



Dissertação

Mestrado em Engenharia Automóvel

***Análise e Otimização de Viagens Rodoviária***

**João Carlos Portela Areia**

*Leiria, Setembro de 2014*





Dissertação

Mestrado em Engenharia Automóvel

## ***Análise e Otimização de Viagens Rodoviárias***

**João Carlos Portela Areia**

Dissertação de Mestrado realizada sob a orientação do Doutor Rui Miguel Barreiros Ruben, Professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria e coorientação do Doutor Jorge Miguel Peralta Siopa, Professor da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria.

Leiria, *Setembro de 2014*

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Agradecimentos

---

Como agradecimento, gostaria de deixar uma especial menção à minha família que me apoiou durante todo este trabalho, auxiliando-me e encorajando-me em todas as suas fases.

Também gostaria de agradecer aos orientadores desta tese, que em muito são responsáveis pelo trabalho aqui apresentado. Agradeço imenso, a sua preciosa ajuda e dedicação.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Resumo

---

O Trabalho de seguida apresentado fundou-se num objetivo que passava por provar a grande relação entre o estilo de condução e os valores de consumo de uma viatura num determinado trajeto, sendo que, para isso, foi necessário criar ferramentas que permitissem extrair, analisar e otimizar dados de viagens.

Durante este trabalho, foi criada uma ferramenta que permite extrair dados de posição, tempo, velocidade, aceleração e azimute de um ficheiro GPX. A estes dados, também foram aplicados métodos para corrigi-los e facilitar a sua respetiva análise. Nomeadamente, foi desenvolvido um algoritmo para o cálculo de distância entre pontos de latitude e longitude, e foi criado também, um método que possibilita o cálculo do raio e ângulo das curvas do trajeto.

Durante este trabalho, criou-se também métodos de otimização de certas variáveis de um trajeto. As otimizações criadas tinham em vista racionalizar o estilo de condução, sendo que, os resultados destas otimizações demonstram a relação entre certas variáveis e o consumo.

Por fim, também foi criado um programa que engloba algumas funções criadas no trabalho, como a extração de dados do ficheiro GPX e cálculo do consumo. Este programa permite aceder a várias funções de um forma mais cómodas e simples.

***Palavras-chave: Consumo, Ficheiro GPX, Otimização, Velocidade, Aceleração***

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Abstract

---

The presented work aimed to prove the relationship between, the driving style and fuel consumption of a car in a certain path. To achieve this goal it was necessary to create mechanisms that allow to extract, analyze and optimize travel data.

During this work, a tool that allows extracting position data, time, speed, acceleration azimuth from a GPX file was created. To these data, it was also applied methods to correct them and to facilitate their analysis. In particular, it was developed an algorithm for the calculation of the distance between points of latitude and longitude, and was also created a method that allowed the calculation of the radius and angle of the curved path.

During this work, it was developed methods of optimization of certain variables of a path. Optimizations were created in order to rationalize the driving style, and the results of these optimizations showed the relationship between certain variables and consumption.

Finally, a program that included some functions created at this work, as the extraction of data from the GPX file and calculation of consumption was also created. This program will allow access to a countless functions in a simple and convenient way.

***Keywords: Consume, GPX File, Optimization, Velocity, Acceleration***

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Lista de Figuras

---

Figura 2.1 – Interseção das esferas criadas pela distância do recetor a um satélite, dois satélites e três satélites (Langley, 1991)	7
Figura 2.2 – Pseudodistâncias criadas pelos desvios temporais de sincronização (linha a cheio) (Langley, 1991)	8
Figura 2.3 – Resultados dos totais de erros de posição horizontal (GPS Product Team, 2014)	11
Figura 3.1 – Fluxograma do algoritmo para extração de dados do ficheiro GPX	16
Figura 3.2 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção dos valores temporais através dos dados de data fornecidos pelo ficheiro GPX.	18
Figura 4.1 – Exemplo de um triângulo esférico	19
Figura 4.2 – Triângulo esférico e algumas projeções criadas de forma a criar alguns triângulos retângulos (Santiago)	20
Figura 4.3 – Representação da esfera terrestre com dois pontos distintos à sua superfície	22
Figura 4.4 – Exemplo de duas curvas unidas em $P1$ com tangentes iguais nesse ponto	25
Figura 4.5 – Exemplo da projeção cartesiana dos valores de latitude e longitude	26
Figura 4.6 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção do valor de ângulo da curva	28
Figura 4.7 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção do sentido de rotação da curva	32
Figura 4.8 – Fluxograma do algoritmo genérico do método de obtenção dados da curva	33
Figura 4.9 – Exemplo de desvios ao ponto real, num caso de uma curva e no caso de uma reta	35
Figura 4.10 – Fluxograma do algoritmo de aproximação e otimização o cálculo das curvas	37
Figura 4.11 – Representação gráfica da aplicação do método de obtenção dos valores das curvas	39
Figura 4.12 – Comparação gráfica entre método com e sem aproximação de pontos	40
Figura 4.13 – Efeito Arco Inverso	41
Figura 5.1 – Diagrama de corpo livre do sistema veículo em movimento	43
Figura 6.1 – Aplicação de um ponto intermédio entre os pontos $P1$ e $P2$ de forma a cumprir a distância real	48
Figura 6.2 – Fluxograma do algoritmo de correção de dados	51
Figura 6.3 – Fluxograma do algoritmo do método de otimização de dados pelo limite absoluto e de variação da aceleração	56
Figura 6.4 – Gráfico da variação de velocidade ao longo do tempo dos dados originais e dos dados do método limitativo do valor absoluto e variação da aceleração	58
Figura 6.5 – Exemplo de instabilidade da velocidade ao longo do tempo	60
Figura 6.6 – Princípio básico do método de otimização pelo método dos mínimos quadrados	61
Figura 6.7 – Fluxograma do algoritmo de obtenção da amostra inicial	63
Figura 6.8 – Fluxograma do algoritmo de seleção da amostra restrita.	65
Figura 6.9 – Fluxograma do algoritmo de aplicação do método dos mínimos quadrados	69
Figura 6.10 – Gráfico de velocidade da primeira aproximação, do primeiro ao sétimo ponto original	71
Figura 6.11 – Gráfico de velocidade da aproximação de todo o trajeto	72

Figura 6.12 – Gráfico de velocidade de um trajeto completo, comparando a curva original e otimizada	72
Figura 6.13 – Representação gráfica da localização do ponto de velocidade ótima	75
Figura 6.14 – Fluxograma do algoritmo do método de otimização por incrementações sucessivas	78
Figura 6.15 – Gráfico de velocidade no trecho inicial comparando curva original e otimizada	79
Figura 6.16 – Gráfico de velocidade de todo trecho comparando curva original e otimizada	80
Figura 7.1 – Ambiente Geral do Programa	87
Figura 7.2 – Janela módulo ficheiro Cartrack	89
Figura 7.3 - Janela módulo ficheiro GPX	91
Figura 7.4 - Janela Gráfico ficheiro GPX	92
Figura 7.5 – Janela módulo edição de viatura	93
Figura 7.6 – Janela seleção viatura	94

# Lista de Tabelas

---

Tabela 4.1 – Valores de Latitude e longitude e relativos valores de distância	23
Tabela 4.2 – Resultados do cálculo dos valores de curvas para uma amostra de pontos	38
Tabela 4.3 – Resultados do cálculo dos valores de curvas para o método sem aproximação e para o método com aproximação.	40
Tabela 6.1 – Resultados da comparação da distância calculada e distância real	47
Tabela 6.2 – Resultados da comparação da distância calculada e distância real	52
Tabela 6.3 – Resultados comparativos com aplicação do método de limitação da aceleração	57
Tabela 6.4 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo	58
Tabela 6.5 – Resultados energéticos e de consumo dos dois cálculos de otimização	58
Tabela 6.6 – Resultados energéticos detalhados das duas otimizações, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa	59
Tabela 6.7 – Dados originais antes de serem otimizados	70
Tabela 6.8 – Dados otimizados, diminuição do número de pontos relativamente ao original	70
Tabela 6.9 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo	73
Tabela 6.10 – Resultados energéticos e de consumo do cálculo original e otimizado	74
Tabela 6.11 – Resultados energéticos detalhados do cálculo original e otimizado, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa	74
Tabela 6.12 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo	80
Tabela 6.13 – Resultados energéticos e de consumo do cálculo original e otimizado	80
Tabela 6.14 – Resultados energéticos detalhados do cálculo original e otimizado, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa	81
Tabela 6.15 – Propriedades físicas e da viatura utilizado no cálculo do consumo	82

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Lista de Siglas

---

**GPS** – Global Position System

**SPS** – Standard Positioning Service

**PPS** - Precise Positioning Service

**C/A** – Clear/Acquisition

**P-Code** – Precision ou Protected Code

**GPX** – GPS Exchange Format

**UTC** – Dynamic-link library

**XML** – eXtensible Markup Language

**VBA** – Visual Basic for Application

**API** – Application Programming Interface

**DLL** – Dynamic-link library

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Índice

---

<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>III</b>
<b>RESUMO</b>	<b>V</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XI</b>
<b>LISTA DE SIGLAS</b>	<b>XIII</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>XV</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1. Enquadramento do Trabalho	1
1.2. Estrutura do Trabalho	2
<b>2. FERRAMENTAS DE AUXÍLIO À OTIMIZAÇÃO DE VIAGENS</b>	<b>3</b>
2.1. Ferramentas de Gestão de Frotas e Trajetos	3
2.2. Sistema GPS	4
2.2.1. Apresentação Sistema GPS	4
2.2.2. Método de Obtenção de Localização	6
2.2.3. Erros e Precisões do Sistema GPS	9
<b>3. EXTRAÇÃO DE DADOS DO FICHEIRO GPX</b>	<b>13</b>
3.1. O Ficheiro GPX	13
3.2. Algoritmo Para Extração de Dados	15
3.2.1. Apresentação do Algoritmo	15
3.2.2. Implementação do Algoritmo	17
<b>4. DISTÂNCIAS E CURVAS</b>	<b>19</b>
4.1. Cálculo das Distâncias	19
4.1.1. Método de Cálculo de Distâncias	19
4.1.2. Resultados e Algumas Considerações	23
4.2. Cálculo das Curvas	24
4.2.1. Método de Cálculo dos Valores das Curvas	24
4.2.2. Implementação do Método de Cálculo dos Valores das Curvas	30
4.2.3. Aproximação de Pontos e Otimização do Método de Cálculo dos Valores das Curvas	33
4.2.4. Resultados	37
<b>5. CÁLCULO DO CONSUMO</b>	<b>43</b>
<b>6. CORREÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE DADOS DE VIAGENS</b>	<b>47</b>
6.1. Correção de Dados – Método da Velocidade Intercalar	47

<b>6.2.</b>	<b>Otimização por Limite Absoluto e de Variação de Aceleração</b>	<b>52</b>
6.2.1.	Apresentação do Algoritmo do Método	52
6.2.2.	Resultados	56
<b>6.3.</b>	<b>Otimização Pelo Método dos Mínimos Quadrados</b>	<b>59</b>
6.3.1.	Apresentação do Algoritmo do Método	59
6.3.2.	Segmentação da Amostra	61
6.3.3.	Formulação do Método Numérico	66
6.3.4.	Implementação do Método Numérico	68
6.3.5.	Resultados	70
<b>6.4.</b>	<b>Otimização Pelo Método das Incrementações Sucessivas</b>	<b>74</b>
6.4.1.	Apresentação do Algoritmo do Método	74
6.4.2.	Resultados	78
<b>6.5.</b>	<b>Comparação Entre os Vários Métodos de Otimização</b>	<b>81</b>
<b>7.</b>	<b>PROGRAMA FINAL</b>	<b>85</b>
<b>7.1.</b>	<b>Apresentação do Programa</b>	<b>85</b>
<b>7.2.</b>	<b>Apresentação Detalhada das Funções do Programa</b>	<b>87</b>
7.2.1.	Módulo do Ficheiro Cartrack	87
7.2.2.	Módulo do Ficheiro GPX	90
7.2.3.	Módulo da Base de Dados de Viaturas	93
<b>8.</b>	<b>CONCLUSÕES GERAIS E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>97</b>
<b>8.1.</b>	<b>Conclusões</b>	<b>97</b>
<b>8.2.</b>	<b>Trabalhos Futuros</b>	<b>98</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>99</b>

# 1. Introdução

---

## 1.1. Enquadramento do Trabalho

---

A problemática da redução de consumos de combustível por parte dos automóveis, conquistou inúmeras consciências que se debatem pela obtenção dos meios mais eficazes para se alcançar a solução que melhor soluciona tal problema. Esta questão tem aberto espaços a todos os tipos de abordagens, contudo, atualmente, as soluções que têm tido mais visibilidade prendem-se com a otimização dos veículos. Para tal, basta verificar as inúmeras evoluções que os veículos têm sofrido, tendo em vista a economia de combustível. Todos os motores são equipados com sistemas que melhoram a sua eficiência, a aerodinâmica dos veículos é cuidada de forma a permitir o menor arrasto aerodinâmico e todos os outros sistemas dos veículos têm tido evoluções com o objetivo de cumprir esta premissa comum.

Este trabalho surge como fruto deste debate Mundial que se caracteriza pela necessidade de redução de consumos de combustível por parte das viaturas. Como tal, este trabalho surgiu para desenvolver uma abordagem diferente das abordagens que atualmente têm tido maior relevo nesta temática. Portanto, ao contrário das abordagens correntes, este trabalho, apresenta uma otimização sobre os trajetos e estilo de condução e não uma otimização sobre os veículos. O trabalho atual aborda e aprofunda a ideologia que reparte a culpabilidade do consumo, pelo automóvel e pelo condutor.

Partindo do preceito que relaciona o consumo de combustível de um veículo com os regimes e cargas impostas ao motor e considerando a respetiva relação dessas variáveis com a condução aplicada na viatura, considerou-se ser possível alcançar reduções de consumo de combustível substanciais, otimizando o estilo de condução e selecionando o melhor trajeto para uma determinada viagem. Sendo assim, muito do trabalho efetuado passou por estudar e criar ferramentas que alimentem e suportem esta ideologia.

Como tal, durante o trabalho foram estudados e criados vários métodos e algoritmos que permitem abordar este conceito de otimização, e justificando-o com simulações. Sendo assim, partindo da extração de dados até às otimizações destes, foram ponderadas todas as etapas e criados programas que possibilitam a adaptação e correção dos dados e cálculo de otimizações. Este trabalho não se restringiu a um simples cálculo de otimização, sendo

que, foram criados diversos métodos, efetuando assim uma abordagem comparativa entre otimizações.

## **1.2. Estrutura do Trabalho**

---

No segundo capítulo deste trabalho é abordado o estado de arte destas otimizações, aqui, também são apresentadas algumas ferramentas existentes que têm como objetivo auxiliar a aplicação deste conceito de otimização.

O terceiro capítulo está reservado ao ficheiro GPX. Neste capítulo é apresentado o ficheiro GPX e metodologia desenvolvida para extração de dados destes ficheiros.

No quarto capítulo é efetuada uma abordagem ao método de cálculo de distância através dos dados do ficheiro GPX. Também é apresentado neste capítulo a metodologia base e otimizações criadas para a obtenção dos valores das curvas.

No quinto capítulo é enunciado o cálculo utilizado para obter os valores de consumo de um determinado trajeto.

No sexto capítulo inicia-se a apresentação dos métodos de otimização. O capítulo inicia-se abordando o método utilizado para a adaptação dos valores provenientes dos ficheiros GPX, sendo que, seguidamente são apresentados os vários métodos de otimização criados e respectivos resultados.

No sétimo capítulo é apresentado um programa que foi desenvolvido para incorporar algumas das funções criadas no presente trabalho. Ao ler este capítulo, consegue-se perceber quais as principais funções que o programa contém e a sua utilidade para este tema.

Por fim, no oitavo capítulo é enunciado uma série de considerações finais para todos os trabalhos. Também são apresentadas algumas propostas para trabalhos futuros.

## 2. Ferramentas de Auxílio à Otimização de Viagens

---

### 2.1. Ferramentas de Gestão de Frotas e Trajetos

---

Atualmente, as principais ferramentas de otimizações de trajetos baseiam-se nas ferramentas de gestão de frotas. Mas, na realidade, as ferramentas que interessam mais a este trabalho, não são as ferramentas de gestão de frotas que organizam os trajetos a efetuar, mas sim, as ferramentas que auxiliam a gestão de frotas, fornecem dados dos trajetos efetuados, desde as localizações às velocidades da viatura em cada viagem. No que diz respeito à otimização de condução, são escassas ou mesmo inexistentes as referências a este tipo de análise.

Muitas das ferramentas presentes no mercado e que visam auxiliar o serviço de gestão de frotas, são ferramentas baseadas na tecnologia GPS. Com a utilização desta tecnologia, estas soluções permitem um controlo em tempo real de toda uma frota, sendo que, o utilizador consegue saber a cada instante a localização das suas viaturas, permitindo assim, uma gestão mais acertada dos trajetos a serem impostos a cada viatura (Inosat ,2013; Cartrack, 2013).

Estas ferramentas, para além das informações de localização, também fornecessem dados essenciais do perfil de condução de cada condutor. Pois, com estas ferramentas, o utilizador tem acesso aos valores de velocidade instantânea da viatura, sendo que também, muitas das ferramentas presentes no mercado permitem extrair relatórios detalhados, com todas as informações de cada viatura e suas viagens (Inosat ,2013; Cartrack, 2013). Algumas das informações destes relatórios passam pela velocidade, tempo ao longo da viagem, aceleração, regime do motor, posição do pedal de acelerador, nível de combustível, etc. Todos estes dados, para um controlo de frotas eficaz, revelam-se preciosos, pois, com estes permitem deduzir o perfil de condução aplicado à viatura.

Para além das ferramentas especializadas na gestão de frotas, existem atualmente outras ferramentas disponíveis na *Web*, abertas ao utilizador comum, que permitem organizar rotas e trajetos, estimando o preço inerente ao consumo de combustível. No

entanto, estas estimativas são efetuadas de uma forma muito abrangente, sendo feitas só com base no tipo de veículo e seu combustível (Michelin, 2013).

Em suma, através da pesquisa efetuada, verifica-se que ainda não foram desenvolvidas ferramentas que estimam consumos de viagens já efetuadas, nem ferramentas que proponham otimizações às condições de condução. Contudo, para este trabalho, os relatórios detalhados que contêm informações de cada viagem, constituem uma fonte importante de dados. Sendo que, com a utilização destes relatórios, é possível aplicar algumas das ferramentas criadas durante este trabalho. Por sua vez, a aplicação das ferramentas criadas neste trabalho aos dados provenientes dos relatórios podem proporcionar ao utilizador mais uma ajuda à otimização de frotas, nomeadamente, com as ferramentas desenvolvidas, é possível o utilizador perceber quais os consumos de cada viagem e analisar algumas otimizações aos valores do trajeto.

## **2.2. Sistema GPS**

---

### **2.2.1. Apresentação Sistema GPS**

---

O sistema GPS tem um papel preponderante neste trabalho, sendo que, sem ele não era possível aplicar muitas das ferramentas criadas, pois, é do sistema GPS que vem a maioria dos dados utilizados neste trabalho. Como tal, devido à sua versatilidade, o sistema GPS assume-se como uma boa ferramenta de aquisição de dados de trajetos. Portanto, devido ao papel do GPS neste trabalho, foi efetuada uma pequena abordagem ao sistema, analisando as suas principais características.

O GPS (*Global Positioning System*) é um sistema que se baseia na localização e navegação por satélite. Genericamente, este sistema permite fornecer informações de posição e tempo em qualquer momento e em qualquer lugar do mundo (El-Rabbany, 2002). O GPS surgiu na década de 1970, quando o departamento de defesa dos Estados Unidos da América desenvolveu um sistema de localização por satélite tendo em vista fins militares. No entanto, as funcionalidades do GPS alargaram-se ao meio civil, sendo hoje amplamente utilizado para diversos fins (Dprt.of Defense U.S.A., 2008). O sistema GPS conta com dois serviços diferentes, o serviço SPS (*Standard Positioning Service*) que tem em vista o uso civil do sistema e o serviço PPS (*Precise Positioning Service*) que é utilizado para fins militares. O PPS é um serviço restrito, onde só recetores autorizados

podem utilizá-lo, este serviço conta com maior precisão dos dados recebidos do que o serviço SPS (Dprt.of Defense U.S.A., 2008; Parthasarathy, 2006).

A topologia do GPS baseia-se em três módulos distintos, o módulo espacial, o módulo de controle e o módulo do usuário. O módulo espacial do GPS conta com 24 satélites que efetuam diferentes órbitas em volta da Terra. Estão estipuladas seis órbitas distintas desfasadas entre si 60°, sendo que, em cada órbita, orbitam quatro satélites. Este módulo tem como função garantir a comunicação com os usuários e transmitir informações necessárias para que estes consigam determinar as suas localizações (Raju, 2003; Thompson, 1998)

O módulo de controle contempla as estações de controle espalhadas pelo mundo (El-Rabbany, 2002). Este módulo garante a permanente comunicação com os satélites. Nessa comunicação é atestada as condições dos satélites, determinado e sincronizado o tempo GPS para todos os satélites, são verificadas as órbitas dos satélites e é enviado as mensagens particulares correspondentes a cada satélite (Raju, 2003).

O módulo do usuário representa todos os aparelhos que utilizam os sinais GPS. Este módulo é o responsável por receber os dados GPS dos satélites e transformar esses dados em valores de localização (Raju, 2003).

Os sinais GPS são emitidos em duas frequências diferentes, L1 e L2. O valor destas frequências deriva do valor padrão de frequência Atômica (AFS), que é de 10,23 MHz. A frequência da banda L1 é de 1575,42 MHz, ou seja 154 X AFS, por sua vez, a banda L2 comporta um frequência de 1227,6 MHz, ou seja, 150 x AFS (Dprt.of Defense U.S.A., 2008).

Dentro destas duas bandas de frequência são modelados e transmitidos dois sinais diferentes, o sinal C/A (*Clear/Acquisition*) e o sinal P-Code (*Precision ou Protected*). O sinal C/A é emitido na banda L1, enquanto o sinal P-Code é emitido nas duas bandas de emissão. Os sinais C/A e P-Code são sinais PRN (*Pseudorandom Noise*), ou seja, códigos que representam uma sequência de valores binários. O sinal P-Code é encriptado, portanto, o acesso a este sinal está privado ao uso civil, sendo que a sua maior utilizações passa pelos fins militares. O C/A, relativamente ao P-Code não permite dados tão precisos, albergando mais erros na obtenção de localizações através deste sinal (Raju, 2003; El-Rabbany, 2002).

O sinal C/A é um sinal que é modelado em fase para ser transportado. O sinal contém uma mensagem 1023 bits, que a uma frequência de 1,023 MHz, cria uma mensagem de 1 ms de duração. O seu comprimento de onda é de 300 m. A cada satélite é atribuído um sinal C/A distinto, este facto permite ao recetor identificar de qual satélite é que está a receber a mensagem (El-Rabbany, 2002; Tsui, 2000). O sinal P-Code também é um sinal a ser modelado em fase, contudo, a sua frequência é de 10,23 Mhz. Este sinal é gerado a partir de dois códigos PRN com a mesma frequência. A cadeia criada por estes dois códigos é incrivelmente grande, provocando uma sequência que só se repete a cada 266 dias, ou seja, a cada 38 semanas. Este código de 38 semanas é dividido por 37 segmentos diferentes que serão repartidos pelos satélites. O segmento correspondente a cada satélite serve como identificador do mesmo. Contudo, existindo somente 32 satélites, sendo que só 24 estão em órbita, os restantes cinco segmentos da mensagem são utilizados para o controlo dos satélites (Tsui, 2000).

Na banda L1 e L2 ainda é enviada uma última mensagem, a mensagem de navegação. Esta mensagem tem uma frequência de 50 Hz, provocando uma velocidade de transmissão de 50 bps. A mensagem tem 25 segmentos que por sua vez são divididos em cinco subsegmentos, cada subsegmento contém 10 palavras e cada palavra contém 30 bits, perfazendo no total, um tamanho de mensagem de 37500 bits. A transmissão destes bits, a uma velocidade de 50 bps, provoca uma duração de mensagem de 12,5 minutos, correspondendo a cada segmento, 30 segundos. Estes bits trazem informações sobre a localização do satélite, a sua órbita, valores de correção do seu relógio, etc (Raju, 2003).

### **2.2.2. Método de Obtenção de Localização**

---

Para a determinação das localizações de um determinado ponto, teoricamente, é necessário que o recetor desse ponto consiga adquirir informação de pelo menos três satélites. Tal como mostra a figura 2.1, se só um sinal de satélite for captado pelo recetor é impossível extrair qualquer informação. Se forem captados sinais de dois satélites, já é possível restringir a possível localização desse ponto a uma circunferência criada pela intersecção das duas esferas centradas no satélite respeitante. Se foram intercetados três sinais de três satélites, a localização do ponto fica restringida aos dois pontos resultantes da intersecção das três esferas. Neste caso, um dos pontos poderá ser rapidamente excluído devido ao valor absurdo de localização (Langley, 1991).

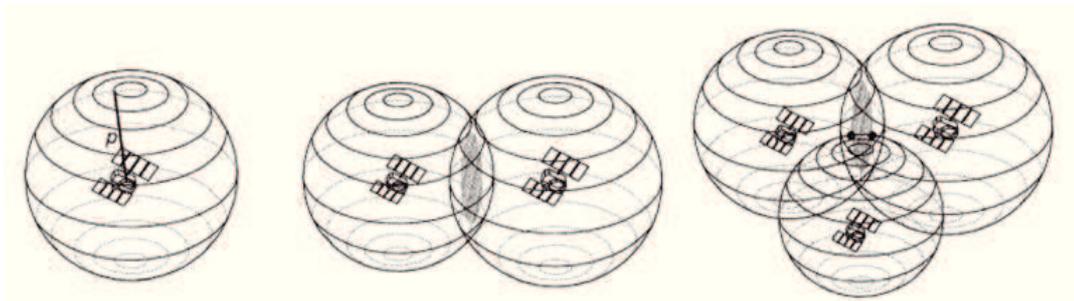


Figura 2.1 – Interseção das esferas criadas pela distância do receptor a um satélite, dois satélites e três satélites (Langley, 1991)

Teoricamente, seria possível encontrar a localização de um ponto através deste raciocínio, contudo, tal não é concretizável, pois existe uma condicionante que não permite aplicar tal método - o erro na aquisição do valor de tempo de propagação da mensagem (Langley, 1991).

Para a aquisição dos valores de localização, o tempo de propagação da mensagem desde o satélite até ao receptor, é considerado como variável fulcral para efetuar estes cálculos. Este valor é conseguido pois existe uma sincronização de relógio entre o satélite e receptor, depois, o satélite, de cada vez que emite uma mensagem também emite o tempo a que essa mensagem foi enviada, seguidamente, aquando o receptor recebe a mensagem, este verifica quando é que esta saiu do satélite e o tempo atual, conseguindo-se assim saber o tempo de propagação da mensagem (Langley, 1991).

Admitindo que existe uma sincronização de tempo perfeita entre o satélite e o receptor GPS, e assumindo que a atmosfera terrestre não provoca atraso na propagação de sinal, é possível identificar a distância que separava o satélite do receptor através do tempo decorrido durante o envio da mensagem. Para tal, basta calcular a distância através da fórmula  $p1 = c \Delta t$ , sendo que  $p1$  é a distância do primeiro satélite ao receptor, ou seja, o raio da primeira esfera, e  $c$  é a velocidade de propagação. Ao saber esta distância já se conhecia alguma informação localização, mas calculando os raios das outras esferas, então seria possível localizar o ponto (Langley, 1991).

Na realidade o procedimento que o sistema GPS utiliza para indicar as localizações não é muito diferente do apresentado, contudo existe mais umas variáveis que tem de ser tomadas em conta. Num caso real, as considerações iniciais propostas há pouco não são verdadeiras, pois, o relógio do receptor não está eximamente sincronizado com o satélite, existindo sempre um desfasamento entre os tempos. Também, a sincronização de relógio

entre cada satélite e o tempo mestre não é perfeita, provocando também um desvio temporal (Langley, 1991).

O cálculo da distância entre o satélite e o recetor, através da fórmula que relacionava o tempo de propagação da mensagem e a respetiva velocidade de propagação, iria criar um resultado ambíguo devido aos erros dos desvios temporais, tanto da sincronização do satélite como da sincronização do recetor. O resultado deste cálculo é denominado de *pseudodistância*, pois comporta em si um valor aproximado mas não real de distância. (Langley, 1991). Estas distâncias estão expostas na figura 2,3 demarcadas com a linha a cheio.

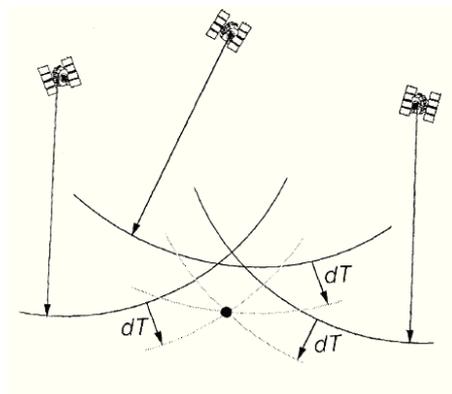


Figura 2.2 – Pseudodistâncias criadas pelos desvios temporais de sincronização (linha a cheio) (Langley, 1991)

Relativamente ao erro de sincronização entre satélites, o módulo de controlo do sistema GPS, ou seja, um observatório, está continuamente a monitorizar os relógios de cada satélite, conseguindo assim informar o satélite do desvio temporal que lhe está inerente, sendo assim, as pequenas falhas de sincronização entre satélites conseguem ser consideradas e medidas. Relativamente ao erro de sincronização entre o recetor e o satélite, não existe nenhum controlo que permite solucioná-lo e nem é possível determiná-lo só com o sinal de três satélites. Como tal, é necessário receber o sinal de um quarto satélite. Com o sinal de quarto satélite, já se consegue obter quatro valores de *pseudodistâncias* para quatro incógnitas, X, Y, Z e desvio de sincronização do relógio do recetor com os satélites ( $dt$ ), sendo X, Y e Z as coordenadas do ponto. Analisando a figura 2,3 e incluindo um quarto satélite, verifica-se que os valores de distância das *pseudodistâncias*,  $p_x$ , podem ser dados pela subtração do valor real do raio das esferas de centro nos satélites pelo valor de distância provocada pelo desvio temporal. Sendo conhecido o valor de posição dos satélites e sendo este comunicado ao recetor GPS, o recetor pode calcular as suas coordenadas aplicando o seguinte sistema de equações (Langley, 1991; Kleusberg, 2003).

$$\begin{cases} p_1 = \sqrt{(X - x_1)^2 - (Y - Y_1)^2 - (Z - z_1)^2} - cdT \\ p_2 = \sqrt{(X - x_2)^2 - (Y - Y_2)^2 - (Z - z_2)^2} - cdT \\ p_3 = \sqrt{(X - x_3)^2 - (Y - Y_3)^2 - (Z - z_3)^2} - cdT \\ p_4 = \sqrt{(X - x_4)^2 - (Y - Y_4)^2 - (Z - z_4)^2} - cdT \end{cases}$$

Os valores  $x$ ,  $y$ , e  $z$  são as coordenadas de localização dos satélites.

O solucionar deste sistema de equações não é alcançado de uma maneira direta mas sim através de um sistema iterativo conhecido como *Newton-Raphson*. Os resultados obtidos dizem respeito a um sistema de coordenadas cartesiano geocêntrico, sendo que é necessário adaptá-los ao sistema de longitude, latitude e elevação (Langley, 1991).

### 2.2.3. Erros e Precisões do Sistema GPS

---

Aliados ao sistema GPS, estão sempre inerentes alguns erros que limitam a precisão dos valores de localização. Na sua generalidade, os erros mais comuns no sistema GPS, prendem-se com imprecisões nos relógios dos satélites e recetores, ambiguidades na determinação da posição dos satélites, erros na órbita dos satélites, atraso nas mensagens enviadas pelo satélite na ionosfera e troposfera e possíveis reflexões de sinal em outros objetos antes de este chegar ao recetor (Raju, 2003).

