

## AJUSTE DE DIVERSOS MODELOS DE COMPORTAMIENTO DE DEFORMACIÓN PERMANENTE DE UNA ZAHORRA ARTIFICIAL DE GRANITO PARA SU EMPLEO EN FIRMES DE CARRETERAS

Ignacio Pérez Pérez; [perez@iccp.udc.es](mailto:perez@iccp.udc.es)  
Luis E. Medina Rodríguez  
Universidade da Coruña

Manuel Romana García; [tr02@dumbo.caminos.upm.es](mailto:tr02@dumbo.caminos.upm.es)  
Universidad Politécnica de Madrid

### 1. INTRODUCCIÓN

Como es sabido, los materiales granulares utilizados en los firmes de carreteras muestran un comportamiento elástico no lineal de tal manera que con cada aplicación de carga se produce una deformación elástica recuperable que se denomina deformación resiliente y una deformación plástica denominada deformación permanente (Pérez *et al*, 2000a, 2000b y 2000c). Esta aseveración se puede observar en la figura 1 donde se aprecia claramente que para cada ciclo de carga una parte de la deformación se recupera y otra permanece. En la misma figura también se aprecia que con el paso de las cargas la deformación resiliente se mantiene aproximadamente constante y el incremento de la deformación permanente es cada vez más pequeño.

Aunque estos materiales, precisamente, fallan debido a la acumulación de dicha deformación permanente (Romana *et al*, 2000) en las distintas normas de dimensionamiento de firmes que se emplean en España no se tiene en cuenta este hecho (Medina *et al*, 2001; 2002). Quizás el motivo sea imputable a la circunstancia de que en nuestro país no existan ecuaciones o modelos que den predicciones de la deformación permanente de estos materiales.

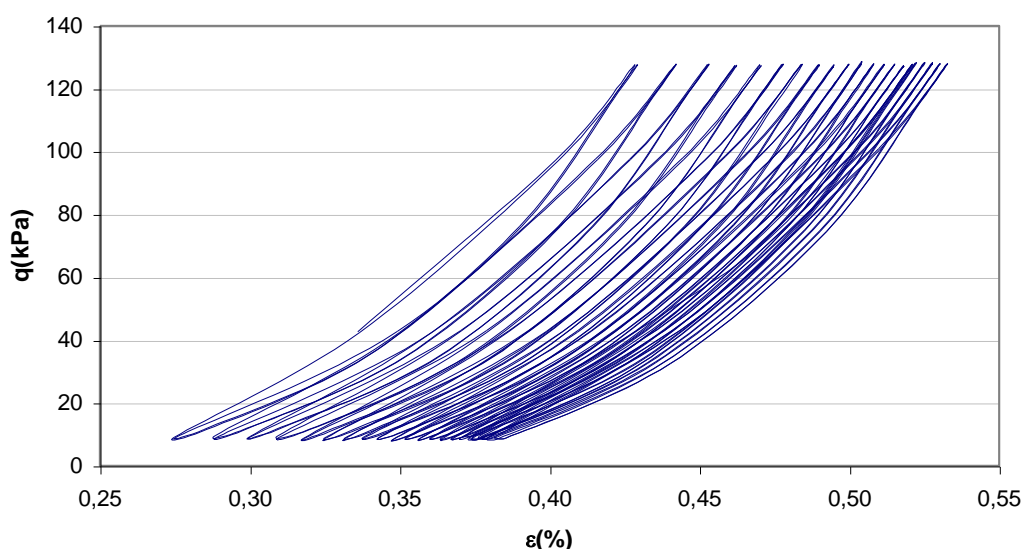


Figura 1. Gráfico tensión desviadora (q) -deformación unitaria  $\epsilon$ (%).

Por lo dicho anteriormente, en este artículo se presentarán, por primera vez en España, una serie de ecuaciones que permiten realizar dicha predicción. Éstas fueron ajustadas a partir de una serie de ensayos triaxiales realizados en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la *Universidade da Coruña*.

### 2. CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL GRANULAR Y FABRICACIÓN DE LA PROBETA

El material granular utilizado es un árido totalmente machacado proveniente de una cantera de granito situada en la provincia de A Coruña. Para caracterizar este material se llevó a

cabo un análisis granulométrico por tamizado del material, de acuerdo a la norma **NLT-104**. Asimismo, se realizaron otros ensayos contemplados en el artículo 501 del **PG3**. Los resultados obtenidos están descritos en otro artículo publicado recientemente (Pérez *et al*, 2002). Entre todos ellos es significativo que, como suele ocurrir en Galicia, la resistencia al desgaste de los áridos no es muy elevada, ya que el coeficiente de desgaste de Los Angeles supera el 35% especificado, para tráfico **T2**, **T3** y **T4**, en el artículo 501 del **PG3**; siendo éste ligeramente superior a un 37%. Por lo demás, se cumplen los requisitos de plasticidad, equivalente de arena, etc.

Las dimensiones de la probeta de ensayo son 200 mm de altura por 100 mm de diámetro. Ésta se fabricó con una curva granulométrica inscrita dentro del huso correspondiente a una zahorra artificial **ZA (25)**. En la tabla 1 se puede apreciar el cernido ponderal acumulado correspondiente al huso de la zahorra artificial **ZA (25)** conjuntamente con el del material de ensayo (Pérez *et al*, 2001):

Tamiz UNE	CERNIDO PONDERAL ACUMULADO (%)						
	25	20	10	5	2	0.40	0.080
ZA (25)	100	75-100	50-80	35-60	20-40	8-22	0-10
Material	100	87.50	65.00	47.50	30.00	15.00	5.00

Tabla 1. Cernido ponderal acumulado del material granular ensayado.

La compactación de la muestra de ensayo se realizó dentro de un molde especial de aluminio mediante un martillo vibrante **KANGO** de 900 w de potencia eléctrica. Antes de efectuar la compactación se introdujo la primera membrana dentro del molde y, seguidamente, se aplicó un vacío para mantenerla adherida a las paredes interiores del molde de aluminio. A continuación se depositó el material en tres tongadas y se compactó cada una durante 10 segundos mediante el martillo **KANGO**. Después de la compactación se desmontó el molde y se colocó una segunda membrana por encima de aquélla.

Esta probeta de material granular se compactó con una densidad seca máxima y humedad óptima de 2,30 g/cm<sup>3</sup> y 6,4% respectivamente. Posteriormente, la muestra se mantuvo durante 24 horas en una cámara húmeda a una temperatura de 20° C con una humedad relativa del 95%.

### 3. ENSAYOS ESTÁTICOS

Antes de definir la trayectoria de tensiones de los ensayos dinámicos que se van a aplicar a las probetas de material granular, conviene definir la línea de falla del mismo. Para ello se realizaron tres ensayos estáticos con presiones de confinamiento efectivas de 200, 400 y 600 kPa. En cada ensayo estático tras saturar y consolidar la probeta, éstas se comprimieron axialmente, manteniendo constantes las presiones de cámara y de cola, y en condiciones drenadas, hasta alcanzar la rotura. En la figura 1 se puede observar las gráficas que reflejan la variación de la tensión desviadora en función de la deformación. Las tensiones de rotura de las tres curvas son: 735 kPa, 1117 kPa y 1587 kPa. A partir de estos datos se calculó la ecuación de la línea de falla de este material, que viene expresada por:

$$q_f = m \cdot p + s \quad (1)$$

donde:

- q<sub>f</sub>** = Tensión desviadora de falla.
- p** = Esfuerzo normal medio.
- m** = Pendiente de la línea de falla.
- s** = Cohesión

En la figura 2 se representa la línea de falla del material. El valor de la cohesión (**s**) obtenido en este ensayo es de 171,28 kPa y la pendiente (**m**) es igual a 1,25.

El equipo empleado en la realización de los ensayos fue un triaxial de la casa **GDS**.

