

*Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів.  
Актуальні задачі сучасних технологій – Тернопіль 17-18 листопада 2016.*

УДК 539.3

І.М. Яцик

Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

## ДВОВІСНИЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ РЕЙССНЕРА ЗІ ЩІЛИНАМИ ТА ТРІЩИНАМИ, З УРАХУВАННЯМ ШИРИНИ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ ЇХНІХ БЕРЕГІВ

I.M. Yatsyk

### BIAXIAL BENDING OF PLATE WITH SLITS AND CRACKS IN VIEW OF THEIR FACES CONTACT ZONE WIDTH

Досліджено згин ізотропної пластини завтовшки  $2h$  рівномірно розподіленими згинальними моментами на нескінченності за наявності в ній щілин завдовжки  $2l_m$  ( $m = \overline{1, M}$ ) та тріщин завдовжки  $2l_n$  ( $n = \overline{M+1, M+N}$ ). Вважаємо, що під дією зовнішнього навантаження береги тріщин зазнають гладкого контакту за всією їхньою довжиною вздовж двовимірної області постійної ширини  $h_1$  поблизу верхньої основи пластини, причому до деформування пластини береги дефектів були вільними від зовнішнього навантаження. Пластина перебуває під дією розподіленого згинального

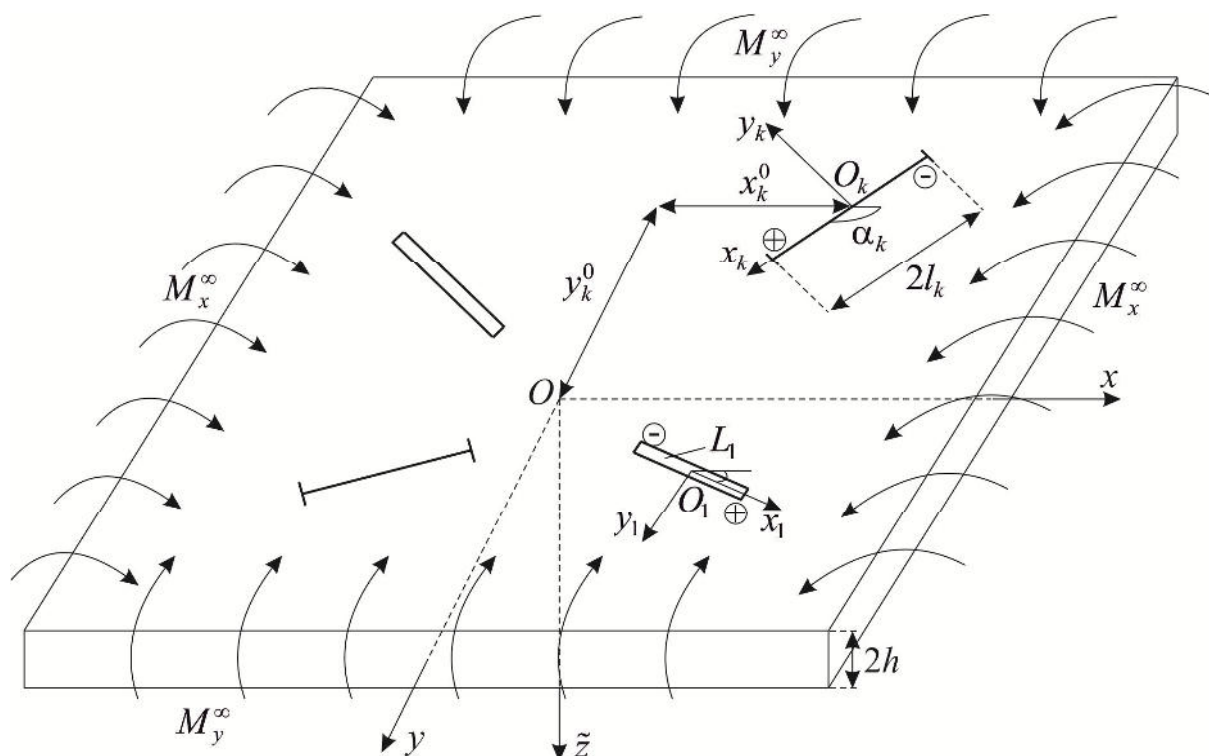


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення щілин і тріщин навантаження на нескінченності  $M_x^\infty$  і  $M_y^\infty$  (рис. 1).

