



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

**DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA GEOTECNICA – XXV CICLO**

---

**ANALISI DEL COMPORTAMENTO DINAMICO DI PIASTRE  
PIROCLASTICHE IN PRESENZA DI CAVITÀ**

Tesi per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca

Dottorando:

Luca Verrucci  
(matr. 776839)

Tutori:

Prof. Giuseppe Lanzo - relatore  
Prof. Tatiana Rotonda  
Ing. Paolo Tommasi

Roma, 26 giugno 2013

---



## INDICE

<b>1</b>	<b>Introduzione .....</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Influenza delle condizioni morfologiche sulla risposta sismica locale: analisi della letteratura .....</b>	<b>7</b>
2.1	Influenza della topografia superficiale .....	7
2.2	Influenza delle cavità.....	23
2.3	Considerazioni riassuntive sullo stato dell'arte.....	45
<b>3</b>	<b>Teoria della propagazione di onde piane in un semispazio elastico .....</b>	<b>47</b>
3.1	Equazioni di campo per onde meccaniche in condizioni di deformazioni piane .....	47
3.2	Stato tensionale associato ad onde piane.....	48
3.3	La riflessione di onde piane sulla superficie del semispazio.....	51
	3.3.1 <i>Onde P incidenti obliquamente</i> .....	52
	3.3.2 <i>Onde S incidenti obliquamente</i> .....	55
<b>4</b>	<b>Un metodo numerico per l'applicazione di fronti d'onda piani inclinati .....</b>	<b>61</b>
4.1	Determinazione del ritardo nell'incidenza di un fronte piano obliquo .....	62
4.2	Proiezione del moto sulle giaciture del contorno .....	63
	4.2.1 <i>Proiezione ed imposizione diretta del moto</i> .....	63
	4.2.2 <i>Proiezione ed imposizione dello stato tensionale associato al moto</i> .....	64
4.3	Fronte piano incidente sulla superficie del semispazio .....	70
4.4	Validazione del metodo per l'applicazione di onde piane incidenti obliquamente.....	72
	4.4.1 <i>Analisi della propagazione di un'onda piana obliqua nello spazio indefinito</i> .....	72
	4.4.2 <i>Analisi della riflessione su superficie piana</i> .....	76
	4.4.3 <i>Analisi della riflessione su superficie piana con accelerogrammi reali</i> .....	81
	4.4.4 <i>Verifica della risposta sismica indotta da onde piane incidenti obliquamente su irregolarità topografiche e geometriche superficiali</i> .....	86
<b>5</b>	<b>Studio parametrico della risposta sismica in superficie in presenza di cavità cilindriche .....</b>	<b>91</b>
5.1	Definizione del modello concettuale ed analisi dimensionale .....	91
5.2	Il modello numerico .....	94
5.3	Risultati .....	97
	5.3.1 <i>Principali fenomeni fisici</i> .....	97
	5.3.2 <i>Risultati in termini di amplificazione del moto</i> .....	104
<b>6</b>	<b>Caratterizzazione della pozzolana debolmente cementata di Orvieto .....</b>	<b>119</b>
6.1	Stato dell'arte sulla caratterizzazione dinamica di materiali piroclastici .....	119

6.2	Inquadramento geologico e litologico del colle di Orvieto .....	131
6.3	Prelievo e campionamento del materiale .....	134
6.4	Caratteri litologici e fisici .....	134
6.5	Caratterizzazione meccanica in campo ciclico e dinamico .....	138
	6.5.1 <i>Programma e metodologie di prova</i> .....	138
	6.5.2 <i>Risultati della caratterizzazione</i> .....	146
<b>7</b>	<b>Analisi della risposta sismica del Colle di Orvieto ed influenza delle cavità .....</b>	<b>157</b>
7.1	Il modello numerico.....	157
	7.1.1 <i>Il codice di calcolo</i> .....	157
	7.1.2 <i>La geometria del modello</i> .....	159
	7.1.3 <i>Caratteristiche meccaniche dei materiali</i> .....	161
7.2	Definizione dell'input sismico.....	166
7.3	Analisi lineari.....	175
	7.3.1 <i>Analisi monodimensionali</i> .....	175
	7.3.2 <i>Analisi 2-D in assenza di cavità</i> .....	178
	7.3.3 <i>Analisi lineari con singola cavità</i> .....	185
	7.3.4 <i>Analisi lineari con cavità affiancate</i> .....	190
7.4	Analisi non lineari.....	196
	7.4.1 <i>Analisi monodimensionali</i> .....	196
	7.4.2 <i>Analisi 2-D in assenza di cavità</i> .....	198
	7.4.3 <i>Analisi non lineari con singola cavità</i> .....	200
	7.4.4 <i>Analisi non lineari con cavità affiancate</i> .....	202
<b>8</b>	<b>Conclusioni.....</b>	<b>207</b>
<b>9</b>	<b>Bibliografia.....</b>	<b>211</b>

# 1 INTRODUZIONE

La valutazione del rischio sismico deve essere frequentemente eseguita in contesti urbani complessi di antica origine. In questi casi alle difficoltà legate alla caratterizzazione del comportamento dinamico delle strutture, si affianca la necessità di considerare le particolarità del substrato sul quale si è sviluppato il tessuto urbano. Le molteplici necessità ed attività connesse allo sviluppo dei centri abitati hanno selezionato e modificato, nel corso dei secoli, condizioni geotecniche e morfologiche del tutto particolari, tra le quali assumono grande importanza l'irregolarità della superficie topografica e la presenza di cavità. In casi piuttosto diffusi nei distretti vulcanici dell'Italia centrale, tali fattori, grazie anche allo specifico contesto geomeccanico, sono compresenti con caratteri di particolare rilevanza (Manfredini *et al.*, 1980). Infatti i centri abitati si sono sviluppati, con propositi di difesa, in cima a colli, altopiani o ammassi litoidi dai margini sub-verticali, formati da materiali piroclastici di consistenza elevata ed interessati da estese reti di cavità di origine antropica, usate come cave o depositi (Lembo Fazio *et al.*, 1986).

Se l'influenza della topografia sulla risposta sismica di sito è già da tempo oggetto di ricerche di carattere teorico ed applicativo, l'effetto delle cavità risulta meno indagato. Come descritto nel **Capitolo 2**, gli studi teorici sono in effetti numerosi, ma risultano invece rari, e tutti abbastanza recenti, gli studi applicativi di impostazione geotecnica, rivolti espressamente alla valutazione della modifica del moto ottenuta in superficie (Yioutra-Mitra *et al.*, 2007; Sanò, 2011; Landolfi *et al.*, 2011).

Lo studio condotto per la redazione della presenti Tesi inizia pertanto con un richiamo delle leggi fisiche fondamentali che regolano la propagazione e l'interazione con la superficie di onde di volume elastiche (**Capitolo 3**). Dal momento che gli studi teorici sulla risposta sismica locale in presenza di anomalie morfologiche del semispazio, interne o superficiali, evidenziano l'importanza dell'incidenza inclinata del fronte d'onda, sono stati particolarmente approfonditi i fenomeni e le formulazioni matematiche associate a tale configurazione. Inoltre, dovendo utilizzare tecniche di analisi numerica per le valutazioni di risposta sismica in presenza di cavità, si è ritenuto opportuno mettere a punto un metodo, fondato dal punto di vista meccanico, anche se limitato da alcune ipotesi di base, che consenta la riproduzione di fronti d'onda inclinati incidenti sul contorno di un modello numerico (**Capitolo 4**).

Per individuare i principali fenomeni dinamici legati alla presenza dei vuoti sotterranei, nonché i caratteri del moto ottenuto in superficie, è stata quindi eseguita una serie di analisi di tipo parametrico su un modello numerico bidimensionale semplificato, costituito da una cavità cilindrica a sezione circolare in un mezzo elastico lineare (**Capitolo 5**).

La significatività e l'importanza dei risultati teorici e numerici ottenuti sono state quindi verificate mediante l'applicazione numerica ad un caso reale, quello del Colle di Orvieto. La condizione geotecnica del caso prescelto è, nonostante la sua peculiarità, dotata di una certa emblematicità, rappresentando, come già accennato, i numerosi casi di centri abitati disposti su piastre a consistenza litoide, di origine vulcanica ed interessati da cavità.

Il caso di Orvieto porta con sé un ampio contesto di conoscenze geotecniche affinate negli ultimi decenni per indagare le condizioni di stabilità dei versanti e della rupe; tra queste, alcune caratterizzazioni meccaniche dei materiali in campo statico. Le analisi di tipo dinamico sono invece

limitate e fanno affidamento ad alcune misure in situ delle caratteristiche dinamiche dei materiali. Lo studio ha quindi previsto una caratterizzazione del materiale che, tra quelli che costituiscono la piastra piroclastica, più frequentemente ospita cavità: la Pozzolana debolmente cementata. Essa è stata caratterizzata mediante prove di laboratorio in campo ciclico (con prove di taglio semplice e di taglio torsionale) e dinamico (con prove di colonna risonante e misure della velocità di propagazione delle onde) (**Capitolo 6**).

Sono state svolte quindi analisi numeriche bidimensionali della risposta sismica del Colle di Orvieto sia in assenza di cavità, sia in loro presenza (**Capitolo 7**). Nelle analisi vengono tenuti in conto i principali fattori influenti sulla risposta sismica locale: la successione stratigrafica ed i rapporti di impedenza tra i vari materiali, la conformazione morfologica e la presenza di cavità in prossimità della superficie della piastra piroclastica. Le analisi, realizzate senza l'intento di determinare la pericolosità sismica locale del Colle, sono state condotte utilizzando un accelerogramma rappresentativo dei più grandi terremoti storicamente osservati in situ.

L'intero impianto della Tesi è incentrato su un classico problema di risposta di sito: l'oggetto della ricerca è pertanto rappresentato dal moto ottenuto in superficie in occasione di un sisma, e dalle sue caratteristiche peculiari legate alla presenza di cavità, in associazione ad altre condizioni geotecniche e morfologiche. Ipotesi fondamentale assunta nel corso della ricerca è quello di mantenimento delle condizioni elastiche del terreno o della roccia al contorno delle cavità. Sono pertanto escluse dallo studio le problematiche relative allo sviluppo di intense plasticizzazioni, con alterazione delle condizioni di stabilità delle cavità durante il sisma, e le loro ripercussioni in superficie.

## 2 INFLUENZA DELLE CONDIZIONI MORFOLOGICHE SULLA RISPOSTA SISMICA LOCALE: ANALISI DELLA LETTERATURA

La modifica che il moto sismico subisce in corrispondenza di anomalie morfologiche del mezzo di propagazione rappresenta una problematica già sviluppata nella ricerca, soprattutto in relazione a variazioni morfologiche della superficie topografica rispetto alla configurazione piana orizzontale. In quest'ambito, per un'estesa disamina della letteratura scientifica si rimanda a Pagliaroli (2006), che ha sintetizzato in maniera sistematica i vari fattori di influenza, deducendola dall'esame di numerosi lavori teorici, numerici e, in misura minore, sperimentali, riguardanti essenzialmente gli schemi di rilievo isolato, pendio ed incisione valliva (*canyon*).

L'influenza esercitata da anomalie morfologiche interne al mezzo, ovvero da cavità, è stata pure affrontata, sebbene i risultati non forniscano ancora un quadro certo dei fenomeni fondamentali, né siano consolidati nei loro risvolti applicativi.

In questa sede sembra opportuno richiamare i principali risultati ottenuti fino ad oggi dagli studi che hanno indagato ciascuno dei due tipi di variazione morfologica: superficiale ed interna. Si cerca di evidenziare alcuni fattori principali che la ricerca ha già messo in luce e che possano circoscrivere le problematiche tipiche che si presentano nell'analisi dinamica di un rilievo e di un mezzo contenente cavità, senza trascurare la contemporanea partecipazione di altri fattori, primo tra tutti quello stratigrafico.

### 2.1 Influenza della topografia superficiale

Un primo aspetto estesamente indagato in relazione all'influenza di variazioni morfologiche della superficie riguarda l'esistenza di frequenze caratteristiche di amplificazione che si evidenziano in corrispondenza delle creste di pendii o rilievi isolati. Ashford *et al.* (1997) e Ashford e Sitar (1997) hanno analizzato con modelli numerici bidimensionali il comportamento di pendii semplici con forma a gradone (**Fig.2.1**), ai quali possono essere assimilati i margini di altipiani o colli isolati delimitati da versanti molto acclivi. Gli Autori evidenziano che l'amplificazione topografica al ciglio (calcolata come rapporto tra la funzione di trasferimento al ciglio e quella relativa alle condizioni *free-field* a tergo del ciglio stesso) è massima quando il rapporto tra altezza del pendio  $H$  e lunghezza d'onda  $\lambda$  è pari a circa 0.2, corrispondente ad una frequenza  $f_0 = V_s / (5H)$ . La conclusione è comune ai casi di onde che incidono con diversi angoli, sebbene si registri un effetto più marcato per propagazione da monte verso valle (in proiezione orizzontale) per onde SV, nelle quali il piano di polarizzazione coincide con il piano di riferimento dell'analisi, rispetto ad onde SH, che hanno direzione di oscillazione ortogonale al piano.

Le analisi di Ashford e Sitar (1997) mostrano inoltre che al crescere dell'angolo di incidenza  $\theta$  aumenta l'amplificazione topografica, mentre decresce quella di sito (ovvero quella ottenuta per semispazio piano e condizioni stratigrafiche uguali a quelle esistenti a tergo del ciglio). In seguito a questi effetti contrapposti, l'angolo di incidenza delle onde, sebbene faccia crescere l'importanza

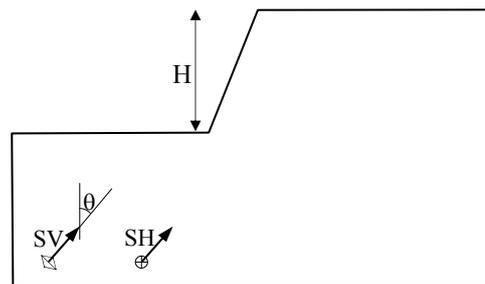


Figura 2.1 – Schema bidimensionale per l’analisi di risposta sismica di pendii semplici con forma a gradone ed incidenza di onde di tipo SV (con piano di polarizzazione coincidente con il piano del disegno) e di tipo SH (con direzione di polarizzazione ortogonale a quello del disegno).

relativa della topografia sulla risposta globale del pendio, non influenza sensibilmente l’accelerazione massima in cresta. Gli autori concludono che, dal punto di vista pratico, per analisi di risposta locale finalizzate alla valutazione della stabilità dinamica di un pendio, è sufficiente assumere onde che si propagano in direzione verticale.

Ancora in relazione al caso di pendio a gradone, Bouckovalas e Papadimitriou (2004) mostrano che la modifica del moto sismico dovuta alla topografia non resta localizzata presso il ciglio, ma si spinge anche a tergo, a distanze sensibili, in genere variabili tra 2 e 8 volte l’altezza del pendio  $H$ . In particolare, dietro il ciglio del pendio si alternano, anche nell’ambito di piccole distanze, zone di amplificazione e deamplificazione del moto sismico che rendono problematica l’interpretazione di misure accelerometriche in situ ottenute con *array* troppo radi. Gli Autori attribuiscono tali fenomeni, la cui complessità aumenta al crescere del rapporto  $H/\lambda$ , all’incidenza delle onde SV e P riflesse dalla superficie del pendio sulla superficie orizzontale dietro il ciglio, alla propagazione su tale superficie di onde Rayleigh generate presso la cresta e all’interazione tra tali onde con il campo d’onda incidente (**Fig. 2.2**). Dal momento che in generale il moto sismico viene amplificato presso il ciglio e deamplificato presso il piede, il fattore di amplificazione topografica al ciglio viene sensibilmente sovrastimato allorché si rapporta il moto in cresta a quello alla base del pendio.

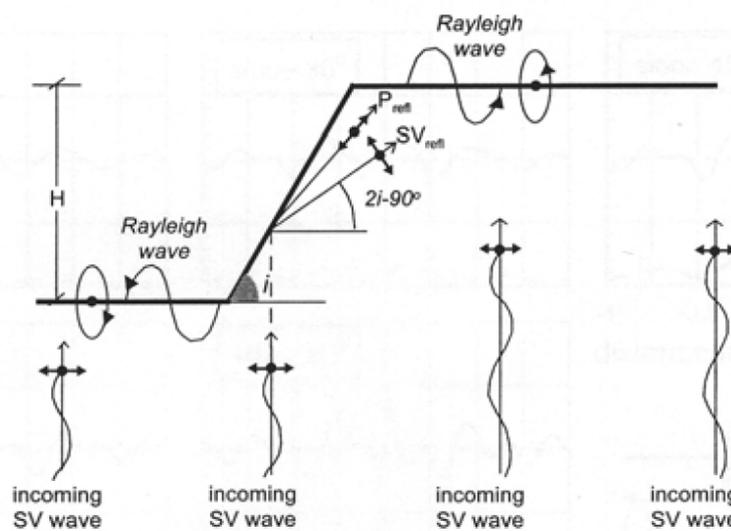


Figura 2.2 - Schema degli effetti di riflessione e diffrazione che influenzano l’amplificazione topografica (Bouckovalas e Papadimitriou, 2004).

Per morfologia bidimensionale a sezione triangolare, rappresentativa di rilievi isolati di piccola estensione in cresta, Paolucci (2002) offre una conferma teorica ai risultati di numerose analisi numeriche che associano il massimo effetto amplificante a sollecitazioni di lunghezza d'onda comparabile con l'estensione  $L$  alla base del rilievo topografico. L'Autore applica a tal fine il metodo di Rayleigh (Dobry *et al.*, 1976) ad un profilo omogeneo di forma triangolare asimmetrica (**Fig. 2.3**), pervenendo ad una stima della frequenza fondamentale di vibrazione del rilievo,  $f_{2D}$ , espressa dalla relazione:

$$f_{2D} = f \frac{V_S}{L_1 + L_2} \quad (2.1)$$

dove  $V_S$  è la velocità delle onde di taglio,  $L_1$  ed  $L_2$  le proiezioni orizzontali dei versanti del rilievo,  $f$  un coefficiente, fornito dagli abachi di **Figura 2.4**, dipendente dal tipo di onda incidente, dal coefficiente di Poisson del materiale e dai fattori geometrici del rilievo  $H/L_1$  e  $H/L_2$ .

Per onde SH, e per i più frequenti valori del coefficiente di forma  $H/L$ , la frequenza fondamentale di vibrazione può essere attendibilmente stimata secondo la relazione:

$$f_{2D} \cong 0.7 \frac{V_S}{L} \quad (2.2)$$

dove  $L=L_1+L_2$ . Nel caso di onde SV, a parità delle altre condizioni, la frequenza fondamentale è indicativamente più elevata del 30% rispetto al caso di onde SH.

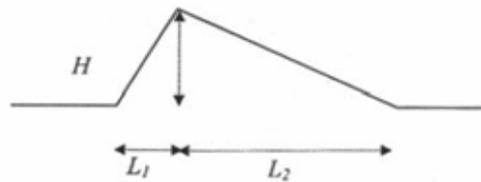


Figura 2.3 – Schema bidimensionale per analisi della risposta sismica di rilievi topografici a sezione triangolare (Paolucci, 2002).

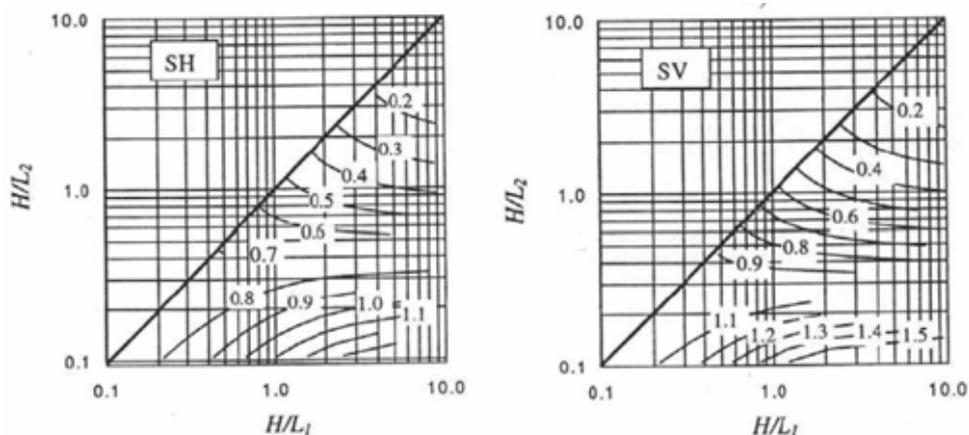


Figura 2.4 - Valori del coefficiente  $f$  per la stima della frequenza fondamentale di vibrazione del rilievo isolato nel caso di onde  $S_H$  (a sinistra) e nel caso di onde  $S_V$  (a destra) con coefficiente di Poisson  $\nu=0.25$  (Paolucci, 2002).

Le simulazioni numeriche bidimensionali della risposta sismica del colle di Castelnuovo (S.Pio delle Camere – L’Aquila) sono state eseguite da Lanzo *et al.* (2011), mediante un codice alle differenze finite, applicando una serie di cinque accelerogrammi congruenti alle analisi probabilistiche e deterministiche eseguite dopo il terremoto dell’Abruzzo del 6 aprile 2009. I risultati delle analisi sono espressi in termini del fattore di amplificazione dell’accelerazione massima in superficie,  $F_{PGA}$ , e dei fattori di amplificazione dell’Intensità di Housner calcolata su due diversi intervalli di periodi:  $FH_{0.1-0.5s}$  e  $FH_{0.7-1.3s}$ . Per entrambe le sezioni di analisi, i profili dei parametri mostrano che in corrispondenza del colle si genera una significativa amplificazione solo nell’intervallo di periodi da 0.7 a 1.3 s (**Figg. 2.5 e 2.6**); l’accelerazione massima e l’intensità di Housner per periodi più bassi non vengono invece amplificate, fornendo valori del fattore di amplificazione in molti casi più bassi di quelli calcolati nelle zone piane ai piedi del Colle, dove risultano più spiccati gli effetti amplificativi di origine stratigrafica.

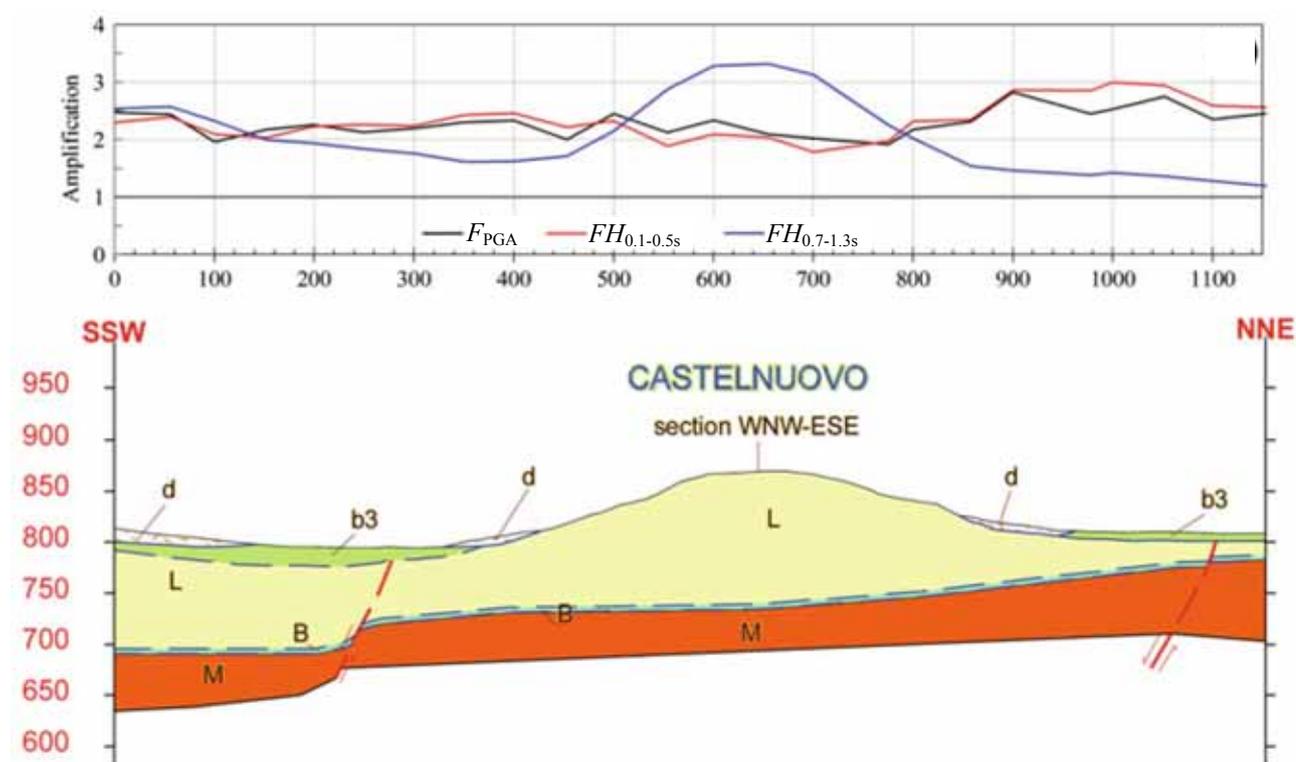


Figura 2.5 – Profili dei fattori di amplificazione  $F_{PGA}$ ,  $FH_{0.1-0.5s}$  e  $FH_{0.7-1.3s}$  calcolati sulla superficie del modello numerico della sezione di analisi ONO-ESE del colle di Castelnuovo. In basso è mostrato il modello geologico: M=calcareni , B=breccie , L=limi lacustri , b3=depositi alluvionali terrazzate , d=detriti superficiali (Lanzo *et al.*, 2011).

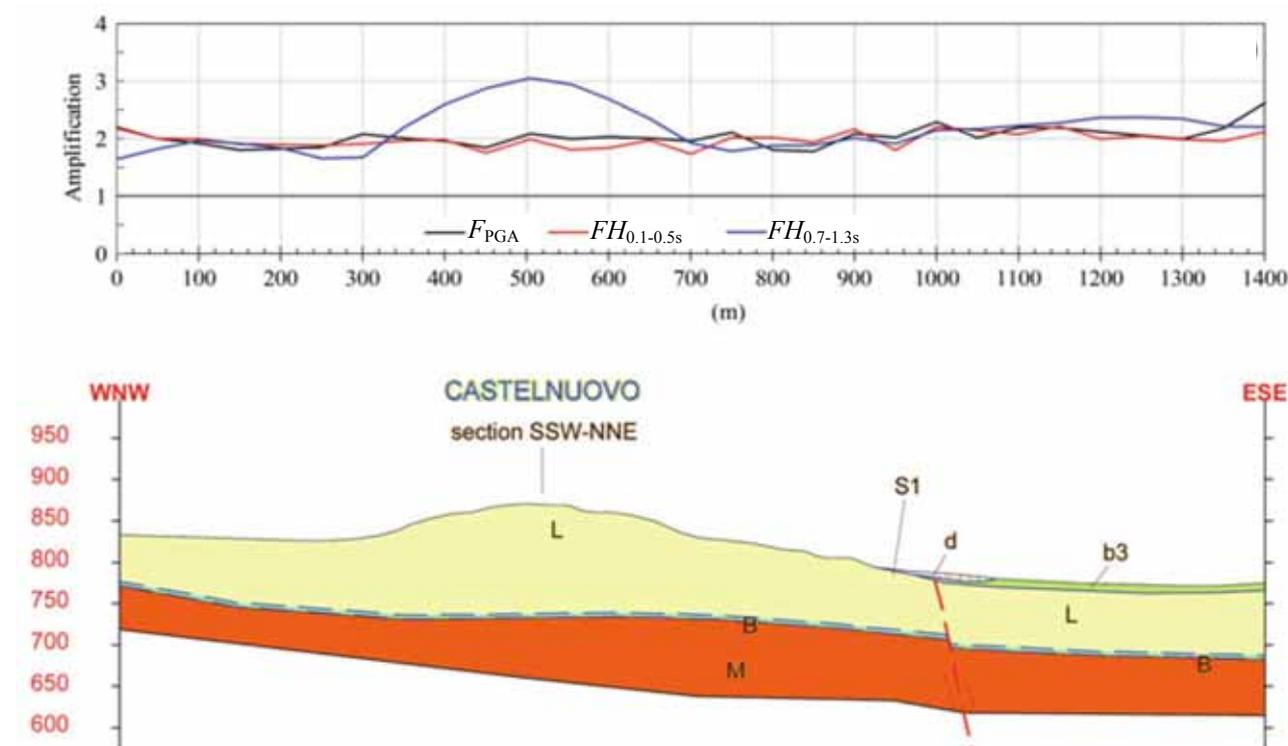


Figura 2.6 - Profili dei fattori di amplificazione  $F_{PGA}$ ,  $FH_{0.1-0.5s}$  e  $FH_{0.7-1.3s}$  calcolati sulla superficie del modello numerico della sezione di analisi SSW-NNE del Colle di Castelnuovo. In basso è mostrato il modello geologico: M=calcareniti, B=breccie, L=limi lacustri, b3=depositi alluvionali terrazzate, d=detriti superficiali (Lanzo *et al.*, 2011).

Analisi numeriche eseguite su modelli di colli con morfologia assimilabile a quelle indagate nella presente Tesi sono descritte in Muzzi *et al.* (2001), Paolucci (2002), Lanzo *et al.* (2004), Costanzo (2006) e Pagliaroli *et al.* (2011).

Le analisi di Muzzi *et al.* (2001), relative al colle di Orvieto, permettono il confronto tra modelli monodimensionali e bidimensionali. La stratigrafia adottata, rappresentativa di estese zone della rupe, prevede, dall'alto verso il basso, uno strato di pozzolana spesso 20 m a cui segue uno strato di pozzolana a maggior grado di cementazione spesso 10 m ed un banco di tufo litoide di spessore pari a 30 m; al di sotto si estende il substrato argilloso sovraconsolidato per uno spessore complessivo di 200 m (**Fig. 2.7**). I risultati delle analisi mostrano che il colle di Orvieto è soggetto a fenomeni di amplificazione del moto sismico dovuti alle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali che costituiscono il colle e alla sua tipica configurazione morfologica. In particolare le analisi 1-D evidenziano che i fenomeni di amplificazione stratigrafici avvengono essenzialmente nella placca lapidea per effetto del contrasto di impedenza tra il tufo litoide e le sovrastanti pozzolane. Il profilo delle accelerazioni ottenuto dalle analisi 1-D (simboli vuoti in **Figura 2.8**) mostra il massimo gradiente in corrispondenza dello strato superficiale di pozzolane meno cementate. Il confronto con i risultati delle analisi 2-D, eseguite sul modello realizzato in corrispondenza della sezione trasversale NS lunga circa 700 m (simboli pieni in **Figura 2.8**), mostra che in generale il modello monodimensionale sottostima sensibilmente i valori dell'accelerazione di picco in superficie, ed è quindi scarsamente rappresentativo della risposta sismica della rupe; tale differenza è massima ai margini del piastrone e diminuisce procedendo verso la zona centrale.

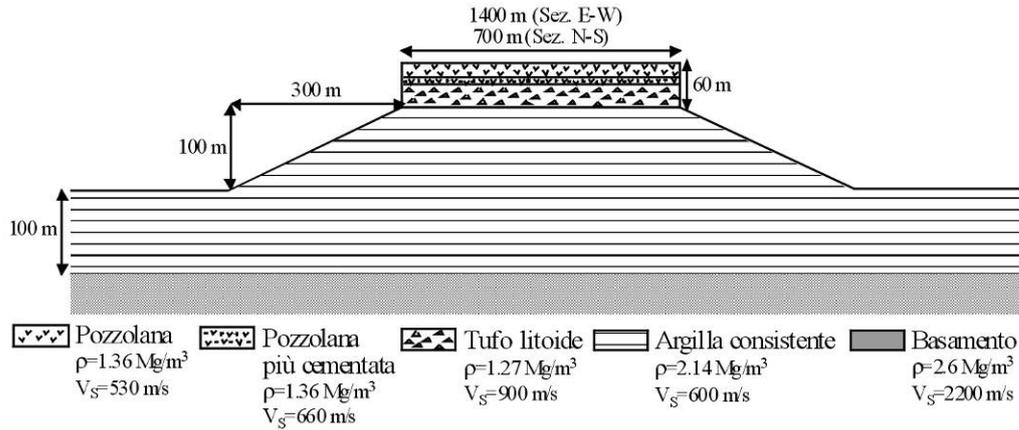


Figura 2.7 – Modello bidimensionale utilizzato nelle analisi di risposta sismica del Colle di Orvieto (Muzzi *et al.*, 2001)

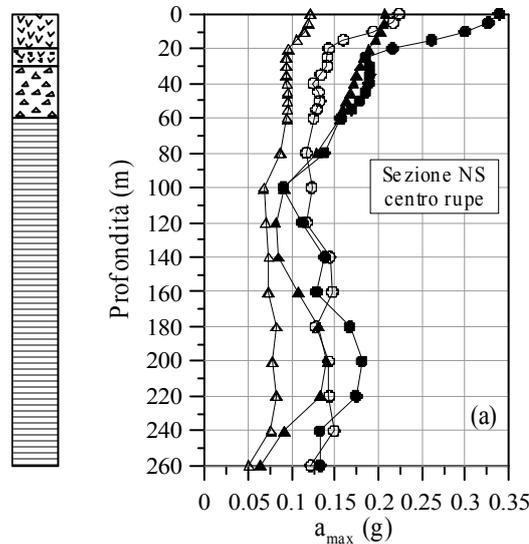


Figura 2.8 – Profilo dell'accelerazione massima  $a_{max}$  da analisi 1-D (simboli vuoti) e 2-D (simboli pieni). I due risultati sono ottenuti applicando un accelerogramma relativo ad un moto *near-field* (cerchi) o *far-field* (triangoli). Sulla sinistra la colonna stratigrafica composta, dall'alto, da pozzolana debolmente cementata, pozzolana fortemente cementata, tufo litoide, argilla consistente (Muzzi *et al.*, 2001).

Solo per le analisi con il modello 2-D rappresentativo della sezione longitudinale EW, di circa 1400 m di lunghezza, si evidenzia una zona centrale in cui l'amplificazione topografica è trascurabile: si può concludere che a distanze dal bordo che superano 500 m, l'approccio 2-D fornisce risultati confrontabili con quello 1-D.

Paolucci (2002) descrive alcune analisi numeriche tridimensionali che sono state svolte con lo specifico intento di verificare la validità delle relazioni di normativa per ricavare la frequenza di risonanza di rilievi isolati. I modelli riproducono la morfologia 3-D dei rilievi con proprietà meccaniche omogenee su tutto il modello e pari a quelle del materiale roccioso predominante, al fine di evitare la complessa sovrapposizione degli effetti topografici e di quelli stratigrafici. Le analisi sono state condotte con metodo spettrale mediante il codice di calcolo ELSE (Elastodynamics by Spectral Elements) su quattro rilievi topografici tipici di situazioni morfologiche del territorio italiano, tra i quali il colle di Civita di Bagnoregio. Tale sito presenta caratteristiche morfologiche, stratigrafiche e meccaniche comuni a molte rupi di origine piroclastica del centro Italia.

I risultati confermano che le condizioni di risonanza di un alto morfologico possono essere attese, in prima approssimazione, quando la lunghezza d'onda incidente è pari alla larghezza alla base del rilievo. Ai fini pratici l'Autore suggerisce un metodo per ottenere da questo tipo di analisi un fattore di "amplificazione spettrale"  $r(T)$ , definito dal rapporto tra lo spettro di risposta delle accelerazioni (con smorzamento 5%) nel punto di quota più elevata sull'irregolarità topografica, e quello ottenuto da analisi monodimensionali. Eseguendo le analisi con una serie di accelerogrammi naturali di magnitudo variabile da 5.4 a 7.4, calcolando una curva media  $r(T)$  per ogni sito e mediando tale funzione nella banda di frequenze di interesse, è possibile ottenere un unico valore medio  $\bar{r}$  da confrontare con le amplificazioni suggerite dalle normative. Tra i quattro casi analizzati dall'Autore, le maggiori differenze rispetto ai coefficienti amplificativi di normativa sono stati riscontrati per l'analisi della rupe di Civita (**Fig. 2.9**) che subisce un forte effetto di risonanza con frequenza di circa 1Hz.

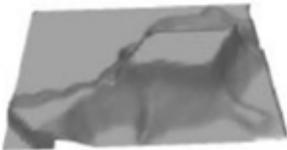
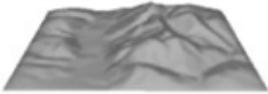
SITE	Site classification according to EC8	EC8	2D		
			3D	SH	SV
CIVITA 	Isolated cliff	1.2	1.75 +46%	1.40 +17%	1.30 +8%
ALTINO 	Isolated cliff	1.2	1.30 +8%	1.22 +2%	1.22 +2%
MT. TITANO 	Ridge with crest width significantly less than the base width and average slope angle > 30°	1.4	1.58 +13%	1.18 -16%	1.32 -6%
CASTELLARO 	Ridge with crest width significantly less than the base width and average slope angle < 30°	1.2	1.25 +4%	1.09 -9%	1.28 +7%

Figura 2.9 – Fattori di amplificazione topografica calcolati da analisi 2-D e 3-D, confrontati con i fattori proposti dall'Eurocodice EC8 per le diverse categorie di rilievo (Paolucci, 2002).

Lanzo *et al.* (2004) riportano uno studio di risposta sismica per l'abitato di Bisaccia (AV), che è ubicato su un piastrone di conglomerati sovrastante un banco di argilliti plioceniche a scaglie. Il piastrone è attraversato da fratture sub-verticali ed ha spessore massimo di circa 100 m, mentre lo spessore stimato per il banco di argille è di almeno 200m. Dopo l'evento Irpino-Lucano del 23/11/1980, a fronte di danni immediati non gravi, fu osservato un meccanismo ritardato di subsidenza del centro abitato di Bisaccia, evidenziato da cedimenti superiori a 10 cm, progressivamente crescenti nel tempo. Gli Autori hanno condotto analisi 1-D e 2-D mirate a riprodurre il moto del sottosuolo durante tale evento sismico. I risultati delle analisi numeriche, in termini di profili delle accelerazioni e deformazioni di picco  $a_{max}$  e  $\gamma_{max}$  lungo le verticali passanti per il centro abitato, sono riportati nella **Figura 2.10**. Appare evidente l'influenza sulla risposta sismica del contrasto di impedenza tra la piastra rigida di conglomerato ed il sottostante banco argilloso, più deformabile. L'ampiezza di deformazione nel piastrone è significativamente più limitata di quella nel banco argilloso, il che nel complesso si traduce in un'attenuazione del moto sismico dal bedrock alla superficie, per l'effetto dell'irrigidimento esercitato dal conglomerato sull'argilla. La stessa ampiezza di deformazione mostra un netto incremento appena al di sotto della piastra di conglomerato, con valori di picco oltre la soglia volumetrica  $\gamma_v$  lungo gran parte dello spessore dello strato argilloso, in corrispondenza del quale quindi è lecito attendersi importanti sovrappressioni interstiziali indotte dal moto sismico. I cedimenti sviluppati dall'abitato possono essere ricondotti pertanto ad una ricompressione post-ciclica a seguito delle sovrappressioni interstiziali indotte dal sisma nel banco di argilliti.

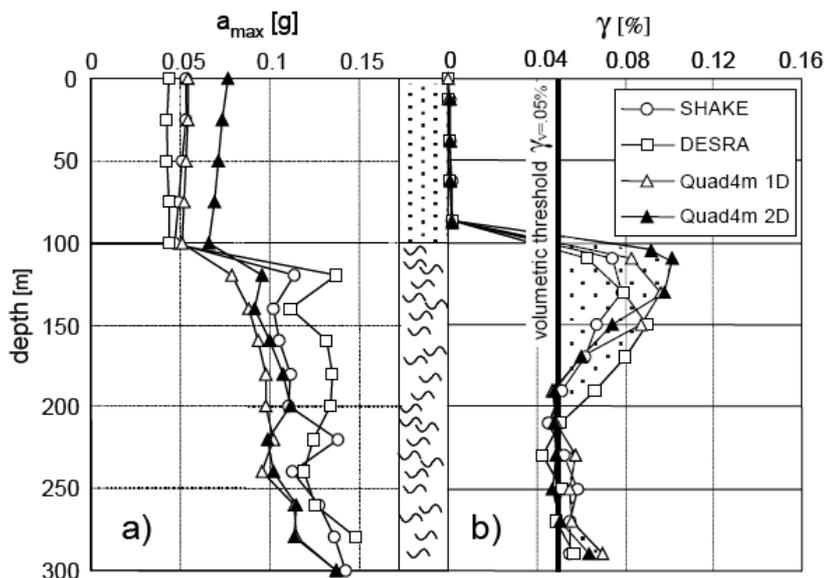


Figura 2.10 - Profili dell'accelerazione massima  $a_{max}$  e dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$  ottenuta da analisi 1-D e 2-D per l'abitato di Bisaccia (Lanzo *et al.*, 2004).

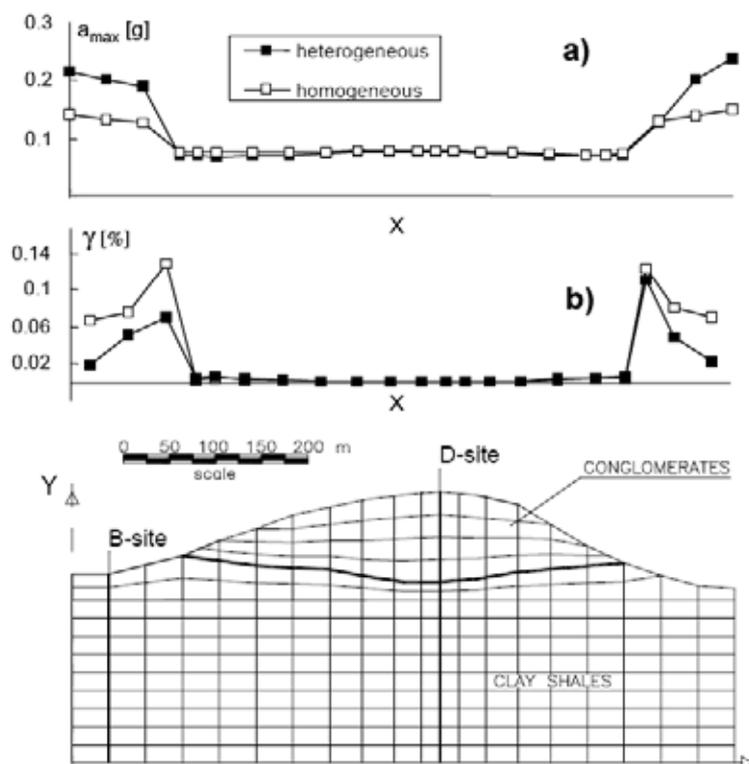


Figura 2.11 - Distribuzione dell'accelerazione massima  $a_{max}$  e della deformazione massima  $\gamma$  in superficie ottenute dalle analisi bidimensionali del Colle di Bisaccia (Lanzo *et al.*, 2004).

Gli andamenti in superficie dell'accelerazione e della deformazione di picco ottenuti dalle analisi (**Fig. 2.11**) mostrano che, a differenza di quanto accade per la zona del centro abitato, edificato sui conglomerati, l'amplificazione del moto sismico in prossimità della superficie dei valloni è particolarmente accentuata, dando luogo ad accelerazioni superiori anche del 50% rispetto al valore di picco al bedrock, mentre le deformazioni superano la soglia volumetrica anche in corrispondenza dell'affioramento delle argille.

Rimanendo nell'ambito dei rilievi costituiti da materiali rocciosi poggianti su un substrato più deformabile, si riportano alcuni risultati delle analisi eseguite da Costanzo (2006) relativamente al Colle di Gerace (RC). Analogamente alla condizione stratigrafica di molti dei colli piroclastici del centro Italia, la parte sommitale del Colle è costituita da un'alternanza di materiali litoidi (arenarie e calcareniti), mentre la porzione inferiore è costituita da marne argillose, significativamente più deformabili, che poggiano su un substrato di argille varicolori scagliose, con l'intercalazione di uno strato di sabbie e conglomerati di moderato spessore (**Fig. 2.12**). I rilievi geomorfologici dei movimenti franosi della zona hanno messo in evidenza l'esistenza non solo di crolli di blocchi rocciosi dalla rupe, scivolamenti e colate nelle porzioni inferiori, ma anche di imponenti movimenti indotti nelle formazioni sovrastanti, spesso classificabili come deformazioni gravitative profonde.

La **Figura 2.13** riporta il profilo della velocità delle onde di taglio dei materiali che sono stati utilizzati nelle analisi monodimensionali (codice EERA) con modello costitutivo lineare equivalente, e nelle analisi bidimensionali (codice alle differenze finite FLAC). Le analisi sono state condotte utilizzando tre accelerogrammi rappresentativi delle maggiori scosse appartenenti alla sequenza sismica del 1783, uno dei massimi eventi che hanno interessato storicamente il sito di Gerace.

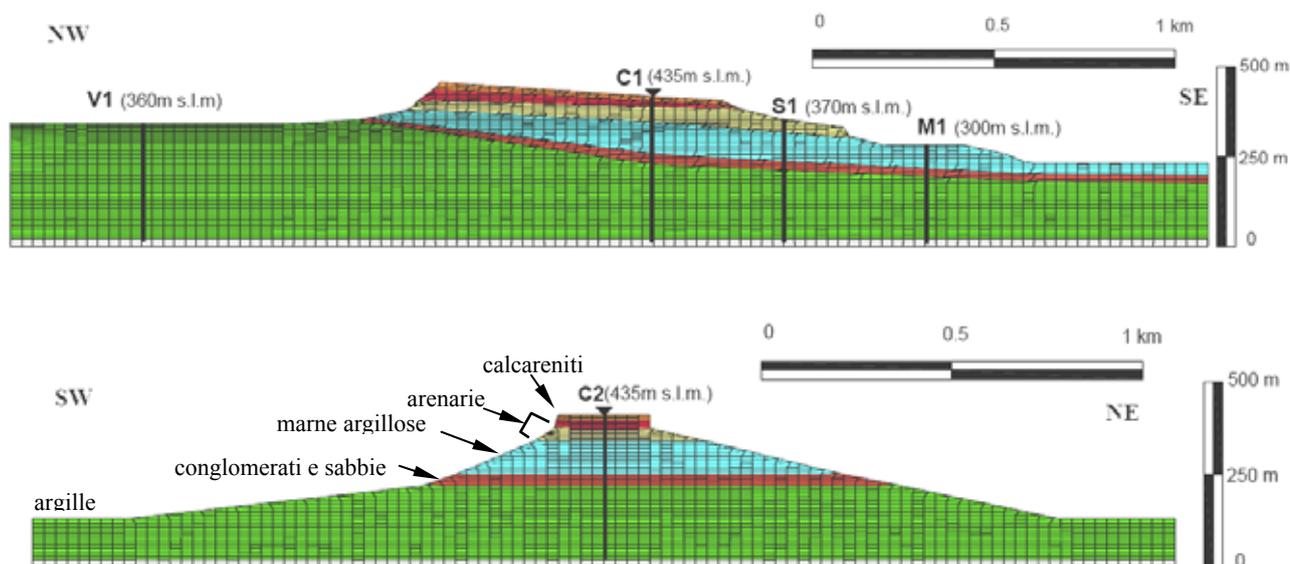


Figura 2.12 – Modelli bidimensionali per le analisi di risposta sismica del Colle di Gerace con indicazione dei litotipi e delle verticali di riferimento (Costanzo, 2006).