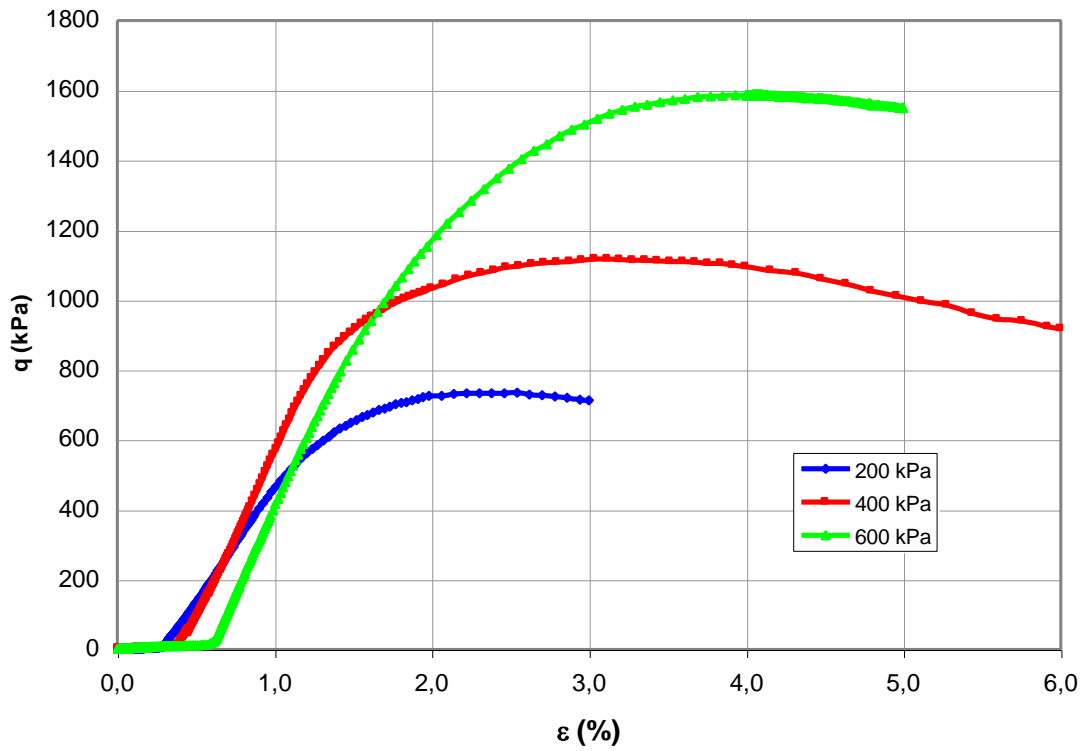


Figura 1. Tensión desviadora contra deformación

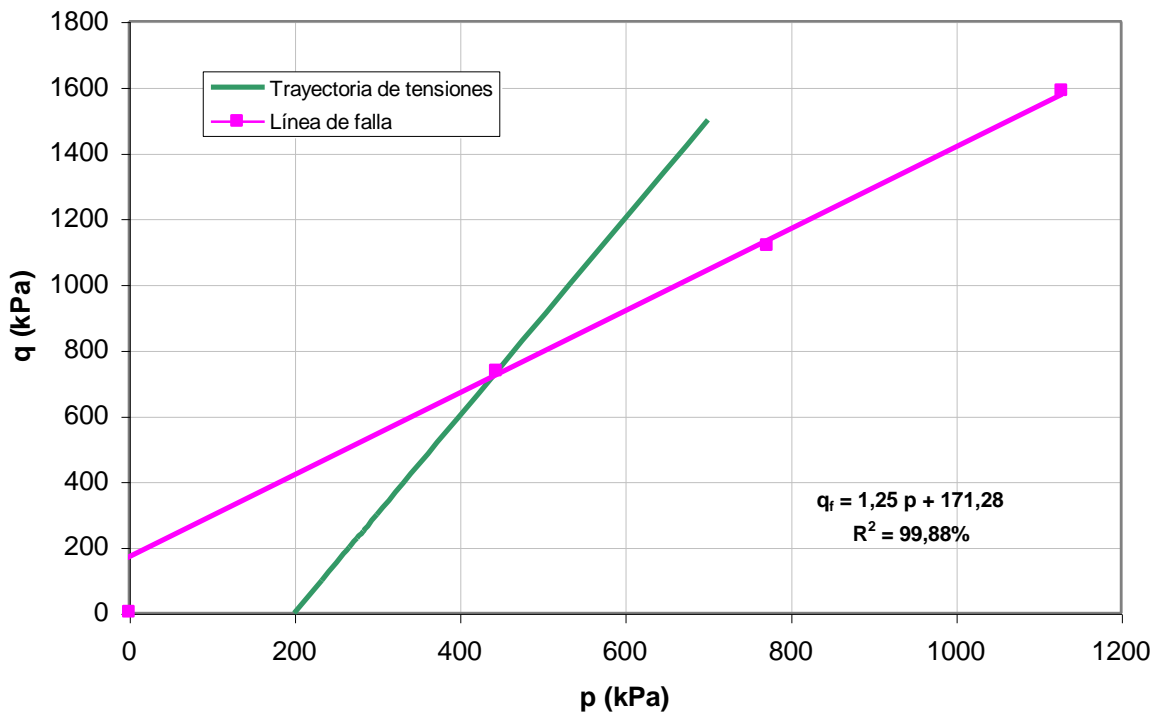


Figura 2. Línea de falla del material granular ZA25.

#### 4. ENSAYOS TRIAXIALES DINÁMICOS

Una vez conocida la línea de falla del material granular se decidió definir la trayectoria de tensiones de los ensayos dinámicos a aplicar a la muestra. Debido al hecho de estar trabajando con un equipo con presión de confinamiento constante (**CCP**), la pendiente de la trayectoria de tensiones que resulta de dividir el esfuerzo desviador cíclico ( $q_r$ ) entre la variación de presión esférica ( $p_r$ ), tiene que guardar obligatoriamente una relación igual a tres (figura 2). Los esfuerzos máximos y mínimos de la trayectoria de tensiones se pueden observar en la tabla 2. Como puede deducirse de esta tabla, se aplica un esfuerzo efectivo de confinamiento constante ( $\sigma_3'$ ) de **200 kPa** y la tensión desviadora máxima alcanzada en los ciclos de carga es de **300 kPa**.

$\sigma_3'$ (kPa)	$q'$ (kPa)		$q_r/p_r$
	min.	max.	
200	0	100	3
	0	200	
	0	227	
	0	250	
	0	300	

Tabla 2. Esfuerzos máximos y mínimos de la trayectoria de tensiones (fuente Paute et al, 1996).

En los ensayos dinámicos después de saturar la probeta y consolidarla con una presión efectiva de **200 kPa** se sometió a **200.000** ciclos de carga. Durante estos ciclos de carga la tensión desviadora oscilaba entre cero y la máxima requerida para cada probeta. Las presiones de cámara se mantenían constantes y el drenaje de la muestra estaba permitido. Los ensayos dinámicos se llevaron a cabo con una onda senoidal de 1 Hz de frecuencia. Como se dijo anteriormente, la altura de la probeta es de 200 mm y el diámetro de 100 mm. Para disminuir el riesgo de rotura de las membranas debido al continuo rozamiento de las mismas con las partículas del material, se emplearon dos con cada una de las probetas, intercalando una capa de vaselina entre ambas para disminuir la fricción.

Al realizar el ensayo triaxial dinámico se registraron por ciclo de carga 8 puntos con sus correspondientes esfuerzos desviadores efectivos, desplazamientos axiales así como las presiones de cola y poro. Para el ajuste de los modelos que se ilustrarán en el siguiente apartado de este artículo, se tomaron únicamente las deformaciones unitarias axiales permanentes ( $\epsilon_{1p}$ ) correspondientes al punto de máximo esfuerzo desviador efectivo de los ciclos de carga (**N**).

#### 5. DEFINICIÓN Y AJUSTE DE LOS MODELOS DE FALLO

En primer lugar, al igual que hizo Sweere (1990), se decidió investigar la relación existente entre el logaritmo neperiano de la deformación permanente ( $\text{Ln } \epsilon_{1p}$ ) y el logaritmo neperiano de las repeticiones de carga ( $\text{Ln } N$ ). En este sentido, se tiene una relación lineal de tal manera que la ecuación que relaciona la deformación permanente unitaria axial con el número de ciclos de carga se puede expresar de la siguiente forma:

$$\text{Ln}(\epsilon_{1p}) = a + b \text{Ln} (N) \quad (2)$$

donde:

- $\epsilon_{1p}$  = Deformación unitaria axial permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
- N** = Número de repeticiones de carga.
- a, b** = Coeficientes de regresión del modelo.

En la tabla 3 se observan los coeficientes **a** y **b** obtenidos al realizar la regresión. Se puede considerar que el ajuste de esta ecuación es bueno, ya que los coeficientes de determinación dan valores altos.

La representación gráfica del ajuste de estas ecuaciones se observa en la figura 3. En la misma, se ve claramente que en el caso de la probeta en la que se aplicó una tensión desviadora efectiva de  $q=100$  kPa se obtuvo el peor ajuste ( $R^2=86,77\%$ ).

q(kPa)	a	b	R <sup>2</sup> (%)
100	-2,149	0,098	86,77
200	-1,543	0,050	98,23
227	-1,219	0,057	98,15
250	-0,738	0,037	92,24
300	-0,628	0,107	92,89

Tabla 3. Resultados del modelo de Sweere

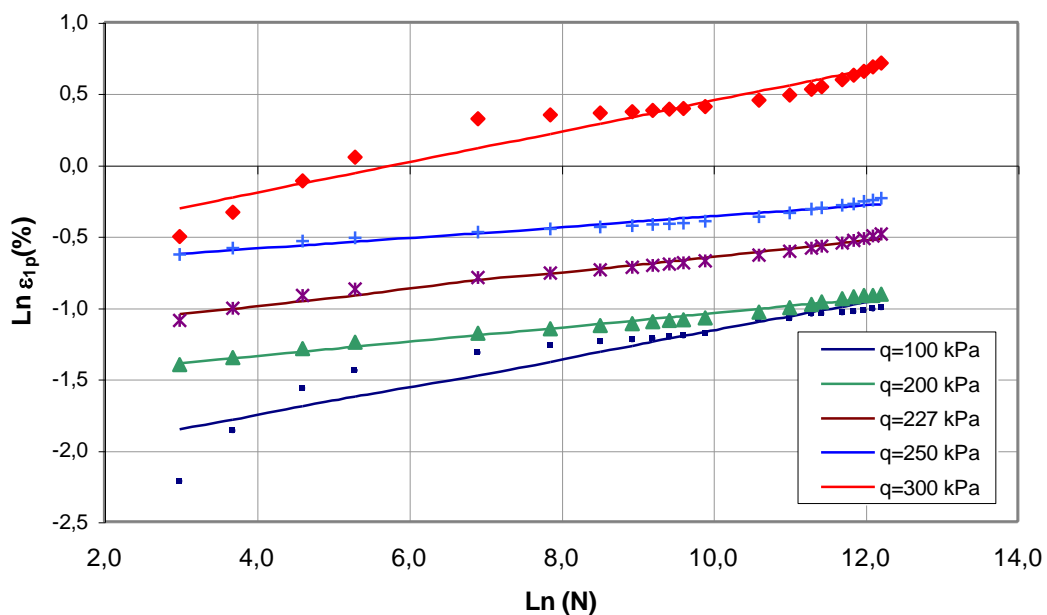


Figura 3. Modelo de Sweere.