Виберемо глобальну декартову систему координат  $Oxyz$  з координатною площиною  $Oxy$  у серединній площині пластини. З кожною щілиною та тріщиною зв'яжемо локальну систему координат  $O_k x_k y_k$  з початком координат  $O_k$  у центрі дефекту, направивши вісь  $O_k x_k$  уздовж його лінії. Відрізок дійсної осі  $O_k x_k$ , для якого  $|x_k| \leq l_k$ ,

позначимо через  $L_k$ , а через  $(x_k^0; y_k^0)$  – координати центру  $k$ -го дефекту у глобальній системі координат.

За рахунок контакту берегів тріщини задачу розбиваємо на дві задачі: плоску задачу теорії пружності та задачу згину пластини з використанням теорії Рейсснера.

Згідно з формулюванням задачі на берегах щілини та тріщини маємо такі крайові умови:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^- = 0, \quad M_y^+ = M_y^- = 0, \quad x \in L_k, \quad k = \overline{1, M}; \\ \sigma_{xy}^+ = \sigma_{xy}^- = 0, \quad H_{xy}^+ = H_{xy}^- = 0, \quad Q_y^+ = Q_y^- = 0, \quad x \in L_k, \quad k = \overline{1, M + N}; \\ \sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^- = -\frac{N_k}{2h}, \quad M_y^+ = M_y^- = \beta h N_k, \quad \partial_x[v_p] - \alpha h \partial_x[\varphi_y] = 0, \quad x \in L_k, \\ k = \overline{M + 1, M + N}, \end{aligned}$$

де  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yy}$  та  $v_p$  – відповідно компоненти тензора напружень та проекція вектора переміщення точки на вісь  $Oy$  у плоскій задачі;  $N_k$  – контактне зусилля між берегами тріщини, причому  $N_k > 0$ ;  $\varphi_y$  – усереднений за товщиною пластини кут повороту нормалі до серединної площини пластини у задачі згину [1];  $M_y$  – згинальний момент;  $Q_y$  і  $H_{xy}$  – поперечна сила і крутний момент відповідно;  $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $[f] = f^+ - f^-$ ; символами «+» і «-» позначені відповідно граничні значення функції при

прямуванні точки площини при  $y \rightarrow \pm 0$ ;  $\alpha = \frac{1+(1-\gamma)^2}{2}$ ,  $\beta = 1 - \frac{\gamma}{3}$ , а  $\gamma = \frac{h_1}{h}$  – зведена ширина області контакту [2]. Потрібно знайти напружено-деформований стан пластини.

На основі методів теорії функції комплексної змінної, комплексних потенціалів плоскої задачі теорії пружності та задачі згину пластини отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих стрибків переміщень, усереднених кутів повороту нормалі, поперечних сил і крутних моментів на берегах дефектів. У частковому випадку присутності у пластині тільки щілин отримана система співпадає із системою, наведеною у [3].

Ця система розв'язана числово за допомогою методу механічних квадратур. У частковому випадку співвісних щілини та тріщини отримані числові результати та побудовано графічні залежності для контактної зусилля між берегами тріщини, коефіцієнтів інтенсивності зусиль і згинальних моментів при різних значеннях параметрів задачі. Коли у пластині є дві співвісні тріщини, то числові результати співпадають з даними, отриманими у [4].

### **Література**

1. Тимошенко, С.П. Пластины и оболочки [Текст] / С.П. Тимошенко, С. Войновски-Кригер. – Москва: Наука, 1966. – 636 с.
2. Опанасович, В.К. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною з урахуванням ширини області контакту її поверхонь [Текст] / В.К. Опанасович // Наук. нотатки Луцьк. техн. ун-ту. – 2007. – Вип. 20 (2). – С. 123–127.
3. Мазурак Л.П. Изгиб трансверсально-изотропных пластин с дефектами типа трещин [Текст] / Л.П. Мазурак, Л.Т. Бережницький // . – К.: Наук. думка, 1990. – 256 с.
4. Опанасович В. Згин пластини Рейсснера з двома співвісними наскрізними тріщинами різної довжини з урахуванням ширини області контакту їхніх берегів [Текст] / В. Опанасович, І. Яцик // Машинознавство. – 2009. – Вип. № 4 (142). – С. 18–25.