/IM10



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

60%

Tabla IV.34: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba” del problema 3.

Indicadores

Evidencias

1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).

COM1-3/IM11



2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).

COM2-3/06:10 Roque: *Primero vamos a contar los billetes.*

3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).

COM3-3/03:00 Niños: *2 euros.* Profe: *Ah, porque ten un dous? Pedro: Sí.*

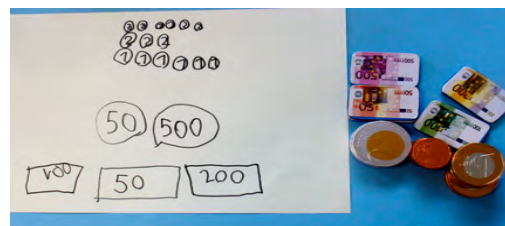
COM3-3/06:16 Azahar: *Más 50, más 2, más...* Roque: *Ya está.*

4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).

COM4-3/01:56 Roque: *Tamén pode calcularse coa calculadora as monedas e os billetes.* Profe: *Para saber o total de que? Roque: De todo. Y después sumamos todo y a ver que sale entre todo.*

5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).

COM5-3/IM11



Comunicación

6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).
- COM6-3/00:26 Profe: *Emma, saca unha bolsa, ensínalla a todos, que hai?* Nenos: *Moedas e billetes.* Profe: *E teñen a mesma forma as moedas e os billetes?* Nenos: *Nooooo.* Profe: *Que forma teñen as moedas?* Nenos: *Circular.* Profe: *Dani?* Dani: *Círculo.* Profe: *E os billetes?* Nenos: *Rectángulo.* Profe: *rectangular.*
- COM6-3/08:20 Martín: *Tenemos el mismo número pero solo queda 1. Entonces si lo partimos en tres trozos...*
7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).
- COM7-3/ 01:14 Profe: *Cantos cartos hai aquí? Dime Laura.* Laura: *3.* Profe: *3 euros?* Laura asiente. Profe: *Uxío, ti que cres?* Uxío: *1 euro.* Profe: *Aquí hai só 1 euro en total?* Martín: *1 euro é unha moeda.*



RESULTADO

100%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

80%

Tabla IV.35: Indicadores del proceso matemático “Comunicación” del problema 3.

	Indicadores	Evidencias
Conexiones	1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	CONE1-3/IM12 
	2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	CONE2-3/00:49 Dani: <i>Rectangular.</i> Profe: <i>Ah, os billetes teñen forma rectangular.</i> CONE2-3/04:48 Nenos: 5. Profe: <i>Cinco que?</i> Martín: <i>5 céntimos.</i> Profe: <i>E o seguinte máis pequeno?</i> Raúl: <i>1 euro.</i> Profe: <i>E despois?</i> Alumnos: <i>2 euros.</i>
	3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	CONE3-3/ CA1 O Pirata Mete Pata. <i>Mamá Cabra.</i>
	4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	CONE4-3/IM13 

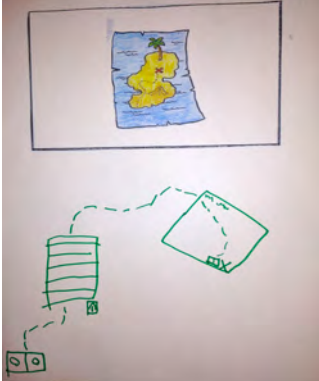
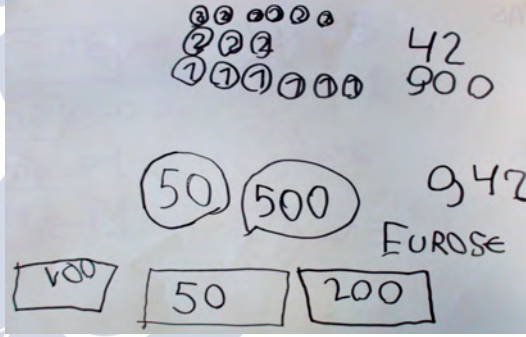
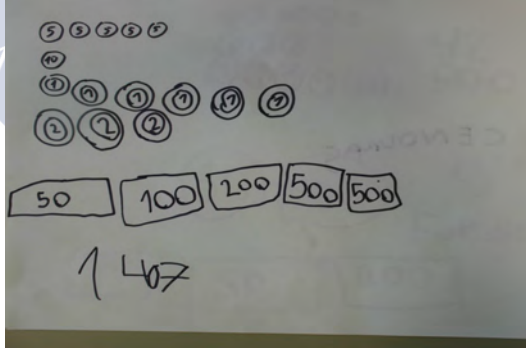
Conexiones	<p>5. Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).</p>	<p>No se manifiesta</p>
	<p>6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).</p>	<p>CONE6-3/IM14</p>
		
	<p>7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).</p>	<p>CONE7-3/IM15</p>
		
	<p>CONE7-3/IM16</p>	
		
<p>RESULTADO</p>	<p>85%</p>	
<p>Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)</p>	<p>80%</p>	

Tabla IV.36: Indicadores del proceso matemático “Conexiones” del problema 3.

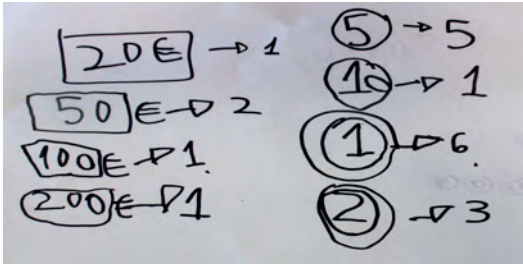
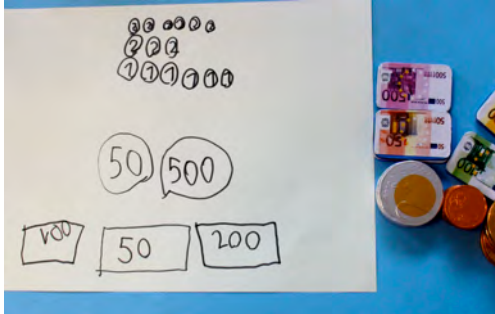
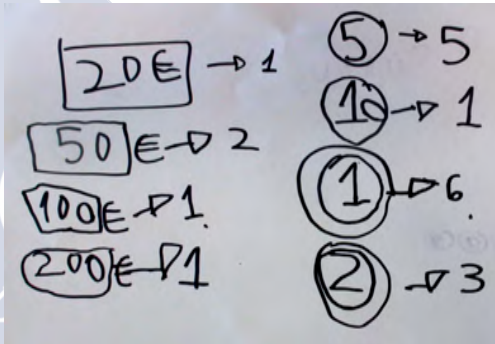
Representación	4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).	REP4-3/IM8	
	5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).	REP5-3/IM11	
	6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).	REP6-3/IM8	
	7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	No se manifiesta	
	RESULTADO	85%	
	Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%	

Tabla IV.37: Indicadores del proceso matemático “Representación” del problema 3.

Las tablas anteriores ponen de manifiesto la presencia de todos los procesos matemáticos en el problema 3. Señalar que casi todos los indicadores están presentes como se detalla a continuación.

En relación al proceso matemático de resolución de problemas se observa que el punto de partida del problema es una pregunta (indicador 1) presente en la vida cotidiana (indicador 3), a través del cual cada alumno muestra su opinión (indicador 4), siendo no solo una solución la correcta (indicador 2). La docente a través de las preguntas gestiona el problema y mantiene interés de los alumnos (indicador 5), fomenta el diálogo, participación, utilización de materiales (monedas de chocolate), registros y recursos educativos (calculadora) (indicador 6 y 7).

El proceso de razonamiento y prueba se pone de manifiesto en 6 de los 7 indicadores. La maestra pregunta al alumnado provocando su reflexión (indicador 1) y que manifieste sus creencias (indicador 2 y 4), al mismo tiempo que pretende que sean los niños a través de sus razonamientos matemáticos (indicador 5), manipulaciones y observaciones con monedas (indicador 6) quienes analicen y descubran el conocimiento matemático (indicador 7).

En cuanto a la presencia del proceso de comunicación, se observa con claridad en todos los indicadores. Es la maestra quien en asamblea provoca un diálogo con y entre el alumnado (indicador 1), provocando así que los niños se escuchen e interaccionen (indicador 3), de modo que aprendan de las aportaciones de los demás (indicador 2 y 6) y de sus reflexiones (indicador 4). Les pregunta de muchas maneras (indicador 7), para promover la comunicación en el aula, y que registren y se apoyen en diferentes materiales y soportes (indicador 5).

En el proceso de conexión se observa como a partir del hábito natural de contar y de sus conocimientos previos (indicador 1) se avanza en la construcción del conocimiento. Se reflejan conexiones de contenidos matemáticos entre sí, número, geometría, medida (indicador 2), al igual que con otras disciplinas, como son, la música a través de una canción (indicador 3), la literatura con el cuento El Pirata Pata de Lata (indicador 4) y la psicomotricidad, ya que el movimiento y los desplazamientos en el contexto van a formar parte fundamental en el desarrollo de este problema (indicador 6). Al mismo tiempo, este problema también está presente en la vida real, ya que un elemento presente en nuestro entorno y conocido por todos los niños es el dinero y su valor (indicador 7).

La representación se observa en el problema 3, ya que la maestra impulsa al registro de sus reflexiones (indicador 1), partiendo de reproducciones sencillas (indicador 2). Se refleja la representación pictórica, en los registros aparecen dibujadas monedas y billetes (indicador 3), y representaciones simbólicas, cuando un grupo de alumnos reflejan el número de billetes y monedas a través del dibujo del billete y moneda y el número de la cantidad que poseen (indicador 4). En el desarrollo del problema se fomenta el uso y acompañamiento de materiales para sus explicaciones (indicador 5) y esquemas (indicador 6).

En la figura 4.7 recogemos el número de indicadores de procesos matemáticos que se manifiestan en el problema 3. Observamos que de los 35 indicadores totales de procesos matemáticos, se manifiestan 32 en el desarrollo del problema. Hay ausencia de un indicador en el proceso de razonamiento y prueba, en el de conexiones y en el de representación.

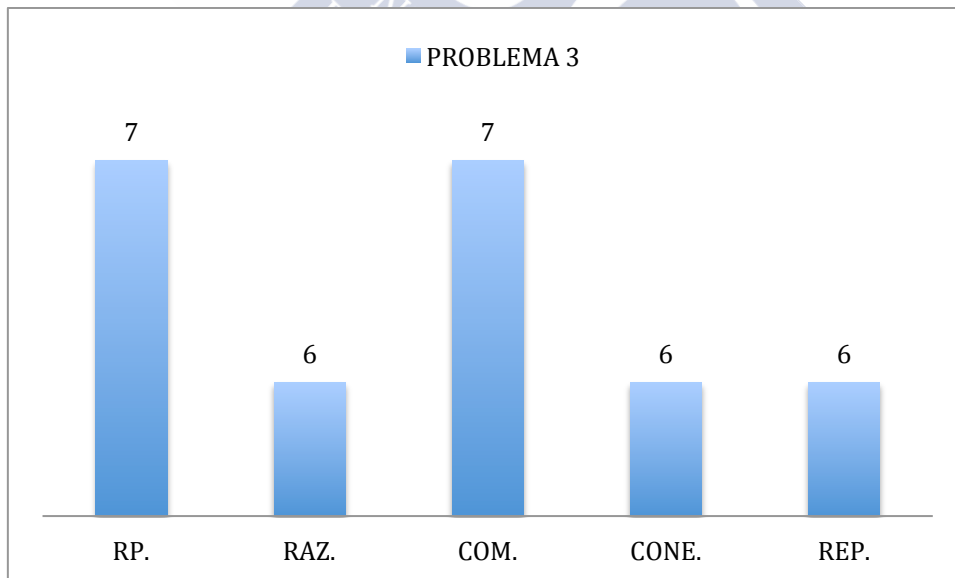


Figura 4.7: Presencia de indicadores de procesos matemáticos del problema 3.

4.3.1.1.5 Problema 4

- Material utilizado

El material utilizado por cada grupo de alumnos/as fue un litro de leche, una jarra medidora, vasos, un folio y un rotulador.

- Organización del aula

La metodología potencia un aprendizaje constructivo y fomenta las agrupaciones e interacciones con iguales. En este problema en concreto, se combina actividad en gran grupo y pequeño grupo.

Se organizan cinco pequeños grupos creados por la docente donde intenta compensar diferencias individuales (tabla IV.38).