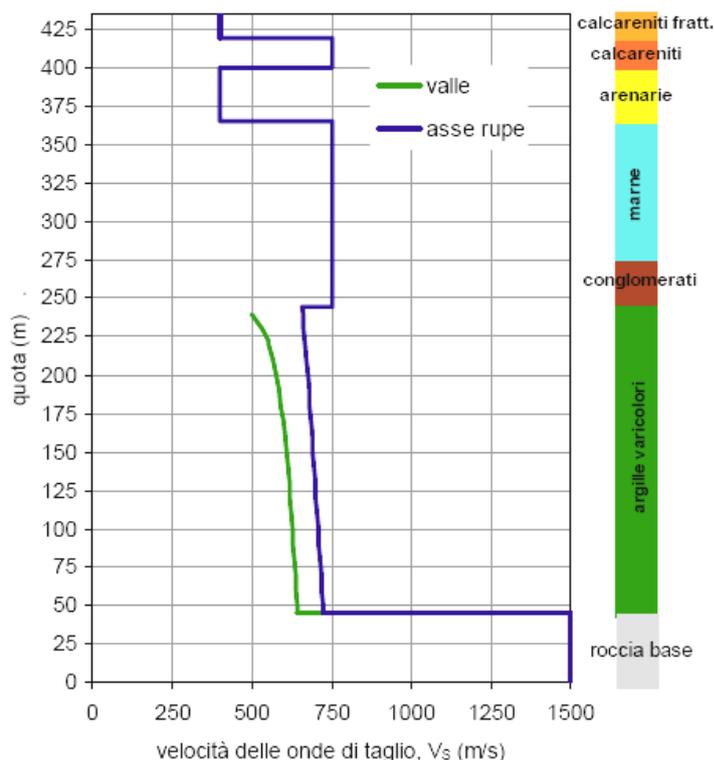


Figura 2.13 – Profilo della velocità delle onde di taglio  $V_s$  dei materiali utilizzati nella modellazione 1-D e 2-D del Colle di Gerace. Per le Argille Varicolori si è fatto riferimento a due andamenti differenti in dipendenza della condizione di affioramento al fondo valle o di quella soggiacente ai materiali più rigidi che costituiscono il colle (Costanzo, 2006).

Nei profili di accelerazione ottenuti dalle analisi monodimensionali in corrispondenza della verticale C1 nel piastrone roccioso (**Fig. 2.14**) è possibile notare che negli strati più profondi (argille, conglomerati e marne) l'accelerazione massima risulta deamplificata rispetto a quella al bedrock (0.20 g), mentre subisce una rilevante amplificazione all'interno della formazione

arenaceo-sabbiosa, continuando questa tendenza anche nelle calcareniti, ma rimanendo comunque relativamente confrontabile con quella alla base. Dal profilo delle deformazioni massime ( $\gamma_{max}$ ) indotte si può verificare che esse non superano la soglia volumetrica di deformazione  $\gamma_v$ , oltre la quale è possibile la generazione di sovrappressioni interstiziali, se non all'interno della formazione arenacea; il profilo mostra infatti una tendenza di incremento significativo delle deformazioni al passaggio tra marne ed arenarie, con valori di  $\gamma_{max}$  fino a 0.11%. Questi valori deformativi localizzati sono giustificati dal forte contrasto di impedenza tra le arenarie e marne inferiori e le calcareniti sovrastanti, caratterizzate da un valore di  $V_S$  all'incirca doppio rispetto a quello delle arenarie stesse.

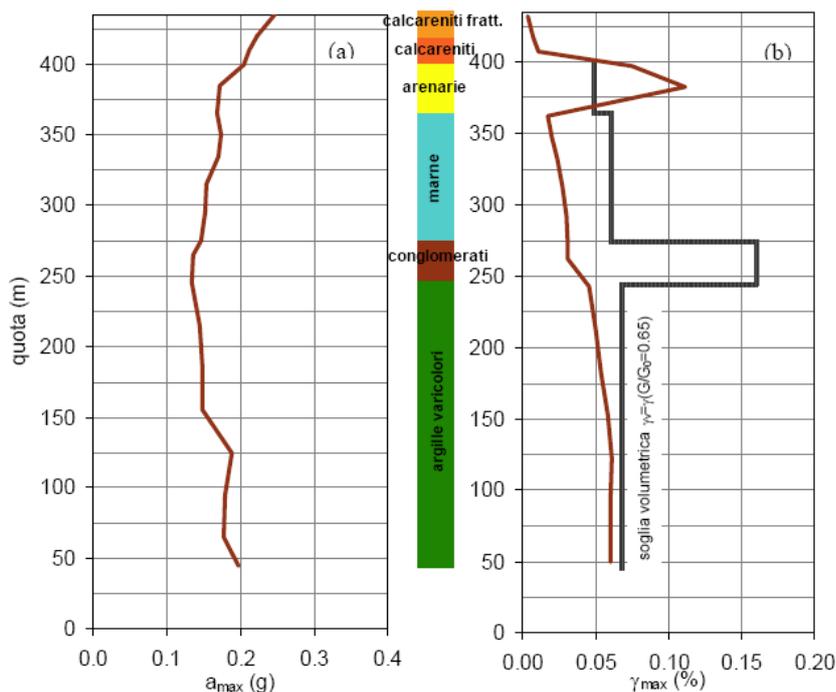


Figura 2.14 – Risultati delle analisi monodimensionali di risposta sismica locale in corrispondenza della verticale C1 (**Figura 2.10**) in termini dei profili di accelerazione massima  $a_{max}$ (a) e di deformazione massima  $\gamma_{max}$  (b); queste ultime sono poste a confronto con il profilo (in nero) della soglia volumetrica  $\gamma_v$  (Costanzo, 2006).

Nel caso in cui affiora la formazione arenacea, le deformazioni tangenziali indotte dal sisma in tali materiali si incrementano solo fino a valori di 0.06%, risultando quindi dimezzate rispetto a quelle ottenute per la verticale C1. Ciò avviene in quanto, pur permanendo il contrasto di impedenza con le marne sottostanti, viene a mancare l'“effetto incastro” prodotto dalle calcareniti (**Fig. 2.15**). L'accelerazione massima in superficie viene leggermente ad aumentare, rimanendo comunque al di sotto di 0.3 g.

Il confronto con le analisi 2-D indica che in corrispondenza delle verticali centrali sul piastrone litoide C1 e C2 i profili delle accelerazioni massime e delle deformazioni massime ribattono approssimativamente gli andamenti delle analisi 1-D nel solo caso della sezione di analisi NW, tracciata lungo la direzione di maggiore estensione del colle (profilo C1) (**Fig. 2.16**). Per la sezione SW, tracciata in direzione ortogonale alla prima in maniera da sezionare trasversalmente il Colle, la morfologia più acclive e con minore larghezza in cresta determina una rilevante amplificazione delle accelerazioni e delle deformazioni massime, specialmente nelle formazioni arenacee e calcarenitiche (profilo C2).

Le **figure 2.17 e 2.18** mostrano i profili orizzontali delle accelerazioni massime in superficie e al tetto delle argille varicolori, rispettivamente lungo la sezione NW-SE e SW-NE. Per la formazione argillosa sotto al piastrone l'ampiezza del moto al tetto delle argille risulta più bassa (in sezione NW-SE) o tutto al più confrontabile (in sezione SW-NE) con quella del moto di riferimento (0.20 g al bedrock); invece, sugli affioramenti della stessa formazione la  $a_{max}$  ha valori decisamente più elevati fino a raggiungere, lungo la sezione più stretta, valori anche superiori a 0.30g. La focalizzazione delle onde provoca effetti di amplificazione più significativi lungo tutto il profilo superficiale della rupe: in particolare la parte sommitale subisce un fenomeno di amplificazione del moto nettamente più pronunciato. I picchi di accelerazione in sommità assumono valori tra 0.5 e 0.6 g in corrispondenza delle pareti verticali e tendono a ridursi verso il centro del piastrone (0.46 g sulla verticale C2).

Lungo la sezione NW-SE (**Fig. 2.17**), i picchi sono nettamente più bassi, proprio per il diverso effetto del profilo topografico in questa direzione. L'accelerazione assume valori massimi sulle calcareniti lungo i versanti della rupe e si attenua, come notato anche per l'altra sezione, verso il centro del piastrone, con un valore minimo di 0.23 g, confrontabile con quello del moto di riferimento.

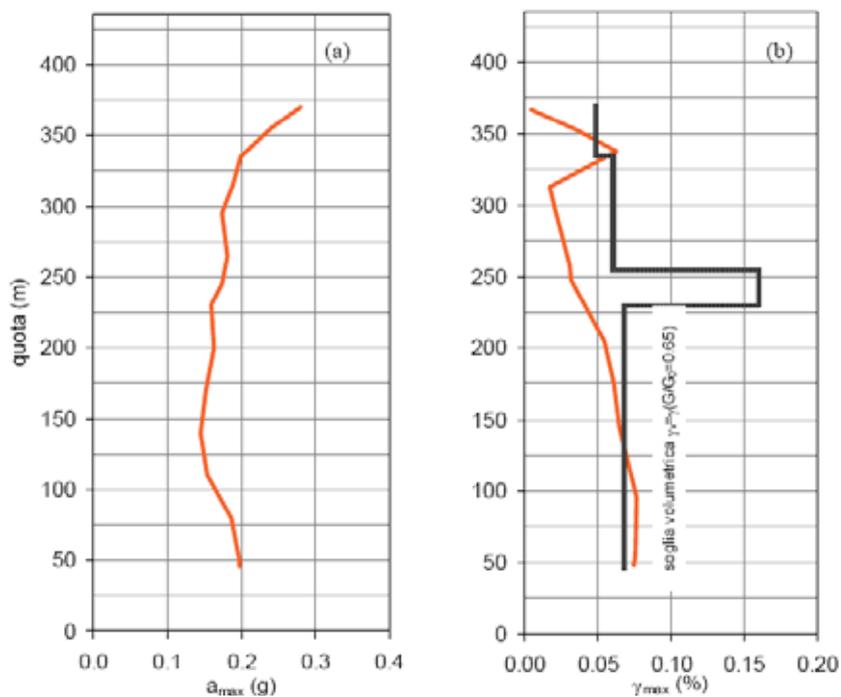


Figura 2.15 – Analisi monodimensionali di risposta sismica locale in corrispondenza della verticale S1 (**Figura 2.12**) del Colle di Gerace in termini dei profili di accelerazione massima  $a_{max}$  (a) e di deformazione massima  $\gamma_{max}$  (b) (Costanzo, 2006).

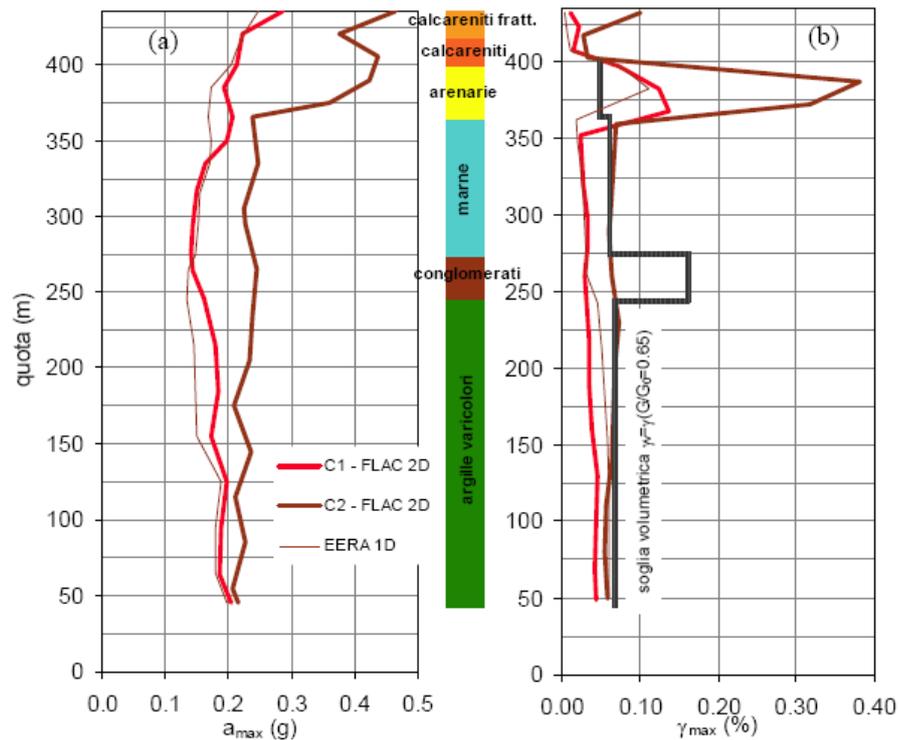


Figura 2.16 – Confronto tra l’analisi monodimensionale (profilo EERA 1-D) e le analisi bidimensionali (profili C1 e C2 FLAC 2D) eseguite su due differenti sezioni del Colle di Gerace in termini di accelerazione massima  $a_{max}$  (a) e di deformazione massima  $\gamma_{max}$  (b) (Costanzo, 2006).

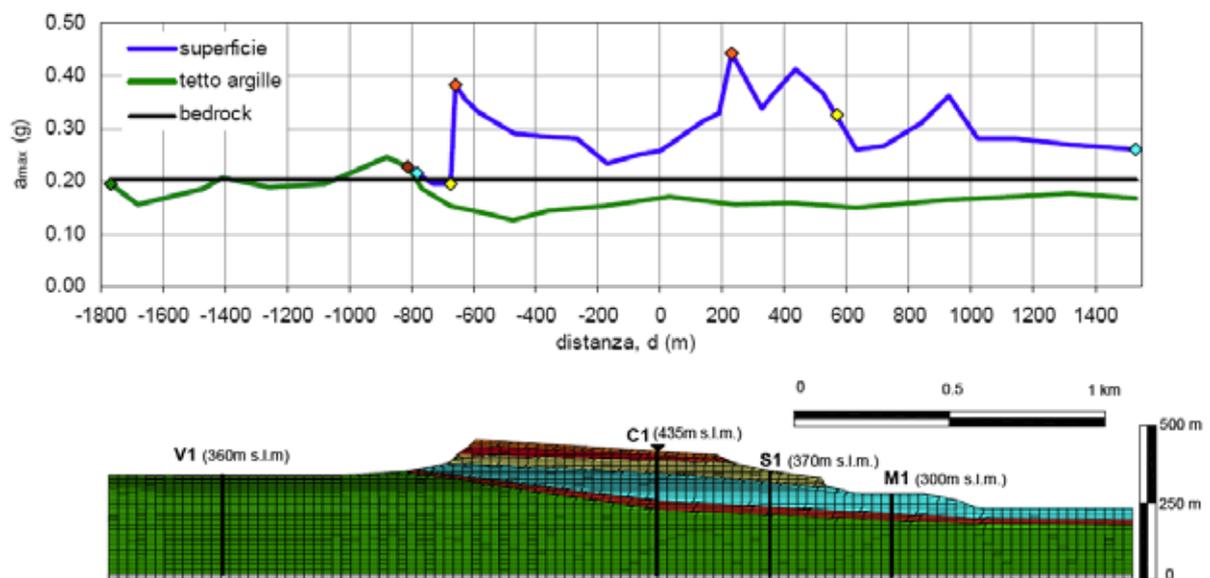


Figura 2.17 – Profili delle accelerazioni massime  $a_{max}$  in superficie per l’analisi dinamica bidimensionale della sezione NW-SE del Colle di Gerace. La linea blu rappresenta il profilo di accelerazione orizzontale in superficie; la linea verde si riferisce alle accelerazioni nei nodi al contatto tra argille e conglomerati; i simboli disposti lungo il profilo blu indicano la posizione, in affioramento, dei punti di passaggio stratigrafico tra i diversi litotipi (Costanzo, 2006).

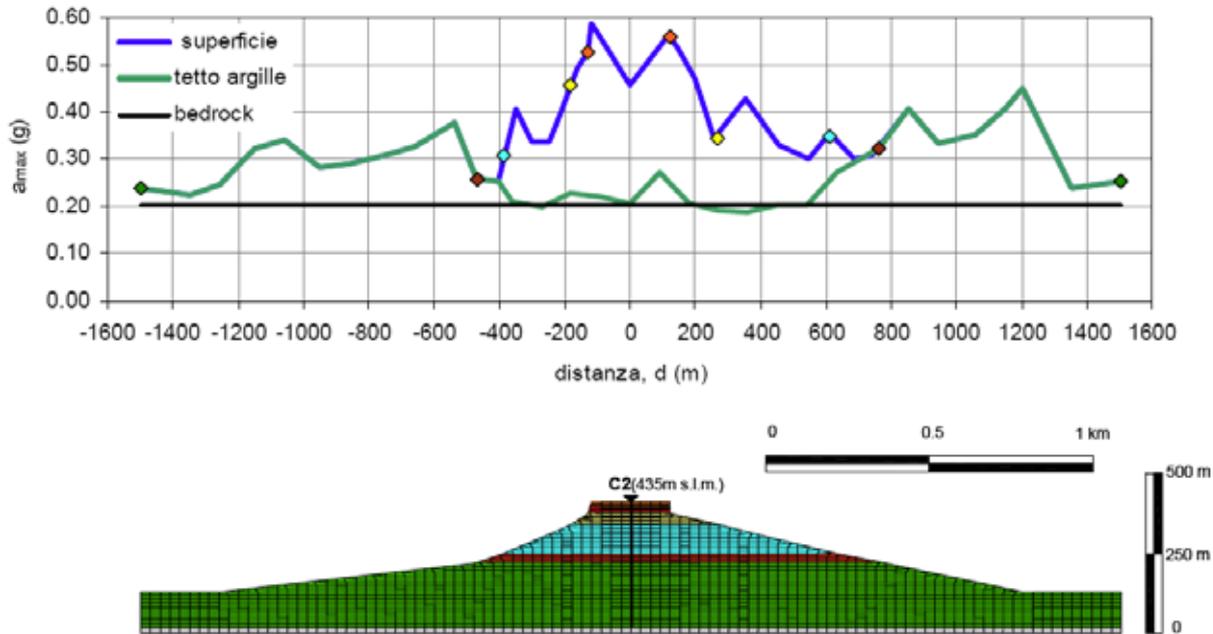


Figura 2.18 - Profili delle accelerazioni massime  $a_{max}$  in superficie per l'analisi dinamica bidimensionale della sezione NE-SW del Colle di Gerace (Costanzo, 2006).

In **Figura 2.19.a** si riporta il confronto tra i contenuti in frequenza del moto in superficie, nelle verticali di riferimento, e quello al bedrock, in termini di spettri di risposta. Lungo tutto il campo di periodi significativi si osserva un'amplificazione del moto in superficie rispetto al bedrock. Per ciascun punto di riferimento le ampiezze spettrali risultano più elevate del rispettivo valore di accelerazione massima in superficie  $a_{max}$  (ordinata dello spettro per  $T=0$ ) fino a periodi dell'ordine di 2 s.

In **Figura 2.19.b** sono rappresentate le funzioni di trasferimento dal bedrock alla superficie calcolate mediante il rapporto tra i rispettivi spettri di Fourier. Su tutti gli affioramenti, e soprattutto sulle calcareniti, si produce un'amplificazione alle frequenze medio-basse (0÷1 Hz) che sono però poco significative nello spettro del moto di riferimento (punti C1 e C2). Alle frequenze maggiori di 1 Hz, cioè quelle dominanti nel moto del bedrock, fino a 8 Hz, si osservano picchi di amplificazione su arenarie, marne e calcareniti, con valori della funzione di trasferimento comunque superiori ad 1.

In virtù degli effetti topografici prima discussi, lungo la verticale C2 l'amplificazione è nettamente superiore all'unità lungo tutto il campo di frequenze; in particolare si osserva un picco molto evidente in corrispondenza di 7 Hz, che potrebbe rappresentare la frequenza fondamentale della sezione bidimensionale SW-NE.

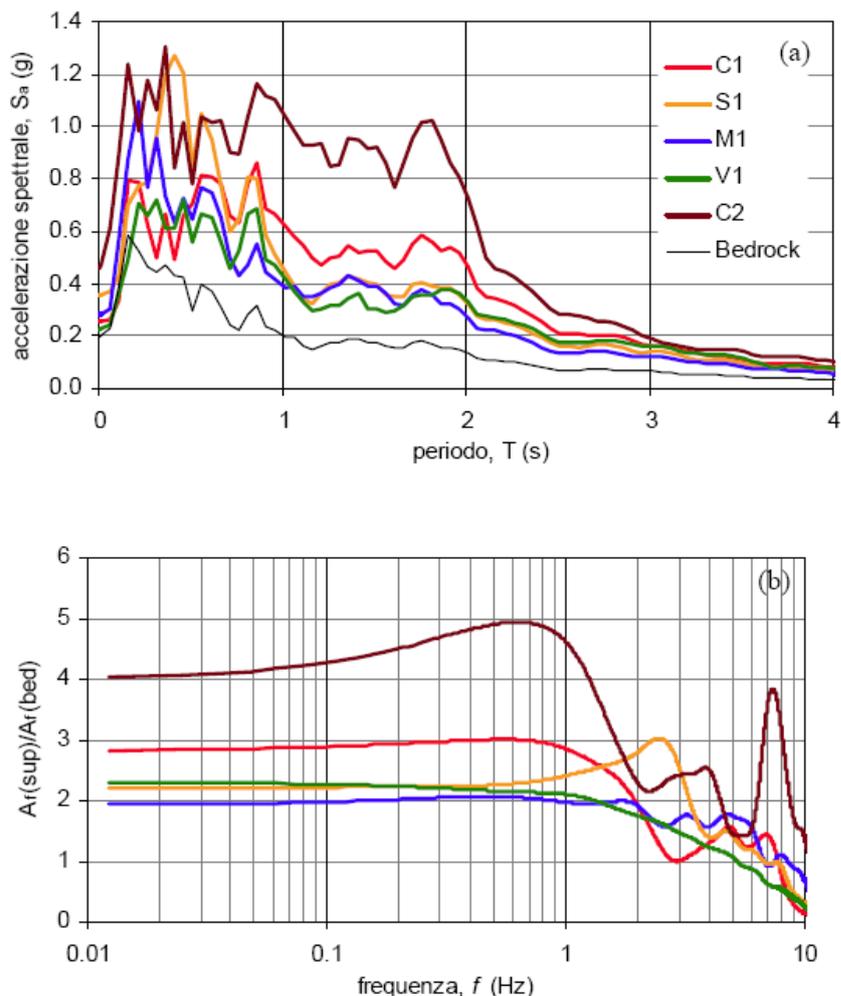


Figura 2.19 – Risultati delle analisi dinamiche bidimensionali in termini di spettro di risposta (a) e di funzione di trasferimento (b) per vari punti superficiali dei modelli del Colle di Gerace (Costanzo, 2006).

Pagliarioli *et al.* (2011) hanno svolto un'analisi di risposta sismica locale della Rupe di Nicastro (CZ), attraverso un modello semplificato preliminare, con caratteristiche meccaniche omogenee ( $\rho=2.6 \text{ Mg/m}^3$ ,  $V_S=1200 \text{ m/s}$ ,  $\nu=0.25$ ), e successivamente mediante un modello più elaborato, che tiene conto dell'effettiva successione stratigrafica. Il modello semplificato omogeneo, elaborato sia con un codice FDM che con un codice BEM, riproduce la sezione trasversale della rupe di Nicastro, di altezza  $H=70 \text{ m}$  e larghezza alla base  $L=180 \text{ m}$ . Esso permette già di evidenziare alcune proprietà amplificative con il solo uso di accelerogrammi costituiti da una forma d'onda artificiale (onda di Ricker). In particolare si verifica che la più intensa amplificazione della componente orizzontale può essere ottenuta con un'onda Ricker di frequenza predominante  $f_0=4 \text{ Hz}$ , corrispondente ad una lunghezza d'onda di poco superiore alla larghezza del rilievo alla base (**Fig. 2.20**). La componente orizzontale del moto subisce un'amplificazione crescente gradualmente lungo il versante della Rupe, con valore massimo raggiunto in cresta ed andamento che riproduce la conformazione irregolare del rilievo. La componente verticale (non presente nel moto di input che viene applicato come onda di tipo SV) manifesta invece i suoi valori massimi ad un'altezza intermedia lungo i versanti, per subire una forte diminuzione nelle zone più alte, fino ad annullarsi completamente in cresta.

Le analisi sul modello comprendente la variabilità stratigrafica del colle di Nicastro confermano le osservazioni di carattere qualitativo ottenute con il modello omogeneo semplificato. Esse inoltre sono state associate ad una serie di analisi di risposta sismica 1-D, eseguite con le diverse successioni stratigrafiche soggiacenti ad alcuni punti caratteristici della Rupe, al fine di discernere l'effetto topografico dell'amplificazione da quello stratigrafico. Infatti, il fattore di amplificazione totale ottenuto su un generico punto superficiale del modello bidimensionale  $a_{h,max(2D)}/a_{ff}$  (rispetto all'accelerazione massima in assenza del Colle  $a_{ff}$ ) può essere facilmente scomposto nel fattore di amplificazione stratigrafica  $a_{h,max(1D)}/a_{ff}$  (dove  $a_{h,max(1D)}$  è la massima accelerazione orizzontale ricavata dall'analisi monodimensionale eseguita sulla stratigrafia soggiacente al punto) ed in un fattore di amplificazione topografica  $a_{h,max(2D)}/a_{h,max(1D)}$ .

La stessa scomposizione può essere eseguita a livello spettrale, ottenendo un fattore di aggravio topografico in funzione della frequenza (Fig. 2.21). Esso presenta massimi compresi tra 1.5 e 2.5, proprio per le armoniche caratteristiche già riconosciute grazie alle analisi su modello omogeneo.

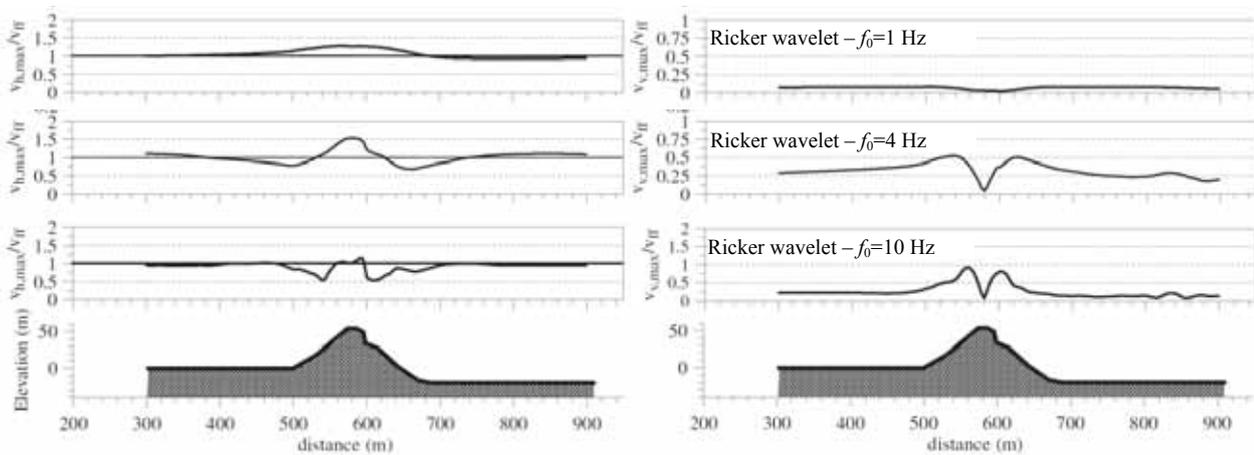


Figura 2.20 – Profili del rapporto di amplificazione delle componenti orizzontale,  $v_{h,max}$ , e verticale,  $v_{v,max}$ , della velocità, rispetto alla componente orizzontale in condizioni di campo libero  $v_{ff}$ , per le analisi del Colle di Nicastro con modello semplificato omogeneo (Pagliaroli *et al.*, 2011).

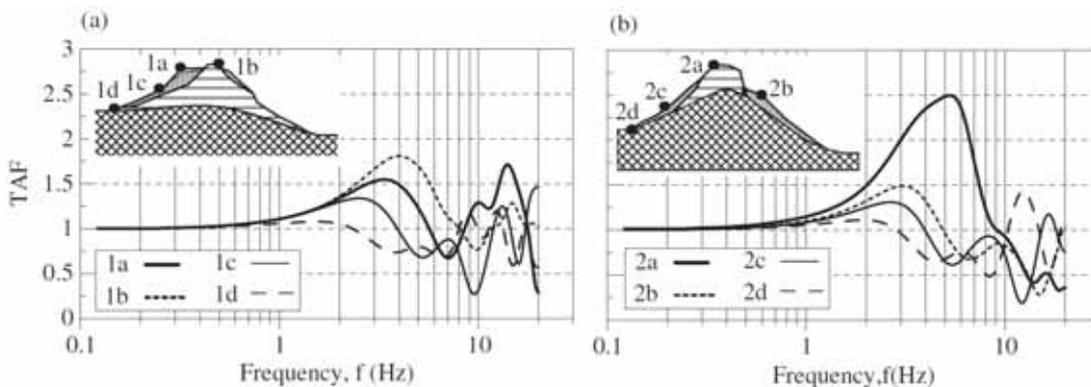


Figura 2.21 – Andamento spettrale del fattore di aggravio topografico TAF su diversi punti del Colle di Nicastro, ottenuto dal confronto tra le due analisi bidimensionale su modelli con variabilità stratigrafica e le analisi monodimensionali nei punti stessi (Pagliaroli *et al.*, 2011).

## 2.2 Influenza delle cavità

Lo studio dei fenomeni di diffrazione delle onde attorno ad ostacoli, nato nell'ambito dell'ottica ondulatoria, fu inquadrato nel contesto della teoria delle onde meccaniche da Lord Rayleigh (1872, 1896). La ricerca sull'argomento continuò tuttavia ad essere oggetto quasi esclusivo dell'ottica, dell'elettromagnetismo, e della meccanica dei fluidi, discipline in seno alle quali vennero sviluppati gli strumenti matematici utili alla sua trattazione. Non fu fino al 1955 che il problema fu affrontato nel contesto della teoria dei solidi elastici, tra gli altri, da Nishimura e Jimbo (1955) a proposito della concentrazione degli sforzi attorno a difetti o anomalie geometriche (cavità) del continuo. I risultati di questi Autori mostravano infatti che in condizioni dinamiche il fattore di concentrazione degli sforzi (rapporto tra lo stato di sforzo locale in prossimità della cavità e lo stato di sforzo indisturbato nel mezzo), poteva aumentare, per alcune frequenze, ben oltre il valore assunto in condizioni statiche.

Con questa impostazione, il problema venne quindi approfondito in un'estesa monografia di Mow e Pao (1971), redatta nell'ambito di un progetto di ricerca relativo all'influenza su una struttura sotterranea dallo shock sismico generato da esplosioni nucleari. L'obiettivo ultimo dello studio era quello di verificare gli effetti in prossimità della cavità o nell'eventuale struttura di rivestimento, e la trattazione era rivolta a cavità immerse in uno spazio continuo indefinito. Sotto tali ipotesi Mow e Pao (1971) presentavano una trattazione esaustiva di tutti i metodi analitici utilizzabili per la risoluzione del problema, riportando numerose soluzioni.

Il passaggio al problema della cavità residente in un semispazio, anziché nello spazio indefinito, complica notevolmente il quadro, dal momento che rende necessaria l'aggiunta dei campi d'onda riflessi dalla frontiera piana. La risoluzione analitica in forma chiusa è disponibile solo per alcuni casi particolari e richiede comunque calcoli complessi. Infatti, anche assumendo alcune ipotesi fortemente semplificative (uniformità, isotropia ed elasticità lineare del mezzo di propagazione, presenza di un'unica cavità cilindrica a sezione circolare), il problema meccanico presenta un'elevata complessità, tanto che tutti gli studi di carattere applicativo, anche partendo da un'impostazione analitica, sono limitati al caso piano (ovvero a cavità cilindriche) e vengono sviluppati con metodi di soluzione approssimati. Numerosi sono gli articoli pubblicati in questo periodo nel campo di ricerca dell'ingegneria sismica, con l'intento di caratterizzare e studiare non più il moto e lo stato di sforzo nei dintorni della cavità, quanto quello sulla superficie limite del semispazio (Lee, 1977; Lee e Trifunac, 1979; Dravinski, 1983; Wong *et al.*, 1985).

Gli studi di tipo analitico e semianalitico permettono di evidenziare l'influenza dei principali fattori in gioco (**Fig. 2.22**): raggio della cavità  $a$ , profondità del centro della cavità dalla superficie  $h$ , pulsazione  $\omega$  ed inclinazione  $\theta$  del fronte d'onda piano incidente, coefficiente di Poisson  $\nu$ . Se la cavità è riempita o rivestita mediante un mezzo di caratteristiche elastiche differenti, si aggiungono ovviamente il rapporto di impedenza dei due mezzi  $\alpha$  e le rispettive densità  $\rho_1$  e  $\rho_2$ . Se la cavità è rivestita si devono considerare infine lo spessore  $s$  dell'anello di rivestimento e la sua rigidezza  $\mu$ .

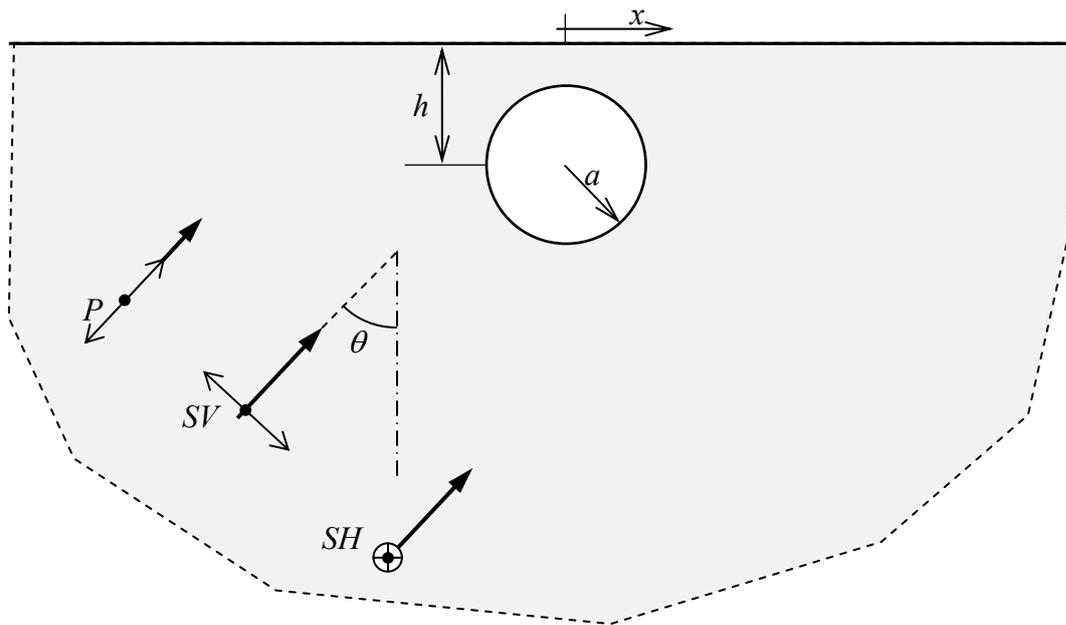


Figura 2.22 – Schema bidimensionale di cavità cilindrica a sezione circolare in un semispazio uniforme investito da onde P ed SV (con direzione di polarizzazione appartenente al piano del disegno), o da onde SH (con direzione di polarizzazione ortogonale al piano del disegno).

I risultati sono spesso rappresentati in funzione di alcune grandezze adimensionali come l'ascissa normalizzata  $x/a$  e la frequenza normalizzata dell'onda incidente  $\eta=2a/\lambda=\omega a/\pi V_S$  (dove  $x$  è l'ascissa orizzontale sulla superficie del semispazio). Il loro uso consente di estendere i risultati di un'unica analisi ad un insieme di casi diversi nell'ambito dei quali le grandezze in gioco si trovano in determinati rapporti prefissati.

I primi lavori trattano, nelle ipotesi sopra elencate, il caso di onde incidenti piane di tipo SH (Lee, 1977; Lee e Trifunac, 1979). Tale problema presenta una maggiore semplicità in quanto la direzione di polarizzazione dell'onda appartiene alle giaciture delle superfici di riflessione, piane o cilindriche, determinando l'assenza di fenomeni di *mode-conversion*: il moto infatti può essere integralmente trasmesso nella riflessione di sole onde SH, senza la generazione di onde parassite con diversa polarizzazione (P o SV). Grazie a tale condizione i campi d'onda incidente e quelli riflessi da tutte le superfici possono essere espressi in forma omogenea, facendo uso di serie di funzioni cilindriche, e sommati più facilmente per via analitica in un sistema di coordinate polari.

La **Figura 2.23** riporta, ad esempio, alcuni risultati di Lee (1977) per una particolare configurazione geometrica ( $h=1.5a$ ), per quattro diversi valori della frequenza normalizzata  $\eta$  dell'onda incidente e per quattro diversi angoli di incidenza  $\theta$ . I risultati sono espressi sotto forma di ampiezza dello spostamento sulla superficie del semispazio in funzione dell'ascissa normalizzata  $x/a$ . Dal momento che le analisi sono svolte assumendo un moto armonico incidente con ampiezza di spostamento unitaria, gli stessi diagrammi rappresentano anche l'amplificazione rispetto al moto incidente. A tal proposito si deve richiamare il fatto che l'amplificazione alla superficie del semispazio in assenza di cavità è pari a 2 per incidenza verticale e diminuisce gradualmente al crescere dell'angolo  $\theta$  (cfr. **Capitolo 3**).

Sebbene complicata dall'elevata quantità di informazioni in essa contenute, la **Figura 2.23** fornisce alcune indicazioni sintetiche fondamentali. E' evidente, ad esempio, l'aumento dell'ampiezza delle creste di amplificazione, sul lato "illuminato" dal fronte, al crescere dell'angolo di incidenza  $\theta$  ed in modo speciale per le frequenze più elevate ( $\eta=2$ ). Tale aumento è tuttavia accompagnato da una crescita della variabilità lungo la superficie del semispazio, dove si registra una fitta alternanza di creste di amplificazione e gole di deamplificazione.

Fissando l'attenzione su alcuni punti della superficie del semispazio (in particolare per i tre punti  $x=-2a$ ,  $x=0$ ,  $x=2a$ ), la **Figura 2.24** riporta i risultati delle stesse analisi di Lee (1977) al variare della frequenza dell'onda incidente. Si nota la presenza di una prima frequenza caratteristica (per  $\eta \approx 0.4$ ) la cui importanza tende a diminuire al crescere dell'angolo di incidenza  $\theta$ .

La **Figura 2.25** mostra i risultati, in termini di funzioni di amplificazione per tre punti della superficie, del caso trattato da Lee e Trifunac (1979), simile al precedente di Lee (1977). Esso comprende anche un rivestimento della cavità mediante un anello di materiale elastico. L'entità dello spessore  $s$  dell'anello (rappresentato dal valore normalizzato rispetto al raggio  $t = s/a = 0.1$ ) e quella del rapporto tra rigidità dell'anello e rigidità al taglio del continuo  $\mu_1/\mu_0 = 0.35$  sono tali da rendere i risultati molto simili a quelli per cavità non rivestita (**Fig. 2.24**).

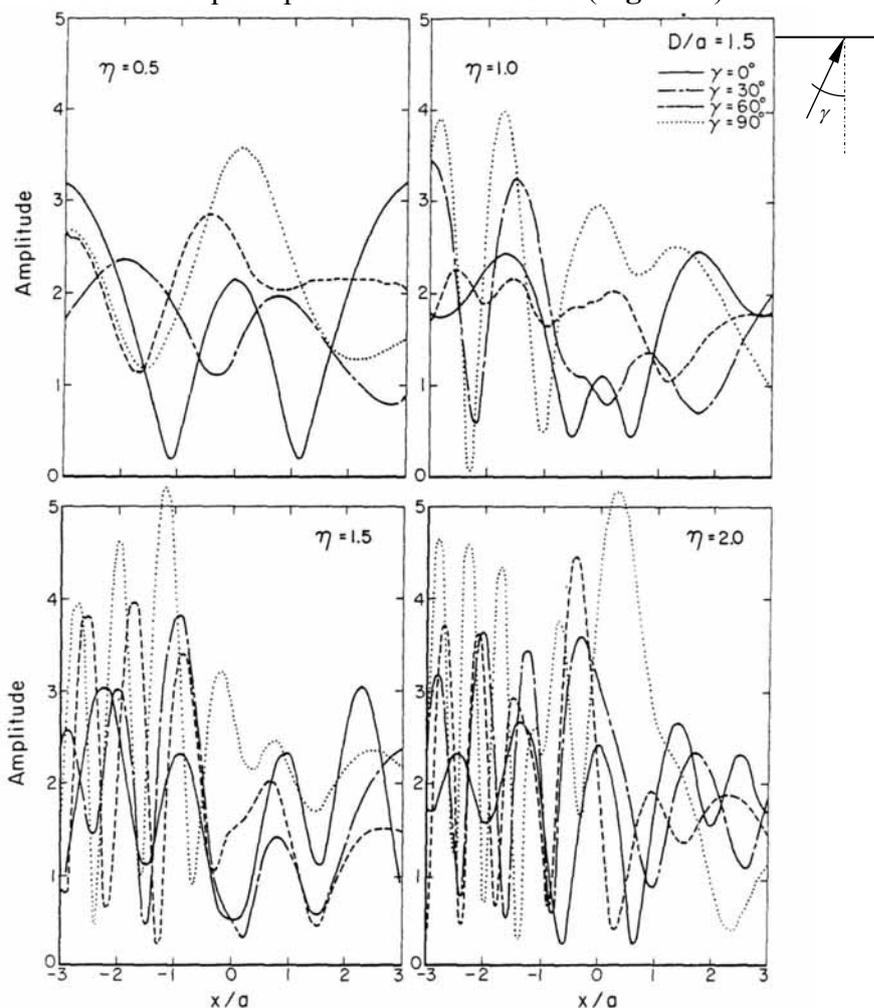


Figura 2.23 - Amplificazione del moto, rispetto al moto incidente, lungo la superficie del semispazio per quattro onde SH di diversa frequenza normalizzata  $\eta$ , incidenti con diverso angolo  $\theta$  (in figura denominato  $\gamma$ ) su una cavità di profondità normalizzata  $h/a=1.5$  (in figura indicato  $D/a$ ) (Lee, 1977).

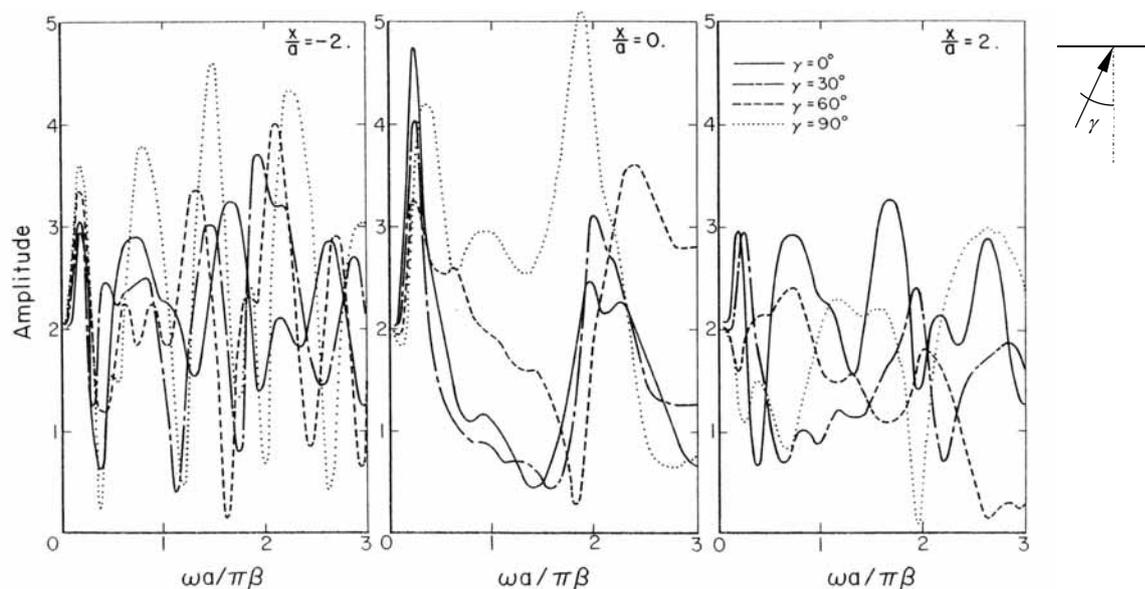


Figura 2.24 – Ampiezza dello spettro del moto in superficie in funzione della frequenza normalizzata  $\eta = \omega a / \pi V_s$ , per tre punti della superficie del semispazio corrispondenti alle coordinate  $x = -2a$ ,  $x = 0$  e  $x = +2a$ . Onda SH di ampiezza unitaria, incidente con diverso angolo  $\theta$  (in figura denominato  $\gamma$ ) su una cavità di profondità normalizzata  $h/a = 1.5$  (Lee, 1977).

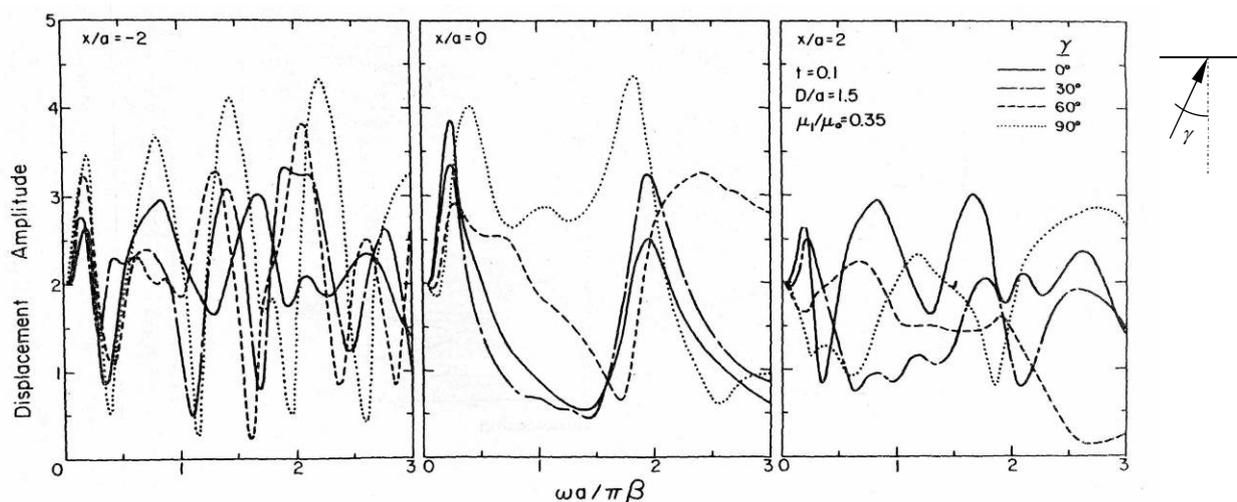


Figura 2.25 – Ampiezza dello spettro del moto per tre punti della superficie del semispazio corrispondenti alle coordinate  $x = -2a$ ,  $x = 0$  e  $x = +2a$  in funzione della frequenza normalizzata  $\eta = \omega a / \pi V_s$ . Onde SH di ampiezza unitaria, incidenti con diverso angolo  $\theta$  (in figura indicato con  $\gamma$ ) su una cavità di profondità normalizzata  $h/a = 1.5$  (in figura indicata con  $D/a$ ), rivestita con un anello di spessore normalizzato  $t/s = 0.1$  m, e rigidezza al taglio  $\mu_1$  pari a 0.35 volte quella  $\mu_0$  del continuo (Lee e Trifunac, 1979).

