

*Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів.
Актуальні задачі сучасних технологій – Тернопіль 17-18 листопада 2016.*

Секція: НОВІ МАТЕРІАЛИ, МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

УДК 539.3

¹С.О. Альфавицька, ²М.С. Слободян, канд. фіз.-мат. наук, доц., ³О.В. Білаш

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

²Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

³Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Україна

ДВОСТОРОННІЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ З ДВОМА РІВНИМИ СПІВВІСНИМИ ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ КОНТАКТУ ЇХ БЕРЕГІВ ТА ЗА НАЯВНОСТІ ЗМІЦНЕНИХ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН ПОБЛИЗУ ЇХ ВЕРШИН

S.O. Alfavitcka, M.S. Slobodyan, Ph.D., Assoc. Prof., O.V. Bilash

TWO-AXIAL BEND OF PLATE WITH TWO EQUAL CRACKS TAKING INTO ACCOUNT THE CONTACT OF THEIR BANKS AND STRENGTHENING PLASTIC ZONES NEAR THEIR TIPS

Пластинчасті елементи конструкцій широко використовуються у різних галузях техніки та промисловості. За дії зовнішнього навантаження або у процесі їх експлуатації чи виготовленні можуть виникати тріщиноподібні дефекти, які знижують міцність і надійність елементів конструкцій. У більшості наукових праць наявність зміцнених пластичних зон, які виникають на продовженні тріщин, не враховувалась.

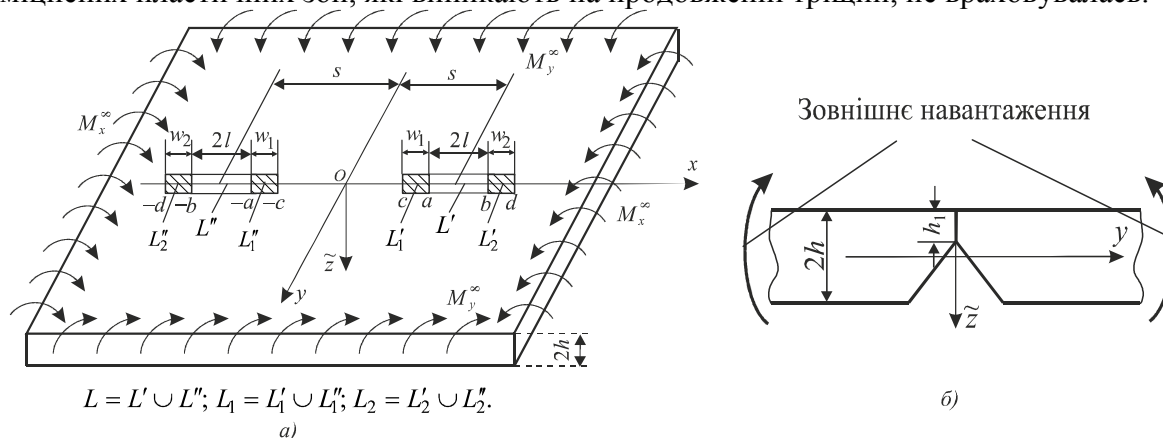


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

У роботі досліджена задача про двосторонній згин рівномірно розподіленими моментами на безмежності M_x^∞ і M_y^∞ однорідної ізотропної пластини завтовшки $2h$ з двома рівними наскрізними тріщинами завдовжки $2l$. У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ з початком по середині між центрами тріщин, направивши вісь Ox вздовж тріщин, а вісь $O\tilde{z}$ перпендикулярно до неї. У системі координат $Oxy\tilde{z}$ точки, які співпадають з кінцями тріщини позначимо через a і b , а точки, які співпадають з кінцями пластичних зон через $-c$ і d . Вважаємо, що під дією зовнішнього навантаження береги тріщин приходять у гладкий контакт по області сталої ширини h_1 поблизу верхньої основи пластини, а біля вершин тріщин утворились зміцнені пластичні зони завдовжки w_j ($j=1,2$). Лінію, де розміщені тріщини

позначимо через L , пластичні зони – через L_j ($j=1,2$); відстань між центрами тріщин – через $2s$ (див. рис. 1).

За рахунок контакту берегів тріщин розв’язок задачі подамо у вигляді суперпозиції двох взаємозв’язаних задач: плоскої задачі та задачі згину (класична теорія) за таких крайових умов:

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^{\pm} &= \sigma_0^{(j)} \sigma_{(j)}^*(x), M_y^{\pm} = M_0^{(j)} \sigma_{(j)}^*(x), \quad x \in L_j, j=1,2, \\ \sigma_{yy}^{\pm} &= -N/(2h), M_y^{\pm} = \beta h N, [v] + \alpha h [\partial_y w] = 0, \quad x \in L, \\ \sigma_{xy}^{\pm} &= 0, P_y^{\pm} = 0, \quad x \in L + L_1 + L_2,\end{aligned}$$

де σ_{yy} і σ_{xy} , v – компоненти тензора напружень та компонента вектора переміщень на вісь Oy у плоскій задачі; $\sigma_0^{(j)}$ і $M_0^{(j)}$ – невідомі нормальні напруження та згинальні моменти у пластичних зонах; N – контактне зусилля між берегами тріщини ($N > 0$); w – прогин пластини; M_y і P_y – згинальний момент та перерізувальна сила у сенсі Кірхгофа; значками “+” і “-” позначено граничне значення відповідної величини при $y \rightarrow \pm 0$; $\partial_y f = \partial f / \partial y$; константи α і β [1] та функції $\sigma_{(j)}^*(x)$ ($j=1,2$) мають вигляд

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.5 \left\{ 1 + \left(1 - \gamma^2 \right) \right\}, \quad \beta = 1 - \gamma / 3, \quad \gamma = h_1 / h, \\ \sigma_1^*(x) &= m^* + (1 - m^*) \frac{a - |x|}{a - c}, \quad \sigma_2^*(x) = m^* + (1 - m^*) \frac{|x| - b}{d - b}, \quad m^* = \frac{\sigma_e}{\sigma_T},\end{aligned}$$

де σ_e і σ_T – границя міцності та границя текучості матеріалу пластини.

За допомогою комплексних потенціалів плоскої задачі [2] та класичної теорії згину пластин [3], розв’язування задачі зведено до задач лінійного спряження, на основі яких отримано аналітичні розв’язки в класі функцій обмежених у вершинах пластичних зон, як це було зроблено у [4]. Для знаходження їх довжин використано умови пластичності Треска у вигляді поверхневого шару [5]. Числово визначено довжину пластичних зон та побудовано відповідні графічні залежності при різних параметрах задачі.

Література

3. Опанасович В.К. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною з урахуванням ширини області контакту її поверхонь / В.К. Опанасович // Наукові нотатки Луцького технічного університету: міжвузівський збірник (за напрямом “Інженерна механіка”). – 2007. – Вип.20 (2). – С. 123-127.
4. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости/ Мухелишвили Н.И. – М.: Наука,1966. – 707 с.
5. Прусов И.А. Метод сопряжения в теории плит/ Прусова И.А. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1975. – 256 с.
6. Альфавіцька С.О. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною за наявності пластичних зон у її вершинах з урахуванням контакту її берегів та зміцнення матеріалу / С.О. Альфавіцька, М.М. Николишин, В.К. Опанасович, М.С. Слободян // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2015, спецвипуск. – С. 21-27.
7. Кушнір Р.М. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами/ Кушнір Р.М., Николишин М.М., Осадчук В.А. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 320 с.