GRUPOS	ALUMNOS/AS
KIWIS	Pedro, Candela, Dani, Álex
TRUCHAS	Pablo, Martín, Uxío, Raúl
TORTILLA ESPAÑOLA	Ana, Ariana, Martiño, Inés
MACARRONES	Icía, Sabela, Laura, Emma, Hugo
ZANAHORIAS	Xiana, Carla, Noemí, Azahar, Roque

Tabla IV.38: Componentes de pequeños grupos problema 4.

- Gestión de la actividad

El alumno desenvuelve un papel activo, donde no es un simple receptor, sino que, por el contrario, necesita actuar para construir conocimiento. Se desarrolla en una sesión.

Inicio: En asamblea la maestra presenta el problema a investigar y los alumnos opinan e intercambian puntos de vista.


Desarrollo: En pequeño grupo interactúan y manipulan material con el fin de resolver el problema.

Final: Registro en papel de la solución y puesta en común en gran grupo.

La evaluación de este problema se detalla en las siguientes tablas.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>16 de Enero 2015</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Repartir equitativamente 1 l. de leche.</i>
Tiempo analizado: <i>60 minutos</i>

Tabla IV.39: Aspectos generales del problema 4.

	Indicadores	Evidencias
Resolución de Problema	<p>1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).</p>	<p>RP1-4/00:24 Profe: <i>Repartir un litro de leite entre os membros do equipo de cociña. Canta leite ten cada cociñeiro?</i> Xiana: <i>Primero ponemos ahí un vaso, le echamos la leche y después ponemos otro al lado y le echamos la misma del otro lado.</i></p> <p>RP1-4/01:27 Profe: <i>Cantos litros hai nun vaso de auga? Ti sabes Sabela? Dime Sabela.</i> Sabela: <i>Podemos botar os vasos na xarra un a un.</i></p>
	<p>2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).</p>	<p>No se manifiesta</p>
	<p>3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).</p>	<p>RP3-4/IM1</p> 
	<p>4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).</p>	<p>RP4-4/03:30 Carla: <i>Ahora reparte en estos dos, si en este echó mucho.</i> Roque: <i>En el del medio.</i> Azahar: <i>En los de todos.</i> Roque: <i>Ahora este...</i> Azahar: <i>Ese no...</i> Profe: <i>Hai que botar máis leite porque mira que ocorreu, Noemi. Roque conta.</i></p>

Resolución de Problema

5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-4/IM2



6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-4/IM3



7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-4/IM4



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.40: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problema” del problema 4.

	Indicadores	Evidencias
Razonamiento	1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	RAZ1-4/01:29 Profe: <i>Ti sabes, Sabela?</i> Sabela: <i>Podemos botar os vasos nas xarras un a un.</i> Profe: <i>Canto pon?</i> Sabela: <i>Case douscentos.</i> RAZ1-4/03:59 Profe: <i>Roque, cóntanos.</i> Roque: <i>Que en estos dos hay menos, pero igual, y en estos tres hay menos y también igual.</i>
	2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	RAZ2-4/01:27 Profe: <i>Cantos litros hai nun vaso de auga? Ti sabes Sabela? Dime, Sabela.</i> Sabela: <i>Podemos botar os vasos na xarra un a un.</i>
	3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	RAZ3-4/IM5 
	4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	No se manifiesta

Razonamiento

5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).

RAZ5-4/03:55 Profe: *Hai que botar máis leite porque mira que ocorreu, Noemi. Roque cóntanos? Roque: Que en estos dos hay menos pero igual, y en estos tres hay menos y también igual.*

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de resolución apoyándose con material concreto manipulativo).

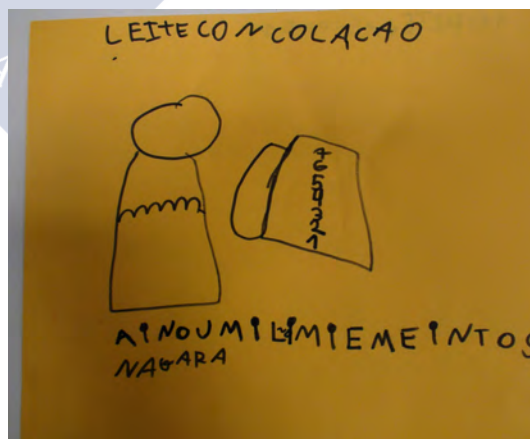
No se manifiesta

7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-4/IM6



RAZ7-4/IM7




RESULTADO

71%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

60%

Tabla IV.41: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba” del problema 4.

	Indicadores	Evidencias
Comunicación	1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).	COM1-4/IM2 
	2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	COM2-4/04:08 Martín: <i>Hechamos un litro más y ya?</i>
	3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	COM3-4/00:19 Profe: <i>Colle a xarra e mira.</i> Sabela: <i>Casi douscentos.</i> Profe: <i>Cantos?</i> Sabela: <i>Casi douscentos.</i>
	4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	COM4-4/03:59 Profe: <i>Roque, cóntanos, que ocorre?</i> Roque: <i>Que en estos dos hay menos, pero igual, y en estos tres hay menos y también igual.</i>

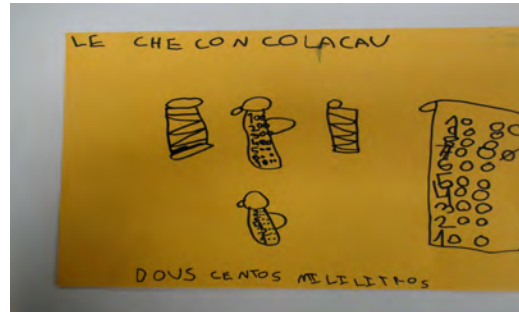
Comunicación

5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).

COM5-3/IM8



COM5-3/IM9



6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).

No se manifiesta

7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).

COM7-4/00:24 Profe: *Repartir un litro de leite entre os membros do equipo de cociña. Canta leite ten cada cociñeiro?* Xiana: *Primero ponemos ahí un vaso, le echamos la leche y después ponemos otro al lado y le echamos la misma del otro lado.*

COM7-4/01:27 Profe: *Cantos litros hai nun vaso de auga? Ti sabes Sabela?* Dime. Sabela: *Botamos os vasos un a un.*



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

80%

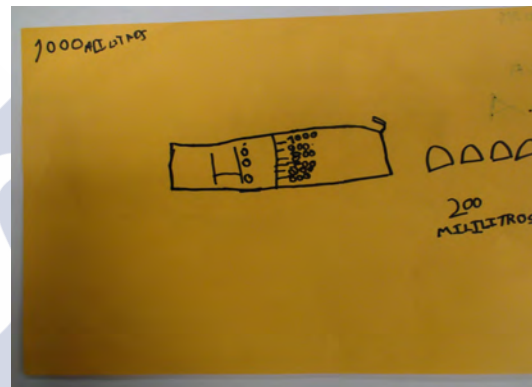
Tabla IV.42: Indicadores del proceso matemático "Comunicación" del problema 4.

	Indicadores	Evidencias
Conexión	1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	CONE1-4/IM10 
	2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	CONE2-4/IM11 
	3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	No se manifiesta
	4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	No se manifiesta
	5. Relaciona las matemáticas con la expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	No se manifiesta

6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal). No se manifiesta

Conexión

7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida). CONE7-4/IM12



RESULTADO	42%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.43: Indicadores del proceso matemático “conexiones” del problema 4.

Representación

Indicadores

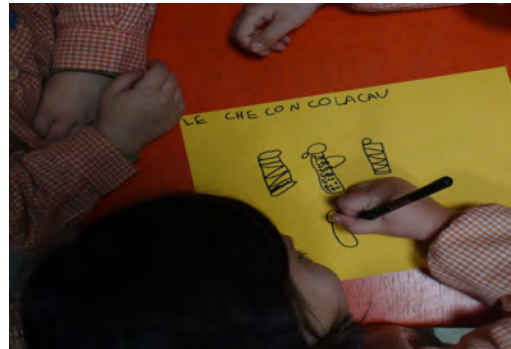
1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).

2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).

3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).

Evidencias

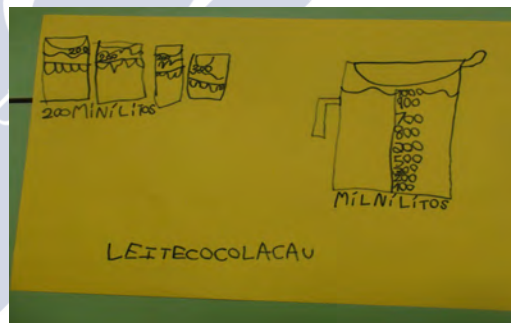
REP1-4/IM13



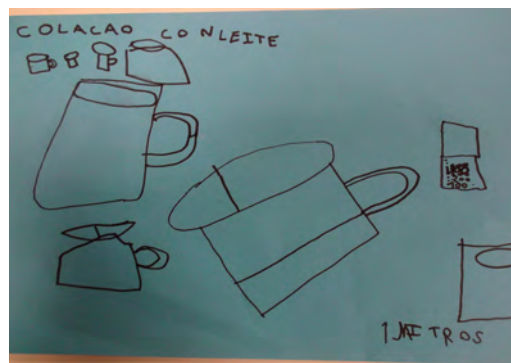
REP2-4/IM14



REP3-4/IM15



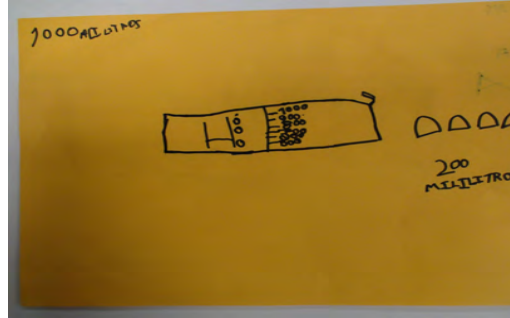
REP3-4/IM16



Representación

4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).

REP4-4/IM12



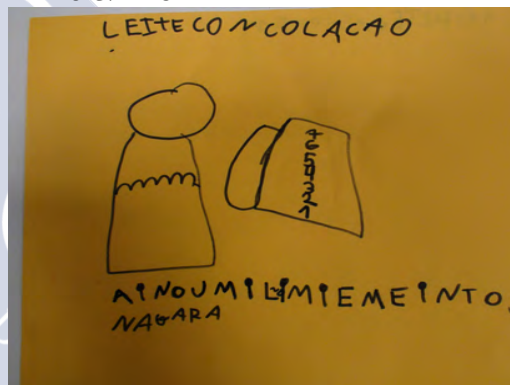
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).

REP5-4/IM17



6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).

REP6-3/IM8



7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).

No se manifiesta

RESULTADO	85%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Tabla IV.44: Indicadores del proceso matemático “Representación” del problema 4.

Las tablas recién expuestas ponen de manifiesto la presencia de los procesos matemáticos en el problema 4.

El proceso de resolución de problemas aparece reflejado en casi todos los indicadores. El problema comienza con una pregunta clave por parte de la maestra (indicador 1), la cual está relacionada con la merienda de la jornada (indicador 3). El diálogo, reflexión, comunicación se mantiene a lo largo de todo el proceso de resolución (indicador 4), que atiende a características individuales y permite el respeto de diferentes ritmos (indicador 5). La leche, los vasos, la jarra medidora... permiten observar el problema de distintos modos y poder apoyar sus respuestas (indicador 6 y 7).

Con respecto al proceso de razonamiento y prueba, la docente pregunta a todos su alumnos, interactuando e intercambiando opiniones y conocimientos (indicadores 1 y 2) y promoviendo la justificación de sus creencias (indicadores 1, 2, 3 y 5), apoyándose en diferentes materiales, agua y leche entre otros, y permitiendo descubrir soluciones (indicador 7).

El proceso de comunicación se observa de forma explícita en casi todos los indicadores. Los niños dialogan (indicador 1), y a través de sus intercambios matemáticos orales y escritos (indicador 3 y 5) explican (indicador 4) y transmiten conocimientos (indicador 2). El docente guía a través de preguntas (indicador 7), no imparte una clase magistral en ningún momento del proceso de resolución del problema.

La presencia del proceso matemático de conexión se manifiesta en 3 indicadores. La maestra propone repartir, las manipulaciones con los vasos, la jarra y la leche y agua (indicador 1). A través del problema se conecta el número con la medida (indicador 2) y el problema es real, forma parte de un contexto real, cotidiano y diario en los niños (indicador 7).