Rimanendo nel caso della diffrazione di onde SH su cavità cilindrica a sezione circolare, il recente lavoro di Smerzini *et al.* (2009) conferma i risultati appena esposti, estendendoli a considerazioni di carattere più applicativo, che fanno uso anche di accelerogrammi reali come moto incidente. Tale lavoro riporta, per un insieme di casi sufficientemente rappresentativo del problema, le funzioni di trasferimento su alcuni punti della superficie del semispazio (tipicamente il punto in asse alla cavità e quelli a distanze  $x/a = \pm 1$ ,  $x/a = \pm 2$ ) dalle quali è evidente un primo picco di amplificazione per frequenze normalizzate basse (**Fig. 2.26**). In accordo con gli studi precedenti, gli Autori evidenziano come il valore della prima frequenza di amplificazione risulti una caratteristica indipendente dalla direzione di incidenza dell'onda. Essi inoltre, mediante il metodo approssimato

di Rayleigh (Dobry *et al.*, 1976), trovano conferma del fatto che tale frequenza corrisponda alla prima frequenza propria di oscillazione della porzione di continuo compresa tra la superficie limite del semipiano, il bordo della cavità e le direzioni dei due raggi della cavità inclinati rispetto alla verticale di un angolo  $\theta_0$  di circa 80-85° (Fig. 2.27). L'analisi di diverse configurazioni geometriche consente di verificare infine come la frequenza normalizzata del primo modo di vibrare risulti ben interpolata dall'espressione (Fig. 2.28):

$$\eta_p \cong \frac{a_c}{3H} \quad (2.3)$$

dalla quale si deduce che la lunghezza d'onda associata al modo fondamentale di vibrazione della volta della cavità risulta  $\lambda_p \cong 6H$  ed il corrispondente periodo è pari a  $T_p = 6H/V_s$ .

Smerzini *et al.* (2009) confermano quindi i risultati analitici attraverso l'analisi di risposta ottenuta con sette accelerogrammi reali, ancorati alla massima accelerazione su affioramento rigido  $a_g = 0.25$  g, che ribattono lo spettro di risposta suggerito per sottosuolo rigido dall'Eurocodice (EC8), e che si propagano come onde SH in direzione verticale. Le analisi vengono svolte utilizzando le funzioni di trasferimento analiticamente determinate e vengono interpretate in termini di rapporto spettrale  $R_{SA}$  tra lo spettro di risposta in output (con rapporto di smorzamento  $\xi = 5\%$ ) e lo spettro di input.

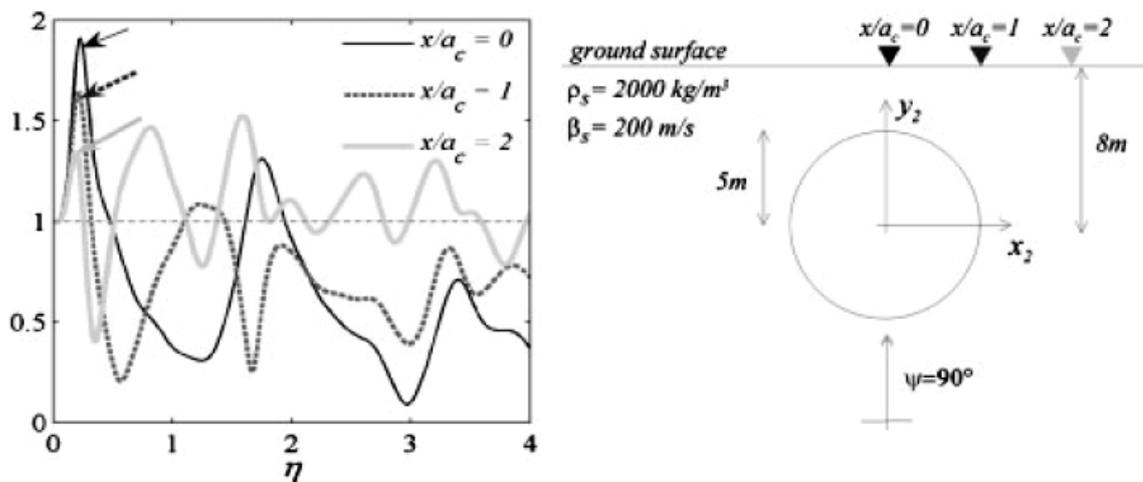


Figura 2.26 – Funzioni di trasferimento per tre punti superficiali a diversa distanza normalizzata  $x/a$  dall'asse della cavità non rivestita per onde SH incidenti verticalmente verso l'alto (Smerzini *et al.*, 2009).

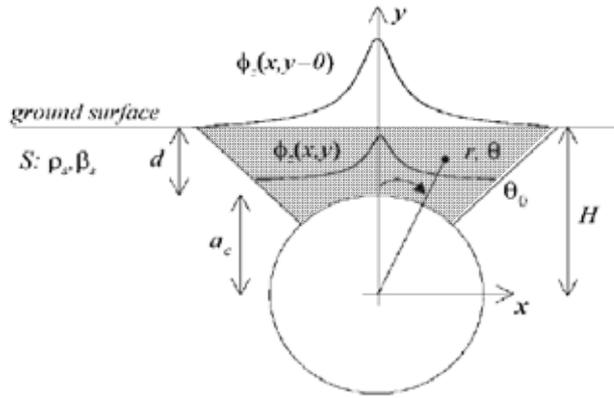


Figura 2.27. Ricerca della frequenza propria di vibrazione di una porzione del semispazio  $S$  (con densità  $\rho_s$  e velocità delle onde di taglio  $\beta_s$ ) posta in calotta ad una cavità cilindrica a sezione circolare (raggio  $a_c$  e profondità  $H$ ) e compresa tra le rette radiali di inclinazione  $\pm\theta_0$ .  $\phi_2$  indica una generica funzione d'onda definita nel dominio di coordinate cartesiane  $(x,y)$  e coordinate polari  $(\rho, \theta)$  (Smerzini *et al.*, 2009).

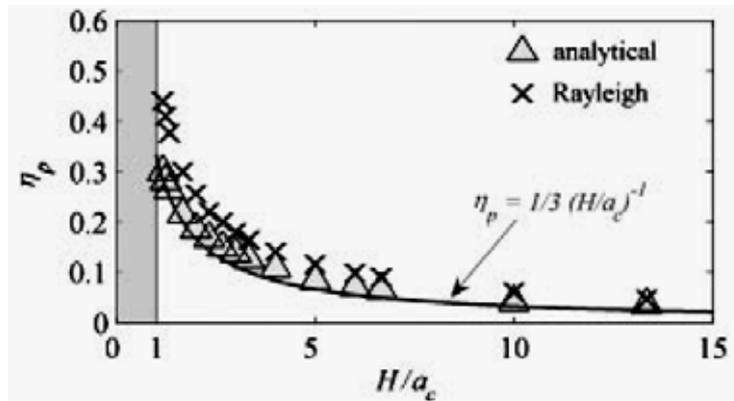


Figura 2.28 – Andamento della prima frequenza di vibrazione normalizzata  $\eta_p$  calcolata mediante il metodo di Rayleigh per il dominio in calotta alla cavità (Figura 2.27), in funzione della profondità normalizzata  $H/a_c$  (Smerzini *et al.*, 2009).

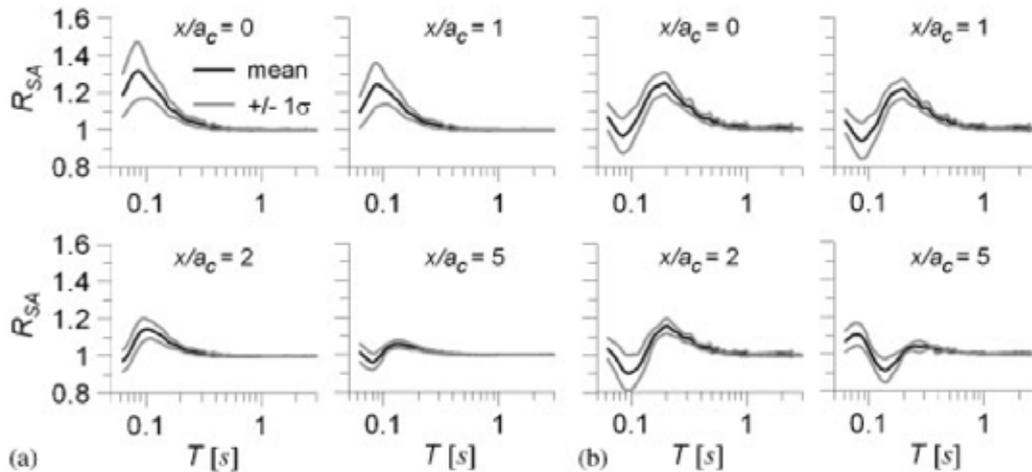


Figura 2.29 – Rapporti spettrali  $R_{SA}$  tra lo spettro di risposta di output e quello di input per quattro punti della superficie del semispazio a differenti distanze  $x/a_c$  dall'asse della cavità di raggio  $a_c$ : (a) caso con profondità  $H=8$  m, raggio  $a_c=4$  m e velocità delle onde  $\beta_s=V_s=500$  m/s; (b)  $H=15$  m,  $a_c=3$  m,  $\beta_s=V_s=400$  m/s. Dalla distribuzione ottenuta mediante i sette accelerogrammi di input, sono riportati l'andamento medio di  $R_{SA}$  e quelli corrispondenti ad una deviazione standard dalla media (Smerzini *et al.*, 2009).

La **Figura 2.29** riporta l'andamento di  $R_{SA}$  su quattro differenti punti della superficie per due diverse configurazioni. Come atteso, variazioni significative rispetto all'unità sono limitate all'intervallo  $x/a_c < 5$ , con un massimo in corrispondenza del punto sull'asse della cavità ( $x/a_c = 0$ ). Tale valore massimo passa da  $R_{SA} = 1.4$  per il caso (a) (con  $H = 8$  m,  $a_c = 4$  m e velocità delle onde  $V_s = 500$  m/s), al valore  $R_{SA} = 1.25$  per il caso (b) (con  $H = 15$  m,  $a_c = 5$  m,  $V_s = 400$  m/s).

I valori massimi di  $R_{SA}$  oscillano in un intervallo di periodo  $T$  compreso tra 0.1 e 0.2 s, che confermano la relazione per la stima del periodo di vibrazione fondamentale:  $T_p = 6H/V_s$ .

Questi risultati, interessanti dal punto di vista applicativo, non trovano in letteratura un corrispondente approfondimento relativo ai casi, più complessi, di onde incidenti di tipo SV e P, dove i fenomeni di *mode-conversion* complicano notevolmente i campi d'onda generati nella riflessione sulla superficie del semispazio e su quella della cavità. Per questi problemi sono disponibili alcuni lavori in ambito elastodinamico o prettamente sismologico che usano metodi di calcolo di tipo analitico approssimato o metodi numerici.

In un ambito di studio orientato verso la fisica dei solidi e l'acustica, Datta e El-Akili (1978) impostano un metodo analitico generalizzato per risolvere il problema della diffrazione in presenza di superfici cilindriche ed in condizioni di deformazioni piane: il campo incidente e quello diffratto vengono espressi sotto forma di serie di funzioni asintotiche. La loro laboriosità risulta difficilmente applicabile a casi reali anche molto semplici. Gli Autori forniscono alcune soluzioni particolari riferite al caso di cavità cilindrica a sezione circolare investita da fronti d'onda solo del tipo di Rayleigh.

Dravinski (1983) e Wong *et al.* (1985) sviluppano metodi ibridi che si avvicinano quindi a quelli di analisi numerica. Il primo applica il metodo integrale al contorno (per onde di tipo SH, SV e P) che richiede la discretizzazione della sola frontiera di contorno della cavità. I risultati, riportati mediante numerosi diagrammi di amplificazione degli spostamenti sulla superficie del semispazio, indicano che la risposta superficiale risulta fortemente dipendente dalla configurazione geometrica, ulteriormente complicata dalla possibilità di considerare più di una cavità di forma circolare o ellittica (o due inclusi con caratteristiche elastiche diverse da quelle dal mezzo ospite). L'Autore evidenzia inoltre la forte influenza dei risultati dalla frequenza e dall'angolo di incidenza dell'onda.

Il metodo utilizzato da Wong *et al.* (1985) prevede la divisione del semispazio in una regione interna ad una frontiera circolare fittizia che comprende la cavità, ed in una esterna a tale frontiera. Nel dominio interno il campo d'onda viene risolto mediante una discretizzazione agli elementi finiti, mentre in quello esterno mediante la formulazione analitica di tipo asintotico di Datta e El-Akili (1978), imponendo le opportune condizioni di congruenza ed equilibrio sui nodi della frontiera fittizia. Le **figure 2.30-2.33** riportano alcuni tra i risultati più significativi estratti dai numerosi grafici che gli Autori presentano con il fine di evidenziare l'influenza dei vari fattori. E' contemplata la variabilità della profondità, del tipo di onda incidente, dell'angolo di inclinazione e dell'orientazione della cavità nel caso di forma ellittica. Purtroppo i risultati sono espressi, nella maggior parte dei casi, come ampiezza della componente verticale  $|u_y|$  dello spostamento in superficie *del solo campo diffratto* dalla cavità (escludendo quindi il campo incidente  $\vec{u}_{inc}$  e quello riflesso dalla superficie del semispazio  $\vec{u}_{rif}$ ) e non permettono quindi una valutazione complessiva del moto in superficie. La normalizzazione di tale componente inoltre è eseguita in alcuni casi rispetto all'ampiezza del moto incidente ( $U_y = |u_y| / |\vec{u}_{inc}|$ ) ed in altri rispetto all'ampiezza del moto di *free-field* ( $U_y = |u_y| / |\vec{u}_{ff}| = |u_y| / |\vec{u}_{inc} + \vec{u}_{rif}|$ ).

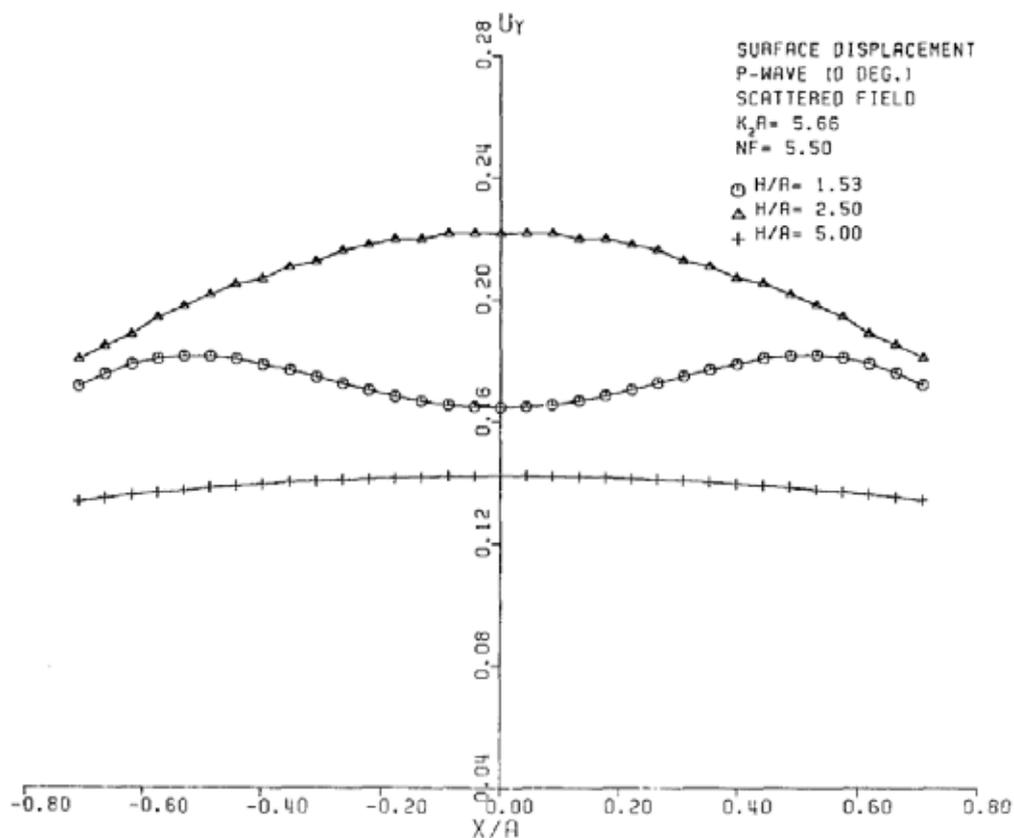


Figura 2.30 – Ampiezza della componente verticale normalizzata  $U_y$  dello spostamento diffratto in superficie per cavità circolare investita da un'onda P verticale per tre diverse profondità  $h$  (numero d'onda normalizzato  $k_2=2\pi/(\lambda a) = 5.66$  (Wong *et al.*, 1985).

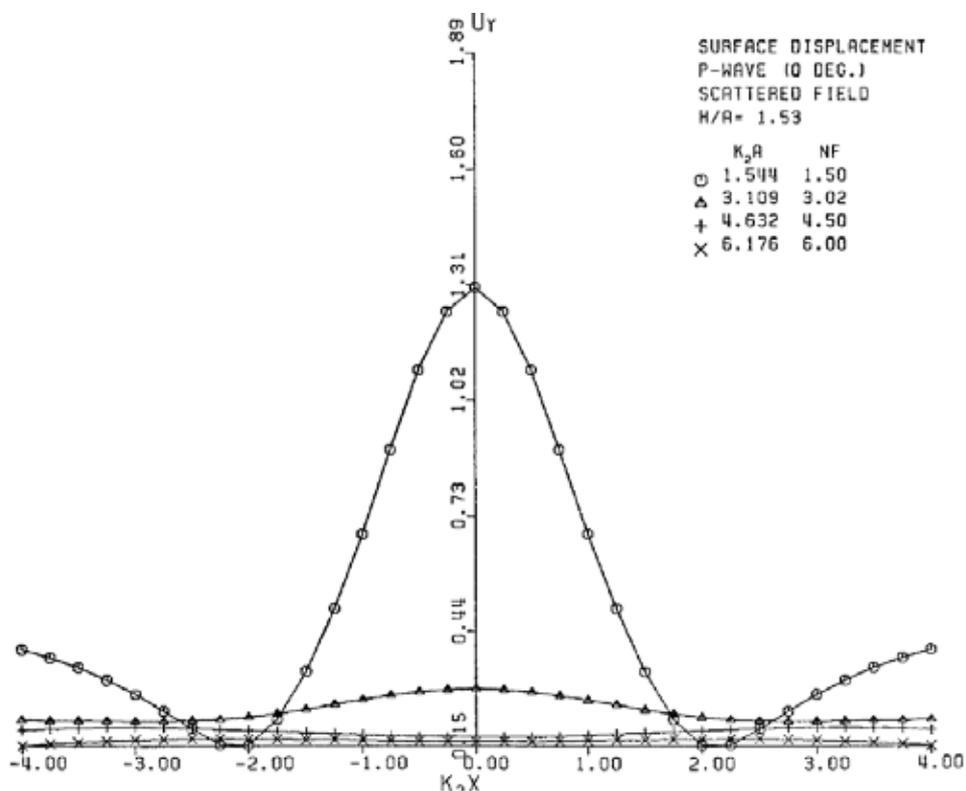


Figura 2.31 - Ampiezza della componente verticale normalizzata  $U_y$  dello spostamento diffratto in superficie per cavità circolare investita da un'onda P verticale per quattro diversi numeri d'onda  $k_2=2\pi/(\lambda a)$  (profondità  $h=1.53a$ ) (Wong *et al.*, 1985).

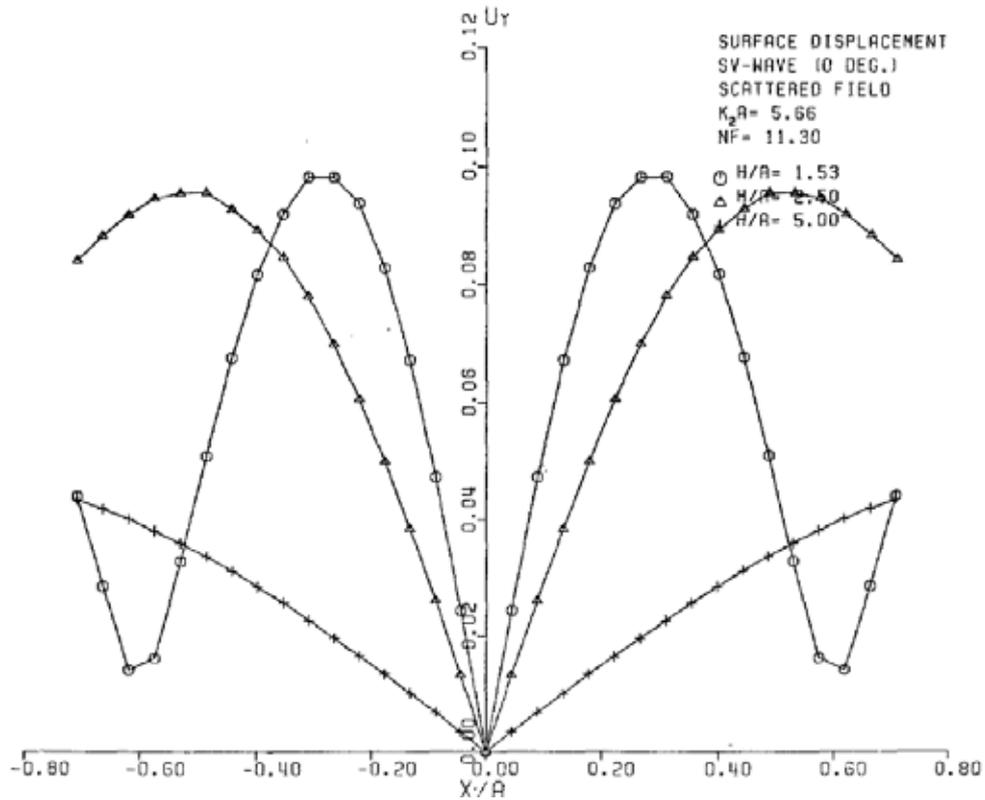


Figura 2.32 - Ampiezza della componente verticale normalizzata  $U_y$  dello spostamento diffratto in superficie per cavità circolare investita da un'onda SV verticale per tre diverse profondità  $h$  (numero d'onda normalizzato  $k_2=2\pi/(\lambda a)=5.66$ ) (Wong *et al.*, 1985).

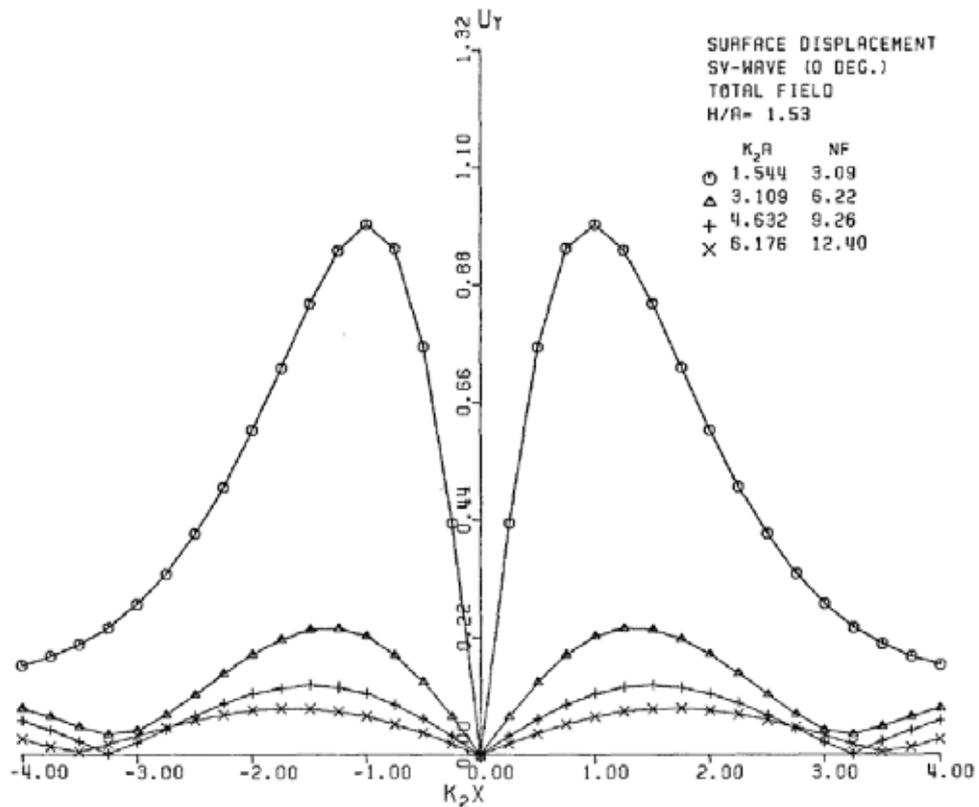


Figura 2.33 - Ampiezza della componente verticale normalizzata  $U_y$  dello spostamento totale in superficie per cavità circolare investita da un'onda SV verticale per quattro diversi numeri d'onda  $k_2=2\pi/(\lambda a)$  (profondità  $h=1.53a$ ) (Wong *et al.*, 1985).

La **Figura 2.30** mostra come, per onde P incidenti verticalmente, l'ampiezza della componente verticale diffratta tende prima ad aumentare (passando da  $h/a=1.53$  ad  $h/a=2.5$ ) e poi a diminuire di nuovo all'aumentare della profondità. Tale evoluzione potrebbe indicare che l'amplificazione raggiunge un massimo in corrispondenza di una particolare profondità, in una configurazione geometrica per la quale la frequenza di eccitazione coincide con la frequenza propria di vibrazione. Un effetto di attenuazione del picco centrale è esercitato invece dall'aumento della frequenza dell'onda incidente, espressa in **Figura 2.31** come numero d'onda normalizzato  $k_2a=2\pi a/\lambda$ . Per incidenza verticale di onde SV (**Fig. 2.32**) sono invece ben evidenti, in posizione laterale simmetrica, due massimi della componente verticale dello spostamento il cui valore, all'aumentare della profondità, decresce con un contestuale allontanamento della cresta dall'asse. Anche in questo caso l'incidenza di armoniche con frequenze via via più elevate determina la diminuzione dell'ampiezza del massimo picco di amplificazione (**Fig. 2.33**).

Relativamente all'inclinazione dell'onda incidente, sia gli studi relativi ad onde di tipo SV (Lee e Karl, 1992), sia quelli relativi ad onde P (Lee e Karl, 1993) mostrano come un aumento dell'angolo di incidenza  $\theta$  comporta sempre una maggiore complessità del moto di superficie rispetto alla propagazione verticale (**Figg. 2.34 e 2.35**). Sia per l'ampiezza della componente orizzontale che per quella verticale del moto si osserva infatti la formazione di massimi e minimi ravvicinati lungo la superficie del semispazio, in particolare sul lato "in luce", ovvero il lato che viene investito dal fronte d'onda della cavità.

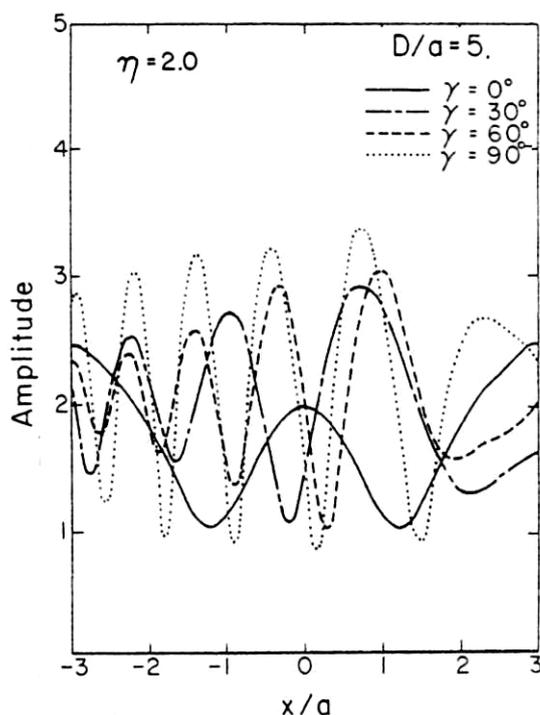


Figura 2.34 - Ampiezza del moto in superficie per diversi angoli di incidenza  $\theta$  (nella figura indicati come  $\gamma$ ) di un'onda SV ( $\eta=2$ ,  $h/a=5$ , dove la profondità del centro della cavità,  $h$ , viene indicata in figura come  $D$ ) (Lee e Karl, 1992).

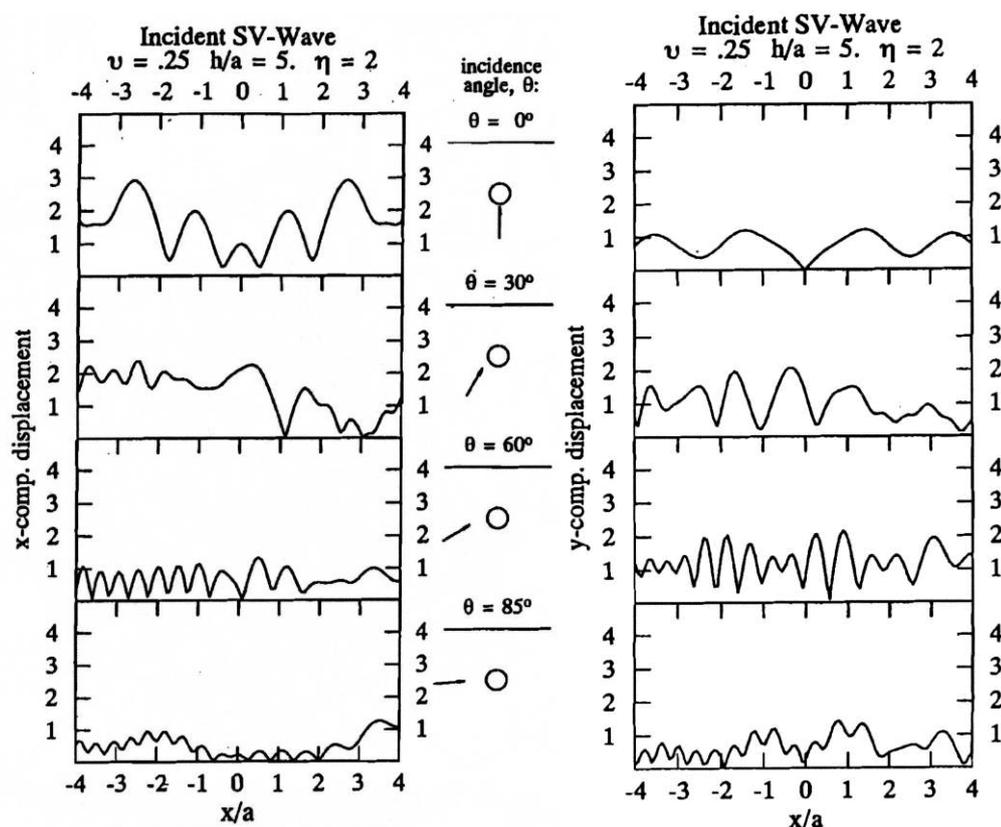


Figura 2.35 - Ampiezza della componente orizzontale (diagrammi a sinistra) e verticale (diagrammi a destra) del moto in superficie per diversi angoli di incidenza  $\theta$  di un'onda SV (caso con  $\nu=0.25$ ,  $\eta=2$ ,  $h/a=5$ ; Lee e Karl, 1992).

Per una corretta valutazione di tali risultati si deve evidenziare che la diminuzione generalizzata dell'ampiezza del moto in superficie al crescere dell'angolo  $\theta$  non è un effetto legato alla presenza della cavità. Bisogna tener conto infatti che anche in assenza di cavità l'ampiezza del moto in superficie diminuisce all'aumentare dell'angolo di incidenza dell'onda SV (tabella 1). Dal confronto tra la **Tabella 2.1**, che fornisce l'ampiezza delle componenti del moto nel caso di campo libero, e la **Figura 2.35**, si può verificare che l'effetto netto della presenza della cavità si traduce in un'amplificazione che non supera il fattore 2.

Tabella 2.1 – Ampiezze delle due componenti del moto in superficie di un mezzo elastico semi-infinito privo di cavità ed investito da onde SV.

Angolo di incidenza $\theta$	Ampiezza comp. orizz. $ u_x $	Ampiezza comp. vertic. $ u_y $
0	2.00	0.00
30	1.73	1.00
60	0.50	1.12
85	0.17	0.28

Se cavità abbastanza superficiali (rapporto  $h/a$  compreso entro poche unità) vengono investite da onde polarizzate nel piano di riferimento (SV e P), l'inclinazione dell'onda determina inoltre un fenomeno di concentrazione nella zona della superficie posta in ombra rispetto alla cavità. Le analisi di Lee e Karl (1992) hanno mostrato perfino che in tale zona di ombra si registrano i massimi valori di amplificazione (**Fig. 2.36**).

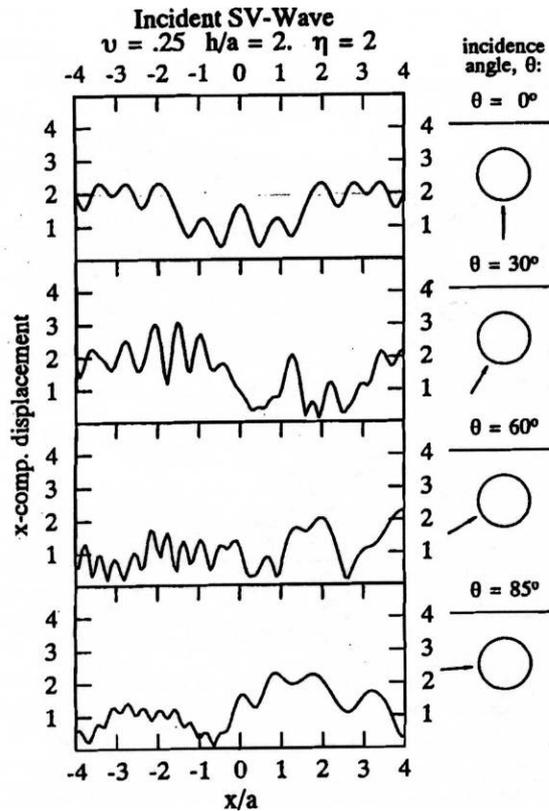


Figura 2.36 - Diagrammi dell'ampiezza della componente orizzontale del moto in superficie per diversi angoli di incidenza con cavità superficiale ( $\nu=0.25$ ,  $\eta=2$ ,  $h/a=2$ ). Da Lee e Karl, 1992.

L'osservazione è valida soprattutto per la componente orizzontale del moto in superficie, ed è stata verificata anche per altre configurazioni geometriche come quelle di valli a sezione semicircolare (Lee e Cao, 1989). L'effetto amplificante nella zona in ombra è assente invece per problemi coinvolgenti solo onde SH (Lee, 1977) e sembra quindi legato alla presenza di fenomeni di *mode-conversion* nella riflessione e diffrazione di onde SV e P.

Anche l'aumento della frequenza comporta un primo evidente effetto sulla complessità del moto in superficie. Si riporta ad esempio il diagramma relativo alla componente orizzontale del moto generata dall'incidenza di un'onda P inclinata (**Fig. 2.37**). I fenomeni di interferenza, che si evidenziano maggiormente sul lato "in luce" rispetto alla direzione di incidenza, producono ancora una serie di bande di interferenza costruttiva o distruttiva che determinano la rapida successione di massimi e minimi relativi. Il fenomeno è particolarmente evidente quando la lunghezza d'onda diventa più piccola del diametro della cavità ( $\eta > 1$ ) e si attenua ovviamente all'aumentare della profondità.

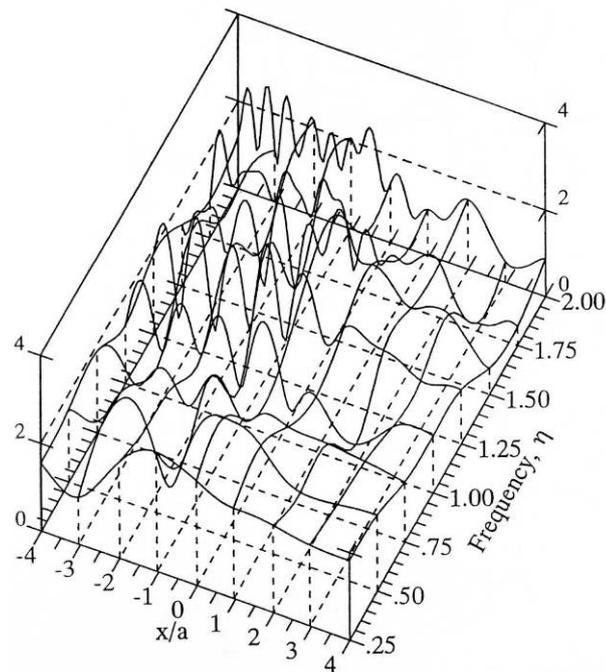


Figura 2.37 - Massima ampiezza della componente orizzontale del moto sulla superficie del semispazio, con profondità normalizzata della cavità circolare  $h/a=2$ , in funzione della distanza normalizzata dall'asse della cavità  $x/a$  e della frequenza normalizzata  $\eta$  dell'onda. Onda P incidente da sinistra con inclinazione  $\theta=60^\circ$  (Lee e Karl, 1993).

L'uso estensivo dei metodi analitici approssimati nei casi di onde P ed SV è limitato dall'entità dell'approssimazione, come descritto da alcuni lavori in cui si confrontano metodi risolutivi differenti. Relativamente al problema di diffrazione di onde SV, Davies *et al.* (2001), ad esempio, confrontano i risultati ottenuti dal metodo proposto nello stesso articolo (che approssima la superficie piana del semispazio con una superficie cilindrica con concavità rivolta verso l'alto e raggio molto grande) con il metodo di Lee e Karl (1992), per il quale la concavità della superficie limite è posta verso la cavità. La **Figura 2.38** riporta i risultati nel caso con  $\nu=0.25$ ,  $h/a=2.0$ ,  $\eta=2.0$  per due diversi valori dell'angolo di incidenza. Nel caso di incidenza verticale l'amplificazione del moto in superficie sembra presentare massimi e minimi in posizioni alternate tra i due metodi, sebbene non si registrino differenze particolarmente elevate nei valori medi. Per inclinazione  $\theta=30^\circ$  si verifica invece una migliore corrispondenza, ad eccezione di zone localizzate (ad esempio per  $x=-2a$ ).

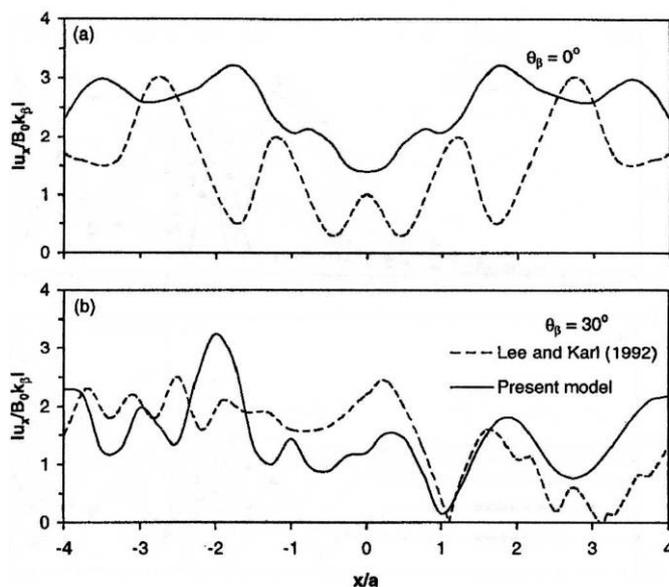


Figura 2.38 – Risposta in superficie (in termini di ampiezza della componente orizzontale normalizzata rispetto all'ampiezza incidente) per onde SV incidenti con due angoli di incidenza e per due diversi metodi risolutivi: superficie limite con concavità verso la galleria (linea tratteggiata) e con concavità opposta alla galleria (linea continua) (Davies *et al.*, 1992).

Si sottolinea che nella maggior parte dei diagrammi sopra riportati viene mostrata la componente del moto, ottenuta in superficie, normalizzata rispetto all'ampiezza del moto incidente; è per questo che i grafici oscillano solitamente attorno al valore 2.0, corrispondente all'amplificazione sulla superficie del semispazio omogeneo per moto incidente verticalmente. Fa eccezione la **Figura 2.26**, che riporta l'ampiezza di una vera e propria funzione di trasferimento (tra le componenti del moto assoluto di due diversi punti del modello). Dall'esame complessivo di tali risultati si deduce che la presenza delle cavità può determinare amplificazioni massime del moto fino a valori del 75% - 100%, che si verificano però in campi piuttosto ristretti di frequenze e spazialmente localizzate. Per ampie bande di frequenza possono registrarsi invece zone d'ombra in cui si verifica una deamplificazione.

Un notevole contributo alla comprensione generale del fenomeno viene fornito dal lavoro di Yiouta-Mitra *et al.* (2007), che riporta una serie di analisi numeriche di tipo parametrico, controllando l'effetto di amplificazione in superficie al variare della profondità della cavità, della frequenza dell'onda incidente, della posizione del punto di misura in superficie e, per cavità rivestite, della rigidità del rivestimento e di quella del mezzo elastico. Gli Autori giungono alle conclusioni che:

- la presenza delle cavità a profondità inferiori a tre volte il raggio dovrebbero essere tenute in considerazione nella valutazione della risposta sismica per il progetto di strutture superficiali.
- la componente orizzontale del moto può essere amplificata dal 20 all'85% a distanze minori di circa 10-11 volte il raggio;
- la presenza di cavità introduce, anche nel caso in cui l'onda incidente ne fosse priva, una componente verticale del moto;
- le sole armoniche a risentire significativamente della presenza della cavità sono quelle con lunghezza d'onda inferiore al diametro.

L'ultima osservazione sembra tuttavia contraddire alcuni risultati riportati nella stessa pubblicazione. La **Figura 2.39** mostra ad esempio l'ampiezza  $A_{Nx}$  dello spostamento orizzontale normalizzato per un'onda incidente di frequenza normalizzata  $n=2a/\lambda=0.2$  (dove  $a$ =raggio della cavità cilindrica e  $\lambda$ =lunghezza d'onda), ovvero per  $\lambda$  pari a circa 5 volte il diametro. Sono evidenti zone di amplificazione fino al 40% e di deamplificazione fino al 50% dell'ampiezza incidente.

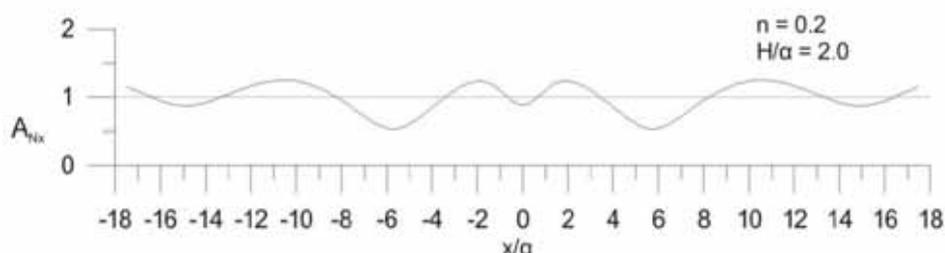


Figura 2.39 - Ampiezza  $A_{Nx}$  dello spostamento orizzontale (normalizzato rispetto a quello in superficie in condizioni di campo libero) lungo la superficie al di sopra di una cavità posta alla profondità normalizzata  $H/a=2.0$ , per un'onda incidente di frequenza normalizzata  $n=2a/\lambda=0.2$  (Yiouta-Mitra *et al.*, 2007).

Passando a studi di carattere più applicativo, Sanò (2011) evidenzia i principali fattori che influenzano la risposta sismica sulla superficie sovrastante cavità di forma circolare o irregolare, come risultato di analisi parametriche semplificate eseguite con un codice di calcolo agli elementi al contorno ed accelerogrammi di lunga durata compatibili con spettri di normativa. Una prima e fondamentale osservazione è costituita dal fatto che la minima dimensione della cavità che riesce ad influenzare sensibilmente la propagazione di un'armonica, generando fenomeni di diffrazione ed interferenza che si ripercuotono sulla superficie del semispazio, è pari almeno ad  $1/4$  della lunghezza d'onda. Ne consegue che per un materiale caratterizzato da velocità di propagazione  $V_S$  e per un moto incidente il cui contenuto energetico non si estende apprezzabilmente alle armoniche di frequenza superiore a  $f_{max}$ , le cavità rilevanti ai fini della risposta sismica superficiale sono quelle con diametro superiore a:

$$D_{min} = \frac{1}{4} \lambda_{min} = \frac{V_S}{4f_{max}} \quad (2.4)$$

L'effetto amplificante sulla superficie del piano campagna, che per onde di volume incidenti si esplica in special modo in corrispondenza dei fianchi della cavità, è direttamente correlato alla dimensione equivalente della cavità stessa (**Fig. 2.40**) e, a parità di dimensione, inversamente correlato alla sua profondità (**Fig. 2.41**). La **Figura 2.42** mostra infine l'effetto della variazione delle dimensioni della cavità non solo sull'entità dell'amplificazione massima indotta, ma anche in termini della banda di frequenza interessata dall'amplificazione: le cavità più piccole influenzano frequenze maggiori.

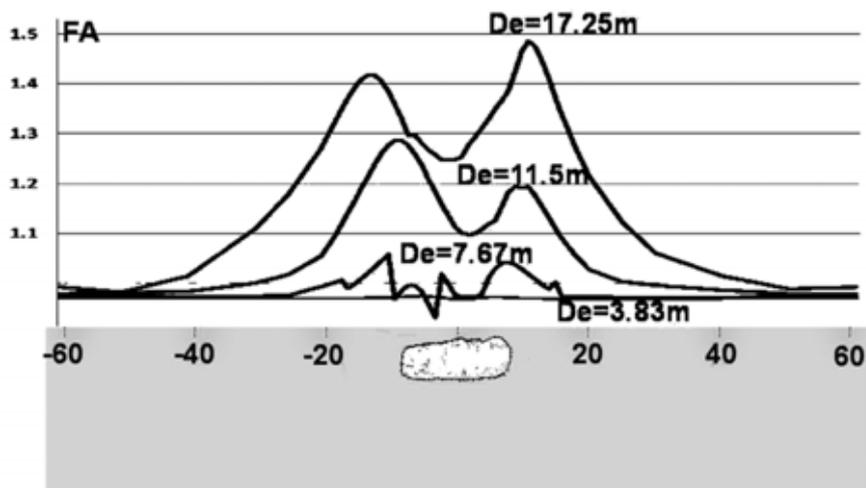


Figura 2.40 – Effetto della dimensione equivalente  $D_e$  di una cavità di forma irregolare sull'amplificazione sismica (espressa come rapporto FA tra il valore massimo  $SA_0$  dello spettro di accelerazione calcolato al sito, mediato su un definito intervallo di periodi, e quello  $SA_i$  dello spettro di riferimento su suolo rigido) (Sanò, 2011).