Quanto à precisão dos sistemas GPS, esta tem vindo a aumentar significativamente. Um dos primeiros passo que permitiu alcançar uma maior precisão foi a inabilitação do sistema SA (*Selective Availability*). O SA era um programa que limitava, premeditadamente a precisão para usos civis do sistema GPS, sendo que, só para fins militares ou autorizados era possível contornar o SA. No tempo em que o SA estava ativo, um sistema GPS civil tinha uma precisão de cerca de 20 a 100m, contudo, após esta inativação em 2000, a precisão subiu para a casa dos 10 a 20 m. Os valores de precisão aqui mostrados refletem os usos civis e utilização do sinal C/A (Grewal *et al.*, 2007, Official U.S. Government info. GPS (1), 2014).

Contudo novos avanços vieram mostrar que ainda é possível subir a precisão do GPS. Em 2005 foi posto em órbita o primeiro satélite com transmissão numa nova banda de frequência, a banda L2C, uma nova linha aberta ao uso civil (Official U.S. Government info. GPS (2), 2014). Esta nova linha de transmissão de dados possibilita o envio de dados que, estavam restringidos à frequência da linha L1, numa banda de frequência igual à banda L2, linha que está interdita a usos não autorizados. O sinal transportado pelo L2C é dividido por dois códigos PRN, CM, tamanho moderado e CL, tamanho longo. O código

CM contém 10230 bits e é enviado a cada 20 ms e o código CL contém 767250 bits, sendo que a frequência de transmissão das duas mensagens dá-se a 1,023Mbits. Além destas mensagens, também é enviado pela linha L2C a mensagem de navegação. A potência de transmissão da banda L2C é 2,7 dB a menos do que a banda L1, no entanto, a grande vantagem do L2C resume-se a uma maior precisão dos dados enviados e, utilizado em conjunto com o L1, é possível calcular o erro do atraso das mensagens na atmosfera e eliminá-lo. Com esta combinação, L1 e L2C, é possível alcançar uma precisão de 5 a 10 m (Grewal, *et al.*, 2007; Fontana *et al.*).

Por fim, para um melhoramento da precisão, foi implementado uma nova linha de sinal, a linha L5. A linha transmite a 1176,45 MHz de frequência, sendo que os seus sinais são transmitidos a 10,23Mbits. Esta linha, devido à sua maior potência de sinal, consegue transmitir melhores dados, permitindo, em conjunto com as outras linhas de dados, precisões na casa de 1 a 5 m (Erker, S. *et al.*).

Estes avanços que têm surgido no sistema GPS revelam aumentos preciosos de precisão. Contudo, atualmente, ainda não é possível utilizar todos estes recursos quando se utiliza o sistema GPS, pois, nem todos os satélites em órbita contêm tecnologia que emita os sinais das bandas L2C e L5. No entanto, neste momento, já existe em órbita 14 satélites que suportam estas tecnologias (Grewal *et al.*, 2007; Official U.S. Government info. GPS (3), 2014).

A figura 2.4 personifica a boa precisão de localização que hoje é possível obter através dos sistemas convencionais de GPS. A imagem expressa os resultados de um estudo que foi efetuado, onde, a partir de uma determinada localização, foi retirado de segundo a segundo a localização através do sistema GPS convencional. Esta amostragem estendeu-se de Abril de 2014 a Junho de 2014. Como é possível verificar, constata-se que 95% das vezes, o erro horizontal foi de apenas 3,4m, um valor que demonstra uma considerável precisão (GPS Product Team, 2014).

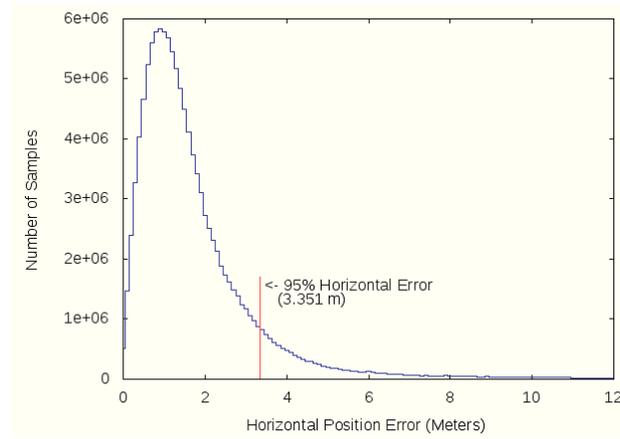


Figura 2.3 – Resultados dos totais de erros de posição horizontal (GPS Product Team, 2014)



## 3. Extração de Dados do Ficheiro GPX

---

### 3.1. O Ficheiro GPX

---

Os ficheiros GPX (ou *GPS Exchange Format*) são ficheiros que albergam em si dados GPS, tais como, informações de localização, elevação, tempo e velocidade de um dado trajeto. Ou seja, através dos ficheiros GPX é possível guardar dados e partilhar, entre aplicações, informações relativas a trajetos, rotas ou pontos de referência (*waypoints*). Os ficheiros GPX possuem uma alargada utilização no intercâmbio de informação entre um GPS e programas de computador, sendo possível verificar os dados de um trajeto já realizado, ou mesmo programar uma rota, em *softwares* específicos, e descarregá-la num aparelho GPS (Foster (1)).

Os dados expostos nos ficheiros GPX respeitam algumas normas. Os dados cartográficos, latitude, longitude e elevação, respeitam a norma cartográfica WGS84 que determine uma superfície terrestre de referência. Os valores temporais são referenciados em UTC (Tempo Universal Coordenado), sendo apresentados segundo a norma ISO 8601 (ex: 2014-09-15T11:21:23Z) (Foster (2)).

O formato GPX é baseado num esquema XML (Foster (2)), uma linguagem de marcação, portanto, os seus dados são guardados em formato texto com suporte Unicode, que ao contrário dos esquemas binários, é facilmente legível e interpretável para humanos (Bray *et al.*, 2008). Sendo assim, Os ficheiros GPX, tais como os ficheiros XML, podem ser abertos num simples editor de texto (Bray *et al.*, 2008; Fawcett *et al.*, 2012).

A apresentação dos dados de um ficheiro GPX respeita uma determinada estrutura. Ao longo do ficheiro são apresentadas marcações que representam *tags* que identificam qual o dado que será exposto. Como qualquer esquema XML, o dado apresentado é delimitado por uma marcação inicial do tipo, *<tag>*, e uma marcação final com a estrutura, *</tag>*, assim é possível identificar facilmente qual a variável exposta (Ray, 2012). A apresentação dos dados do ficheiro GPX respeitam uma ordem hierárquica, pois, os dados básicos, como latitude, longitude e outros, dentro das suas respetivas *tags*, são apresentados dentro de *tags* superiores que representam um ponto específico, podendo ser um ponto de uma rota ou trajeto. Por sua vez, as *tags* de pontos, também surgem dentro doutra *tag* superior que representa um segmento de uma rota ou de um trajeto específico, e

esta por sua vez encerra-se na rota ou trajeto global, também representado por uma *tag*. Por fim, todo se delimita numa *tag* geral do ficheiro GPX.