Seguidamente, se obtuvo el modelo exponencial de dos parámetros; empleado en el programa de firmes flexibles **VESYS** (Rauhut *et al*, 1976), que predice directamente la deformación permanente en función del número de ciclos de carga. Este modelo también fue estudiado por Sweere (1990):

$$\varepsilon_{1,p} = I \cdot N^S \quad (3)$$

donde:

- $\varepsilon_{1,p}$  = Deformación unitaria axial permanente acumulada después de  $N$  repeticiones de carga.
- $I$  = Coeficiente de interceptación.
- $S$  = Coeficiente de la pendiente.

En la figura 4 están reflejados los modelos de predicción y los datos reales para las cinco condiciones de tensión desviadora efectiva máxima enumeradas anteriormente. En general en dicha figura se puede apreciar que los datos reales se aproximan a las líneas continuas que representan los modelos. En este sentido, el ajuste se puede considerar satisfactorio, ya

que en todos los casos el coeficiente de determinación  $R^2$  arrojó un resultado por encima del 92%.

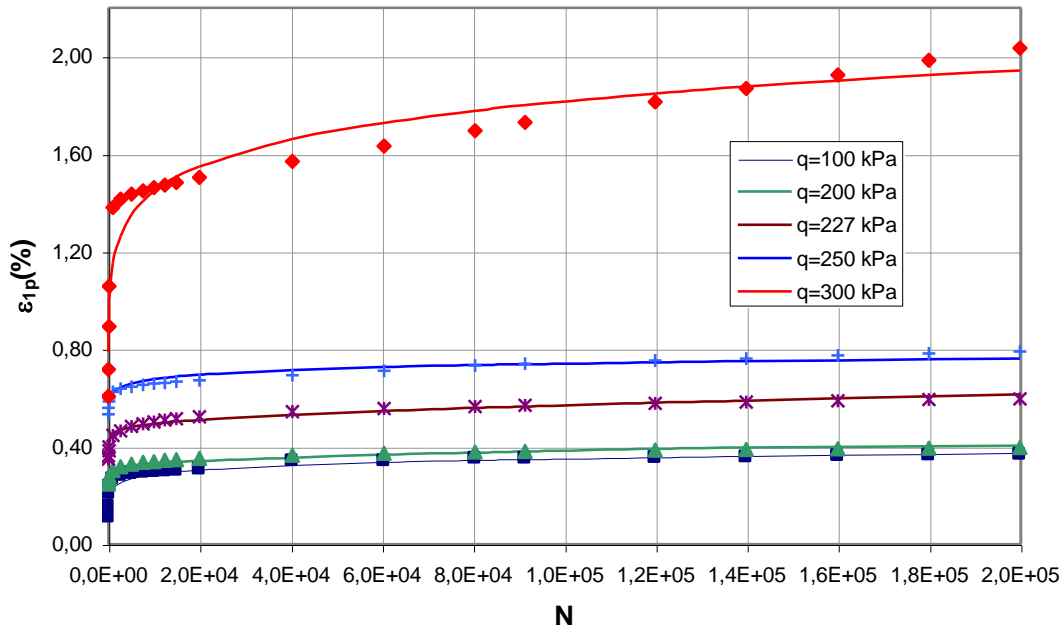


Figura 4. Modelo exponencial de dos parámetros de Sweere.

q(kPa)	I	S	R <sup>2</sup> (%)
100	0,133	0,085	92,08
200	0,211	0,051	98,07
227	0,293	0,058	98,16
250	0,472	0,039	94,83
300	0,585	0,098	94,03

Tabla 4. Resultados del modelo de exponencial

También, se puede estudiar el grado de relación entre el logaritmo neperiano del índice de la deformación permanente y el logaritmo neperiano del número de ciclos de carga. Siendo el índice de deformación permanente igual al cociente de la deformación permanente entre el número de cargas aplicadas. En este sentido, cabe decir que, tal y como se observa en la figura 5, con este modelo se encontró una relación lineal casi perfecta. El modelo en cuestión es el que aparece a continuación (Kher, 1985):

$$\text{Ln} \left( \frac{\varepsilon_{1,p}}{N} \right) = a + m \text{Ln} (N) \quad (4)$$

donde:

- $\varepsilon_{1,p}/N$  = Índice de deformación permanente acumulada después de  $N$  repeticiones de carga.
- $a$  = Coeficiente de interceptación
- $m$  = Coeficiente de la pendiente.

En la figura 5, el índice de deformación permanente acumulada decrece logarítmica con el número de repeticiones de carga. Por lo tanto, en la zavorra artificial **ZA(25)** que se está estudiando este índice, también, se puede modelar de acuerdo con la siguiente expresión (Kherd, 1985):

$$\frac{\varepsilon_{1,p}}{N} = A \cdot N^{-m} \quad (5)$$

donde:

- $\varepsilon_{1,p}/N$  = Índice de deformación permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
- A** = Coeficiente.
- m** = Coeficiente de la pendiente.

Los coeficientes **a** y **m** de la ecuación 4 se pueden observar en la tabla 5. El coeficiente de determinación **R<sup>2</sup>** entre los valores observados y los predichos en todos los casos es superior al 99%. Los valores de **A** en la ecuación 5 están reflejados en la misma tabla 5. Vale la pena resaltar lo contemplado en la figura 6, donde se puede ver claramente la acentuada disminución del índice de la deformación permanente de un material granular al aumentar el número de ciclos de carga.

q(kPa)	a	A	m	R <sup>2</sup> (%)
100	-2,149	0,1167	-0,901	99,82
200	-1,543	0,2137	-0,949	99,99
227	-1,279	0,2789	-0,939	99,96
250	-0,738	0,47790	-0,962	99,99
300	-0,624	0,5358	-0,892	99,88

Tabla 5. Resultados del modelo de Kherd.

Otro modelo se puede basar en el análisis del logaritmo neperiano de la velocidad de variación de la deformación permanente  $\delta\varepsilon_{1,p}/\delta N$ . En este sentido, diversos investigadores han demostrado que existe una relación lineal entre el logaritmo del ritmo de variación  $\text{Ln}(\delta\varepsilon_{1,p}/\delta N)$  y el logaritmo del número de ciclos  $\text{Ln}(N)$ . Esto significa que esta relación se puede expresar mediante la ecuación siguiente (Hornych et al, 1993):

$$\text{Ln}\left(\frac{\delta\varepsilon_{1,p}}{\delta N}\right) = a + b \cdot \text{Ln}(N) \quad (6)$$

donde:

- $\delta\varepsilon_{1,p}$  = Diferencial de la deformación unitaria axial permanente acumulada.
- $\delta N$  = Diferencial del número de repeticiones de carga.
- a, b** = Parámetros de regresión del modelo.

En este orden de ideas, con el fin de comprobar la validez de la ecuación anterior, se podría sustituir la derivada parcial de la deformación permanente con respecto al número de ciclos de carga, por el incremento de la deformación permanente ( $\Delta\varepsilon_{1,p}$ ) y el incremento del número de ciclos de carga ( $\Delta N$ ), de tal forma que la ecuación empleada fuera la siguiente:

$$\text{Ln}\left(\frac{\Delta\varepsilon_{1,p}}{\Delta N}\right) = a + b \cdot \text{Ln}(N) \quad (7)$$

donde:

- $\Delta\varepsilon_{1,p}$  = Incremento de la deformación axial permanente acumulada.
- $\Delta N$  = Incremento del número de repeticiones de carga.
- a, b** = Parámetros de regresión del modelo.

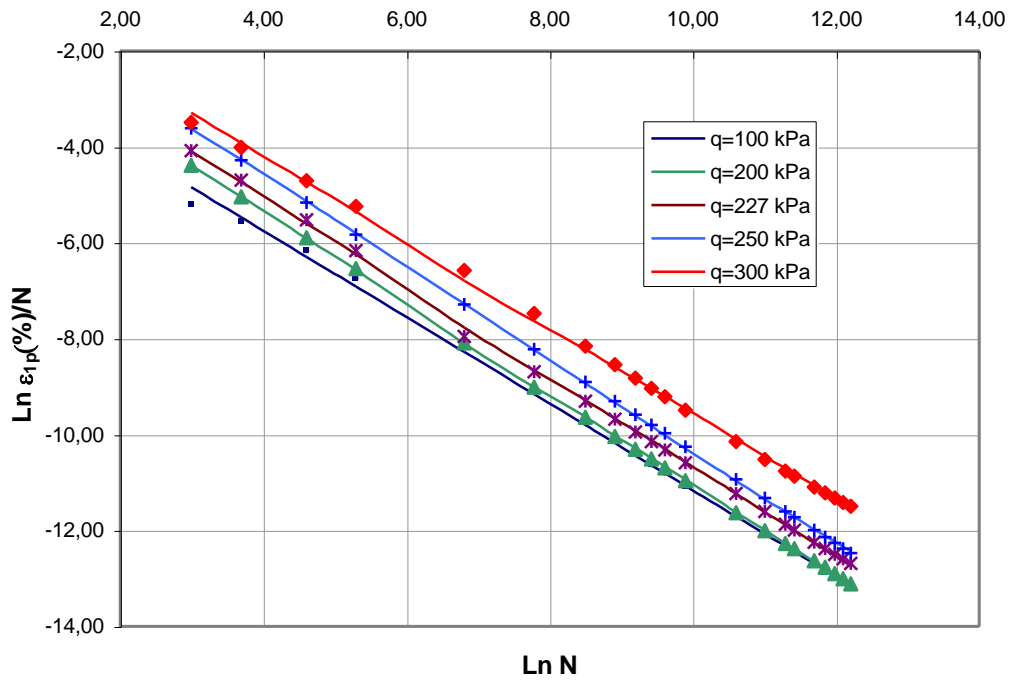


Figura 5. Modelo de Kherd.