La representación se manifiesta cuando la docente propone registrar a los alumnos sus resultados (indicador 1), respetando diferencias individuales, por lo que algunas son más pictóricas y se apoyan en dibujos, jarras y vasos (indicador 3) y/o materiales (indicador 5), otras concretas (indicador 2), simbólicas (indicador 4) y ejemplificadoras del resultado (indicador 6).

En la figura 4.8 se presentan el número de indicadores de procesos matemáticos que se manifiestan en el desarrollo problema 4.

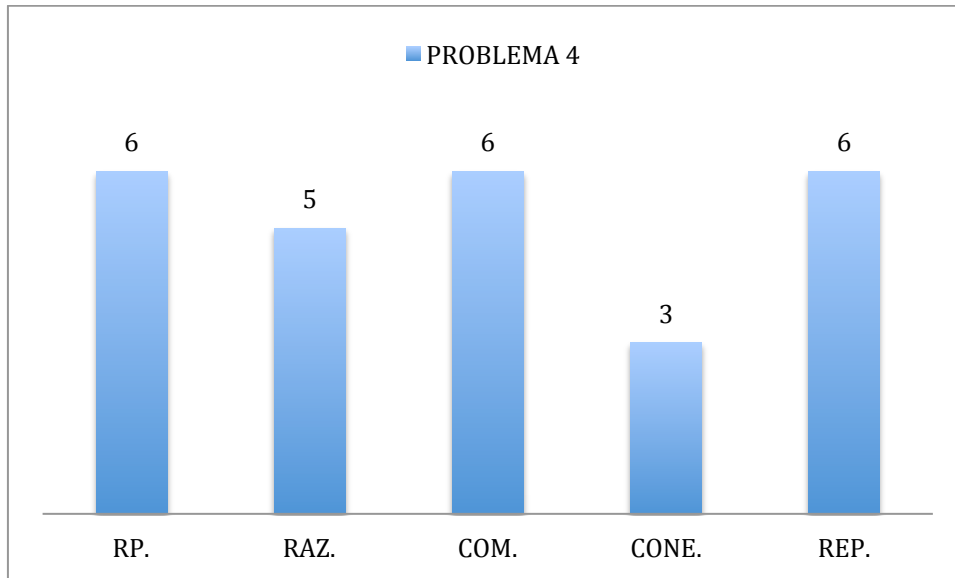


Figura 4.8: Presencia de indicadores de procesos matemáticos en el problema 4.

Observamos que todos los procesos se manifiestan en el problema 4, siendo los procesos de resolución de problemas, comunicación y representación los que más se manifiestan, y los procesos de razonamiento y prueba, y el de conexiones los que menos con 5 y 3 indicadores evidenciados respectivamente.

4.3.1.1.6 Problema 5

- Material utilizado

El material utilizado por cada grupo de alumnos/as fue una tableta de chocolate, una calculadora, un folio y un rotulador.

- Organización del aula

Se combinan diferentes tipos de agrupamientos, potenciando un aprendizaje constructivo a lo largo de la resolución de la situación problema planteada. En este problema en concreto, se combina actividad en gran grupo y pequeño grupo.

La maestra organiza cinco grupo distintos (tabla IV.45).

GRUPOS	ALUMNOS/AS
KIWIS	Roque, Dani, Uxío
TRUCHAS	Ana, Álex, Pablo, Pedro
TORTILLA ESPAÑOLA	Xiana, Noemí, Emma,
MACARRONES	Hugo, Raúl, Candela, Laura
ZANAHORIAS	Azahar, Inés, Sabela, Martiño

Tabla IV.45: Componentes de pequeños grupos problema 5.

- Gestión de la actividad

El maestro guía el proceso que se desarrolla a continuación.

Sesión:

Inicio: En gran grupo se plantea la pregunta la cual pone en marcha al alumnado.


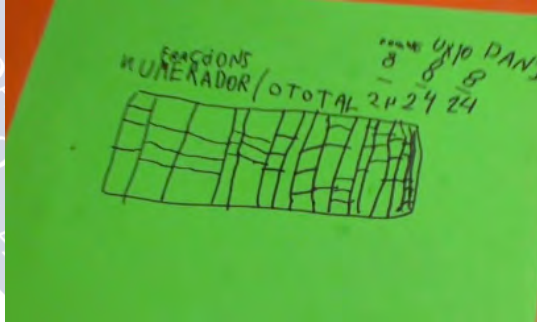
Desarrollo: En pequeño grupo el alumnado trata de dar respuesta al problema.

Final: Registro de soluciones y puesta en común de la solución.

La evaluación del problema 5 se recoge a continuación.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>29 de Enero de 2015</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Contar y repartir onzas de chocolate.</i>
Tiempo analizado: <i>60 minutos</i>

Tabla IV.46 . Aspectos generales del problema 5.

	Indicadores	Evidencias
Resolución de Problema	1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).	<p>RP1-5/00:15 Profe: <i>Temos para merendar unha tableta de chocolate, cantas onzas ten en total? Repartir, non ten que ser equitativamente, as onzas entre os membros do equipo, que porción de chocolate ten cada cociñeiro?</i></p>
	2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).	<p>RP2-5/IM1</p> 
	3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).	<p>RP2-5/IM2</p> 
		<p>RP3-5/00:15 Profe: <i>Temos para merendar unha tableta de chocolate.</i></p>

Resolución de Problema

4.Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral.

RP4-5/04:40 Hugo: *10. Profe: Dez, e ti cantos?* Candela: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.* Profe: *E ti, Laura?* Laura: *4.* Profe: *E ti, Raúl?* Raúl: *Eu 2, pero quería 5.* Hugo *ten máis que nós.* Profe: *Ah... e cantos te faltan para ter 5, Raúl?*

5.Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-5/IM3



6.Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-5/IM4



7.Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-5/IM5



RESULTADO

100%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

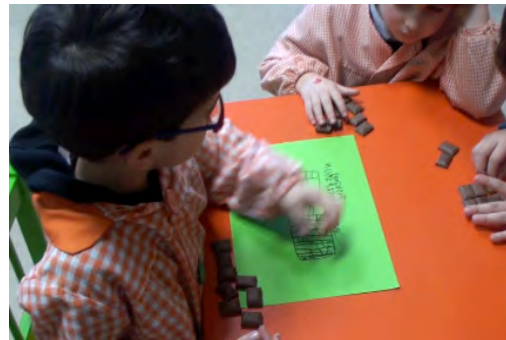
70%

Tabla IV.47: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problema” del problema 5.

	Indicadores	Evidencias
Razonamiento	1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	RAZ1-5/01:14 Profe: <i>E cantas liñas Roque? Roque: Líneas 3. Profe: Tres liñas? Catro en cada liña. En cada liña hai catro?</i>
	2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	RAZ2-5/01:56 Hugo: <i>1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4,...</i> Profe: <i>Vale, tes 4 filas... e cantas columns?</i> Candela: <i>24.</i> Profe: <i>24 onzas e 4 filas e en cantas columns?</i> Hugo: <i>6.</i>
	3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	No se manifiesta
	4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)	No se manifiesta
	5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	RAZ5-5/03:40 Uxío: <i>A ver... vamos a contar antes, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8!</i> Roque: <i>Yo también tengo ocho.</i> Profe: <i>Ti tamén... e vós? Roque: Todos tenemos ocho.</i>

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).

RAZ6-5/IM6



RAZ6-5/IM1



7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-5/IM7






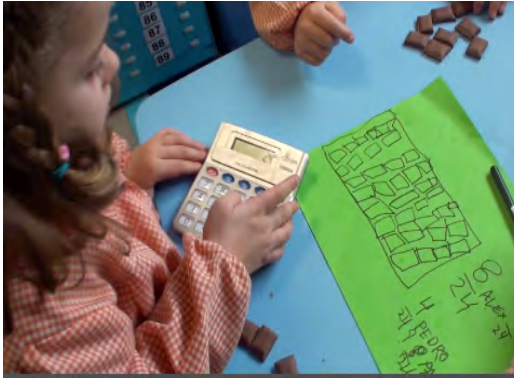
RESULTADO

71%

Porcentaje de corte del proceso matemático
(Método de Angoff)

60%

Tabla IV.48: Indicadores del proceso matemático “Razonamiento y Prueba” del problema 5.

Comunicación	Indicadores	Evidencias
	<p>1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).</p>	COM1-5/IM8
<p>2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).</p>	COM2-5/00:47 Uxío: <i>1, 2, 3, 4, ... , 23, 24.</i> Profe: <i>Cantas?</i> Nenos: <i>24.</i> Profe: <i>Si! Debuxádelo?</i> Roque: <i>Había catro en cada liña.</i>	
<p>3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).</p>	COM3-5/02:01 Profe: <i>Vale, tes 4 filas e cantas columns?</i> Candela: <i>24.</i> Profe: <i>24 onzas e 4 filas e cantas columns?</i> Hugo: <i>6.</i>	
<p>4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).</p>	COM4-5/02:48 Roque: <i>Vamos a repartir... Uno para mí, otro para ti, otro para ti, otro para mí.</i> Uxío: <i>A ver, vamos a contar.</i> Roque: <i>Ya repartimos.</i> Uxío: <i>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8!</i>	
<p>5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática)</p>	COM5-5/IM9	

6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).

COM6-5/02:01 Profe: *Vale, tes 4 filas e cantas columnas?* Candela: 24. Profe: *24 onzas e 4 filas e cantas columnas?* Hugo: 6.

7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).



No se manifiesta

RESULTADO	85%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.49: Indicadores del proceso matemático “Comunicación” del problema 5.

Indicadores	Evidencias
1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	CONE1-5/IM10 
2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	CONE2-5/IM11  CONE2-5/IM12 
3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	CONE3-5/CA1 Saborea as mates con chocolate. <i>Mamá Cabra</i>
4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	No se manifiesta

Conexiones

Conexiones	<p>5. Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).</p>	<p>No se manifiesta</p>
	<p>6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).</p>	<p>CONE6-5/IM13</p> 
	<p>7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).</p>	<p>CONE7-5/IM14</p> 

RESULTADO	71%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.50: Indicadores del proceso matemático “Conexiones” del Problema 5.

Indicadores

1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).

Evidencias

REP1-5/IM15



2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).

REP2-5/IM16



3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).

REP3-5/IM17



Representación

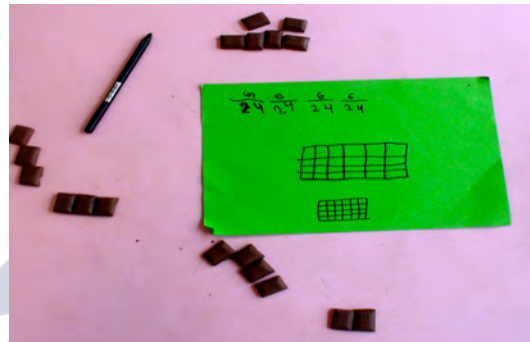
4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).

REP4-5/IM4



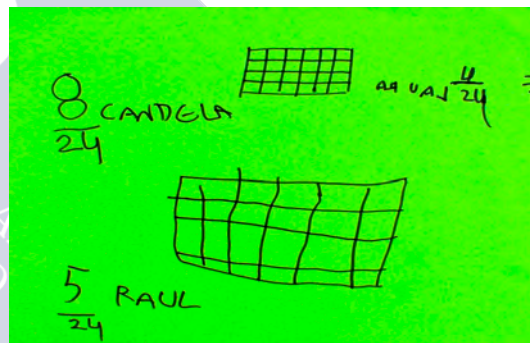
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).

REP5-5/IM18



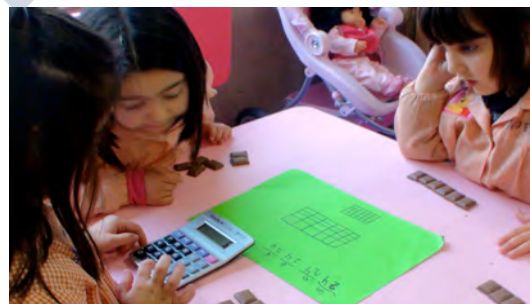
6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).

REP6-5/IM19



7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).

REP7-5/IM5



RESULTADO

100%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.51: Indicadores del proceso matemático "Representación" del problema 5.

Las tablas anteriores muestran la presencia de los procesos matemáticos en el problema 5.