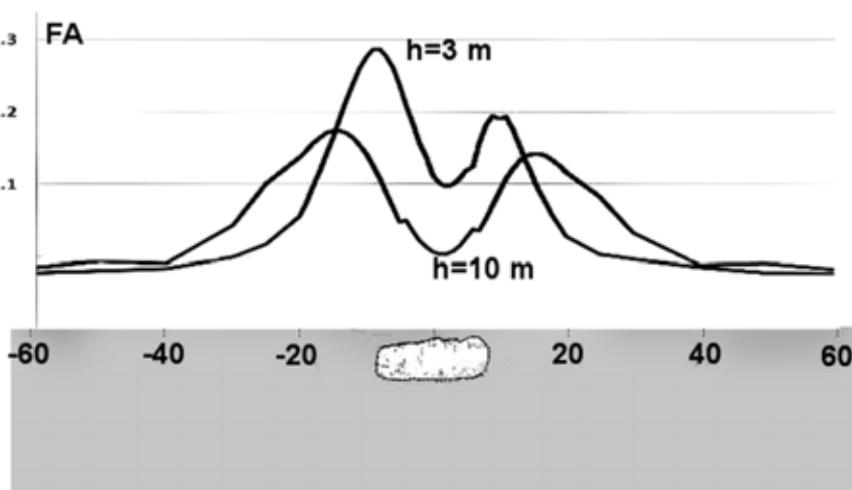


Figura 2.41 - Effetto dello spessore della copertura  $h$  di una cavità di forma irregolare sull'amplificazione sismica in superficie (Sanò, 2011).

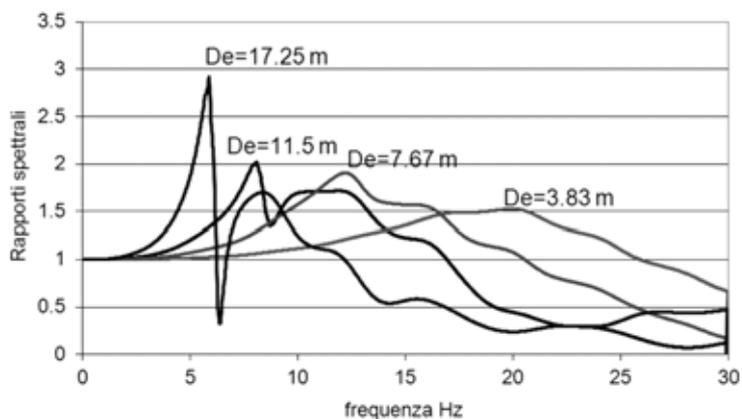


Figura 2.42 – Influenza delle dimensioni della cavità (in termini di diametro di un cerchio equivalente  $D_e$ ) sul rapporto tra gli spettri di risposta in presenza ed in assenza di cavità. Il massimo rapporto spettrale si sposta verso frequenze maggiori al diminuire della dimensione della cavità (Sanò, 2011).

Infine Landolfi *et al.* (2011) hanno condotto uno studio sull'influenza delle cavità sulla risposta dell'abitato di Castelnuovo (Comune di S.Pio delle Camere, AQ) in occasione del terremoto dell'Aquila del 06/04/2009. Il modello numerico prevede la modellazione con caratteristiche visco-elastiche lineari del deposito limoso sul quale è costruito l'abitato ( $\rho=1.8 \text{ Mg/m}^3$ ,  $V_S = 300 \text{ m/s}$ ,  $D = 0.9\%$ ) e del sottostante substrato roccioso ( $\rho=2.2 \text{ Mg/m}^3$ ,  $V_S=1250 \text{ m/s}$ ,  $D=0.5\%$ ). La cavità tipica, modellata con forma circolare, ha diametro variabile da 10 a 45 m e ricoprimento compreso tra 10 e 50 m. Il moto incidente utilizzato è un'onda di Ricker con frequenza caratteristica  $f_0=5 \text{ Hz}$ , spostata leggermente verso frequenze più alte di quelle ritenute rappresentativa dell'evento sismico aquilano registrato nell'area (che avrebbe richiesto  $f_0=2 \text{ Hz}$ ).

I risultati delle analisi, espressi sia in termini di amplificazione dell'accelerazione di picco  $F_{PGA}$  che di amplificazione dell'intensità di Housner  $F_{HI}$  (definita come integrale della pseudovelocità spettrale  $PSV$  per smorzamento  $\xi=5\%$  nell'intervallo di periodi compreso tra 0.1 e 2.5 s), mostrano che tutte le combinazioni analizzate determinano una generale e marcata deamplificazione sulla superficie sovrastante la cavità, con amplificazioni trascurabili ad una certa distanza dal centro (**Fig. 2.43**).

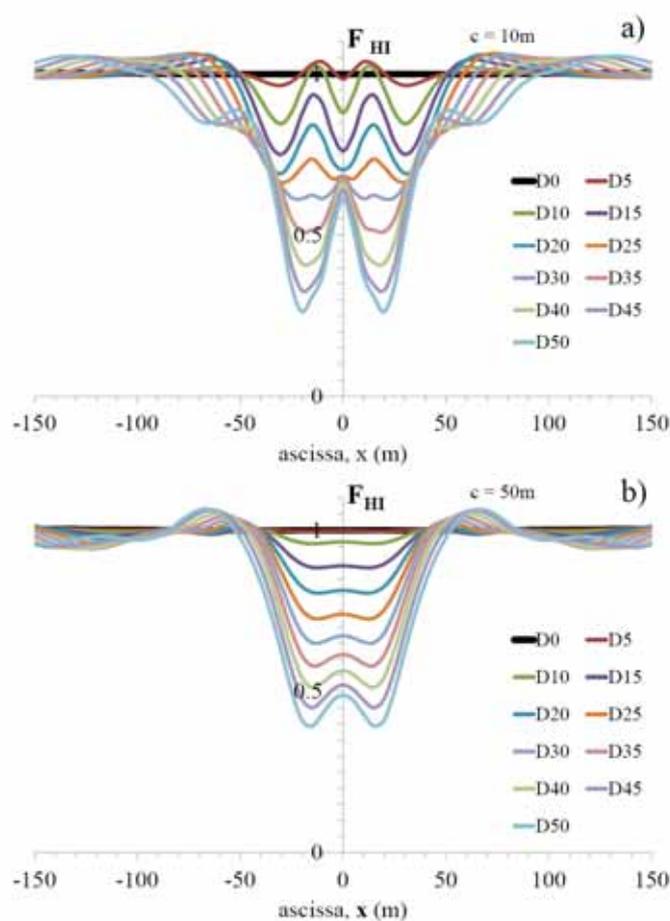


Figura 2.43 – Fattore di amplificazione dell'Intensità di Housner sulla superficie al di sopra di cavità circolari con diametro  $D$  variabile e spessore della copertura  $c$  pari a 10 m (a) e a 50 m (b) (Landolfi *et al.*, 2011).

L'estensione della 'zona d'ombra' in superficie viene convenzionalmente definita dagli Autori mediante la distanza dall'asse  $L_{PGA}$  alla quale il fattore di amplificazione torna ad assumere valore praticamente unitario. Gli Autori mostrano quindi l'andamento di  $L_{PGA}/\lambda$  al crescere di  $D/\lambda$  (dove  $D$  è il diametro della cavità) per tutti i casi esaminati (**Fig. 2.44**). L'estensione della zona d'ombra di norma cresce con il diametro, e con andamento più deciso per cavità più superficiali ( $c/\lambda=0.17$ , dove  $c$  rappresenta lo spessore del ricoprimento sopra la cavità); all'aumentare del ricoprimento ( $c/\lambda=0.50$  e  $0.83$ ), la zona d'ombra tende ad assumere andamenti meno chiaramente influenzati dalle dimensioni della cavità e con ampiezze tendenzialmente poco dissimili tra di loro.

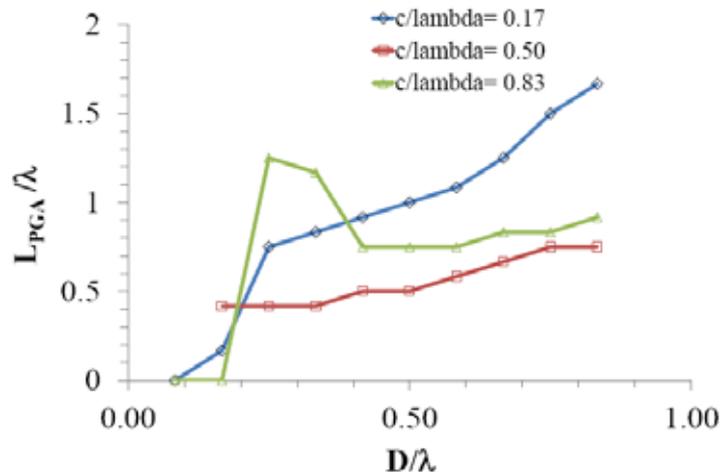


Figura 2.44 - Estensione della zona d'ombra  $L_{PGA}$ , normalizzata rispetto alla lunghezza d'onda  $\lambda$  della sollecitazione sismica, al variare del diametro normalizzato  $D/\lambda$  e dello spessore del ricoprimento normalizzato  $c/\lambda$  (Landolfi *et al.*, 2011).

Una serie di studi di carattere numerico analizzano il comportamento dinamico bidimensionale di cavità cilindriche, o di inclusioni interne ad un semispazio elastico, in risposta a perturbazioni di onde di volume generate da sorgenti lineari (puntuali nel piano di riferimento) (Tadeu *et al.*, 1996; Antonio e Tadeu, 2001; Tadeu *et al.*, 2002) o di onde di superficie (Nasseri-Moghaddam *et al.*, 2007). L'applicazione di tali studi esula dall'ambito prettamente ingegneristico, volendo piuttosto caratterizzare la risposta ottenibile, in presenza di cavità, da indagini di tipo geofisico come la prospezione sismica a riflessione o l'analisi spettrale di onde di superficie (SASW e MASW). Sembra opportuno tuttavia richiamare alcuni risultati per evidenziare in particolare i metodi di analisi dei dati e di rappresentazione della risposta dinamica, che verranno utilizzati nelle elaborazioni numeriche dei **Capitoli 5 e 7**.

Tadeu *et al.* (1996) mettono a punto un metodo agli elementi al contorno (BEM) e ne presentano le applicazioni su alcuni modelli costituiti da una o più cavità cilindriche immerse in uno spazio o in un semispazio elastico (**Fig. 2.45**). Le onde, costituite da impulsi di Ricker di tipo P, SV, o SH, sono generate da una sorgente lineare (*Source1* o *Source2*), mentre la risposta è calcolata su un allineamento di ricevitori numerati. Gli Autori evidenziano i meccanismi di riflessione sulle superfici delle cavità mediante i diagrammi ottenuti affiancando le storie temporali del moto per tutti i ricevitori a disposizione (**Figg. 2.46 e 2.47**). Questo tipo di rappresentazione, denominato sismogramma o profilo sismico (*stacked trace display*, *multichannel trace display*, *wiggle trace display*), è molto diffuso in campo geofisico nell'interpretazione delle registrazioni di allineamenti di geofoni. Esso permette di avere una visione d'insieme del fenomeno e di stimare alcune

grandezze quali: la direzione di propagazione dei vari impulsi, i punti o le zone di generazione degli impulsi (corrispondenti ai vertici delle iperboli formate dall'insieme degli impulsi), e la componente della velocità di propagazione degli impulsi lungo la superficie, pari alla pendenza degli allineamenti riconoscibili. E' quindi possibile calcolare la posizione degli oggetti riflettori (sulla base del tempo necessario al primo impulso riflesso a raggiungere i ricevitori).

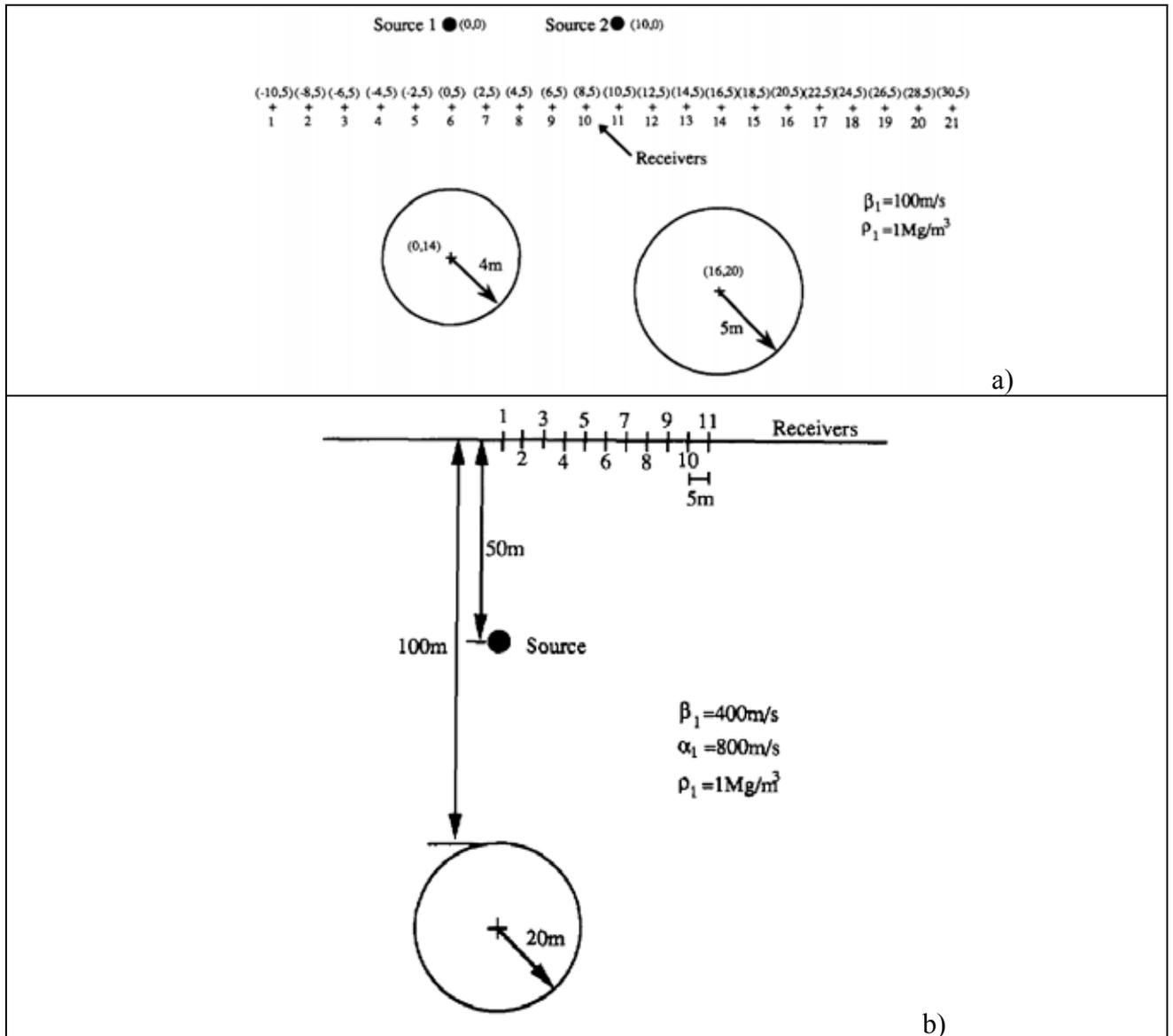


Figura 2.45 – Modelli BEM costituiti da una o due cavità in un mezzo indefinito (a) o in un semispazio (b) di caratteristiche elastiche: densità  $\rho_1$ , velocità delle onde longitudinali e trasversali  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  investite da onde SH generate dalle sorgenti lineari *Source1* e *Source2*. La risposta è calcolata nei punti ricevitori numerati (Tadeu *et al.*, 1996).

La **Figura 2.46.a** riporta ad esempio il profilo sismico per il caso di due cavità cilindriche immerse in uno spazio elastico indefinito (configurazione della **Figura 2.45.a**) dal quale è ben evidente l'impulso SH diretto ( $i$ ) generato dalla sorgente *Source1*, ed i due impulsi SH riflessi dalle cavità poste a differente profondità ( $r1$  ed  $r2$ ). Escludendo l'impulso diretto, il profilo sismico della sola parte rifratta dell'onda mette meglio in evidenza, amplificandole, tutte le perturbazioni generate dalla riflessione sulle superfici delle cavità: quelle prodotte dalla riflessione primaria dell'impulso diretto ( $r1$  ed  $r2$ ) e quelle prodotte dalla riflessione secondaria delle onde riflesse ( $r3$  e  $r4$ ) (**Fig. 2.46.b**).

Nel caso della singola cavità cilindrica nel semispazio (configurazione di **Figura 2.45.b**) l'elaborazione del moto registrato dai ricevitori in superficie (**Fig. 2.47**) mette in evidenza, oltre al fronte diretto di tipo P proveniente dalla sorgente, le perturbazioni riflesse le prime delle quali, dalla velocità di propagazione stimata, possono essere classificate come un'onda P ed un'onda SV.

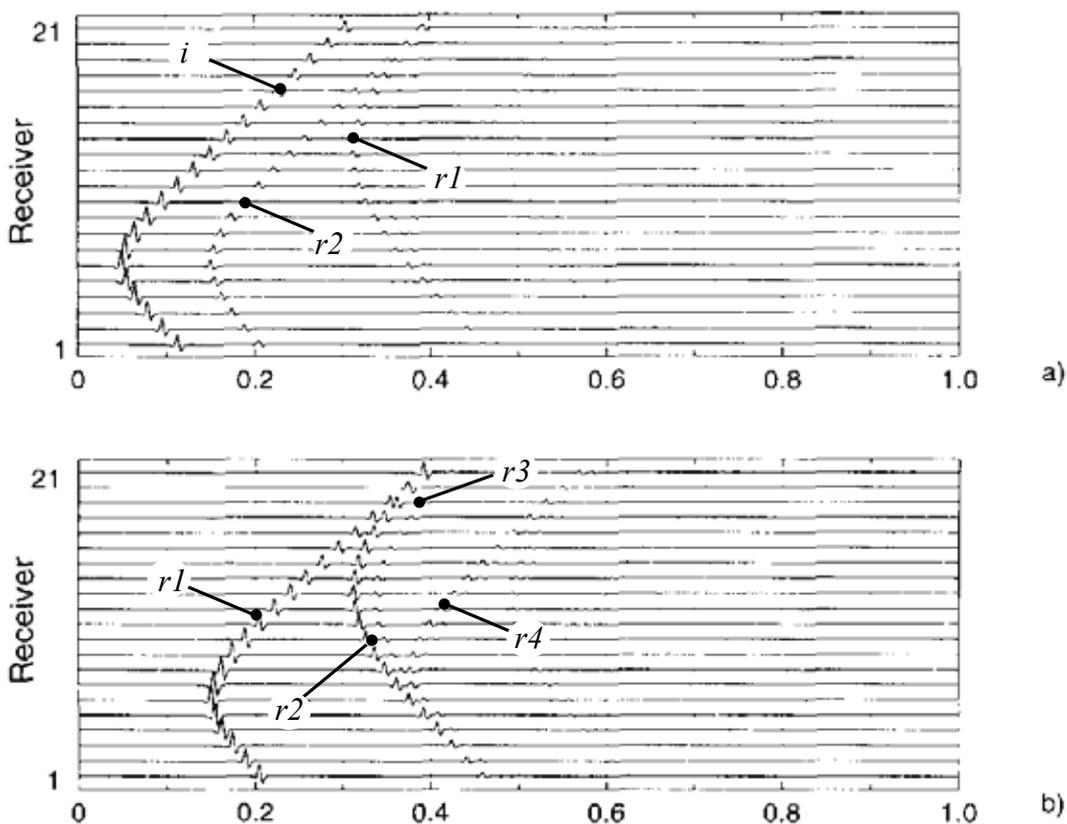


Figura 2.46 – Profili sismici del moto calcolato nei punti ricevitori posti sopra le cavità cilindriche in un continuo elastico investite da un'onda di Ricker di tipo SH emessa dalla sorgente *Source1* (configurazione di **fig. 2.45.a**). Nel diagramma a) sono riportati gli spostamenti totali, comprendenti anche la perturbazione diretta ( $i$ ); nel diagramma b) è riportato il solo campo diffratto nel quale vengono amplificati gli impulsi generati nella riflessione primaria ( $r1$  e  $r2$ ) e secondaria ( $r3$  e  $r4$ ) (Tadeu *et al.*, 1996).

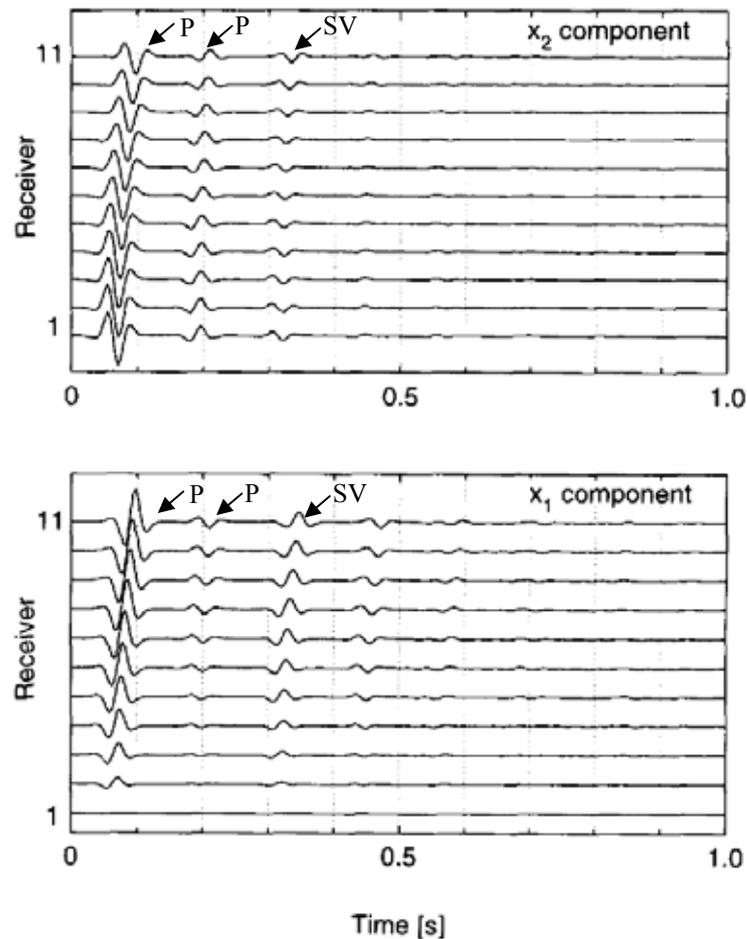


Figura 2.47 – Profilo sismico della componente verticale (a) ed orizzontale (b) del moto registrato dai ricevitori in superficie per una cavità cilindrica in un semispazio elastico investita da un'onda Ricker di tipo P (configurazione di **fig. 2.45.b**). Sono evidenziate la perturbazione diretta e le prime due riflessi dalla superficie della cavità (Tadeu *et al.*, 1996).

Dall'analisi dei risultati di prove MASW condotte al di sopra di cavità minerarie di geometria nota, Phillips *et al.* (2002) e Nasser-Moghaddam *et al.* (2007) mettono in evidenza come la concentrazione energetica che si verifica per determinate frequenze può essere utile nella localizzazione planimetrica delle cavità. Nasser-Moghaddam *et al.* (2007) hanno costruito un modello numerico 2-D alle differenze finite nel quale onde superficiali di Rayleigh investono una cavità di forma rettangolare posta in un mezzo elastico, elaborando il moto registrato da una serie di ricevitori superficiali. In questo caso la componente del moto non viene rappresentata mediante il diagramma temporale di ciascun ricevitore, ma assume il ruolo di variabile dipendente sull'intero continuo spazio-temporale e rappresentata con diagrammi a curve di livello o diagrammi a densità di colore (*variable density trace display* o *variable intensity colour trace display*). La **Figura 2.48** riporta, ad esempio, il diagramma della componente verticale del moto nel quale si evidenziano, oltre all'onda di Rayleigh incidente che si propaga a distanze crescenti come un segnale rettilineo inclinato (evento A), le perturbazioni riflesse indietro dall'impatto sulla parete della cavità più vicina alla sorgente, la cui classificazione può essere eseguita mediante un calcolo della velocità di propagazione.

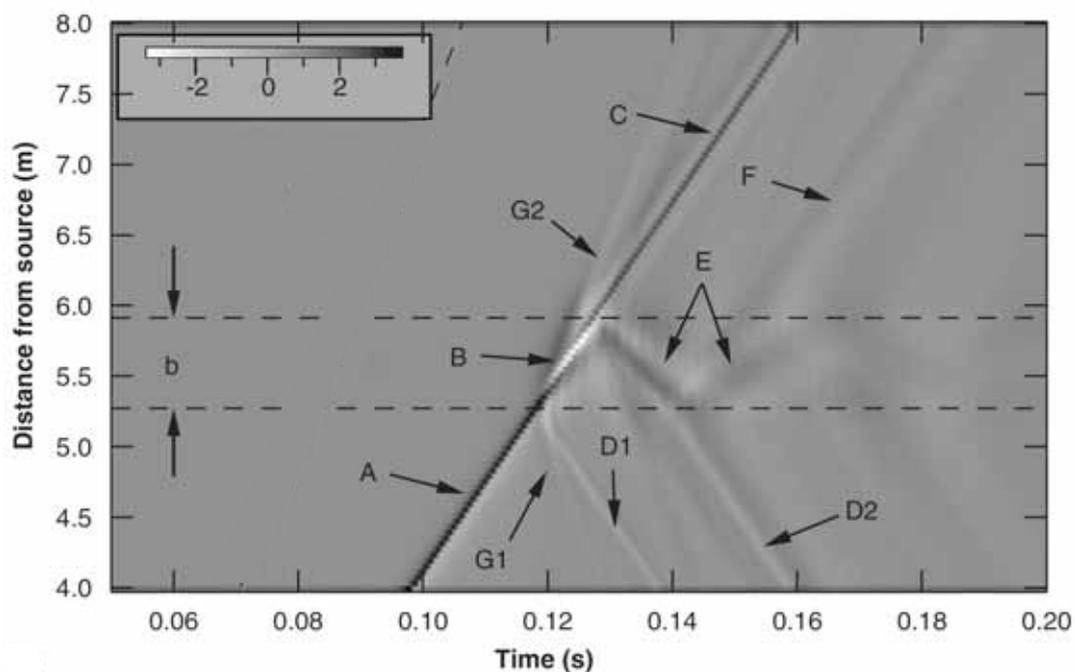


Figura 2.48 – Profilo sismico a densità di colore della componente verticale del moto registrato da ricevitori superficiali al di sopra di una cavità rettangolare larghezza  $b$  (la cui posizione è evidenziata dalle linee tratteggiate) investita da un'onda di Rayleigh (Nasseri-Moghaddam *et al.*, 2007).

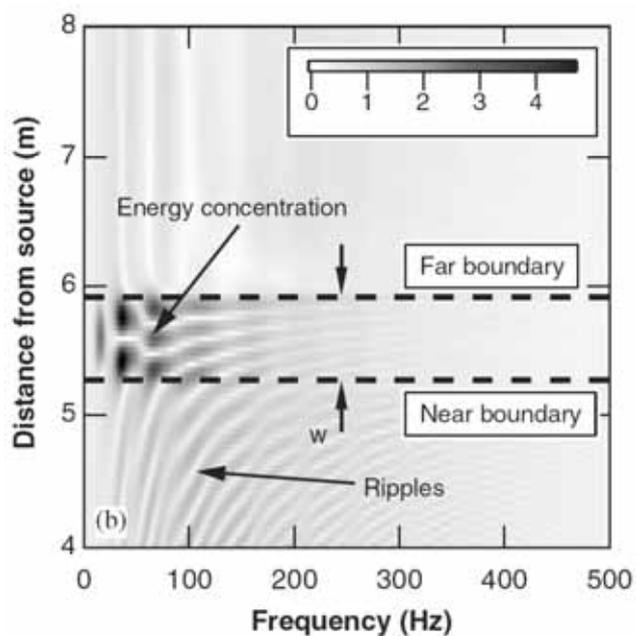


Figura 2.49 – Diagramma a densità di colore dello spettro di Fourier della componente verticale del moto mostrato nella **Figura 2.48** (Nasseri-Moghaddam *et al.*, 2007).

Si riconoscono in particolare una perturbazione riflessa di tipo P (G1) ed una di tipo Rayleigh (D1). La quota parte del fronte incidente che si propaga nella zona sovrastante la cavità (B), viene nuovamente a suddividersi in corrispondenza della parete della cavità più lontana dalla sorgente in due impulsi che proseguono nella direzione di propagazione originaria (un'onda di tipo P (G2) ed un'onda di Rayleigh residua (C)) ed in un'onda più lenta (E) che torna indietro e si riflette ripetutamente, rimanendo intrappolata tra le pareti della cavità; quest'ultimo impulso viene ad indebolirsi a causa della radiazione di energia che sfugge ad ogni riflessione sui due lati (eventi D2 ed F).

L'analisi di Fourier dei segnali permette di rappresentare, per il medesimo intervallo spaziale, il contenuto in frequenza associato al moto in superficie (**Fig. 2.49**). Sono bene evidenti in particolare le amplificazioni ottenute sopra la cavità, sulle fasce laterali, per le frequenze più basse (circa 25 Hz), e le ondulazioni legate all'interferenza costruttiva delle varie onde riflesse con quella incidente originaria.

### 2.3 Considerazioni riassuntive sullo stato dell'arte

Relativamente all'influenza delle irregolarità morfologiche superficiali, sia gli studi di carattere teorico e numerico generale (Ashford e Sitar, 1997; Ashford e Sitar, 1997; Bouckovalas e Papadimitriou, 2004; Paolucci, 2002), sia quelli relativi ad analisi numeriche di casi reali (Lanzo *et al.*, 2011; Muzzi *et al.*, 2001; Paolucci, 2002; Lanzo *et al.*, 2004; Costanzo, 2006; Pagliaroli *et al.*, 2011) consentono di verificare che l'amplificazione si esplica prevalentemente in un ristretto intervallo di frequenze, variabile con la forma del rilievo. Per rilievi isolati, si tratta delle armoniche che hanno approssimativamente una lunghezza d'onda  $\lambda$  uguale o poco superiore alla larghezza alla base del rilievo  $L$  mentre, nel caso di rilievi a gradone, di quelle con  $\lambda$  pari a 3-5 volte l'altezza del gradone  $H$ .

Le frequenze caratteristiche legate all'amplificazione topografica possono essere agevolmente ricavate sulla base di analisi numeriche semplificate, in cui le caratteristiche meccaniche del rilievo sono omogeneizzate. Infatti, l'introduzione dell'effettiva variabilità geotecnica del sottosuolo solitamente non è in grado di modificare in maniera drastica i risultati.

In termini spettrali, l'entità dell'amplificazione massima rispetto al moto in superficie in assenza del rilievo può raggiungere valori pari a 3 o 4 in corrispondenza delle frequenze caratteristiche sopra richiamate. Tuttavia, quando si passa a considerare nel suo complesso l'amplificazione sismica, mediata su un'estesa banda di frequenze o calcolata in termini di uno dei parametri sintetici di descrizione del moto, i valori massimi si mantengono sempre al di sotto di 2.

Gli studi relativi alla risposta dinamica superficiale in presenza di cavità evidenziano le principali grandezze da cui dipende il fenomeno: si tratta della dimensione e profondità della cavità, della frequenza dell'onda incidente, dell'angolo di inclinazione del fronte incidente; quest'ultimo in particolare può determinare un significativo aumento dell'amplificazione, anche se è sempre associato ad un contestuale aumento della variabilità del moto lungo la superficie. La complessità dei risultati, riportati solitamente in termini di ampiezza dello spostamento in superficie

normalizzato rispetto all'ampiezza del moto incidente, non aiuta a circoscrivere e fissare considerazioni definitive sull'influenza delle cavità. Emerge una significativa variabilità spaziale della risposta, con un'alternanza di massimi e minimi di amplificazione lungo la superficie limite del semispazio (**Fig. 2.23**). Tuttavia, osservando i risultati nel dominio delle frequenze, è possibile dedurre alcuni comportamenti più regolari e generalizzabili: viene evidenziata una prima frequenza di amplificazione del moto, valida per qualsiasi punto, ed indipendente dallo spettro dell'onda incidente (**Fig. 2.25**).

Il lavoro di Smerzini *et al.* (2009) offre un quadro esaustivo del fenomeno di amplificazione in superficie, ma limitato al caso di cavità circolare investita da onde di tipo SH, per le quali nella riflessione su superfici libere non si verifica il fenomeno di *mode-conversion*, con generazione di onde a diversa polarizzazione. Il lavoro presenta considerazioni sintetiche di taglio più applicativo anche per l'uso di accelerogrammi reali: viene confermata la presenza di una frequenza caratteristica (per una lunghezza d'onda pari a circa 6 volte la profondità del centro della cavità). Tale frequenza viene direttamente collegata, grazie ad un metodo approssimato di analisi modale, alla frequenza propria di vibrazione di una porzione del continuo approssimativamente compreso tra la calotta della cavità e la superficie del semispazio (**Fig. 2.27**). I fattori amplificativi massimi raggiungono secondo gli Autori il valore di 1.3, limitato alle basse frequenze (**Fig. 2.29**).

I lavori di taglio applicativo riguardanti i casi di incidenza di onde con polarizzazione nel piano ortogonale all'asse della cavità (di tipo P ed SV) sono quelli di Sanò (2011) e Landolfi *et al.* (2011). Landolfi *et al.* (2011), nelle analisi su un caso reale semplificato, per la prima volta esprime l'amplificazione del moto non in termini spettrali (ovvero per singola armonica), ma mediante un parametro di intensità globale del sisma: l'intensità di Housner. I risultati mostrano che tutte le combinazioni analizzate determinano una generale e marcata deamplificazione sulla superficie sovrastante la cavità, con amplificazioni modeste ad una certa distanza dal centro.

L'interpretazione e soprattutto la generalizzazione dei risultati è resa difficoltosa dall'elevato numero di variabili in gioco. In particolare risulta ardua l'individuazione di fenomeni e tendenze caratteristiche, come ad esempio l'andamento dell'amplificazione in funzione della profondità o delle dimensioni della cavità. Rimane anche un'incertezza di fondo su quali siano le minime dimensioni di una cavità a determinare una significativa modifica del moto in superficie. Yiouta-Mitra *et al.* (2007), ad esempio, individuano come lunghezza d'onda limite  $\lambda$  al di sopra del quale non vengono prodotti effetti significativi quella pari al diametro della cavità  $D$ ; se quindi un impulso sismico presenta armoniche con contenuto energetico apprezzabile al di sopra di una lunghezza d'onda minima  $\lambda_{\min}$ , la relazione che deve rispettare una cavità per poter significativamente influire sul moto è:  $D > \lambda_{\min}$ . Sanò (2011) fissa un limite decisamente più basso, ponendo:  $D > \lambda_{\min}/4$ .

### 3 TEORIA DELLA PROPAGAZIONE DI ONDE PIANE IN UN SEMISPAZIO ELASTICO

#### 3.1 Equazioni di campo per onde meccaniche in condizioni di deformazioni piane

La propagazione di onde meccaniche in un mezzo elastico omogeneo, nel caso più generale tridimensionale, è descritta dall'equazione differenziale:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + G) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + G \nabla^2 \vec{u} \quad (3.1)$$

in cui  $\vec{u}$  rappresenta il campo di spostamenti associato all'onda,  $G$  il modulo di rigidezza al taglio del mezzo e  $\lambda$  la sua costante di Lamè. Il campo vettoriale di spostamenti può essere sempre espresso come somma della componente irrotazionale (onda P) e della componente distorsionale (onda S), a loro volta ottenibili rispettivamente come gradienti di una funzione potenziale scalare  $\phi = \phi(x, y, z, t)$  e di un potenziale vettore  $\vec{\psi} = \{\psi_x(x, y, z, t), \psi_y(x, y, z, t), \psi_z(x, y, z, t)\}$ :

$$\vec{u} = \vec{u}_p + \vec{u}_s = \nabla \phi + \nabla \times \vec{\psi} \quad (3.2)$$

Nel caso in cui l'onda si propaga in una condizione di stato piano di deformazione, in cui il moto è confinato, ad esempio, al solo piano  $xz$ , con conseguente invarianza lungo la direzione  $y$  (**Fig. 3.1**), le componenti di spostamento della parte irrotazionale e distorsionale possono essere così espresse:

$$\text{per l'onda P: } \vec{u}_p = \text{grad}(\phi) = \nabla \phi = \begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\text{per l'onda S}_V: \vec{u}_s = \text{rot}(\vec{\psi}) = \nabla \times \vec{\psi} = \begin{Bmatrix} u_s \\ v_s \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

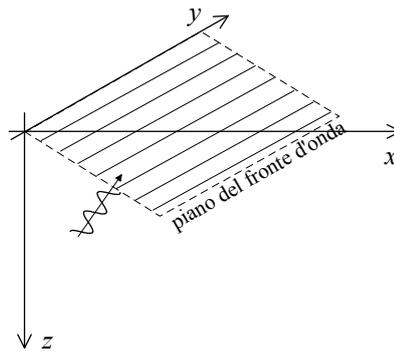


Figura 3.1 – Sistema di riferimento per l'analisi di onde piane

In queste condizioni quindi il potenziale vettore  $\vec{\psi}$  si riduce alla sola componente  $\psi_y$  ed il problema della determinazione del campo di spostamenti associato all'onda è equivalente alla determinazione delle sole due funzioni scalari  $\phi$  e  $\psi = \psi_y$ . Sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti valido in condizioni lineari, il problema può essere separato nel moto associato all'onda P ed in quello associato all'onda S. La (3.1) si riduce ad una sola equazione differenziale di un'unica incognita scalare, per ciascuno dei due casi:

$$\text{per onda P: } \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = V_P^2 \nabla^2 \phi \quad (3.5)$$

$$\text{per onda S: } \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = V_S^2 \nabla^2 \psi \quad (3.6)$$

dove  $V_P$  e  $V_S$  sono le velocità di propagazione dei rispettivi tipi di onde, per le quali (posto  $E$  il modulo di rigidità di Young ed  $M$  il modulo di rigidità in condizioni confinate) valgono le relazioni:

$$M = \lambda + 2G = E \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \rho V_P^2 \quad (3.7)$$

$$G = \rho V_S^2 \quad (3.8)$$

### 3.2 Stato tensionale associato ad onde piane

Le onde meccaniche piane sono costituite da un impulso che si propaga in maniera da avere tutti i fronti d'onda piani e paralleli, appartenenti ad una particolare giacitura ortogonale alla direzione di propagazione  $\hat{r}$ . In tali condizioni le grandezze caratteristiche del moto assumono un valore uniforme su ciascun piano della giacitura del fronte (Fig. 3.2) ed, essendo  $r$  la coordinata spaziale nella direzione di propagazione,  $t$  la coordinata temporale e  $V$  la velocità di propagazione

dell'impulso, la generica onda che avanza nella direzione positiva di  $r$  può essere rappresentata, tra i vari modi, dall'espressione dello spostamento  $u$ :

$$u = f\left(\frac{r}{V} - t\right) \quad (3.9)$$

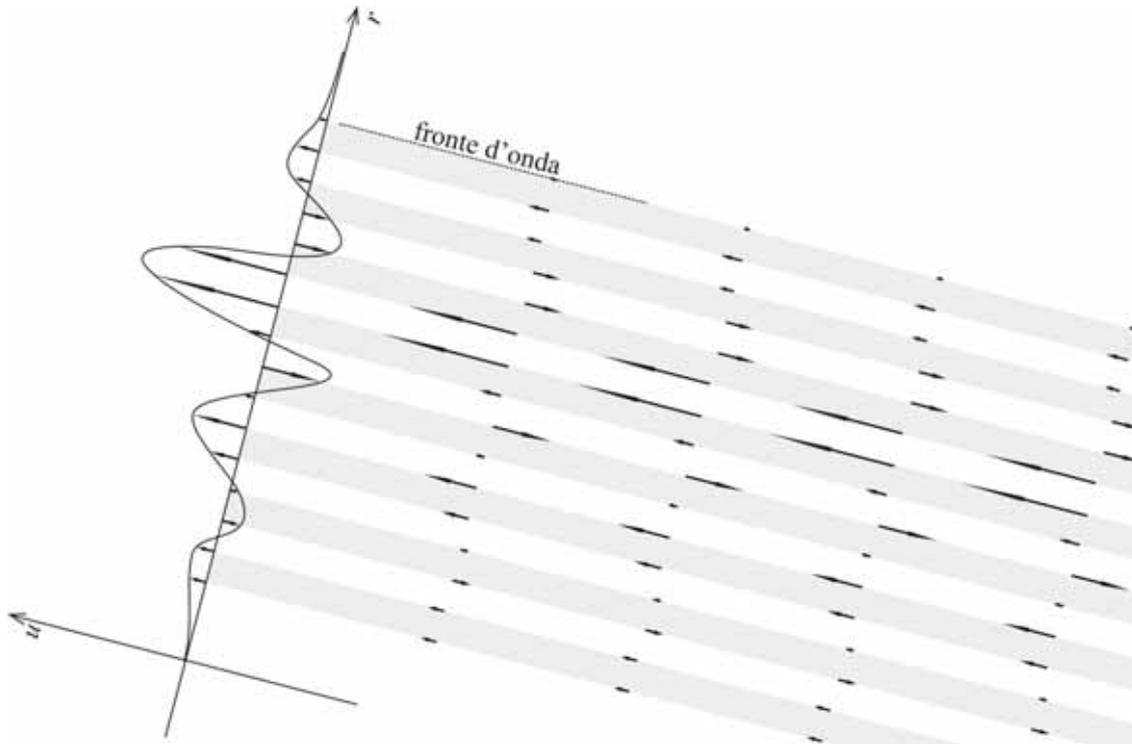


Figura 3.2 – Schema della distribuzione spaziale degli spostamenti  $u$  in un'onda piana di tipo S che si propaga nella direzione  $\hat{r}$ .

Per ciascun tipo di onda, P o S, che si propaga in un mezzo elastico omogeneo, di densità  $\rho$  e velocità di propagazione  $V_P$  e  $V_S$ , è possibile ottenere, come di seguito descritto, le relazioni tra lo stato tensionale agente sul piano del fronte d'onda e la velocità delle particelle (Graff, 1975).

Per un'onda piana P, in cui il moto particellare avviene nella stessa direzione di propagazione, lo stato di deformazione è monoassiale; valgono quindi le relazioni:

$$\text{spostamento } u_n = f\left(\frac{r}{V_P} - t\right)$$

$$\text{velocità delle particelle } \dot{u}_n = \frac{\partial u_n}{\partial t} = -f'\left(\frac{r}{V_P} - t\right)$$

$$\text{deformazione longitudinale } \varepsilon_n = \frac{\partial u_n}{\partial r} = \frac{1}{V_P} f'\left(\frac{r}{V_P} - t\right)$$

$$\text{tensione normale longitudinale } \sigma_n = M\varepsilon_n = \rho V_P^2 \varepsilon_n = \rho V_P f'\left(\frac{r}{V_P} - t\right)$$

Si ottiene quindi:

$$\sigma_n = -\rho \cdot V_p \cdot \dot{u}_n \quad (3.10)$$

Viste le condizioni di espansione laterale impedita, la tensione agente sul piano ortogonale al fronte d'onda,  $\sigma_o$ , è esprimibile come:

$$\sigma_o = \sigma_n \frac{\nu}{1-\nu} \quad (3.11)$$

dove  $\nu$  è il coefficiente di Poisson. La direzione di propagazione e la direzione del fronte sono direzioni principali dello stato tensionale associato all'onda,  $\sigma_n$  e  $\sigma_o$  le rispettive tensioni principali (**Fig.3.3**).

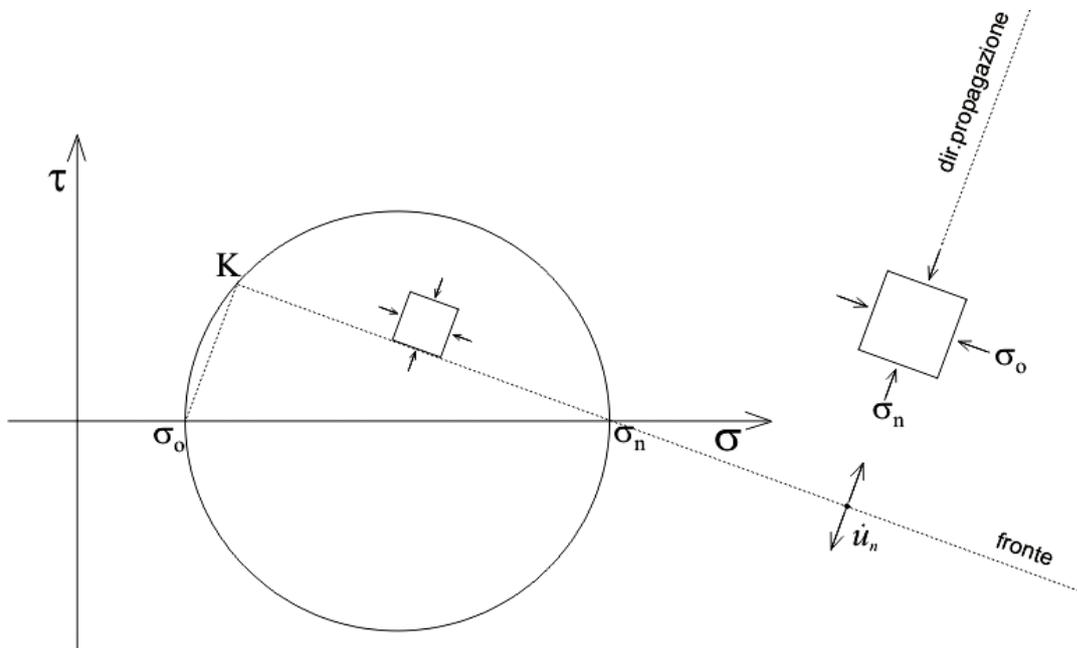


Figura 3.3 – Rappresentazione nel piano di Mohr dello stato tensionale associato ad un'onda piana di tipo P.