O exemplo seguinte apresenta uma pequena amostra de um ficheiro GPX. Esta amostra contém dois pontos de um determinado segmento de trajeto. Como é possível verificar, o ficheiro é iniciado com a marcação de início da *tag* `<gpx>` que identifica o início da apresentação dos dados. Depois, segue-se o início da *tag* `<trk>` que demarca o início do trajeto, após esta *tag* e antes do início da *tag* seguinte, podem ser apresentados alguns dados relativos ao trajeto. De seguida, inicia-se a *tag* `<trkseg>` que vem delimitar um segmento de um trajeto, que, por sua vez, o segmento do trajeto é dividido em pontos correspondentes à *tag* `<trkpt>`, é nesses pontos que são apresentados os dados GPS. Os dados apresentados nos pontos do trajeto são também delineados por *tags* específicas, como é o caso da elevação, tempo, azimute e velocidade, por sua vez, os valores de latitude e longitude não assumem nenhuma *tag* específica e são expostos como características globais do próprio ponto do trajeto. Por fim, verifica-se que, ao finalizar a apresentação dos dados de um ponto do trajeto, é encerrada a *tag* com a marcação `</trkpt>`, e inicia-se a apresentação doutro ponto. No final, quando todos os pontos estão apresentados, é encerrado o segmento do trajeto com a marcação `</trkseg>`, e se não houver mais nenhum segmento de trajeto, pois os ficheiros GPX podem circunscrever mais de que um segmento de trajeto, é também encerrado o trajeto e o ficheiro com a marcação `</trk>` e `</gpx>`, respetivamente.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<gpx xmlns=http://www.topografix.com/GPX/1/0 >
  <trk>
    <name>Toaster Course</name>
    <trkseg>
      <trkpt lat="39.7428342991049" lon="-8.80622863769531">
        <ele>50</ele>
        <time>2013-09-21T00:00:00Z</time>
        <course>10.6603372200495</course>
        <speed>8.30969976560258</speed>
      </trkpt>
      ...
      <trkpt lat="39.90918" lon="-8.63258">
        (...)
      </trkpt>
    </trkseg>
  </trk>
</gpx>
```

O exemplo apresentado mostra os dados de um trajeto. Contudo se em vez de um trajeto, tratar-se de uma rota ou um ponto de referência, a única alteração dar-se-ia ao nível da denominação das respetivas *tags*, sendo que, toda a estrutura se manteria igual (Foster (2)). As denominações das *tags* utilizadas nos ficheiros GPX podem modificar conforme a fonte do ficheiro, mas mais uma vez, a estrutura e lógica organizacional dos dados mantêm-se inalterável.

## **3.2. Algoritmo Para Extração de Dados**

---

### **3.2.1. Apresentação do Algoritmo**

---

Os ficheiros GPX constituem uma boa fonte de informação de dados GPS relativamente a viagens já efetuadas. Como já foi referenciado, a leitura dos dados do ficheiro GPX é acessível por um *software* de edição de texto. Contudo, para ser possível manipular os seus dados e efetuar interpretações mais rigorosas, é necessário efetuar a sua extração para um formato mais legível. Como tal, definiu-se como objetivo criar um programa que possibilitasse a importação do ficheiro GPX e de seguida fossem extraídos os respetivos dados para um formato Excel, ou semelhante.

Perante esta necessidade foi desenvolvido um algoritmo para a extração desses dados. Inicialmente analisou-se a estrutura do ficheiro e a forma como são organizados os dados. E, estando interpretado o esquema organizacional do ficheiro começou-se a desenvolver o algoritmo. O programa pretendido passava por correr todo o ficheiro e, identificando os pontos do trajeto, eram retirados e guardados os valores dos dados GPS. Como requisito, também foi imposto, que o programa estivesse habilitado a separar os dados entre segmentos de viagem.

O algoritmo criado assume o comportamento apresentado na figura 3.1. Inicialmente é importado o ficheiro, depois é definida a posição inicial coma a posição no início do ficheiro, de seguida é procurado o primeiro marcador de início de segmento de viagem. Se a procura obtiver resultados, inicia-se a extração de dados, contudo, se não existir resultados na procura, é encerrado o programa. Antes de se iniciar a extração de dados é procurado no ficheiro o próximo marcador de encerramento de segmento de viagem, e então, após isso, iniciando na localização do marcador de início do segmento de viagem, começa-se a extrair os dados. A extração de dados é feita de uma forma sequencial, em que primeiro procura-se o marcador inicial do dado, depois procura-se o marcador final e no

intervalo compreendido entre as duas marcações, extrai-se o valor desse dado. Os dados são retirados conforme a ordem de aparecimento (Latitude, Longitude, Elevação, Tempo, Azimute e Velocidade) e, só depois de todos os dados serem retirados é que se encerra a linha de dados correspondente ao ponto em estudo. Enquanto se retiram as posições dos marcadores dos dados, é continuamente verificado se as localizações dos marcadores ultrapassam a localização final do segmento de viagem. Se essa localização é ultrapassada, significa que o dado encontrado é respeitante a uma outra viagem. Como tal, não se guarda o dado e, a partir da posição final do segmento de viagem em estudo, inicia-se um novo ciclo com a procura da próxima *tag* de início de segmento de viagem. Se a procura de marcadores de dados GPS não apresentar resultados, também é encerrado o ciclo, pois é sinal que já terminou do ficheiro.

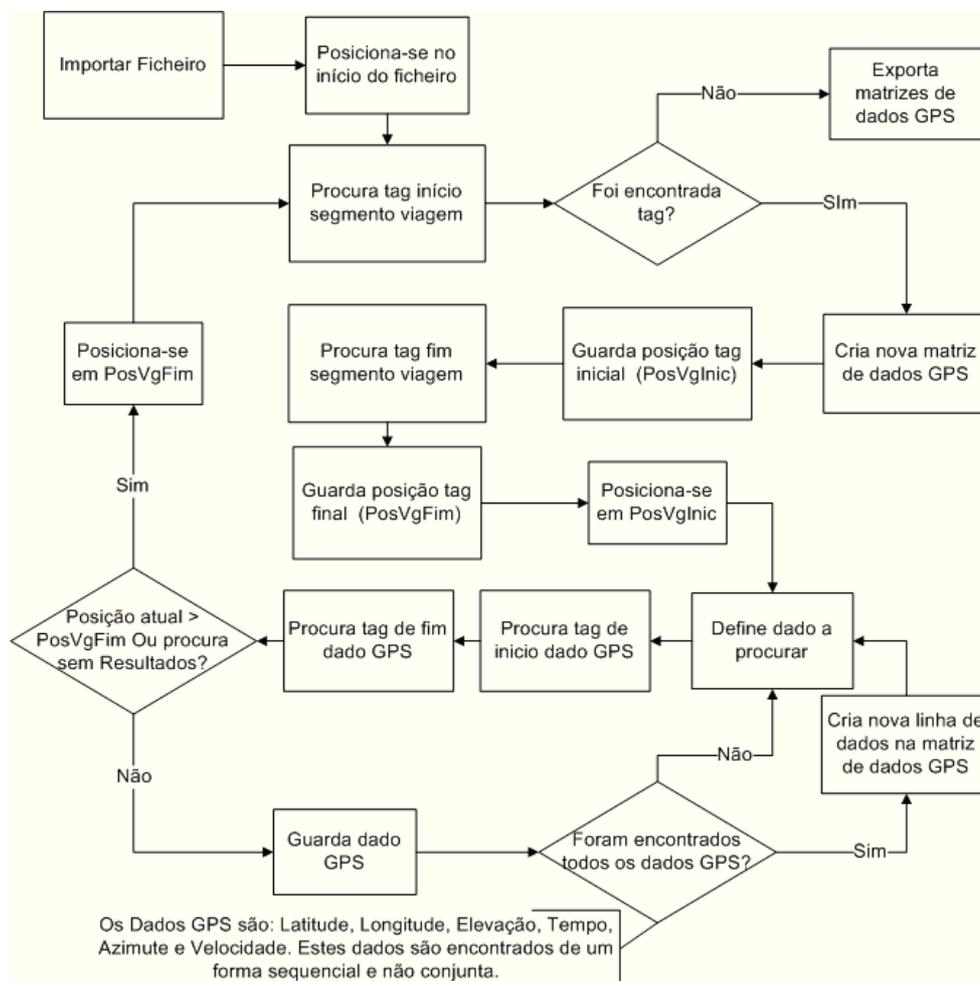


Figura 3.1 – Fluxograma do algoritmo para extração de dados do ficheiro GPX

O algoritmo apresentado representa uma expressão simples de uma metodologia para extração de dados do ficheiro, no entanto o algoritmo final a ser aplicado foi sofrendo algumas alterações, nomeadamente, foram criados filtros para extrair só dados de pontos

que tinham em si todos os dados adquiridos. Também foram implementadas ferramentas de formatação dos dados que servem para corrigir alguns valores provenientes dos ficheiros.

### 3.2.2. Implementação do Algoritmo

---

Para implementação deste algoritmo utilizou-se a linguagem de programação VBA (*Visual Basic For Application*) num ambiente Microsoft Office Word. Com a utilização destes recursos é possível importar o ficheiro para um novo documento Word, colando nesse novo documento todo o texto do ficheiro e, a partir daí é realizada toda a manipulação do texto.

A manipulação e extração de conteúdo do texto reside na utilização de *ranges* (intervalos de seleção) móveis que ao longo das procuras de marcadores e identificação das suas posições, estes se movem-se para o fim do marcador inicial da *tag*, expandindo-se até ao início do marcador final do respetivo dado. Assim, copiando o conteúdo do *range* para uma matriz, consegue-se guardar o dado delimitado pelos respetivos marcadores.

Contudo os conteúdos presentes nos *ranges* nem sempre figuram o formato ideal para futuras manipulações de dados, pois, em alguns casos em que os valores deviam ser numéricos, o conteúdo das *ranges* contém caracteres alfabéticos. Como tal, criou-se uma função que percorre todo o conteúdo da *range* eliminando os caracteres alfabéticos e preservando os caracteres numéricos. Os dados temporais, vindos das *ranges*, também necessitam de manipulação. Como os valores temporais desejados não são as datas presentes no ficheiro GPX, mas sim o valor de diferença temporal em segundos relativamente ao ponto inicial, desenvolveu-se um algoritmo (figura 3.2) capaz de manipular os valores de data oriundos do ficheiro GPX.

O primeiro ponto deste algoritmo passa por converter o conteúdo da *range* em formato de *date* do VBA. Como tal, antes de aplicar a função de conversão, é necessário retirar o conteúdo alfabético do dado adquirido e garantir o correto espaçamento entre os vários elementos da data, só depois, se efetua a conversão para uma variável *date*. Após esta conversão é necessário calcular o intervalo de tempo decorrido entre o ponto anterior e o ponto atual. Se for o primeiro ponto da viagem a ser manipulado, então o valor de tempo é igual a zero e guarda-se o valor da data. Caso não seja o primeiro ponto a ser analisado, então segue-se para o cálculo da diferença de tempo. Antes de iniciar o dito cálculo, retira-

se, através das funções disponibilizadas pela variável *date*, os valores de segundo, minuto e hora, tanto da data atual como da data anterior. De seguida verifica-se se o valor de hora anterior e o valor de hora atual coincidem. Se não coincidirem, então analisa-se se a hora anterior é superior à hora atual, se tal acontecer, é indício que, entre os dois pontos em estudo, se tinha passado para um novo dia, como tal, é necessário somar vinte e quatro horas à hora atual. Com o valor de hora atual e hora anterior diferentes, é necessário corrigir o número de minutos consumidos entre um ponto e outro, sendo assim, é imperativo calcular o minuto absoluto que foi consumido desde o ponto anterior até ao ponto atual através da diferença dos valores das horas. Após esta verificação, é analisada a igualdade entre minutos. Se esta igualdade é uma evidência, então é calculado o tempo decorrido do início da viagem até ao ponto atual pela diferença de segundos, mais o tempo anterior. Se os minutos são diferentes, então é necessário compensar essa diferença calculando o novo segundo atual e só depois calcula-se o tempo decorrido através das diferenças de segundos e do tempo anterior.

Em suma, estas são as manipulações de dados necessárias para obter os valores provenientes do ficheiro GPX, devidamente prontos para serem utilizados. Depois de extraídos todos os dados de um segmento de viagem e decorridos os seus respetivos tratamentos, estes são guardados numa matriz, que, por sua vez também é guardada numa outra matriz que contém todos os dados de todas as viagens do ficheiro GPX em análise.

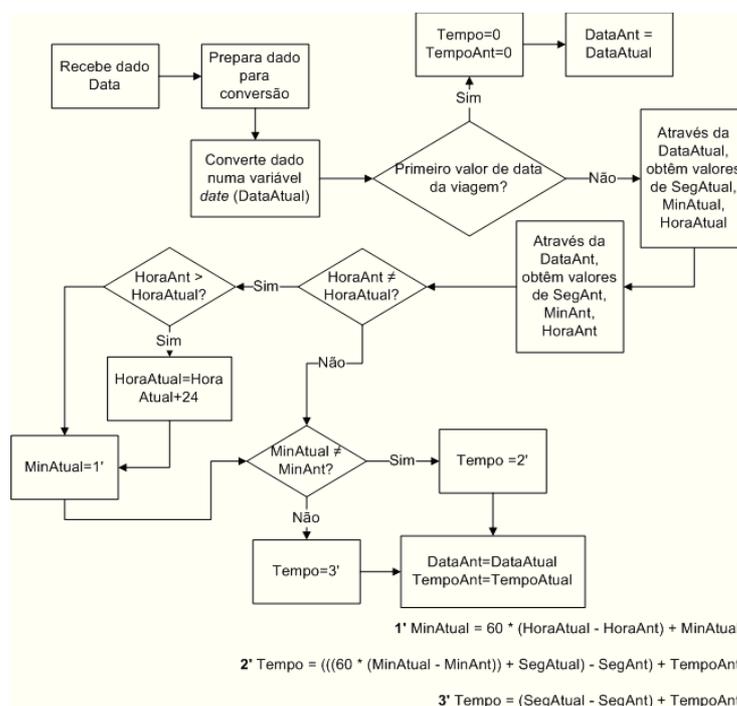


Figura 3.2 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção dos valores temporais através dos dados de data fornecidos pelo ficheiro GPX.

## 4. Distâncias e Curvas

---

### 4.1. Cálculo das Distâncias

---

#### 4.1.1. Método de Cálculo de Distâncias

---

Os dados provenientes dos ficheiros GPX não informam, pelo menos de uma forma direta, os valores de distância entre pontos, fornecendo somente informações de posicionamento através dos valores de latitude, longitude, elevação e azimute. No entanto, para qualquer análise de dados, de consumo, de velocidades e de acelerações, é imprescindível a posse dos valores de distância. Como tal, foi desenvolvido um método para se poder calcular a distância entre pontos de latitude e longitude. Para este cálculo recorreu-se à trigonometria esférica.

A trigonometria esférica baseia-se numa figura denominada, triângulo esférico. Este triângulo, ao contrário de um triângulo plano, encontra-se assente numa esfera, sendo que os seus pontos são caracterizados pela intersecção de três círculos máximos. Os círculos máximos são círculos presentes na superfície de uma esfera cuja sua posição, consegue delimitar dois hemisférios da esfera, ou seja, um círculo máximo resulta da intersecção de um plano com uma esfera, em que esse plano passa pelo centro da esfera. Os arcos dos círculos máximos constituintes dos lados de um triângulo esférico nunca são superiores a  $180^\circ$ , sendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico varia sempre entre  $180^\circ$  e  $540^\circ$  (Murray, 1908; Wentworth, Smith, 1915). A figura 4.1 mostra um triângulo esférico criado pela união dos pontos  $AB$ ,  $AC$  e  $BC$  por arcos de círculos máximos, os lados do triângulo são  $a$ ,  $b$  e  $c$  e os ângulos internos do triângulo são  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\varphi$ .

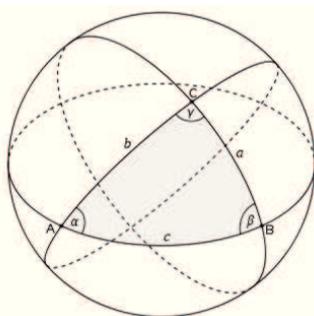


Figura 4.1 – Exemplo de um triângulo esférico

O menor valor de distância entre dois pontos situados numa superfície esférica representa a distância prescrita pelo arco de um círculo máximo que intercepta os dois pontos. Esta corresponde à distância entre pontos de latitude e longitude (Great Britain: Ministry of Defence, 1997).

Para ser possível calcular a distância entre pontos de um triângulo esférico é necessária uma fórmula que calcule o valor angular do arco  $c$ , com esse valor e a partir do raio da esfera já será possível calcular a respetiva distância. Para calcular o valor angular do arco é necessária uma equação que traduza o valor desse ângulo através de valores já enunciados no problema, que neste caso, são os valores relativos de latitude e longitude.

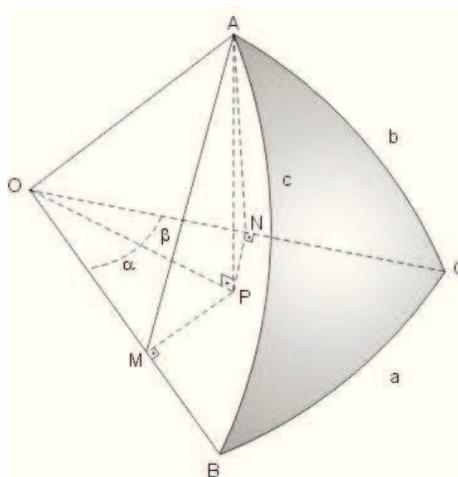


Figura 4.2 – Triângulo esférico e algumas projeções criadas de forma a criar alguns triângulos retângulos (Santiago)

A figura 4.2 apresenta um triângulo esférico  $ABC$  na superfície de uma esfera de centro  $O$ . O segmento de reta  $AP$  é perpendicular ao plano  $OBC$ , sendo também perpendicular ao segmento  $OB$  o segmento de reta  $PM$ , e ao segmento de reta  $OC$  o segmento de reta  $PN$ .

Considerando o triângulo  $OMA$ , cuja hipotenusa  $OA$  representa o raio da esfera, verificam-se as seguintes relações trigonométricas:

$$\cos c = \frac{OM}{OA}, \quad \sin c = \frac{AM}{OA}$$

Com o triângulo  $ONA$ , consegue-se identificar as seguintes relações:

$$\cos b = \frac{ON}{OA}, \quad \sin b = \frac{AN}{OA}$$

Sendo os triângulos  $OMP$  e  $ONP$  triângulos retângulos devido à perpendicularidade dos segmentos de reta  $OM$  e  $PM$ , e da perpendicularidade dos segmentos de reta  $ON$  e  $PN$ ,

é possível extrair as funções trigonométricas dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  através das seguintes relações:

$$\cos \alpha = \frac{OM}{OP}, \cos \beta = \frac{ON}{OP}, \sin \beta = \frac{NP}{OP}$$

Logo obtêm-se:

$$OM = OP \cos \alpha$$

Sabendo que  $\alpha + \beta = a$ , tem-se:

$$OM = OP \cos(a - \beta)$$

Considerando a seguinte relação elementar:

$$\cos(a - \beta) = \cos a \cos \beta + \sin a \sin \beta$$

Tem-se portanto:

$$OM = OP (\cos a \cos \beta + \sin a \sin \beta)$$

Como também existe a seguinte igualdade,  $OM = OA \cos c$ , e sendo  $\cos \beta = ON/OP$ ,  $\sin \beta = NP/OP$ , e sendo  $ON = OA \cos b$  verifica-se a seguinte função:

$$OA \cos c = OP \left( \cos a \frac{ON}{OP} + \sin a \frac{NP}{OP} \right) \langle \Rightarrow \rangle OA \cos c = \cos a ON + \sin a NP \langle \Rightarrow \rangle$$

$$OA \cos c = OA \cos a \cos b + NP \sin a \quad (\text{eq 4.1})$$

Agora, é necessário retirar da expressão o valor de cota do segmento  $NP$ , que não é sabido de antemão, e o valor de cota do segmento de reta  $AO$ , para assim ser possível encontrar uma relação direta entre o  $\cos c$  e as restantes funções trigonométricas dos restantes arcos do triângulo esférico. O passo seguinte passa por tentar encontrar uma relação com  $NP$  e  $OA$  de forma a poder eliminar da função todos os parâmetros  $OA$  e  $NP$ .

Considerando o ângulo  $\theta$  o ângulo formado pela intersecção dos segmento de reta  $NP$  e  $NA$ , ou seja o ângulo do triângulo  $APN$  no vértice  $N$ , e sabendo que esse mesmo ângulo é o ângulo formado entre o plano  $OAC$  e  $OBC$ , o ângulo  $\theta$  pode assim ser considerado igual ao ângulo formado no vértice  $C$  do triângulo esférico. Sabendo também que  $AN = OA \sin b$ , é possível deduzir a seguinte relação:

$$NP = AN \cos \theta \langle \Rightarrow \rangle NP = AN \cos C \langle \Rightarrow \rangle NP = OA \sin b \cos C \quad (\text{eq 4.2})$$

Substituindo  $NP$  na equação 4.1 pela igualdade encontrada na equação 4.2, alcança-se o seguinte resultado:

$$OA \cos c = OA \cos a \cos b + OA \sin b \cos C \sin a \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

A fórmula encontrada representa a fórmula do cosseno para qualquer arco do triângulo esférico. Esta função utiliza a relação entre os valores das funções

trigonométricas dos restantes arcos do triângulo e do valor do ângulo interno do lado do triângulo em estudo.

Esta função permite calcular as distâncias entre dois pontos de latitude e longitude, pois, conseguindo obter o valor do arco do de um círculo máximo oriundo da união entre os dois pontos de latitude e longitude, e através do raio da Terra, é possível calcular a distância que separava os dois pontos. Como tal basta adaptar a fórmula deduzida dos cossenos ao problema em causa.

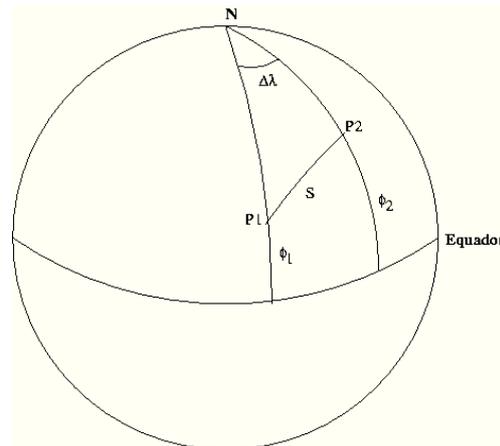


Figura 4.3 – Representação da esfera terrestre com dois pontos distintos à sua superfície

Aplicando à figura 4.3 a fórmula do cosseno respeitante ao arco  $S$ :

$$\cos S = \cos(90^\circ - \phi_1) \cos(90^\circ - \phi_2) + \sin(90^\circ - \phi_1) \sin(90^\circ - \phi_2) \cos(\Delta\lambda)$$

Considerando  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$  :

$$\cos S = \sin(\phi_1) \sin(\phi_2) + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \cos(\Delta\lambda)$$

Supondo que a esfera da figura 4.3 representa a Terra e considerando os pontos  $P1$  e  $P2$ , assume-se  $\Delta\lambda$  como a variação de longitude entre os dois pontos  $P1$  e  $P2$  e assume-se  $\phi_1$  e  $\phi_2$  como os valores de latitude de  $P1$  e  $P2$  respetivamente. Efetuando esta analogia, considera-se  $S$  como arco de um círculo máximo que dita a menor distância entre os pontos  $P1$  e  $P2$ .

Como tal, para calcular o arco que ditará a distância mínima entre dois pontos recorre-se à seguinte função:

$$\cos S = \sin(Lat_1) \sin(Lat_2) + \cos(Lat_1) \cos(Lat_2) \cos(Lon_2 - Lon_1)$$

Sabendo o ângulo representando por  $S$  e o raio da Terra, é possível determinar o valor de distância entre os dois pontos.

$$Dist_{P1-P2} = S * Raio_{Terra}, \quad S \text{ em Radianos}$$

Como apresentado, uma aplicação simples da trigonometria esférica possibilita o cálculo da distância entre dois pontos de latitude e longitude. Após a cuidada interpretação deste método foi necessário partir para a sua implementação. A sua implementação passou por criar uma pequena função que era aplicada a todos os dois conjuntos de pontos de latitude longitude de toda a amostra. A implementação do cálculo da distância foi realizada num ambiente Excel utilizando os recursos da linguagem VBA (*Visual Basic for Application*).

#### 4.1.2. Resultados e Algumas Considerações

A tabela 4.1 expõe alguns resultados da aplicação deste método a um pequeno conjunto de pontos, utilizando um valor de raio da Terra de 6378137 m.

<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Distância (m)</i>
39,851881	-8,700895	0,00
39,851831	-8,701033	13,04
39,851768	-8,701028	7,03
39,851609	-8,70094	19,23
39,851332	-8,700834	32,14

Tabela 4.1 – Valores de Latitude e longitude e relativos valores de distância

A análise da tabela evidencia a pequena diferença entre os valores de latitude e longitude. Demonstrando assim o nível de grandeza dos valores de distância, que se revelam bem pequenos, alcançando valores de distância menores que uma dezena de metros.

A utilização deste método para o cálculo de distâncias entre dois pontos de latitude e longitude apresenta algumas desvantagens. Uma dessas desvantagens está no facto de considerar a Terra uma esfera perfeita, o que na realidade não acontece, pois a forma terrestre assemelha-se a um esferoide oblato (Great Britain: Ministry of Defence, 1997), ou seja, a uma forma geométrica baseada numa figura elipsoidal não circular e rodada sobre o seu eixo principal mais pequeno, figurando aquela forma achatada nos polos provocada pela sua rotação (Rockville, 1977). A diferença entre os eixos principais da Terra, ou seja, a diferença de diâmetro entre o equador e o diâmetro entre polos é de 43 km (Smith), como tal, esta ambiguidade que se prende na consideração de uma forma esférica à Terra, revela-se pouco relevante quando a utilização deste método se aplica curtas distâncias. Neste trabalho, tal condição foi continuamente respeitada, uma vez que a diferença de distância

entre dois pontos, devido à natureza de aquisição dos valores desses mesmos pontos, revelou-se sempre pequena. Como vantagem, este método é de fácil aplicação, sendo que os resultados obtidos são satisfatórios.

Pela própria natureza do método e inerente aos erros associados, não é possível considerar os seus resultados como estritamente precisos. Contudo, em todo este processo, a maior imprecisão dos valores de distância não reside na aplicação do método, mas provem da própria aquisição de dados por parte dos sistemas GPS.

## **4.2. Cálculo das Curvas**

---

### **4.2.1. Método de Cálculo dos Valores das Curvas**

---

Para a obtenção dos valores de raio e ângulo das diferentes curvas do percurso foi criado um algoritmo que utilizava os pontos de latitude e longitude, pois, considerou-se a fonte de dados mais credível que se conseguia obter através dos ficheiros GPX. Isto porque, os valores de azimute provenientes do ficheiro GPX careciam de verificação. A obtenção destes valores, em algumas análises e otimizações de trajeto, permitirão prever qual a velocidade máxima para um veículo em cada curva, para que este consiga fazê-la em segurança.

Portanto, partindo dos valores de latitude e longitude, deduziu-se um algoritmo capaz de obter os dados necessários respeitantes às curvas (raio e ângulo) efetuados por um veículo automóvel.

O algoritmo sugerido pressupõe que cada curva é caracterizada através de dois pontos de latitude e longitude sucessivos, contudo, esta informação não é suficiente para defini-la. Portanto, foi necessário identificar um segundo elemento. Este segundo elemento só poderia representar a característica comum entre a presente curva e a curva anterior, ou seja, podia dizer-se que o segundo elemento funcionava como uma condição de fronteira para a curva seguinte. Como tal, sendo a tangente (derivada) no ponto partilhado (ponto *PI* da figura 4.4) a única variável comum entre as duas curvas sucessivas, identificou-se a tangente como o dito segundo elemento.

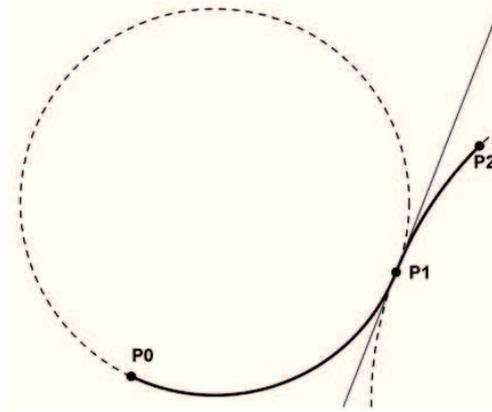


Figura 4.4 – Exemplo de duas curvas unidas em  $P1$  com tangentes iguais nesse ponto

Contudo, através do ficheiro GPX não é possível deduzir nenhum valor de derivada em nenhum ponto, como tal, para iniciar a aplicação do método, é necessário considerar que os dois primeiros pontos estão unidos por uma reta para assim conseguir-se obter o primeiro valor de tangente e a partir daí serem calculados todos os valores requeridos até ao fim do percurso.

### 1º Passo - Projeção cartográfica da latitude e longitude

Como já foi mencionado, um dos elementos necessários para aplicação do algoritmo é a distribuição dos pontos de latitude e longitude. Como tal, para efetuar uma correta utilização destes dados foi preciso formular um método que demonstrasse a projeção dos pontos de latitude e longitude num referencial cartesiano.

Inicialmente, considerou-se como melhor opção, construir um referencial onde estivessem expostas as diferenças de distância entre pontos de latitude e longitude. Como tal, era necessário calcular a distância que resultaria da diferença de latitude, para assim saber a variação sobre o eixo das ordenadas, e, da mesma forma, para obter os valores do eixo das abcissas, era imperativo saber a distância que implicaria a variação de longitude. O cálculo de tais variações utilizava da lei dos cossenos, onde relacionaria a variação de latitude ou longitude com o raio da Terra a partir da seguinte equação:

$$\Delta_{lat,lon} = \sqrt{r^2(2 - 2 \cos(\Delta\theta))}$$

Contudo, como as diferenças de variações entre pontos de latitude e longitude figuravam-se mínimas, os erros provenientes deste método surgiam com a sua substancialidade. Como tal, indagou-se um novo método que elimina-se estes erros.

O método que se revelou mais eficaz partia de um preceito bem mais simples que se resumia a efetuar uma projeção direta das variáveis de latitude e longitude num referencial

cartesiano. A aplicação direta das diferenças de latitude e longitude num referencial dispensa qualquer cálculo suplementar o que evita erros. Para a projeção cartesiana, considera-se como eixo das abscissas a longitude e como eixo das ordenadas a latitude. Assim, os pontos de latitude e longitude oriundos do ficheiro GPX são diretamente inseridos no referencial sem qualquer formatação. A figura 4.5 mostra um pequeno exemplo da adaptação de dois pontos provenientes do ficheiro GPX ao referencial cartesiano de longitude – latitude.

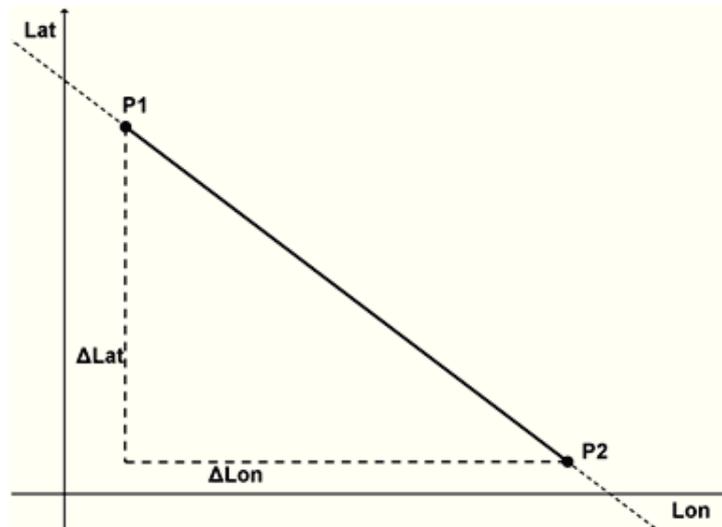


Figura 4.5 – Exemplo da projeção cartesiana dos valores de latitude e longitude

Este método obriga a que todo o algoritmo trabalhe com valores diferenciais de latitude e longitude, sendo que, para tal, o algoritmo entende que esses valores como adimensionais, representando apenas uma variação posicional entre pontos, e não um ângulo. A aplicação deste método traz consigo a necessidade de adaptação dos resultados às unidades requeridas, como tal, após encontrar os valores da curva, é necessário calcular o valor do raio numa medida de distância.

## 2º Passo – Obtenção da primeira tangente

Considerando que os dois primeiros pontos são unidos por uma reta, o valor da sua derivada é constante e dado pelo valor do declive. Ou seja, a tangente é dada pela seguinte relação:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Aplicando ao referencial criado no passo anterior efetua-se a seguinte adaptação:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta_{Lat}}{\Delta_{Lon}}$$

A primeira derivada é aplicada aos dois primeiros pontos. Sendo assim, já se consegue avançar para o cálculo da primeira curva, visto que já se tem o primeiro valor de tangente.

### 3º Passo – Cálculo dos valores da curva

Com o valor de tangente do primeiro ponto da curva e através da projeção cartesiana e respectivos diferenciais de latitude e longitude, começa-se por calcular a ordenada do primeiro ponto da curva considerando que o arco da curva faz parte de uma circunferência com centro na origem. Para tal cálculo utiliza-se a seguinte fórmula:

$$y_1 = \frac{\Delta_{Lon}^2 + \Delta_{Lat}^2}{2 * \left( \frac{dy}{dx_1} \right) \Delta_{Lon} - \Delta_{Lat}} \quad (\text{eq. 4.3})$$