El proceso de resolución de problemas está presente en todos los indicadores en el desarrollo de problema. La maestra en gran grupo formula una pregunta abierta (indicador 2) a sus alumnos (indicador 1), en los cuales provoca diálogo (indicador 4), curiosidad (indicador 5) por manipular (indicador 6 y 7) y resolver el problema, ya que de ello depende la merienda de la jornada (indicador 3).

En cuanto al proceso de razonamiento y prueba, este se manifiesta en 5 de 7 indicadores. La docente promueve que expliquen, razonen y justifiquen sus creencias (indicador 1, 2 y 5), no habiendo una solución única (indicador 6) para así poder dejar descubrir la solución (indicador 7).

El proceso de comunicación se observa, ya que en todo momento se tiene en cuenta las opiniones matemáticas (indicador 4) y manifestaciones de los alumnos (indicador 1 y 3), interaccionando y construyendo conocimiento (indicador 2), de forma oral, por escrito (indicador 5) y con materiales (indicador 6).

Con respecto a la conexión, sí se parte de la acción de contar, conocida por los niños (indicador 1) y se conecta las matemáticas entre sí (número, probabilidad, operaciones) y con otras disciplinas como son la música, utilizando una canción del grupo musical *Mamá Cabra* (indicador 3) en la cual la letra describe el planteamiento del problema y con la psicomotricidad (indicador 6), ya que la motricidad fina influye en el resultado del problema, es necesario no romper una onza mal, (indicador 7).

La representación se pone de manifiesto, en pequeño grupo los alumnos registran sus creencias (indicador 1), diferenciando rasgos individuales de los alumnos, a través de representaciones concretas (indicador 2), pictóricas (indicador 3), modelos ejemplificadores (indicador 6) y utilizando materiales, concretos y abstractos (onzas de chocolate y calculadora) para construir conocimiento (indicador 7) y para apoyar sus explicaciones (indicador 5).

En la siguiente figura 4.9 recogemos el número de indicadores de procesos matemáticos del problema 5.

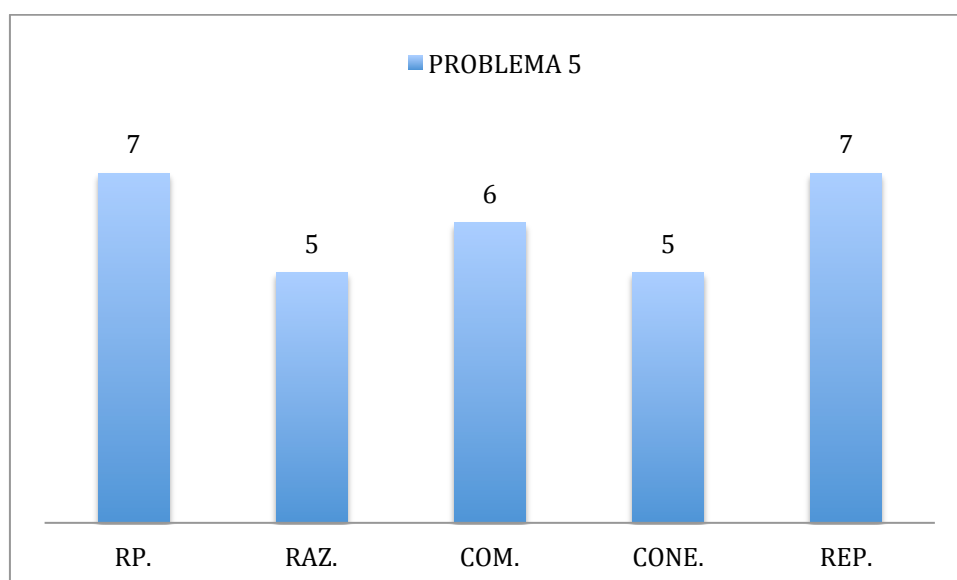


Figura 4.9: Presencia de indicadores de procesos matemáticos del problema 5.

Observamos dos de los procesos matemáticos se manifiestan en todos los indicadores, en el de resolución de Problema y en el de representación. Con respecto a los tres restantes procesos, en el de comunicación hay ausencia de un indicador y en los otros dos, razonamiento y prueba y conexiones no se manifiestan dos indicadores.

4.3.1.1.7 Problema 6

- Material utilizado

El material utilizado por cada alumno/a fue cinco galletas, una regla, una báscula un folio y un rotulador.

- Organización del aula

Se fomentan los agrupamientos en el aula e interacción entre el alumnado y/o con profesora. En este problema se combina actividad en gran grupo y el trabajo individual.

- Gestión de la actividad.

El docente delega en el alumno el papel activo, siendo el maestro un agente guía. La actividad se desarrolla en una sesión del siguiente modo:

Sesión.

Inicio: En grupo-aula la maestra plantea la pregunta objeto de investigación y a continuación presenta el material a utilizar.

Desarrollo: Cada alumno individualmente tratará de llegar a la solución tras un proceso de acción–manipulación.

Final: Registro individual de solución y puesta en común al grupo-aula.

La evaluación del problema 6 se detalla en las siguientes tablas a continuación.

Centro: <i>CEIP Sigüeiro (Oroso)</i>
Maestro: <i>María Salgado Somoza</i>
Nivel Educativo: <i>6º curso de Educación Infantil</i>
Fecha: <i>12 de Marzo 2015</i>
Descripción breve de la actividad: <i>Ordenar 5 galletas atendiendo al tamaño.</i>
Tiempo analizado: <i>60 minutos</i>

Tabla IV.52: Aspectos generales del problema 6.

Indicadores

1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).

2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).

3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).

Evidencias

RP1-6/00:13 Profe: *Colle unha galleta de cada clase. Ordea as galletas atendendo ao tamaño (menor-maior/maior-menor).*

RP2-6/IM1



RP2-6/IM2



RP2-6/IM3



4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).

No se manifiesta

5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).

RP5-6/IM4



6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).

RP6-6/IM5



7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).

RP7-6/IM6



RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

70%

Tabla IV.53: Indicadores del proceso matemático “Resolución de Problema” del problema 6.

Indicadores

Evidencias

1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).

RAZ1-6/01:50 Profe: *Cal é a máis pequena?* Carla: *Esta* (señalando a la de la primera posición). Profe: *E a máis grande?* Carla: *Esta* (señalando la más grande).

2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).

RAZ2-6/01:55 Ana: *Es que miré estas dos y son iguales.* Profe: *Ah, ti cres que hai dúas que son pequenas, que son iguais.* Ana: *Sí.* Profe: *Ah, Vale.*

3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).

RAZ3-6/IM7



4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?)

RAZ4-6/02:41 Profe: *E por que é esa a terceira máis grande?* Icíá: *Porque se lle facemos a forma redonda é a terceira.* Profe: *Ah, vale.*

5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).

RAZ5-6/01:31 Profe: *Cal é a máis pequena?* Raúl: *Esta* (señalando a la que tiene en primeiro lugar). Profe: *E a máis grande, ti cres que é...?* Raúl: *Esta* (señalando la cuarta). Profe: *E porque está aí entón se é a máis grande?*

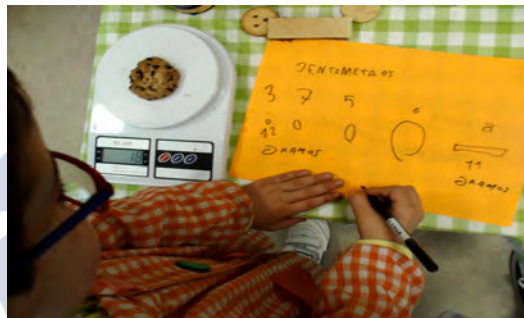
Razonamiento y Prueba

6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).

RAZ6-6/IM8

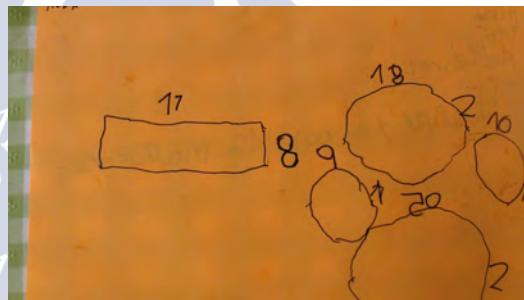


RAZ6-6/IM9



7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).

RAZ7-6/IM10



RAZ7-6/IM11





RESULTADO

85%

Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)

60%

Tabla IV.54: Indicadores del proceso matemático "Razonamiento y Prueba" del problema 6.

	Indicadores	Evidencias
Comunicación	1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generan la participación e intercambio de ideas matemáticas).	COM1-6/IM12 
	2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	No se manifiesta
	3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	COM3-6/03:14 Profe: <i>Canto pesa, Laura? Laura: 21. Profe: 21 que? Laura: Gramos.</i>
	4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	COM4-6/02:42 Profe: <i>Por que é esa a terceira máis grande? Icí: Porque se lle facemos a forma redonda...</i>
	5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).	COM5-6/IM13 

Comunicación	6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).	COM6-6/02:05 Azahar: <i>Yo creo que estas dos son iguales.</i> Profe: <i>Ah, e se son iguales como as tes que poñer? Cántame.</i>
	7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).	COM7-6/02:53 Profe: <i>E como podemos comprobalo?</i> Icíá: <i>Medindo.</i> Profe: <i>Si, pero medindo coa regla ao mellor non...</i> Icíá: <i>Coa cinta métrica?</i> Profe: <i>E se non, tamén, que podemos facer?</i> Icíá: <i>Pesar.</i>

RESULTADO	85%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.55: Indicadores del proceso matemático “Comunicación” del problema 6.

Indicadores

Evidencias

1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).

CONE1-6/IM14



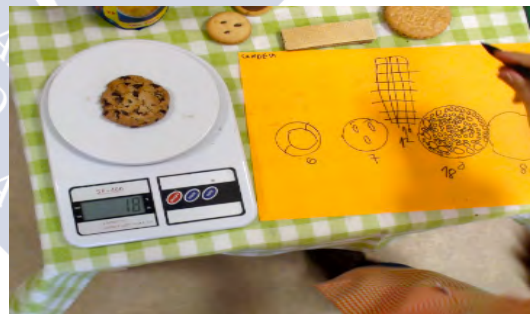
CONE1-6/IM15



Conexión

2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).

CONE2-6/IM16



CONE2-6/IM17



Conexión	3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	No se manifiesta
	4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	No se manifiesta
	5. Relaciona las matemática con las expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	No se manifiesta
	6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	No se manifiesta
	7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	CONE7-6/IM18



RESULTADO	42%
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

Tabla IV.56: Indicadores del proceso matemático “Conexiones” del problema 6.

Indicadores

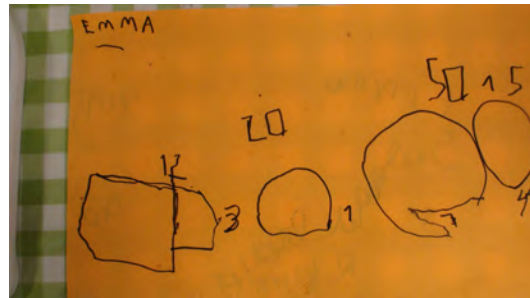
1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).

2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).

3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).