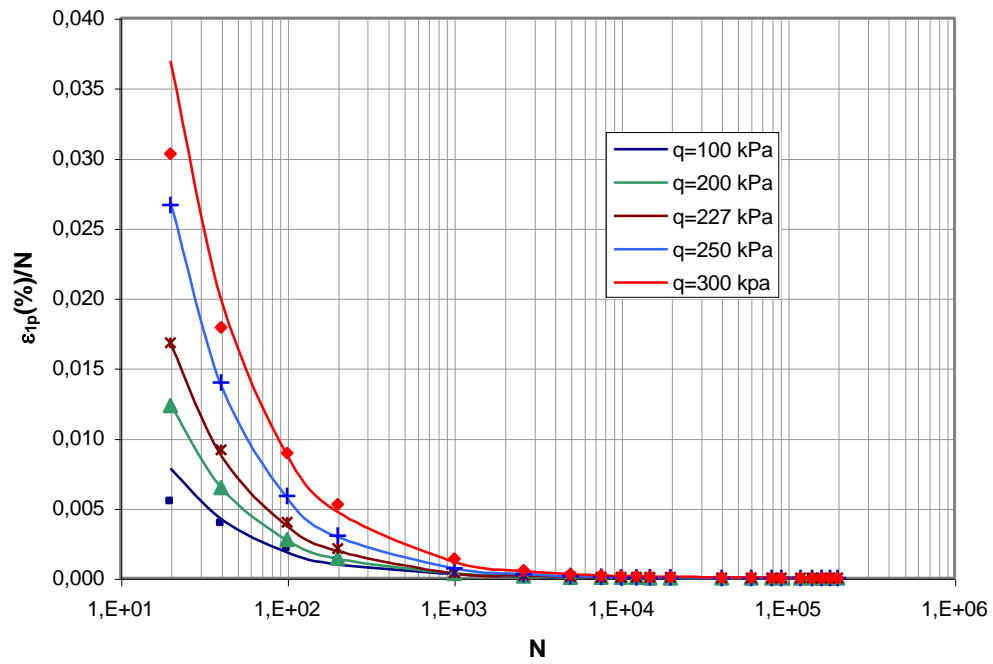


Figura 6. Segundo modelo de Kherd (escala logarítmica).



q(kPa)	a	b	R <sup>2</sup> (%)
100	-1,976	-1,194	94,66
200	-3,008	-1,075	95,94
227	-2,694	-1,039	96,10
250	-2,937	-1,018	93,10
300	-1,742	-0,996	90,36

Tabla 6. Resultados del modelo de Hornych.

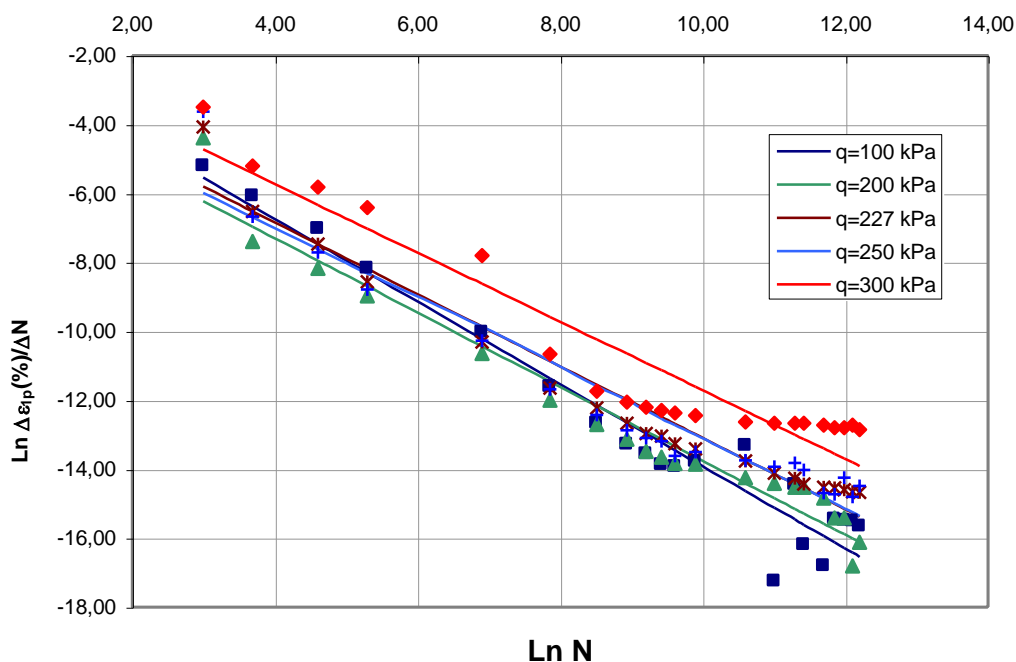


Figura 7. Relación entre el logaritmo neperiano de la velocidad de la variación de la deformación permanente y el logaritmo neperiano del número de ciclos.

En la figura 7 se observa que la relación es sensiblemente lineal, por lo que se puede considerar que el logaritmo neperiano de la velocidad de variación de la deformación permanente guarda esta relación con el logaritmo neperiano del número de ciclos de carga. En la tabla 6 están contemplados los resultados del ajuste de dicho modelo (ecuación 7), donde los coeficientes de determinación  $R^2$  son superiores al 90%.

Por otro lado, si se lleva a cabo la sencilla integración de la ecuación 6 se obtiene como resultado la expresión siguiente (Paute et al, 1988):

$$\varepsilon_{1p}(N) = \left( \frac{e^a}{b+1} \right) \cdot (N)^{b+1} + c \quad (8)$$

Donde  $c$  es una constante de integración. Esta última ecuación también se puede expresar de la manera siguiente (Paute et al, 1988, 1996):

$$\varepsilon_{1p}(N) = A \cdot (N)^B + C \quad (9)$$

donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son coeficientes de regresión no lineal.

De esta manera se obtiene una ley exponencial de tres parámetros que sirve para predecir la deformación permanente en función del número de ciclos de carga.

Al realizar los análisis de regresión no lineal se obtuvieron los valores de los coeficientes **A**, **B** y **C** que se aprecian en la tabla 7. Por otro lado, tanto en la figura 8 como en la 9 (gráfica logarítmica) se observa un ajuste muy bueno entre los valores estimados y los valores observados de la deformación permanente (valores de  $R^2$  superiores al 95%). Es interesante notar que los valores de **B** siempre son positivos, lo cual significa que la relación anterior (ecuación 9) predice que la deformación permanente llega a ser infinita para un valor de **N** igual a infinito.

q(kPa)	A	B	C	R <sup>2</sup> (%)
100	177,078	1,3 x10 <sup>-4</sup>	-176,990	95,87
200	0,042	0,129	0,192	98,86
227	0,115	0,101	0,202	98,42
250	0,021	0,204	0,518	98,02
300	11,068	0,002	-10,759	95,26

Tabla 7. Resultados del modelo no lineal con tres parámetros con los 100 primeros ciclos.

Otros estudios realizados por Hornych et al (1993) propusieron un modelo que solamente tuviera en cuenta la deformación unitaria axial permanente que se produce después de un período de asentamiento de 100 ciclos ( $\epsilon_{1p}^*$ ). Es decir, en esta ocasión solamente se considera la deformación permanente después de **N>100** ciclos. En este sentido, Paute et al (1994) argumentaron que los estudios realizados en el *Laboratoires des Ponts et Chaussées* han demostrado que las deformaciones permanentes que se producen durante estos 100 primeros ciclos de carga son muy erráticas y dependen excesivamente de las condiciones de elaboración de la probeta de material granular y de la colocación de la misma en la celda triaxial. Por ello, estos investigadores expresaron mediante la ecuación 10 la deformación permanente  $\epsilon_{1p}^*$  después de las 100 primeras repeticiones de carga:

$$\epsilon_{1p}^*(N) = \epsilon_{1p}(N) - \epsilon_{1p}(100) \quad (10)$$

donde

- $\epsilon_{1p}^*(N)$  = Deformación axial permanente acumulada restando los 100 primeros ciclos de carga.
- $\epsilon_{1p}(N)$  = Deformación axial permanente acumulada después de **N** ciclos de carga.
- $\epsilon_{1p}(100)$  = Deformación axial permanente acumulada en los 100 primeros ciclos de carga.

Con lo cual utilizando la ecuación 8 con **N** y, también, con **N=100**, y sustituyendo en la ecuación anterior, se obtiene nuevamente una ley exponencial con tres parámetros **D**, **E** y **F** que predicen directamente la deformación permanente en función del número de ciclos de carga:

$$\epsilon_{1p}^*(N) = D \cdot (N)^E + F \quad (11)$$

siendo **D**, **E** y **F** parámetros de regresión no lineal.