Nelle onde S, per le quali il moto delle particelle appartiene alla giacitura del fronte, la velocità particellare  $\dot{u}_t = v_t$  è parallela al fronte d'onda. La deformazione è di taglio puro (**Fig. 3.4**) e valgono quindi le relazioni:

$$\text{spostamento } u_t = f\left(\frac{r}{V_S} - t\right)$$

$$\text{velocità particellare } \dot{u}_t = \frac{\partial u_t}{\partial t} = -f'\left(\frac{r}{V_S} - t\right)$$

$$\text{deformazione tangenziale } \gamma = \frac{\partial u_t}{\partial r} = \frac{1}{V_S} f'\left(\frac{r}{V_S} - t\right)$$

$$\text{tensione tangenziale } \tau = G\gamma = \rho V_S f' \left( \frac{r}{V_S} - t \right)$$

Si ottiene infine:

$$\tau = -\rho \cdot V_S \cdot \dot{u}_t \quad (3.12)$$

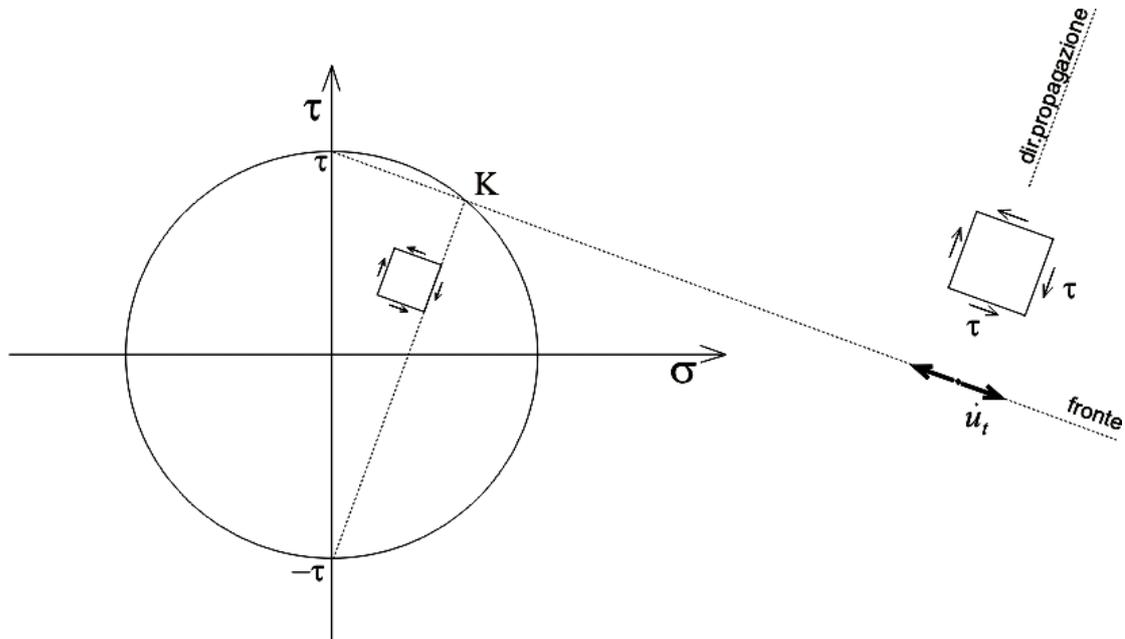


Figura 3.4 – Rappresentazione nel piano di Mohr dello stato tensionale associato ad un'onda piana S.

Non è superfluo sottolineare che, nel caso in cui il mezzo sia interessato da uno stato tensionale preesistente al passaggio della perturbazione, nelle relazioni (3.11) e (3.12) si dovrà fare riferimento non al valore assoluto delle tensioni ( $\sigma_n$ ,  $\sigma_o$ ,  $\tau$ ), quanto ai soli incrementi tensionali associati alla propagazione dell'onda ( $\Delta\sigma_n$ ,  $\Delta\sigma_o$ ,  $\Delta\tau$ ).

### 3.3 La riflessione di onde piane sulla superficie del semispazio

La riflessione sulla superficie libera di un semispazio, in condizioni di deformazioni piane, costituisce un caso particolare del problema dell'incidenza di un'onda piana sulla frontiera tra due semispazi omogenei di densità e velocità differenti (Fig. 3.5). In questo secondo caso, più generale, la determinazione delle ampiezze di tutte le onde riflesse dalla discontinuità, e di quelle rifratte attraverso di essa, sono determinabili mediante la risoluzione di un sistema di quattro equazioni lineari a coefficienti complessi (Knott, 1899; Zoeppritz, 1919). Molte delle soluzioni pubblicate, tra le quali quella esplicitata da Costain *et al.* (1963, 1965), sono soggette tuttavia ad errori analitici che derivano dalle complesse convenzioni dei segni adottate, come osservato da Hales e Roberts (1974).

Si è preferito pertanto far riferimento al testo di Aki e Richards (2002) ed alla pubblicazione di Knopoff *et al.* (1957) nei quali sono riportate direttamente le espressioni analitiche nel caso in cui

uno dei due mezzi è assente, ovvero in presenza di superficie libera che, a seguito dell'incidenza, genera solo onde riflesse.

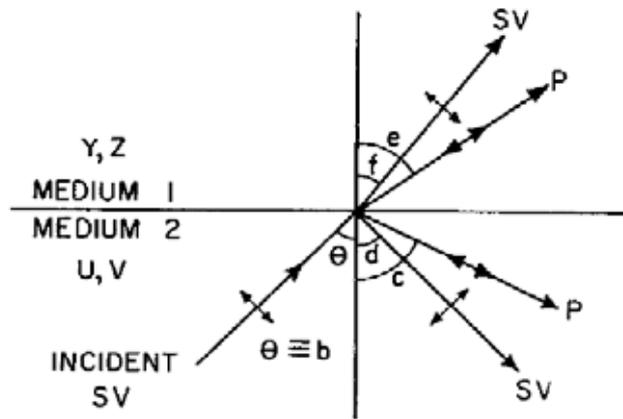


Figura 3.5 – Schema delle onde prodotte nell'incidenza di un'onda SV su una discontinuità elastica piana (Costain *et al.*, 1963).

### 3.3.1 Onde P incidenti obliquamente

Il potenziale  $\phi^{inc}(x,z,t)$  di un'onda piana armonica di tipo P, incidente obliquamente sulla superficie del semispazio secondo un angolo  $\theta$  (Fig. 3.6), viene così espresso nelle coordinate spazio-temporali:

$$\phi^{inc} = A \cdot \exp \left[ i \omega \left( \frac{\sin \theta}{V_P} x - \frac{\cos \theta}{V_P} z - t \right) \right] \quad (3.13)$$

dove  $A$  è l'ampiezza della funzione potenziale,  $\omega = 2\pi f$  la frequenza circolare,  $V_P$  la velocità di propagazione delle onde P.

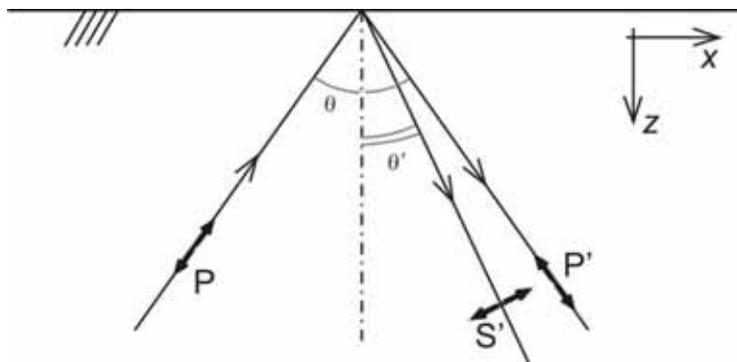


Figura 3.6 – Schema di incidenza e riflessione di un'onda P sulla superficie libera di un semispazio elastico omogeneo.

Nella riflessione sulla superficie piana vengono generate un'onda P, riflessa secondo un angolo  $\theta$  uguale a quello di incidenza, ed un onda S, riflessa secondo un angolo  $\theta'$ , legato a  $\theta$  dalla nota legge di Snell:

$$\frac{\text{sen}(\theta')}{V_S} = \frac{\text{sen}(\theta)}{V_P} \quad (3.14)$$

Le espressioni dei potenziali delle due onde riflesse, anch'esse piane, sono:

$$\text{per l'onda P: } \phi^{rif} = B \cdot \exp \left[ i\omega \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} x + \frac{\cos\theta}{V_P} z - t \right) \right] \quad (3.15)$$

$$\text{per l'onda SV: } \psi^{rif} = C \cdot \exp \left[ i\omega \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} x + \frac{\cos\theta'}{V_S} z - t \right) \right] \quad (3.16)$$

I valori delle ampiezze  $B$  e  $C$  possono essere ottenuti imponendo le condizioni al contorno le quali richiedono che sulla superficie del semispazio lo stato tensionale sia invariabilmente nullo. Aki e Richards (2002) riportano le espressioni esplicite di tali ampiezze normalizzate rispetto all'ampiezza  $A$  del potenziale dell'onda incidente :

$$\frac{B}{A} = \frac{4 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S} - \left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \right)^2}{4 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S} + \left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \right)^2} \quad (3.17)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{4 \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \frac{\cos\theta}{V_P} \left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \right)}{4 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S} + \left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta}{V_P} \right)^2 \right)^2} \quad (3.18)$$

Le componenti dello spostamento  $u$  e  $w$  sulla superficie limite del semispazio ( $z = 0$ ) possono essere trovate quindi come sovrapposizione del moto incidente e dei due moti riflessi, applicando le relazioni (3.5) e (3.6):

$$u = \frac{\partial \phi^{inc}}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \phi^{rif}}{\partial x} \Big|_{z=0} - \frac{\partial \psi^{rif}}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (3.19)$$

$$w = \frac{\partial \phi^{inc}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \phi^{rif}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \psi^{rif}}{\partial x} \Big|_{z=0} \quad (3.20)$$

Tenendo conto delle convenzioni dei segni, che richiedono l'inversione di segno per la componente dell'onda SV riflessa, si ottiene pertanto:

$$u = Ai\omega \cdot \exp\left[i\omega\left(\frac{\text{sen}\theta}{V_P}x - t\right)\right] \cdot \left[\frac{\text{sen}\theta}{V_P} + \frac{B \text{sen}\theta}{A V_P} + \frac{C \cos\theta'}{A V_S}\right] \quad (3.21)$$

$$w = Ai\omega \cdot \exp\left[i\omega\left(\frac{\text{sen}\theta}{V_P}x - t\right)\right] \cdot \left[-\frac{\cos\theta}{V_P} + \frac{B \cos\theta}{A V_P} - \frac{C \text{sen}\theta'}{A V_S}\right] \quad (3.22)$$

Risulta utile normalizzare l'ampiezza di tali componenti rispetto all'ampiezza dello spostamento dell'onda incidente  $|\vec{u}^{inc}| = \frac{Ai\omega}{V_P}$ , ottenendo infine le relazioni seguenti, il cui andamento è riportato, in funzione dell'angolo di incidenza  $\theta$  e per alcuni valori rappresentativi del coefficiente di Poisson del mezzo, nelle **Figure 3.7 e 3.8**:

$$\frac{|u|}{|\vec{u}^{inc}|} = \text{sen}\theta + \frac{B}{A} \text{sen}\theta + \frac{C V_P}{A V_S} \cos\theta' \quad (3.23)$$

$$\frac{|w|}{|\vec{u}^{inc}|} = -\cos\theta + \frac{B}{A} \cos\theta - \frac{C V_P}{A V_S} \text{sen}\theta' \quad (3.24)$$

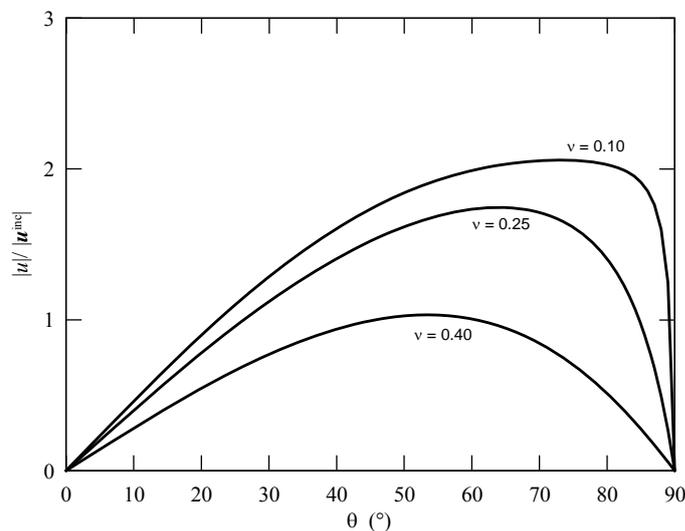


Figura 3.7 – Ampiezza della componente orizzontale dello spostamento  $|u|$  sulla frontiera del semispazio, normalizzata rispetto all'ampiezza dell'onda incidente  $|\vec{u}^{inc}|$ , per onde P incidenti obliquamente con angolo  $\theta$  e vari valori del coefficiente di Poisson  $\nu$  (relazione 3.23).

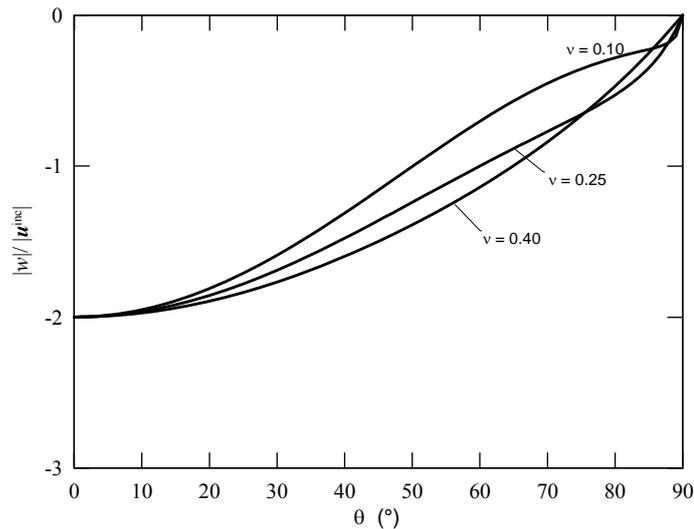


Figura 3.8 – Ampiezza della componente verticale dello spostamento  $|w|$  sulla frontiera del semispazio, normalizzata rispetto all'ampiezza dell'onda incidente  $|u^{inc}|$ , per onde P incidenti obliquamente con angolo  $\theta$  e vari valori del coefficiente di Poisson  $\nu$  (relazione 3.24).

### 3.3.2 Onde S incidenti obliquamente

Analogamente a quanto visto per l'onda P, la funzione potenziale di un'onda piana SV, incidente sulla frontiera del semispazio secondo un angolo  $\theta'$  (**Fig. 3.9**), può essere espressa nel modo seguente:

$$\psi^{inc} = A \cdot \exp \left[ i\omega \left( \frac{\sin \theta'}{V_S} x - \frac{\cos \theta'}{V_S} z - t \right) \right] \quad (3.25)$$

dove  $A$  è l'ampiezza della funzione,  $\omega = 2\pi f$  la frequenza circolare,  $V_S$  la velocità di propagazione delle onde S. Nella riflessione sulla superficie piana vengono generate un'onda S, riflessa secondo un angolo uguale a quello di incidenza, ed un'onda P, riflessa secondo un angolo  $\theta$ . Le espressioni dei potenziali delle due onde riflesse, anch'esse piane, sono le seguenti:

$$\psi^{rif} = B \cdot \exp \left[ i\omega \left( \frac{\sin \theta'}{V_S} x + \frac{\cos \theta'}{V_S} z - t \right) \right] \quad (3.26)$$

$$\phi^{rif} = C \cdot \exp \left[ i\omega \left( \frac{\sin \theta}{V_P} x + \frac{\cos \theta}{V_P} z - t \right) \right] \quad (3.27)$$

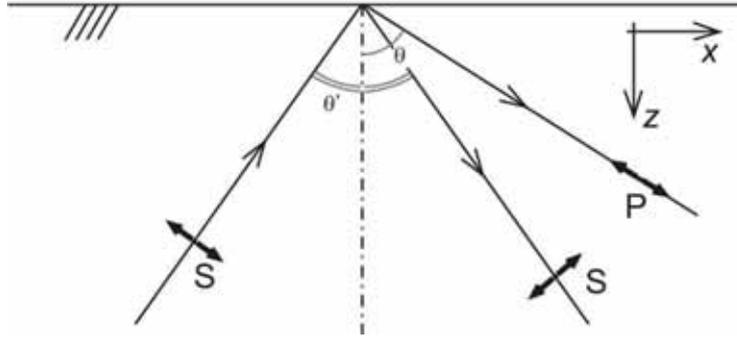


Figura 3.9 - Schema di incidenza e riflessione di un'onda S sulla frontiera di un semispazio elastico omogeneo.

E' importante notare che, dal momento che  $V_S < V_P$ , l'angolo di riflessione dell'onda P, legato ancora a quello di incidenza dalla (3.14), raggiunge una configurazione limite corrispondente alla riflessione orizzontale ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\text{sen}\theta = 1$ ), quando l'angolo di incidenza assume il valore critico:

$$\text{sen}(\theta'_{cr}) = \frac{V_S}{V_P} \quad (3.28)$$

I valori delle ampiezze B e C delle onde riflesse, normalizzate rispetto all'ampiezza incidente A, possono ancora essere trovati imponendo le condizioni al contorno (Aki e Richards, 2002):

$$\frac{B}{A} = \frac{\left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \right)^2 - 4 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S}}{\left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \right)^2 + 4 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S}} \quad (3.29)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{4 \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \frac{\cos\theta'}{V_S} \left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_P} \right)^2 \right)}{\left( \frac{1}{V_S^2} - 2 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \right)^2 + 4 \left( \frac{\text{sen}\theta'}{V_S} \right)^2 \frac{\cos\theta}{V_P} \frac{\cos\theta'}{V_S}} \quad (3.30)$$

Analogamente al caso di onda P incidente, le componenti dello spostamento,  $u$  e  $w$ , sulla superficie limite del semispazio ( $z = 0$ ) possono essere trovate applicando le relazioni (3.5) e (3.6):

$$u = - \frac{\partial \psi^{inc}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \frac{\partial \psi^{rifl}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \phi^{rifl}}{\partial x} \Big|_{z=0} \quad (3.31)$$

$$w = \frac{\partial \psi^{inc}}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \psi^{rifl}}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \phi^{rifl}}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (3.32)$$

Ed infine, normalizzando rispetto all'ampiezza del moto incidente:

$$\frac{|u|}{|\bar{u}_{inc}|} = \cos\theta' + \frac{B}{A} \cos\theta' + \frac{C}{A} \frac{\text{sen}\theta}{V_P} V_S \quad (3.33)$$

$$\frac{|w|}{|\bar{u}_{inc}|} = \text{sen}\theta' - \frac{B}{A} \text{sen}\theta' - \frac{C}{A} \frac{\cos\theta}{V_P} V_S \quad (3.34)$$

Le espressioni (3.31), (3.32), (3.33), (3.34) possono essere valutate normalmente per  $\theta' < \theta'_{cr}$ . Per  $\theta' > \theta'_{cr}$  invece l'angolo di riflessione  $\theta$  non è definito, ma, facendo ricorso alla legge di Snell, è comunque possibile valutare i fattori  $\frac{\text{sen}\theta}{V_P}$  e  $\frac{\cos\theta}{V_P}$ :

$$\frac{\text{sen}(\theta)}{V_P} = \frac{\text{sen}(\theta')}{V_S} \quad (3.35)$$

$$\frac{\cos(\theta)}{V_P} = \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - \left(\frac{\text{sen}(\theta)}{V_P}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{V_P^2} - \left(\frac{\text{sen}(\theta')}{V_S}\right)^2} = i \sqrt{\left(\frac{\text{sen}(\theta')}{V_S}\right)^2 - \frac{1}{V_P^2}} \quad (3.36)$$

in cui  $i$  è l'unità immaginaria. Ne consegue che per  $\theta' > \theta'_{cr}$ , tutte le espressioni contenenti il fattore  $\cos\theta$  assumono valore complesso. Esse sono le relazioni (3.29), (3.30), nonché l'ultimo termine della componente verticale dell'onda P riflessa (3.34). La loro valutazione deve essere eseguita secondo le regole dell'algebra dei numeri complessi, calcolandone infine il modulo, per ottenere  $|u|/|\bar{u}_{inc}|$  e  $|w|/|\bar{u}_{inc}|$ .

Per angoli di incidenza superiori a quello critico, l'onda P, riflessa orizzontalmente, ha una componente verticale immaginaria, ed una componente orizzontale reale con ampiezza decrescente con la profondità. Non si tratta più quindi di un'onda piana classica (*omogenea*), ma di un'onda *non omogenea*, nella quale il moto presenta una variazione lungo il fronte d'onda; a questo tipo di onde appartengono anche le onde di superficie di Rayleigh e di Love. Inoltre per  $\theta' > \theta'_{cr}$  sia l'onda P sia l'onda S riflesse presentano un ritardo di fase rispetto all'onda incidente.

Nelle **Figure 3.10** e **3.11** sono riportati i diagrammi delle ampiezze delle componenti orizzontale e verticale per alcuni valori del coefficiente di Poisson. Si noti come la componente orizzontale normalizzata tenda ad annullarsi per  $\theta'=45^\circ$  mentre nell'intorno dell'angolo di incidenza critico raggiunga valori anche molto superiori a 2 (corrispondente al caso di onde di taglio incidenti normalmente alla frontiera). Al decrescere di  $\nu$  l'amplificazione massima cresce in maniera rilevante, ma è limitata ad un intervallo dell'angolo di incidenza  $\theta'$  sempre più ristretto nell'intorno del valore critico.

Anche la componente verticale raggiunge i valori massimi in vicinanza dell'angolo di incidenza critico, sebbene per il valore esatto  $\theta'=\theta'_{cr}$  si verifichi un suo brusco annullamento.

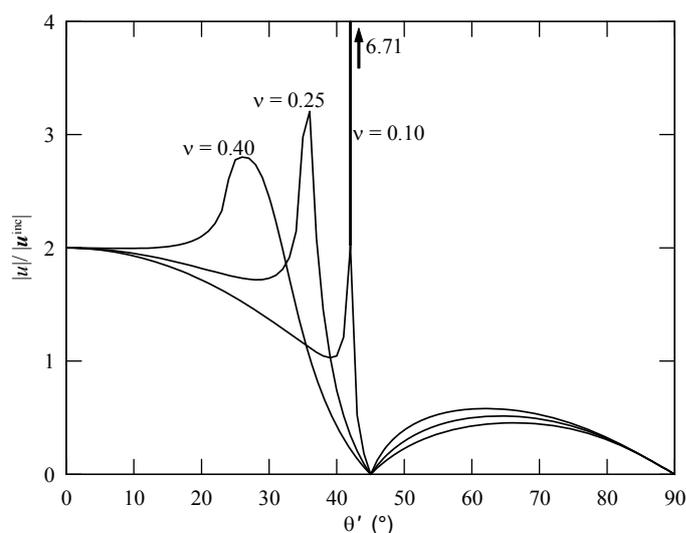


Figura 3.10 - Ampiezza normalizzata della componente orizzontale dello spostamento in superficie per onde S incidenti con angolo  $\theta'$  (relazione 3.33).

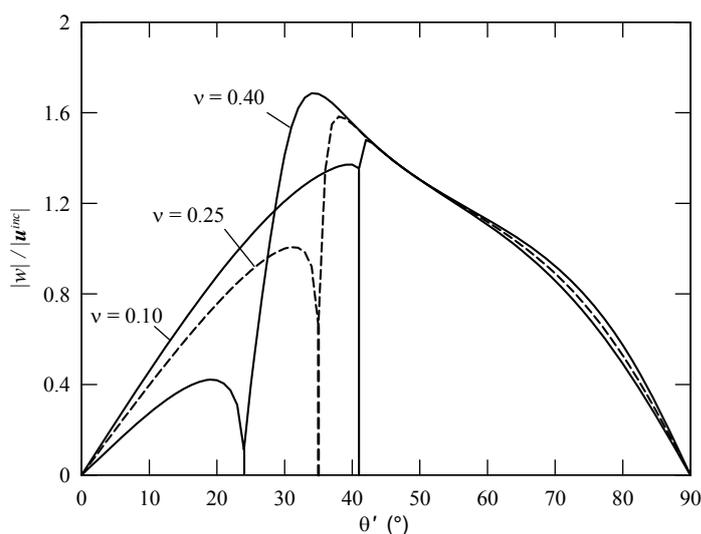


Figura 3.11 - Ampiezza normalizzata della componente verticale dello spostamento in superficie per onde S incidenti con angolo  $\theta'$  (relazione 3.34).

E' stato ipotizzato che l'amplificazione del moto in superficie legata all'incidenza obliqua del fronte di un'onda elastica, possa aver avuto, in alcuni casi, una sensibile influenza sulla risposta sismica locale. Kawase e Aki (1990) dopo aver analizzato con criteri sismologici numerosi accelerogrammi dell'evento di Whittier Narrows (California), del 1/10/1987, hanno dedotto che il moto incidente proveniente dall'ipocentro era simile ad un'onda piana di tipo SV. Gli Autori hanno realizzato quindi un modello BEM bidimensionale nel quale il moto, generato mediante diversi tipi di sorgente compatibili con il tipo d'onda (**Fig. 3.12**), incide sulla collina di Whittier Narrows, su uno dei versanti della quale è stata registrata la massima intensità del sisma.

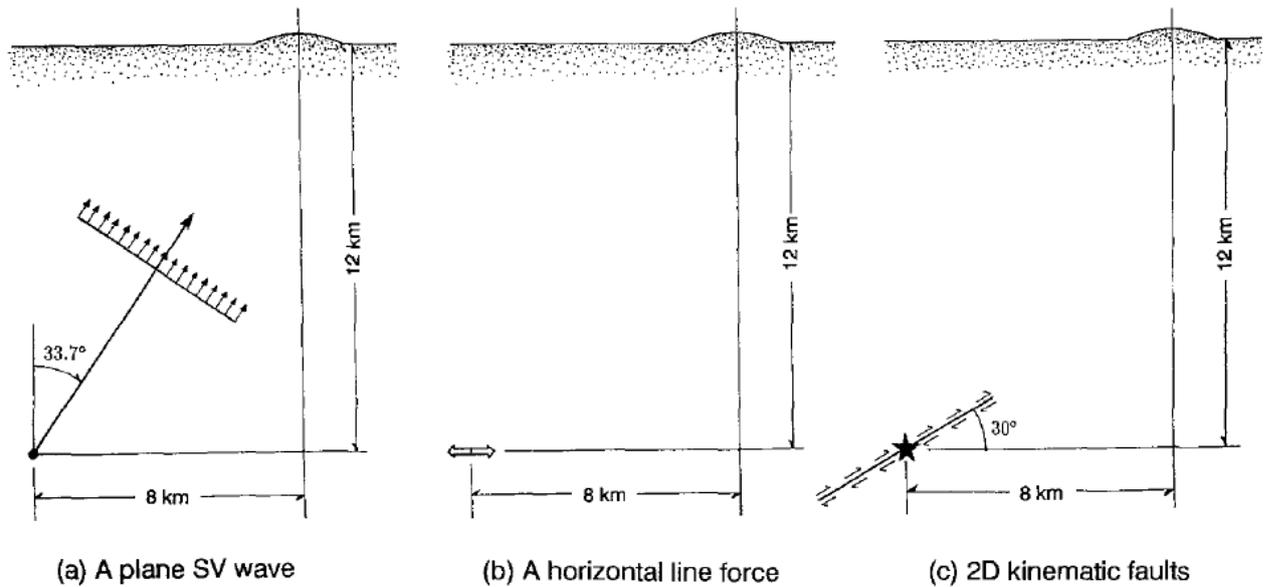


Figura 3.12 – Modelli dei diversi meccanismi di generazione del sisma che dalla sorgente incide sulla collina di Whittier Narrows (Kawase e Aki, 1990).

I risultati mettono in evidenza che, indipendentemente dall'esatto meccanismo di generazione, il moto ottenuto sulla superficie del versante del colle più lontano dalla sorgente presenta un'amplificazione considerevole (circa 1.5 volte l'ampiezza del moto in condizioni di *free-field*) su estese bande dello spettro (**Figura 3.13**). Data la bassa pendenza dei versanti della collina, l'amplificazione ottenuta non è ascrivibile solo al classico effetto topografico di concentrazione delle onde incidenti. Gli Autori concludono pertanto che il picco di amplificazione sia associato all'angolo di incidenza che, sul versante posto sul lato opposto alla sorgente, risulta molto prossimo a quello critico ( $\theta_{cr}=35.7^\circ$  per  $V_p=4200$  m/s,  $V_s=2400$  m/s,  $\nu=0.256$ ).

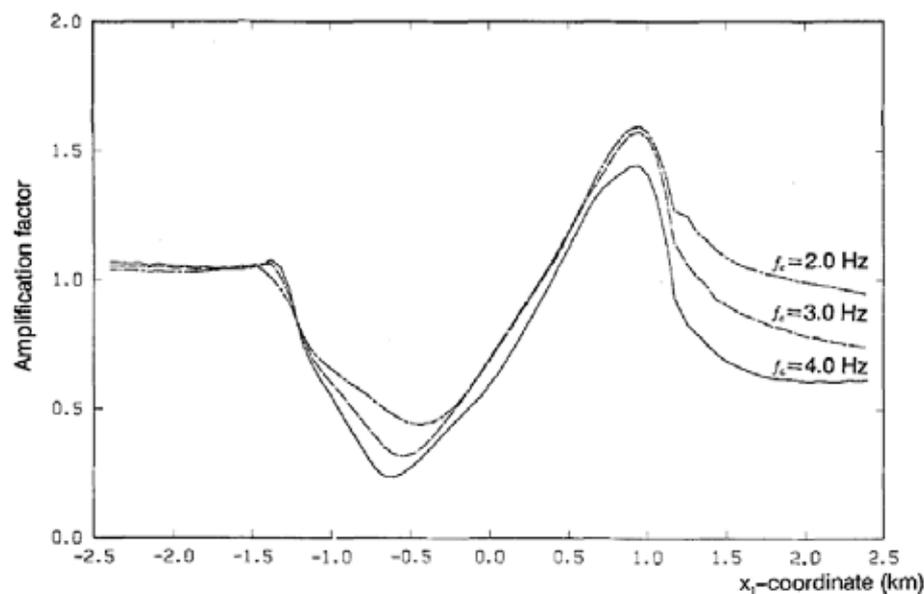


Figura 3.13 – Amplificazione del moto sulla superficie della collina di Whittier Narrows (l'ascissa  $x$  è riferita alla posizione del colmo) normalizzato rispetto all'ampiezza del moto sulla superficie orizzontale del semispazio. Caso con sorgente di un fronte d'onda piano di tipo SV (**Fig. 3.12.a**) (Kawase e Aki, 1990).



## 4 UN METODO NUMERICO PER L'APPLICAZIONE DI FRONTI D'ONDA PIANI INCLINATI

Nella maggior parte dei modelli numerici utilizzati per analisi tensio-deformative in campo sismico, l'onda incidente viene simulata mediante lo scuotimento della superficie orizzontale posta alla base del modello: viene riprodotto, in altre parole, un fronte d'onda piano che si propaga verticalmente verso l'alto, con polarizzazione del moto in direzione orizzontale. Tale assunzione è giustificata in quanto, nel percorso reale da una sorgente profonda verso il sito superficiale di interesse, l'onda di volume incontra formazioni di velocità di propagazione e densità decrescenti e disposte in una successione di strati sub-orizzontali, o comunque con inclinazione decrescente. Le successive rifrazioni che si verificano all'interfaccia verso mezzi di impedenza inferiore determinano il progressivo avvicinamento della direzione di propagazione alla verticale (Lanzo e Silvestri, 1999). In particolari casi può essere necessario considerare l'incidenza obliqua di fronti d'onda, come ad esempio per siti posti in vicinanza dell'ipocentro, o per la presenza di superfici di riflessione (come versanti o scarpate) che possono fungere da sorgenti secondarie del moto. Inoltre la risposta sismica in presenza di rilievi morfologici, cavità e altre anomalie di tipo geometrico, risulta, come richiamato nel **Capitolo 2**, significativamente influenzata dall'angolo di incidenza con il quale proviene l'onda incidente.

Pertanto è stata messa a punto una procedura numerica che simula un fronte d'onda piano incidente obliquamente sul contorno di un generico modello numerico bidimensionale. Tale procedura prevede essenzialmente la determinazione del tempo di ritardo con il quale l'onda raggiunge ciascun punto del contorno (**par. 4.1**), e nell'imposizione del moto al punto stesso, o dello stato tensionale ad esso associato, dopo un'opportuna proiezione sulla giacitura del contorno (**par. 4.2**). L'onda incidente può essere di tipo P o di tipo S con polarizzazione del moto nel piano del modello (SV). Sono quindi escluse le onde oblique di tipo SH, con polarizzazione del moto nella direzione ortogonale al piano del modello.

La procedura è stata quindi sviluppata ulteriormente al fine di riprodurre in maniera accurata le condizioni al contorno corrispondenti alla propagazione del fronte inclinato in un semispazio elastico omogeneo (**par. 4.3**). In tali condizioni è prevista la contemporanea applicazione per i tre fronti piani inclinati costituiti dall'onda diretta e dalle due onde prodotte nella riflessione dell'onda diretta sulla superficie del semispazio.

La correttezza della procedura numerica è poi verificata (**par. 4.4**) attraverso il confronto con le previsioni analitiche del problema di propagazione e riflessione di un'onda piana in un semispazio infinito elastico ed omogeneo (**Capitolo 3**).

La procedura ha un carattere generale ed indipendente dal tipo di metodo numerico di analisi (FEM o FDM), sebbene l'implementazione e la verifica siano state eseguite con il codice alle differenze finite FLAC, utilizzato poi per le analisi numeriche successive.

## 4.1 Determinazione del ritardo nell'incidenza di un fronte piano obliquo

Se si vuole riprodurre un'onda sismica che, provenendo da una sorgente esterna, investe un modello numerico (solitamente di forma rettangolare), si può ricorrere all'applicazione di una delle grandezze cinematiche (ad esempio la velocità  $\dot{u}$ ) mediante una storia temporale  $\dot{u}(t)$  unica sul bordo inferiore, determinando la propagazione verticale verso l'alto di un'onda piana di tipo S. Nel caso di applicazione di fronte d'onda obliquo secondo un angolo  $\theta$  rispetto alle frontiere del modello, si dovranno applicare storie temporali non più sincrone, ma dotate di uno sfasamento diverso per ciascun punto del contorno. Si deve infatti tener conto che, detto  $A$  il primo punto di incidenza del fronte, sul quale si applica la storia temporale  $\dot{u}(t)$ , un qualsiasi altro nodo  $P$  appartenente al contorno del modello verrà investito dalla stessa perturbazione con un ritardo  $\tau_P$  (**Fig. 4.1**). La storia temporale da applicare a  $P$  sarà pertanto  $\dot{u}(t - \tau_P)$ . Tale ritardo è dato dal rapporto tra la distanza  $\Delta l$  tra i due punti  $A$  e  $P$ , misurata lungo la direzione di propagazione dell'onda, e la velocità di propagazione  $V$  del fronte:

$$\tau_P = \frac{\Delta l}{V} = \frac{\Delta x \cdot \sin \theta + \Delta y \cdot \cos \theta}{V} \quad (4.1)$$

dove  $\Delta x$  e  $\Delta y$  sono le differenze di coordinate tra il generico punto  $P$  ed il punto di primo impatto  $A$ .

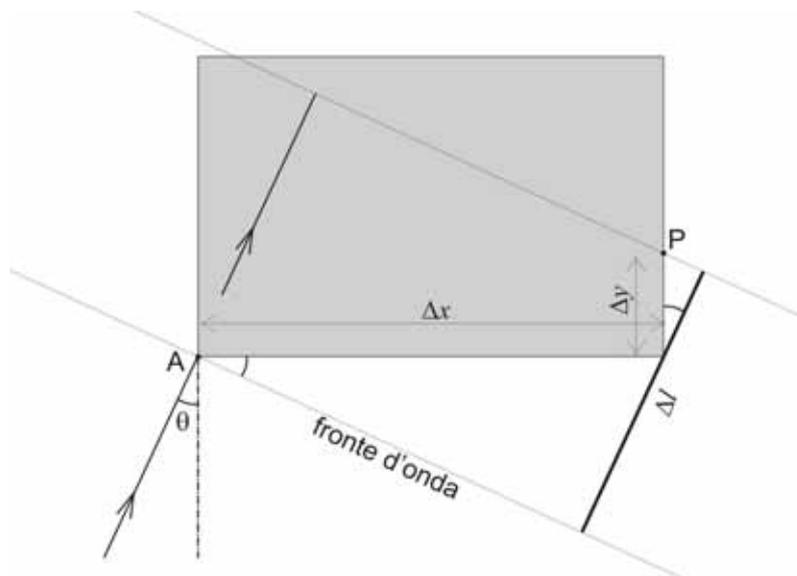


Figura 4.1 – Determinazione del percorso  $\Delta l$  seguito da un'onda piana inclinata dal punto  $A$  di primo impatto con il modello numerico, al generico punto  $P$  sul contorno.

## 4.2 Proiezione del moto sulle giaciture del contorno

### 4.2.1 Proiezione ed imposizione diretta del moto

L'incidenza obliqua dell'onda implica che l'ampiezza  $\dot{u}$  del moto (espressa ad esempio in termini di velocità) debba essere scomposta nelle componenti orizzontale e verticale per essere poi applicata ai bordi del modello. Tale scomposizione avviene in modo diverso a seconda del tipo di onda incidente (**Fig. 4.2**). Considerando positive le componenti del moto dirette verso destra e verso l'alto, per onde longitudinali di tipo P (**Fig. 4.2.a**), dove il moto delle particelle è parallelo alla direzione di propagazione, le componenti orizzontale  $\dot{u}_x$  e verticale  $\dot{u}_y$  sono espresse da:

$$\dot{u}_x(t) = \dot{u}(t - \tau_p) \sin \theta \quad (4.2)$$

$$\dot{u}_y(t) = \dot{u}(t - \tau_p) \cos \theta \quad (4.3)$$

Per onde trasversali SV (**Fig. 4.2.b**), dove il moto delle particelle è ortogonale alla direzione di propagazione, si ha invece:

$$\dot{u}_x(t) = \dot{u}(t - \tau_p) \cos \theta \quad (4.4)$$

$$\dot{u}_y(t) = -\dot{u}(t - \tau_p) \sin \theta \quad (4.5)$$

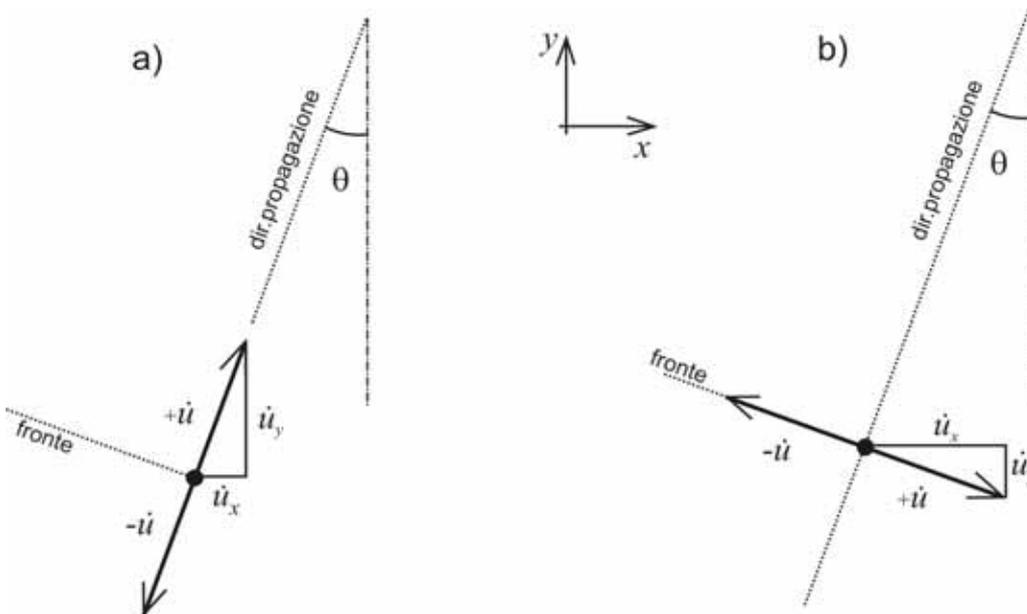


Figura 4.2 – Proiezioni delle componenti orizzontale e verticale del moto particellare di onde piane di tipo P (a) e di tipo S (b) incidenti obliquamente secondo un angolo  $\theta$ . Il moto può essere indifferentemente rappresentato dall'accelerazione, dalla velocità o dallo spostamento. E' considerato positivo per convenzione lo spostamento verso destra.

Tuttavia, se l'applicazione dell'onda incidente avviene imponendo le condizioni al contorno sotto forma di una delle grandezze cinematiche (accelerazione, velocità o spostamento), il contorno stesso risulterà riflettente rispetto ad eventuali altre perturbazioni provenienti dall'interno del modello, come quelle generate dalla riflessione sul piano campagna o dall'interazione con le discontinuità e le opere modellate. L'energia riflessa non potrà quindi disperdersi per irradiazione oltre la frontiera fittizia costituita dai bordi, ma verrà nuovamente riflessa verso l'interno del modello. In questo caso l'analisi dinamica presenta validità solo nelle zone più lontane dai bordi, prima che esse vengano investite dalle onde secondarie riflesse dai contorni fittizi.

#### 4.2.2 Proiezione ed imposizione dello stato tensionale associato al moto

Per ovviare al problema della riflessione fittizia sui contorni, nella modellazione numerica si ricorre all'introduzione di contorni di tipo assorbente sui quali agiscono vincoli di tipo viscoso che reagiscono con tensioni normale  $\sigma_R$  e tangenziale  $\tau_R$  proporzionali alle rispettive componenti della velocità  $\dot{u}_n$  e  $\dot{u}_t$  ed all'impedenza del mezzo secondo le relazioni:

$$\sigma_R = -a \cdot \rho \cdot V_P \cdot \dot{u}_n \quad (4.6)$$

$$\tau_R = -b \cdot \rho \cdot V_S \cdot \dot{u}_t \quad (4.7)$$

dove  $\rho$  è la densità del mezzo,  $V_P$  e  $V_S$  le velocità di propagazione delle onde elastiche,  $a$  e  $b$  i coefficienti di proporzionalità. Se l'onda proveniente dall'interno del modello incide normalmente al contorno sul quale agiscono gli smorzatori viscosi, è possibile dimostrare che l'assorbimento è perfetto quando  $a = b = 1$ . Lysmer e Kuhlemeyer (1969) hanno mostrato che, sempre per valore unitario dei coefficienti  $a$  e  $b$ , la legge descritta dalle (4.6) e (4.7) presenta un'elevata efficienza di assorbimento anche per un'incidenza dell'onda non ortogonale al contorno. Sensibili effetti riflettenti possono essere riscontrati solo per  $\theta > 60$ .

In presenza degli smorzatori viscosi, l'incidenza esterna sulle frontiere del modello di un fronte d'onda viene riprodotta mediante l'applicazione di uno stato tensionale equivalente, secondo un metodo che, nel caso semplice di onda S incidente normalmente al contorno (**Fig. 4.3**), è stato proposto da Joyner e Chen (1975). Il metodo viene brevemente richiamato di seguito, prima di descrivere la sua estensione al caso generico di fronte incidente obliquamente sulla frontiera.

Detta  $\dot{u}_{in}(t)$  la storia temporale della velocità associata al moto incidente dall'esterno, lo stato tensionale sulla giacitura parallela al fronte è, come già chiarito nel **Capitolo 3**:

$$\tau_{in} = \rho V_S \dot{u}_{in}(t)$$

Se dallo stesso contorno si irradia verso l'esterno un'onda con storia temporale della velocità pari a  $\dot{u}_{out}(t)$ , la corrispondente tensione, tenendo conto del verso di avanzamento opposto rispetto a quello dell'onda incidente, è pari a:

$$\tau_{out} = -\rho V_S \dot{u}_{out}(t)$$

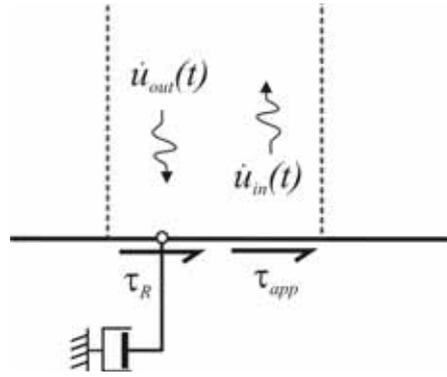


Figura 4.3 – Schema delle condizioni al contorno in termini di velocità e tensioni tangenziali per onde di tipo S incidenti normalmente al contorno stesso.

Lo stato tensionale totale agente sul contorno investito ortogonalmente da un'onda S, è dato dalla somma dei precedenti:

$$\tau_{tot} = \rho V_S \dot{u}_{in}(t) - \rho V_S \dot{u}_{out}(t) \quad (4.8)$$

Tale stato tensionale complessivo è ottenuto dall'equilibrio tra la tensione da applicare  $\tau_{app}$  (incognita) e quella esercitata dallo smorzatore viscoso  $\tau_R$ , il cui valore, come già detto, è legato alla velocità totale  $\dot{u}_t$  del contorno dalla relazione (4.7) per  $b=1$ :

$$\tau_R = -\rho \cdot V_S \cdot \dot{u}_t$$

Pertanto:

$$\tau_{tot} = \tau_{app} + \tau_R = \tau_{app} - \rho V_S \dot{u}_t(t) \quad (4.9)$$

Uguagliando la (4.8) e la (4.9), ed applicando la condizione di congruenza  $\dot{u}_t(t) = \dot{u}_{in}(t) + \dot{u}_{out}(t)$ , si ottiene:

$$\begin{aligned} \tau_{app} = \tau_{tot} - \tau_R &= \rho V_S \dot{u}_{in}(t) - \rho V_S \dot{u}_{out}(t) - (-\rho V_S \dot{u}_t(t)) \\ \tau_{app} &= \rho V_S \dot{u}_{in}(t) - \cancel{\rho V_S \dot{u}_{out}(t)} - (-\rho V_S \dot{u}_{in}(t) - \cancel{\rho V_S \dot{u}_{out}(t)}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\tau_{app} = 2\rho V_S \dot{u}_{in}(t) \quad (4.11)$$

Con tale procedura la tensione degli smorzatori in risposta al moto incidente viene neutralizzata, rimanendo essi attivi per il perfetto assorbimento della generica perturbazione proveniente dall'interno del modello, rappresentata nella (4.10) dal termine  $-\rho V_S \dot{u}_{out}(t)$  che si elide.

Si evidenzia come la relazione (4.10) mostri che la tensione da applicare  $\tau_{app}$  può essere espressa semplicemente come *differenza tra lo stato tensionale associato al moto incidente  $\tau_{in}$  e la reazione dello smorzatore allo stesso moto incidente,  $\tau_{R,in}$* , ovvero:

$$\tau_{app} = \tau_{in} - \tau_{R,in} \quad (4.12)$$

L'applicazione del metodo sopra esposto al caso di fronte piano incidente obliquamente, prevederà pertanto l'uso, per ciascuna componente del tensore degli sforzi, della stessa relazione (4.12).