Evidencias

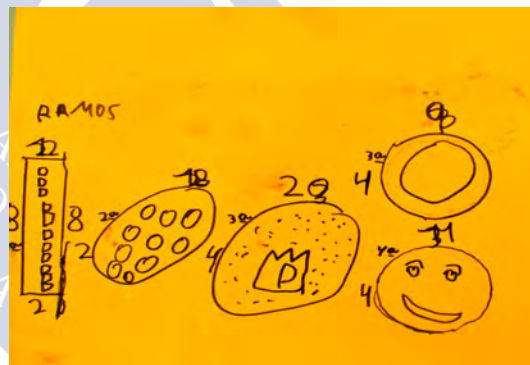
REP1-7/IM19



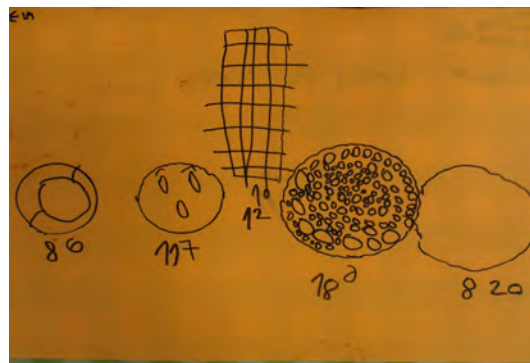
REP2-6/IM20



REP3-6/IM21



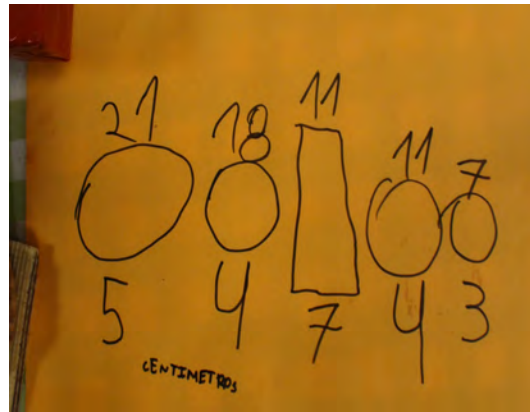
REP3-6/IM22



Representación

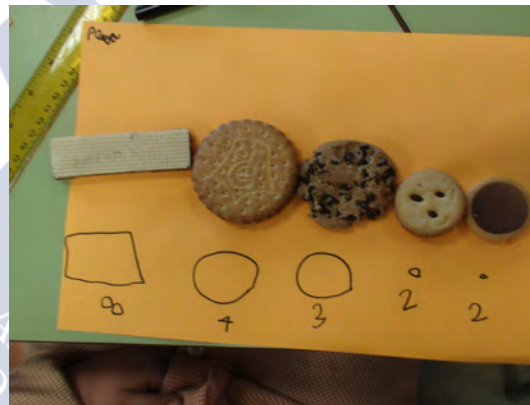
4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).

REP4-6/IM23



5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).

REP5-6/IM24



REP5-6/IM25



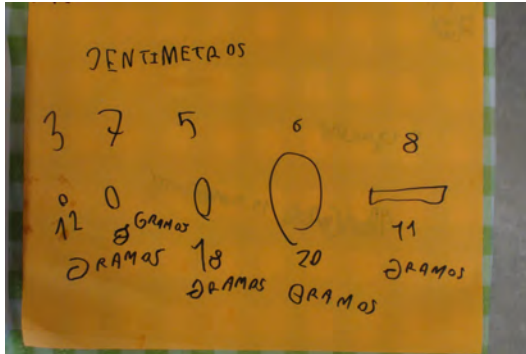
Representación	6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).	REP6-6/IM26	
	7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	No se manifiesta	
RESULTADO		85%	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)		70%	

Tabla IV.57: Indicadores del proceso matemático “Representación” del problema 6.

En las tablas anteriores se pone de manifiesto la presencia de los procesos matemáticos en el problema 6.

El proceso de resolución de problemas se observa en seis de los siete ítems. Es la maestra quien formula la pregunta (indicador 1) abierta (indicador 2) presente en el entorno (indicador 3), que provoca curiosidad (indicador 5) y una actividad en el alumnado, a partir de la manipulación de galletas, básculas, reglas... (indicador 6 y 7) para intentar buscar y alcanzar un resultado.

Con respecto al razonamiento y prueba, está presente a través de todas las preguntas de la maestra, quien genera y provoca al alumnado para que explique y justifique (indicadores 1, 3 y 4), dialogue (indicador 2), y busquen soluciones (indicador 6 y 7) generando de este modo conocimiento (indicador 5).

La presencia de comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla durante el problema 6 se evidencia en seis de los siete ítems. La maestra durante todo el desarrollo pregunta y vuelve a preguntar (indicador 7), con la finalidad de retroalimentar (indicador 6) y guiar el proceso de resolución. La actividad se desarrolla en diferentes agrupamientos, provocando diálogo (indicador 1) y participando todos los alumnos (indicador 3) e intercambiando ideas matemáticas (indicador 4 y 5).

Se observa que el problema 6 solo conecta con prácticas informales, simples manipulaciones y observaciones (indicador 1) y con otros contenidos matemáticos (número y álgebra), (indicador 2), además que el contenido es aplicable a la vida real (indicador 7).

El proceso de representación se observa en seis de los siete indicadores. En todo momento la docente promueve el registro y de sus creencias (indicador 1), siendo algunas concretas (indicador 2), otras pictóricas, realizan el dibujo de la galleta (indicador 3), otras simbólicas (indicador 4), y también las hay que ejemplifican el resultado (indicador 6).

En la siguiente figura 4.10 presentamos el número de indicadores de los procesos matemáticos que se manifiestan en el problema 6. Salvo en el proceso matemático de conexiones (tres de siete), en el resto de procesos se manifiesta ampliamente los indicadores: seis en los procesos de resolución de problemas, comunicación y representación, y todos en el proceso de razonamiento y prueba.

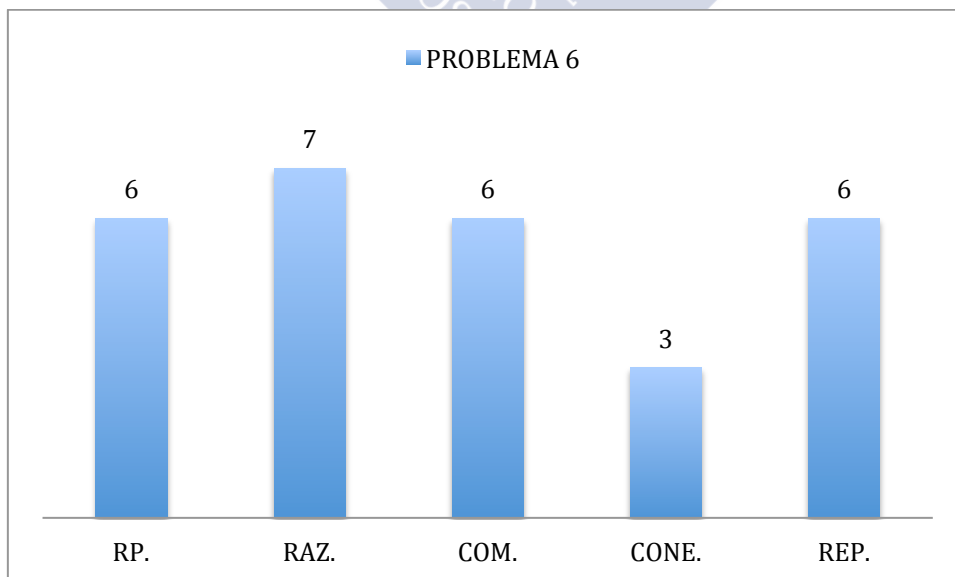


Figura 4.10: Presencia de indicadores de procesos matemáticos de el problema 6.

En la figura 4.11 recogemos a modo resumen, los porcentajes de presencia-ausencia de indicadores de procesos matemáticos de todos los problemas de la fase 3.

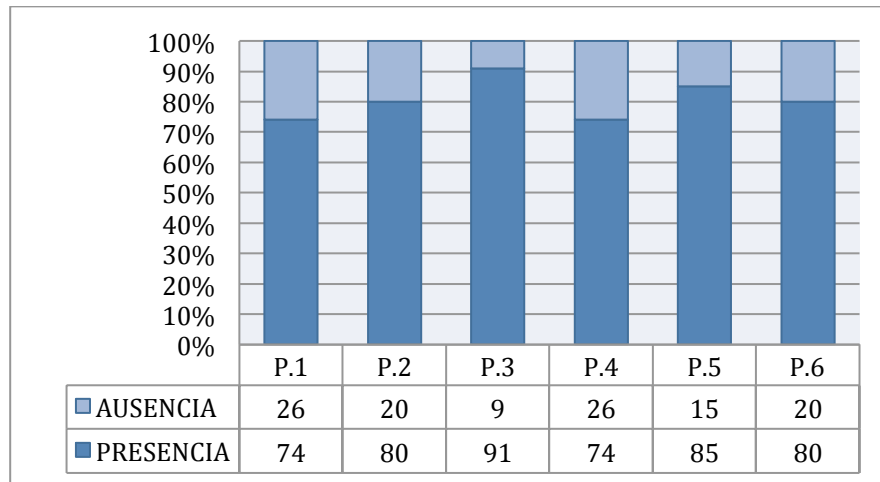


Figura 4.11: Presencia de indicadores de procesos matemáticos en los Problemas de la Fase3.

Observamos que en todos los problemas se manifiestan un amplio número de indicadores de procesos matemáticos, siendo mayor o igual 74%. En el tercer problema es en el que más ítems se evidencian, y en el primero y el cuarto en los que menos. Destacar que las diferencias son poco significativas, y principalmente se deben al proceso de conexión, el que tiene menor presencia.

4.3.2 Competencia matemática básica de los alumnos

A todos los alumnos se le realiza una evaluación en junio 2015, después de haberse implementado la metodología realista y el aprendizaje basado en problemas.

Los resultados de cada alumno se recogieron individualmente y se valoraron.

Las respuestas de los ítems se categorizan del siguiente modo:

- 0: respuesta incorrecta.
- 1: respuesta correcta.

Todas las entrevistas fueron recogidas en la hoja registro por la investigadora.

En la tabla IV.58 se recogen los resultados del alumnado en cada elemento.

ELEMENTOS DEL TEMA 3										
ALUMNOS	PUNTUACIÓN DIRECTA (P.D.)	ICM	PENSAMIENTO INFORMAL				PENSAMIENTO FORMAL			
			Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS				Nº DE RESPUESTAS CORRECTAS			
			1 NUM.	2 COMP.	3 CÁLC.	4 CONC.	1 CONVE	2H.NUM	3CÁLC	4 CONC
Ao1	25	99	12	2	4	2	4	0	0	1
Aa2	25	88	14	3	3	2	2	0	0	1
Ao3	47	132	22	5	5	4	7	3	0	1
Ao4	29	96	14	3	4	2	4	1	0	1
Ao5	31	100	16	4	4	2	4	0	0	1
Ao6	39	116	18	4	4	3	5	3	0	1
Aa7	27	104	13	3	4	2	4	0	0	1
Aa8	32	102	16	3	4	2	5	1	0	1
Aa9	43	124	20	3	5	3	7	3	1	1
Aa10	42	109	20	3	5	2	7	2	2	1
Aa11	28	87	14	3	4	2	4	0	0	1
Aa12	42	109	22	3	3	3	7	1	2	1
Ao13	31	132	15	3	4	2	5	1	0	1
Ao14	23	93	14	2	1	2	3	0	0	1
Aa15	25	99	15	1	2	1	5	0	0	1
Ao16	24	108	13	2	3	2	3	0	0	1
Aa17	34	142	20	2	4	2	5	0	0	1
Aa18	31	92	18	4	4	2	2	0	0	1
Aa19	33	104	17	3	5	2	3	1	0	1
Ao20	23	93	13	3	1	2	3	0	0	1

Tabla IV.58: Resultados individuales de cada alumno (fase 3) del TEMA-3.

El código utilizado para los alumnos/as es el siguiente: se conserva el orden alfabético de aula, Ao (alumno), Aa (alumna).

A continuación en la tabla IV.59 se cuantifican los ítems del TEMA3.