Los valores de los parámetros **D**, **E** y **F** de la ecuación 11 se pueden contemplar en la tabla 8. Como es lógico, aquí también los valores de **E** son positivos, por lo cual la deformación permanente llega a ser infinita para un valor de **N** igual a infinito. Pero a diferencia del modelo de la figura 8 (ecuación 9), aquí no se contempla la deformación permanente producida durante los 100 primeros ciclos. En la tabla 8 se puede apreciar que los ajustes de las gráficas de la figura 10 (ecuación 11) siguen siendo muy buenos. En este sentido, los valores de los coeficientes  $R^2$  son superiores al 98%, exceptuando el modelo obtenido con la probeta ensayada con una tensión efectiva de 300 kPa.

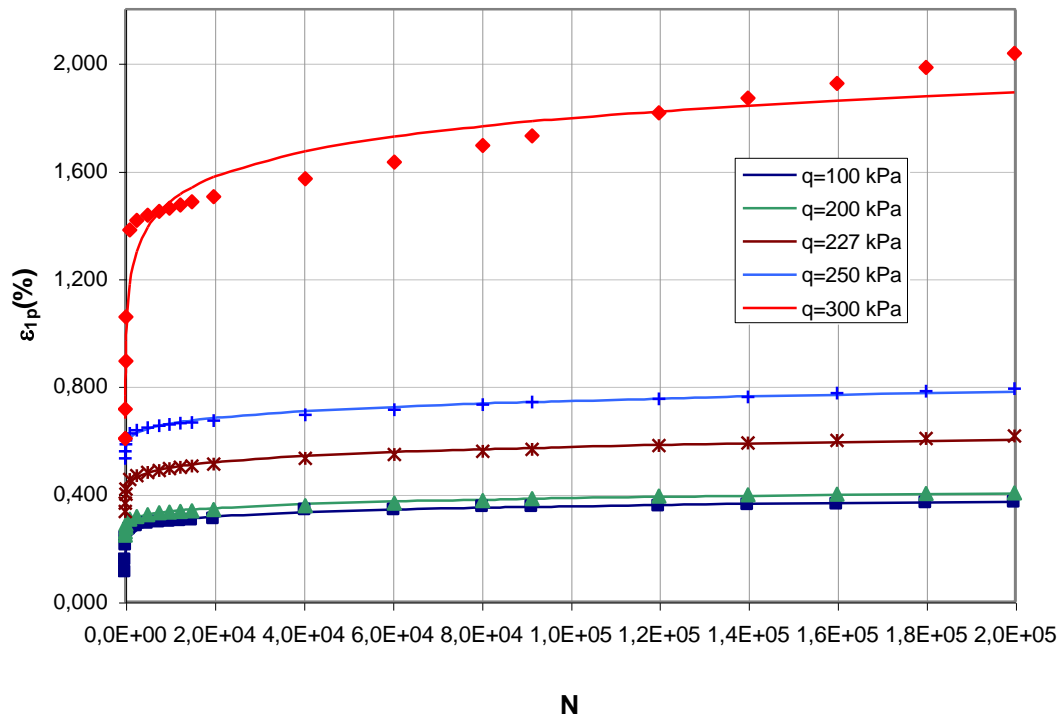


Figura 8. Modelo no lineal de tres parámetros con los 100 primeros ciclos.

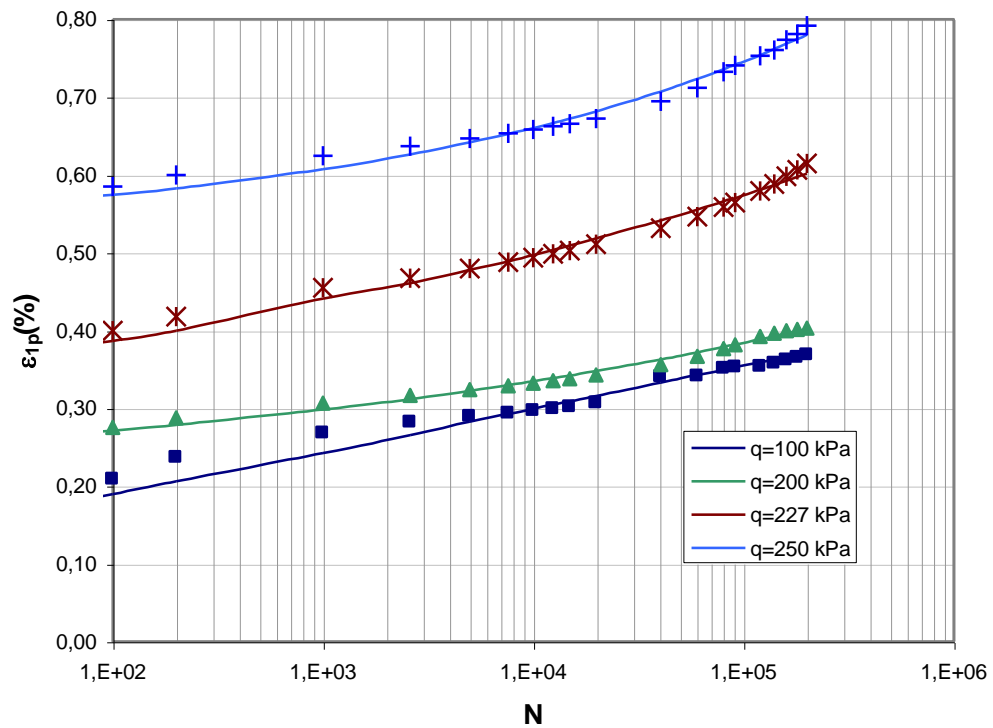


Figura 9. Modelo no lineal de tres parámetros con los 100 primeros ciclos (escala logarítmica).

Las curvas con unas tensiones desviadoras de 100 kPa; 200 kPa; 227 kPa y 250 kPa, se observan con un mayor detalle en la figura 11. En la misma se aprecia claramente que al restar la deformación permanente correspondiente a los 100 primeros ciclos de carga, se produce una notable interferencia de las trayectorias de las curvas. Sobre todo, en el caso del modelo obtenido con una tensión efectiva de 100 kPa, en el que se predice una deformación permanente superior a la ofrecida por el modelo para una tensión efectiva de 200 kPa. Quizás este comportamiento sea debido a un menor grado de compactación con el martillo KANGO de la probeta de material granular.

q(kPa)	D	E	F	R <sup>2</sup> (%)
100	0,218	0,055	-0,271	98,08
200	0,012	0,208	-0,025	99,35
227	0,020	0,204	-0,043	99,34
250	0,021	0,204	-0,055	100,00
300	72,457	0,002	72,715	84,03

Tabla 8. Resultados del modelo no lineal con tres parámetros sin los 100 primeros ciclos

Otro planteamiento propuesto por Hornych *et al* (1993), también, consistió en restarle a la deformación permanente durante los **N** ciclos de carga la deformación permanente de los 100 primeros ciclos de carga. Sin embargo, en esta oportunidad teniendo en cuenta la ecuación 10, y ordenando las variables pertinentes se obtiene una expresión diferente a la ecuación 11. La expresión en cuestión, analizada por Hornych *et al* (1996) y Paute *et al* (1994) y (1996) es conocida como el **Modelo de Paute**:

$$\varepsilon_{1p}^*(N) = \varepsilon_{1p}(N) - \varepsilon_{1p}(100) = A_1 \left[ 1 - \left( \frac{N}{100} \right)^{-B} \right] \quad (12)$$

donde

- $\varepsilon_{1p}^*(N)$  = Deformación axial permanente acumulada restando los 100 primeros ciclos de carga.
- $\varepsilon_{1p}(N)$  = Deformación axial permanente acumulada después de **N** ciclos de carga.
- $\varepsilon_{1p}(100)$  = Deformación axial permanente acumulada en los 100 primeros ciclos de carga.
- N** = Número de repeticiones de carga.
- A<sub>1</sub>**, **B** = Parámetros de regresión del modelo.

Los estudios realizados por Paute *et al* (1994) han demostrado que los dos parámetros de la ecuación anterior **A<sub>1</sub>** y **B** son casi siempre positivos. Según dichos investigadores, solamente en algunos ensayos se obtienen valores negativos o sin un significado físico cuando el valor de **B** es muy pequeño. Éstos dicen que este resultado es importante porque en este caso cuando **B** > 0,  $\varepsilon_{1p}^*(N)$  tiende hacia un límite finito igual a **A<sub>1</sub>** para **N** infinito. Por consiguiente, en este modelo el parámetro **A<sub>1</sub>** es considerado como el valor límite de la deformación axial permanente total cuando el número de aplicaciones de carga tiende a infinito.

Por otro lado, según Paute *et al* (1994), se debe considerar un valor práctico que sea límite de la deformación permanente, para aquellos casos en que el parámetro **B** sea demasiado pequeño. En estas ocasiones hay que obtener el valor de dos veces la deformación permanente correspondiente a los primeros 20.000 ciclos de carga; que es igual a  $2\varepsilon_{1p}^*(20000)$ . Este valor se debe comparar con el valor de **A<sub>1</sub>**. Cuando se tenga que **A<sub>1</sub>** es mayor que  $2\varepsilon_{1p}^*(20000)$  entonces se debe tomar como valor práctico éste último.