Esta fórmula foi obtida através do seguinte raciocínio.

Sendo a equação da circunferência:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Sabendo-se que o ponto final da curva relaciona-se com o ponto inicial da curva através da variação de latitude e longitude, tem-se:

$$x_2 = x_1 + \Delta_{Lon} \quad e \quad y_2 = y_1 + \Delta_{Lat}$$

Então:

$$x^2 + y^2 = (x_1 + \Delta_{Lon})^2 + (y_1 + \Delta_{Lat})^2$$

Desenvolvendo a equação:

$$x_1^2 + y_1^2 = x_1^2 + 2x_1\Delta_{Lon} + \Delta_{Lon}^2 + y_1^2 + 2y_1\Delta_{Lat} + \Delta_{Lat}^2 \quad \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\langle \Rightarrow \rangle 0 = 2x_1\Delta_{Lon} + \Delta_{Lon}^2 + 2y_1\Delta_{Lat} + \Delta_{Lat}^2$$

Isolando  $y_1$ , tem-se a seguinte equação:

$$y_1 = -\frac{2x_1\Delta_{Lon} + \Delta_{Lon}^2 + \Delta_{Lat}^2}{2\Delta_{Lat}} \quad (\text{eq. 4.4})$$

Contudo, não se sabia o valor de  $x_1$ , no entanto é possível colocar  $x_1$  em função de  $y_1$ , mas para tal é necessário derivar a função da circunferência.

Derivando a equação da circunferência:

$$(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = r^2 \frac{dy}{dx} \quad \langle \Rightarrow \rangle 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \quad \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\langle \Rightarrow \rangle \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

Então, consegue-se obter a seguinte relação:

$$x = -y \frac{dy}{dx}$$

Substituindo na equação 4.4 o valor  $x_1$ , consegue-se obter a equação 4.3:

$$y_1 = -\frac{2 * \left(-y_1 \frac{dy}{dx_1}\right) \Delta_{Lon} + \Delta_{Lon}^2 + \Delta_{Lat}^2}{2 \Delta_{Lat}} \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\langle \Rightarrow \rangle y_1 = \frac{\Delta_{Lon}^2 + \Delta_{Lat}^2}{2 \left( \left( \frac{dy}{dx_1} \right) \Delta_{Lon} - \Delta_{Lat} \right)}$$

Portanto, conhecendo a derivada no primeiro ponto da curva e as respectivas diferenças cartesianas entre os dois pontos, consegue-se calcular, através da equação 4.3, o valor de  $y_1$ .

Depois de obtido o valor de  $y_1$ , pode-se obter o valor de  $x_1$  relacionando a ordenada com a tangente:

$$x_1 = -y_1 \frac{dy}{dx_1}$$

Com estes dois valores e sabendo que a equação da circunferência  $x^2 + y^2 = r^2$ , pode-se calcular o raio da curva através da seguinte fórmula:

$$r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

Para a obtenção do ângulo da curva, não sendo obtido de uma forma tão direta quanto o valor de raio, desenvolveu-se um pequeno algoritmo (figura 4.6) capaz de decifrar tal incógnita.

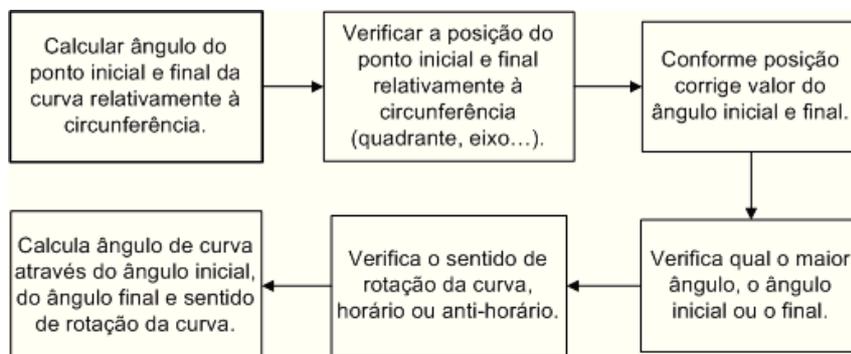


Figura 4.6 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção do valor de ângulo da curva

Numa forma generalizada, o ângulo da curva resulta de uma subtração que envolve os ângulos criados na circunferência no ponto inicial e final da curva, ou seja  $\theta_1$  e  $\theta_2$  respetivamente. Para calcular estes dois ângulos basta conhecer as coordenadas dos pontos relativamente à circunferência, e o raio (equação 4.5).

$$\theta_n = \cos^{-1} \frac{x_n}{\text{Raio}} \text{ (eq. 4.5)}$$

O resultado obtido através da função expressa o valor do ângulo relativamente à reflexão do ângulo em torno do eixo das abcissas, forçando a uma ordenada positiva.

Sendo assim, este resultado pode não corresponder ao valor real do ângulo caso o ponto se situe no terceiro ou quarto quadrante ou sobre o eixo negativo das ordenadas. Para efetuar esta verificação e aplicar a devida correção é necessário identificar a que quadrante pertence o ponto em causa, para tal, basta verificar que sinal toma a coordenada horizontal e vertical do ponto. Se ambas as coordenadas forem positivas, o ponto reside no primeiro quadrante; se a abcissa for negativa e a ordenada positiva então o ponto está no segundo quadrante; se ambas as coordenadas forem negativas, o ponto situa-se no terceiro quadrante; e por fim, se o ponto tem a ordenada negativa e a abcissa positiva, o ponto está no quarto quadrante. Para verificar se o ponto está no eixo vertical negativo, basta verificar a negatividade do valor de ordenada e a nulidade da abcissa. Portanto, com o valor de ângulo genérico e com o quadrante identificado, é efetuada a seguinte metodologia de correção. Se o ponto estiver no terceiro quadrante, então o valor do ângulo será o valor do ângulo raso mais a subtração do ângulo raso com o ângulo genérico. Se o ponto estiver no quarto quadrante, o ângulo será igual à subtração do ângulo giro com o ângulo genérico. Se o ponto estiver sobre o eixo negativo da ordenada, basta somar o ângulo raso com o ângulo genérico.

Com os dois ângulos dos dois pontos devidamente calculados, para calcular o ângulo da curva ainda é necessário verificar qual dos ângulos é maior e qual o sentido de rotação que a curva assume. Se o segundo ângulo for o maior e o sentido da curva for anti-horário, então o ângulo da curva será igual à subtração do segundo ângulo pelo primeiro, no caso do sentido da curva ser horário, o ângulo será igual ao ângulo giro menos a subtração do segundo ângulo com o primeiro ângulo. No caso do primeiro ângulo ser superior ao segundo ângulo, o cálculo do ângulo dar-se-á de maneira oposta. Se o sentido da curva for anti-horário, o valor do ângulo da curva corresponde à subtração entre o ângulo giro e a diferença entre os dois ângulos dos dois pontos. Se o sentido de rotação for horário, o ângulo corresponderá diretamente à diferença entre o primeiro e segundo ângulo.

O valor do sentido de rotação é um valor que é imposto pela curva anterior, posteriormente é apresentada a forma para adquirir este valor.

#### **4º Passo – Cálculo da derivada no último ponto da curva**

Com todos os dados necessários calculados, raio e ângulo de curvatura, resta apenas calcular a próxima tangente, ou seja, a derivada no segundo ponto da curva que corresponde á derivada do primeiro ponto da curva seguinte. Para tal utiliza-se a seguinte expressão:

$$\frac{dy_2}{dx_2} = -\frac{x_1 + \Delta_{Lon}}{y_1 + \Delta_{Lat}}$$

Para o cálculo dos dados de todas as curvas para uma viagem, é necessário aplicar todos estes passos a todos os pontos da amostra.

#### **Uma última consideração**

A consideração de a curva delimitar uma circunferência com centro na origem permite simplificar os cálculos, evitando o uso de mais termos. Esta consideração não acarreta ambiguidades, pois cada curva é tratada separadamente, e como foi explicado, os resultados da curva dependem somente da primeira derivada e das diferenças de latitude e longitude, que, são valores que se mantêm inalterados com o “transporte” da circunferência para uma origem imaginária. Contudo, esta simplificação implica que aquando a representação gráfica das curvas, seja necessário calcular os termos da equação que levam a circunferência ao centro da curva, relativamente à origem principal. Estes parâmetros são calculados através dos valores de posição real do ponto inicial da curva e dos valores de posição do ponto inicial relativamente à circunferência centrada na origem hipotética.

### **4.2.2. Implementação do Método de Cálculo dos Valores das Curvas**

---

O algoritmo apresentado reflete uma abordagem simplificada para a obtenção dos valores de curva. Contudo, para se efetuar uma aplicação mais coerente era necessário inserir mais algumas rotinas ao algoritmo baseadas em proteções e obtenção de mais alguns parâmetros.

Começando na obtenção da primeira tangente, foi desenvolvido um mecanismo que permite garantir que a primeira derivada seja calculada através da relação de dois pontos sucessivos e com posicionamentos diferentes. Já no cálculo das curvas, a implementação final também verifica se a relação entre os dois pontos sucessivos determinam uma reta ou uma curva. Esta análise é baseada na comparação da derivada do ponto final da curva

anterior com o valor de declive gerado pela reta que unia o ponto anterior com o ponto em estudo. Se estes declives forem iguais, então poder-se concluir que se tratava de uma reta, caso não se igualem tem-se de partir para o cálculo da curva. O cálculo da derivada é efetuado segundo a relação  $dy/dx = \Delta Lat/\Delta Lon$ , contudo se não existir variação de longitude em algum dos conjuntos de pontos, então considera-se um declive infinito, podendo também ser alvo de comparação e criação de retas.

De seguida também foi criado um algoritmo capaz de, posteriormente ao cálculo da derivada de uma reta ou curva no seu ponto final, verificar qual o sentido que esta toma no próximo conjunto de pontos. Independentemente do valor de derivada, seja negativa ou positiva, é necessário saber se a partir do ponto final da reta ou curva, o sentido tomado por essa derivada é positivo ou negativo (subir ou descer). Este valor é fundamental para perceber qual o sentido de rotação que a curva deverá tomar sobre a circunferência. Este cálculo, caso se trate de uma reta, é baseado na diferença de latitude que, caso seja positiva o sentido é positivo, caso seja negativa o sentido é negativo. Para as retas de derivada igual a zero ou de derivada infinita, este valor não é calculado pois, a influência do sentido destas derivadas sobre o sentido de rotação da curva é testada aquando o cálculo desse mesmo sentido de rotação. O cálculo do sentido da derivada em caso de uma curva está intimamente ligado ao sentido de rotação da curva e ao quadrante do ponto final. Mais uma vez, se a derivada for zero ou infinito, pelas mesmas razões do caso da reta, não é calculado o valor de sentido da derivada. Caso o ponto final se encontre no primeiro ou no quarto quadrante e o sentido de rotação seja anti-horário, o sentido da derivada de saída é positivo, mas, se o sentido de rotação for horário, então aí, o sentido da derivada será negativo. Caso o ponto se encontre no segundo ou terceiro quadrante e o sentido de rotação da curva seja horário, o sentido da derivada será positivo, caso o sentido de rotação seja anti-horário, o sentido da derivada no último ponto será negativo.

A obtenção do sentido de rotação da curva é algo fundamental para o cálculo do ângulo da curva, bem como para o cálculo do sentido da derivada do ponto final da curva em estudo. Como tal, também desenvolveu-se um método para calcular tal variável. O sentido de rotação está fortemente relacionado com o sentido da derivada do ponto inicial da curva e com o posicionamento desse mesmo ponto. O algoritmo criado começa por descortinar qual o quadrante em que o primeiro ponto se situa. Portanto, inicialmente identifica-se se o ponto estava no primeiro ou quarto quadrante ou então no segundo ou terceiro quadrante. Caso não resida em nenhum quadrante, significa que o primeiro ponto

concede uma derivada igual a zero ou infinita, então ai, identifica-se qual a derivada em questão. Depois de identificado o posicionamento ou derivada do primeiro ponto, a identificação do sentido de rotação é efetuada segundo o sentido da derivada do primeiro ponto, caso o ponto inicial esteja situado em algum quadrante, ou através da variação de longitude ou latitude entre o primeiro ponto da curva e o ponto anterior, caso a derivada do primeiro ponto seja igual a zero ou infinita respectivamente. A obtenção dos valores de rotação é efetuada segundo as condições demonstradas o fluxograma da figura 4.7.

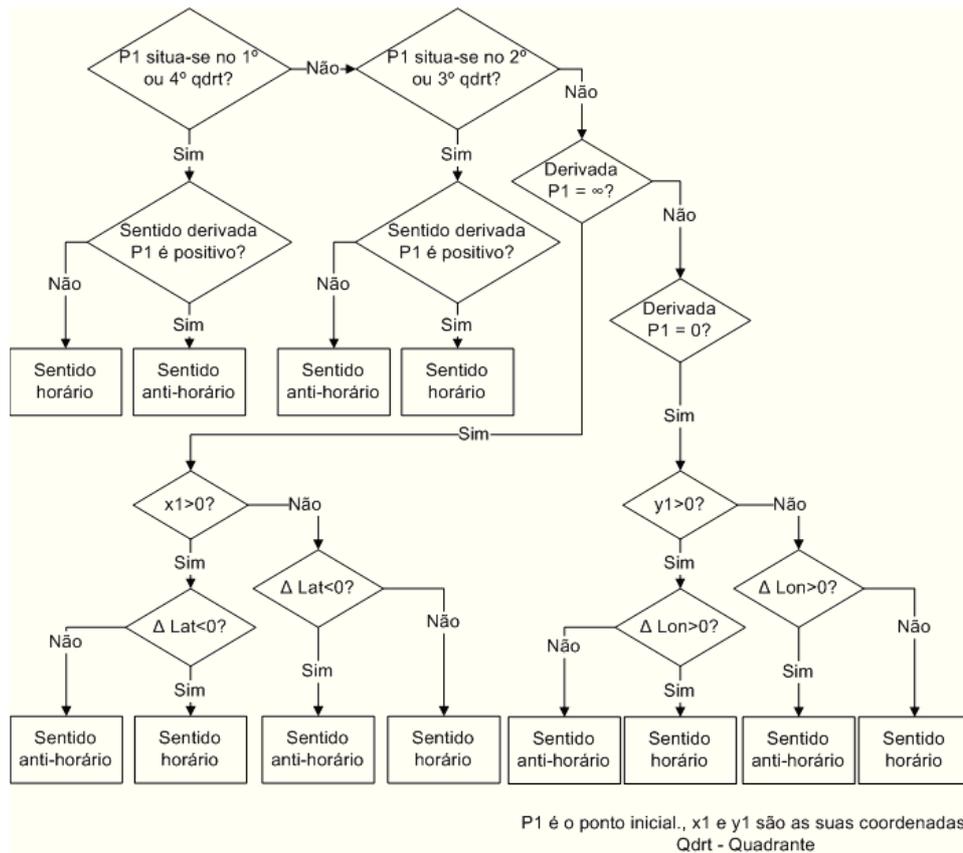


Figura 4.7 – Fluxograma do algoritmo para a obtenção do sentido de rotação da curva

Com todos estes módulos desenvolvidos, bastava agora aglomerá-los e implementá-los num ciclo que corre-se todos os pontos calculando os valores das curvas. O algoritmo da figura 4.8 mostra como foi organizada a relação entre os módulos e o ciclo geral. Inicialmente conta-se com o módulo para a obtenção da primeira derivada. Depois de determinada essa derivada é iniciado um ciclo até ao final da amostra. Durante esse ciclo é calculada a derivada do ponto em estudo e é verificado se o ponto pode formar uma reta com o ponto anterior, respeitando as suas explícitas condicionantes. Se fosse possível unir os pontos a uma reta não é necessário nenhum calculo complementar. No entanto, se tal não é possível, avança-se para a criação de uma curva calculando as coordenadas do ponto inicial da curva relativamente à circunferência. Seguidamente calcula-se o raio e as



original com o valor aproximado. Para este estudo o erro máximo admissível é fixo e erro a analisar é o erro absoluto. A forma de cálculo do erro depende do tipo de aproximação, uma aproximação a uma reta ou a uma curva (Figura 4.9). Para garantir a simplicidade do cálculo do erro não é considerado as diferenças entre os valores de latitude e longitude reais, mas sim, as diferenças de latitude e longitude relativamente ao ponto de início da curva ou reta, assim, é possível simplificar o cálculo, pois assume-se a origem do referencial como o ponto de início da reta ou ponto de origem da circunferência da curva. Contudo, para apoiar a compreensão do texto, evitando a contínua menção de este pormenor, vai-se denominar as diferenças de latitude e longitude relativamente ao primeiro ponto da reta ou ao ponto inicial da curva como valor de latitude e longitude absoluto.

Se o objeto de otimização for uma reta de derivada não nula e diferente de infinito, os desvios posicionais avaliados são o horizontal e vertical. O desvio horizontal é calculado através do novo valor de longitude que resulta da imposição do declive da reta à latitude original, e a sua respetiva diferença com o valor original de longitude, sendo esta a expressão utilizada:  $\Delta_{Lon1} = |(Lat_1/m_{recta}) - Lon_1|$ . O cálculo do desvio vertical, também respeita a mesma natureza de cálculo do desvio horizontal, portanto, o desvio de latitude corresponde à diferença entre o valor de latitude original e o novo valor de latitude imposto pelo declive da reta no ponto de longitude original, sendo a respetiva expressão:  $\Delta_{Lat1} = |(Lon_1 * m_{recta}) - Lat_1|$ . Depois de calculados os dois desvios, é identificado entre eles o menor erro para depois entregá-lo à avaliação. A avaliação é feita comparando o erro com o erro máximo admissível. Se a reta for de derivada nula, então, o desvio é igual à variação de latitude entre o ponto real e o valor imposto pela reta em estudo. Caso se trate de uma circunferência o erro é calculado de uma forma ligeiramente diferente. Primeiro, assume-se que a circunferência da curva está centrada na origem, depois, é necessário avaliar qual o raio que o ponto real cria com a origem, criando assim uma circunferência concêntrica relativamente à circunferência da curva. De seguida é necessário identificar o ângulo real que este ponto forma. Para tal, utiliza-se um método em tudo semelhante ao que se utilizou para determinar os valores angulares dos pontos iniciais e finais das curvas. Já com o raio e o ângulo do ponto real identificados, é avaliado se este está abrangido pelo arco da circunferência criado pela curva. Para tal, basta verificar se o ângulo do ponto real está dentro do intervalo de ângulos criado pelo arco da curva na circunferência. Se o arco contém o ângulo do ponto real, então é calculado o desvio horizontal e vertical entre o ponto real e o arco aproximado. Estes desvios são calculados em função das diferenças de

raio entre a circunferência da curva e a circunferência do ponto real. Para o cálculo dos erros, assume-se um triângulo retângulo entre o ponto real e o ponto aproximado, de hipotenusa igual à diferença dos dois raios e de ângulo igual ao ângulo do ponto real, sendo assim consegue-se calcular os dois desvios através das seguintes fórmulas:  $\Delta_1 = |\Delta_{Raios} \sin \theta_{PtReal}|$ ,  $\Delta_2 = |\Delta_{Raios} \cos \theta_{PtReal}|$ . Mais uma vez, depois de determinados estes desvios, é identificado o menor erro entre eles, e esse assume-se como o erro de aproximação relativamente ao ponto em causa. Relativamente a estes desvios, não se pode assumir a que variáveis correspondem, pois, o desvio que cada fórmula soluciona tanto pode ser horizontal ou vertical consoante o valor do ângulo real. Caso os ângulos envolvido no arco da curva não correspondam ao ângulo criado pelo ponto real, então aí encerra-se o ciclo de aproximação, admitindo que a aproximação afasta-se da realidade. Pois, se o ângulo do ponto real não está incluído no intervalo de ângulos do arco da curva, então significa que a curva está a tomar uma direção completamente errada relativamente ao ponto real. A utilização do desvio mínimo como o erro do ponto, justifica-se pelo enquadramento do problema, pois, sendo um problema de posicionamento e estando este demarcado no referencial cartesiano, o desvio que se figura importante é aquele desvio que possibilita o acesso mais próximo ao ponto real.

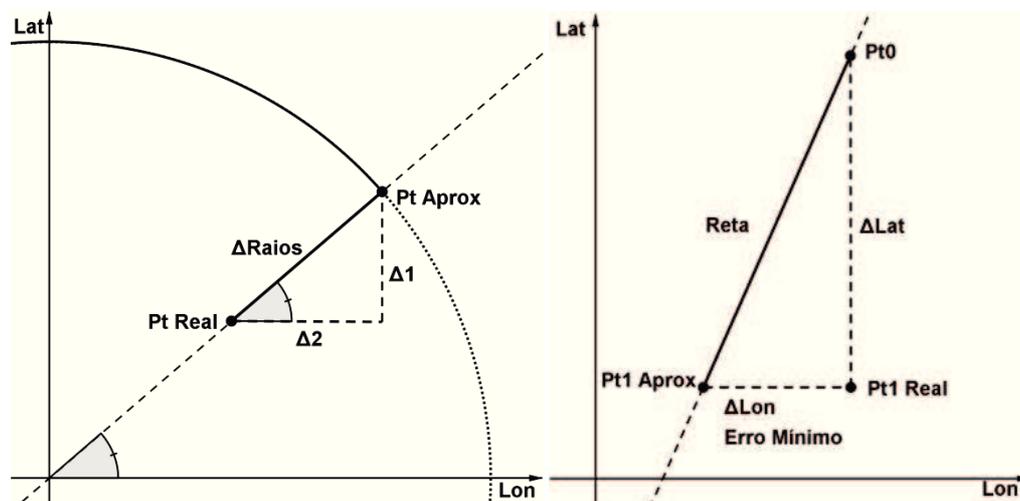


Figura 4.9 – Exemplo de desvios ao ponto real, num caso de uma curva e no caso de uma reta

Com o cálculo dos erros descortinado, criou-se um ciclo capaz de gerar a aproximação pretendida. O ciclo criado corre todos os pontos, desde a primeira reta até ao fim da amostra, seguindo o algoritmo demonstrado na figura 4.10. Inicialmente verifica-se se é possível aproximar o ponto a uma reta, para tal calcula-se o erro e averigua-se se este é superior ao erro admissível, se o erro não for superior, então aproxima-se o ponto á reta. Devido à aproximação do ponto, é necessário efetuar um ajuste aos pontos de longitude e

latitude do final da reta. Este ajuste é efetuado, tendo em conta o menor erro encontrado. Se o menor erro for na latitude, então fixa-se o valor de longitude e calcula-se o correspondente valor de latitude consoante o declive da reta, contudo, se o desvio mínimo for na longitude bloqueia-se a latitude e calcula-se o novo valor de longitude.

No entanto se o erro à aproximação de reta for demasiado elevado, então, inicia-se um ciclo que irá tentar associar o ponto em estudo e os seguintes a uma curva comum. Se for o primeiro ponto deste ciclo de aproximação, é apenas calculado o valor relativo à curva que une o primeiro ponto do ciclo com o ponto anterior. Depois, o ciclo prossegue com os pontos seguintes. No caso em que não se trata do primeiro ponto do ciclo, é verificado se a relação do ponto em estudo com o ponto anterior ao ponto do início do ciclo, forma um reta ou uma curva. Independentemente do resultado, são calculados os valores respetivos de curva ou reta. Seguidamente é testado se, esta nova curva ou reta provoca em alguns dos pontos presentes, entre o ponto inicial do ciclo até ao ponto em estudo, um desvio superior ao admissível. Se o desvio não for ultrapassado é incrementado mais um ponto ao ciclo. Este procedimento é repetido até que o erro em algum dos pontos aproximados seja superior ao admissível, ou até ao final da amostra.

Outra condicionante que leva ao encerramento do ciclo é o valor de distância nulo entre o ponto em estudo e o ponto anterior ao ponto inicial do ciclo. Neste caso, considera-se a possibilidade de reviravolta no trajeto, não sendo possível, de maneira alguma, efetuar uma aproximação, pois estava-se a mitigar um ponto que demarcava uma mudança de posicionamento substancial.

Aquando o encerramento do ciclo é guardado os dados da reta ou da curva anterior ao ponto que, a sua reta ou curva, originou em algum dos outros pontos um erro superior ao admissível. Ou seja, mantêm-se assim, como curva ou reta representante de todos os pontos intervenientes no ciclo, a reta ou curva que permite albergar mais pontos sem que as suas aproximações ultrapassem o desvio permitido. O ciclo encerra-se garantindo que o próximo ponto em estudo é aquele em que o ciclo encerrou pela provocação de erros elevados. Ao contrário da aproximação direta á reta, este ciclo não precisa de calcular novos valores para pontos finais, pois, o ponto que representa o último ponto da reta ou curva aproximada, coincide sempre com o valor real.

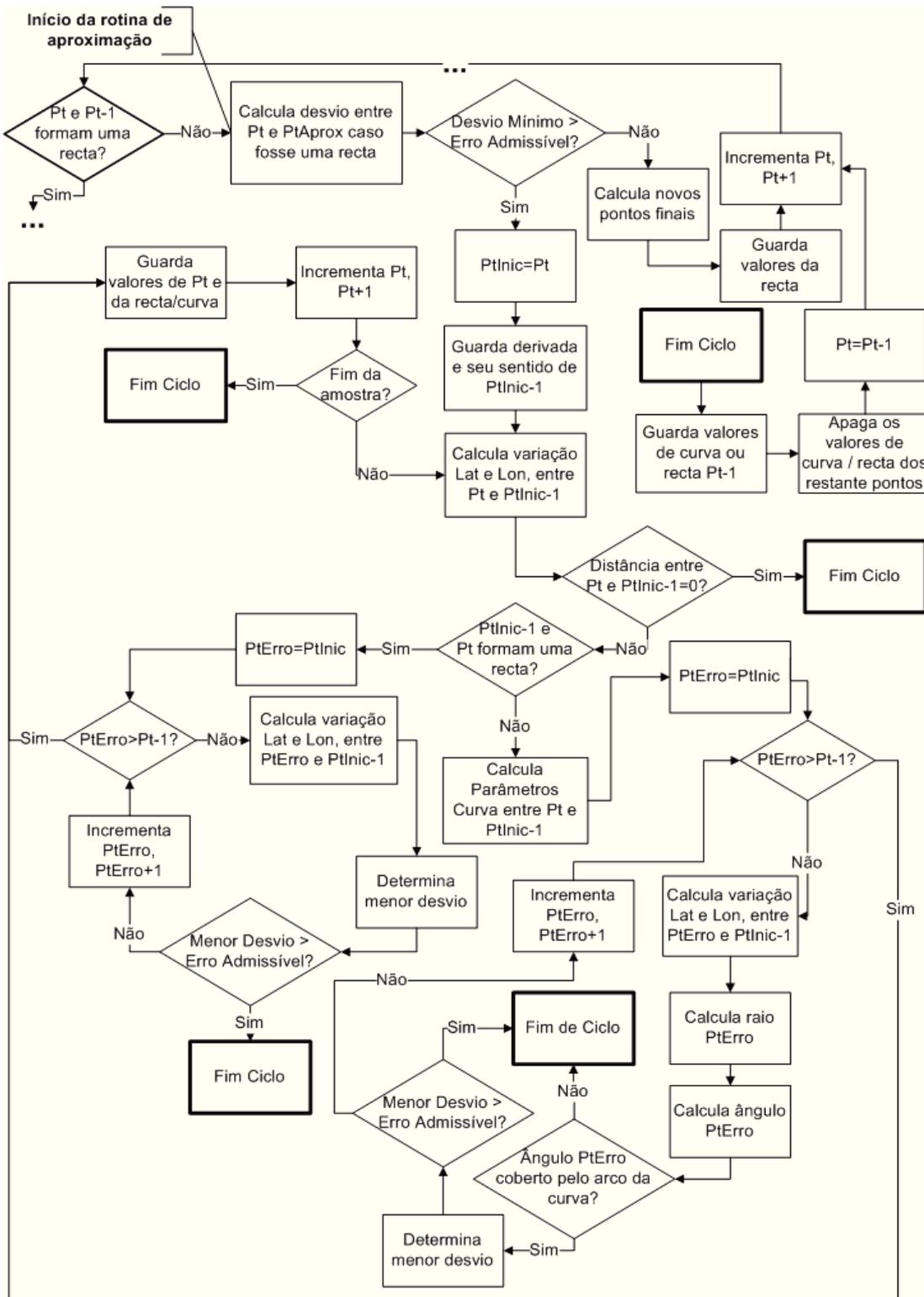


Figura 4.10 – Fluxograma do algoritmo de aproximação e otimização o cálculo das curvas

#### 4.2.4. Resultados

Após a conclusão do módulo de aproximação dos pontos às curvas e retas, começou-se a estudar os resultados, verificando os valores de ângulos e raios e analisando

graficamente os resultados obtidos. Também foram efetuadas comparações relativas aos resultados alcançados através do método de aproximação e do método sem aproximação.

Efetuuou-se um teste onde se aplicou o método numa serie de pontos de latitude e longitude, admitindo um erro máximo admissível de 0,66 m. Os resultados alcançados estão expostos na tabela 4.2.

<b>Ponto</b>	<b>Latitude</b>	<b>Longitude</b>	<b>Raio (m)</b>	<b>Ângulo (º)</b>
<b>A</b>	39,851881	-8,700895	0	0
<b>B</b>	39,851831	-8,701033	0	0
<b>C</b>	39,851768	-8,701028	3,65	149,24
<b>D</b>	39,851609	-8,70094	13,17	100,39
<b>E</b>	39,851332	-8,700834	24,59	84,35
<b>F</b>	39,851288	-8,700799	7,51	49,23
<b>G</b>	39,851242	-8,700753	7,01	62,23
<b>H</b>	39,851188	-8,700698	8,43	61,18
<b>I</b>	39,851125	-8,700636	9,96	59,21

Tabela 4.2 – Resultados do cálculo dos valores de curvas para uma amostra de pontos

Os dois primeiros pontos têm valores de raio e ângulo iguais a zero, pois representavam os valores iniciais da viagem que estão ligados por uma reta. Nos restantes pontos é sempre identificada uma curva, não existindo nenhuma reta nem aproximação de pontos à mesma curva. Ao analisarem-se os dados obtidos verifica-se que os valores de raio apresentam-se pequenos e por sua vez os valores angulares demonstram-se, de certo modo, elevados. A conjugação destes dois fatores pode representar um troço de percurso com mudanças de direção correntes ou curvas acentuadas. No entanto, para extrair mais resultados foi criado um gráfico onde seria possível analisar os resultados numa perspetiva mais alargada. Para a criação do gráfico foi necessário utilizar os valores específicos de cada curva, o seu raio, ângulo, e coordenadas relativas dos pontos da curva ao centro da circunferência. A figura 4.11 expressa o gráfico criado. Desde logo, este gráfico consegue comprovar a concretização do objetivo que fora proposto a este método de obtenção de valores da curva, pois, os resultados expostos mostram como o método é capaz de unir todos os pontos através da inserção de uma curva entre eles, respeitando sempre a continuidade entre curvas. Ao analisar-se o gráfico, verifica-se como foi dada a união reta entre os dois primeiros pontos. Depois consegue-se avaliar e perceber como os valores da primeira curva apresentam-se tão angulosos, pois, devido ao posicionamento do ponto *B* relativamente ao ponto *C* e devido à tendência que provinha da reta anterior, verifica-se que só efetuando um curva de maior ângulo é que seria possível respeitar as condições

impostas pelo método. Nos pontos seguintes, as curvas por eles atravessados, refletem a tendência proveniente da primeira curva, criando curvas opostas entre si.

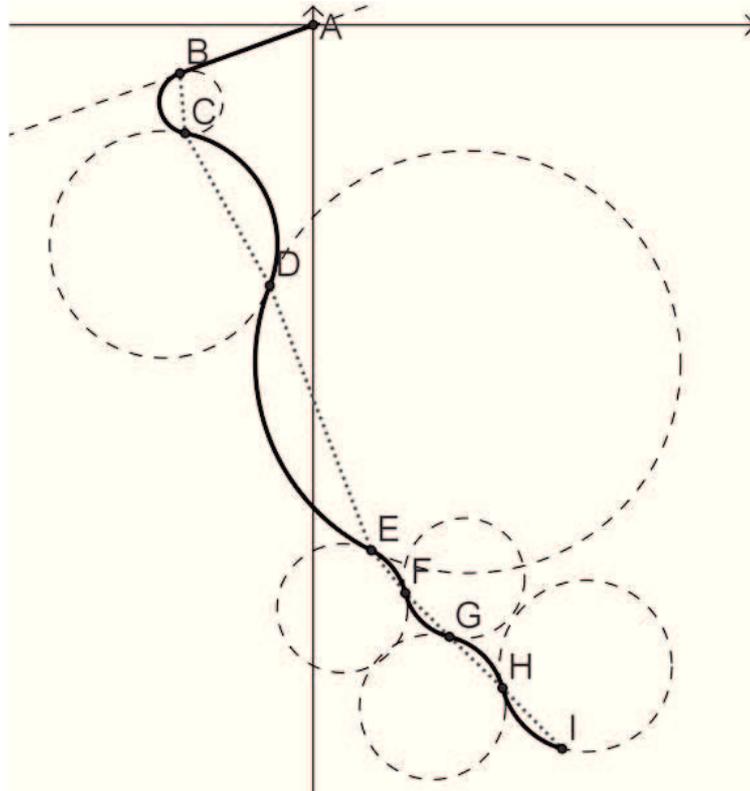


Figura 4.11 – Representação gráfica da aplicação do método de obtenção dos valores das curvas

De seguida, efetuou-se um teste onde foram comparados os resultados da aplicação do método de obtenção dos valores das curvas com e sem aproximação. Como tal, aos mesmos dados foram realizados dois testes diferentes, no primeiro teste não foram permitidas aproximações, no segundo teste foi permitida uma aproximação até 0,66 m. O resultado obtido, figura 4.12 mostra como o método de aproximação é eficaz e permite obter resultados mesmo com uma pequena margem de erro. A primeira curva, respeitante ao método sem aproximação, apresentou em cada conjunto de dois pontos, uma união por uma curva, neste caso, contrariamente ao caso anterior, as curvas tomaram valores mais discretos, e como é possível verificar pela imagem, o trajeto apresenta uma continuidade mais tépida com curvas mais suavizadas. Contudo, é evidente o efeito de curva contracurva que o trajeto apresenta, sendo que a seguir a uma curva surge outra curva de sentido oposto. Através da aproximação, este efeito foi minimizado, pois, com a aglomeração de pontos em curvas, o número de curvas desceu substancialmente provocando uma maior suavização em todo o trajeto. No trajeto com o método de aproximação, os pontos *C*, *D* e *E* foram aproximados à curva *BF*, os pontos *H*, *I* e *J* foram aproximados à curva *FJ* e por fim o ponto *K* foi aproximado à curva *JL*. Também é evidente na figura os erros de

aproximação, contudo verificava-se que esses erros demonstram-se totalmente toleráveis. A menor precisão é compensada pela maior suavização das curvas que une os pontos, fornecendo assim valores mais coerentes. A tabela 4.3 permite verificar como os valores de raio são superiores e como os ângulos são menores aquando aplicação do método de aproximação de pontos, permitindo assim a criação de curvas menos agressivas.

Ponto	Latitude	Longitude	Sem Aproximação		Com Aproximação	
			Raio (m)	Ângulo(º)	Raio (m)	Ângulo(º)
A	39,848047	-8,697472	113,27	71,72	113,27	10,18
B	39,847978	-8,697403	7,89	87,06	7,89	0,71
C	39,847899	-8,697378	16,64	32,18	0	0
D	39,847823	-8,697359	12,99	39,23	0	0
E	39,847754	-8,697341	11,49	40,4	0	0
F	39,847695	-8,697327	9,22	42,94	69,55	6,25
G	39,847645	-8,697314	7,45	45,39	0	0
H	39,847596	-8,697318	4,09	83,88	0	0
I	39,847546	-8,69733	5,24	66,22	0	0
J	39,847497	-8,697342	5,1	66,75	20,33	1,83
K	39,847449	-8,697358	5,86	57,4	0	0
L	39,847418	-8,697321	4,2	79,55	5,76	0,52
M	39,847381	-8,697291	3,42	101,57	5,65	0,51

Tabela 4.3 – Resultados do cálculo dos valores de curvas para o método sem aproximação e para o método com aproximação.

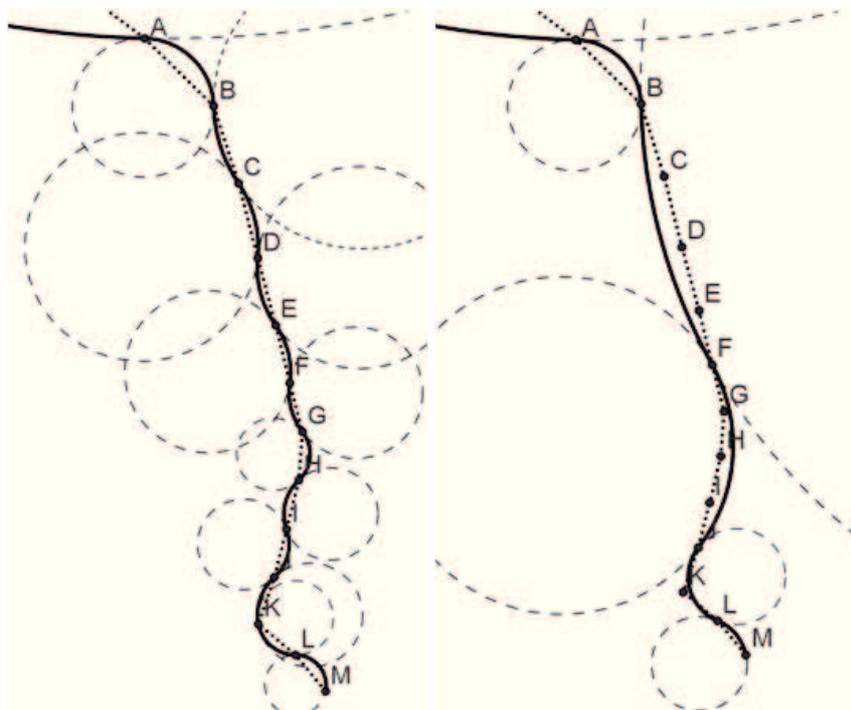


Figura 4.12 – Comparação gráfica entre método com e sem aproximação de pontos

A análise de resultados serviu também para revelar alguns produtos indesejados que podem surgir com a aplicação deste método. Nomeadamente, no cálculo de algumas curvas