ENTREVISTA (ITEMS)	Nº ALUMNOS/AS QUE DAN RESPUESTA CORRECTA	
1. Percepción de más.	20	P.I.
2. Mostrar dedos: 1,2, muchos.	20	
3. Numeración intuitiva.	20	
4. Contar de uno en uno: de 1 a 5.	20	
5. Producción no verbal: de 1 a 4.	20	
6. Enumeración: de 1 a 5.	20	
7. Regla de cardinalidad.	20	
8. Suma y resta no verbal con objetos.	20	
9. Contar de uno en uno: de 1 a 10.	20	
10. Mostrar dedos: hasta 5.	20	
11. Constancia numérica.	19	
12. Formar conjuntos: hasta 5 elementos. N.	20	
13. Número siguiente: de 1 a 9.	20	
14. Lectura de dígitos.	20	P.F.
15. Representación escrita.	20	P.F.
16. Comparación numérica: de 1 a 5.	18	P.I.
17. Comparación numérica: de 5 a 10.	17	
18. Escritura de dígitos.	0	P.F.
19. Problemas sumas con objetos.	16	P.I.
20. Contar en voz alta, hasta 21.	17	
21. Número siguiente, dos cifras.	13	

22. Enumeración: de 6 a 10 elementos.	17	
23. Problemas de sumas con modelo.	16	
24. Adición mental: sumas de 5 a 9.	15	
25. Contar hacia atrás: desde 10.	17	
26. Línea numérica mental.	4	
27. Producir conjuntos: 19 elementos.	16	P.I.
28. Lectura de números de 2 cifras: del 10 al 19.	15	P.F.
29. Contar en voz alta: hasta 42.	13	P.I.
30. Lectura de números: dos cifras.	12	P.F.
31. Escritura de números: dos cifras.	13	
32. N° siguiente: transición de decena –hasta 50-	13	P.I.
33. Contar de 10 en 10: hasta 90.	7	
34. Contar a partir del sumando mayor.	6	
35. Línea numérica mental: números de 2 cifras.	2	
36. Hechos numéricos de resta: N-N y N-1.	5	P.F.
37. Contar hacia atrás: desde 20.	11	P.I.
38. Número siguiente: dos cifras con transición de decena hasta 90.	7	
39. Reparto equivalente con objetos.	1	
40. Enumeración: de 11 a 20.	9	
41. Contar de 10 en 10: de 100 a 190.	3	
42. Lectura de números: tres cifras.	4	P.F.
43. Escritura de números: de tres cifras.	4	

44. Exactitud en la suma escrita: sumandos de dos cifras sin llevadas.	3	P.I.
45. Número siguiente. A partir de 100.	4	
46. Concepto partes-todo.	4	
47. Hechos numéricos de suma: hasta 9.	3	P.F.
48. Hechos numéricos: $N \times 1$ y $N \times 0$	1	
49. Sumas y restas escritas. Procedimiento: alineación.	2	
50. Hechos numéricos de resta: $2N - N = N$	3	
51. Hechos numéricos: sumas de 10 y dobles pequeños.	3	

Tabla IV.59. Cuantificación de los resultados de cada ítem del TEMA-3

La Tabla IV.60 recoge la cuantificación del índice de competencia matemática.

ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)								TOTAL N° ALUMNOS/AS
MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130		
N° ALUMNOS	0	0	2	13	1	1	3	20

Tabla IV.60. Resultados del índice de competencia matemática del alumnado (fase 3).

La tabla IV.61 recoge la cuantificación del ICM atendiendo a la variable del sexo.

	ÍNDICE DE COMPETENCIA MATEMÁTICA (ICM)							Nº TOTAL
	MUY POBRE <70	POBRE 70-79	POR DEBAJO DE LA MEDIA 80-89	MEDIO 90-110	POR ENCIMA DE LA MEDIA 111-120	SUPERIOR 121-130	MUY SUPERIOR >130	
Nº NIÑAS	0	0	2	7	0	1	1	11
Nº NIÑOS	0	0	0	6	1	0	2	9

Tabla IV.61: Resultados del ICM atendiendo a la variable del sexo. Alumnado fase 3.

En base a las respuestas individuales de cada alumno que se describen en la tabla IV.58, destacar que hay tres alumnos que tienen el techo por encima de lo esperado de acuerdo a su edad, y que todos tienen el suelo de acuerdo a su edad.

En la edad de 5 años, hay un mayor número de ítems en relación al pensamiento informal frente al pensamiento formal. Los ítems correspondientes a la edad de 5 años los resuelven la mayor parte de los alumnos y los que están en tramos superiores, son resueltos por menos alumnos.

Observando la Tabla IV.59, podemos observar que la totalidad de los alumnos responden correctamente los 20 primeros ítems, casi todos ellos relacionados con el pensamiento informal. Los ítems del 21 al 30 son respondidos correctamente por más de la mitad de los niños/as. A partir del ítem 30 se va reduciendo el número de alumnos que realizan bien las tareas, hasta llegar al ítem 51, último ítem que responden correctamente tres alumnos.

Analizando la Tabla IV.60, los resultados indican que la mayor parte del alumnado se

ubican en la media y por encima de esta, y solamente dos alumnas por debajo de la media, no habiendo nadie con un índice pobre ni muy pobre. Por otro lado, señalar que tres alumnos poseen un índice de competencia matemática muy superior a lo esperado.

En base a la tabla IV.61, que relaciona los resultados de ICM con la variable sexo, se observan pocas diferencias significativas, el género que está por debajo de la media es femenino, y la muestra se reparte equilibradamente atendiendo al género en el resto de los casos, no es una variable que denote casos significativos a destacar.



CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

5.1 RECORDANDO EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Como se expone en el capítulo 1, el problema de investigación que se aborda en este estudio parte de la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué aspectos de una buena práctica docente contribuyen a la adquisición de la competencia matemática en Educación Infantil?*

A partir de esta pregunta de investigación se diseña un estudio en tres fases y para cada una se propusieron distintos objetivos:

Fase 1. Estudio previo.

1.1 Realizar un estudio de las matemáticas de los libros de texto de método globalizado en Educación Infantil.

Fase 2: Estudio piloto.

2.1 Diseñar buenas prácticas matemáticas a partir del trabajo por proyectos.

2.2 Analizar los beneficios y limitaciones de estas prácticas.

2.3 Evaluar la competencia matemática básica de los alumnos.

Fase 3: Estudio experimental.

3.1 Incorporar mejoras en las buenas prácticas matemáticas en el marco de la Educación Matemática Realista y la metodología ABP.

3.2 Analizar y caracterizar la práctica del profesor en este marco referencial.

3.3 Evaluar la competencia matemática básica de los alumnos.

Para sentar las bases teóricas de nuestro estudio se partió de una revisión de las principales referencias curriculares, así como de conceptos clave de competencia matemática y procesos matemáticos. Se incluyó un estudio sobre metodologías activas de enseñanza-aprendizaje en los que hemos destacado el trabajo por proyectos y el ABP desde el enfoque de la EMR.

El estudio empírico se llevó a cabo en tres fases. En la primera evaluamos el tratamiento de contenidos matemáticos curriculares, en particular “la presencia del número”, en los libros de texto de la etapa de Educación Infantil. En la segunda fase se analizó la potencialidad del trabajo por proyectos, metodología utilizada por la investigadora como docente, en lo que respecta a la competencia matemática. El análisis de beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo, nos emplazó al diseño de prácticas matemáticas de enseñanza aprendizaje basadas en la EMR y ABP, lo que constituyó la tercera fase de este estudio.

Para evaluar “la presencia del número” en los libros de texto se diseñó un instrumento de evaluación (Salgado, 2008). Con respecto al índice competencial de las prácticas docentes, se utilizaron dos instrumentos, uno para la evaluación de los proyectos de trabajo de la fase 2 (CREAMAT, 2009) y otro de evaluación de la presencia de los procesos matemáticos (Coronata, 2014) para los problemas diseñados en la fase 3.

Partiendo de la hipótesis de que los libros de texto no dan respuestas a las demandas curriculares en lo referente a las matemáticas, comenzamos evaluando el tratamiento de contenidos matemáticos curriculares de la etapa de Educación Infantil en dichos textos. Este estudio previo justifica la necesidad de diseñar nuevas prácticas. Se recurrió para esto a la metodología de proyectos de trabajo por ser la empleada por la autora en el ejercicio de su práctica profesional, con el fin de analizar su potencialidad en lo que respecta a la competencia matemática. El análisis

de beneficios y limitaciones de los proyectos de trabajo nos emplazó al diseño de prácticas matemáticas de enseñanza aprendizaje basadas en la *Educación Matemática Realista (EMR)* y en el *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)*, lo que permite una planificación más exhaustiva del desarrollo de la actividad, y por lo tanto una mejor gestión y consecuente aprovechamiento de la misma.

Por otra parte, para evaluar el índice de competencia matemática de los alumnos se utilizó el TEMA-3.

5.2 CONCLUSIONES

A continuación valoramos el grado en que se han alcanzado los objetivos planteados, para lo que los abordaremos de separadamente en cada una de las fases.

5.2.1 Conclusiones Fase 1

Detallamos en este apartado el grado y modo en que se cumple el objetivo 1.1 de la primera fase relativo al análisis de libros de texto.

Del análisis de los libros de texto seleccionados (SM, XERAIS, EDELVIVES) se concluye que:

El número se trata en todos los capítulos de los textos analizados, a excepción de SM y XERAIS que en 4º curso comienzan a tratarlo a partir del capítulo 3 y 2 respectivamente.

Las propuestas de actividad se consideran escasas, aumentando en los últimos cursos con respecto a 4º y habiendo mayor presencia en SM y XERAIS con respecto a EDELVIVES.

No se tratan todos los contenidos conceptuales reflejado en el currículo y la incidencia de los procedimentales es más escasa, reduciéndose la mayor parte de los procesos a identificar y realizar graffías y asociar cantidades a graffías, promoviendo de este modo el conocimiento físico y social de número.

La actividad propuesta fomenta la consolidación de contenidos formalmente introducidos y no promueven la adquisición del conocimiento lógico-matemático; se fomenta el conocimiento físico y social (Kamii,1995). En el libro de texto, escasean

actividades que establezcan relaciones y permitan abstraer e interiorizar el conocimiento matemático.

Las propuestas no están de acuerdo con orientaciones metodológicas y de intervención del currículo. El alumno es un simple receptor, repetidor de destrezas, no un sujeto activo en la construcción del conocimiento matemático.

La metodología se basa principalmente en aprendizajes memorísticos y de repetición, siendo el profesor quien determina los procesos a seguir para la resolución y ejecución de las actividades.

Para la resolución de las actividades no es necesario la utilización de recursos y materiales (incluidas las TICs).

5.2.2 Conclusiones Fase 2

En este apartado se describe el grado y modo en que se cumplen los objetivos de la segunda fase, relativos a los proyectos de trabajo en referencia a dos niveles:

Nivel 1: Para dar respuesta a los objetivos 2.1 y 2.2 se analiza la presencia de indicadores competenciales en los proyectos de trabajo puestos en práctica en la fase 2 por la docente que es la propia investigadora.

En el seno del CREAMAT (2009) se han identificado indicadores competenciales que deberían estar presentes en una buena práctica docente: de planificación (P.1, P.2, P.3, P.4 y P.5) y de gestión (G.1, G.2, G.3, G.4 y G.5). La presencia o ausencia de estos indicadores se ha analizado en el capítulo 4. La identificación de presencia y ausencia de indicadores de los procesos ha ayudado a analizar los beneficios y limitaciones de la práctica docente desarrollada.

En todos los proyectos de trabajo se observa la presencia de indicadores competenciales, siendo proyecto 1 el que manifiesta mayor índice, en un 80% y proyecto 2 y proyecto 3 los que presentan menos, un 50% y 40% respectivamente.

Con referencia a la presencia de indicadores, los proyectos de trabajo ponen de manifiesto que son prácticas que permiten interrelacionar conocimientos entre sí al igual que con otras disciplinas (P.3). Por otro lado, posibilitan interacciones entre iguales (G.3) en el desarrollo de dichos procesos.

Los tres proyectos de trabajo analizados representan realmente actividades cerradas dentro de un proyecto, guiadas por la docente, que imposibilitaron la incorporación de todas las aportaciones del alumnado y su puntos de vista (P.4), al igual que la puesta en común y justificación de resultados, puesto que fueron anticipados por la docente (G.4).

Por último, se observa la ausencia de tres indicadores (P.1, G.1 y G.2) en dos de las tres prácticas analizadas. El carácter cerrado de las cuestiones, no permitió a los alumnos tomar decisiones y actuar autónomamente, al igual que impidió que la práctica educativa fuese gestionada por medio de preguntas.

Nivel 2: Para dar respuesta al objetivo 2.3 se evalúa el índice de competencia matemática a los participantes en la fase 2.

Para evaluar el índice de competencia matemática básica se ha utilizado el TEMA-3. Se han realizado dos evaluaciones a cada uno de los 20 alumnos de la muestra, habiendo implantado una metodología basada en proyectos de trabajo entre ambas pruebas.

En particular, con respecto a la evaluación inicial y final de los alumnos, se observa un descenso en sus resultados. Los resultados de los alumnos en 5º curso (4 años) en el pre-test fueron muy altos, resultando con un índice inferior a la media solamente 2 alumnos, frente al pos-test que se realizó en 6º curso (5 años) en que 8 alumnos manifestaron un resultado menor que la media. Creemos que es debido por un lado, a que en los indicadores de la prueba correspondientes a la edad de 4 y 5 años predominan los ítems relacionados con el pensamiento informal, frente a los indicadores de 6 años donde aumentan el número de indicadores formales. Por otro lado, la práctica docente implementada favorece la adquisición de habilidades frente a conceptos.

Destacar que en todos los tramos los resultados de competencia medios y superiores sufren descenso, mientras que los inferiores incrementa la frecuencia. Aún así el 60% de los alumnos al finalizar la etapa de Educación Infantil, tienen un índice igual o superior a la media establecida por la prueba, siendo las niñas las que obtienen mejores resultados.