**Onde P.** Nelle onde P lo stato tensionale agente sulla direzione del fronte d'onda e su quella ortogonale, che costituiscono direzioni principali, è espresso dalle tensioni principali  $\sigma_n$  e  $\sigma_o$  legate alla velocità di vibrazione  $\dot{u}$  dalle già descritte relazioni (3.10) e (3.11):

$$\sigma_n = \rho V_p \dot{u}$$

$$\sigma_o = \frac{v}{1-v} \sigma_n = \frac{v}{1-v} \rho V_p \dot{u}$$

La tensione media ed il taglio massimo sono dati da:

$$\sigma_m = (\sigma_n + \sigma_o) / 2$$

$$\tau_{max} = (\sigma_n - \sigma_o) / 2$$

Usando le usuali regole di proiezione del tensore (rappresentate nel piano di Mohr in **figura 4.4**) è possibile trovare lo stato tensionale associato al moto incidente sulle giaciture di interesse (si adotta la convenzione in uso nella geotecnica: compressione positiva e tensione tangenziale positiva se diretta secondo le ascisse decrescenti quando la normale uscente dal piano di azione è diretta verso le ascisse crescenti):

Le tensioni agenti sulla giacitura orizzontale sono:

$$\sigma_y = \sigma_m + \tau_{max} \cdot \cos(2\theta)$$

$$\tau_{yx} = \tau_{max} \cdot \sin(2\theta)$$

mentre quelle agenti sulla giacitura verticale:

$$\sigma_x = \sigma_m - \tau_{max} \cdot \cos(2\theta)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{max} \cdot \sin(2\theta)$$

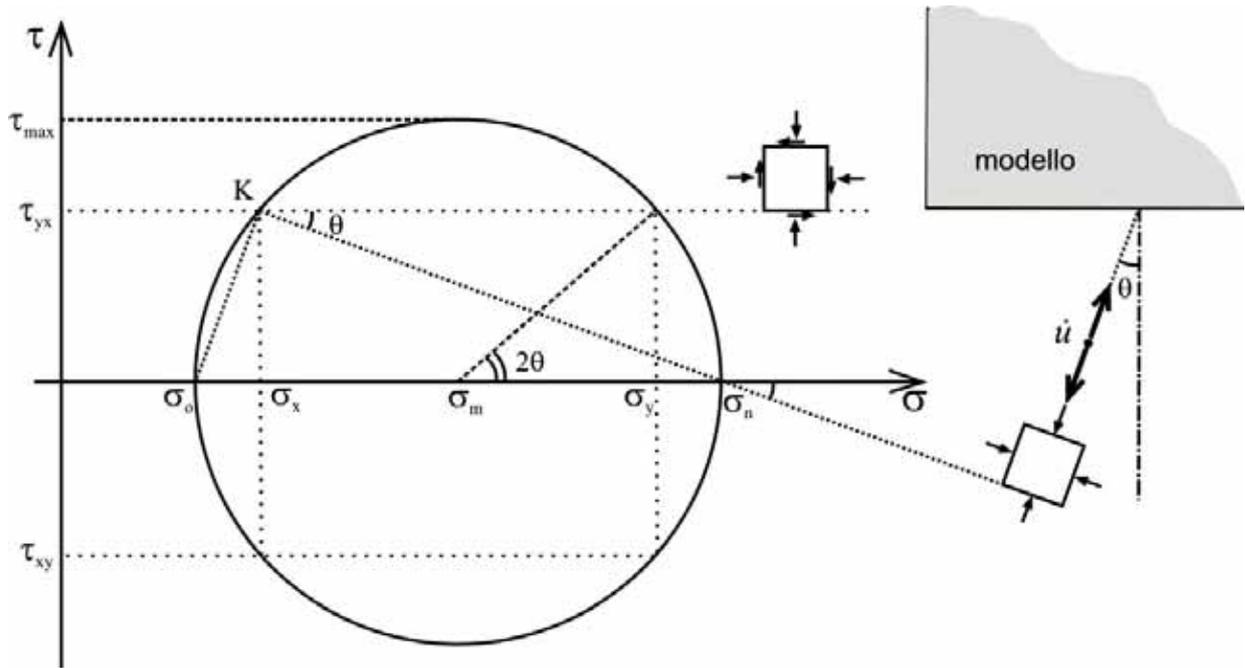


Figura 4.4 - Stato tensionale associato alla propagazione di un'onda P e determinazione delle tensioni sulle giaciture orizzontale e verticale.

Al passaggio della perturbazione incidente sui bordi, gli smorzatori viscosi reagirebbero trasmettendo le reazioni  $\sigma_{xR}$ ,  $\sigma_{yR}$ ,  $\tau_{yxR}$ ,  $\tau_{xyR}$ , proporzionali alle rispettive componenti di velocità del moto incidente secondo le leggi (4.6) e (4.7); ovvero, sulla giacitura orizzontale:

$$\sigma_{yR} = -\rho V_p \dot{u}_y = -\rho V_p \dot{u} \cdot \cos(\theta)$$

$$\tau_{xyR} = -\rho V_s \dot{u}_x = -\rho V_s \dot{u} \cdot \sin(\theta)$$

mentre sulla giacitura verticale:

$$\sigma_{xR} = -\rho V_p \dot{u}_x = -\rho V_p \dot{u} \cdot \sin(\theta)$$

$$\tau_{yxR} = -\rho V_s \dot{u}_y = -\rho V_s \dot{u} \cdot \cos(\theta)$$

Applicando le relazioni analoghe alla (4.12), si ottiene lo stato tensionale da applicare:

$$\sigma_{y,app} = \sigma_y - \sigma_{yR}$$

$$\tau_{xy,app} = \tau_{xy} - \tau_{xyR}$$

$$\sigma_{x,app} = \sigma_x - \sigma_{xR}$$

ovvero:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{y,app} &= \frac{\sigma_n + \sigma_o}{2} + \frac{\sigma_n - \sigma_o}{2} \cos 2\theta + \rho V_p \dot{u} \cdot \cos(\theta) \\
 \tau_{yx,app} &= \frac{\sigma_n - \sigma_o}{2} \sin 2\theta + \rho V_s \dot{u} \cdot \sin \theta \\
 \sigma_{x,app} &= \frac{\sigma_n + \sigma_o}{2} - \frac{\sigma_n - \sigma_o}{2} \cos 2\theta + \rho V_p \dot{u} \cdot \sin \theta
 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Sembra utile evidenziare che, nel caso in cui  $\theta=0$ , per lo stato tensionale sul bordo orizzontale inferiore, tali formule forniscono:

$$\sigma_{y,app} = 2\rho V_p \dot{u}$$

$$\tau_{yx,app} = 0$$

relazione equivalente alla (4.11) nel caso di onde P.

**Onde S.** Come già visto, nell'onda S lo stato tensionale agente è di taglio puro; sulla giacitura del fronte e su quella ortogonale agisce una  $\tau_{max}$  legata alla velocità di vibrazione dalla (3.12):

$$\tau_{max} = \rho V_s \dot{u}$$

Il polo delle giaciture K è indicato in **Figura 4.5**. Se  $\theta$  è l'angolo di incidenza formato tra la direzione di propagazione e la verticale, il fronte d'onda è inclinato di  $\theta$  rispetto alla giacitura del bordo inferiore orizzontale, mentre è inclinato di  $(\theta+\pi/2)$  rispetto alla giacitura verticale dei contorni laterali del modello. Dalla costruzione del cerchio di Mohr è quindi possibile trovare lo stato tensionale sulle giaciture di interesse:

Sulla giacitura orizzontale:

$$\sigma_y = -\tau_{max} \cdot \sin(2\theta)$$

$$\tau_{yx} = \tau_{max} \cdot \cos(2\theta)$$

e su quella verticale:

$$\sigma_x = \tau_{max} \cdot \sin(2\theta)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{max} \cdot \cos(2\theta)$$

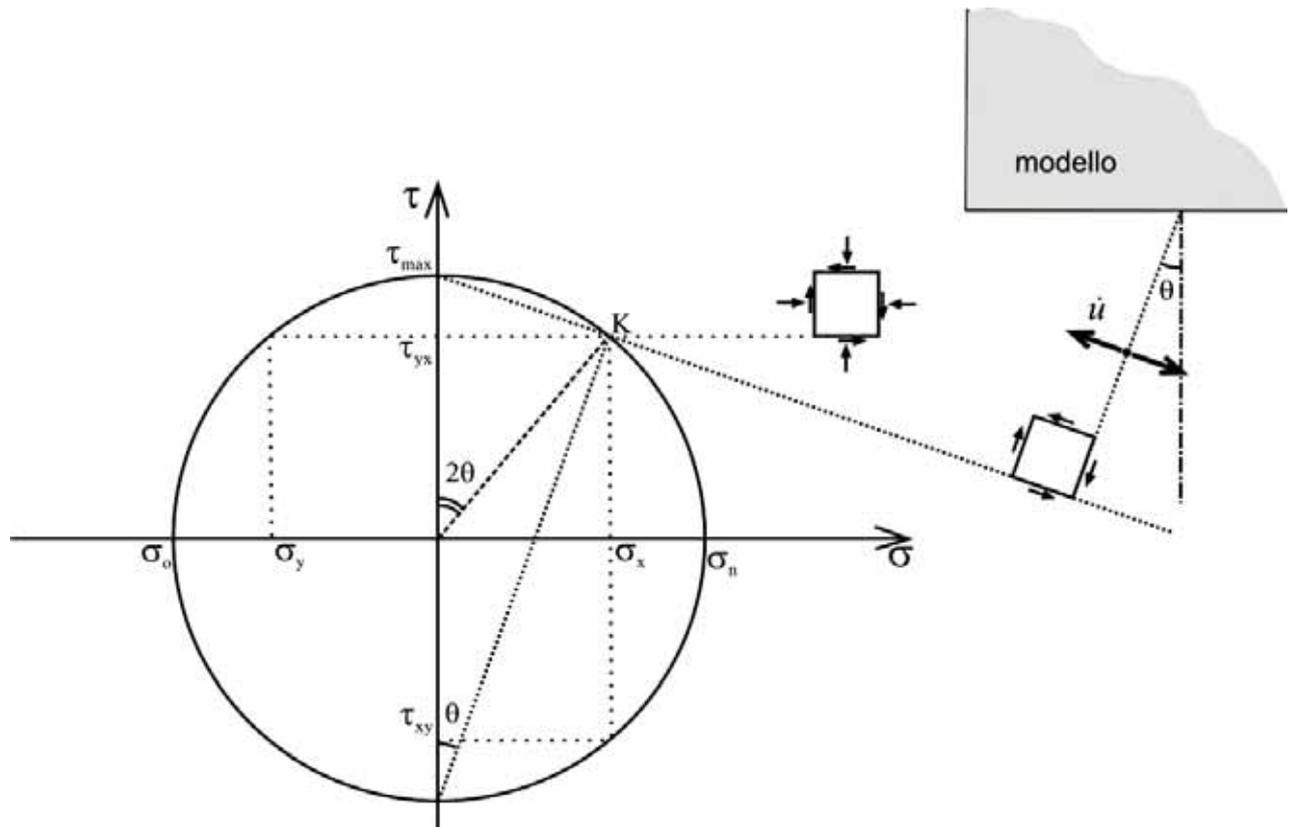


Figura 4.5 – Stato tensionale per propagazione di un'onda S e determinazione delle tensioni sulle giaciture orizzontale e verticale.

Sui contorni agiscono anche gli smorzatori viscosi che, in risposta al moto incidente, trasmetterebbero le reazioni  $\sigma_{xR}$ ,  $\sigma_{yR}$ ,  $\tau_{yxR}$ ,  $\tau_{xyR}$ , proporzionali alle rispettive componenti di velocità. In particolare, sulla giacitura orizzontale:

$$\sigma_{yR} = \rho V_p \dot{u}_y = \rho V_p \dot{u} \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$\tau_{yxR} = -\rho V_s \dot{u}_x = -\rho V_s \dot{u} \cdot \text{cos}(\theta)$$

mentre sulla giacitura verticale:

$$\sigma_{xR} = -\rho V_p \dot{u}_x = -\rho V_p \dot{u} \cdot \text{cos}(\theta)$$

$$\tau_{yxR} = \rho V_s \dot{u}_y = \rho V_s \dot{u} \cdot \text{sen}(\theta)$$

Analogamente a quanto svolto nel caso delle onde P, applicando ancora una volta le (4.12) le tensioni da applicare esternamente al bordo del modello sono:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{y,app} &= \sigma_y - \sigma_{yR} = -\tau_{\max} \cdot \text{sen}2\theta - \rho V_p \dot{u} \cdot \text{sen}\theta \\ \tau_{yx,app} &= \tau_{yx} - \tau_{yxR} = \tau_{\max} \cdot \text{cos}2\theta + \rho V_s \dot{u} \cdot \text{cos}\theta \\ \sigma_{x,app} &= \sigma_x - \sigma_{xR} = \tau_{\max} \cdot \text{sen}2\theta + \rho V_p \dot{u} \cdot \text{cos}\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

E' possibile verificare che nel caso in cui  $\theta=0$ , tali relazioni forniscono nuovamente la (4.11).

### 4.3 Fronte piano incidente sulla superficie del semispazio

Quanto finora esposto si riferisce alla propagazione di un unico fronte piano obliquo. La procedura può essere quindi correttamente applicata ad un modello numerico che riproduce una porzione del continuo elastico indefinito. Tuttavia, nella maggior parte dei casi, il modello numerico da utilizzare riproduce zone ed opere in prossimità della superficie del terreno; è necessario quindi tener conto che l'onda diretta proveniente dalla sorgente non è l'unica perturbazione incidente dall'esterno sulle frontiere del modello. Sono presenti infatti i due fronti d'onda prodotti nella riflessione superficiale dell'onda diretta: quello omologo all'onda incidente, con angolo di riflessione pari a quello di incidenza  $\theta$ , e quello di tipo diverso dall'onda incidente, secondo il fenomeno di *mode-conversion*, riflesso con angolo  $\theta'$ , legato a  $\theta$  dalla legge di Snell. La condizione è descritta, nel caso particolare di incidenza di un'onda diretta di tipo S, nella **Figura 4.6**.

Di conseguenza, al fine di simulare meglio la condizione di campo libero per incidenza obliqua sul *semispazio* elastico, è necessario applicare, con la procedura descritta nei precedenti paragrafi, sia il fronte diretto che i due fronti riflessi, ciascuno con il proprio tempo di ritardo, il proprio angolo di incidenza rispetto alle giaciture dei bordi, e la proprio ampiezza. Essendo elaborato per l'applicazione di fronti piani di onde omogenee, è implicito che, nel caso di incidenza di un'onda primaria di tipo S, il metodo è valido solo per angoli di incidenza  $\theta$  inferiori a quello critico  $\theta_{cr}$ .

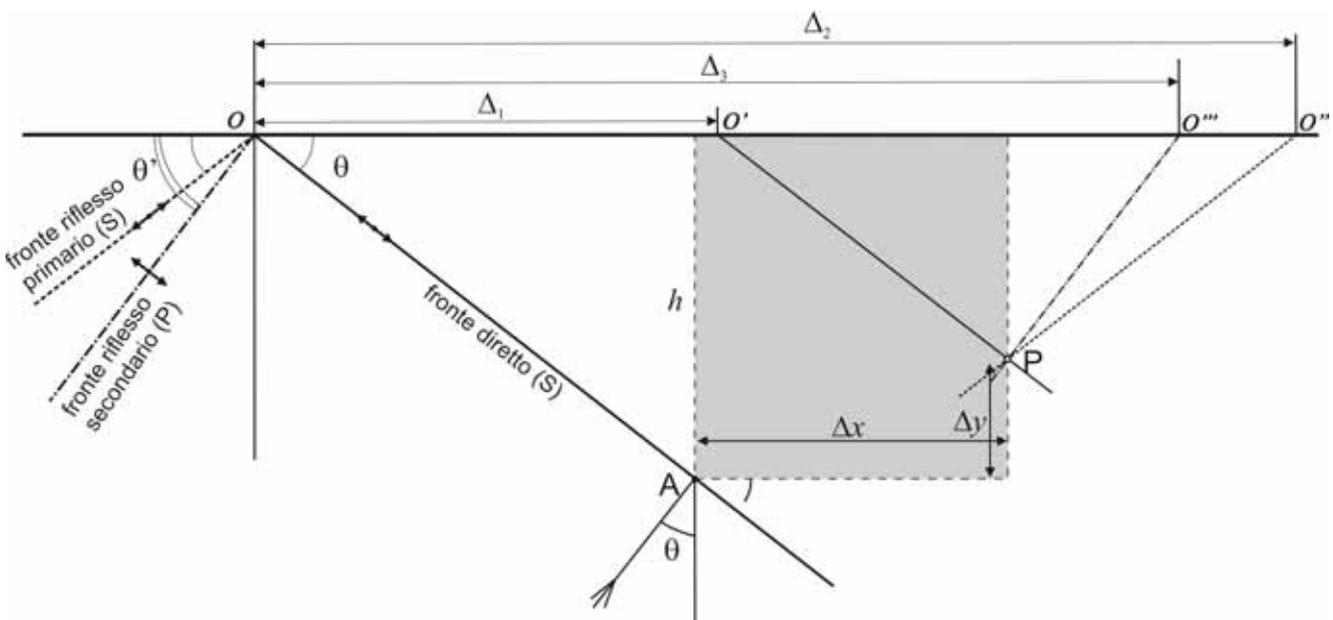


Figura 4.6 – Schema dell'incidenza obliqua di un fronte diretto di tipo S e dei fronti di riflessione primaria (di tipo S) e secondaria (di tipo P) su un modello numerico (in grigio) che simula una porzione del semispazio elastico. Determinazione dei tempi di ritardo riferiti ad un generico punto P sulla frontiera del modello.

La determinazione dei tre tempi di ritardo può essere condotta considerando che, nell'istante di primo impatto dell'onda diretta nel punto  $A$  del modello, il punto in cui i fronti emergono in superficie si trova in posizione  $O$  (**Fig. 4.6**). Se  $P$  è il generico punto sulla frontiera del modello, al passaggio su di esso dell'onda diretta il punto di emergenza si sarà portato in  $O'$ , mentre al passaggio dei fronti di riflessione primaria e secondaria il punto di emergenza si troverà rispettivamente in  $O''$  e  $O'''$ . Se la velocità dell'onda diretta è  $V$ , il punto di emergenza trasla lungo la superficie con velocità apparente  $V_{app}$ :

$$V_{app} = \frac{V}{\sin\theta}$$

e quindi i ritardi possono essere calcolati dal rapporto tra i percorsi  $\Delta_1 = \overline{OO'}$  o  $\Delta_2 = \overline{OO''}$  o  $\Delta_3 = \overline{OO'''}$  e la velocità di traslazione  $V_{app}$ , come riportato nella **Tabella 4.1**.

Tabella 4.1 – Calcolo dei tempi di ritardo per l'incidenza obliqua del fronte diretto e dei fronti di riflessione primaria e secondaria (schema di **Figura 4.6**).

<b>fronte</b>	<i>Traslazione del punto di emergenza dei fronti in superficie</i>	<i>Tempi di ritardo rispetto al primo impatto del fronte diretto nel punto A</i>
<i>Passaggio su P dell'onda diretta</i>	$\Delta_1 = \overline{OO'} = \Delta x + \frac{\Delta y}{\operatorname{tg}\theta} =$	$\tau_{1P} = \frac{\Delta x \cdot \sin\theta + \Delta y \cdot \cos\theta}{V}$
<i>Passaggio su P dell'onda di riflessione primaria</i>	$\Delta_2 = \overline{OO''} = \frac{h}{\operatorname{tg}\theta} + \Delta x + \frac{h - \Delta y}{\operatorname{tg}\theta}$	$\tau_{2P} = \frac{2h \cos\theta + \Delta x \cdot \sin\theta - \Delta y \cdot \cos\theta}{V}$
<i>Passaggio su P dell'onda di riflessione secondaria</i>	$\Delta_3 = \overline{OO'''} = \frac{h}{\operatorname{tg}\theta} + \Delta x + \frac{h - \Delta y}{\operatorname{tg}\theta'}$	$\tau_{3P} = \frac{h \cos\theta + \Delta x \cdot \sin\theta}{V} + \frac{(h - \Delta y) \sin\theta}{V \cdot \operatorname{tg}\theta'}$

Le ampiezze dell'onda nei fronti di riflessione primaria e secondaria non sono uguali a quella del fronte diretto, ma desumibili dalle formule analitiche relative alla teoria della riflessione su semispazio elastico (**Capitolo 3**), in particolare dalle (3.17) e (3.18) per il caso di incidenza di un fronte diretto di tipo P, o dalle (3.29) e (3.30) per il caso di incidenza di un fronte diretto di tipo S.

## 4.4 Validazione del metodo per l'applicazione di onde piane incidenti obliquamente

### 4.4.1 Analisi della propagazione di un'onda piana obliqua nello spazio indefinito

Vengono esposti i risultati di un'analisi eseguita con il codice di calcolo alle differenze finite FLAC per la verifica della propagazione di un unico fronte piano di tipo S, incidente con inclinazione  $\theta = +20^\circ$  su un modello numerico quadrato di 200 m di lato, costituito da zone di dimensione  $l=1$  m (Fig. 4.7). Il modello riproduce una porzione del continuo elastico indefinito ed è pertanto delimitato su tutti quattro i lati da contorni fittizi su cui sono stati applicati gli smorzatori viscosi al fine di permettere l'irradiazione libera verso l'esterno. L'unica onda incidente è stata applicata sotto forma di storie temporali dello stato tensionale associato.

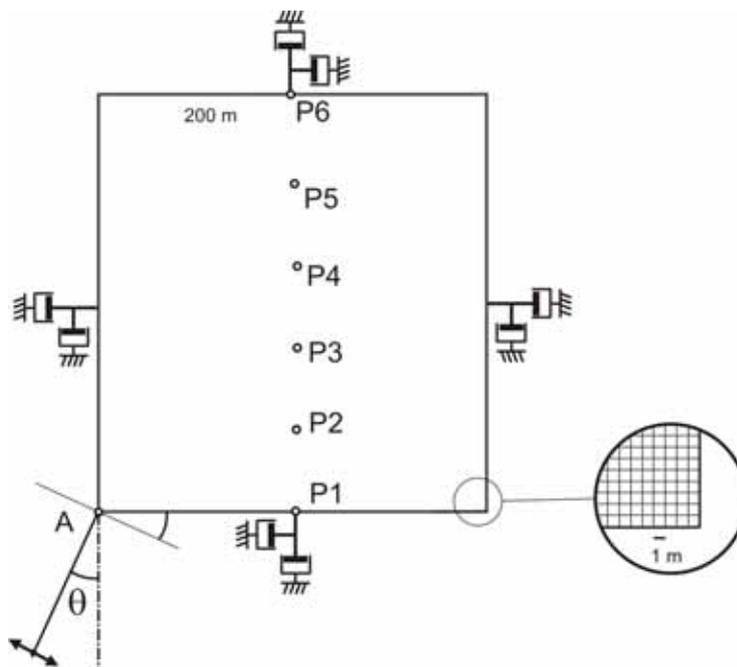


Figura 4.7 – Modello numerico utilizzato per la validazione della procedura di applicazione di una fronte d'onda incidente inclinato. Sono evidenziati i punti sui quali viene eseguito il controllo del ritardo di arrivo dell'onda piana.

Le caratteristiche meccaniche del mezzo, elastico ed omogeneo, sono le seguenti:

$$V_S = 316.2 \text{ m/s}$$

$$V_P = 547.7 \text{ m/s}$$

$$(\nu = 0.25)$$

$$\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

L'onda S incidente è rappresentata da un'onda di Ricker con frequenza fondamentale  $f_0=10$  Hz e ampiezza massima  $A_\theta=1$  m/s raggiunta all'istante  $t_0=0.11$  s (Fig. 4.8). Il contenuto in

frequenza della perturbazione mostra la sussistenza di armoniche di ampiezza non trascurabile solo per frequenze inferiori a 30 Hz. Viene in tal modo rispettata la condizione suggerita da Kuhlemeyer e Lysmer (1973), per la quale la minima lunghezza d'onda trasmissibile da un modello numerico sia quella che contiene almeno 8 volte l'estensione delle zone del modello. Nel caso specifico quindi la lunghezza d'onda minima deve essere  $\lambda_{\min} > 8l = 8 \text{ m}$  e la corrispondente frequenza massima  $f_{\max} = V_S/\lambda_{\min} = 39.5 \text{ Hz} > 30 \text{ Hz}$ .

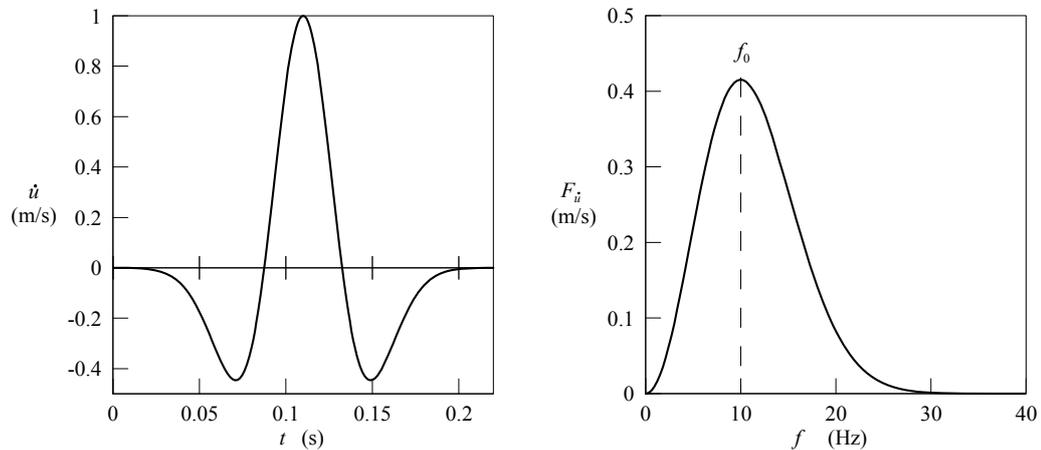


Figura 4.8 - Storia temporale della velocità  $\dot{u}$  e spettro di Fourier  $F_{\dot{u}}$  della perturbazione di Ricker utilizzata come input nell'analisi di validazione.

L'analisi viene sviluppata fino al primo secondo a partire dall'istante iniziale di primo impatto dell'onda con il vertice in basso a sinistra del modello. La durata è sufficiente al completo attraversamento del modello da parte dell'onda.

I risultati dell'analisi, espressi con diagrammi a gradazioni di grigio della componente orizzontale della velocità, mostrano come sia correttamente simulato un fronte piano inclinato di  $20^\circ$  rispetto alla direzione orizzontale (**Fig. 4.9**). La perturbazione si propaga inoltre all'interno del modello con velocità costante sempre parallelamente a se stessa (**Fig. 4.10**) e, nei limiti dell'efficacia degli smorzatori, viene assorbita ai bordi, simulando efficacemente l'irradiazione verso l'esterno, priva di riflessioni di entità significativa.

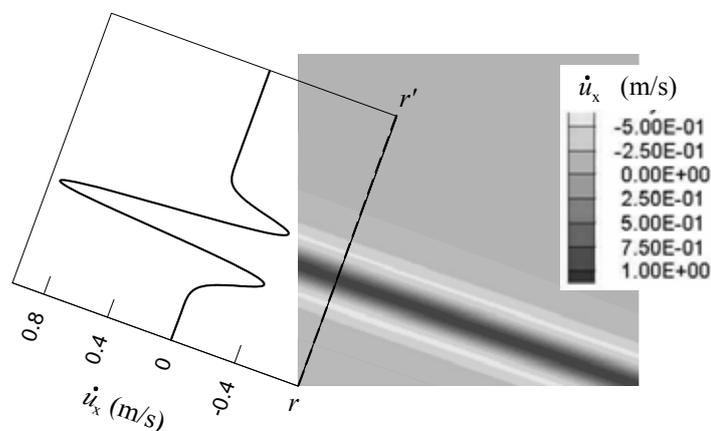


Figura 4.9 – Propagazione di un'onda Ricker piana di tipo S con angolo di incidenza  $\theta = +20^\circ$ . Al diagramma a curve di livello della componente orizzontale della velocità è stato sovrapposto il profilo della stessa velocità riferito ad una generica sezione  $rr'$  ortogonale al fronte.

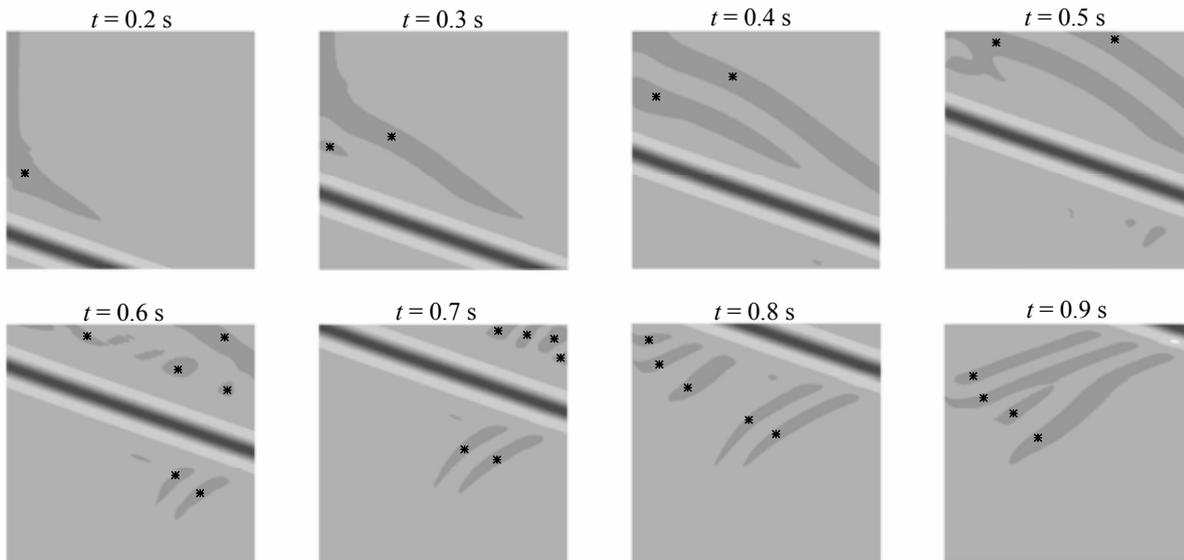


Figura 4.10 – Propagazione dell’onda piana di Ricker (di tipo S) con angolo di incidenza  $\theta=+20^\circ$  in otto successivi istanti a partire dall’impatto dell’onda dal vertice in basso a sinistra del modello. I diagrammi a curve di livello riportano la componente orizzontale della velocità  $\dot{u}_x$ , nella stessa scala colori della **Figura 4.9**. Dal momento che il valore 0.0 corrisponde ad uno dei limiti tra due colori della scala di grigio, il tipo di rappresentazione tende ad evidenziare, con variazioni di colore, anche le piccole oscillazioni numeriche che si verificano attorno allo zero, al di fuori della fascia interessata dall’impulso. Tali variazioni, evidenziate con un asterisco in figura, possono essere pertanto trascurate ai fini pratici.

Per eseguire un controllo della velocità di propagazione, viene verificata la congruenza del ritardo di arrivo dell’onda, rispetto al primo impatto con il vertice A, per sei punti disposti lungo la verticale posta nella mezzeria del modello (**Fig. 4.7**). A tal fine la **Tabella 4.2** fornisce i valori teorici del ritardo  $\tau_R$ , secondo la relazione (4.1), mentre in **Figura 4.11** sono mostrate le storie temporali delle componenti della velocità dei punti monitorati. I valori del tempo di ritardo sono stati stimati mediante l’operazione di correlazione incrociata tra la generica storia temporale del punto P e quella del punto di primo impatto A. E’ ben evidente la corrispondenza tra valori teorici e valori ottenuti nell’analisi numerica.

Negli stessi grafici è possibile verificare anche che il valore della massima ampiezza delle componenti del moto corrisponde, congruentemente con le previsioni teoriche, a:

$$\dot{u}_x = \dot{u} \cos(\theta) = 0.94 \text{ m/s}$$

$$\dot{u}_y = -\dot{u} \sin(\theta) = -0.34 \text{ m/s}$$

Tabella 4.2 – Calcolo teorico del ritardo  $\tau_R$  di passaggio nei punti  $P1$ -  $P6$  dell'onda inclinata di  $20^\circ$  rispetto all'istante di primo impatto nel punto  $A$ . Grandezze geometriche riferite alle **Figure 4.6 e 4.7**.

	$x$ (m)	$y$ (m)	$\Delta l$ (m)	$\tau_R$ (s)
$A$	0	0	0.0	0.00
$P1$	100	0	34.2	0.11
$P2$	100	40	71.8	0.23
$P3$	100	80	109.4	0.35
$P4$	100	120	147.0	0.46
$P5$	100	160	184.6	0.58
$P6$	100	200	222.1	0.70

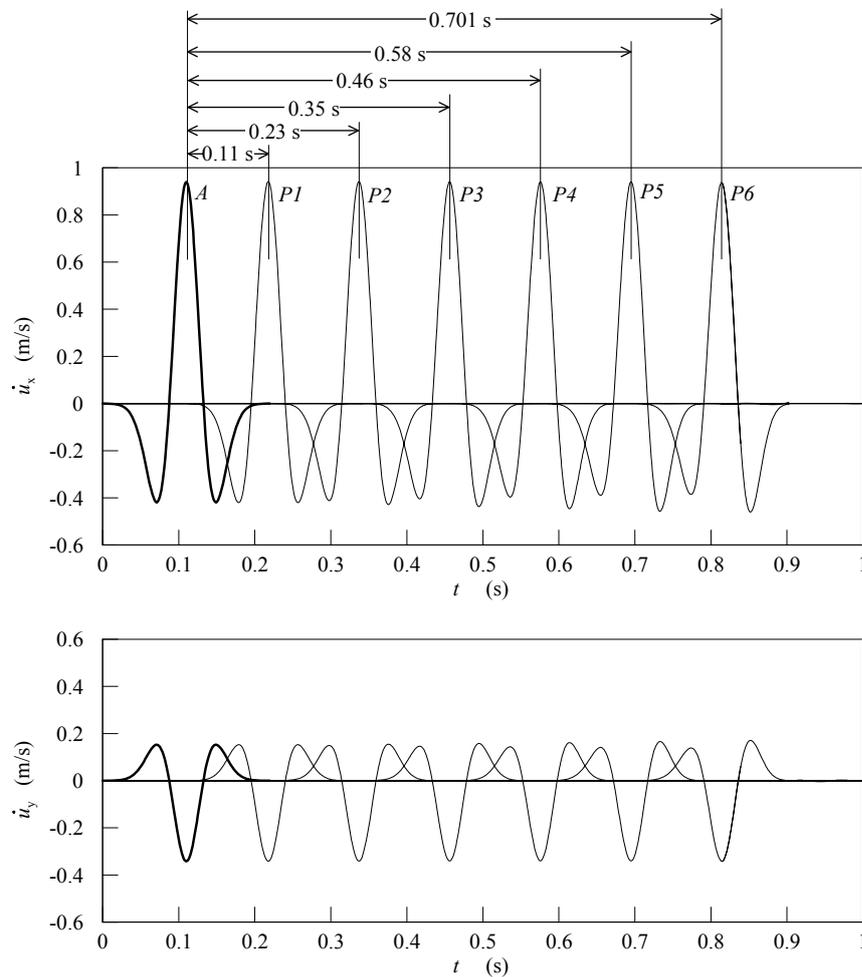


Figura 4.11 – Propagazione dell'onda piana con angolo di incidenza  $\theta=+20^\circ$ . Storie temporali della componente orizzontale (in alto) e della componente verticale (in basso) della velocità nel vertice  $A$  (punto di primo impatto) e nei punti di controllo  $P1 - P6$ . Sono mostrati i tempi di ritardo calcolati mediante la correlazione incrociata.

#### 4.4.2 Analisi della riflessione su superficie piana

Per la verifica dei fenomeni di riflessione di un'onda piana inclinata sulla superficie libera di un semispazio è stato utilizzato un modello rettangolare di dimensioni 300 x 150 m (**Fig. 4.12**) costituito da un mezzo elastico ed omogeneo con le stesse caratteristiche meccaniche già utilizzate nella precedente analisi:

$$V_S = 316.2 \quad \text{m/s}$$

$$V_P = 547.7 \quad \text{m/s}$$

$$\nu = 0.25$$

$$\rho = 2000 \quad \text{kg/m}^3$$

Le caratteristiche elastiche determinano un angolo critico, per incidenza di onde S, pari a  $\theta_{cr} = 35.26^\circ$ . Al variare dell'angolo di incidenza tra 0 e  $35^\circ$ , sono state eseguite una serie di analisi con onda incidente di tipo S ed una serie con onda incidente di tipo P, espresse, in termini di velocità, dall'onda Ricker di frequenza fondamentale  $f_0 = 10$  Hz ed ampiezza massima  $A_0 = 1$  m/s (**Fig. 4.8**).

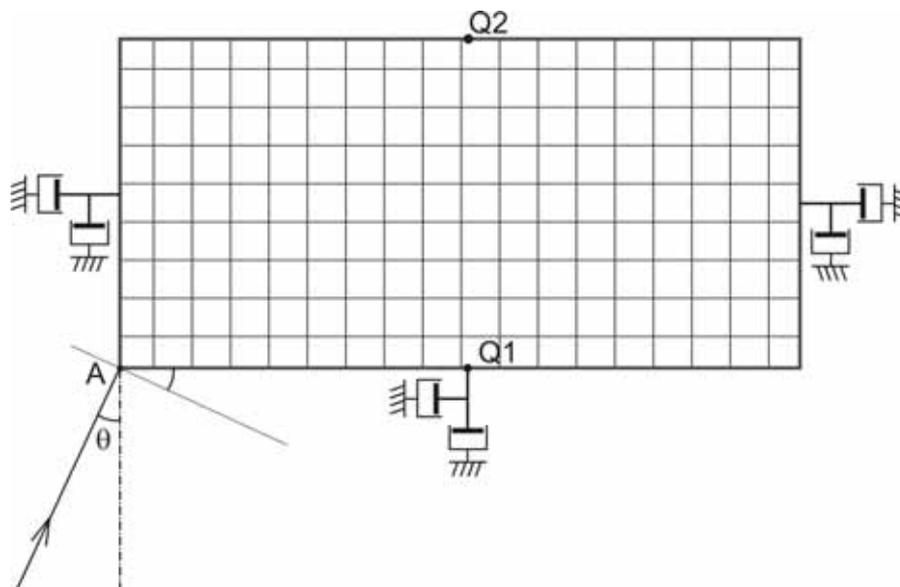


Figura 4.12 – Schema del modello utilizzato per la verifica della riflessione su superficie libera di onde piane incidenti obliquamente.

Il bordo superiore del modello è libero ( $\sigma_y = 0$  e  $\tau_{yx} = 0$ ) mentre alla base ed ai contorni laterali sono imposti gli smorzatori viscosi, al fine di permettere l'irradiazione verso l'esterno dei fronti d'onda. L'onda incidente viene quindi applicata su questi contorni mediante la storia temporale dello stato tensionale.

Il punto  $Q_2$ , appartenente alla superficie libera del modello, è stato monitorato mediante registrazione delle componenti orizzontale e verticale della velocità, in maniera da poter rilevare l'ampiezza massima e verificare la rispondenza alle relazioni analitiche esposte nel **paragrafo 3.3.1** e **3.3.2**. Le **Figure 4.13** e **4.14** riportano infatti tali storie temporali affiancate da quelle delle componenti di velocità nel nodo  $Q_1$ , sulla mezzeria del contorno di base. Al variare dell'angolo di incidenza  $\theta$  si nota, oltre al diverso ritardo tra i due segnali, legato alla differente lunghezza del percorso sviluppato dal fronte d'onda nel passaggio da  $Q_1$  a  $Q_2$ , una variazione dell'ampiezza massima dell'onda in superficie.

I massimi valori della velocità di  $Q_2$ , che non necessitano di normalizzazione in quanto è stata usata un'ampiezza unitaria del moto incidente, sono mostrati nella **Figura 4.15**, confrontati con l'andamento teorico (linea continua) previsto dalle relazioni analitiche. Viene confermata una corrispondenza ottima.

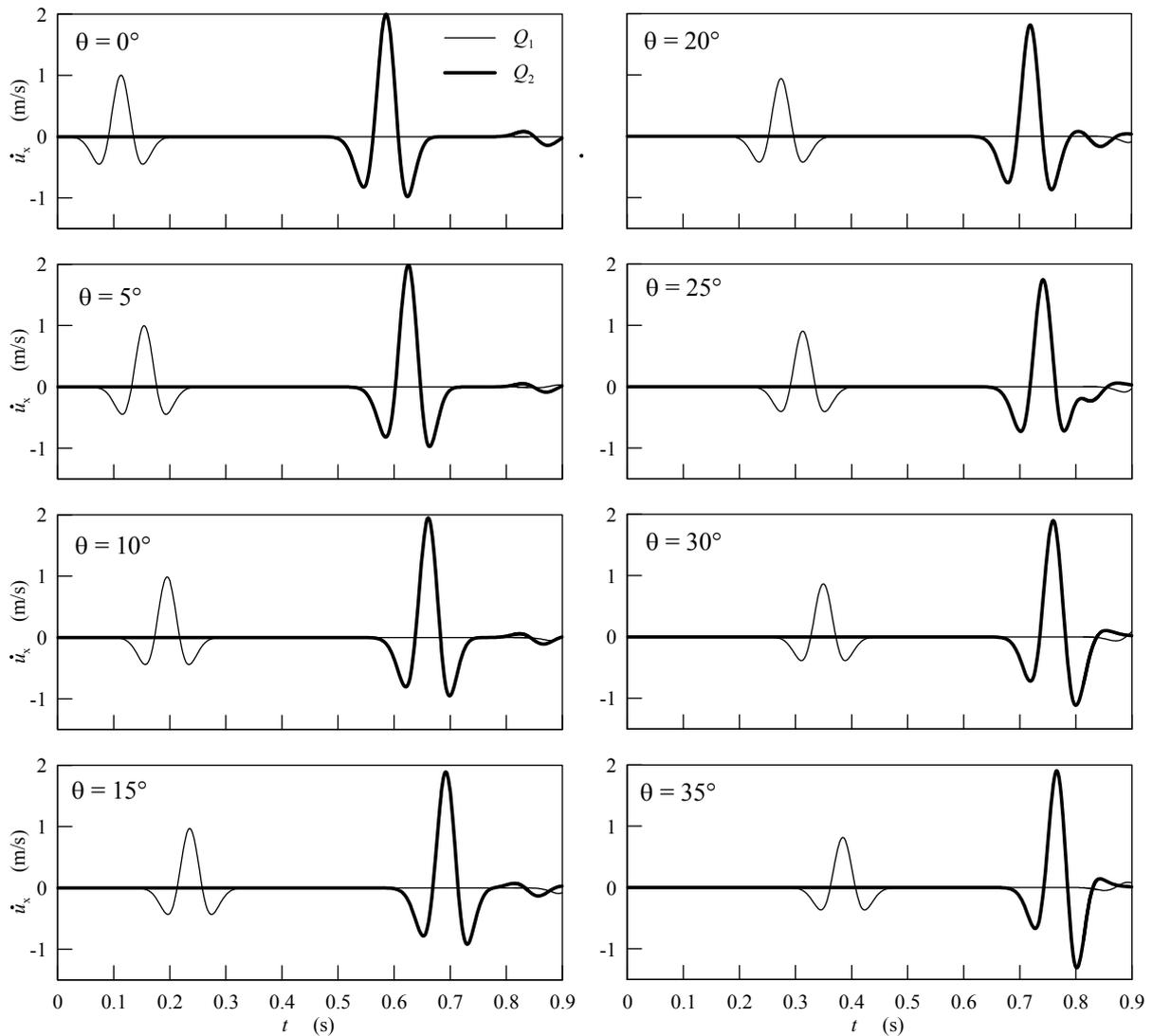


Figura 4.13 – Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo S sulla superficie del semispazio. Componente orizzontale dell'onda di velocità sul punto  $Q_1$  alla base del modello (linea sottile) e del punto  $Q_2$  sulla superficie libera (linea grossa) per diversi valori dell'angolo di incidenza  $\theta$ .

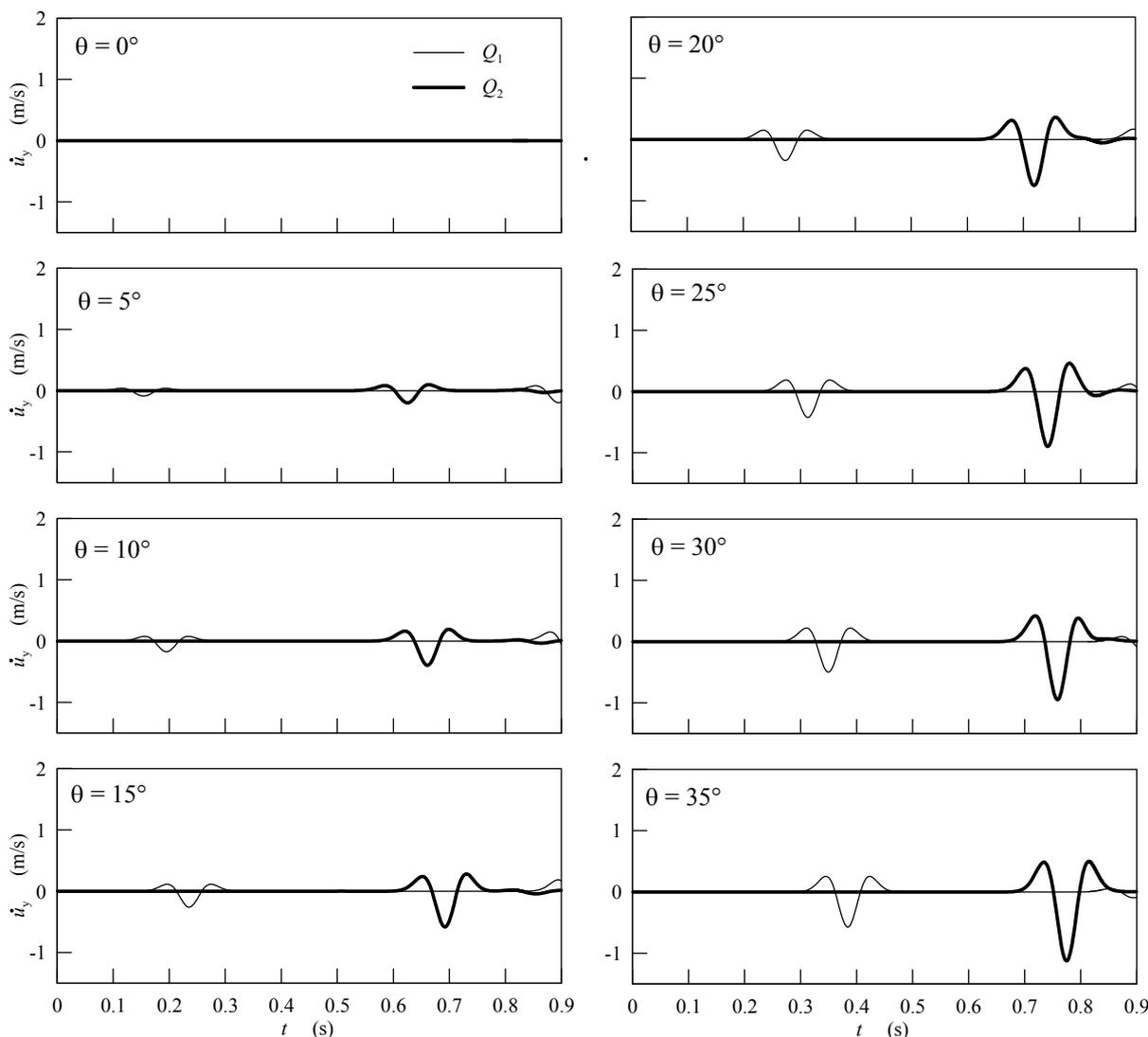


Figura 4.14 - Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo S sulla superficie del semispazio. Componente verticale dell'onda di velocità sul punto  $Q_1$  alla base del modello (linea sottile) e del punto  $Q_2$  sulla superficie libera (linea grossa) per diversi valori dell'angolo di incidenza  $\theta$ .

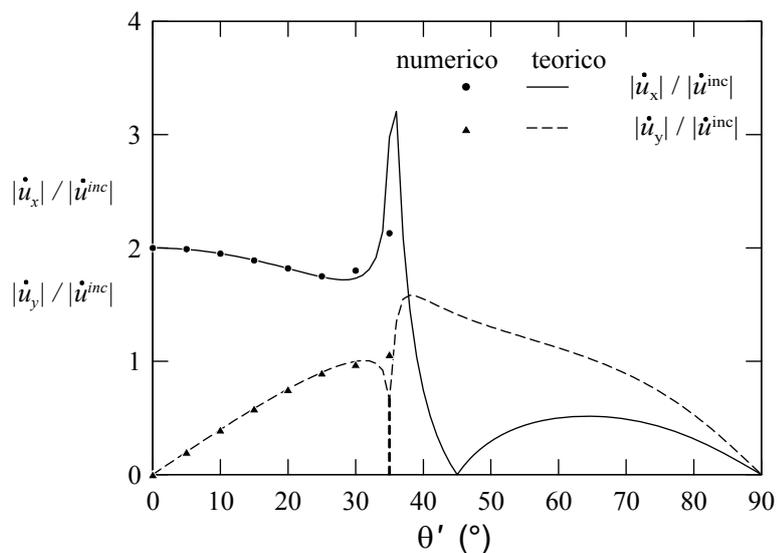


Figura 4.15 – Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo S sulla superficie del semispazio. Massime ampiezze orizzontali e verticali ottenute alla superficie del modello numerico (punto  $Q_2$ ) per diversi angoli di incidenza  $\theta$ , posti a confronto con l'andamento teorico per  $\nu=0.25$  (cfr. **paragrafo 3.2**).