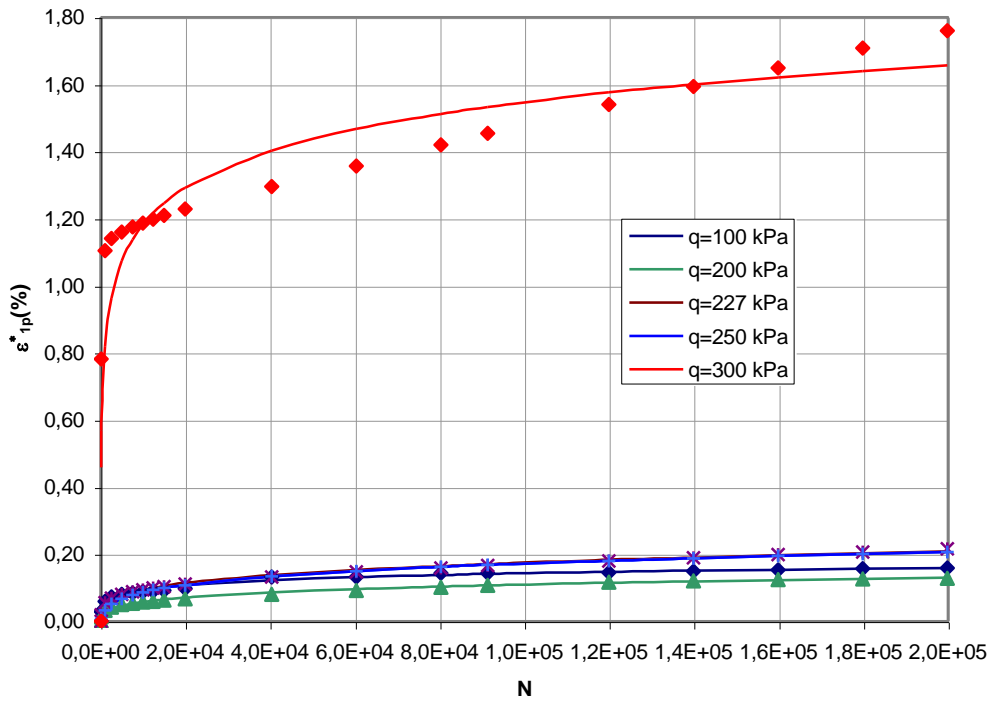


Figura 10. Modelo no lineal de tres parámetros sin los 100 primeros ciclos.

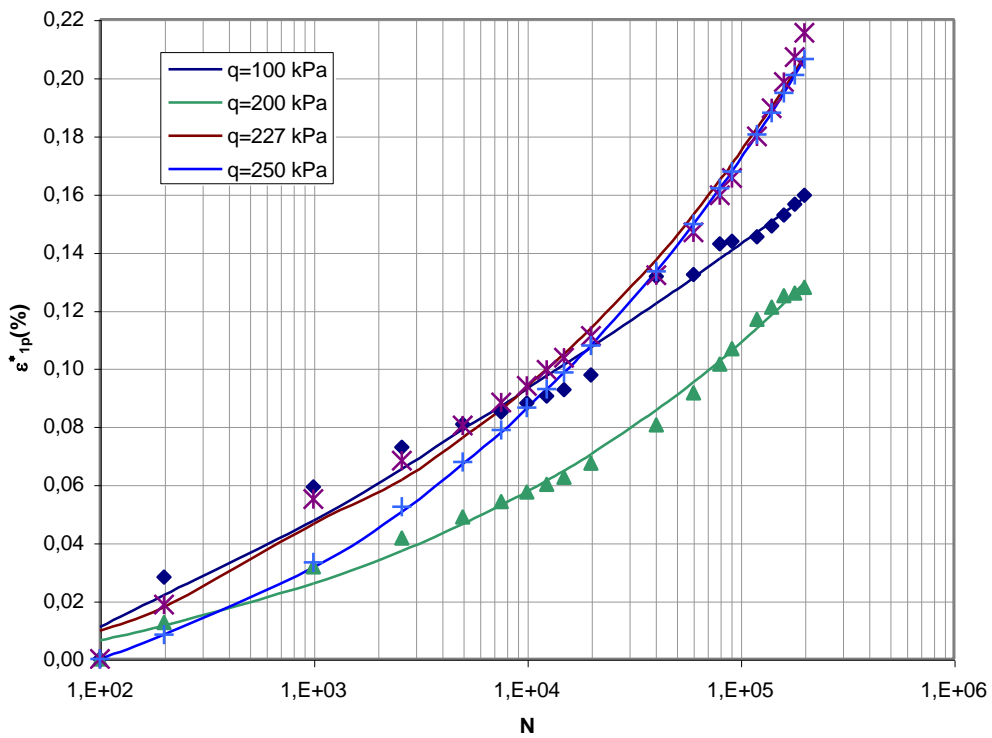


Figura 11. Modelo no lineal de tres parámetros sin los 100 primeros ciclos (escala logarítmica).

Los valores de los dos parámetros  $A_1$  y  $B$  para las cinco condiciones de carga se pueden observar en la tabla 8. Asimismo, en dicha tabla figuran los resultados del ajuste del modelo de Paute. Como se observa se pueden considerar bastantes razonables, aunque la curva  $q=300$  kPa da un coeficiente de determinación algo bajo. Quizá este resultado sea debido a que el valor de la tensión desviadora de 300 kPa está más cercano a la línea de falla de este material, lo cual podría producir una notoria aceleración del incremento de la deformación permanente. Como se puede observar esto no sucede en las curvas  $q=100$  kPa;  $q=200$  kPa;  $q=227$  kPa y  $q=250$  kPa donde se ve claramente que se estabiliza el incremento de la deformación permanente.

Tal y como se observa en la tabla 8, se tiene que para  $q=100$  kPa el valor práctico es igual a 0,195; para  $q=200$  kPa el valor práctico es 0,135; para  $q=227$  kPa es 0,222 y para  $q=250$  kPa es 0,216. Sin embargo para  $q=300$  kPa se toma directamente como límite de la deformación permanente el valor de  $A_1$ .

En este sentido, obsérvese que en las figuras 12 y 13, en las curvas  $q=100$  kPa;  $q=200$  kPa;  $q=227$  kPa y  $q=250$  kPa se aprecia que los límites de las tendencias de crecimiento de la deformación permanente acumulada, que predice el modelo, pueden corresponderse con estos valores prácticos 0,195; 0,135; 0,222 y 0,216. En contraposición, puede verse que para la curva  $q=300$  kPa el límite de crecimiento del valor real de la deformación permanente no se corresponde con el valor  $\epsilon_{1p}^*(20000)=2,457$ . Sin embargo, aparentemente, el valor del parámetro  $A_1 = 1,646$  se puede tomar como el límite de la deformación permanente acumulada que predice el modelo para un número de cargas igual a infinito.

q(kPa)	$A_1$	B ( $10^{-4}$ )	R <sup>2</sup> (%)	$2 \epsilon_{1p}^*$	Valor práctico de $A_1$
100	2,808	75,095	97,65	0,195	0,195
200	103,088	1,467	93,48	0,135	0,135
227	149,463	1,624	93,55	0,222	0,222
250	130,154	1,819	92,10	0,216	0,216
300	1,646	3430,300	82,82	2,457	1,646

Tabla 8. Resultados del Modelo de Paute

Por otra parte, Paute et al (1994) realizaron ensayos con diferentes trayectorias de tensiones en los cuales se demostraba que la variación de  $A_1$  (parámetro del modelo que representa el límite de la deformación permanente) con el nivel de esfuerzo se podría expresar mediante la ecuación denominada como “**segunda parte del modelo de Paute**”:

$$A_1 = \frac{q}{(p+p^*)} \cdot \frac{1}{a-b \cdot \frac{q}{(p+p^*)}} \quad (13)$$

donde:

- $A_1$  = Valor límite para la deformación permanente máxima.
- $q$  = Esfuerzo desviador máximo.
- $p$  = Esfuerzo normal máximo medio.
- $p^*$  = Parámetro de esfuerzo definido mediante la intersección de la línea de fallo estático y el eje de  $p$  en el espacio de tensiones  $p-q$ .
- $a, b$  = Parámetro de regresión.

En la ecuación anterior se tiene que cuando la línea de falla es igual a  $q_f = m \cdot p + s$  entonces el valor de  $p^*$  es igual a  $s/m$  (Figura 14). Esto indica, por un lado, que  $A_1$  se incrementa cuando la relación  $q/p$  aumenta y, por otro, que  $A_1$  es infinita cuando se alcanza un valor límite (igual a  $m = a/b$ ) para la relación  $q/(p+p^*)$ .