5.2.3 Conclusiones Fase 3

En este apartado se describe el grado y modo en que se cumplen los objetivos de la tercera fase, relativos a los problemas desde el enfoque de la EMR y el ABP en referencia a dos niveles:

Nivel 1: Para dar respuesta a los objetivos 3.1 y 3.2 se analiza la presencia de procesos matemáticos en los problemas diseñados y puestos en práctica en la fase 3.

En el contexto de la EMR se han identificado los procesos matemáticos que deberían estar presentes en una buena práctica docente a través del instrumento de evaluación de Coronata (2014). En dicho instrumento se identifican siete indicadores competenciales para cada uno de los procesos matemáticos definidos por la NCTM (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación).

Todos los problemas manifiestan un amplio número de indicadores de procesos matemáticos, siendo igual o mayor en porcentaje a un 74%. En el tercer problema es en el que se evidencian un mayor número de indicadores (91%), y en el primero y el cuarto en los que menos (74% en ambos casos).

Con respecto a los procesos matemáticos, todos se manifiestan en un alto porcentaje en los seis problemas, sin diferencias significativas, salvo en el proceso de conexiones, en el que se evidencia la menor presencia. Este hecho se debe a que en la planificación de los problemas se potenció la interacción de contenidos matemáticos entre sí, pero no con otras disciplinas, lo que no permitió obtener mejores resultados en el proceso matemático de conexiones por manifestarse muchos indicadores relacionados con otras áreas.

En el resto de procesos matemáticos los resultados alcanzados fueron altos, debido a que todos los problemas son prácticas contextualizadas en la vida cotidiana, donde a través de preguntas de la docente e interacciones del grupo se guiaba el proceso de resolución del problema. No faltó material concreto específico para cada uno de los problemas en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, y en todo momento, se invita a alumnado a opinar, interactuar, comprobar... y registrar y comunicar sus conclusiones con un lenguaje matemático lo más preciso posible.

Nivel 2: Para dar respuesta al objetivo 3.3 se evalúa el índice de competencia matemática a los participantes en la fase 3.

Para evaluar el índice de competencia matemática básica bajo el enfoque de la EMR y la metodología ABP se ha utilizado el TEMA-3. Se ha realizado una evaluación final a cada uno de los 20 alumnos de la muestra, habiendo implantado previamente una metodología basada en problemas en el marco de la matemática realista.

En particular, esta evaluación final de los alumnos, nos muestra con respecto al índice de competencia matemática al finalizar la etapa de Educación Infantil.

En esta fase solamente se realizó una evaluación final, con el fin de constatar unos resultados descritos en el test y de observar su relación con la metodología descrita en la fase, objeto de estudio, y poder establecer o no alguna relación con los datos obtenidos en la fase 2.

Los resultados de los alumnos sobre su índice de competencia matemática no son muy buenos, con respecto a problemas que resuelven y estrategias que utilizan durante la resolución de los problemas planteados en esta fase 3. Creemos, como señalábamos en las conclusiones relacionados con el objetivo 2.3 que esto responde al tipo de conocimientos que evalúa el test y que es necesario conocer y ser instruidos con anterioridad para destacar en la edad de 6 años, tramo en el que se encuentran muchos de los alumnos evaluados en junio 2015, estando realizando el tercer curso del segundo ciclo de educación infantil. Observamos que la mayoría del alumnado nacido a final de año, que en el momento de la evaluación tenía 5 años, se corresponde con los mejores resultados. Consideramos que el hecho de que el instrumento de evaluación empleado tenga en cuenta edades y meses es un factor que juega en desventaja, ya que sí estamos de acuerdo con que el nivel de maduración es un factor importante, pero la instrucción fue la misma para todo el grupo aula, y el número de conocimientos formales exigidos para alcanzar mayor índice no es el mismo a toda la muestra. El género no resultó ser una variable significativa.

Por último, señalar que un 90% del alumnado evaluado en la fase 3 obtiene un índice igual o superior a la media. A pesar de que este resultado fue superior al obtenido en la fase 2 (60%), el 72% de los alumnos con un índice por encima o igual a la media en la fase 3 se concentran en el tramo de la media.

5.3 LIMITACIONES DEL ESTUDIO

En este apartado indicamos algunos de los elementos que podemos considerar limitaciones de este estudio.

En primer lugar, los resultados se refieren a grupos específicos de alumnos, que fueron conformados por orden alfabético en el centro y escogidos para este estudio por ser la tutora la propia investigadora y así poder disponer de total libertad para actuar y gestionar la actividad. Aunque estos grupos no representan una muestra significativa del alumnado de Educación Infantil, sí se pueden considerar, clases “tipo” dentro de esta etapa.

La información obtenida está limitada por la edad de los alumnos, que tienen entre 4 y 6 años, y su nivel matemático para expresar por escrito y oralmente su pensamiento es muy limitado, ya que se está empezando a construir.

La actividad en pequeño grupo y demás actividades grupales, aunque permite aprender de los iguales, también ponen de manifiesto que los alumnos más tímidos, inseguros tienden a participar menos en el desarrollo de las propuestas.

Este estudio, como ya se indicó en el capítulo 4, se desarrolló a partir de filmaciones realizadas a prácticas docentes de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, registrando la propia investigadora y docente sesiones completas y finalmente tratando los registros la autora, lo que supone una limitación del estudio, ya que para el análisis solamente se utilizó la última compilación de las filmaciones, en las que se pierden hechos de momentos específicos.

Otra limitación se debe a que durante el desarrollo de las sesiones en el grupo-aula la única docente era la investigadora, que filmaba las sesiones al mismo tiempo que gestionaba la actividad. La presencia de al menos otro adulto que pueda grabar o gestionar la actividad ayudaría a registrar mejor momentos específicos ricos en procesos matemáticos.

5.4 PROYECCIONES DEL ESTUDIO

Este trabajo aporta información de interés para los investigadores de Educación Matemática y para los docentes de la Educación Infantil.

El estudio realizado sobre la presencia de las matemáticas y concretamente “la presencia del número” en los libros de texto de Educación Infantil puede servir como punto de partida en futuras investigaciones.

Por otra parte, la información de esta investigación puede resultar de utilidad para los docentes, a los que podrá ayudar a tomar decisiones sobre el trabajo a desarrollar en el aula para alcanzar los objetivos propuestos de un modo competencial y con un sentido real.

Al mismo tiempo, teniendo en cuenta la presencia y/o ausencia de indicadores que manifiestan los procesos matemáticos en los problemas diseñados en el marco de la Educación Matemática Realista y el Aprendizaje Basado en Problemas, se identifican algunas cuestiones de interés en la investigación en el campo de la Didáctica de la Matemática:

¿Qué considera el docente una buena práctica matemática en Educación Infantil?

¿En qué grado se relaciona la presencia de procesos matemáticos en las prácticas docentes con el índice de competencia matemática del alumnado?

¿Qué contextos específicos de otras áreas pueden ser idóneos para desarrollar contenidos matemáticos en el marco referencial?

En futuras investigaciones sería interesante realizar este estudio con un universo mayor, que pudiese validar programas de intervención, al igual que ampliarlo y analizarlo en otras áreas de conocimiento de las matemáticas.

Consideramos por último, que este estudio aporta propuestas de buenas prácticas docentes que, aunque mejorables, abren un camino al aprendizaje basado en problemas en la Educación Infantil, lo que permitirá diseñar nuevas propuestas de intervención a docentes e investigadores.



REFERENCIAS

- Alsina, A., Aymerich, C., y Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, 47, 10-19.
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.
- Alsina, A. (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años. Cuadernos de educación n°62*. Barcelona: Horsori.
- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 7-24.
- Alsina, A. (2013a). Sobre el sentit de les matemàtiques a l'educació infantil. *Nou Biaix*, 33, 55-56.
- Alsina, A. (2013b). Un modelo realista para el desarrollo profesional en la formación inicial de maestros de educación infantil. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 16(2), 27-37.
- Alsina, A. (2013c). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 1. Recuperado el 16 de Mayo de 2015, de <http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013.22>
- Alsina, A. (2015). Panorama internacional contemporáneo sobre la educación matemática infantil. *Union, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 42, 210-232.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36. Recuperado el 20 de septiembre de 2015, de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>.
- Alsina, A. y García, J.J. (2014). Prácticas matemáticas competenciales en educación

Infantil. *SUMA*, 77, 9-18.

Alsina, A., Jiménez, I.M., Melo, J., Moreno, J., Pastelero, O.M., Sánchez, A. y Silva, E. (2012). Cómo enseñar matemáticas en las primeras edades a partir de contextos de vida cotidiana. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 61, 97-106.

Angoff, W.H. (1971). Scales, norms, and equivalent scores. En R.L- Thorndike (Ed.), *Educational measurement* (pp. 508-600). Washington, DC: American Council on Education.

AAMT & ECA. (2012). Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 1-4.

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor.

Barros, M.G. y Palhares, P. (2001). *Emergência da Matemática no Jardim-de-Infancia*. Porto: Porto Editora.

Bernardo, J. y Caldero, J. F. (2000). Investigación cuantitativa. Métodos no experimentales. En J. Bernardo y J. F. Caldero, *Aprendo a investigar en educación* (pp. 77-93). Madrid: RIALP, S.A.

Bernad Mainar, J.A. (1979). *Guía para la valoración de los textos escolares*. Barcelona: Teide.

Bodí Pascual, S. D. y Valls González, J. (2002). Análisis del bloque curricular de Números en los libros de texto de Matemáticas, En M.C. Peñalva, G. Torregrosa y J. Valls. *Aportaciones de la Didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 301-312). Murcia: Universidad de Alicante.

Bressan, A. y Zolkower, B. (2012). Educación matemática realista. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (Eds.). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 175-200). Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento y Editorial Universitaria Villa María.

- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2004). *La educación matemática realista. Principios en que sustenta*. Chiapa: Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática.
- Broomes, D. (1989). *Using goals to construct useful forms of school mathematics*. París: UNESCO.
- Cajaraville, J. A., Fernández, M.T., Labraña, P.A., Salinas, M.J., De la Torre, E. y Vidal, E. (2003). *Avaliación do currículo de matemáticas no 2º ciclo da E.S.O.* Santiago de Compostela: Servicio de publicacións e Intercambio Científico Campus universitario sur. Universidade de Santiago de Compostela.
- Campuzano Valiente, M.D. (2007a). *Proposta didáctica Papapapú 3 anos*. Vigo: Xerais.
- Campuzano Valiente, M.D. (2007b). *Proposta didáctica Papapapú 4 anos*. Vigo: Xerais.
- Campuzano Valiente, M.D. (2007c). *Proposta didáctica Papapapú 5 anos*. Vigo: Xerais.
- Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. *Revista pensamiento educativo*, 39(2), 119-135.
- Castro, E., Cañadas, M.C. y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6. Educación Matemática en la Infancia*. 2(2), 1-11.
- Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial pueblo y educación.
- Carpenter, T. P y Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective*, (pp. 187-200). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Chamorro, M.C. (2011). La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil. *Educatio Siglo XXI*. Vol (29) nº 2, 23-40.
- Clements, D.H. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. En Frank

- K. Lester, Jr., *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 461- 555), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cockcroft, W.H. (1985). *Las matemáticas si cuentan*. Barcelona: Paidós.
- Coll , C. (1991). *Psicología y currículum*. Barcelona: Paidós.
- Copley, V. (2000). *The Young child and mathematics*. Washington, DC y Reston, VA: NAEYC y NCTM.
- Comisión Europea (2011). Comunicación de la Comisión “Educación y cuidados de la primera infancia: ofrecer a todos los niños la mejor preparación para el mundo de mañana”. Recuperado el 12 de Agosto de 2015, de <http://eurlex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2011:0066:FIN:ES:PDF>
- Consellería de Educación de Galicia. (2009). *Decreto 330/2009 de 4 de Junio por el que se establece el currículo de la educación infantil en la Comunidad Autónoma de Galicia*. Santiago de Compostela: Xunta de Galicia. DOGA.
- Cordomí, E. y Edo, M. (2011). La reina lluna. *Infancia: educar de 0 a 6 anys*, 181: 29-33.
- Coronata, C. (2014). Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la Educación Infantil y Elemental. Tesis doctoral. Girona: Universidad de Girona. Recuperado el 6 de Septiembre de 2015, de <http://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/9750>
- Corrales Peral, M., Corrales peral, R.M., Iglesias Iglesias, R.M. y Sánchez Cordero, M. T. (2007a). *Proxecto Nubarís 3 anos*. Zaragoza: Edelvives.
- Corrales Peral, M., Corrales peral, R.M., Iglesias Iglesias, R.M. y Sánchez Cordero, M. T. (2007b). *Proxecto Nubarís 4 anos*. Zaragoza: Edelvives.
- Corrales Peral, M., Corrales peral, R.M., Iglesias Iglesias, R.M. y Sánchez Cordero, M. T. (2007c). *Proxecto Nubarís 3 anos*. Zaragoza: Edelvives.