verifica-se ângulos de curvas enormes, superiores a  $200^\circ$ , com raios igualmente grandes. Este efeito tem como causa a inteira dependência que os valores de curva tem com os valores fronteiros dessa mesma curva, ou seja, os valores que servem de condição de fronteira tem uma grande influência nos dados da curva seguinte, como acabava por ser lógico, contudo esta característica traz algumas incorreções. Observando concretamente este problema, acaba-se por concluir que a sua origem não depende somente da interdependência entre curvas, mas também da qualidade da amostra, e sobretudo, depende do facto de não ser possível obter nenhum valor real de nenhuma curva. Este défice de valor real de curva obriga a uma consideração inicial, que não é possível comprovar a sua congruência com a realidade, sendo que, no caso de esta consideração não ser verosímil, o erro provocado por esta atribuição irá se expandir pelo resto dos valores das curvas. Sendo que, em certos casos, este erro pode atribuir a um ponto de início de curva uma tendência completamente oposta à realidade. É esta diferença que provoca o tal efeito indesejado de grandes ângulos e grandes raios, o efeito denominado “Arco Inverso”, pois com um sentido inicial tão diferente, para a curva conseguir atingir o ponto seguinte, tem de forma uma grande circunferência e percorrer um grande ângulo para atingir o ponto final da curva. A figura 4.13 demonstra um exemplo deste efeito e onde é possível verificar o grande arco que as curvas percorrem para alcançar o ponto final da curva. Contudo, imaginando uma derivada inicial no ponto B, de sentido e valor oposto, consegue-se perceber como é possível ligar todos os pontos sem efetuar tais arcos, criando assim curvas bem mais pequenas. Como tal, e a partir da análise da figura, verifica-se como é que o efeito arco inverso provoca valores completamente dissonantes da realidade, demonstrando também o efeito contágio que lhe associado.

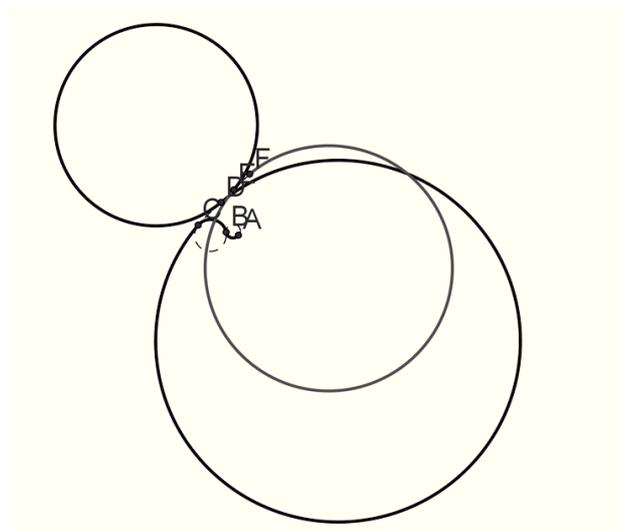


Figura 4.13 – Efeito Arco Inverso

Por fim, o método criado para a obtenção dos valores das curvas é um método que surte resultados, estimando sempre uma curva para as condições de fronteira atribuídas. No entanto, necessita de mais algumas implementações para corrigir alguns imperfeições que surgem com a sua utilização.

Neste trabalho, não foi utilizado este método de obtenção do valor das curvas, sendo que, este método fica como uma ferramenta útil para usos futuros, onde seja imperativo calcular estes valores.

## 5. Cálculo do Consumo

---

Um dos grandes objetivos do presente trabalho consiste na determinação de uma estimativa do consumo do veículo no trajeto obtido através do ficheiro GPX.

Partindo do princípio de que com o ficheiro GPX é possível extrair os dados relativos à distância, elevação, tempo, velocidade e aceleração, desenvolveu-se um método que fornecesse os valores de consumo para um veículo perante um determinado trajeto.

Como não é fornecido nenhum valor respeitante ao regime do motor, e não podendo fazer uso de curvas de binário ou consumo específico, foi deduzido um método que através da densidade energética do combustível, rendimento do motor, parâmetros físicos do veículo e restantes valores do ficheiro GPX, possibilita-se determinar o valor de consumo. O método proposto passa por tentar perceber qual o valor de energia total que é requerido ao sistema para provocar a circulação do veículo nas condições expostas nos dados do ficheiro GPX. Sendo que, com esse valor de energia total de tração, e relacionando-o com o valor de densidade energética do combustível e com o rendimento do motor térmico, consegue-se encontrar um valor aproximado de consumo.

O diagrama de corpo livre representado na figura 5.1, expõe as forças envolvidas no sistema. As forças que pesam no valor de energia de tração estão expostas no diagrama de corpo livre e são elas: a força respeitante ao atrito, a força derivada da inclinação que o veículo poderá estar sujeito e a força de arrasto aerodinâmico. A força de atrito e de arrasto aerodinâmico assumiam constantemente um comportamento contrário e prejudicador do movimento da viatura, por sua vez, a força de inclinação poderá assumir-se constrangedora ou incentivadora do movimento, conforme a inclinação do plano.

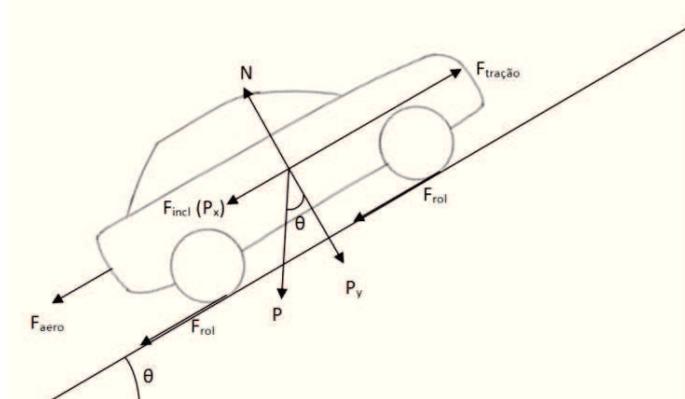


Figura 5.1 – Diagrama de corpo livre do sistema veículo em movimento

Numerando as forças e expondo as suas fórmulas:

$$F_{rol} = \mu m g$$

$$F_{aero} = \frac{1}{2} A_{proj} c_x \rho v^2$$

$$F_{incl} = m g \sin \theta$$

Aplicando a 2ª Lei de Newton:

$$\sum F = m a \quad \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\langle \Rightarrow \rangle F_{rol} + F_{ar} + F_{incl} - F_{tração} = m a \quad \langle \Rightarrow \rangle$$

$$\langle \Rightarrow \rangle F_{tração} = m a + F_{rol} + F_{ar} + F_{incl}$$

Sabendo que a potência é dada pela seguinte relação:

$$P = f v$$

Sabendo que a potência é o valor de energia consumida pelo sistema por unidade de tempo, portanto, integrando o valor de potência num intervalo de tempo consegue-se obter o valor de energia consumida pelo sistema nesse mesmo intervalo. Como tal, deduz-se a seguinte relação:

$$E = \int_{t_0}^{t_1} f v dt$$

Com a relação entre a energia, força e velocidade, descortinada, para descobrir o consumo é necessário identificar a energia requerida pelo sistema, para isso, pegando no somatório das forças, encontra-se a seguinte relação energética:

$$E_{tração} = E_{acel} + E_{rol} + E_{ar} + E_{incl}$$

Considerando a equação da cinemática que permitia encontrar o valor de velocidade:

$$v = v_0 + a t$$

Substituindo a velocidade pela fórmula apresentada e calculando o seu integral com a multiplicação da força entre  $t_0=0$  e  $t$ , encontra-se as seguintes fórmula de energia para cada força envolvida no sistema:

$$E_{acel} = m a \left( v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right);$$

$$E_{rol} = \mu m g \left( v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right);$$

$$E_{aero} = \frac{1}{2} A_{proj} c_x \rho \left( v_0^3 t + \frac{3v_0^2 * a t^2}{2} + v_0 a^2 t^3 + \frac{a^3 * t^4}{4} \right) \text{ ou}$$

$$E_{aero} = \frac{A_{proj} c_x \rho (v_0 + a t)^4}{8 * a} ;$$

$$E_{incl} = m g \sin \theta \left( v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right) .$$

Com todas as fórmulas de energia definidas, já é possível determinar qual a energia de tração requerida ao sistema em cada ponto.

Para saber o valor de consumo de um determinado trajeto, basta somar os valores de energia de tração em cada ponto, caso sejam positivos, e, sabendo o valor de densidade energética do combustível e o valor de rendimento do motor consegue-se calcular o consumo de combustível através da seguinte fórmula.

$$\text{Consumo} = \frac{E_{\text{tração}}}{\text{Dens Energética}_{\text{combst}} \eta_{\text{motor}}}$$

Este método permite, de uma forma simples, perceber qual o valor de consumo para um trajeto, podendo também fornecer dados importantes relativamente ao peso de cada energia para o valor total de consumo. Contudo, a análise mais relevante para este trabalho, que este método permite debruçar, é as diferenças entre os valores negativos e positivos de energia de tração. Considerando que um determinado trajeto só tem valores positivos de velocidade, os valores negativos de energia de tração só podem vir de duas vertentes, a energia derivada da inclinação da viatura ou da energia relativa a uma aceleração negativa. Se as diferenças são muito significativas, constata-se uma grande variação de aceleração em torno dos seus valores positivos e negativos. Analisando estas diferenças energéticas pode-se verificar o tão é desperdiçadora a condução imposta no trajeto.

Para implementação deste método bastou criar um ciclo que calcula os valores energéticos de cada ponto do trajeto e efetua os respetivos somatórios tendo em conta o sinal que o valor da energia representava, positivo ou negativo, depois basta aplicar a fórmula para o cálculo do consumo.



## 6. Correção e Otimização de Dados de Viagens

### 6.1. Correção de Dados – Método da Velocidade Intercalar

Os dados fornecidos pelo ficheiro GPX contêm diversos valores que são fundamentais para se efetuar uma análise de consumos e trajeto. Para além da extração de dados do ficheiro GPX é também necessário calcular a distância entre pontos, cálculo que já foi demonstrado, contudo, antes de ser possível a utilização ilimitada dos dados, é necessário efetuar algumas correções aos dados originais.

O primeiro passo efetuado no campo da correção de dados passa por verificar se existe congruência entre os valores de velocidade e tempo e os valores de distância provenientes dos pontos de latitude e longitude. Para efetuar tal análise, começa-se por calcular os valores de aceleração através dos valores de tempo e velocidade. Seguidamente, através da aceleração, calcula-se o valor de distância percorrida através da fórmula da cinemática,  $x(t) = v_0t + 1/2at^2$ . Depois, são comparados os dois valores de distância, o real e o calculado. Para implementar esta comparação criou-se um pequeno programa que corre todos os pontos e calcula e assinala os respetivos erros.

Os primeiros resultados obtidos demonstram algo que já era previsível. Como a recolha de dados do GPS está sempre associada a erros de aquisição de dados e como se esta a trabalhar com distância relativamente curtas e, somando a tudo isto ao erro provocado pelo cálculo da distância, era mais que esperado que através desta análise fossem identificados alguns erros.

<i>Elevação (m)</i>	<i>Distância (m)</i>	<i>Tempo (s)</i>	<i>Velocidade (m/s)</i>	<i>Aceleração (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Distância Calc (m)</i>	<i>Erro Relativo</i>
190,00	0,00	15,00	1,37			
191,44	18,82	21,00	4,12	0,46	16,47	12,50%
191,44	5,05	22,00	5,49	1,37	4,81	4,78%
192,88	24,76	28,00	2,75	-0,46	24,72	0,17%
192,88	35,01	29,00	2,75	0,00	2,75	92,14%
193,36	31,07	30,00	2,75	0,00	2,75	91,15%
193,84	3,26	31,00	4,12	1,37	3,44	5,44%

Tabela 6.1 – Resultados da comparação da distância calculada e distância real

A tabela 6.1 ilustra claramente o receio que já era quase uma certeza. Este exemplo mostra os grandes erros de uma pequena parte de um trajeto. Com estes resultados é possível observar erros na casa dos 90%, sendo poucos os momentos em que o erro baixa dos 10%. Contudo, vale a pena recordar em que grandeza de valores de distância estes erros foram calculados. Os erros foram calculados tendo em conta distâncias na casa das dezenas de metros ou até menos, ou seja, a grandeza de valores de distância é substancialmente pequena para que um GPS consiga garantir a sua precisão. Outra fonte de imprecisão também surge da consideração de aceleração contínua entre pontos, que foi tomada no cálculo da distância.

No entanto, independentemente da fonte destes erros, era necessário efetuar um ajuste de valores, eliminando essas diferenças. Como tal desenvolveu-se um método que, passando ponto a ponto corrige uma série de valores garantindo a total congruência entre os valores de distância dos pontos de latitude e longitude com os restantes valores de tempo e velocidade da amostra.

O algoritmo criado para tal análise e correção passa por incluir um ponto intermédio entre os dois pontos que contêm o erro. Nesse ponto intermédio, impõe-se uma velocidade tal que implica o respeito total da distância entre os dois pontos originais. A primeira consideração da inclusão deste ponto intermédio passa por definir a sua posição temporal como metade do tempo total entre pontos. Esta consideração irá permitir, de uma forma simples, uma redução de acelerações para alcançar a velocidade intermédia.

De seguida, foi necessário deduzir uma fórmula que fornecesse o valor de velocidade intermédia a impor para respeitar os valores de distância.

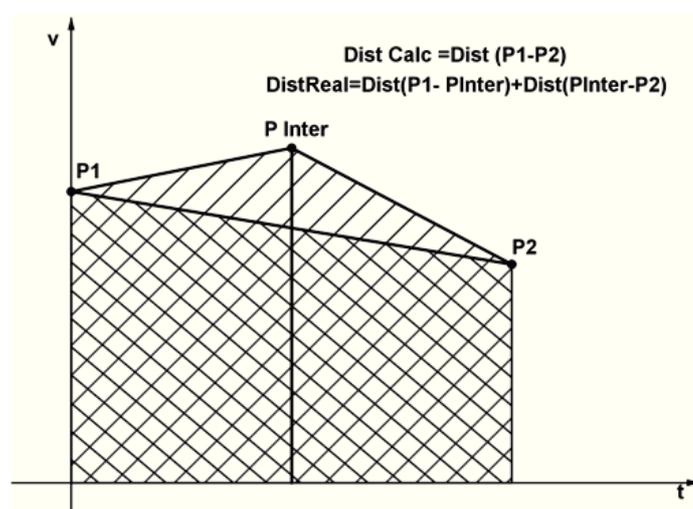


Figura 6.1 – Aplicação de um ponto intermédio entre os pontos P1 e P2 de forma a cumprir a distância real

A figura 6.1 mostra um problema de desvio de distância entre dois pontos,  $P1$  e  $P2$ , que deveria ser corrigido pelo método do ponto intermédio,  $Pi$ . Ao analisar a imagem, consegue-se facilmente deduzir que a soma das distâncias percorridas do ponto inicial até ao ponto intermédio e do ponto intermédio até ponto final deve ser igual à distância real entre pontos. Sendo assim, partindo da equação da cinemática e admitindo que o tempo intermédio,  $t_i$ , é metade do tempo total, tem-se as seguintes expressões de distância:

$$Dist_1 = v_1 t_i + \frac{1}{2} \left( \frac{v_i - v_1}{t_i} \right) t_i^2 ; \quad Dist_2 = v_i t_i + \frac{1}{2} \left( \frac{v_f - v_i}{t_i} \right) t_i^2$$

Logo, somando as duas distâncias tem-se a distância real entre os dois pontos:

$$v_1 t_i + \frac{1}{2} \left( \frac{v_i - v_1}{t_i} \right) t_i^2 + v_i t_i + \frac{1}{2} \left( \frac{v_f - v_i}{t_i} \right) t_i^2 = Dist_{Total}$$

Desenvolvendo a fórmula obtêm-se a seguinte expressão:

$$v_1 t_i + \frac{v_i t_i}{2} - \frac{v_1 t_i}{2} + v_i t_i + \frac{v_f t_i}{2} - \frac{v_i t_i}{2} = Dist_{Total}$$

Portanto, isolando  $t_i$ , passando-o para o segundo termo da expressão e reduzindo todo ao mesmo denominador tem-se:

$$\frac{v_1 + v_f + 2v_i}{2} = \frac{Dist_{Total}}{t_i}$$

Isolando  $v_i$ , deduz-se a expressão capaz de devolver o valor de velocidade que se deve atingir em metade do tempo do tempo total, para assim se conseguir alcançar a distância pretendida:

$$v_i = \frac{Dist_{Total}}{t_i} - \frac{v_1 + v_f}{2}$$

Com a expressão da velocidade intermédia deduzida, partiu-se para a criação do algoritmo de todo o programa de eliminação de erros (figura 6.2).

O algoritmo conta com um primeiro módulo que guarda os valores de velocidade inicial, velocidade final, distância real e tempo do ponto em análise. Posteriormente é calculado o valor de aceleração e de seguida, com o valor temporal e de velocidade calcula-se a distância. Neste ponto é averiguado se a distância real e calculada coincidem ou diferem. Caso as distâncias sejam diferentes, a primeira análise debruça-se sobre a possibilidade da distância real ser igual a zero. Se a distância for igual a zero entra-se numa rotina que irá forçar todas as restantes variáveis para que permitam conceder a distância nula ao ponto. Com distância igual a zero, começa-se por verificar se a distância anterior também é igual a zero. Se for igual a zero basta guardar os valores de velocidade e aceleração como nulos e o valor temporal mantêm-se. Nesta caso não é necessário aplicar o método do ponto intermédio. Caso a distância anterior seja diferente de zero, passa-se a

verificar a nulidade da velocidade imediatamente anterior ao ponto inicial em estudo, esta velocidade tanto poderá coincidir com a velocidade intermédia ou a velocidade inicial da distância anterior. Se esta velocidade for diferente de zero, calcula-se um novo valor para o intervalo de tempo, entre o ponto desta velocidade até ao ponto final da distância anterior, de forma a garantir o cumprimento da distância do ponto anterior tendo em conta uma velocidade final nula. Caso a velocidade anterior ao ponto inicial da distância em estudo seja igual a zero e a distância anterior diferente de zero, é necessário criar um ponto intermédio entre o ponto dessa velocidade e o ponto final da distância anterior, pois, a velocidade igual a zero e distância diferente de zero, significa uma velocidade final do ponto anterior diferente de zero, ou seja uma velocidade inicial do ponto em estudo diferente de zero, o que é impossível para cumprir o requisito de distância igual a zero. Como tal, é necessário criar um ponto intermédio que possibilite o cumprimento da distância anterior com velocidade final nula. O ponto intermédio criado, é posicionado temporalmente, no meio do intervalo de tempo definido pelos dois últimos pontos da distância anterior e, a sua velocidade é calculada para cumprir a distância do ponto tendo em conta as velocidades nulas dos extremos. O valor de aceleração do novo ponto final da distância anterior é simétrico ao valor de aceleração do ponto intermédio. Por fim, para qualquer um dos casos enunciados, para o ponto em estudo, são guardados os valores nulos de velocidade e aceleração.

Caso a distância real não seja zero, cria-se um ponto intermédio e calcula-se a sua velocidade. Se a velocidade for igual a zero ou superior a zero, então, são calculados os novos valores de aceleração e guardados todos restantes valores de velocidade, tempo e distância percorrida até ao ponto intermédio e depois do ponto intermédio. Caso a velocidade intercalar seja inferior a zero figura-se um diferente cenário. Desde logo, é impossível criar um ponto com velocidades negativa, como tal, se a velocidade é inferior a zero, cria-se um espaço temporal de velocidade nula suficientemente grande para garantir a distância requerida, sendo que, esse comprimento temporal é dado pela seguinte fórmula, deduzida a partir da equação da distância:  $\Delta t = t_{Total} - (2Dist_{Real}/(v_i + v_f))$ . A localização temporal deste espaço depende das velocidades fronteiriças, ou seja, se a velocidade inicial for zero então a extensão temporal de velocidade nula inicia-se junto ao ponto inicial, se a velocidade final for zero, então o espaço temporal será arrastado até ao final do tempo. Caso não haja nenhuma velocidade igual a zero, o espaço temporal de velocidade igual a zero localiza-se no centro de todo o intervalo temporal. Se o ponto inicial ou final deste

espaço temporal coincidir com o ponto inicial ou final da distância em estudo, respetivamente, então é necessário só criar um ponto intermédio que demarca o fim ou o início deste intervalo de tempo, já que um dos pontos do intervalo coincide com um dos pontos originais. Caso o intervalo de tempo esteja localizado ao centro de todo o intervalo temporal da distância, então é necessário adicionar dois pontos intermédios para demarcar o espaço temporal de velocidade igual a zero, sendo também necessário calcular as distância percorridas antes e depois do intervalo. Por fim, dependentemente do número de pontos intermédios são calculados os valores de aceleração em cada ponto e identificados os novos valores temporais.

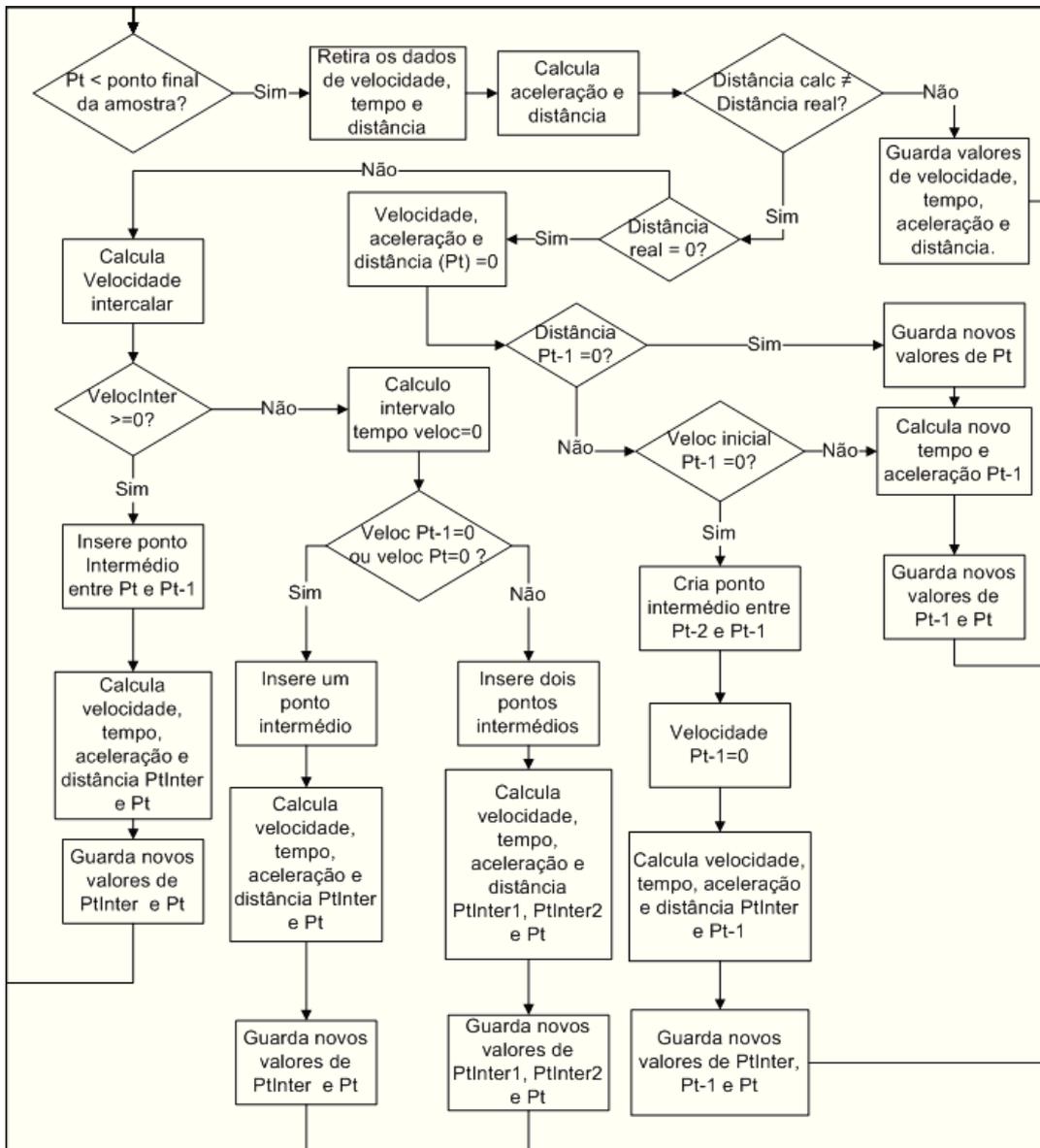


Figura 6.2 – Fluxograma do algoritmo de correção de dados

Em qualquer caso que fosse necessário partir para inserção de pontos intermédios, é imprescindível calcular o valor de elevação intermédia. Este valor é calculado a partir da

relação da elevação final e inicial e, sabendo a que distância se encontra o ponto intermédio do ponto inicial, é calculado o valor de elevação intermédia.

A tabela 6.2 apresenta uma pequena série de três pontos que foram corrigidos pelo método da velocidade intercalar, adicionando assim mais três pontos aos dados originais.

<i>Elevação (m)</i>	<i>Distância (m)</i>	<i>Tempo (s)</i>	<i>Velocidade (m/s)</i>	<i>Aceleração (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Distância Original(m)</i>
190,00	0,00	15,00	1,37		
190,56	7,35	18,00	3,53	0,72	
191,44	11,47	21,00	4,12	0,20	18,82
191,44	2,35	21,50	5,29	2,34	
191,44	2,69	22,00	5,49	0,41	5,05
192,28	14,44	25,00	4,13	-0,45	
192,88	10,33	28,00	2,75	-0,46	24,76

Tabela 6.2 – Resultados da comparação da distância calculada e distância real

Este método é capaz de corrigir e forçar, através das velocidades o percorrer das verdadeiras distâncias num determinado espaço temporal. Contudo, esta cadeia que restringia o espaço temporal pode provocar, em alguns pontos, valores de acelerações muito elevados. A ocorrência destas acelerações surge das restrições de tempo e distância, valores esses, que por vezes podem não corresponder a uma realidade irrefutável.

## 6.2. Otimização por Limite Absoluto e de Variação de Aceleração

### 6.2.1. Apresentação do Algoritmo do Método

A implementação do método da velocidade intercalar possibilitou a correção de todos os dados, contudo, os seus resultados podem apresentar alguns valores de aceleração mais elevados, chegando a valores, em módulo, de uma dezena de m/s<sup>2</sup>. Como tal, e em vista a mitigação destas grandes acelerações, foi criado um método que limita os valores de aceleração. Note-se que este método também foi criado para ser utilizado como ferramenta de otimização.

O método sugerido passa por barrar a ocorrência de valores de aceleração elevados e, nesses casos, impõe uma aceleração que se figura limite. Com a imposição dessa aceleração é calculado o novo intervalo de tempo que, com esta nova aceleração, permite o

percorrer da distância do ponto em estudo, sendo que, a alteração de aceleração também implica a alteração do valor de velocidade final. Este método também envolve uma rotina capaz de limitar a variação de aceleração, que, de uma maneira em tudo semelhante à limitação de aceleração absoluta, impõe uma aceleração que respeita as condições de variação e, a partir daí, são calculados os novos valores temporais e de velocidade do ponto. Todo o método se baseia no sacrifício do tempo em prol de uma aceleração mais modesta.

A utilização deste método permite reduzir os valores de aceleração e suas variações provenientes da correção de dados através método de velocidade intercalar, criando assim uma amostra mais sóbria e garantidamente mais próxima da realidade. Como método de otimização, a limitação de aceleração permite baixar os consumos, pois este é dos elementos mais influenciadores dos valores de energia requeridos ao sistema, para tal, basta verificar junto das fórmulas para o cálculo da energia do sistema, a tão estreita relação entre a energia de tração e a variável aceleração. Com a limitação da aceleração e sua variação, é possível criar um conjunto de pontos em que as variações de velocidade não são tão espontâneas, permitindo uma estabilidade na sua evolução, o que em tudo beneficia os valores de consumo. Num registo mais empírico, a variação brusca de aceleração e os seus extremos valores posicionam o veículo em regimes de funcionamento mais elevados e com grandes variações, o que por si, provoca um aumento de consumo.

Com a base do método de otimização pensada, criou-se um algoritmo (figura 6.3) que assenta neste método e permite correr todos os pontos de uma amostra, efetuando as correções de aceleração, tempo e velocidade, mantendo contudo, os valores de distância inalterados.

No primeiro ponto do algoritmo surge a extração dos dados de velocidade, distância real e tempo. De seguida é calculada a aceleração. Neste momento, surge uma pequena questão. Como os valores de velocidade final são alterados, e sendo o valor de velocidade final de um ponto, o valor de velocidade inicial do ponto seguinte, antes de se iniciar a rotina de otimização, é necessário efetuar sempre uma análise de congruência entre o valor de distância calculado através do novo valor de velocidade inicial e do valor de distância real do ponto. Se as distâncias forem diferentes, é calculado um novo valor de aceleração, que, naquele intervalo de tempo, respeita o valor de distância real. Como consequência também é calculado um novo valor de velocidade final. Por sua vez, se as distâncias coincidirem, então não é necessário efetuar um novo cálculo da aceleração.

O ponto seguinte verifica se a distância do ponto em estudo é nula. Se a distância for nula, então os valores de velocidade final e aceleração são tidos como zero, mantendo-se o valor temporal. Seguidamente, é verificado se o valor inicial de velocidade do ponto é igual a zero. Se este fosse zero então não é necessário aplicar nenhum procedimento. Se o valor de velocidade inicial for diferente de zero, é necessário forçar este a zero e calcular um novo intervalo de tempo para o ponto anterior, tendo em conta que a sua velocidade final tem de ser zero, conseqüentemente a sua aceleração também modifica-se. Caso a distância do ponto atual seja igual a zero não é efetuada nenhuma otimização.

Caso a distância seja diferente de zero, inicia-se a rotina de otimização. Primeiro, é calculada a variação de aceleração que aquele ponto provoca, esta variação é calculada em função da aceleração anterior e do espaço temporal através da seguinte relação:  $Var_{Acel} = (Acel_{Atual} - Acel_{Anterior})/\Delta t$ . De seguida é avaliado se os limites de aceleração, tanto positivos como negativos, são ultrapassados e também é verificado se os limites de variação são excedidos. Caso a variação de aceleração seja ultrapassada, então, a primeira aceleração corretiva a ser calculada é a aceleração capaz de cumprir os preceitos de variação. Esta aceleração é tomada como a aceleração do ponto. Depois, independentemente do limite que foi ultrapassado, é verificado se os limites absolutos são ultrapassados e, se tal ocorrer, os valores de aceleração são forçados ao limite mais próximo. Esta disposição cronológica de verificação, permite garantir a organização hierárquica das otimizações, pois, se os limites de variação forem ultrapassados e calculada uma nova aceleração, esta também passa pela verificação dos limites absolutos de aceleração, e se os limites não forem cumpridos, então a aceleração é corrigida. Assim sobrepõem-se sempre a otimização por limites absolutos de aceleração perante a otimização por limites de variação de aceleração.

Com os novos valores de aceleração encontrados, passa-se a efetuar a correção dos restantes valores do ponto em estudo. Contudo, antes de aplicar definitivamente a aceleração ao ponto, verifica-se, se esta permite alcançar a distância requerida. Pois, imaginando uma aceleração negativa, consoante a sua grandeza de valor, esta poderá não permitir alcançar a distância requerida se levar a velocidade a zero num intervalo de tempo elevadamente curta para conseguir-se alcançar a distância desejada. Portanto, para acelerações negativas, é efetuada esta análise a partir do cálculo da distância no momento de velocidade zero, tendo em conta a aceleração corrigida. Esta distância é dada pela seguinte expressão da cinemática.

$$Dist_{v=0} = v_i t_{v=0} + \frac{1}{2} accel t_{v=0}^2$$

Por sua vez,  $t_{v=0}$ , é calculado através da fórmula da velocidade, admitindo a velocidade final a zero:

$$0 = v_i + accel t_{v=0} \quad (=) \quad t_{v=0} = -\frac{v_i}{accel}$$

Substituindo na equação anterior:

$$Dist_{v=0} = v_i \left(-\frac{v_i}{accel}\right) + \frac{1}{2} accel \left(-\frac{v_i}{accel}\right)^2$$

Simplificando a função obtêm-se o seguinte valor de distância aquando velocidade zero:

$$Dist_{v=0} = -\frac{v_i^2}{2accel}$$

Agora, para verificar se a é alcançável a distância com o novo valor de aceleração, basta comparar a distância a velocidade igual a zero com a distância real. Se a distância a velocidade nula for superior, então, a nova aceleração permite alcançar a distância pretendida, contudo, se a distância em  $v=0$  for inferior, então a aceleração revela-se demasiadamente negativa para ser possível alcançar a distância real. Como tal, nesta condição, calcula-se o mínimo de aceleração possível para alcançar a distância real, sendo que, esse valor de aceleração corresponde ao alcançar da distância real a velocidade igual a zero. Como tal, é calculado o novo valor de aceleração e tempo de forma a alcançar a distância pretendida, tendo em consideração uma velocidade final de zero. Um outro fator que também pode implicar a impossibilidade de percorrer a distância real, é a velocidade inicial do ponto ser zero e a aceleração negativa. Sendo assim, para permitir o alcance da distância real, assume-se um valor positivo de aceleração e calcula-se a respetiva velocidade final e diferença temporal.

Caso a aceleração seja positiva, é escusado avaliar a distância a velocidade nula e, é calculado o novo valor de tempo e velocidade final a partir da nova aceleração. O cálculo do tempo é efetuado pela resolução da equação de segundo grau criada pela fórmula da distância da cinemática.

Todo este algoritmo é repetido até percorrer todos os pontos de dados fornecidos pelo ficheiro GPX.

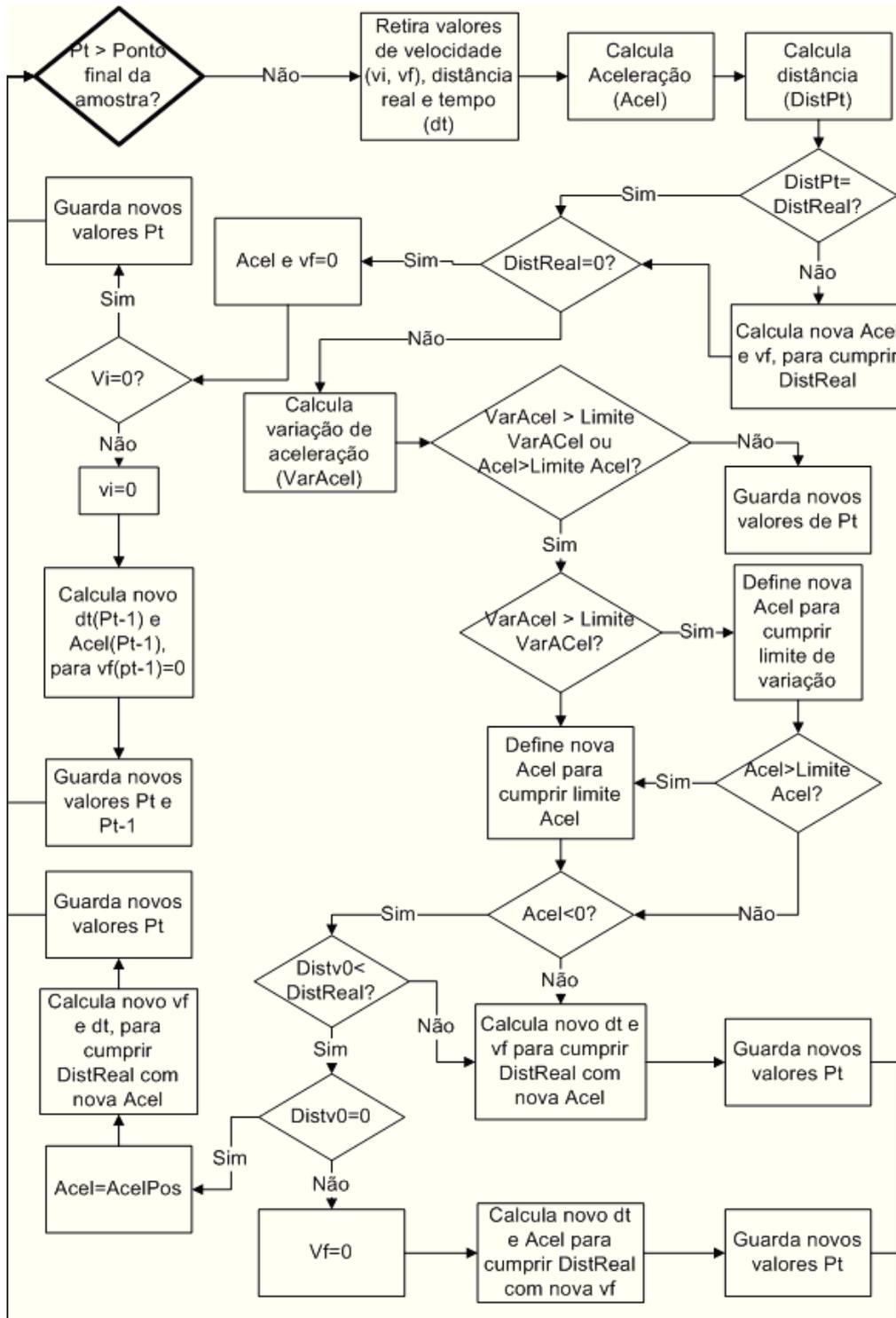


Figura 6.3 – Fluxograma do algoritmo do método de otimização de dados pelo limite absoluto e de variação da aceleração

## 6.2.2. Resultados

Após a criação do algoritmo e sua implementação, foram efetuados alguns testes de forma a comprovar o correto funcionamento de todo o programa. Desde logo, aplicou-se este método a uma viagem e foram analisados os valores obtidos entre os valores

otimizados e os valores que somente foram corrigidos pelo método da velocidade intercalar.

Para o método de limitação dos valores de aceleração e sua variação foram utilizados como valores máximos de aceleração  $2 \text{ m/s}^2$  e  $-2 \text{ m/s}^2$  e como valores limites de variação foram utilizados valores de  $0,7 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$  e  $-2 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$ .

Ponto	Distância (m)	Sem Otimização			Com Otimização		
		Tempo(s)	Veloc(m/s)	Acel(m/s) <sup>2</sup>	Tempo(s)	Veloc(m/s)	Acel(m/s) <sup>2</sup>
158,00	6,63	465,00	15,10	7,35	458,96	12,98	-1,11
159,00	6,67	465,50	11,58	-7,05	459,46	13,69	1,41
160,00	7,01	466,00	16,47	9,79	459,96	14,35	1,33
161,00	7,06	466,50	11,75	-9,44	460,46	13,87	-0,98
162,00	7,06	467,00	16,47	9,44	460,96	14,35	0,98
163,00	7,22	467,50	12,41	-8,12	461,46	14,53	0,34
164,00	7,22	468,00	16,47	8,12	461,96	14,35	-0,34
165,00	67,53	472,50	13,55	-0,65	466,46	15,66	0,29

Tabela 6.3 – Resultados comparativos com aplicação do método de limitação da aceleração

A tabela 6.3 mostra os dados obtidos através do cálculo de correção da velocidades intercalar (sem otimização) e através do cálculo que limitava tanto a aceleração como a sua variação. O trecho apresentado mostra os dados compreendidos entre o ponto 158 e 165, que representam na amostra de dados original, o intervalo de tempo compreendido entre os 465 s e os 472 s. Logo à partida é possível observar que existe uma diferença temporal entre os dois cálculos. Tal tem origem nas otimizações anteriores que proporcionaram uma diminuição do tempo do trajeto. De seguida, analisando os valores de velocidade e aceleração obtidos nos dois calculados, consegue-se perceber como os valores de aceleração são em todo o domínio, bem mais sóbrios no cálculo otimizado, registrando valores menores e menos variações. Acompanhando a suavização da aceleração verifica-se que as variações de velocidade também são inferiores.

Para entender melhor este efeito, foi criado um gráfico (figura 6.4) numa janela de tempo mais alargada, que consegue esclarecer como as variações de velocidade, são bem mais modestas com os resultados dos dados otimizados.

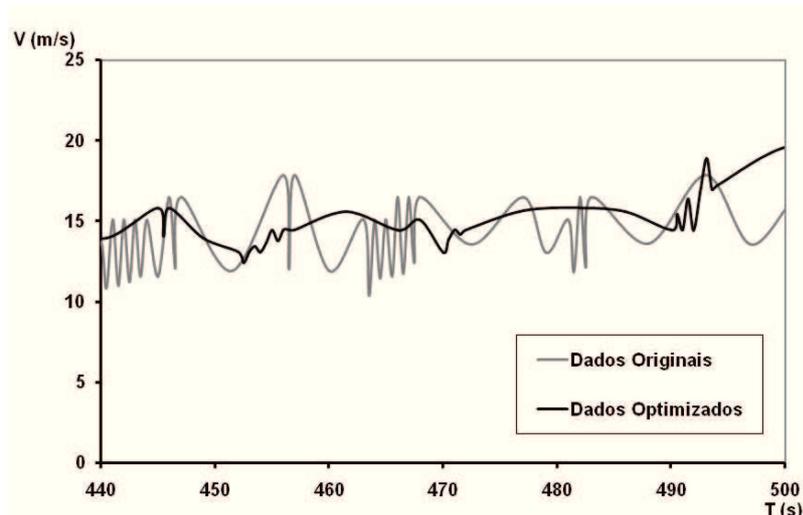


Figura 6.4 – Gráfico da variação de velocidade ao longo do tempo dos dados originais e dos dados do método limitativo do valor absoluto e variação da aceleração

Para comprovar o poder de otimização deste método, foi aplicado ao mesmo circuito dois ensaios com o mesmo método de limitação de variação e absoluta de aceleração, contudo estes apresentavam parâmetros limitativos diferentes.

No primeiro caso, foi só limitado o valor absoluto de aceleração, estando os limites fixados em  $3 \text{ m/s}^2$  e  $-3 \text{ m/s}^2$ , no segundo cálculo foi limitada a aceleração a  $2 \text{ m/s}^2$  e  $-2 \text{ m/s}^2$  e a variação não poderia ser superior a  $0,6 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$  e  $-1,8 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$ . Depois de aplicados os dois métodos, foi calculado o consumo dos dois circuitos utilizando as propriedades físicas e de viatura, apresentadas na tabela 6.4. Os resultados de consumo das duas otimizações estão expostos na tabela 6.5.

<b>Propriedades do Veículo</b>				
<b>Massa (kg)</b>	<b>Área Proj. (m<sup>2</sup>)</b>	<b>Coef. Aero (c<sub>x</sub>)</b>	<b>η Motor</b>	<b>Coef. Atrito (μ)</b>
1300,00	2,35	0,25	0,30	0,02
<b>Propriedades Físicas</b>				
<b>D.E Combst (MJ/l)</b>	<b>ρ (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>g (m/s<sup>2</sup>)</b>		
35,86	1,23	9,81		

Tabela 6.4 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo

	<b>Energia Tração (+)</b>		<b>Energia Tração (-)</b>		<b>Energia Total (J)</b>	<b>Cons Inst (l)</b>	<b>C. Médio (l/100 km)</b>
	<b>Valor (J)</b>	<b>% Relativa</b>	<b>Valor (J)</b>	<b>% Relativa</b>			
<b>Opt. 1</b>	8873015,87	640,92%	-7488587,9	-540,92%	1384428	0.82	7.66
<b>Opt. 2</b>	8286485,29	600,32%	-6906144,35	-500,32%	1380341	0.77	7.15

Tabela 6.5 – Resultados energéticos e de consumo dos dois cálculos de otimização

		<i>Opt. 1</i>		<i>Opt. 2</i>	
		<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>	<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>
<i>E Atrito</i>	<u>+</u>	2051525	23,12%	2051525	24,76%
	-	0	0,00%	0	0,00%
<i>E Incl</i>	<u>+</u>	954834	10,76%	954834	11,52%
	-	-2348536	31,36%	-2348536	34,01%
<i>E Acel</i>	<u>+</u>	5144272	57,98%	4562755	55,06%
	-	-5140052	68,64%	-4557609	65,99%
<i>E Aero</i>	<u>+</u>	722386	8,14%	717372	8,66%
	-	0	0,00%	0	0,00%

Tabela 6.6 – Resultados energéticos detalhados das duas otimizações, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa

Como é possível verificar a segunda otimização resultou, ainda que ligeira, numa diminuição de consumo, tal teve origem numa descida da energia de tração positiva e da energia de tração negativa, relativamente à primeira otimização. Ao diminuir a energia de tração positiva sentiu-se um impacto favorável na diminuição do consumo final. Na segunda otimização, a descida da energia de tração positiva e negativa, resultou de um intervalo de acelerações mais limitado e com variações menos bruscas. Estas reduções energéticas permitiram reduzir a sua participação no total das energias de tração, tal como é possível observar na tabela 6.6. Relativamente às outras componentes de energia, verifica-se ligeiras modificações, contudo, as suas participações nos totais de energia de tração positiva e negativa mantiveram-se quase inalteráveis.

Com a aplicação deste método ainda se verificou valores elevadíssimos nas energias de aceleração e a sua redução de consumo não foi muito esclarecedora. Como tal, presenciando estes resultados, começaram-se a desenvolver mais métodos de otimização que resultassem em valores de aceleração com menores variações.

## 6.3. Otimização Pelo Método dos Mínimos Quadrados

### 6.3.1. Apresentação do Algoritmo do Método

Ao serem analisados os gráficos de velocidade ao longo do tempo de determinados trajetos, figurou-se uma grande instabilidade nesta variável, tal como é demonstrado na figura 6.5. Tais insistentes variações na evolução da velocidade refletem grandes oscilações de aceleração, o que por si, corresponde a um aumento claro de consumo. Como

tal, considerou-se útil efetuar um estudo que demonstra-se em que medida é que a suavização das curvas de velocidade, corresponderia a um decréscimo do consumo. Portanto, para efetuar tal otimização nas curvas de velocidade, optou-se por aplicar um método de aproximação numérica aos pontos de velocidade correspondentes a secções do trajeto, onde resulta-se uma aceleração única que mais se aproximava ao descrito por esses pontos, mitigando assim, as variações de velocidade desnecessárias.

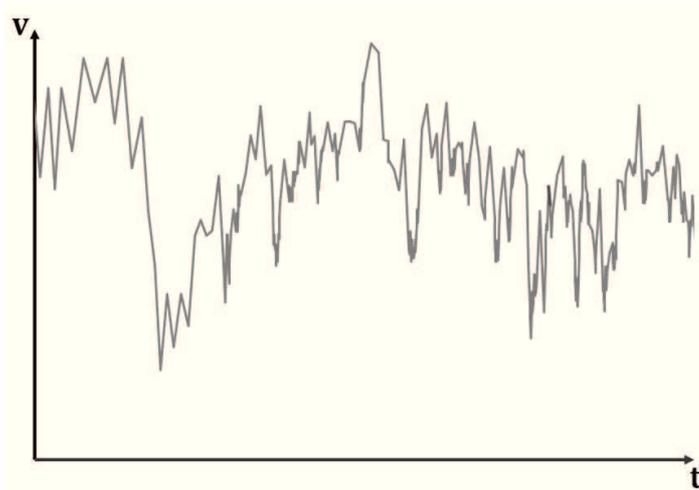


Figura 6.5 – Exemplo de instabilidade da velocidade ao longo do tempo

Para efetuar tal rearranjo de velocidades ao longo de um trajeto, construiu-se um algoritmo capaz de estudar as evoluções de velocidade, selecionar as amostras restritas (divisões da amostra) e aplicar o método de aproximação às respectivas amostras.

O algoritmo criado conta com dois blocos distintos (figura 6.6). O primeiro bloco é responsável pela divisão total da amostra em fragmentos (amostra restrita) para aplicação do método, dar-se num conjunto de pontos com certos padrões de padrões de semelhança. Este bloco é dividido por dois semiloucos, o primeiro semilouco é responsável pela seleção dos pontos iniciais da amostra restrita e o segundo semilouco determina o fim da amostra restrita. A aplicação do segundo semilouco é feita de forma sequencial, ou seja, as amostras restritas são preenchidas por pontos consecutivos até ao momento em que o ponto em estudo apresente uma condição de não semelhança com a restante amostra restrita.

No segundo bloco do algoritmo é aplicado o método de aproximação à amostra restrita selecionada no primeiro bloco. Uma vez mais, este bloco conta com uma divisão interna. Na primeira parte, são calculados os elementos necessários para a aplicação do método. Na segunda parte, assume-se correção dos erros de distâncias derivados da aplicação do método e, também consolida-se as condições de fronteira entre a amostra restrita e os pontos seguintes a serem analisados.

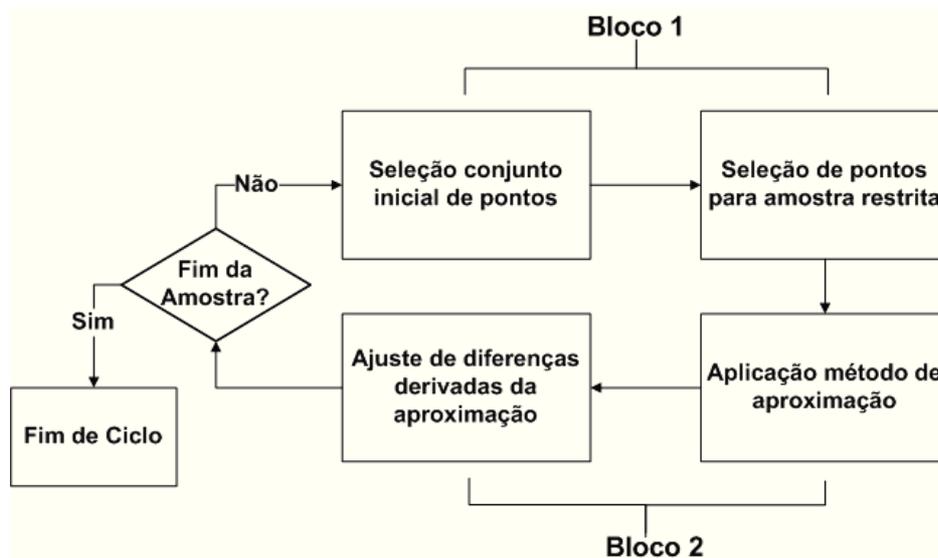


Figura 6.6 – Princípio básico do método de otimização pelo método dos mínimos quadrados

### 6.3.2. Segmentação da Amostra

A aplicação de um método numérico de aproximação implicava a segmentação da amostra, pois o que era pretendido era uma suavização da curva de velocidade entre pontos seguidos e que respeitassem determinados padrões de semelhança, e não uma aceleração única para todo o percurso. Como tal, uma das fases para aplicação do método de aproximação, consistia na divisão da nuvem de pontos para posterior manipulação.

A divisão da amostra de pontos tinha que respeitar dois preceitos fundamentais. Inicialmente os pontos escolhidos deveriam ser sucessivos, depois, entre os pontos, deveriam ser respeitadas certas condições de relacionamento.

Como tal, relativamente à cadência sucessiva de pontos, não se estipulou qualquer condicionante a ser avaliada. No entanto, no que dizia respeito às condições de semelhança entre pontos, foram estipulados dois fatores a serem avaliados de forma a perceber se o ponto em estudo reunia as condições para se considerar *semelhante* aos pontos já selecionados. O primeiro fator avaliativo estipulado prende-se com relação do ponto em estudo com os restantes pontos antecedentes, ou seja, através da média de acelerações dos pontos antecedentes e respetiva relação com a aceleração do ponto presente, estipulou-se uma avaliação que verifica se tal relação resulta num valor superior a um limite previamente estipulado. O segundo elemento de avaliação, define uma verificação da congruência da tendência da aceleração entre o ponto em estudo e os pontos antecedentes. Neste estudo, não se propõe uma dilaceração repentina aquando o aparecimento de um ponto de tendência de aceleração diferente relativamente há restante massa de pontos, mas

sim um acompanhamento da evolução dessa tendência contrária, verificando a não transposição de certos limites que se compreendem com extensão temporal dessa tendência contrária e o seu respetivo valor absoluto de aceleração média.

O algoritmo para a aglomeração de pontos para aplicação do método de aproximação foi criado de forma a avaliar os fatores acima descrito. O algoritmo de seleção de pontos foi dividido em dois blocos distintos.

No primeiro bloco foi desenvolvido o algoritmo necessário para selecionar os pontos iniciais da nova recolha (figura 6.7). O número de pontos selecionados são três, contudo, foi necessário criar uma série de condicionantes de forma a selecionar esses três pontos. A aplicação destas condicionantes são feitas em sequências de três pontos, se a sequência em questão não respeitar algumas das condicionantes, os valores do segundo ponto da sequência são guardados e inicia-se o estudo da próxima sequência, sendo que esta inicia-se no segundo ponto da sequência anterior, ex: *seq: pts 1, 2, 3; seq. seguinte: 2, 3, 4*. A primeira condicionante avalia se os pontos da sequência correspondem aos últimos pontos da amostra global, se tal se verificar o ciclo encerra-se. A segunda condicionante verifica se a velocidade do segundo e do terceiro ponto são diferentes de zero, pois, é necessário garantir que em toda a extensão da amostra, os pontos de velocidade igual a zero se mantêm, sendo que estes não devem ser mitigados juntos das aproximações, pois considera-se que um ponto de velocidade zero corresponde a um ponto de imobilização forçada e obrigatória do veículo. No entanto o primeiro ponto não necessita de avaliação, pois, a velocidade do primeiro ponto da amostra é inalterada. Se estas condicionantes forem superadas numa determinada sequência de pontos, é calculada a aceleração média (Equação. 6.1) dessa mesma sequência e segue-se para o segundo bloco.

$$\overline{\text{Acel}} = \frac{\sum_{i=1}^3 (\text{acel}_i * t_i)}{t_{\text{amostra}}} \quad (\text{eq. 6.1})$$

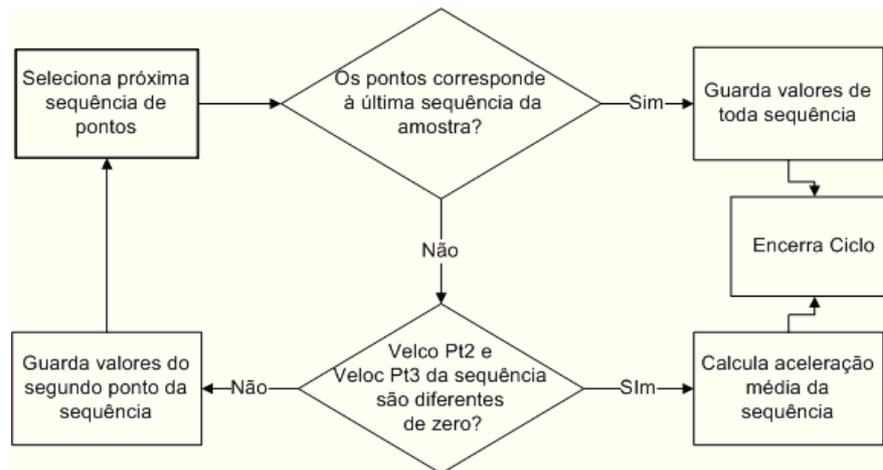


Figura 6.7 – Fluxograma do algoritmo de obtenção da amostra inicial

O segundo bloco aborda o algoritmo que determina até que ponto se deverá estender a amostra restrita para posterior aplicação do método de aproximação. Neste segundo bloco são avaliadas os fatores determinativos de semelhança entre o ponto e o restante conjunto, tal avaliação inicia-se no ponto imediatamente a seguir aos três pontos selecionados no bloco anterior.

Durante este algoritmo (figura 6.8), a primeira abordagem ao ponto em estudo clarifica se o ponto reflete o final da amostra, se tal acontecer, o ciclo é encerrado, se não, prossegue-se com os estudos. De seguida é averiguado se o ponto representa uma velocidade nula, mais uma vez, se tal se verificar, é encerrado o ciclo, mantendo-se como ponto final do conjunto de pontos, o ponto imediatamente antecedente. A avaliação seguinte tem como objetivo verificar se a aceleração do ponto em causa resultava num desvio, relativo à média das acelerações antecedentes, menor do que o limite imposto inicialmente. Nesta avaliação é necessário antecipar uma situação que se revela quando acelerações nulas. Como tal, quando existem acelerações nulas ou médias de aceleração igual a zero, o cálculo desta avaliação é feito calculando o desvio absoluto entre a aceleração do ponto e aceleração média. A não superação desta avaliação reflete-se, no encerramento do bloco, sendo o último ponto da amostra restrita o ponto antecedente aquele que gerou um erro elevado. Contudo, superando-se esta avaliação é efetuado um novo estudo.

Desta vez é analisada a evolução de tendência da aceleração. O primeiro passo passa por verificar se a aceleração do ponto em estudo corresponde a uma tendência diferente da média de acelerações. Se as tendências se igualarem e se nenhum controlo de tendência estiver activo, está ultrapassada a avaliação, contudo se tal não se verificar e se ainda não

estiver a decorrer nenhum controlo de tendência, inicia-se um novo controlo. Inicialmente é guardada a presente média de aceleração da amostra restrita e depois inicia-se o cálculo da média de acelerações de tendência diferente. Logo de seguida, verifica-se, se com esta aceleração contrária é ultrapassado o limite de variação de tendência contrária relativo à média da aceleração da amostra, ou o limite temporal relativo ao tempo decorrido de aceleração de tendência contrária e o tempo total da amostra. Se algum controlo de tendência já tenha sido iniciado, é atualizado o valor da média de aceleração contrária à amostra. Se esta média atualizada reflectir-se numa tendência congruente com a tendência da média guardada antes de se iniciar o controlo de tendência, encerra-se este controlo de tendência contrária. Caso a tendência se mantenha contrária à tendência da média de aceleração pré-controlo, verifica-se, se não são ultrapassados os limites de variação de aceleração de tendência contrária, entre a média de aceleração de tendência contrária e a média de aceleração pré-controlo, e verifica-se, se não superado o limite de extensão temporal relativamente ao tempo total da amostra. A transposição de qualquer um dos limites reflete-se num encerramento do ciclo, sendo que a amostra restrita encerra-se no ponto antecedente aquele ponto em que se iniciou a aceleração de tendência contrária. No decorrer deste controlo de tendência, caso não sejam ultrapassados os limites, é continuamente atualizado o valor da média de aceleração da amostra. Este controlo de tendência, aquando a aplicação em acelerações nulas ou médias de acelerações igual a zero, não é ponderada a possibilidade de inversão da tendência contrária e o único limite a ser avaliado é o limite temporal.

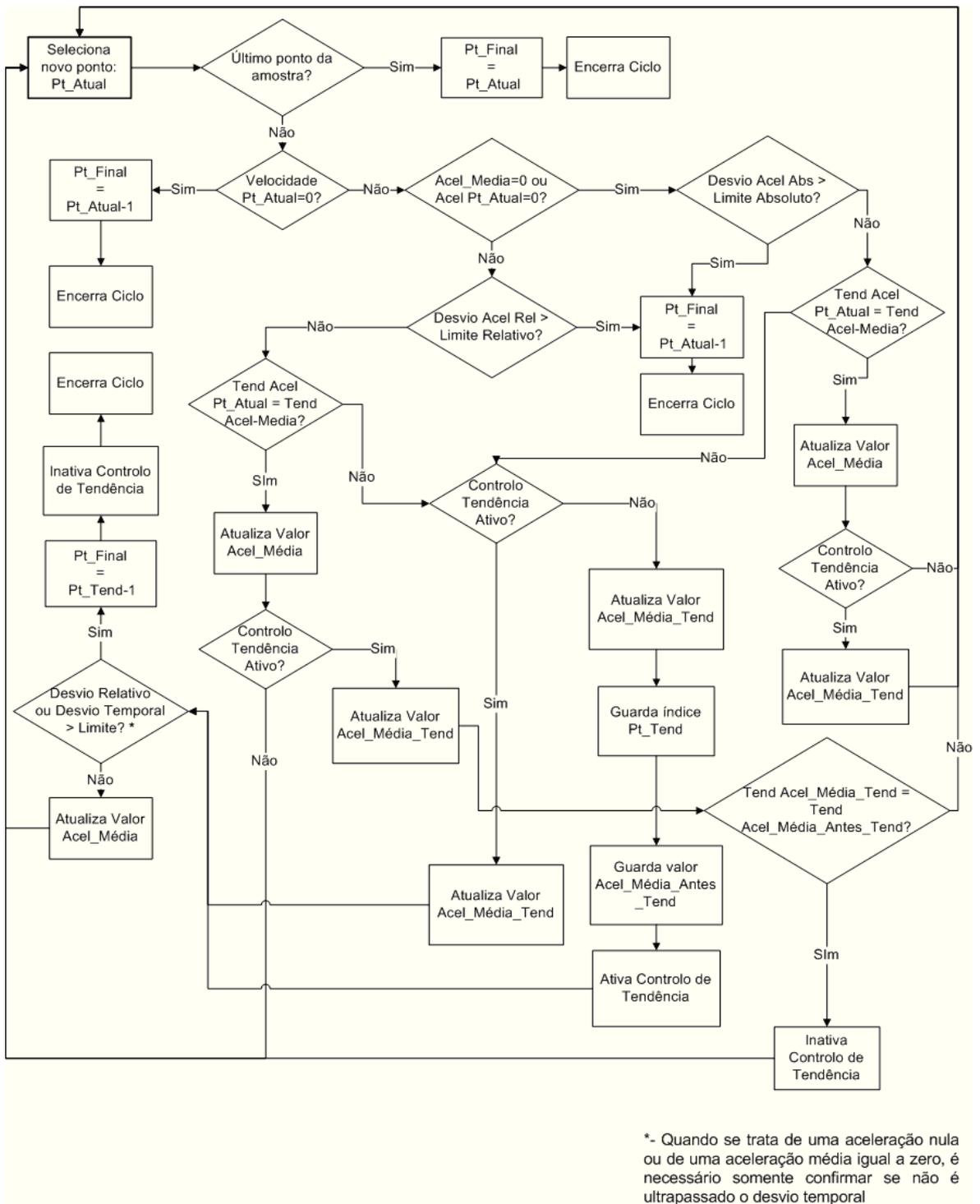


Figura 6.8 – Fluxograma do algoritmo de seleção da amostra restrita.

### 6.3.3. Formulação do Método Numérico

---

Para efetuar a aproximação da amostra de pontos selecionados pelo algoritmo apresentado, selecionou-se um método de aproximação numérica, o método dos mínimos quadrados. Muito sucintamente, este método passa por aproximar uma função a uma nuvem de pontos, em que essa aproximação resulta na função que apresentava o valor minimizado do quadrado da diferença entre o valor dos pontos e seus correspondentes da função gerada (Ruggiero, Lopes, 1988).

Como já foi enunciado, este método irá resultar na função que melhor minimiza o quadrado dos erros entre o valor dos pontos da amostra e respectivos valores das funções. Como tal, para uma tabela de  $m$  pontos  $(x_1, f(x_1); x_2, f(x_2); \dots ; x_m, f(x_m))$ , e para um conjunto de  $n$  funções selecionadas  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$ , determinam-se as melhores  $n$  constantes  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ , de forma a gerar a função  $\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \dots + \alpha_n g_n(x)$  que mais se aproxima de  $f(x)$ .

Seja  $d_k$  o desvio entre a função e os valores tabelados em cada ponto  $x_k$ , então, como o objetivo passa por minimizar o quadrado deste erro em todos os pontos, passa a ser função de interesse a que contempla o somatório do quadrado dos desvios:

$$\sum_{k=1}^m d_k^2 = \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \varphi(x_k))^2.$$

Sendo o objetivo minimizar tal somatório do quadrado dos desvios, necessita-se de derivar a função do desvio em ordem a  $\alpha_j$ , de forma encontrar os pontos que refletem os respectivos mínimos da função. Admitindo que  $F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j)$  é a função que dita o quadrado dos desvios, tem-se:

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k))^2$$

Derivando e igualando a zero:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Derivando a função para cada  $j$ , tem-se:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 2 \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)) (-g_j(x_k)), \quad j =$$

1, 2, ..., n

Igualando a zero para encontrar os mínimos chega-se à seguinte expressão:

$$\sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)) (g_j(x_k)) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Criando um sistema de equações.

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)) * (g_1(x_k)) = 0 \\ \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)) * (g_2(x_k)) = 0 \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 g_1(x_k) - \dots - \alpha_n g_n(x_k)) * (g_n(x_k)) = 0 \end{cases}$$

Decompondo o sistema:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m (g_1(x_k) g_1(x_k)) \alpha_1 + \dots + \sum_{k=1}^m (g_n(x_k) g_1(x_k)) \alpha_n = \sum_{k=1}^m f(x_k) g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m (g_1(x_k) g_2(x_k)) \alpha_1 + \dots + \sum_{k=1}^m (g_n(x_k) g_2(x_k)) \alpha_n = \sum_{k=1}^m f(x_k) g_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m (g_1(x_k) g_n(x_k)) \alpha_1 + \dots + \sum_{k=1}^m (g_n(x_k) g_n(x_k)) \alpha_n = \sum_{k=1}^m f(x_k) g_n(x_k) \end{cases}$$

Tendo um sistema com  $n$  equações e  $n$  incógnitas, apresenta-se o sistema numa forma matricial do tipo  $A\alpha=B$ , sendo  $a_{i,j} = \sum_{k=1}^m g_j(x_k) g_i(x_k)$  e  $b_i = \sum_{k=1}^m f(x_k) g_i(x_k)$ .

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^m g_1(x_k) g_1(x_k) & \sum_{k=1}^m g_2(x_k) g_1(x_k) & \dots & \sum_{k=1}^m g_n(x_k) g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m g_1(x_k) g_2(x_k) & \sum_{k=1}^m g_2(x_k) g_2(x_k) & \dots & \sum_{k=1}^m g_n(x_k) g_2(x_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^m g_1(x_k) g_n(x_k) & \sum_{k=1}^m g_2(x_k) g_n(x_k) & \dots & \sum_{k=1}^m g_n(x_k) g_n(x_k) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^m f(x_k) g_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^m f(x_k) g_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^m f(x_k) g_n(x_k) \end{pmatrix}$$

Resolvendo esta matriz consegue-se encontrar os  $\alpha$ 's que melhor minimizam os desvios entre a função e os pontos.

Para o estudo em causa, é pretendido que a aplicação deste método resulte numa função polinomial de grau um, e de ordenada na origem fixa, ou seja, o primeiro valor de velocidade deverá ser inalterado para assim garantir a continuidade entre os conjuntos da amostra, ou seja, o ponto inicial da função de aproximação deverá ser fixo de forma a coincidir com o ponto final da função de aproximação antecedente. Logo a formulação do corrente problema é:

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x)$$

Onde  $g_1(x)=x$ ,  $g_2(x)=1$  e  $\alpha_2=v_i$ , sendo  $v_i$  a velocidade no primeiro ponto da amostra, tem-se:

$$\varphi(x) = \alpha_1 x + v_i$$

Sendo a função que determina o desvio:

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \varphi(x_k))^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 x_k - v_i)^2$$

Aplicando a derivada:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 2 \sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 x_k - v_i) (-x_k)$$

Igualando a derivada a zero, determina-se os seus pontos críticos.

$$\sum_{k=1}^m (f(x_k) - \alpha_1 x_k - v_i) (x_k) = 0$$

Decompondo a expressão:

$$\sum_{k=1}^m (x_k^2) \alpha_1 + \sum_{k=1}^m (x_k) v_i = \sum_{k=1}^m f(x_k) x_k$$

Logo,  $\alpha_1$  resulta em:

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{k=1}^m f(x_k) x_k - \sum_{k=1}^m (x_k) v_i}{\sum_{k=1}^m (x_k^2)}$$

Determinada a forma de cálculo do valor de  $\alpha_1$ , consegue-se agora aplicar o método à nuvem de pontos em questão.

### 6.3.4. Implementação do Método Numérico

---

Este bloco de algoritmo (figura 6.9) contempla a aplicação do método dos mínimos quadrados e consequentes reajustes nos valores da amostra restrita e seus fronteiriços.

No primeiro bloco, a inserção do método dos mínimos quadrados ao algoritmo criado, passa por providenciar o cálculo dos elementos necessários para a obtenção do  $\alpha_1$ , ou seja, calcular todos os somatórios envolvidos. A execução destes cálculos passa por aplicar um ciclo em que, de ponto a ponto da amostra restrita, é atualizado o valor dos somatórios. Chegando ao fim da amostra, é finalmente calculado o valor de  $\alpha_1$ .

O valor de  $\alpha_1$  que é calculado representa fisicamente a aceleração que se irá impor a toda a amostra restrita. Ou seja, o próximo passo do algoritmo é calcular os novos valores da amostra restrita, velocidade final e distância, tendo em conta a nova aceleração e tempo da amostra. A partir daqui segue-se a segunda metade do segundo bloco.

Calculados estes novos valores de velocidade final e distância, é necessário verificar se surgiram alguns desvios, relativos aos valores originais, derivados da aplicação do método. A primeira verificação avalia se a nova velocidade final é negativa. Se for negativa é imposto a zero a velocidade final e de seguida, é calculado o novo intervalo de tempo e aceleração que permite atingir a distância real da amostra. A segunda verificação averigua se a nova distância coincide com a distância original da amostra. Se tal não acontecer é calculado um novo intervalo de tempo e respetiva aceleração que permite atingir a dita distância real. Por fim, após estas verificações, já é possível guardar os novos valores surgidos da aplicação da aproximação.

No entanto falta ainda garantir a cumplicidade entre o último ponto da amostra restrita e o ponto sucessor. Como tal, verificando antecipadamente que as duas velocidades não são nulas, o que à partida ditava uma distância igual a zero entre estes pontos, calcula-se o novo intervalo de tempo necessário para cumprir a distância percorrida entre os dois pontos em causa, tendo em conta o novo valor de velocidade final. Também é atualizado o valor de aceleração.