Per il caso di onda incidente di tipo P, le **Figure 4.16** e **4.17** riportano gli analoghi diagrammi con le storie temporali delle componenti di velocità e la **Figura 4.18** i valori di massima ampiezza a confronto con gli andamenti teorici. Non sussistendo il problema di superamento di un angolo critico con generazione di onde inomogenee, in questo caso l'angolo di incidenza è stato fatto variare nell'intervallo 0-45°.

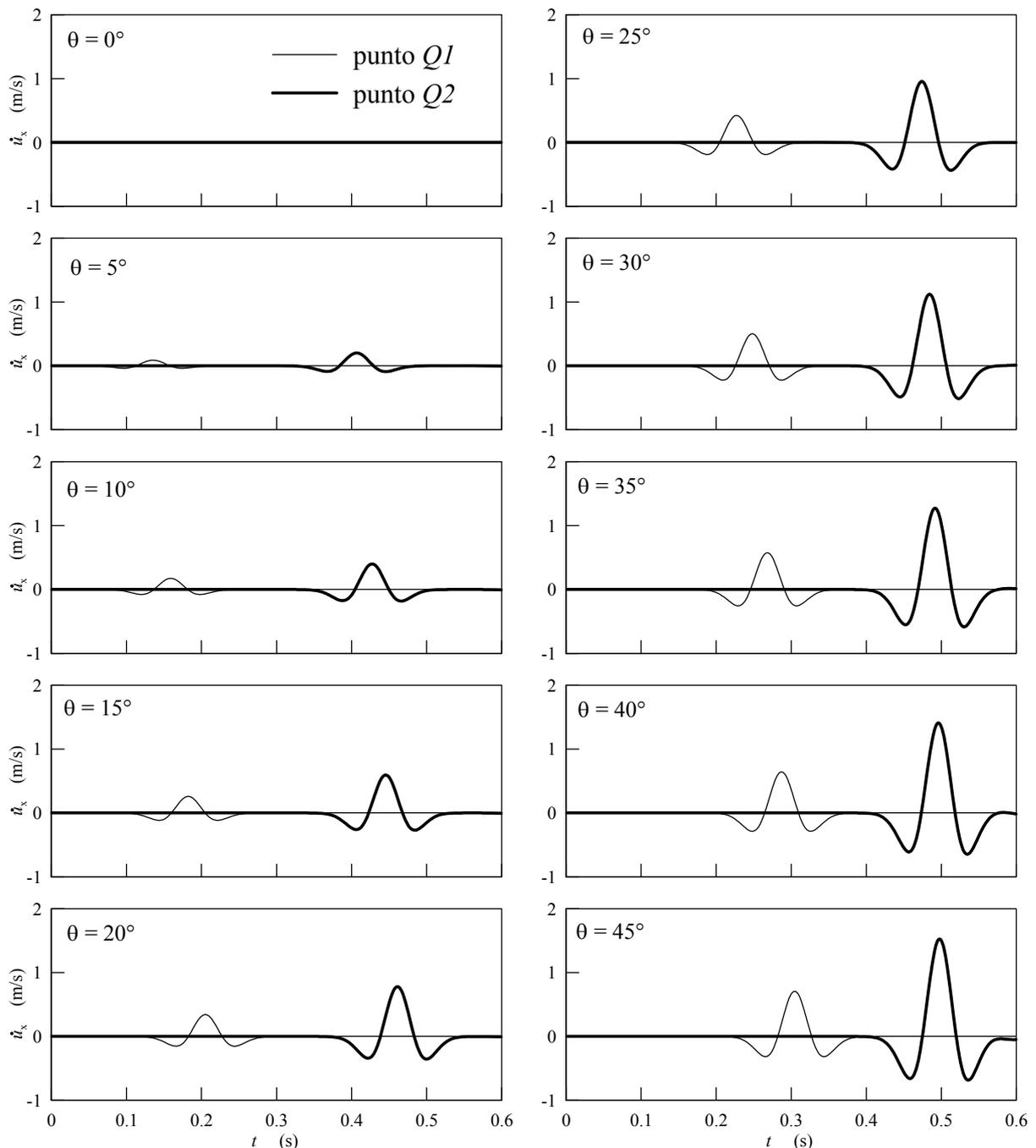


Figura 4.16 – Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo P sulla superficie del semispazio. Componente orizzontale dell'onda sul punto  $Q_1$  (con tratto fine) e del punto  $Q_2$  sulla superficie libera (tratto grosso) per diversi valori dell'angolo di incidenza  $\theta$ .

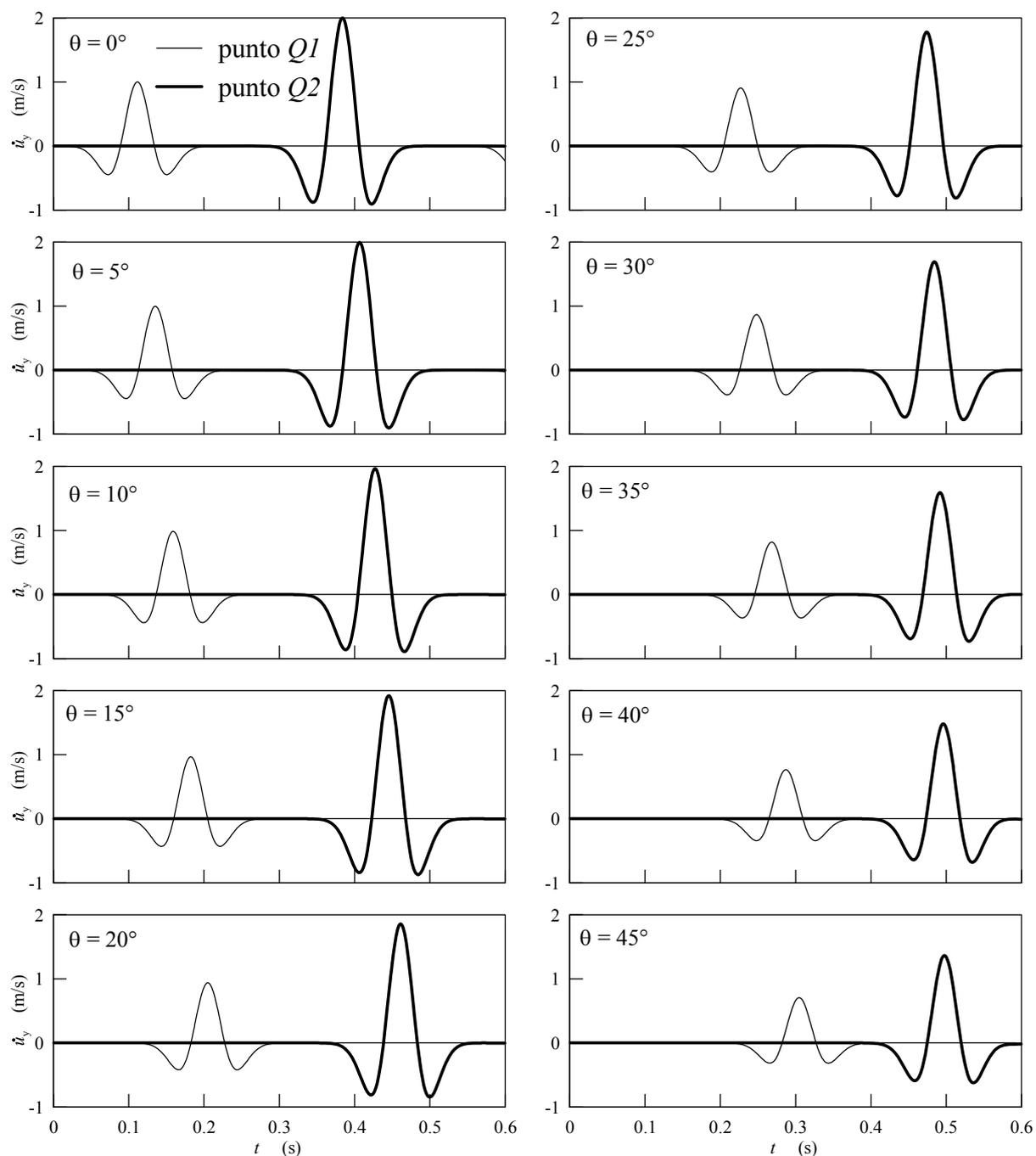


Figura 4.17 - Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo P sulla superficie del semispazio. Componente verticale dell'onda sul punto  $Q_1$  (con tratto fine) e del punto  $Q_2$  sulla superficie libera (tratto grosso) per diversi valori dell'angolo di incidenza  $\theta$ .

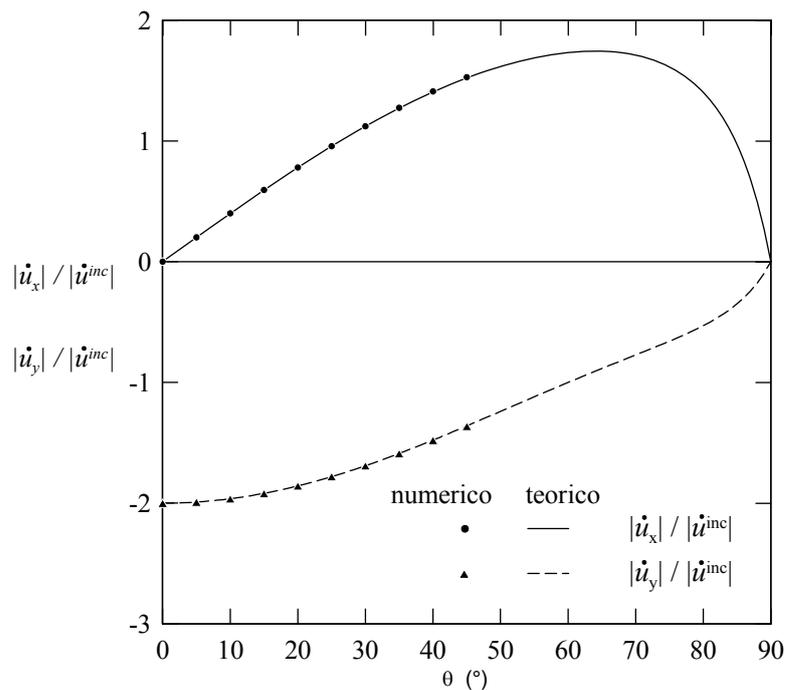


Figura 4.18 - Analisi della riflessione di un'onda Ricker di tipo P sulla superficie del semispazio. Massime ampiezze orizzontali e verticali ottenute alla superficie del modello numerico (punto  $Q_2$ ) per diversi angoli di incidenza  $\theta$ , posti a confronto con l'andamento teorico per  $\nu=0.25$  (cfr. **paragrafo 3.2**)..

#### 4.4.3 Analisi della riflessione su superficie piana con accelerogrammi reali

Le analisi fin qui svolte hanno cercato di riprodurre, utilizzando la procedura numerica messa a punto, alcuni fenomeni di riflessione di onde piane costituite da semplici e brevi impulsi. Si è voluto verificare in particolare che i tempi di ritardo fossero congruenti alla propagazione di fronti piani e che il picco dell'impulso venisse correttamente amplificato in corrispondenza della superficie limite del semispazio.

Il principale svantaggio del metodo numerico, che introduce le maggiori incongruenze rispetto al quadro teorico della propagazione e riflessione di fronti d'onda piani in un mezzo elastico, sta nella generazione di onde riflesse lungo i contorni fittizi del modello, i quali non funzionano perfettamente come contorni assorbenti. La rilevanza dell'errore può essere valutata però solo mediante analisi numeriche che si sviluppano su tempi lunghi, in maniera da consentire ai fronti d'onda di subire l' indesiderata riflessione ed alle onde riflesse di raggiungere la superficie libera del semispazio. La sovrapposizione di queste onde con l'onda primaria incidente genererà un disturbo misurabile come uno scostamento rispetto al moto teoricamente previsto.

Mediante lo stesso modello numerico descritto per l'analisi della riflessione dell'onda di Ricker sono state eseguite pertanto delle ulteriori analisi di verifica del fenomeno di riflessione elastica su superficie libera, facendo uso di accelerogrammi reali di durata prolungata.

Sono stati utilizzati quattro accelerogrammi con intensità e contenuto in frequenza molto diverso: quello del terremoto Lazio-Abruzzo del 05/07/84, stazione di Atina, componente NS; terremoto di Loma Prieta del 18/10/1989, stazione Gilroy1, componente 90; terremoto del Friuli 1976, stazione di Tarcento, componente NS; terremoto di Kobe, 1994, stazione di Port Island, componente NS.

Al fine di assicurare la corretta simulazione del moto dell'onda all'interno del modello numerico (costituito da zone di dimensione massima 1 m), gli accelerogrammi originari sono stati depurati completamente delle frequenze superiori a  $f_{\max}=40$  Hz mediante un filtro passa basso di tipo Chebyshev con polinomio  $T(f/f_0)$  di ordine  $n = 8$ , frequenza di taglio  $f_0= 25$  Hz e parametro di ripple  $\varepsilon = 0.1$ . La risposta in ampiezza  $G$  della banda passante è così esprimibile, in funzione della frequenza  $f$ .

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_8\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (4.15)$$

dove  $T_8(x)$  è il polinomio:

$$T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1 \quad (4.16)$$

In **Figura 4.19** è mostrata la risposta in ampiezza  $G(f)$  del filtro, che evidenzia la completa assenza di segnale passante al di sopra di 40 Hz e il mantenimento quasi integrale delle armoniche con frequenza inferiore ai 30 Hz.

Nella **Figura 4.20** sono mostrati gli spettri di risposta dei quattro moti utilizzati come input delle analisi, in termini di accelerazione, ottenuti dopo l'operazione di filtraggio.

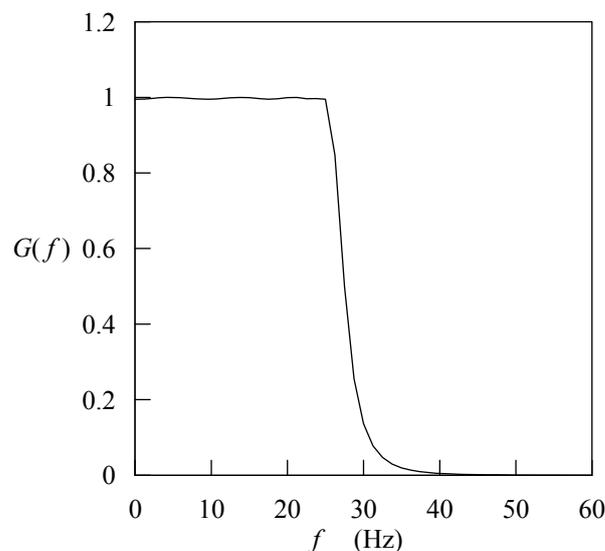


Figura 4.19 – Risposta in termini di ampiezza  $G(f)$  del filtro passa-basso di tipo Chebyshev applicato agli accelerogrammi reali.

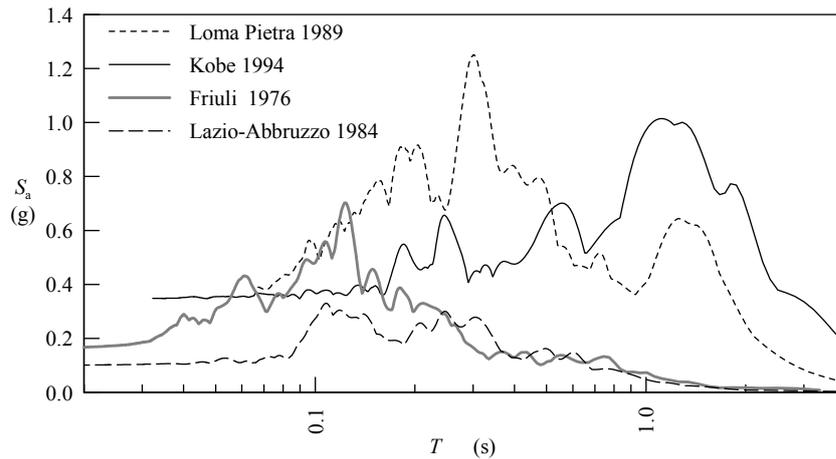


Figura 4.20 – Spettri di risposta dei quattro accelerogrammi reali utilizzati nelle analisi, dopo l'applicazione del filtro passa-basso di tipo Chebishev per l'eliminazione delle alte frequenze (rapporto di smorzamento  $\zeta=5\%$ ).

Prima di ogni analisi con angolo di incidenza  $\theta$ , ciascun accelerogramma  $a(t)$  (con spettro di risposta  $S_a(a)$ ), è stato diviso per il fattore di amplificazione teorica  $k(\theta)$  della componente orizzontale. I valori di  $k(\theta)$  sono riportati in **Tabella 4.3** e corrispondono alle ordinate dei diagrammi  $|\dot{u}_x|/|\dot{u}^{inc}|$  di **Figura 4.15** (nel caso di onda di tipo S) o **Figura 4.18** (nel caso di onda di tipo P). In tal modo il segnale di ingresso applicato al modello numerico è il seguente:

$$a_{in}(t) = \frac{a(t)}{k(\theta)}$$

Una volta eseguita l'analisi, la componente orizzontale del segnale di uscita ottenuto in superficie  $a_{x,out}(t)$  (con spettro di risposta  $S_{ax,out}(a)$ ) viene confrontata con quella la risposta teorica che, proprio per la definizione di fattore di amplificazione, sarà pari all'accelerogramma originario:

$$a_{x,out,teorico}(t) = a_{in}(t) \cdot k(\theta) = \frac{a(t)}{k(\theta)} \cdot k(\theta) = a(t)$$

La verifica in termini spettrali è riportata, per ciascun accelerogramma nelle **Figure da 4.21 a 4.24**, e consiste nel confronto tra  $S_{ax,out}(a)$  (in tratteggio nero) e  $S_{ax,out,teorico}(a) = S_a(a)$  (in tratto continuo rosso). In parallelo viene anche riportato il rapporto delle ordinate spettrali,  $R_S = S_a/S_{ax,out}$ , che esprime quantitativamente il confronto.

La corrispondenza tra i risultati teorici e quelli numerici è ottima per gran parte dell'intervallo spettrale, con piccoli scostamenti locali che superano il 10% solo nelle zone terminali della banda di frequenze indagata.

Tabella 4.3 – Fattore di amplificazione della componente orizzontale del moto in superficie rispetto all'ampiezza del moto incidente per riflessione di un'onda S sulla superficie del semispazio elastico. Il fattore  $k(\theta)$  è dato dalle ordinate del diagramma di **Figura 4.15** (per  $\nu=0.25$ ).

$\theta$ °	$k(\theta)$
0	2.00
10	1.95
20	1.82
30	1.73
40	0.74

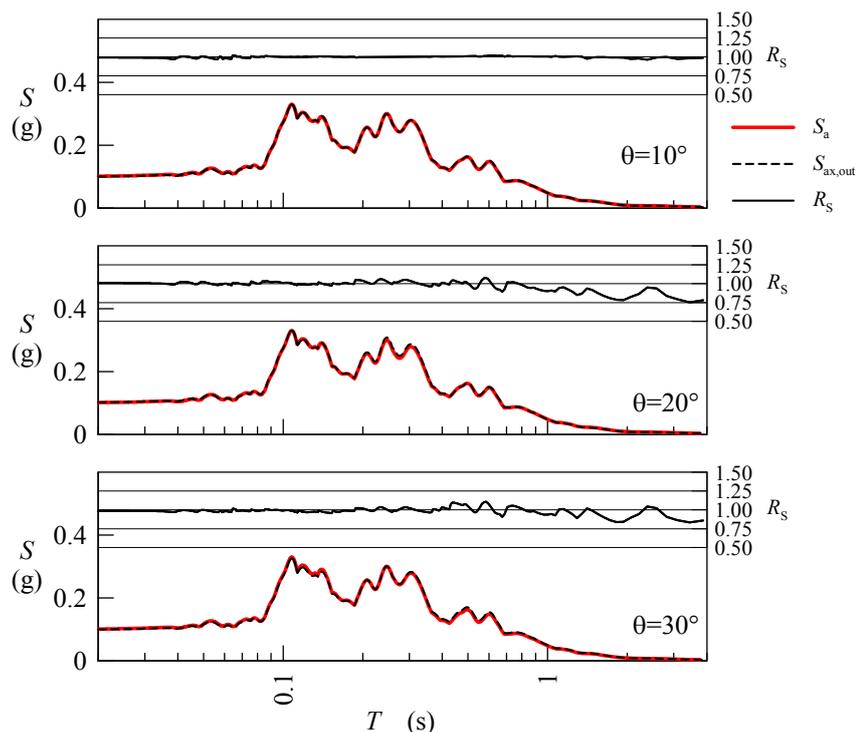


Figura 4.21 – Confronto in termini spettrali della componente orizzontale teorica in superficie (in grigio) e quella ottenuta dall'analisi numerica per tre angoli di inclinazione del fronte. Il diagramma al di sopra degli spettri rappresenta il rapporto  $R_S$  tra le ordinate spettrali.

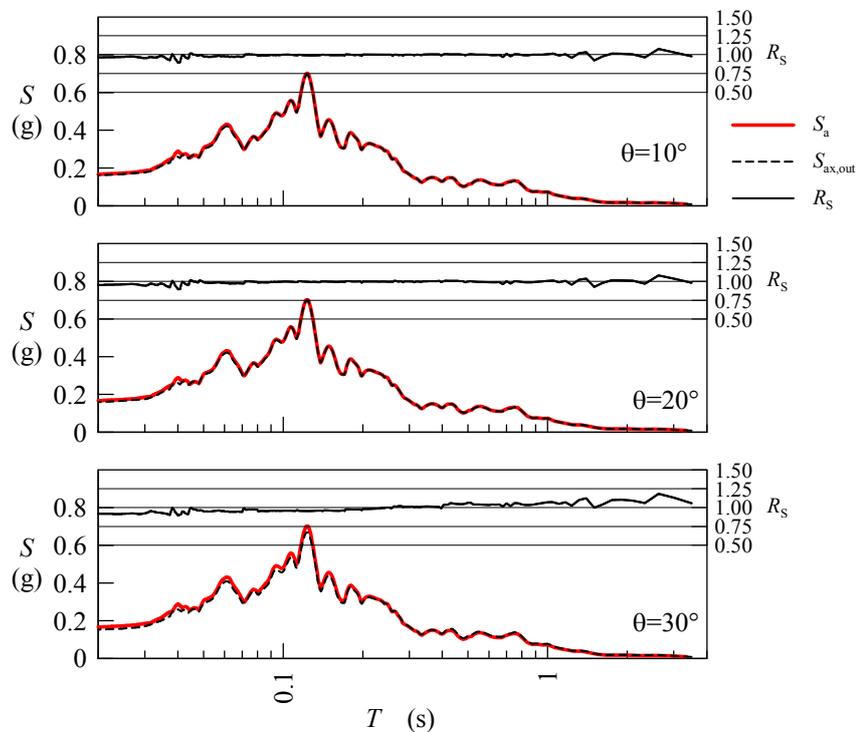


Figura 4.22 - Confronto in termini spettrali della componente orizzontale teorica in superficie (in grigio) e quella ottenuta dall'analisi numerica per tre angoli di inclinazione del fronte. Il diagramma al di sopra degli spettri rappresenta il rapporto  $R_S$  tra le ordinate spettrali.

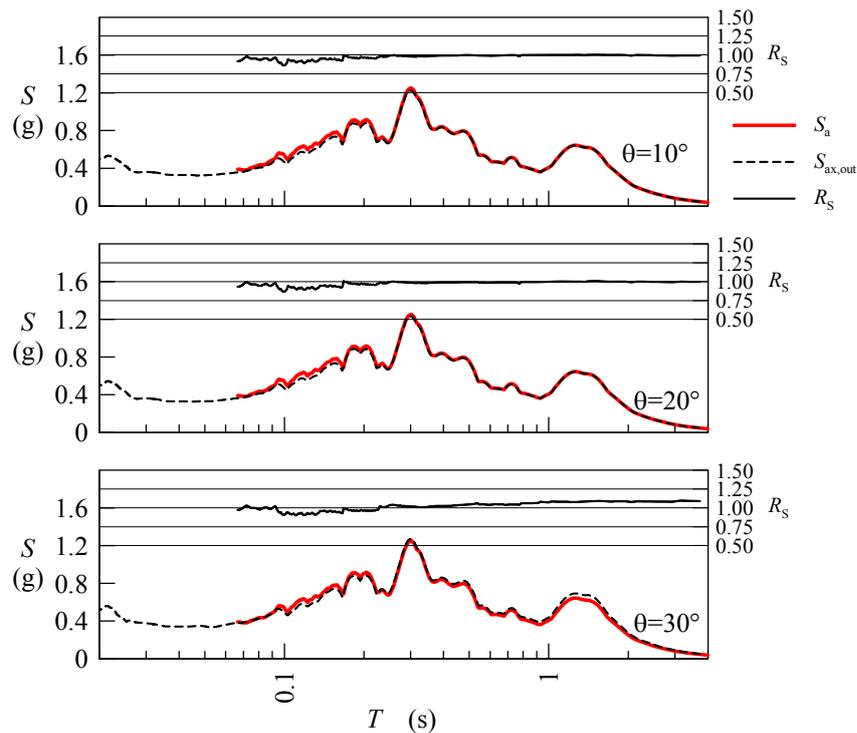


Figura 4.23 - Confronto in termini spettrali della componente orizzontale teorica in superficie (in grigio) e quella ottenuta dall'analisi numerica per tre angoli di inclinazione del fronte. Il diagramma al di sopra degli spettri rappresenta il rapporto  $R_S$  tra le ordinate spettrali.

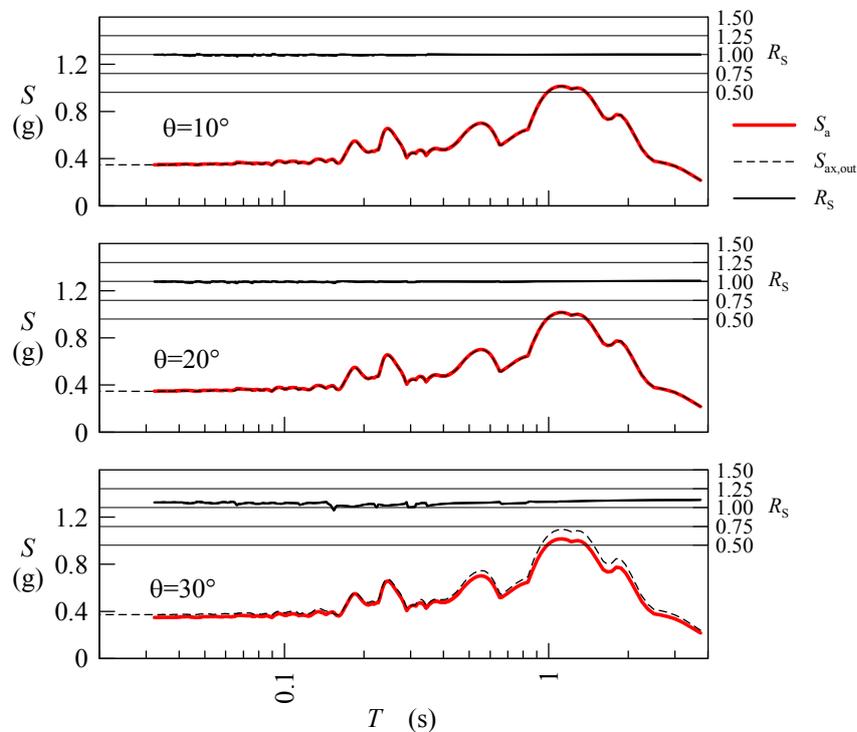


Figura 4.24 - Confronto in termini spettrali della componente orizzontale teorica in superficie (in grigio) e quella ottenuta dall'analisi numerica per tre angoli di inclinazione del fronte. Il diagramma al di sopra degli spettri rappresenta il rapporto  $R_S$  tra le ordinate spettrali.

#### 4.4.4 Verifica della risposta sismica indotta da onde piane incidenti obliquamente su irregolarità topografiche e geometriche superficiali

L'incidenza inclinata assume un'importanza significativa nella risposta dinamica in presenza di irregolarità geometriche della superficie. Gli studi richiamati nel **Capitolo 2** evidenziano come tale fattore giochi un ruolo importante nella risposta sismica in presenza di cavità superficiali e per rilievi isolati o versanti a gradone. Per tali ragioni, come ulteriori verifiche della validità della procedura numerica messa a punto per l'applicazione di fronti d'onda obliqui, sono stati riprodotti due casi di letteratura dei quali sono disponibili soluzioni analitiche o semi-analitiche.

Il primo caso, ripreso da Wong (1982), riproduce l'amplificazione prodotta sulla superficie di un *canyon* semiellittico, nell'ipotesi di mezzo elastico lineare, omogeneo ed isotropo (caratteristiche elastiche:  $\rho = 1 \text{ Mg/m}^3$ ,  $V_S = 60 \text{ m/s}$ ,  $V_P = 120 \text{ m/s}$ ,  $\nu = 1/3$ ). Il modello, rettangolare di dimensioni  $90 \times 45 \text{ m}$ , presenta sulla superficie libera un'incisione di forma semicircolare (raggio  $R_0 = 3 \text{ m}$ ), è discretizzato in elementi di  $0.3 \text{ m}$  di lato e presenta smorzatori viscosi su tutti i bordi (**Fig. 4.25**). La perturbazione incidente è costituita, in termini di velocità, da un treno d'onde sinusoidali di frequenza  $f = 20 \text{ Hz}$  (frequenza normalizzata  $\eta = 2fR_0/V_S = 2$ ) ed ampiezza unitaria, applicato con inclinazione variabile  $\theta = 0, 30, 60^\circ$  rispetto alla verticale ( $e = 90^\circ - \theta = 90, 60, 30^\circ$  rispetto all'orizzontale). Le analisi sono condotte sia con onde incidenti di tipo S, sia con onde P.

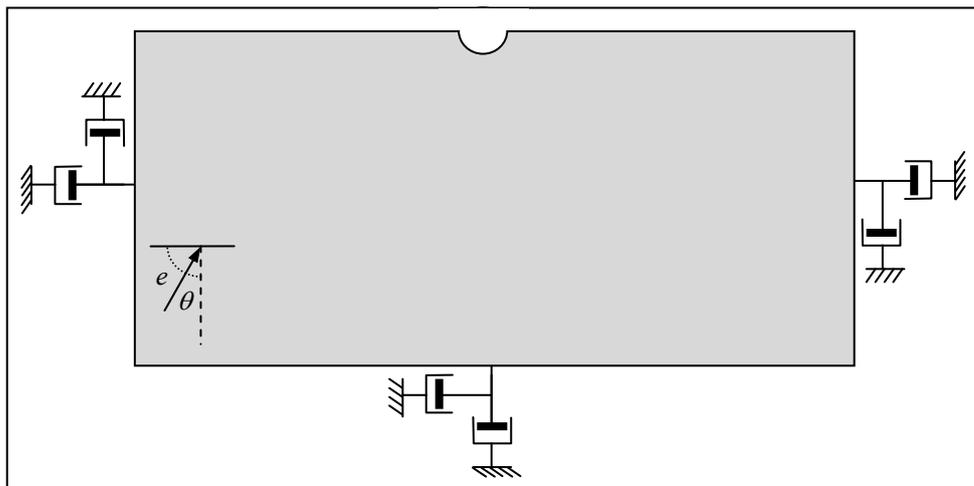


Figura 4.25 – Modello numerico alle differenze finite utilizzato per l'analisi della risposta dinamica di *canyon* semicircolare. Griglia con maglie di lato  $0.3 \text{ m}$ , *canyon* di raggio  $R_0 = 3.0 \text{ m}$ .

Dalla storia temporale del moto di ciascun nodo della superficie libera è stato possibile individuare l'ampiezza delle oscillazioni a regime, una volta escluso il periodo transitorio iniziale necessario alla stabilizzazione del moto (**Fig. 4.26**). I risultati sono riportati quindi come profili dell'ampiezza del moto a regime in funzione della distanza  $x$  dall'asse dell'incisione (normalizzata rispetto al raggio del *canyon*  $R_0$ ). I risultati del modello numerico alle differenze finite, riportati in rosso nelle **Figure 4.27** e **4.28**, sono sovrapposti ai risultati (in nero) ottenuti da Wong mediante un metodo numerico agli elementi al contorno. La rispondenza risulta ottima sulla superficie del *canyon* ( $|x/R_0| < 1$ ), mentre si discosta in maniera sensibile sul piano esterno, in particolare nelle immediate vicinanze del *canyon*.

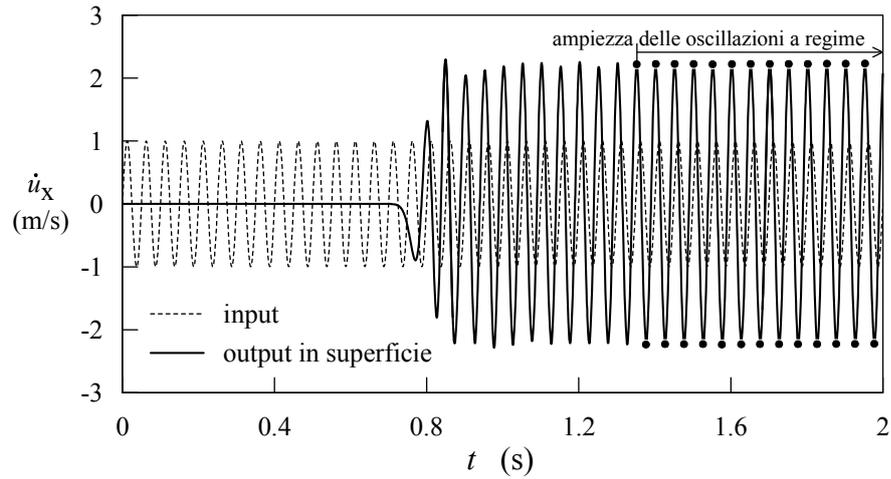


Figura 4.26 – Analisi del modello con *canyon* superficiale. Storia temporale della velocità applicata come moto di input alla base e della componente orizzontale della velocità di un punto in superficie. Sono evidenziati i cicli compiuti dopo il raggiungimento del regime uniforme.

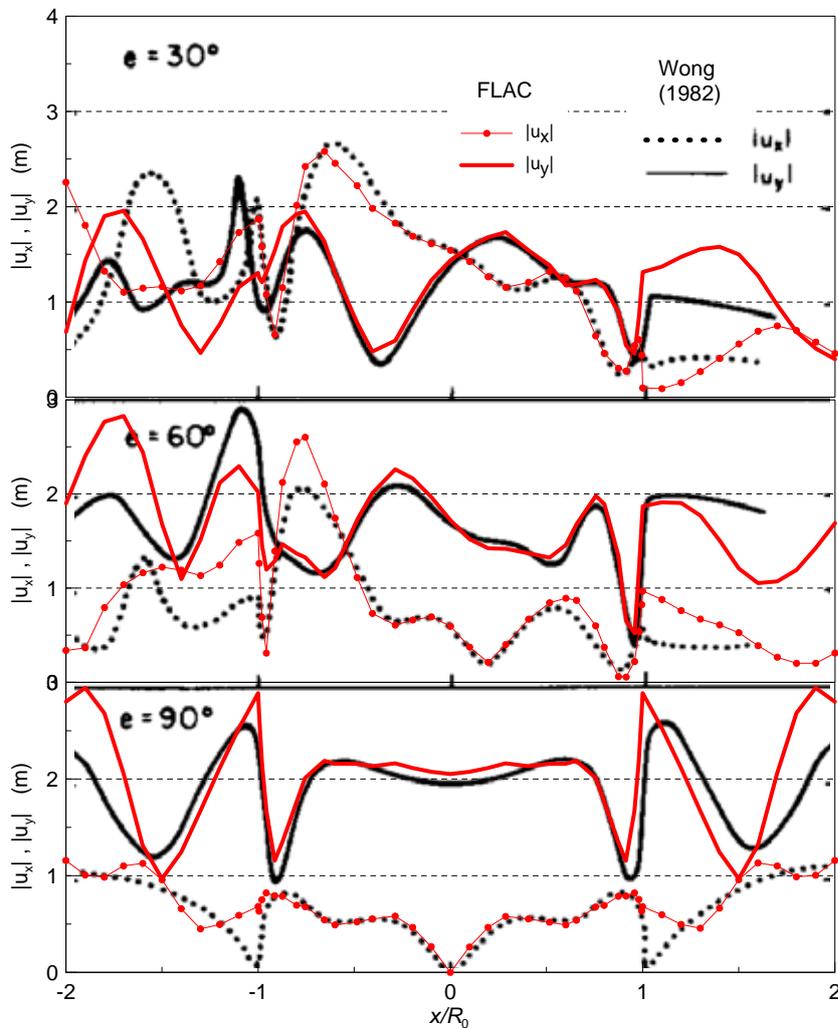


Figura 4.27 – Confronto tra il metodo degli elementi al contorno di Wong (1982), in nero, ed i risultati delle analisi numeriche alle differenze finite (in grigio) per incidenza obliqua ( $e=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ) di onde P su *canyon* semicircolare. Il tratto continuo indica l'ampiezza della componente verticale dello spostamento in superficie ed i pallini l'ampiezza della componente orizzontale. Moto incidente di ampiezza unitaria con frequenza normalizzata  $\eta=2.0$ .

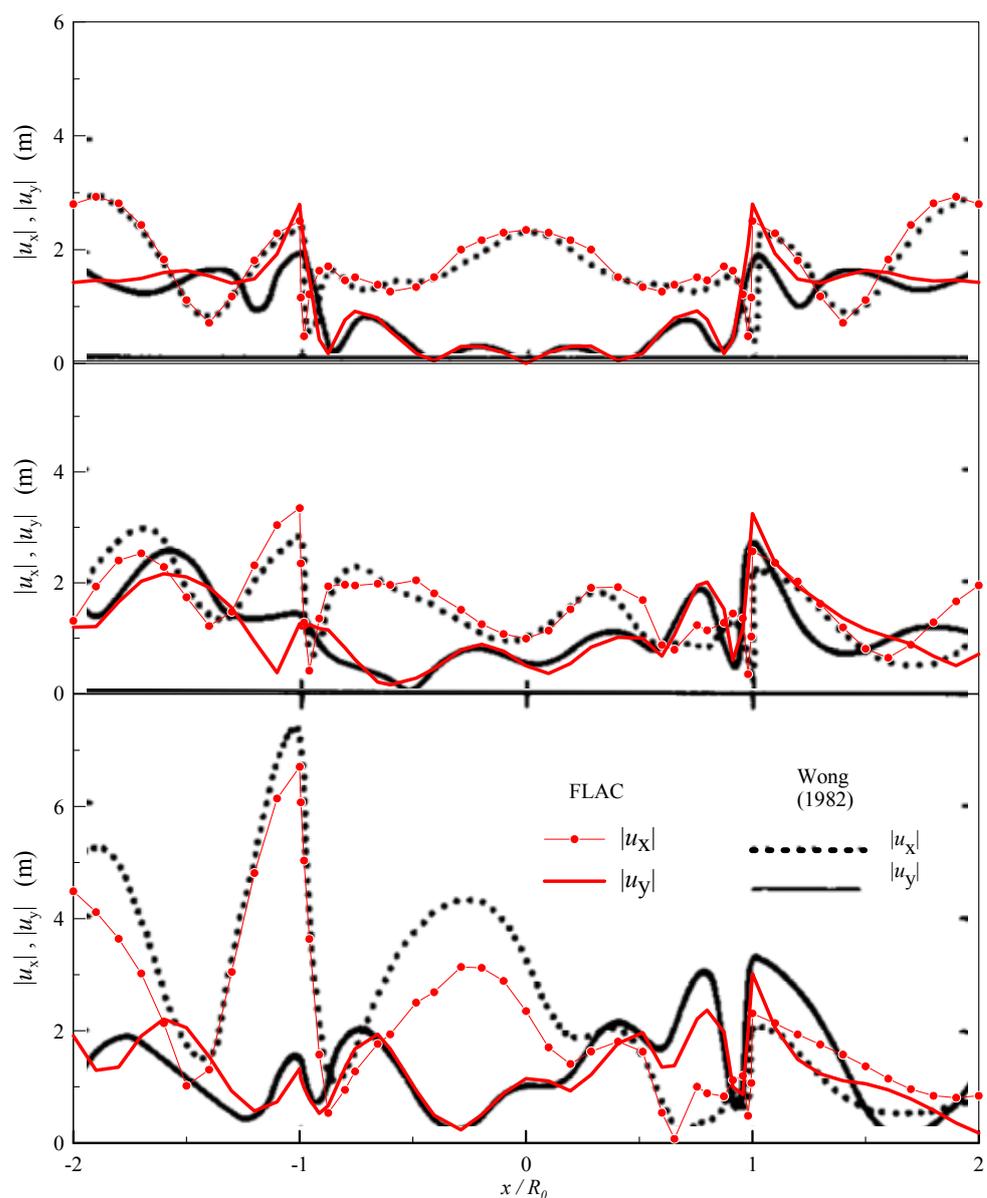


Figura 4.28 - Confronto tra il metodo degli elementi al contorno di Wong (1982), in nero, ed i risultati delle analisi numeriche alle differenze finite (in grigio) per incidenza obliqua ( $\epsilon=30, 60, 90^\circ$ ) di onde S su *canyon* semicircolare. Il tratto continuo indica l'ampiezza della componente verticale dello spostamento in superficie ed i simboli l'ampiezza della componente orizzontale. Moto incidente di ampiezza unitaria con frequenza normalizzata  $\eta=2.0$ .

Come descritto in dettaglio nel **Capitolo 2**, per i fenomeni di diffrazione di onde piane ad opera di cavità poste in prossimità della superficie del semispazio non esistono soluzioni analitiche esatte neanche nel caso più semplice di cavità di forma circolare e mezzo omogeneo elastico lineare. I principali studi (Lee e Karl, 1992; Davies *et al.*, 1992) giungono ad una soluzione analitica approssimata mediante una modifica della geometria del problema; infatti, la necessità di esprimere in un unico sistema di riferimento le equazioni di tutte le onde coinvolte nel fenomeno (quella incidente originaria, le onde riflesse sulla superficie del semispazio e quelle riflesse dalla superficie della cavità) ha determinato l'introduzione di un'approssimazione della frontiera piana del semispazio con una superficie cilindrica di raggio molto grande. Tuttavia i risultati possono cambiare notevolmente anche per piccole modifiche del tipo di approssimazione, ad esempio per concavità verso l'alto o verso il basso, come mostrato dalla **Figura 2.34**.

I risultati numerici, ottenuti applicando il fronte d'onda incidente mediante la procedura numerica messa a punto, non possono essere confrontati con una soluzione analitica di riferimento di elevata affidabilità; è per tali motivi che sono stati posti a confronto anche con un'ulteriore analisi numerica, condotta con un codice agli elementi al contorno (Sanò, 2012). Il metodo BEM ha il vantaggio di non dover definire il moto lungo le frontiere fittizie ed è pertanto libero da errori connessi alla loro gestione.

La configurazione geometrica simulata fa parte di una delle soluzioni mostrate da Lee e Karl (1992) e riproposta, con altro tipo di approssimazione, da Davies *et al.* (1992). Si tratta di una cavità cilindrica superficiale con rapporto tra profondità del centro  $h$  e raggio  $a$  pari a  $h/a=2$ , in un mezzo omogeneo elastico lineare con coefficiente di Poisson  $\nu=0.25$ , investita da un'armonica di ampiezza unitaria e frequenza normalizzata  $\eta=\omega a/\pi V_S=2$ . Per la conduzione dell'analisi numerica, senza alcun riferimento a casi reali, è stata scelta una cavità di raggio  $a=3$  m, caratteristiche elastiche del mezzo:  $\rho=1$  Mg/m<sup>3</sup>,  $V_S=60$  m/s,  $V_P=103.92$  m/s, ed un treno d'onda di 16 cicli sinusoidali di frequenza  $f=20$  Hz con incidenza variabile tra 0, e 30°. Il modello ha dimensioni 90 x 45 m, con bordi laterali e base inferiore vincolati mediante smorzatori viscosi (**Fig. 4.28**).

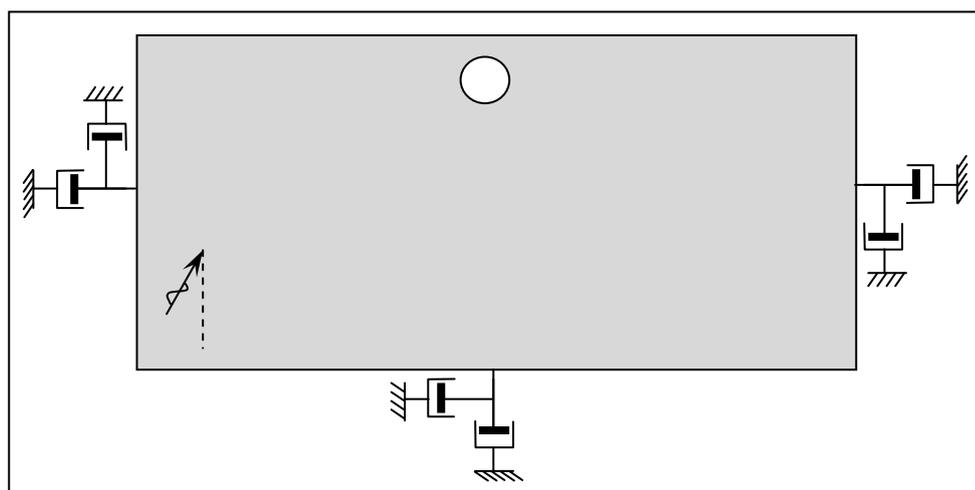


Figura 4.29 – Modello numerico alle differenze finite utilizzato per la verifica della risposta dinamica di una cavità cilindrica superficiale per fronti d'onda piani incidenti obliquamente.

Anche in questo caso i risultati sono riportati in termini di ampiezza delle componenti dello spostamento lungo la superficie del semispazio (**Fig. 4.29**). Le due soluzioni numeriche presentano una forte congruenza, ma danno risultati diversi da entrambe le soluzioni analitiche approssimate. Nel caso di incidenza verticale la soluzione analitica più prossima a quella numerica, almeno come andamento medio, risulta quella di Lee e Karl (1992). Nel caso di incidenza obliqua ( $\theta=30^\circ$ ) le soluzioni numeriche si avvicinano maggiormente a quella analitica di Davies *et al.* (1992).