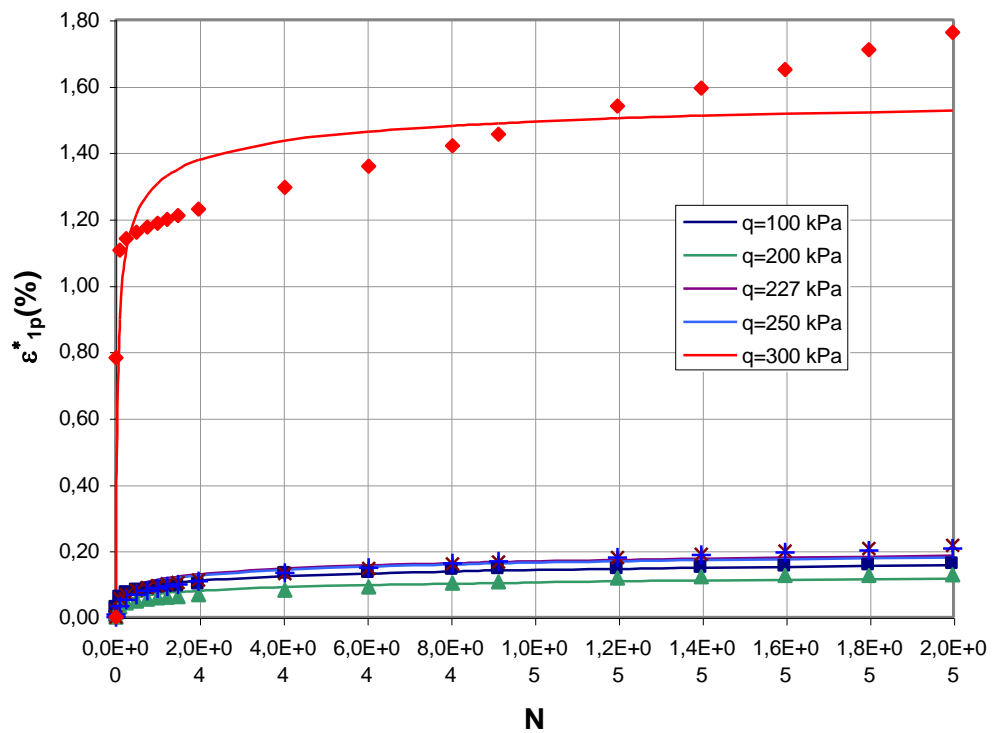


Figura 12. Modelo de Paute.

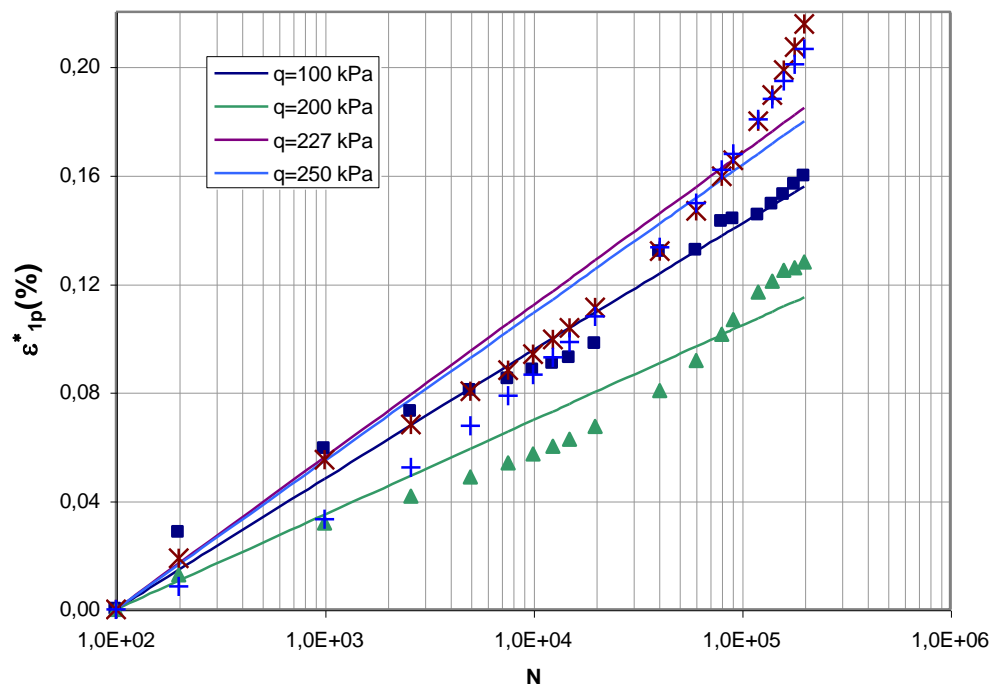


Figura 13. Modelo de Paute (escala logarítmica).

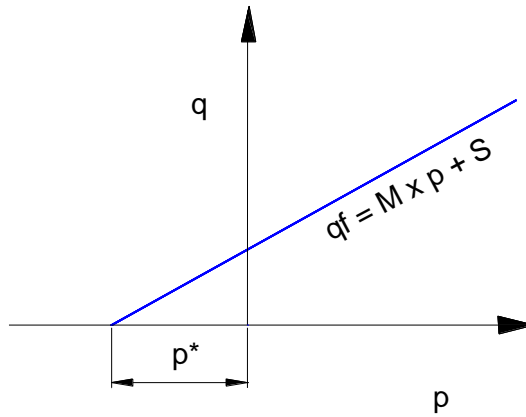


Figura 14. Línea de falla de un material granular

Por lo tanto, si se conoce la línea de falla del material, bastará saber un solo valor de  $q/p$  para poder estimar los valores  $a$  y  $b$  de la ecuación 13. En este sentido, como ya se dijo en el apartado 2, la línea de falla del material viene expresada mediante la ecuación  $q_i=1,25p+171,28$  por lo que aquí se tomó directamente como pendiente de la línea  $m=1,25$  y coeficiente de interceptación  $s=171,28$ . A partir de estos resultados, se obtuvieron los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la ecuación 13.

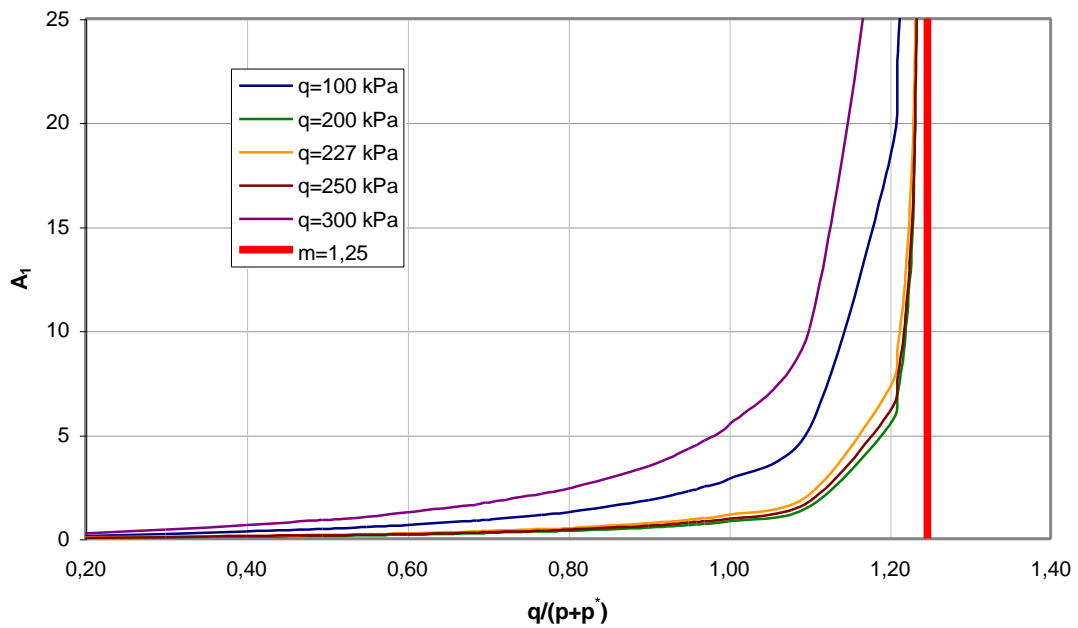


Figura 15. Segunda parte del Modelo de Paute

q(kPa)	p(Kpa)	p*	A <sub>1</sub>	a	b
100	233,33	137,86	0,195	1,761	1,412
200	266,67	137,86	0,135	6,091	4,892
227	275,67	137,86	0,222	4,421	3,546
250	283,33	137,86	0,216	5,264	4,222
300	300,00	137,86	1,646	0,926	0,743

Tabla 9. Resultados de la segunda parte del Modelo de Paute



Como se observa en la tabla 9, los parámetros **a** y **b** son diferentes para los cinco valores de las tensiones desviadoras. Este hecho se aprecia claramente en la figura 15 donde aparecen cinco curvas diferentes y **A<sub>1</sub>** tiende a infinito cuando **m** se acerca a 1,25. Sin embargo, si se cumpliera la segunda parte del Modelo de Paute deberían coincidir exactamente las cinco curvas.

Cuando no se conoce la línea de falla del material, ésta se puede obtener mediante aproximaciones sucesivas de **p\***. Mediante este método se asumen determinados valores de **p\*** de tal forma que se toma como válido el valor que da como resultado un coeficiente de correlación más alto entre los valores predichos por la ecuación 13 y los que figuran en la tabla 8. En este artículo este método fue rechazado porque no se encontró un valor máximo del coeficiente de correlación.

Otro modelo disponible en la literatura científica es el empleado por Lekarp (1998). En el mismo se utiliza la expresión siguiente:

$$\frac{\varepsilon_{1p}(N_{ref})}{(L/p_0)} = a \left( \frac{q}{p} \right)_{max}^b \quad (14)$$

donde:

- $\frac{\varepsilon_{1p}(N_{ref})}{(L/p_0)}$  = Deformación axial permanente acumulada para un número dado de ciclos **N<sub>ref</sub>**, **N<sub>ref</sub> > 100**.
- L** = Longitud de la trayectoria de tensiones.
- q** = Esfuerzo desviador máximo.
- (q/p)<sub>max</sub>** = Relación de esfuerzos máxima.
- a** = Parámetro de regresión.
- b** = Parámetro de regresión.
- p<sub>0</sub>** = Esfuerzo de referencia igual a 1 kPa.