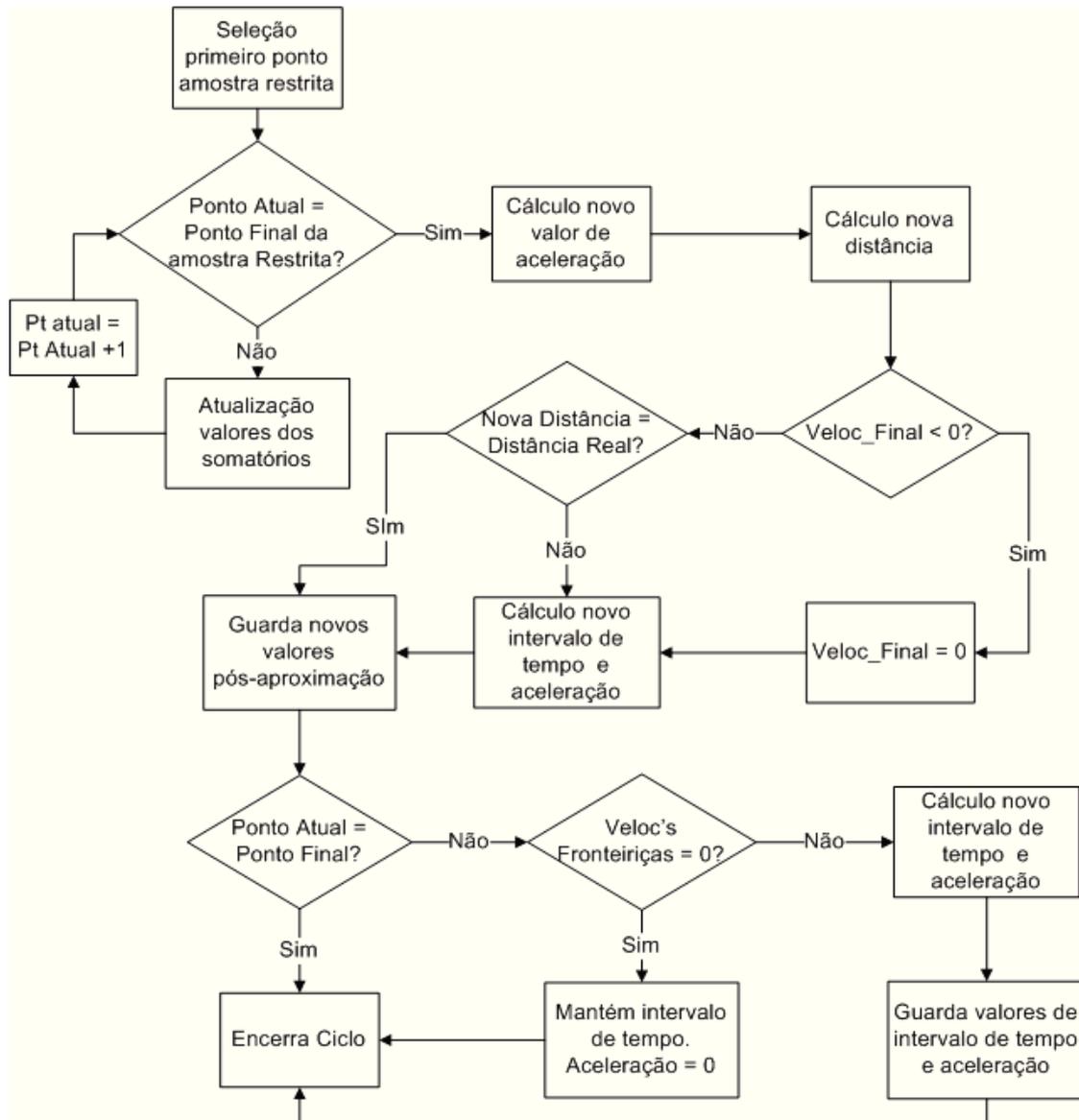


Figura 6.9 – Fluxograma do algoritmo de aplicação do método dos mínimos quadrados

### 6.3.5. Resultados

De seguida é exposto um exemplo onde é possível observar todas as etapas do processo de otimização da aceleração ao longo de um percurso.

Neste exemplo, o programa de otimização correu sobre uma série de pontos. Estes pontos foram delimitados, criando as amostras restritas, e de seguida aplicado o método de aproximação. As divisões foram fundamentadas com base nos estudos de semelhança já apresentados, sendo obviamente necessário definir o valor dos limites de estudo a serem ponderados. No programa em causa foram inicializados os limites da seguinte forma, Limite de variação de aceleração relativa = 90%; Limite de variação absoluta = 2 m/s<sup>2</sup>; Limite de variação de tendência = 80% e por fim Limite de temporal de tendência contrária = 30%.

O exemplo apresentado na tabela 6.7 expõe uma secção original de um trajeto.

<b>Ponto</b>	<b>Elevação (m)</b>	<b>Distância (m)</b>	<b>Tempo</b>	<b>Velocidade (m/s)</b>	<b>Aceleração (m/s<sup>2</sup>)</b>
1	78,25	12,29	0,00	12,03	0,00
2	78,48	11,60	1,00	11,17	-0,86
3	78,73	5,64	1,50	11,38	0,41
4	78,97	5,64	2,00	11,17	-0,41
5	78,97	26,40	4,50	9,95	-0,49
6	78,97	24,69	7,00	9,80	-0,06
7	78,73	4,89	7,50	9,76	-0,08
8	78,48	4,89	8,00	9,80	0,08
9	78,48	5,32	8,52	10,83	2,00
10	78,48	5,67	9,02	11,83	2,00
11	78,48	6,17	9,52	12,83	2,00
12	78,48	6,17	10,02	11,83	-2,00
13	78,48	6,34	10,53	12,86	2,00

Tabela 6.7 – Dados originais antes de serem otimizados

A partir destes dados, correu-se o programa de otimização de aceleração, onde foi feito a divisão das amostras restritas e respetiva aplicação do método de aproximação. Obtendo-se por fim, os resultados presentes na tabela 6.8.

<b>Ponto</b>	<b>Elevação (m)</b>	<b>Distância (m)</b>	<b>Tempo</b>	<b>Velocidade (m/s)</b>	<b>Aceleração (m/s<sup>2</sup>)</b>
1	78,25	12,29	0,00	12,03	
2	78,73	78,85	7,32	9,52	-0,34
3	78,48	22,05	9,32	12,55	1,52
4	78,48	12,50	10,31	12,51	-0,04

Tabela 6.8 – Dados otimizados, diminuição do número de pontos relativamente ao original

A otimização do percurso resultou numa divisão do trajeto em três secções. Sendo que, em relação à amostra original, a primeira secção (ponto 1 e 2 otimizado) estendeu-se do primeiro ponto até ao sétimo ponto, a segunda secção (ponto 2 e 3 otimizado) partiu do sétimo ponto até ao décimo primeiro ponto e por fim, a terceira secção (ponto 3 e 4 otimizado) iniciou-se no décimo primeiro ponto estendendo-se até ao décimo terceiro ponto.

Ilustrando graficamente os valores originais e respetivos otimizados da primeira secção (figura 6.10), consegue-se identificar a semelhança entre a reta ótima e respetivos pontos originais. Contudo não unindo todos os pontos originais, consegue-se também diminuir as variações bruscas de velocidade e consequentes acelerações. De seguida também se verifica que a reta ótima, no seu término, não coincide em abcissa com o último ponto da amostra original. Tal justifica-se pelo ajuste de diferenças de distâncias efetuado no final de cada ciclo de otimização, pois, derivada da aplicação do método de otimização, a aceleração gerada não possibilitou o percorrer da distância prevista no intervalo de tempo original, como tal foi necessário efetuar um ajuste no intervalo de tempo para que, durante esta secção e com o respetivo valor de aceleração, fosse percorrida a distância original. Ou seja, para além de otimizado e suavizado os valores de velocidade, verifica-se ainda que, para este caso, esta otimização resultou num menor tempo decorrido para a mesma distância.

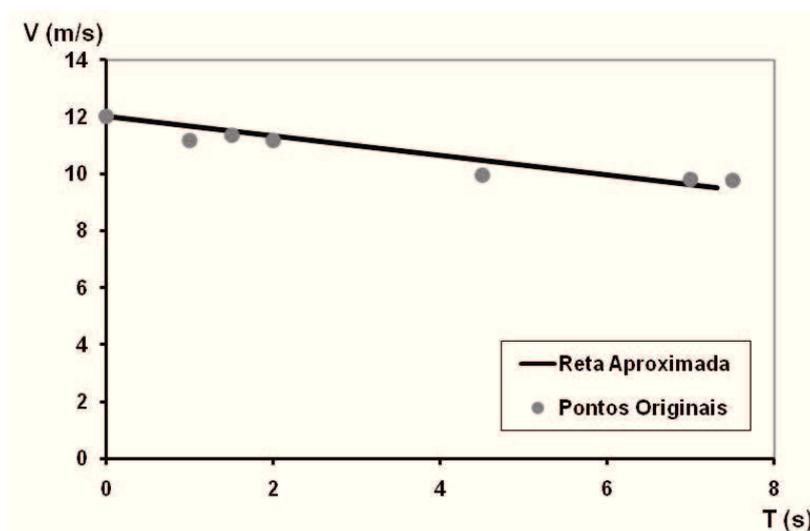


Figura 6.10 – Gráfico de velocidade da primeira aproximação, do primeiro ao sétimo ponto original

A representação gráfica da otimização de todo o trajeto (figura 6.11) permite analisar outras ocorrências. Desde logo, verifica-se que a segunda reta aproximada, apresentava um aparente desvio. Tal ocorre pelo facto da reta aproximada se iniciar temporalmente antes

do que o primeiro ponto original da segunda secção, pois a primeira reta otimizada, como já foi explicado, terminou antes do ponto final original. Analisando as diferenças entre a primeira e segunda secção verifica-se que a causa da sua divisão surgiu da diferença de tendência de aceleração das duas retas. Por fim, na sua generalidade, concluíam-se que o objetivo é cumprido, pois, é evidente uma regularização das velocidades, eliminando as abruptas variações, sem com isso dissimular a real tendência evolutiva da velocidade. Como tal consegue-se obter acelerações que se prolongam por mais tempo, mantendo sempre a génese do comportamento original.

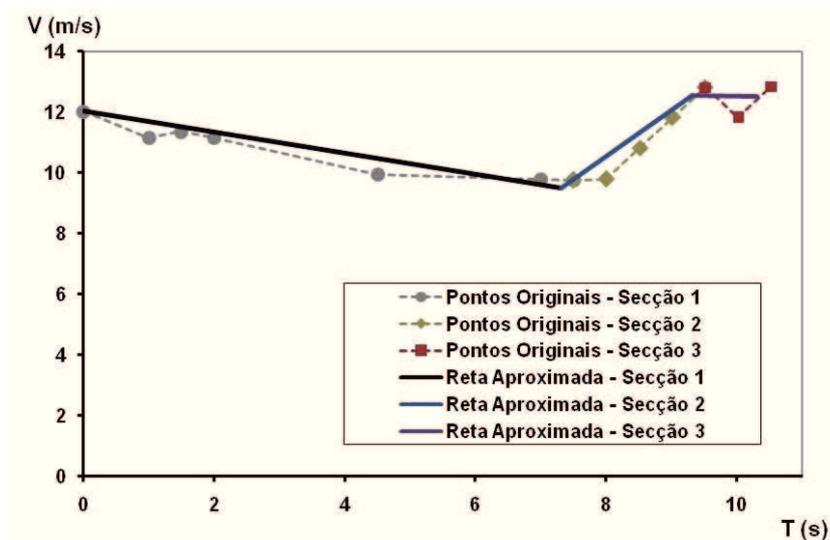


Figura 6.11 – Gráfico de velocidade da aproximação de todo o trajeto

Por fim é apresentado o resultado da aplicação deste método de aproximação num trajeto mais alargado (figura 6.12).

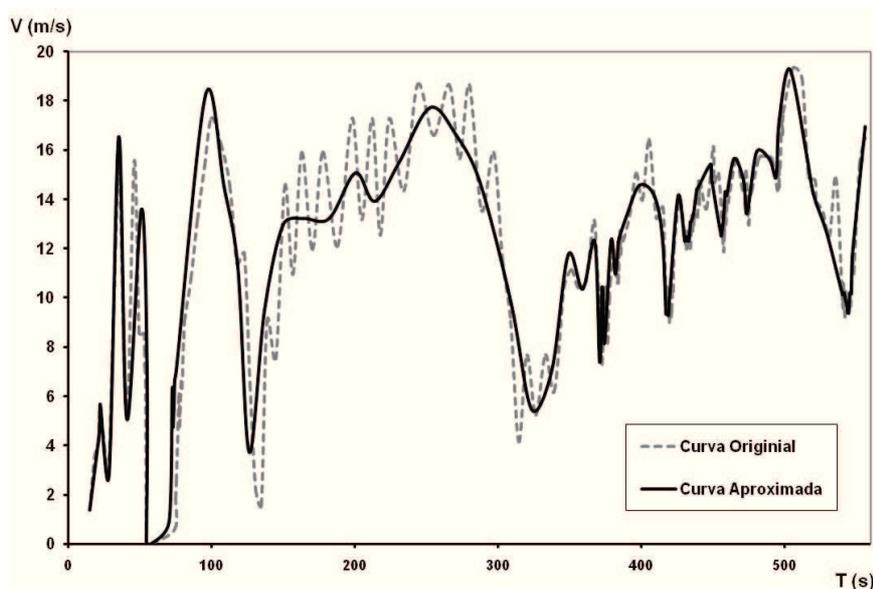


Figura 6.12 – Gráfico de velocidade de um trajeto completo, comparando a curva original e otimizada

Como é possível observar, a curva derivada da aproximação apresenta variações de velocidade menos acentuadas do que a curva original, exemplo flagrante de tal suavização reflete-se no período temporal iniciado nos 150 segundos terminando nos 300 segundos.

De forma a confirmar a utilidade da aplicação desta otimização em relação aos consumos, considerou-se os dados descritos neste gráfico (figura 6.12) e através do cálculo das energias, calculou-se os consumos para cada curva de velocidade. Para tal inicializaram-se algumas propriedades do veículo e variáveis físicas (tabela 6.9) e correu-se o programa de cálculo de consumo.

<b>Propriedades do Veículo</b>				
<b>Massa (kg)</b>	<b>Área Proj. (m<sup>2</sup>)</b>	<b>Coef. Aero (c<sub>x</sub>)</b>	<b>η Motor</b>	<b>Coef. Atrito (μ)</b>
1300,00	2,35	0,25	0,30	0,02
<b>Propriedades Físicas</b>				
<b>D.E Combst (MJ/l)</b>	<b>ρ (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>g (m/s<sup>2</sup>)</b>		
35,86	1,23	9,81		

Tabela 6.9 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo

Os resultados de consumo obtidos (tabela 6.10) demonstram que a otimização das velocidades originou uma maior poupança de combustível. Um resultado interessante reflete-se no valor de energia total da amostra de velocidades otimizada. Pois, este valor foi superior ao valor de energia total da curva original, no entanto, a energia de tração positiva e a energia de tração negativa, em termos absolutos, na curva otimizada foram mais baixos do que nos valores originais. Como tal, verificando-se estes valores, consegue-se perceber que as diferenças entre a energia de tração positiva e a energia de tração negativa eram menores.

Analisando a tabela 6,11, verifica-se que a redução desta diferença proveio da abismal redução dos valores energéticos de aceleração. Tal redução refletia-se num menor desperdício de energia, pois, a figuração ideal, apresenta-se aquando o mínimo da diferença entre as energias de aceleração, sendo que assim, a energia de tração requerida seria a estritamente indispensável para atravessar o percurso, pois tinha sido proporcionada a maior estabilização possível da aceleração.

No exemplo otimizado, apesar da energia total do sistema ter sido superior, a energia de tração positiva, a energia que dita o consumo de combustível, revelou-se inferior, pois,

os novos valores de velocidade permitiram menores variações e valores de aceleração, refletindo-se em menores energias de aceleração, conseqüentemente, menores consumos.

	<i>Energia Tração (+)</i>		<i>Energia Tração (-)</i>		<i>Energia Total (J)</i>	<i>Cons Inst (l)</i>	<i>C. Médio (l/100 km)</i>
	<i>Valor (J)</i>	<i>% Relativa</i>	<i>Valor (J)</i>	<i>% Relativa</i>			
<b>Original</b>	4660537,86	294,06%	-3075618,61	-194,06%	1584919,25	0,43	6,49
<b>Otimizado</b>	3607556,83	212,88%	-1912947,36	-112,88%	1694609,46	0,22	5,02

Tabela 6.10 – Resultados energéticos e de consumo do cálculo original e otimizado

		<i>Original</i>		<i>Otimização</i>	
		<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>	<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>
<i>E Atrito</i>	<i>+</i>	1271521	27,28%	1271248	35,24%
	<i>-</i>	0	0,00%	-930	0,05%
<i>E Incl</i>	<i>+</i>	349018	7,49%	321824	8,92%
	<i>-</i>	-698170	22,70%	-671178	35,09%
<i>E Acel</i>	<i>+</i>	2553445	54,79%	1552104	43,02%
	<i>-</i>	-2377448	77,30%	-1240839	64,87%
<i>E Aero</i>	<i>+</i>	486553	10,44%	462381	12,82%
	<i>-</i>	0	0,00%	0	0,00%

Tabela 6.11 – Resultados energéticos detalhados do cálculo original e otimizado, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa

Relativamente aos consumos, a curva original resultou num consumo de 0,432 l, provocando uma média de 6,492 l/100 km, enquanto a curva otimizada obteve um resultado em consumo de 0,334 l, refletindo-se numa média de 5,025 l/100 km. Ou seja, o rearranjo dos valores de velocidade resultou num decréscimo de consumo de 23 %.

## 6.4. Otimização Pelo Método das Incrementações Sucessivas

### 6.4.1. Apresentação do Algoritmo do Método

Os resultados obtidos pelo método de limitação absoluta e de variação de aceleração, demonstram que este era um método apropriado para a eliminação de acelerações desmesuráveis, mas, como método de otimização, não ignorando os seus resultados positivos, este algoritmo demonstrou que talvez fosse possível criar métodos com resultados mais esclarecedores. Como tal, foi pensando um método que pudesse gerar resultados semelhantes ao método dos mínimos quadrados mas envolvendo menos complexidade.

Um dos métodos de otimização criado foi o método de incrementações sucessivas, este método conta com um algoritmo mais simples do que o método da otimização dos mínimos quadrados.

O método baseia-se numa ideia muito simples. Em cada conjunto de três pontos, no tempo respeitante ao segundo ponto, é calculado o valor de velocidade que deve figurar nesse tempo para que se desse a união das velocidades dos três pontos por uma única reta (figura 6.13). O valor da velocidade do ponto central é aproximado ao valor ótimo, respeitando uma determinada diferença percentual. A aplicação de uma diferença percentual ao valor ótimo permite efetuar uma aproximação mais suave e, que essa mesma aproximação não se reflete tão exageradamente na otimização dos três conjuntos de pontos seguintes, no qual, o primeiro ponto dessa otimização será o ponto aproximado da otimização atual. Ou seja, se for efetuada uma correção total a um certo ponto, essa correção irá surtir uma grande influência nas otimizações seguintes, podendo mesmo alterar por completo a gênese de evolução da velocidade da viagem. Este método é aplicado diversas vezes a todos os pontos, consoante o número de ciclos imposto.

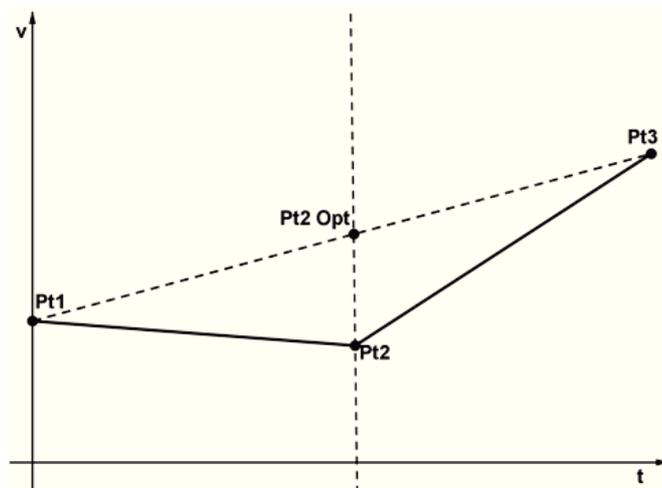


Figura 6.13 – Representação gráfica da localização do ponto de velocidade ótima

A obtenção do valor ótimo num determinado ponto passa por calcular a velocidade que esse ponto tem, se forem unidos por uma reta os pontos fronteiros. Para a obtenção desse valor de velocidade, utiliza-se a seguinte fórmula, baseada numa equação linear:

$$V_{opt\ 2} = \frac{v_3 - v_1}{dt} t_2 + v_1$$

Com todo o método pensado iniciou-se a construção de um algoritmo capaz de aplicar este método de otimização (figura 6.14).

A rotina de otimização começa por retirar os valores de velocidade dos três pontos, depois verifica-se, se a velocidade do segundo ponto não é igual a zero. Se for igual a zero, então não é efetuada a aproximação, pois considera-se que um ponto com velocidade zero representa um marco importante na viagem em estudo, podendo figurar uma paragem necessária no trajeto, o que, a otimização desse ponto, e conseqüente atribuição de velocidade, conduzia a um ponto completamente desenquadrado do trajeto original. Por sua vez, se a velocidade for diferente de zero, calcula-se o valor de velocidade ótimo no respetivo ponto. Com este valor, tendo em conta o valor original de velocidade e a diferença relativa já estipulada, é calculado o novo valor de velocidade para o segundo ponto. Seguidamente é calculado a relação entre acelerações do segundo ponto e do terceiro ponto, já englobando a nova velocidade do segundo ponto. Depois, como a segunda velocidade da amostra foi alterada, o valor de distância que correspondia ao segundo ponto tinha-se modificado, sendo diferente do valor real, como tal, é calculado um novo valor temporal que, com esta nova velocidade, permita o percorrer da distância real. Depois, é corrigida a aceleração conforme as alterações temporais. Com a alteração de aceleração, o resultado da otimização previsto muda drasticamente. Como tal, e para garantir um bom resultado, foi implementada uma rotina que força a aceleração no terceiro ponto à aceleração que resulta da relação calculada antes da correção temporal do segundo ponto e a sua multiplicação com o valor retificado de aceleração no mesmo segundo ponto. Assim, garante-se que a relação entre acelerações do terceiro e segundo ponto figurem o valor de relação de aceleração obtido na otimização do segundo ponto, ou seja, conserva-se assim, todo o potencial da otimização. Contudo, a atribuição desta nova aceleração no terceiro ponto, obriga ao cálculo de um novo intervalo de tempo e valor de velocidade final. Estes cálculos são efetuados com a condição de velocidade final do terceiro ponto, antes de qualquer correção, ser diferente de zero. Se tal condição for respeitada, então é iniciada a rotina de cálculo dos novos valores do ponto três. O cálculo dos novos valores do terceiro ponto é efetuado de uma forma semelhante ao cálculo aplicado aquando o método da limitação de aceleração. Caso a nova aceleração associada ao terceiro seja negativa, verifica-se, se é possível percorrer a distância real com a nova aceleração e, se tal não se verificar então é atribuído a velocidade nula ao ponto final e a partir daí, é calculado o valor de tempo e aceleração necessários para cumprir a distância real. Caso a aceleração permita o percorrer da distância estipulada, ou, seja positiva, é calculado o valor temporal e de velocidade final associados à nova aceleração e à distância real. Em todos estes cálculos de correção dos valores do terceiro ponto, é verificado se a

velocidade final corrigida é igual a zero e se a velocidade seguinte, ou seja a velocidade final do ponto seguinte, também é igual a zero. Se tal acontece, então, todos os cálculos são ignorados, sendo que o valor de tempo e aceleração do terceiro ponto em estudo são calculados com base na velocidade final original e na velocidade do segundo ponto otimizada, pois, se as velocidades analisadas corresponderem a zero, então o ponto seguinte corresponderia a uma distância nula, o que poderia não corresponder á realidade. Se efetuar-se alguma modificação à velocidade final do terceiro ponto, ou seja, à velocidade inicial do ponto seguinte, é necessário corrigir o valor de tempo do ponto seguinte para que este também possa respeitar a sua distância real. Todo este algoritmo é repetido para cada três conjuntos de pontos, sendo que, o primeiro ponto do conjunto seguinte corresponde ao segundo ponto do conjunto anterior. Este ciclo é repetido quantas vezes sejam necessárias.

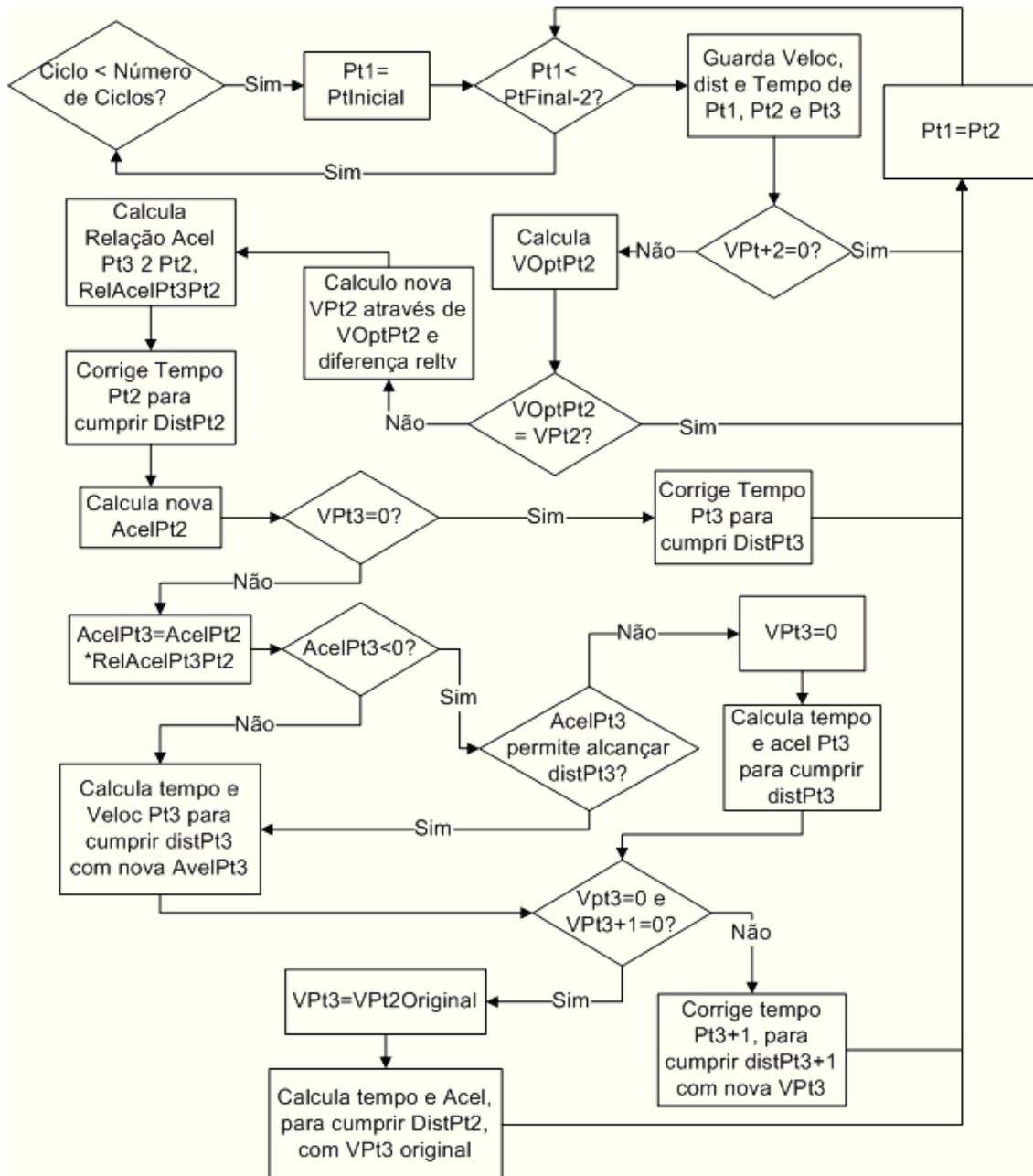


Figura 6.14 – Fluxograma do algoritmo do método de otimização por incrementações sucessivas

## 6.4.2. Resultados

Com todo o algoritmo de otimização por incrementações sucessivas implementado, foram efetuados diversos testes para tentar perceber até que ponto esta otimização permitia reduzir os consumos do trajeto.

Um dos testes efetuado passou por aplicar este método a um conjunto de dados de uma viagem. O conjunto de dados a que foi aplicado o método já tinha sido previamente corrigido pelo método da velocidade intercalar e já tinha sido otimizado pelo método da limitação da aceleração de forma a conseguir valores de aceleração mais aceitáveis. O

método por incrementações sucessivas foi aplicado eliminando 60% do erro entre o valor ótimo de velocidade e valor original e repetindo o ciclo seis vezes.

Ao aplicar o método, a primeira análise passou por interpretar graficamente os resultados obtidos, como tal, extraíram-se os dados e criou-se um gráfico capaz de ilustrar as diferenças entre a curva de velocidade original e curva otimizada. A figura 6.15 mostra um pormenor do trecho inicial do trajeto. Como é possível verificar, as duas curvas apresentam comportamentos consideravelmente distintos. A curva otimizada figura menores variações de velocidade, sendo que esta evolui de uma maneira menos tempestuosa do que a curva original. Também se verifica que o método de otimização conseguiu mitigar a descida de velocidade seguida de uma íngreme subida representada no intervalo de tempo compreendido entre os oito e os dezoito segundos, diminuindo assim a variação desnecessária de velocidade. Por fim, a curva otimizada terminou primeiro do que curva original, pois, a otimização de velocidade provocou com que a distância a ser percorrida, fosse alcançada em menos tempo do que na curva original.

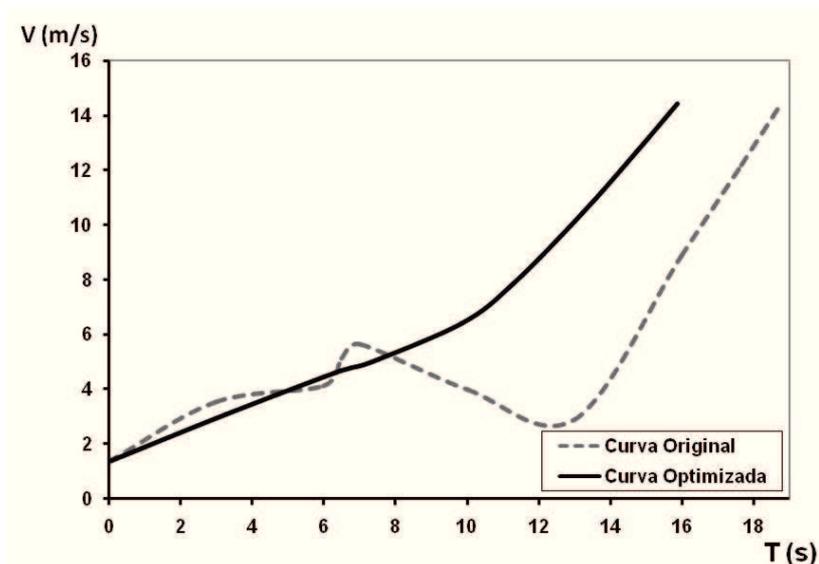


Figura 6.15 – Gráfico de velocidade no trecho inicial comparando curva original e otimizada

De seguida, também é apresentado o gráfico (figura 6.16) de todo o percurso que mostra como são diferentes os comportamentos de velocidade entre as duas curvas. O gráfico criado evidencia um comportamento mais sóbrio de velocidade na curva otimizada, sem nunca perder a tendência de evolução de velocidade representada pela curva original.

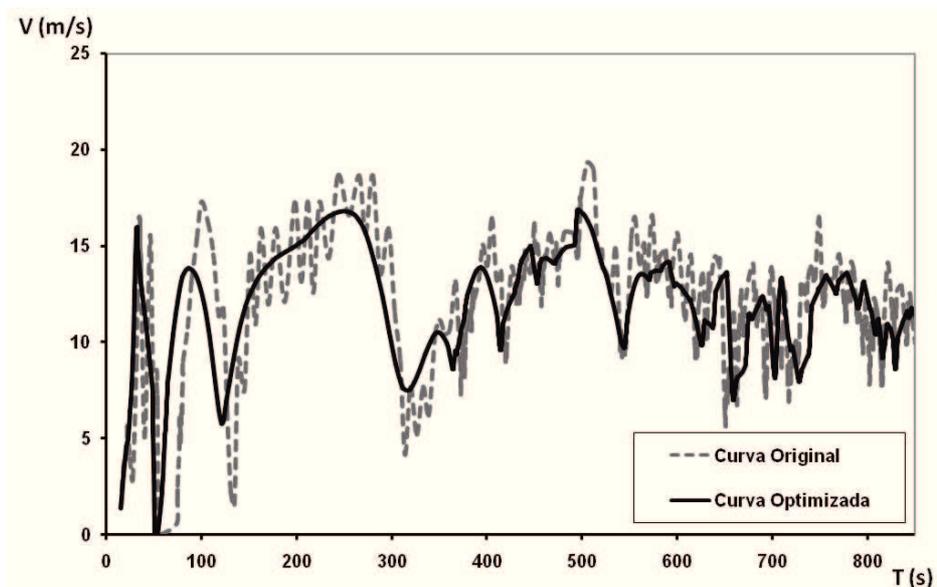


Figura 6.16 – Gráfico de velocidade de todo troço comparando curva original e otimizada

Após a análise gráfica foi estudado os valores de consumo. Como tal foi calculado os valores de consumo aos dois resultados alcançados, aplicando as variáveis físicas e as propriedades do veículo presentes na tabela 6.12.

<b>Propriedades do Veículo</b>				
<b>Massa (kg)</b>	<b>Área Proj. (m<sup>2</sup>)</b>	<b>Coef. Aero (c<sub>x</sub>)</b>	<b>η Motor</b>	<b>Coef. Atrito (μ)</b>
1300,00	2,35	0,25	0,30	0,02
<b>Propriedades Físicas</b>				
<b>D.E Combst (MJ/l)</b>	<b>ρ (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>g (m/s<sup>2</sup>)</b>		
35,86	1,23	9,81		

Tabela 6.12 – Propriedades da viatura e propriedades físicas utilizadas no cálculo do consumo

Os resultados do cálculo do consumo estão evidenciados na tabela 6.13.

	<b>Energia Tracção (+)</b>		<b>Energia Tracção (-)</b>		<b>Energia Total (J)</b>	<b>Cons Inst (l)</b>	<b>C. Médio (l/100 km)</b>
	<b>Valor (J)</b>	<b>% Relativa</b>	<b>Valor (J)</b>	<b>% Relativa</b>			
<b>Original</b>	8286485,29	600,32%	-6906144,35	-500,32%	1380340,94	0,77	7,15
<b>Optimizado</b>	4952086,06	380,53%	-3650733,59	-280,53%	1301352,47	0,46	4,28

Tabela 6.13 – Resultados energéticos e de consumo do cálculo original e otimizado

		<i>Original</i>		<i>Otimização</i>	
		<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>	<i>Total (J)</i>	<i>Rel. (%)</i>
<i>E Atrito</i>	+	2051525	24,76%	2051525	41,43%
	-	0	0,00%	0	0,00%
<i>E Incl</i>	+	954834	11,52%	954834	19,28%
	-	-2348536	34,01%	-2348536	64,33%
<i>E Acel</i>	+	4562755	55,06%	1307344	26,40%
	-	-4557609	65,99%	-1302198	35,67%
<i>E Aero</i>	+	717372	8,66%	638383	12,89%
	-	0	0,00%	0	0,00%

Tabela 6.14 – Resultados energéticos detalhados do cálculo original e otimizado, o campo relativo representa a participação de cada energia relativamente à energia de tração positiva ou negativa

Os resultados de consumo evidenciam claramente a eficácia deste método de otimização, sendo que, o valor de consumo apresentou uma redução de 40%. Como se pode verificar, o valor de energia total não apresenta uma descida tão radical, portanto esta redução de consumo reflete-se na enormíssima diminuição do valor de energia de tração positiva e do valor de energia de tração negativa.

Verificando a tabela 6.14, constata-se que ambas as energias de aceleração baixaram consideravelmente, reduzindo em muito a sua participação nos valores totais de energia de tração. A variação energética das outras componentes participantes do sistema revelou-se mais discreta, sendo que, em alguns casos, as energias mantiveram-se inalteradas, o que era previsível visto que não tinha sido efetuada nenhuma otimização nessas variáveis. Como tal, esta diminuição de consumo resultou da redução das energias de aceleração.

A redução dos valores de energia de aceleração resultou de uma maior estabilidade dos valores de aceleração provocada pela otimização dos valores de velocidade. Esta otimização suavizou as variações de velocidade, absorvendo também as respetivas variações de aceleração.

## 6.5. Comparação Entre os Vários Métodos de Otimização

Para uma análise final e mais abrangente das otimizações criadas, efetuou-se um estudo que comparava os três algoritmos de otimização.

Como tal, aplicou-se a uma amostra aos três tipos de otimização. A aplicação das otimizações deu-se a um conjunto de pontos já corrigidos pelo método da velocidade

intercalar e limitados em aceleração absoluta aos valores de  $4 \text{ m/s}^2$  e  $-4\text{m/s}^2$ . A aplicação do método de limitação absoluta e de variação de aceleração utilizou como limites de aceleração absoluta os valores de  $2 \text{ m/s}^2$  e  $-2 \text{ m/s}^2$  e para a variação de aceleração utilizou os valores de  $0,7 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$  e  $-2 \text{ (m/s}^2\text{)/s}$ . No método dos mínimos quadrados assumiu-se como limite de variação relativa de aceleração com a mesma tendência o valor de 80%, para o limite de variação de aceleração com tendência diferente foi fixado o valor 80%, o limite de aceleração absoluto foi de  $2 \text{ m/s}^2$  e o limite relativo temporal para tendências diferentes de aceleração fixou-se nos 30%. Por fim, no método de incrementações sucessivas foi aplicada uma diferença relativa entre o valor de velocidade ótimo e o valor de velocidade original de 40% e foram impostos 6 ciclos de otimização.

Os resultados dos consumos estão expostos na tabela 6,15.

	<i>Energia Tração (+)</i>		<i>Energia Tração (-)</i>		<i>Energia Total (J)</i>	<i>Cons Inst (l)</i>	<i>C. Médio (l/100)</i>	<i>Redução Consumo</i>
	<i>Valor (J)</i>	<i>% Relativa</i>	<i>Valor (J)</i>	<i>% Relativa</i>				
<b>Original</b>	9403924,97	678,15%	-8017221,81	-578,15%	1386703,16	0,87	8,12	
<b>Lmt Var Acel</b>	8286485,29	600,32%	-6906144,35	-500,32%	1380340,94	0,77	7,15	11,88%
<b>Min. Qdrs</b>	7333371,91	392,08%	-5463005,91	-292,08%	1870366,00	0,68	6,33	22,02%
<b>Incr Suc</b>	5126999,11	391,65%	-3817908,56	-291,65%	1309090,55	0,47	4,43	45,48%

Tabela 6.15 – Propriedades físicas e da viatura utilizado no cálculo do consumo

A otimização que resultou em melhores consumos foi a otimização por incrementação sucessiva, conseguindo uma redução de quase 45%, contra uma redução de 22% resultante do método dos mínimos quadrados e contra os 11% de redução alcançados pela limitação de aceleração e sua variação.

A grande diferença de resultados de consumo entre a otimização de limitação de acelerações e variações com os restantes métodos é consequência da diferença entre os valores de energia de tração positiva e negativa. Pois, aplicando o método de limitação absoluta e de variação de aceleração, a mitigação das variações de velocidade não são efetuadas tão eficazmente como nos restantes algoritmos de otimização. Assumindo-se, portanto, como causa de maior consumo por parte deste método, as diferenças colossais entre energia de tração positiva e negativa, verificando-se assim um maior desperdício de energia. No entanto é inegável que este método possa ser denominado como um método de otimização, pois com ele, é possível reduzir o consumo de um trajeto.

A maior diferença entre os outros dois métodos de otimização não residiu na diferença da participação relativa de ambas as componentes da energia de tração na energia total. A grande diferença derivou do valor absoluto de cada energia, sendo que no caso da otimização pelo método dos mínimos quadrados, esses valores foram mais elevados Esta

diferença surgiu da aceleração média do percurso gerada em cada otimização. No caso da otimização por incrementação, o valor médio da aceleração foi de  $0,0012 \text{ m/s}^2$ , sendo que, no caso da otimização pelos mínimos quadrados, a aceleração média resultou em  $0.0332 \text{ m/s}^2$ , ou seja cerca de trinta vezes superior. Como tal, uma das razões da diferença de consumo entre as duas otimizações resultou desta diferença de aceleração média. Contudo este valor de aceleração média veio favorecer a otimização pelo método dos mínimos quadrados na medida em proporcionou um tempo de percurso relativamente mais baixo do que o método por incrementações sucessivas.

Com estas otimizações foi possível perceber a influência que o comportamento da velocidade e aceleração poderiam causar nos valores de consumo. Sendo que, estas variáveis têm um papel significativo e bastante influenciador nos valores de consumo.

Assim, pode-se concluir que os métodos de otimização desenvolvidos demonstram resultados bastante positivos, alcançando descidas de consumo consideráveis. Como tal, os algoritmos criados e suas implementações podem representar ferramentas úteis de otimização e simulação de rotas, conseguindo com elas prever como é que o comportamento de certas variáveis, nomeadamente velocidade e aceleração, aplicam a sua influência sobre os consumos obtidos.



## 7. Programa Final

---

### 7.1. Apresentação do Programa

---

Como tarefa final, foi desenvolvido um programa que reúne algumas funções criadas durante todo o trabalho numa só aplicação. Para além daquilo que já tinha sido feito, este programa contém um módulo capaz de extrair dados de viagens de um ficheiro *Cartrack* e calcular os seus consumos.