- Centro de Recursos para Enseñar y Aprender Matemáticas. (2009). Indicadores competenciales. Recuperado el 6 de Septiembre de 2015, de <http://phobos.xtec.cat/creamat>.
- Dalmau, F. y Alsina, A. (2015). Matemàtiques i entorn a l'educació infantil. *Noubiaix*, 36, 66-79.
- De Castro, C., Pastor, C., Pina, L. C., Rojas, M. I. y Escorial, B. (2009). Iniciación al estudio de las cantidades en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 105-128.
- De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M.L., Martínez, S. y Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en educación infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 53-70.
- De Lange, J. (1996). *Using and applying mathematics in education*, (pp. 49-97). Utrecht: Kluwer Academia Press.
- Díaz, J.J. y Bermejo, V. (2007). Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales, *Relime*, 10(3)
- EACEA P9 Eurydice (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales*. Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Documentación y Publicaciones del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Edo, M. (2005). Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil. En E. Rodríguez (coord.). *Actas do I Congresso Internacional de Aprendizagem na Educaçao de Infancia –CIANEI* (pp. 125-137). Porto: Gailivro
- Edo, M. (2012). Ahí empieza todo. Las matemáticas de cero a tres años. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 71-84.
- Edo, M., Planas, N. y Badillo, E. (2009). Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-342.

- Fauzan, A. (2002). *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools*. Enschede: PhD thesis, University of Twente.
- Fernández Bravo, J.A. (2007). Metodología didáctica para la enseñanza de la matemática: variables facilitadoras del aprendizaje. En J. A. Fernández. *Aprender matemáticas, metodologías y modelos europeos* (pp. 9-26). Madrid: Mec.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as Education Task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1977). Antwoord door prof. dr h. freudenthal na het verlenen van het eredoctoraat. (Respuesta del Prof. Dr H. Freudenthal al serle otorgado un doctorado honorario). *Euclides*, 52, 336-338.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic. Dordrecht: Publishers.
- Freudenthal Institute. (1971). FISME. Freudenthal Insitute for Science and Mathematics Education. Recuperado el 23 de Agosto de 2015, de <http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/en/>.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D. C. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243-275). Nueva York, NY: Macmillan.
- Gil, E., Lupiáñez Gómez, J.L. y Marín del Moral, A. (2005). Mi biblioteca: Los nuevos principios y estándares del NTSC en castellano. Una nueva invitación a mirar y a ver. *SUMA*. 48, 105-112.
- Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologías de la investigación en Didáctica de la Matemática. *Cuadrante*, 2(1), 9-22.

- Goffree F. (2000). Principios y paradigmas de una “educación matemática realista”. En Gorgorió, N., Deulofeu, J. y Bishop, A. (coords). *Matemática y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 151-168). Barcelona: ICE, Universidad de Barcelona, Grao.
- Graham, K. y Fennell, F. (2001). Principles and Standards for School Mathematics and Teacher Education: Preparing and Empowering Teachers. *School Science and Mathematics*, 101(6), 319-327.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: The Netherlands, Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, K. y Tewuel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Curriculum Studies*, 32(6), 777-796. Traducción al castellano de N. Saggese, F. Gallego y A. Bressan Recuperado el 12 de Agosto de 2015, de <http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones.htm>.
- Hambrick, A. (2005). Remembering the child: On equity and inclusión in mathematics and science classrooms. Critical issue. Recuperado el 2 de Septiembre de 2015, de <http://www.ncrel.org/sdrs/áreas/issues/content/contareas/math/ma800.htm>.
- Haro, M.J. y Torregrosa, G. (2002). El análisis de libro de texto como tarea del profesorado de matemáticas. En M.C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls. *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 357-372). Murcia: Universidad de Alicante.
- Hernández, F. (2000). Los proyecto de trabajo: la necesidad de nuevas competencias para nuevas formas de racionalidad, *Educar*, 26, 39-51.
- Hernández, F. (2002). Los proyectos de trabajo: Mapa para navegantes en mares de incertidumbre. *Cuadernos de pedagogía*, 310, 78-82.
- Hernández, F. (2004). Pasión en el proceso de conocer. *Cuadernos de Pedagogía*. 334, 46-51.
- Hernández, F. y Ventura, M. (1992). *La organización del currículum por proyectos de trabajo*. Barcelona: Graó.

- Hernández, F. y Ventura, M. (2008). *La organización del currículum por proyectos de trabajo: El conocimiento es un calidoscopio*. Barcelona: Octaedro.
- Hughes, M. (1987). *Los niños y los números*. Barcelona: Nueva Paidea.
- Kamii (1995). *El número en la educación preescolar*. Madrid: Visor (4ª ed.)
- Kilpatrick (1994). *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Marshall, C. y Rossman, G.B. (1989). *Designing Qualitative Research*. USA, Sage Publications.
- Martín, C. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. Aplicación a la estadística y probabilidad. En M.C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls. *Aportaciones de la didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 373-385). Murcia: Universidad de Alicante.
- Martínez, M^a., Da Valle, N., Zolkower, B. y Bressan, A. (2002). La relevancia de los contextos en los contextos en la Resolución de Problemas de Matemática: una experiencia para docentes y sus capacitadores. *Paradigma*, 23(1), 59-94.
- Martínez Bonafé, J. (1992). ¿Cómo analizar los materiales?. *Cuadernos de pedagogía*, 203, 14-19.
- Martínez Bonafé, J. (1995). Interrogando al material curricular. Guión para el análisis y la elaboración de materiales para el desarrollo del currículum. En J. G. MÍNGUEZ y M. BEAS. *Libro de texto y construcción de materiales curriculares* (pp. 221-245). Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- Maurandi, A., Alsina, A. y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en la práctica docente: análisis de fiabilidad de un cuestionario de evaluación. *Revista de Investigación Educativa*. (en prensa).
- M.E.C (2008). *Orden ECI/3960/2007 de 19 de diciembre*, BOE 5-12-08.
- Middleton, J. A. y Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1995). The ratio table. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(4), 282-288.

- Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13, 145-157.
- Moreno, M. y San Miguel, J. (2007). *O cole viaxeiro 4 anos*. Madrid: SM.
- NAEYC y NTCM (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23.
- Neville, A.J. y Norman, G.R. (2007). PBL in the Undergraduate MD Program at McMaster University: Three Iterations in Three decades. *Academic Medicine*, 82(4), 370-374.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KoMproject. En A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds). *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* (pp. 115-124). Atenas: Hellenic Mathematical Society.
- NTCM. (1980). *An agenda for action: Directions for school mathematics for the 1980s*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- NTCM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- NTCM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Núñez del Río, M.C. y Lozano, I. (2007). *Test de Competencia Matemática Básica*. Madrid: TEA ediciones, S.A.
- OCDE (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. París: OECD.
- OCDE (2007). *PISA 2006 Science competence for tomorrow's world*. París: OECD.
- Pazos, E. y Senac, M. (2007). *O cole viaxeiro 3 anos*. Madrid: SM.
- Pérez Gómez, A. (1983). Paradigmas contemporáneos en investigación didáctica. En J. Gimeno Sacristán y A. Pérez Gómez *La enseñanza: su teoría y su práctica* (pp. 95-138). Madrid: Akal.

- Planas, N. y Alsina, A. (2009). Introducción. Buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas. En N. Planas y A. Alsina, *Educación Matemática y Buenas Prácticas*. Barcelona: Graó.
- PISA, (2009). Informe de Pisa. Recuperado el 2 de Mayo de 2015, de <http://www.mecd.gob.es/dctm/evaluacion/internacional/informe-espanol-pisa-era-2009.3.pdf?documentId=0901e72b80d5a81e>
- Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. (XV reimpresión de la 1ª edición en español, 1965). México: Editorial Trillas.
- Palhares.P y Mamede, E. (2002). Os padroes na matemática do pré-escolar. *Educare-Educere*, 10(1), 107-123.
- Prendes, M.P. (1997). Evaluación de manuales escolares. Revista electrónica Pixel-Bit, 9. Recuperado el 24 de Abril de 2008, de <http://.sav.us.es/pixelbit/articulos/n9/n9art/art93.htm>
- Ramírez, M. y De Castro, C. (2014). Trayectorias de aprendizaje de la multiplicación y la división de cuatro a siete años. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 31(3), 41-56.
- Rico, L. (1993). Mathematics assessment in the Spanish educational system. En M. Niss, *Cases of Assessment in Mathematics Education* (pp. 9-20). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Rowan, T. y Bourne, B. (1999). *Pensando como matemáticos*. Argentina: Manantial.
- Ruíz, J. y Navarro, M.V. (2007). *O cole viaxeiro 5 anos*. Madrid: SM.
- Salgado, M. (2008). *Evaluación del concepto de número en el currículo del 2º ciclo de Educación Infantil. Trabajo de investigación tutelado*. Santiago de Compostela: Universidad de Santiago de Compostela.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2009). El número en los libros de texto de Educación Infantil. En M.J. González y J. Murillo (Eds), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 487-497). Santander: Seiem.

- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2011). Competencias numéricas de los niños/as al comenzar la Educación Infantil. En M.M. Moreno y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM. XIV Simposio de la SEIEM* (pp. 439-451). Lleida: SEIEM.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012a). Análisis del concepto del nº en los libros de texto del 2º ciclo de Educación Infantil durante la ley orgánica de ordenación general del sistema educativo (LOGSE). *Epsilon*, 29(80), 23-36.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012b). Competencia matemática en niños de 4 años. *Edma*, 1(1), 54-62.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012c). Los diagramas: una herramienta para la construcción del número en el aula de E.I. *Edma*, 1(2), 57-63.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012d). Que matemáticas enseñar-aprender na Educación Infantil?. *Boletín das Ciencias*, 76, 135-136.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012e). Estrategias de resolución de problemas numéricos de sumar y restar en la etapa Infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 505-517). Ciudad Real: SEIEM.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2013). Construyendo el nº a través de la inducción en el 2º ciclo de Educación Infantil. *Boletín das Ciencias*, 77, 173-175.
- Sierra, T.A. y Rodríguez, E. (2012). Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 25-52.
- Sierra, T.A. y Gascón, J. (2011). Investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 125-163). Ciudad Real: SEIEM.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher

- Tieso, C. (2001). Curriculum: Broad brushstrokes or paint-by-the numbers?. *Teacher Educator*, 36, 199-213.
- Tieso, C. (2005). The effects of grouping practices and curricular adjustment on achievement. *Journal for the Education of the Gifted*, 29, 60-89.
- Torp, L. y Sage, S. (1998). *El aprendizaje basado en problemas. Desde el jardín de infantes hasta el final de la escuela secundaria*. Argentina: Amorrortu.
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. En L. Streefland (Ed.), *Realistic Mathematics Education in Primary School, CD-b Press*, (pp. 21-56). Utrecht. Instituto Freudenthal, Universidad de Utrecht.
- Van den Brink, J. (1984). Numbers in contextual frameworks. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 239-257.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.
- Van den Heuvel- Panhuizen, M. (2003). El uso didáctico de modelos en la RME, un ejemplo sobre una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. *Educational Studies in Mathematics*.
- Van Oers, B. (2003). Learning resources in the context of play: promoting effective learning in early childhood. *European Early Childhood Education Research Journal*, 11(1), 7-26
- Velasco, M. E. y Pérez, G. (1977). *Evaluación y elaboración de textos escolares*. Madrid: Narcea.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T.P. Carpenter, J.M. Moser y T. Romberg (Eds): *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, N.J. Lawrence Erlbaum.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds): *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York. Academic

Press.

Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2007). Whole Lumber Concepts and operations. En Frank K. Lester, Jr., *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557- 628). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Williams, P. (2008). *Independent review of mathematics teaching in early years settings and primary schools: Final report*. Londres: DCSF.