En el trabajo realizado por Lekarp (1998), este investigador utilizó como deformación permanente acumulada de referencia la correspondiente a 20.000 ciclos de carga, obteniendo buenos coeficientes de determinación. Este investigador argumentó que la pérdida de exactitud en la predicción debido a la reducción del número de ciclos es generalmente muy pequeña y de poca importancia práctica. En este trabajo se decidió seguir el mismo criterio, por lo que los valores de la deformación para los 20.000 ciclos de carga son los que aparecen a continuación:

q(kPa)	p(kPa)	q/p	L (kPa)	$\varepsilon_{1p}(N_{ref})$ $\times 10^{-2}$
100	233,33	0,429	105,40	9,779
200	266,67	0,750	210,82	6,731
227	275,67	0,823	239,28	11,116
250	283,33	0,882	263,52	10,788
300	300,00	1,000	316,23	122,871

Tabla 10. Resultados del modelo de Lekarp

Al realizar la regresión no lineal se encontró que los valores de los parámetros **a** y **b** de la ecuación 14 eran 1,225 y 15,497 respectivamente, dando lugar a un coeficiente de determinación igual a 93,04%. En la figura 16 se puede observar el ajuste de este modelo, notándose que existe una notable diferencia entre el punto correspondiente al valor observado en el ensayo con q=100 kPa y el valor predicho por el modelo teórico. Como ya se ha mencionado anteriormente, quizás este comportamiento sea debido a una menor compactación de esta probeta de material granular, lo cual distorsiona los resultados.

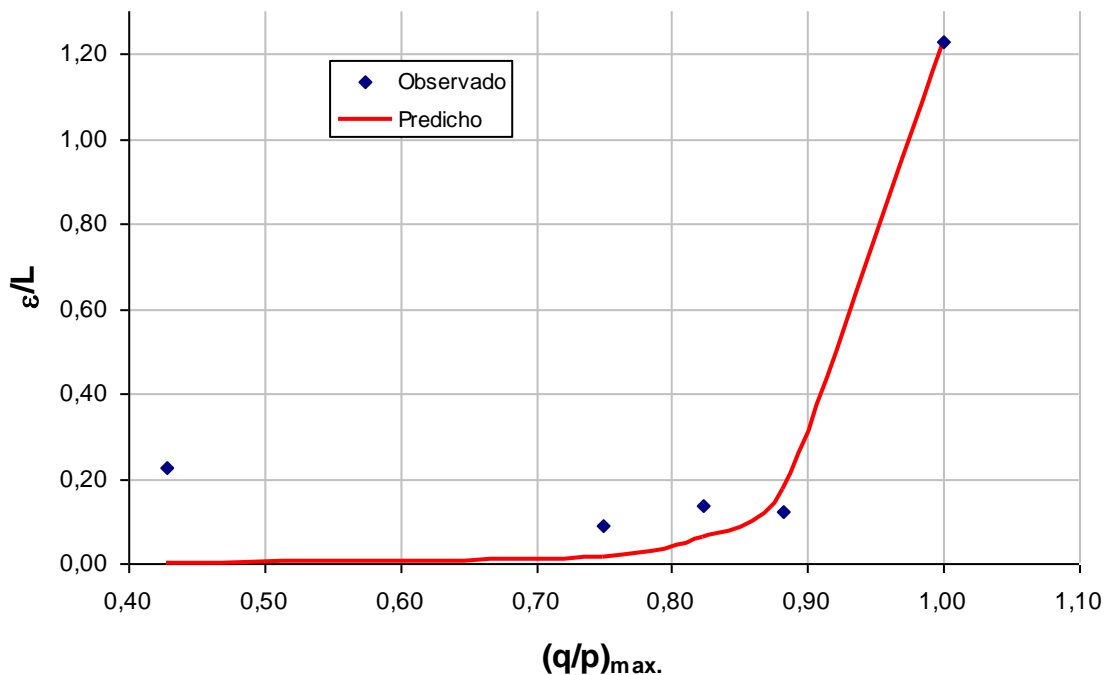


Figura 16. Modelo de Lekarp

## 6. CONCLUSIONES

En este artículo se han presentado algunos modelos de fallo que permiten predecir la deformación unitaria permanente axial de una zahorra artificial **ZA(25)** empleada en los firmes de carreteras. Éstos predicen la deformación permanente en función del número de ciclos de carga y, en general, presentan un buen ajuste con los datos observados. La mayoría no tiene un valor límite de la deformación permanente, pudiendo llegar a ser infinita para un número de cargas infinito. La excepción a este hecho la constituye el denominado *Modelo de Paute* que consta de dos partes: la primera predice la deformación permanente en función del número de ciclos de carga, siendo uno de los parámetros (del modelo) el valor límite de dicha deformación y la segunda parte predice el valor límite en función del nivel de esfuerzos. En este sentido, cabe decir que en la primera parte los resultados han sido buenos, pero en la segunda parte del modelo los resultados no han sido del todo satisfactorios. En esta misma línea, se ha obtenido el *Modelo de Lekarp* que predice, también, la deformación permanente en función del nivel de esfuerzos, obteniéndose un ajuste razonable.

Cuando se vayan a dimensionar firmes de carretera que contengan capas de materiales granulares tipo zahorra artificial, los modelos analizados en este artículo se podrían utilizar como criterios de fallo.

Por último, es necesario ampliar el número de ensayos de tal forma que éstos se lleven a cabo con el mayor número posible de trayectorias de tensiones. Esto se tiene previsto realizar próximamente cuando se haga un acondicionamiento del equipo triaxial que permita hacer ensayos con probetas de 300 mm. de altura por 150 mm. de diámetro.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- Hornych, P., Corté, J-F., Paute, J. L. (1993). “*Étude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées*”. Bulletin liaison Laboratoires des Ponts et Chaussées n° 184. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Paris.

- Khedr, S. (1985). “*Deformation characteristics of granular base course in flexible pavement*”. Transportation Research Record 1043. Transportation Research Board. Washington, D. C., 131-138.
- Lekarp, F., Dawson, A. (1998). “*Modelling permanent deformation behaviour of unbound granular materials*”. Construction and Building Materials. Vol. 12, N° 1.
- Medina Rodríguez, L. E., Pérez Pérez, I., Crespo del río, R. (2001). “*Comprobación estructural de las secciones de la instrucción de carreteras 6.1 y 6.2 IC*”. Revista de Obras Públicas. Enero.
- Medina Rodríguez, L. E., Pérez Pérez, I. (2002). “*Análisis de la respuesta elástica no lineal de las capas de base conformadas con materiales granulares*”. Ingeopres n° 105. Junio.
- Paute, J. L., Hornych, P., y Benaben, J. P. (1994). “*Comportement mécanique des graves non traitées*”. Bulletin de liaison des laboratoires des Ponts et Chaussées, 190, 27-38.
- Paute, J. L., Hornych, P., y Benaben, J. P. (1996). “*Repeated load triaxial testing of granular materials in the French network of Laboratories des Ponts et Chaussées*”. Flexible Pavements, Proceedings of the European Symposium Euroflex 1993. Lisboa, Portugal, 20-22 Septiembre.
- Paute, J. L., Jouve, P., Martínez, J., y Ragneau, E. (1988). “*Modele de calcul pour le dimensionnement des chaussées souples*”. Bulletin de liaison des laboratoires des Ponts et Chaussées, 156, 21-36.
- Pérez Pérez I., Navarro Gámir, V., Romana García A, M. (2000a). “*Comportamiento resiliente de las capas de base de los materiales granulares*”. V Congreso Nacional de Firmes. Las capas de base para firmes de carreteras. León.
- Pérez Pérez, I., Navarro Gámir, V., Romana García, M. (2000b). “*Modelos predictivos de la deformación permanente de las capas de base de materiales granulares sueltos empleados en los firmes flexibles*”. V Congreso Nacional de Firmes. Las capas de base para firmes de carreteras. León.
- Pérez Pérez, I., Navarro Gámir, V., Vázquez Santana, F., Medina Rodríguez, L. E., Romana García, M. G. (2000c): “*Propiedades mecánicas de las capas de base y subbase construidas con materiales granulares en los firmes de carreteras*”. VI Simposio de Carreteras y Aeropuertos. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echevarría (ISPJAE). La Habana. Cuba.
- Pérez Pérez, I., Medina Rodríguez, L. E., Navarro Gámir, V., Romana García, M. G. (2001). “*Estudio de las deformaciones resilientes de los materiales granulares sueltos utilizados en capas de base de carreteras*”. Congreso Mundial de la Carretera IRF. París.
- Pérez Pérez, I., Medina Rodríguez, L. E., Romana García, M. G. (2002). “*Calibración de las ecuaciones constitutivas del Módulo Resiliente de una zahorra artificial de granito*”. CARRETERAS n° 120.
- Romana García, M. G., Pérez Pérez, I., Navarro Gámir, V. (2000). “*Algunas notas sobre el comportamiento de las zahorras en los firmes*”. INGEOPRES . N° 82. Mayo.
- Rahaut, J., O’Quin, J., Hudson, W. (1976). “*Sensitivity Analysis of FHWA Structural Model VESYS II., Vol. 1: Preparatory and Related Studies*”. Report FHWA-RD-76-23. FHWA, U. S. Department of Transportation.
- Sweere, G. T. H. (1990). “*Unbound Granular bases for Roads*”. Phd thesis, University of Delf, The Netherlands.