O programa foi desenvolvido numa plataforma Excel com recurso à linguagem de programação *Visual Basic for Application*. Como o programa foi desenvolvido sobre o Excel, as funções que o VBA disponibilizava eram bastante limitadas para o ideal de programa que se pretendia, como tal, efetuou-se um largo uso de funções API (*Application Programming Interface*) do Windows. Estas funções representam um conjunto de funções cedidas pelo sistema operativo que permitem alargar os recursos acessíveis ao programa (Kath, 1992). Também, exteriormente ao Excel foi adicionado um *DLL* que permite gerir uma subclasse no programa. A linguagem VBA permite criar subclasses através das funções API, mas o seu uso torna o programa instável, como tal, utilizou-se um recurso externo, implementado no código e que permite fazer a gestão das mensagens do Windows, criando assim uma subclasse. Este recurso é indispensável para certas funções do programa que necessitavam de manipular mensagens do Windows.

Sendo o VBA uma linguagem por objetos, para facilitar a criação das barras de ferramentas que surgem no programa, foi criada uma classe que representava as barras de ferramenta e outra classe que representava os respetivos botões. Estas classes foram criadas com todas as funções e propriedades necessárias para a manipulação de uma barra de ferramentas, como tal foram inseridas todas as propriedades necessárias, tanto da barra em si como dos respetivos botões. Também foram criadas funções, como função de inserir botão, função para criar barra de ferramentas, função para descativar botão, entre outras, que possibilitam o total controlo da barra e seus botões. Estas classes fazem uso de um grande número de funções API, e também utilizam o recurso de subclasse para configurar as posições da barra de ferramentas e para identificar quando é ativado um botão da barra. A criação destas classes teve como objetivo, garantir uma criação mais rápida de todas as barras de ferramentas, dispensando múltiplas linhas de código para a mesma ação.

A janela principal é composta por outras janelas que lhe são hierarquicamente inferiores. A janela principal contém os menus principais e serve de apoio às outras janelas, esta janela contém a janela da área de trabalho e a janela da barra de ferramentas dos módulos. A janela da área de trabalho serve de suporte às janelas de trabalho. A janela da barra de ferramentas serve para alojar as barras de ferramentas respeitantes a cada módulo.

Para a criação de um ambiente que una um ideal de simplicidade e um ideal de agradabilidade, é removido das janelas, excetuando da janela principal, as áreas de *não-cliente*, estas áreas correspondem ao espaço reservado aos contornos da janela e barra de título. Para remover estas áreas são criadas secções em cada janela que limitam o desenho à área *cliente* de cada janela, por parte do sistema operativo.

Também, através da subclasse foi criado um limite mínimo para o tamanho da janela principal, de forma a ser possível, em qualquer tamanho, utilizar todas as funcionalidades do programa. Fazendo uso da subclasse foi também criada uma função que controla o posicionamento de cada janela em relação ao tamanho da janela principal, colocando todas as janelas ativas na posição correta e atribuindo os respetivos tamanhos relativamente à janela principal. Foi atribuído ao programa um estilo de janela que permite isolar a aplicação do Excel, assim, é possível minimizar a aplicação e acede-la na barra de tarefas.

Para uma utilização mais dinâmica do programa, foi criado um sistema de animação entre o aparecimento e desaparecimento de janelas. Como tal, com este sistema, o utilizador ao abrir uma nova janela, a janela anterior desaparece deslizando sobre a área de trabalho e a janela selecionada aparece também com a mesma animação. O algoritmo de animação baseia-se na modificação contínua da posição da janela, respeitando um intervalo de tempo específico entre as respetivas mudanças de posição, permitindo assim proporcionar o sentido de animação. Este sistema de animação foi possível através de funções API que permitem modificar a posição da janela e calcular o respetivo intervalo de tempo.

O programa criado divide-se em três grandes módulos, o módulo do ficheiro *Cartrack*, o módulo do ficheiro GPX e o módulo da gestão de base de dados de viaturas. No módulo do ficheiro *Cartrack* e no módulo do ficheiro GPX é possível importar o respetivo ficheiro e manipular os seus dados. O módulo de gestão de base de dados de viaturas serve para albergar e organizar todos os dados das viaturas.

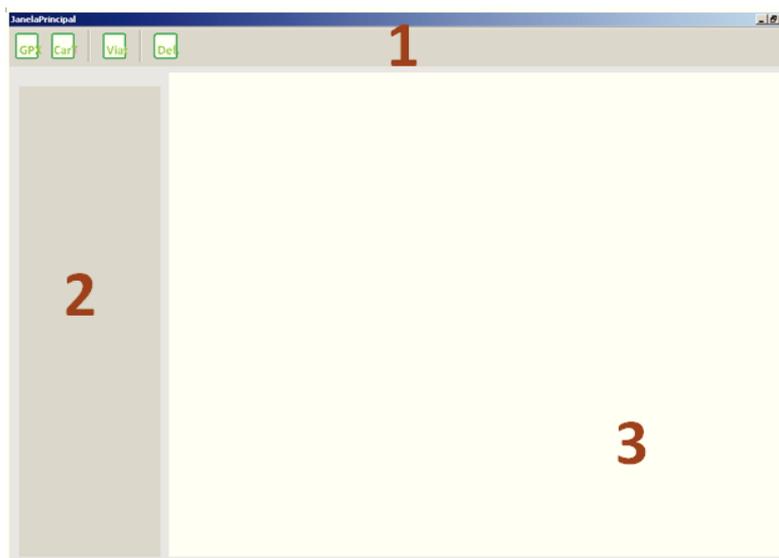


Figura 7.1 – Ambiente Geral do Programa

O ambiente geral do programa apresenta-se como demonstra a figura 7.1. A área 1 representa a barra de ferramentas principal, nesta barra é possível escolher qual o módulo que o utilizador pretende trabalhar, podendo escolher entre o módulo do ficheiro *Cartrack*, módulo do ficheiro GPX e módulo de gestão da base de dados da viatura. Por fim, esta barra também dá acesso a um menu de configuração, onde é possível efetuar algumas configurações gerais. A área 2 apresenta as opções e funções para o módulo que esta aberto. A barra de ferramentas presente na área 2 altera-se conforme o módulo que é selecionado. A área 3 representa a área de trabalho, sendo a área onde aparece as janelas respeitantes a cada módulo.

## 7.2. Apresentação Detalhada das Funções do Programa

---

### 7.2.1. Módulo do Ficheiro Cartrack

---

O módulo do ficheiro *Cartrack* permite extração de dados de um ficheiro *Cartrack* e calcular os consumos que os dados extraídos representam.

Muito sucintamente, o ficheiro *Cartrack* é um ficheiro com um relatório detalhado de viagens de uma determinada viatura. Estes relatórios são adquiridos através de uma ferramenta de auxílio à gestão de frotas (ver capítulo 2).

Os dados que o ficheiro *Cartrack* contém e que são necessários ao programa são a viatura a que o ficheiro diz respeito, os valores de velocidade, tempo, distância e elevação.

A importação de dados do ficheiro *Cartrack* é efetuada com base num método criado exclusivamente para este programa. Como o ficheiro contém uma organização predefinida, onde a disposição dos dados respeita uma determinada estrutura, a extração de dados baseia-se nessa estrutura para poder encontrar os dados pretendidos. O início do método de extração de dados passa por identificar o início da primeira viagem. Este reconhecimento é efetuado através da identificação de uma palavra-chave que representa o início de uma viagem. A localização desta palavra serve como referência para extrair os restantes dados da respetiva viagem, pois, graças ao conhecimento da estrutura do ficheiro, já se conhece a relação entre a localização da palavra com a localização dos dados. A viagem encerra-se quando a localização respeitante aos dados não apresenta valores. Com o encerramento da viagem, é de novo procurada a palavra-chave de forma a verificar se existe mais alguma viagem para retirar dados. Este ciclo é repetido até à última viagem. Os dados temporais, que vêm em formato de data, são manipulados de forma a obter o valor de intervalo de tempo em relação ao ponto anterior, esta manipulação é feita de uma forma muito semelhante ao que é feito no ficheiro GPX para extrair os valores temporais. Após efetuada a extração dos dados de todas as viagens presentes no ficheiro, o programa guarda esses dados numa matriz, mantendo essa matriz intacta até o utilizador dispensá-la.

O ficheiro *Cartrack* tem num formato Excel, o que permite utilizar as funções de manipulação dos ficheiros Excel, fornecidas pela linguagem VBA, para extrair os dados do ficheiro.

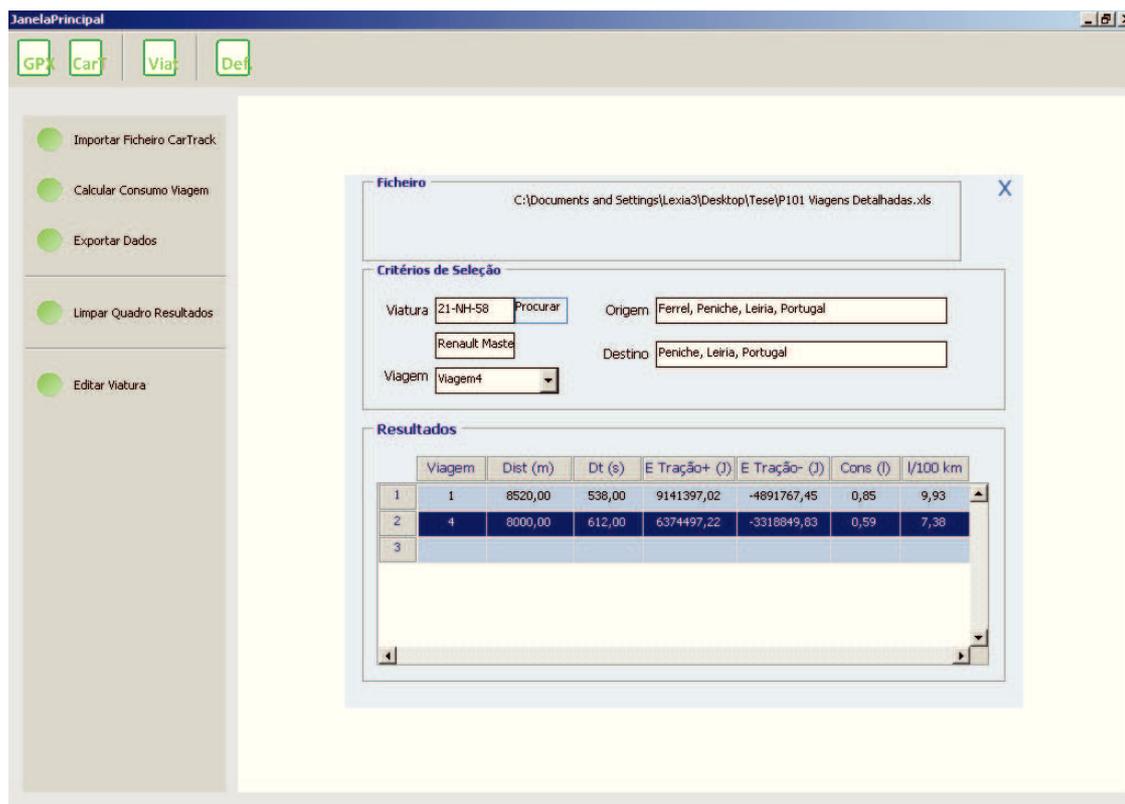


Figura 7.2 – Janela módulo ficheiro Cartrack

A figura 7.2 apresenta a aparência da janela do módulo do ficheiro *Cartrack*. As funções presentes na barra de ferramentas são: Importar Ficheiro *Cartrack*, Calcular Consumo Viagem, Exportar Dados, Limpar Quadro Resultados e Editar Viatura. Ao clicar na opção importar ficheiro é aberta uma janela para ser possível seleccionar o ficheiro pretendido pelo utilizador. O programa foi desenvolvido de forma a reconhecer se o ficheiro seleccionado é um ficheiro *Cartrack*. O programa também procura a viatura do ficheiro *Cartrack* na sua base de dados. Se esta viatura não existe em base de dados, o utilizador é alertado disso, contudo o ficheiro é importado na mesma, podendo o utilizador seleccionar outra viatura para calcular os consumos. Com o ficheiro importado a opção para o cálculo do consumo de viagem é ativada, sendo que, também a lista de viagens é preenchida com o número de viagens existentes no ficheiro, e é seleccionada a primeira viagem, onde, desde logo aparece a origem e destino da viagem nos respetivos campos. Estes campos são alterados conforme a escolha da viagem seja alterada.

Ao clicar na opção cálculo consumo viagem, o programa calcula o consumo da viagem seleccionada se esta ainda não tiver sido calculada, apresenta os valores obtidos no quadro de resultados, ordenando por ordem as viagens já calculadas com a viagem que acaba de ser calculada. Por sua vez, se a viagem já foi calculada, então o utilizador é

alertado para tal e é selecionada a linha do quadro de resultados que contém os valores dessa viagem. Na lista de viagens é possível selecionar uma opção que permite calcular o consumo de todas as viagens de uma só vez.

Ao calcular o consumo de uma viagem o botão de exportação de dados ativa-se. Esta opção cria um ficheiro Excel com todos os dados e resultados das viagens calculadas, valores da viatura e variáveis físicas utilizadas para o cálculo do consumo, sendo que apenas é pedido ao utilizador que indique a localização que pretende para guardar o ficheiro.

A opção editar viatura permite ao utilizador editar os valores da viatura que está a ser utilizada para calcular as viagens, esta edição é feita numa nova janela que permite guardar os dados editados ou repor os dados originais da viatura. Por fim, a opção limpar quadro de resultados, limpa todos os dados que estão no quadro de resultados.

Neste módulo também é possível selecionar uma outra viatura para efetuar o cálculo do consumo, para tal basta clicar no botão ao lado da matrícula da viatura e logo aparece a janela de seleção de viatura. Após a seleção da viatura os campos de matrícula e modelo são alterados.

### **7.2.2. Módulo do Ficheiro GPX**

---

Relativamente ao ficheiro GPX, a implementação do módulo de importação de dados do ficheiro foi aplicação direta do que foi feito para a extração dos dados deste tipo de ficheiro. Contudo o programa efetua a importação do ficheiro e extração dos seus dados de uma forma automática, onde somente é necessário o utilizador selecionar o ficheiro que deseja, todo o resto do processo, inclusive a abertura do documento Word e sua manipulação, é efetuado automaticamente.

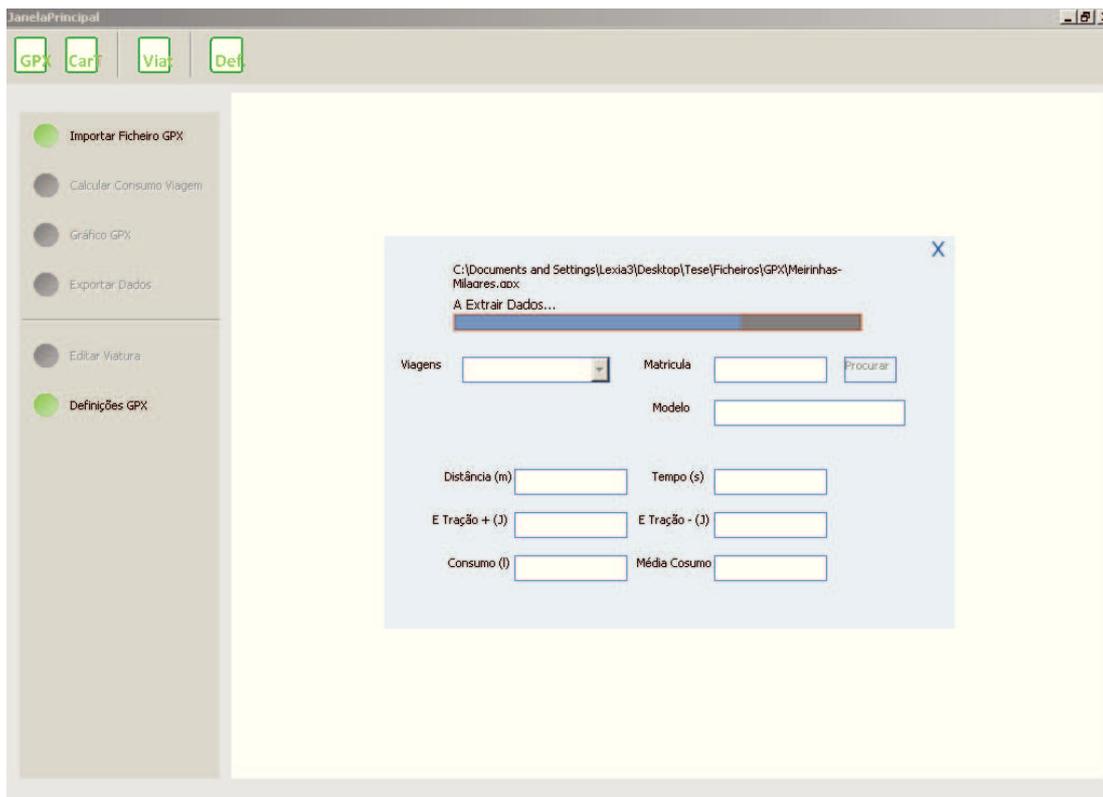


Figura 7.3 - Janela módulo ficheiro GPX

A janela do módulo do ficheiro GPX apresenta-se como mostra a figura 7.3. A barra de ferramentas contém as seguintes opções: Importar Ficheiro GPX, Calcular Consumo Viagem, Gráfico GPX, Exportar Dados e Editar Viaturas. A opção importar ficheiro permite ao utilizador seleccionar o ficheiro que este pretende manipular, nesta opção, a seleção de ficheiros está limitada unicamente aos ficheiros GPX, se o ficheiro for inválido ou não tiver dados, o utilizador é alertado de tal. Estando o ficheiro carregado, a lista de viagens é preenchida com as viagens que são reconhecidas no ficheiro GPX e é automaticamente seleccionada a primeira viagem.

Neste momento ainda não é possível calcular o consumo, pois o botão na barra de ferramentas só se ativava quando está alguma viatura seleccionada. Para tal, a seleção de viaturas é efetuada através da opção procurar viaturas junto da caixa de texto da matrícula, esta opção faz surgir a janela de seleção de viaturas e a partir da lista apresentada é possível seleccionar a viatura pretendida. Após a seleção da viatura é desbloqueada a opção calcular consumo.

A opção calcular consumo, calcula e apresenta os valores resultantes do cálculo de consumo para a viagem seleccionada.

Aquando o cálculo de uma viagem a opção exportar dados fica ativa. Esta função exporta os valores completos da viagem, incluindo os valores do ficheiro GPX, os valores do cálculo do consumo, os dados da viatura e as variáveis físicas utilizadas para o cálculo do consumo.

A opção editar viatura permite editar os dados da viatura seleccionada, para tal é aberta uma nova janela de edição de viatura onde é possível guardar os dados editados ou repor os dados originais.



Figura 7.4 - Janela Gráfico ficheiro GPX

A opção Gráfico GPX apresenta uma janela como mostra a figura 7.4. Aqui é possível visualizar o gráfico de latitude longitude ou gráfico tempo velocidade, para tal é necessário seleccionar a viagem pretendida e o gráfico pretendido. Depois, clicando no botão ver é apresentado o gráfico. A criação deste gráfico é efetuada com recurso às ferramentas do Excel, onde, os dados da viagem seleccionada são colocados numa folha de cálculo e a partir daí, é criado o gráfico respetivo. Ao gráfico criado é aplicado um modelo de configuração de aspeto, por fim, é exportada uma imagem que é apresentada na janela do programa. Como opções, a janela do gráfico GPX permite ampliar o gráfico, reduzir o gráfico, ajustar a imagem, o que faz que a imagem adapte o seu tamanho consoante o tamanho da janela do gráfico, também é permitido guardar a imagem, onde para tal é pedido ao utilizador que selecione a localização pretendida para a imagem, e por fim existe

a opção de apagar a imagem. Aquando a ampliação ou redução da imagem, é criado um sistema de barras de deslocamento que permite visualizar a imagem em toda a sua extensão, caso a janela não seja suficientemente grande para albergar a imagem do gráfico.

### 7.2.3. Módulo da Base de Dados de Viaturas

A base de dados das viaturas foi criada de maneira a simplificar a implementação do programa. Como tal, não foi criada nenhuma base dados externa, sendo que, para base de dados de viaturas foi reservada uma folha de Excel para alojar os respetivos dados. Esta folha respeita uma organização específica. As viaturas são guardadas em linhas por ordem alfabética e os seus dados são corretamente distribuídos pelas colunas a que pertencem os respetivos valores.

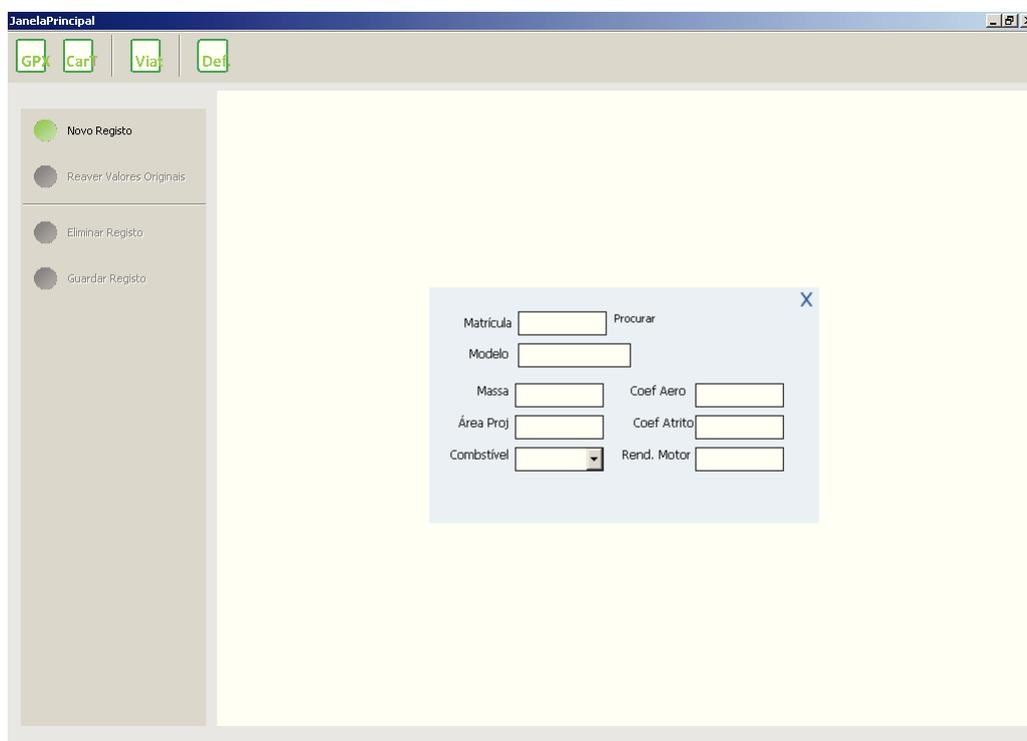


Figura 7.5 – Janela módulo edição de viatura

O módulo de edição de viatura, apresentado na figura 7.5, é acessível de três formas distintas. Primeiro, este módulo pode ser acedido selecionando a opção correspondente na barra de ferramentas principal, depois, este módulo também surge aquando o pedido de edição de viatura pelos módulos do ficheiro GPX ou *Cartrack*.

Acedendo a esta janela pelo menu principal, todas as funções do módulo, nomeadamente, a criação de viaturas sua edição e eliminação, ficam disponíveis para todas as viaturas, por sua vez, se o módulo for acedido através dos módulos de ficheiro GPX ou

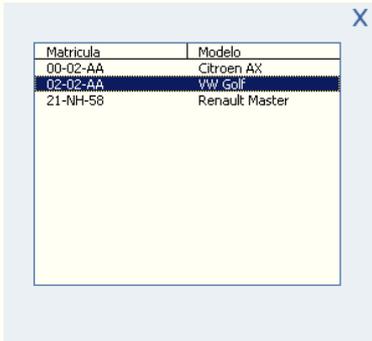
*Cartrack*, só ficam disponíveis algumas funções para uma viatura, a viatura seleccionada no módulo do ficheiro.

A barra de ferramentas deste módulo apresenta as seguintes funções: Novo Registo, Reaver Valores Originais, Eliminar Registo e Guardar Registo. A função Novo registo limpa todos os dados presentes na janela de edição de viatura, possibilitando ao utilizador, a criação de um novo registo, ou, editar uma outra viatura.

A opção reaver valores de origem, ativa-se aquando a alteração de algum dado da viatura. Esta função permite apresentar os dados originais antes de qualquer edição, Contudo, esta função torna-se inacessível depois de serem guardadas as edições efetuadas.

A opção eliminar registo é a opção utilizada quando se pretende eliminar a viatura seleccionada da base dados. Esta opção é irreversível, pois, depois de eliminada a viatura, é impossível reaver os seus dados.

Para guardar os dados editados da viatura, tem-se de seleccionar a opção guardar dados, e aí, são guardadas as alterações efetuadas e atualizada base de dados. Antes de serem guardadas as alterações, é sempre verificado se os dados da viatura estão todos preenchidos e se contém o formato especificado. Se for encontrado algum erro, o utilizador é informado da origem desse erro, podendo proceder à sua correção.



Matricula	Modelo
00-02-AA	Citroen AX
02-02-AA	VW Golf
21-NH-58	Renault Master

Figura 7.6 – Janela seleção viatura

A seleção de uma viatura pode ser efetuada de duas maneiras distintas. A primeira forma de seleção, passa por seleccionar a viatura através da lista de viaturas, para tal, carrega-se na opção procurar da janela de edição, e aí é apresentada uma nova janela que contém a lista de todas as viaturas (figura 7.6) para o utilizador seleccionar a pretendida. O outro método de seleção de viatura passa por inserir a matrícula da viatura pretendida no campo matrícula. Depois de inserida a matrícula, o programa procura a matrícula na base de dados e caso a encontre expõe os dados da viatura na janela de edição, caso contrário, o

cliente é informado que a viatura não existe, e considera-se a inserção da nova matrícula como o primeiro passo para criação de uma nova viatura. O programa também está preparado para alertar o utilizador aquando é seleccionada uma nova função sem que antes tenham sido guardados os valores editados. Nestes casos, aparece um aviso, perguntando ao utilizador, se este pretende guardar as alterações efetuadas no registo em causa.



## 8. Conclusões Gerais e Trabalhos Futuros

---

### 8.1. Conclusões

---

Resumidamente, durante este trabalho foram desenvolvidas algumas ferramentas úteis para o desenvolvimento, estudo e aprofundamento, do preceito que gerou este trabalho, ou seja, a possibilidade de reduzir consumos através da otimização da condução e melhor seleção de trajetos rodoviários.

A extração de dados dos ficheiros GPX foi uma das ferramentas a ser desenvolvida e que se revela de grande utilidade. Como o GPS é a ferramenta para a aquisição de dados de trajetos mais acessível e corrente, e sendo que, este gera ficheiros GPX, a criação de uma ferramenta que consiga ler estes ficheiros, extrair os seus dados e editá-los convenientemente, veio facilitar todo o método de aquisição e correção de dados. Como tal, esta ferramenta tornou-se imprescindível, pois foi com ela que se conseguiu guardar dados para testar-se os restantes módulos. Devido à compatibilidade desta ferramenta com a maioria dos sistemas informáticos, e devido à sua fácil configuração, a ferramenta criada apresenta-se como uma ferramenta estável e eficaz para retirar dados dos ficheiros GPX.

Ainda na adaptação aos dados do ficheiro GPX, o módulo criado para o cálculo da distância entre pontos demonstrou resultados apreciáveis. Na realidade, o método formulado permite calcular de uma forma simples os valores de distância. Contudo, como foi enunciado na apresentação deste método, ainda existem alguns erros inerentes à sua aplicação. O método para o cálculo dos valores das curvas também apresentou algumas imperfeições, nomeadamente recorda-se aqui, o efeito Arco inverso. No entanto, convém recordar a utilidade deste método, pois proporciona o cálculo de todos os dados relativos a cada curva do trajeto. Também é importante relembrar como este método poderá ser necessário para efetuar otimizações a trajetos tendo em conta os valores de curva e, por sua vez, os valores de velocidade que poderá ser alcançada em cada curva.

Os métodos de otimização criados também foram bastante importantes neste trabalho. Estes métodos, a partir dos seus resultados, conseguiram demonstrar a relação de determinadas variáveis com os valores de consumo. A partir destes métodos, será possível efetuar estudos importantes relacionando todos os estilos de condução com o trajeto e respetivo consumo. Sendo que estes, numa fase mais avançada do estudo, podem surgir

como ferramentas importantes de seleção de estilo de condução que surja com a melhor adaptação a um trajeto específico. Os vários métodos criados comportam-se de todos de uma forma singular, sendo que cada um contém o seu valor e utilidade.

Por fim, o programa criado na fase final do trabalho, apresenta-se como uma ferramenta mais direcionada para o público em geral. No entanto, o programa final também apresenta funções interessantes para a análise de rotas, sejam por exemplo, as funções de gráfico do ficheiro GPX, o cálculo do consumo e a exportação de dados detalhados. Numa vertente mais alargada, com esta ferramenta é possível um utilizador verificar qual o consumo que efetuou durante um trajeto que guardou no seu GPS.

Por fim, conclui-se que todo o trabalho despendido, todos os algoritmos pensados e todas as ferramentas criadas, geraram uma série de resultados e programas que demonstraram a veracidade do preceito inicial, otimização de viagens rodoviárias e o estilo de condução, implicam uma redução nos valores de consumo de combustível.

## **8.2. Trabalhos Futuros**

---

O método para o cálculo da distância é um método que pode ser melhorado. Apontando como um possível trabalho futuro, aplicar algumas modificações ao algoritmo base de forma a eliminar as suas inexatidões.

O método de obtenção dos valores curva ainda conta com algumas imperfeições. Portanto partindo do método criada, um método que se revela robusto e prometedor, é importante criar mais algumas rotinas de forma a conseguir eliminar os efeitos indesejados deste método. Neste caso sugere-se a criação de uma estrutura que através de um comportamento cíclico ateste os valores das curvas, e consoante a sua grandeza de valores, aja de forma aplicar a melhor ação aquele ponto sem criar curvas muito agressivas.

No âmbito das otimizações, sugere-se efetuar mais ensaios de forma a verificar a sua real utilidade. Também é importante, adaptar estas otimizações aos valores de limites de velocidade em cada curva, podendo assim, garantir resultados mais acessíveis à realidade.

# Bibliografia

---

- Bray, T. et al. (2008). *Extensible Markup Language (XML) 1.0*. Consultado em Outubro 10, 2008, em <http://www.w3.org/TR/REC-xml/>.
- Cartrack (2013). *Gestão de Frotas*. Consultado em Setembro 15, 2014 em <http://www.cartrack.pt/fleet-management/>.
- Department of Defense U.S.A. (2008). *Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard* ( 4th Ed.). Washington: Department of Defense U.S.A..
- El-Rabbany, A. (2002). *Introduction to GPS: The Global Positioning System*. Boston: Artech House.
- Erker, S. et al., *L5 - The New GPS Signal*. German Aerospace Center (DLR): Institute of Communications and Navigation.
- Fawcett, J., Quin, L., Ayers, D. (2012). *Beginning XML*. Indiana: John Wiley & Sons, Inc.
- Fontana, R. D., Cheung, W., Novak, P., Stansell, T., *The New L2 Civil Signal*..
- Foster, D.. *GPX 1.1 Schema Documentation*. Consultado em Outubro 10, 2013, em <http://www.topografix.com/gpx/1/1/>. (2)
- Foster, D.. *GPX for Developers*. Consultado em Outubro 10, 2013, em [http://www.topografix.com/gpx\\_for\\_developers.asp](http://www.topografix.com/gpx_for_developers.asp). (1)
- GPS Product Team (2014). *Global Positioning System (GPS) Standard Positioning Service (SPS) Performance Analysis Report*. Washington: Federal Aviation Administration.
- Great Britain: Ministry of Defence (1997). *Admiralty Manual of Navigation: General Navigation, Coastal Navigation and Pilotage*. London: TSO.
- Grewal, M., Weill, L., Andrews, A. (2007). Modernization of GPS, *Global Positioning System, Inertial Navigation, And Integration* (pp.98-104). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Inosat (2013). *Gestão de Frota Via Localização GPS*. Consultado em Setembro 15, 2014 em <http://www.inosat.pt/empresas/inofrota-start.aspx>.
- Kath, R. (1992). *The Debugging Application Programming Interface*. Microsoft Developer Network Technology Group.
- Kleusberg, A. (2003). Analytical GPS Navigation Solution. In E.W. Grafarend et al. (Eds.), *Geodesy-The Challenge of the 3rd Millennium*, 247-252.
- Langley, R. B. (1991). The Mathematics of GPS. *GPS World*, 2(7), 45-50.
- Michelin (2013). *Calcule Seu Itinerário*. Consultado em Setembro 15, 2014 em <http://www.viamichelin.pt>.
- Murray, D.A. (1908). *Spherical Trigonometry*. New York: Longmans, Green and CO.

- Official U.S. Government information about the Global Positioning System (2014). *Civilian Benefits of Discontinuing Selective Availability*. Consultado em Setembro 20, 2014, em <http://www.gps.gov/systems/gps/modernization/sa/benefits/>. (1)
- Official U.S. Government information about the Global Positioning System (2014). *Second Civil Signal: L2C*. Consultado em Setembro 20, 2014, em <http://www.gps.gov/systems/gps/modernization/civilsignals/>. (2)
- Official U.S. Government information about the Global Positioning System (2014). *Constellation Arrangement*. Consultado em Setembro 20, 2014, em <http://www.gps.gov/systems/gps/space/#generations>. (3)
- Parthasarathy, J. (2006). Positioning and Navigation System Using GPS. *Remote Sensing and Spatial Information Science*, 36, Part 6.
- Raju, P.(2003). *Fundamentals of GPS*. Dehra Dun: Indian Institute of Remote Sensing.
- Ray, E. (2012). *Leanring XML*(2nd ed.). O'REILLY.
- Rockville, Md. (1977). *Basic Geodesy*. U.S. Departament of Commerce.
- Ruggiero, M., Lopes, V. (1988). Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. São Paulo: Pearson Makron Books.
- Santiago, B., Salviano. A. *Astronomia Geodésica: Posicionamento pelas Estrelas*.
- Smith, H.. *Exploring the Ocean Basins with Satellite Altimeter Data*. National Geophysical Data Center.
- Thompson, B. (1998). Global Positioning System: The Mathematics of GPS Receiver. *Mathematics Magazine*, 71(4), 260-269.
- Tsui, J. B. (2000). GPS C/A Code Signal Structure, *Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach* (pp.73-107). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Wentworth, G., Smith, D. (1915). *Plane and Spherical Trigonometry*. Boston:Ginn and Company.