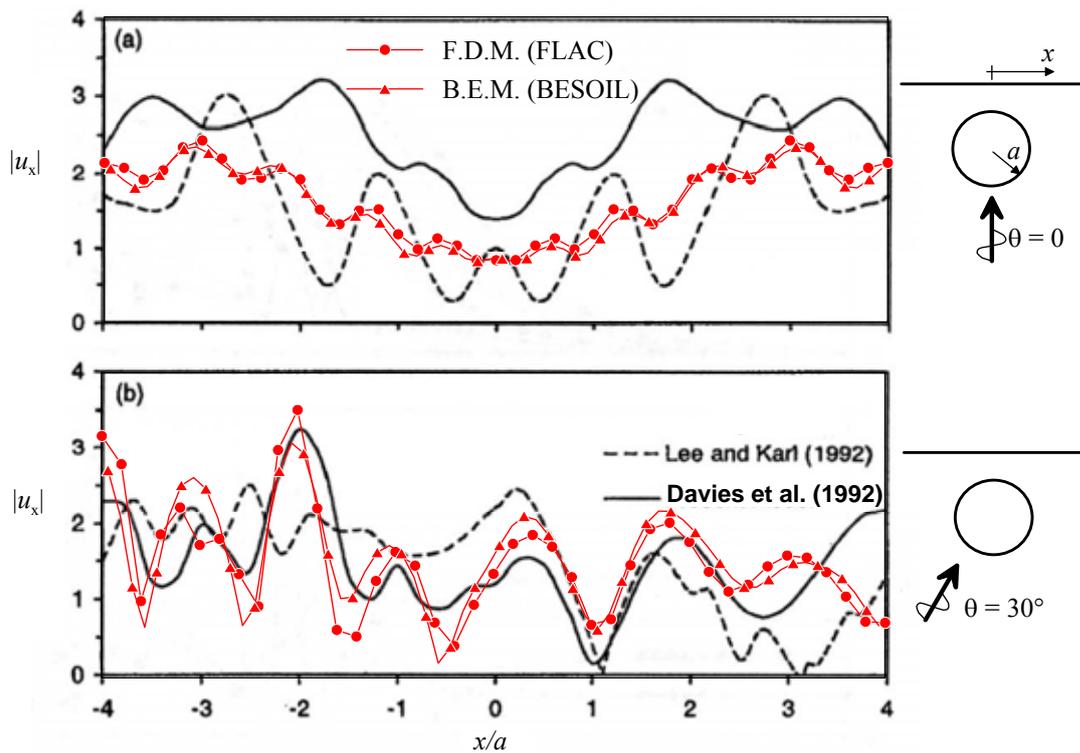


Figura 4.30 – Ampiezza della componente orizzontale dello spostamento  $|u_x|$  lungo la superficie della frontiera del semispazio elastico con cavità cilindrica superficiale. Confronto tra i risultati analitici approssimati (in nero) ed i risultati numerici (in grigio) ottenuti con la procedura numerica descritta (codice F.D.M. FLAC) e con il codice agli elementi al contorno BESOIL (Sanò, 2012). Caso con  $h/a=2.0$ ,  $\nu=0.25$ ,  $\eta=2.0$ .

## 5 STUDIO PARAMETRICO DELLA RISPOSTA SISMICA IN SUPERFICIE IN PRESENZA DI CAVITÀ CILINDRICHE

I diversi studi disponibili in letteratura sul comportamento dinamico di cavità, che ne analizzano in particolare la ripercussione sulla risposta sismica in superficie, offrono una panoramica sui principali fattori influenti sul problema: dimensione e profondità della cavità, lunghezza dell'onda incidente, angolo di incidenza, caratteristiche elastiche del mezzo ospite (**Capitolo 2**). I vari lavori, afferenti spesso a diversi settori della meccanica, sono incentrati principalmente sull'obiettivo di descrivere e validare un adeguato metodo di analisi, numerico o analitico, più che sulla valutazione effettiva del moto; essi offrono alcuni risultati di casi particolari del problema che non risultano utili per una comprensione globale delle possibili ripercussioni applicative del fenomeno.

Volendo ottenere un quadro generale ed essenziale degli effetti della presenza di una cavità in condizioni sismiche, è stata quindi condotta una serie di analisi di tipo parametrico su un modello numerico semplificato. I parametri in gioco sono stati fatti variare all'interno di intervalli significativi a fini applicativi, con l'obiettivo di evidenziare le combinazioni di valori da cui scaturiscono i più importanti effetti amplificativi o deamplificativi, e di delimitare eventuali intervalli del dominio nei quali l'influenza di una cavità è trascurabile.

Le analisi dinamiche sono state condotte con il metodo alle differenze finite, utilizzando il codice FLAC (per una descrizione del quale si rimanda al **par. 7.1.1**), facendo scorta anche delle possibilità offerte dalla procedura numerica per l'applicazione di fronti d'onda incidenti obliquamente (**Capitolo 4**).

Congruentemente ai metodi utilizzati in letteratura, anche il presente studio utilizza un'impostazione basata su grandezze adimensionali. Il moto in superficie infatti, a meno di un fattore di scala, è funzione dei rapporti tra le principali grandezze geometriche in gioco, come ad esempio il rapporto tra la lunghezza d'onda incidente e la dimensione della cavità, o quello tra la profondità della cavità e la sua dimensione. Un'analisi preliminare di tipo dimensionale (**par. 5.1**) permette una scelta razionale dei fattori da utilizzare, riducendone il numero al minimo indispensabile.

Dopo la descrizione del modello numerico utilizzato (**par. 5.2**), i risultati sono condensati in una serie di diagrammi nei quali l'amplificazione del moto è rappresentata in funzione della grandezze normalizzate distanza dalla cavità,  $\zeta$ , e frequenza,  $\eta$  (**par. 5.3**).

### 5.1 Definizione del modello concettuale ed analisi dimensionale

Il problema prevede una cavità cilindrica a sezione circolare posta in un semispazio omogeneo elastico-lineare su cui incide un fronte d'onda piano, di tipo P o SV, con polarizzazione del moto nel piano ortogonale all'asse della cavità (**Fig. 5.1**).

Tra le varie ipotesi di base, risulta evidente la bidimensionalità del problema, ovvero la riduzione all'analisi in condizioni di deformazione piana di sole cavità cilindriche estese indefinitamente nella direzione ortogonale al disegno. Tale assunto sarebbe limitato a rigore alle gallerie ed escluderebbe l'applicazione diretta dello studio ai casi di cavità che non presentino una

delle due dimensioni orizzontali prevalente sulle altre. In ogni caso l'ipotesi non toglie una validità generale ai risultati, ai fini dell'individuazione degli intervalli critici in corrispondenza dei quali si registra la maggiore influenza della cavità.

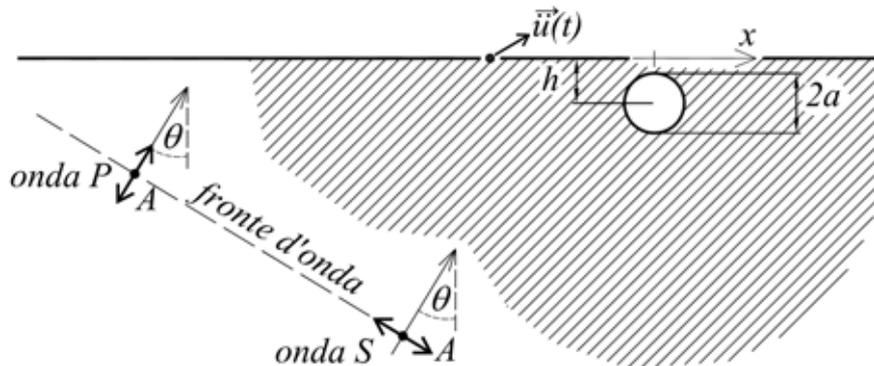


Figura 5.1 – Schema del modello piano adottato per le analisi numeriche di tipo parametrico.

L'altra fondamentale ipotesi, all'apparenza fortemente limitativa, è costituita dall'elasticità lineare del mezzo che ospita la cavità. Tuttavia, come mostrano i risultati di alcune analisi di controllo (**Par. 5.3.2.3**), nelle quali è stato introdotto un legame costitutivo di tipo visco-elastico, i risultati ottenuti in campo elastico sono estendibili senza significativi errori ai casi in cui il mezzo è dotato di un realistico valore dello smorzamento. Rimane invece del tutto esclusa dal presente studio la valutazione degli effetti in superficie di eventuali significative plasticizzazioni al contorno della cavità o del raggiungimento di condizioni di instabilità della cavità stessa durante la fase di azione dell'onda.

Le ulteriori ipotesi che fissano dei limiti all'uso dei risultati in campo applicativo, ma che sono introdotte per mantenere la necessaria semplicità del modello, sono costituite dalla forma circolare della cavità cilindrica e dalla presenza di un'unica cavità.

Il caso di incidenza di onde con polarizzazione del moto nella direzione parallela all'asse della cavità (denominate solitamente SH) è stato esaminato nel dettaglio da Smerzini *et al.* (2009) nelle medesime condizioni (**Par. 2.2**). I risultati del presente studio sono quindi affiancabili a quelli di Smerzini *et al.* (2009) per una completa trattazione del problema elasto-dinamico della singola cavità cilindrica a sezione circolare.

Le variabili geometriche del problema sono costituite dal raggio della cavità  $a$ , dalla profondità del suo centro  $h$ , dall'angolo di incidenza del fronte  $\theta$  e dall'ascissa  $x$  (riferita alla proiezione in superficie dell'asse della cavità); volendo valutare il solo moto superficiale,  $x$  rappresenta l'unica coordinata spaziale in gioco.

Dal momento che l'elasticità lineare del mezzo consente di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, l'onda incidente (convenzionalmente considerata sempre in termini di accelerazione) è costituita da una semplice armonica di frequenza  $f$  ed ampiezza  $A$  con moto di oscillazione nella direzione del fronte (caso di onda SV) o in quello di avanzamento (nel caso di onda P). La variabile di uscita del problema è costituita da una delle componenti dell'accelerazione,  $\ddot{u}_x$  o  $\ddot{u}_y$ , calcolata sulla superficie del semispazio. Le caratteristiche dinamiche del mezzo sono la densità  $\rho$  e le velocità di propagazione delle onde  $V_S$  e  $V_P$  (ovvero la velocità  $V_S$  insieme al coefficiente di Poisson  $\nu$ ). L'elenco dei fattori in gioco viene quindi completato dalla coordinata temporale  $t$ .

Tabella 5.1 – Variabili che descrivono il modello di cavità cilindrica investita da un'onda piana

Variabile	Dimensioni
$a$ raggio della cavità	L
$h$ profondità del centro della cavità	L
$\theta$ angolo di incidenza	-
$x$ ascissa orizzontale sulla superficie del semispazio	L
$f$ frequenza dell'onda incidente	$T^{-1}$
$A$ ampiezza dell'accelerazione del moto incidente	$LT^{-2}$
$\ddot{u}$ accelerazione sulla superficie (comp. orizzontale o verticale)	$LT^{-2}$
$\rho$ densità	$ML^{-3}$
$V_s$ velocità delle onde di taglio	$LT^{-1}$
$\nu$ coefficiente di Poisson	-
$t$ tempo	T

L'insieme completo delle  $n = 11$  variabili mediante le quali è possibile descrivere il fenomeno è elencato nella **Tabella 5.1**, con le rispettive  $k = 3$  dimensioni (tempo, T, massa, M e lunghezza, L). Il teorema di Buckingham permette di ridurre il fenomeno all'interazione tra  $m$  variabili adimensionali, dove  $m = n - k = 8$ . Semplici considerazioni di carattere dimensionale (Bridgman, 1922) indicano innanzi tutto che la densità  $\rho$ , essendo l'unica variabile contenente la dimensione M, non può giocare alcun ruolo nel fenomeno: se così non fosse, i valori delle altre grandezze dipenderebbero dalla scelta dell'unità di misura della massa.

Relativamente alle grandezze adimensionali da utilizzare, numerose scelte sono possibili. Assumendo, ad esempio, il raggio  $a$  come rappresentativo della dimensione della lunghezza, e l'inverso della frequenza  $1/f$  come rappresentativo della dimensione tempo, le dimensioni delle altre grandezze possono essere espresse in funzione di queste due, secondo le relazioni dimensionali:

$$\left. \begin{aligned} [h]=[a], [x]=[a], [A]=[a][f]^2, [\ddot{u}]&=[a][f]^2, \\ [V_s]=[a][f], [t]=[f]^{-1}, [\theta]=1, [\nu]&=1 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Una possibile scelta di variabili adimensionali è quindi ottenibile dividendo ciascuna delle (5.1) per il membro di destra:

$$\zeta = \frac{h}{a}, \quad \xi = \frac{x}{a}, \quad \nu_1 = \frac{A}{a \cdot f^2}, \quad \nu_2 = \frac{\ddot{u}}{a \cdot f^2}, \quad \eta = \frac{V_s}{a \cdot f}, \quad \tau = t \cdot f, \quad \theta, \quad \nu \quad (5.2)$$

Per coerenza con le convenzioni diffuse in letteratura, il parametro  $\eta$  viene definito piuttosto con il rapporto inverso rispetto a quello mostrato nelle (5.2), moltiplicato per il fattore 2:  $\eta = 2a \cdot f / V_s = \omega \cdot a / \pi V_s$ . Esso coincide con il rapporto tra il diametro della cavità e la lunghezza d'onda incidente,  $\eta = 2a / \lambda$ , e viene normalmente denominato *frequenza normalizzata*.

Un'ulteriore riduzione del numero di parametri può essere ottenuta dalle seguenti considerazioni: essendo interessati solo agli effetti amplificativi piuttosto che all'ampiezza assoluta del moto, i due parametri  $\nu_1$  e  $\nu_2$  possono essere sostituiti dal parametro  $H = \nu_2 / \nu_1 = \ddot{u} / A$ , che costituisce un rapporto di amplificazione del moto in superficie rispetto a quello incidente. Inoltre, in considerazione della piccola variabilità del coefficiente di Poisson per terreni e rocce, il suo valore viene fissato pari a  $\nu = 0.3$ , escludendolo in tal modo dall'elenco delle variabili.

In conclusione, il fenomeno può essere espresso con una relazione tra i sei parametri adimensionali:

$$\Pi(\zeta, \xi, H, \eta, \tau, \theta) = 0 \quad (5.3)$$

ovvero, esplicitando il rapporto di amplificazione in funzione delle altre grandezze:

$$H = \mathfrak{F}(\zeta, \xi, \eta, \tau, \theta) \quad (5.4)$$

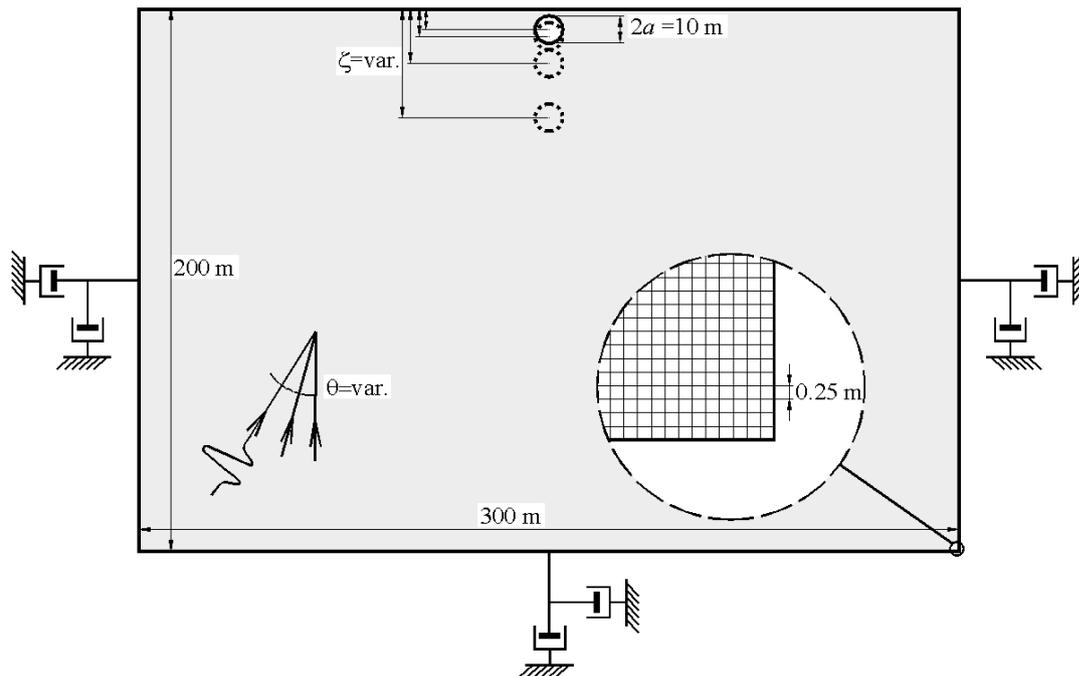


Figura 5.2 – Schema del modello numerico alle differenze finite utilizzato per le analisi parametriche. Sono evidenziate le grandezze fisse ed i parametri soggetti a variabilità.

## 5.2 Il modello numerico

Le analisi numeriche sono state condotte su un modello (**Fig. 5.2**) che riproduce il problema schematizzato in **Figura 5.1**. Alle grandezze  $a$  e  $V_S$ , rispetto alle quali è avvenuta la normalizzazione, ed ai parametri  $\rho$  e  $\nu$ , considerati invariabili, sono stati assegnati valori costanti del tutto arbitrari:

$$\begin{aligned} a &= 5.0 \text{ m} \\ V_S &= 100.0 \text{ m/s} \\ \rho &= 1.0 \text{ Mg/m}^3 \\ \nu &= 0.3 \end{aligned}$$

I risultati infatti sono del tutto indipendenti da tale scelta, purché vengano espressi in termini delle grandezze adimensionali della (5.3). L'intero modello, di dimensioni 300×200 m, è discretizzato uniformemente in zone quadrangolari di lato  $\Delta l = 0.25$  m, capaci di trasmettere armoniche fino alla

lunghezza d'onda limite di  $\lambda_{\min}=8 \Delta l= 2$  m (Kuhlemeyer e Lysmer, 1973), corrispondente ad una frequenza normalizzata massima  $\eta_{\max}=2a/\lambda_{\min}= 5$ . Le frontiere laterali ed inferiore sono dotate di smorzatori viscosi. Per le successive elaborazioni, durante le analisi vengono memorizzate le storie temporali delle componenti del moto per tutti i nodi appartenenti alla superficie libera.

Per quanto riguarda la variabilità delle grandezze indipendenti della (5.4), si riportano le seguenti considerazioni:

- 1) la variabilità della coordinata spaziale  $\xi$  e di quella temporale  $\tau$  è implicitamente inclusa nel modello: nel risultato di ogni singola analisi infatti il valore delle grandezze caratteristiche del moto, ovvero quello della variabile dipendente  $H$ , sono già automaticamente disponibili lungo l'intera superficie del semispazio (nell'intervallo  $-30 < \xi < +30$ ) sotto forma di storie temporali (nell'intervallo  $0 < \tau < t_{\text{fin}}/f$ , dove  $t_{\text{fin}}$  è il massimo tempo di calcolo);
- 2) la variabilità dei parametri  $\theta$  e  $\zeta$  viene imposta eseguendo diverse analisi per prefissati valori:  $\theta=0, 15^\circ, 30^\circ$  e  $\zeta=1.5, 2.0, 4.0, 8.0$ ;
- 3) al fine di assicurare la necessaria estensione nel campo della frequenza normalizzata  $\eta$ , come moto incidente è stata utilizzata una coppia di onde con spettro continuo delle frequenze, invece di una semplice armonica. Nello specifico sono state utilizzate due onde Ricker (**Fig. 5.3**), con frequenze normalizzate  $\eta_1=0.25$  ( $f_1=2.5$  Hz) e  $\eta_2=1.0$  ( $f_2=10.0$  Hz), i cui spettri di Fourier coprono complessivamente l'intervallo  $0.05 < \eta < 2.0$  con due bande parzialmente sovrapposte (**Fig. 5.4**). Sebbene in tal modo si sia dovuto raddoppiare il numero delle analisi necessarie, tale scelta è sembrata preferibile rispetto all'uso di forme d'onda più complesse come moto incidente, che da sole avrebbero coperto l'intero intervallo di frequenze di interesse (ad es. la wavelet di Ormsby); la maggiore complessità di tali forme d'onda avrebbe reso molto più complesso anche il moto in superficie, rendendo più difficoltosa l'interpretazione dei risultati nel dominio del tempo per mezzo dei profili sismici (**par. 5.3.1**).

Le equazioni della generica onda Ricker, in termini di accelerazione  $\ddot{u}_{in}$ , velocità  $\dot{u}_{in}$  e spostamento  $u_{in}$  delle particelle, sono le seguenti:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_{in} &= A \left( 1 - 2 \left( \frac{\omega_0(t-t_0)}{2} \right)^2 \right) \cdot e^{-\left( \frac{\omega_0(t-t_0)}{2} \right)^2} \\ \dot{u}_{in} &= A(t-t_0) \cdot e^{-\left( \frac{\omega_0(t-t_0)}{2} \right)^2} \\ u_{in} &= -\frac{2A}{\omega_0} \cdot e^{-\left( \frac{\omega_0(t-t_0)}{2} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

dove  $f_0$  è la frequenza dominante,  $\omega_0$  la rispettiva frequenza angolare,  $t_0$  l'istante nel quale viene raggiunto il picco dell'accelerazione e dello spostamento,  $A$  l'ampiezza massima dell'accelerazione (unitaria).

Lo spettro di Fourier dell'accelerazione  $F_{in}$  è pertanto:

$$F_{in}(f) = \frac{2A}{f_0\sqrt{\pi}} \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \tag{5.6}$$

In conclusione, l'intero complesso di analisi parametriche è formato dalle combinazioni risultanti dai tre valori di  $\theta$ , i quattro valori di  $\zeta$  e dai due casi relativi ad onda incidente di tipo P e di tipo S; quindi da  $3 \times 4 \times 2 = 24$  casi, di cui la **Tabella 5.2** riporta l'elenco e la denominazione. Come accennato, ciascuna combinazione è stata testata con le due onde Ricker di diversa frequenza, per fondere successivamente i risultati nell'unico intervallo  $0.05 < \eta < 2.0$ .

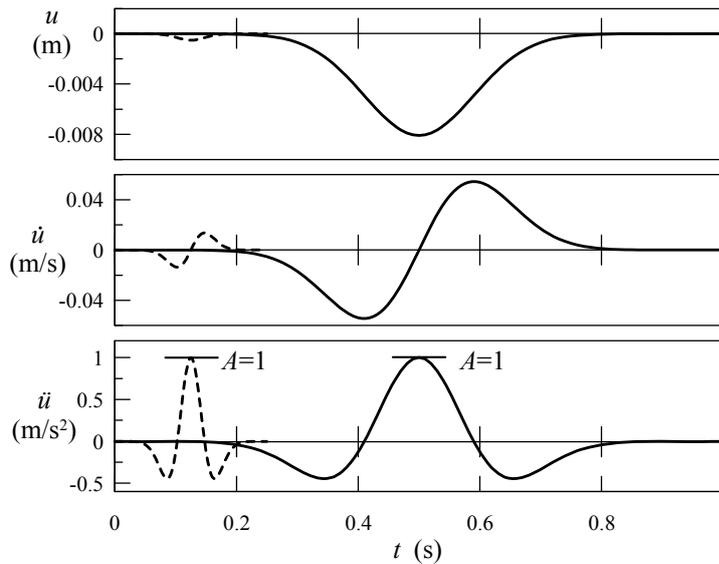


Figura 5.3 – Storie temporali dello spostamento  $u$ , velocità  $\dot{u}$ , ed accelerazione  $\ddot{u}$  delle due onde Ricker utilizzate come moto incidente: impulso con frequenza centrale  $f_1=2.5$  Hz con linea continua, impulso con  $f_2=10$  Hz con linea tratteggiata.

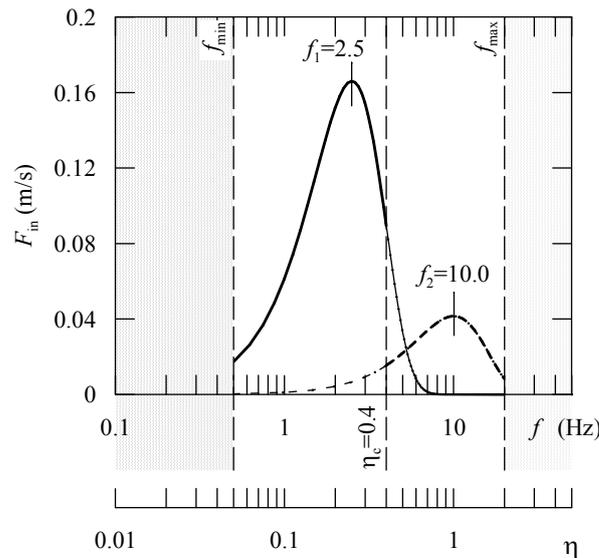


Figura 5.4 – Spettri di Fourier dell'accelerazione delle onde Ricker utilizzate come moto di input. Copertura dell'intervallo di variabilità della frequenza normalizzata  $0.05 < \eta < 2$ .

Tabella 5.2 – Combinazioni delle analisi parametriche ottenute dalla variabilità imposta ai parametri adimensionali indipendenti

Onda S		$\zeta$			
		1.5	2.0	4.0	8.0
$\theta$	0	S01	S02	S03	S04
	15°	S11	S12	S13	S14
	30°	S21	S22	S23	S24

Onda P		$\zeta$			
		1.5	2.0	4.0	8.0
$\theta$	0	P01	P02	P03	P04
	15°	P11	P12	P13	P14
	30°	P21	P22	P23	P24

## 5.3 Risultati

### 5.3.1 Principali fenomeni fisici

Un quadro generale della risposta dinamica della cavità, ottenuta da una lettura del moto sulla superficie del semispazio, può essere ben esplicitata, nel dominio del tempo, dai diagrammi dei cosiddetti sismogrammi o profili sismici di superficie, già richiamati nel **paragrafo 2.2**. Essi sono costituiti dall'affiancamento lungo la direzione orizzontale delle storie temporali dell'accelerazione di ciascun nodo della superficie libera.

La **Figura 5.5.a** mostra ad esempio il profilo sismico della componente orizzontale dell'accelerazione nella combinazione S01, ovvero nel caso di incidenza verticale di un'onda S su una cavità posta alla minima profondità normalizzata,  $\zeta=1.5$ , ed onda Ricker di frequenza più bassa ( $f_0=2.5$  Hz,  $\eta=0.25$ ). Per confronto, nella **Figura 5.5.b** è riportato lo stesso profilo ottenuto in condizioni di campo libero, in assenza di cavità: in questo caso l'onda S proveniente dal basso incontra tutti i nodi della superficie in maniera sincrona e, nel fenomeno di riflessione su superficie libera, viene registrata con una forma d'onda simile a quella dell'onda incidente, amplificata di un fattore 2, ed omogenea per tutti i punti della superficie. La presenza della cavità (**Fig. 5.5.a**) non altera, almeno per i nodi più lontani, il moto generato dalla riflessione dell'onda diretta, ma aggiunge due nuovi impulsi di ampiezza significativa (confrontabile con quella dell'onda incidente) che, a partire dalla zona centrale sopra la cavità, si propagano in direzione opposta. Nel profilo sismico della componente verticale dell'accelerazione (**Fig. 5.6**) sono evidenti le sole due perturbazioni generate nell'interazione con la cavità; l'onda diretta incidente, di tipo S a propagazione verticale, risulta infatti del tutto priva di moto lungo tale componente.

E' possibile verificare che i due impulsi generati sopra la cavità sono costituiti da onde di superficie di Rayleigh. Disegnando infatti le linee spazio-tempo, ottenute dall'unione di tutti i punti iniziali di ciascuna forma d'onda del profilo, è possibile stimarne la velocità di propagazione  $V_R$ , pari proprio alla pendenza della linea: nel caso specifico si verifica una velocità  $V_R=90$  m/s, che corrisponde al 90% della velocità delle onde di taglio  $V_S$ , come la teoria prevede per le onde di

Rayleigh. Inoltre, se si considerano le storie temporali delle componenti dello spostamento di un singolo punto P sufficientemente lontano dalla cavità (**Fig. 5.7.a**), si può osservare come nel tratto interessato dalle perturbazioni in questione tali componenti si sviluppino secondo un’analoga forma d’onda, ma con uno sfasamento di circa 1/4 del periodo, ovvero di circa 90°. La ricostruzione della traiettoria percorsa dallo stesso nodo mette quindi ben in evidenza che, successivamente all’arrivo dell’onda diretta costituita da un semplice impulso orizzontale (fasi 1-2 evidenziate in figura); la seconda perturbazione è formata da un’ellisse percorsa con movimento retrogrado (fasi 3-4-5), segno distintivo dell’onda di Rayleigh (**Fig. 5.7.b**).

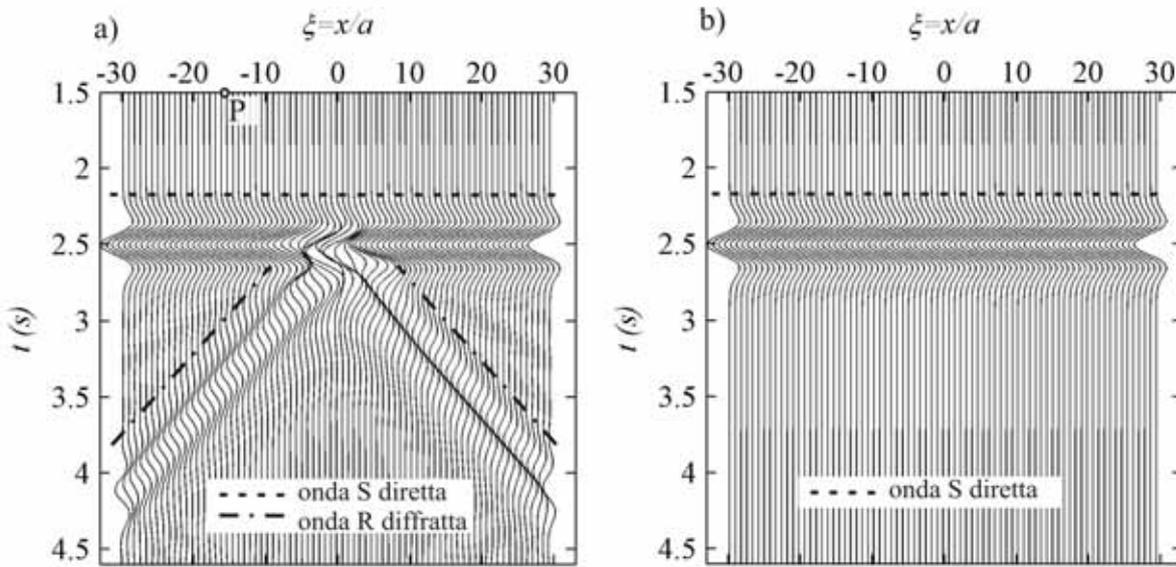


Figura 5.5 – Profilo sismico della componente orizzontale per il caso di onda S incidente verticalmente e frequenza minore (combinazione S01). a): con cavità superficiale ( $\zeta=1,5$ ), b): in assenza di cavità. Sono evidenziate le rette che individuano gli arrivi in superficie dei diversi impulsi e sulle quali è possibile misurare la velocità di propagazione degli stessi.

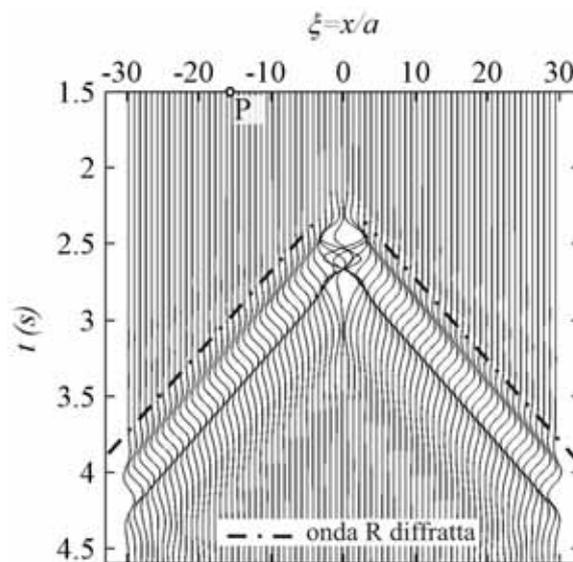


Figura 5.6 – Profilo sismico della componente verticale per il caso di onda S incidente verticalmente e frequenza minore (combinazione S01) con cavità superficiale ( $\theta=0$ ,  $\zeta=1,5$ ,  $\eta_0=0.25$ ).

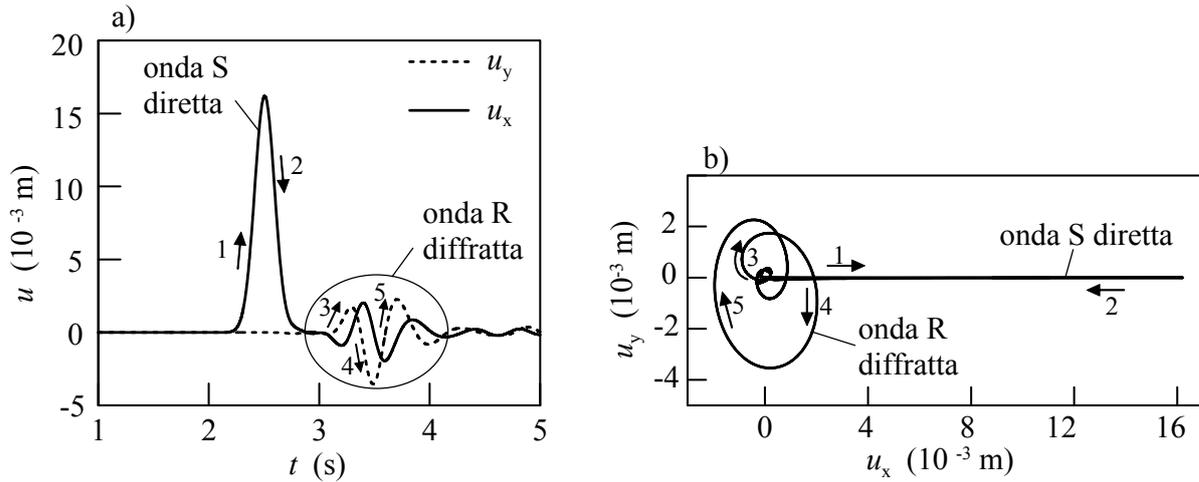


Figura 5.7 – Individuazione degli impulsi che investono il punto P di ascissa normalizzata  $\xi=-15.0$ . a) Storie temporali delle componenti dello spostamento; b): traiettoria. Sono numerate le fasi corrispondenti.

Il moto dei punti superficiali più vicini alla cavità è reso più complesso dall'interferenza tra l'onda di Rayleigh e l'impulso S diretto: l'ampiezza delle onde aumenta, raggiungendo i valori massimi nelle zone al di sopra dei fianchi della cavità ( $\xi=\pm 1$ ), come mostrato nella **Figura 5.8**. Le oscillazioni massime sono associate ad un'ovalizzazione obliqua della cavità, che genera anche delle significative componenti verticali (**Fig. 5.9**).

L'esame del profilo sismico ottenuto nella medesima configurazione, ma con un'onda Ricker incidente di frequenza maggiore ( $f_0=10.0$  Hz,  $\eta=1.0$ ) conferma le precedenti osservazioni, mettendo tuttavia in evidenza altri impulsi di minore ampiezza che, generati nella zona centrale, si allontanano precedendo le onde di Rayleigh (**Fig. 5.10**). La loro velocità di propagazione è prossima alla velocità delle onde longitudinali  $V_p$ . E' quindi possibile ipotizzare che si tratti delle onde P che, generate nella riflessione dell'onda diretta sulla superficie della cavità, raggiungono la superficie del semispazio.

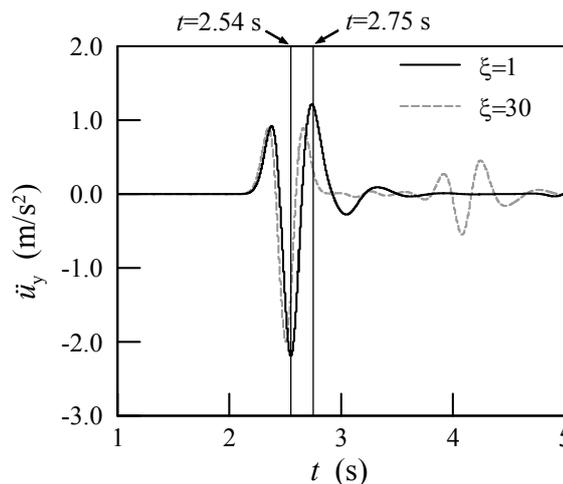


Figura 5.8 – Incidenza verticale di onda S. Componente verticale dell'accelerazione  $\ddot{u}_y$  per il punto superficiale posto sopra il fianco della cavità ( $\xi=+1$ ) e per quello posto a grande distanza dall'asse ( $\xi=30$ ). Sono evidenziati gli istanti in cui vengono raggiunte le massime ampiezze del moto.

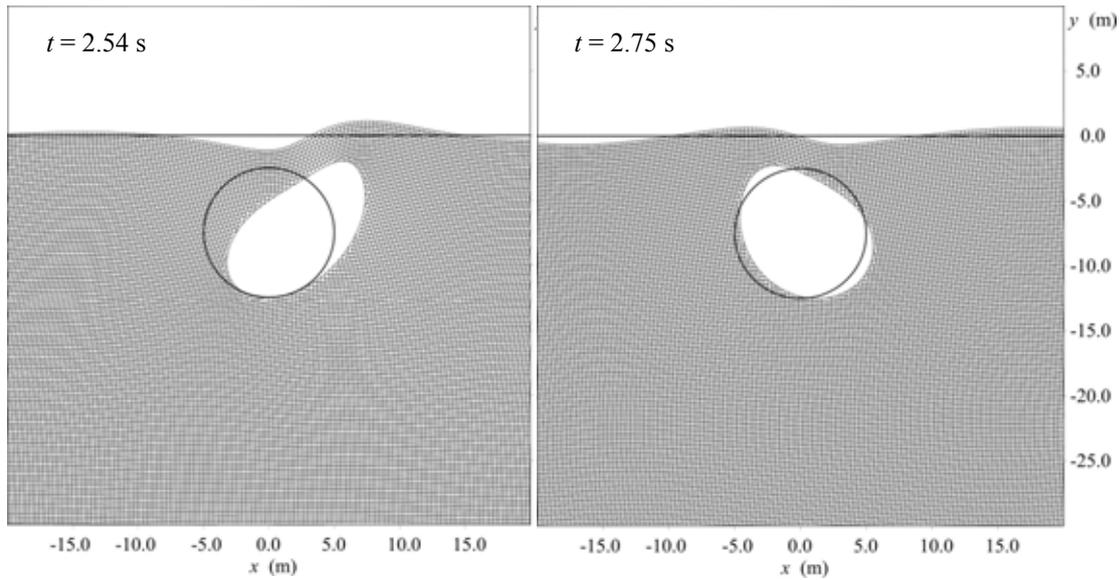


Figura 5.9 – Incidenza verticale di onda S. Deformazione della griglia di calcolo nella zona della cavità in corrispondenza dei due istanti di massima ovalizzazione e massima oscillazione superficiale. Spostamenti amplificati di 200 volte rispetto alla scala geometrica (massimo spostamento 0.02 m).

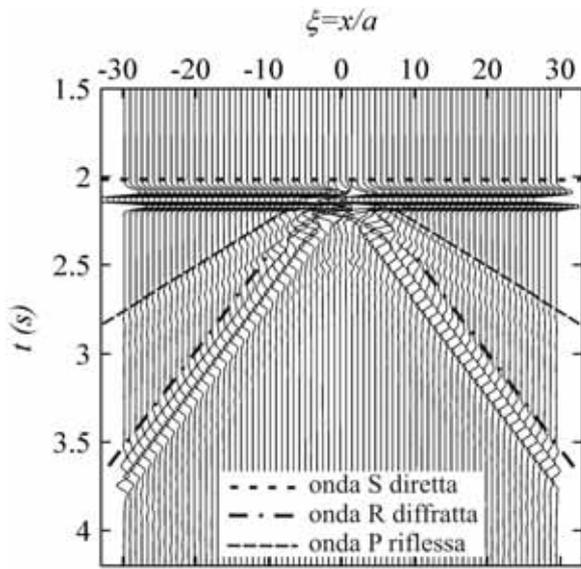


Figura 5.10 – Profilo sismico della componente orizzontale dell’accelerazione per la combinazione S01 con onda incidente di frequenza maggiore ( $\zeta=1.5$ ,  $\theta=0$ ,  $\eta_0=1.0$ ).

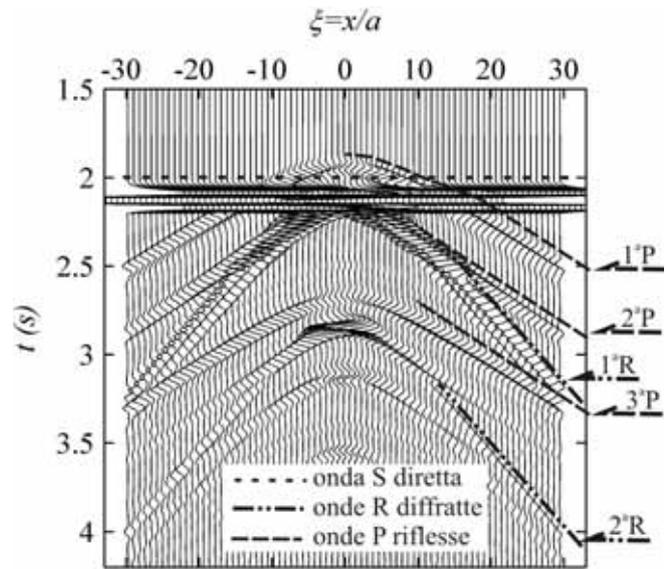


Figura 5.11 - Profilo sismico della componente orizzontale dell’accelerazione per la combinazione S04 con massima profondità della cavità ( $\zeta=8.0$ ) ed onda incidente di frequenza maggiore ( $\theta=0$ ,  $\eta_0=1.0$ ). Sono evidenziati i successivi arrivi di perturbazioni di tipo P e di Rayleigh.

Se la profondità della cavità viene aumentata, lasciando inalterate le altre grandezze, nel profilo sismico si succedono ulteriori impulsi di tipo P e di tipo Rayleigh, segno delle ripetute riflessioni tra superficie del semispazio e superficie della cavità (**Fig. 5.11**). In tali condizioni appare inoltre in maniera evidente come il primo impulso P, generato nella riflessione dell’onda incidente primaria con la superficie della cavità, anticipi l’arrivo dell’onda S diretta, raggiungendo per primo la superficie del semispazio nelle immediate vicinanze della cavità, per  $|\xi| < 10$ .

Non è superfluo rimarcare che in un profilo sismico riferito alla superficie del terreno le linee spazio-tempo di un impulso generato da una sorgente sotterranea pressoché puntiforme, ovvero generato dalla diffrazione su un ostacolo pressoché puntiforme, come le onde di tipo P della **Figura 5.11**, hanno una forma iperbolica; la velocità dell'impulso può essere stimata asintoticamente solo nelle zone più lontane dalla sorgente (o dall'ostacolo) che lo genera, dove la differenza tra il percorso reale dell'onda e la sua proiezione in superficie è trascurabile.

L'incidenza obliqua del fronte d'onda secondo un angolo  $\theta$  determina una traccia obliqua dell'onda diretta (**Fig. 5.12**): il punto di emergenza in superficie si propaga infatti verso destra con una velocità apparente costante  $V'=V_S/\sin(\theta)$ . Le perturbazioni generate dall'interazione tra l'onda diretta e la cavità sono del tutto simili a quelle osservate per incidenza verticale: sono evidenti le due onde di Rayleigh e l'onda P che si trasmette, in maniera evidente, solo in direzione sinistra. Quella in direzione destra, di minore ampiezza, si sovrappone e si confonde con il fronte primario.

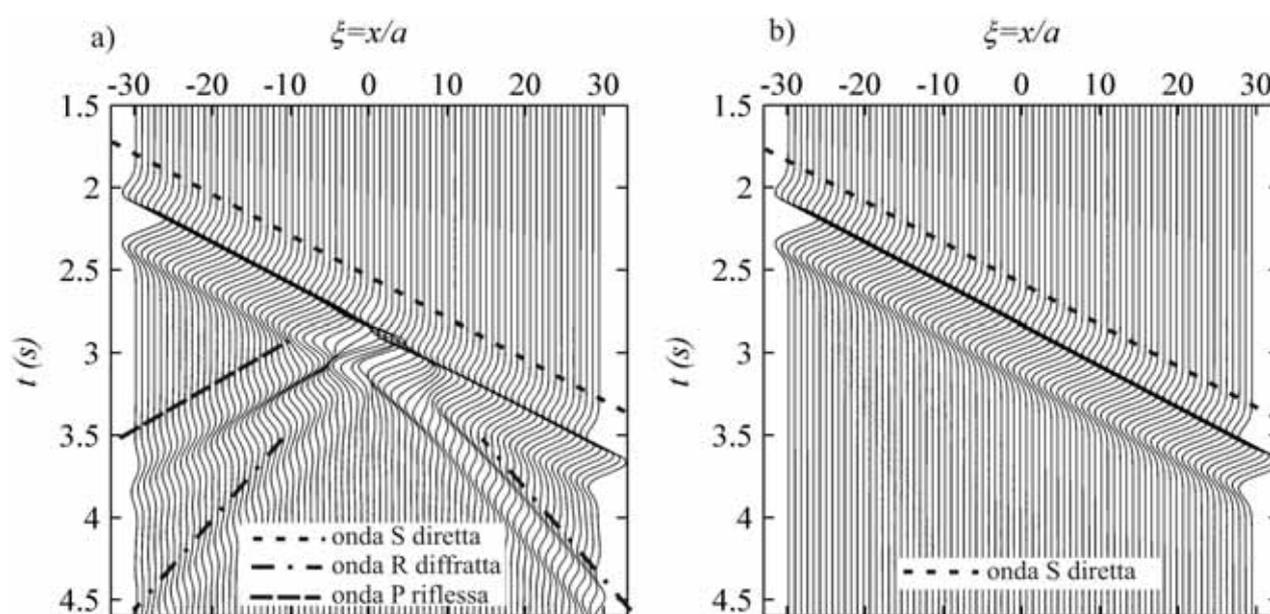


Figura 5.12 - Profilo sismico della componente orizzontale dell'accelerazione per il caso di onda S incidente obliquamente, a): cavità superficiale (combinazione S21:  $\theta=30^\circ$ ,  $\zeta=1,5$ ,  $\eta_0=0,25$ ); b): in assenza di cavità.

Relativamente all'incidenza di un fronte d'onda di tipo P, si riporta il profilo sismico della sola componente verticale dell'accelerazione (essendo quella più rilevante) per un'onda Ricker di frequenza dominante bassa ( $\eta_0=0,25$ ) che si propaga verticalmente ( $\theta=0$ ) (**Fig. 5.13**). Le perturbazioni generate sono simili a quelle osservate per onde S incidenti, si nota però la significativa ampiezza del moto nella zona centrale del modello, sopra la cavità. Il fenomeno è evidente nella **Figura 5.14** che riporta il confronto tra due sole storie temporali della componente verticale dell'accelerazione: quella di un punto lontano dalla cavità ( $\zeta=x/a=30$ ), nella quale sono distinguibili i due impulsi consecutivi con valore massimo di  $|\ddot{u}_y|=2,0$ , e quella del punto posto in asse alla cavità ( $\zeta=0$ ), che presenta un unico impulso con valore di picco  $|\ddot{u}_y|=3,8$ . Si nota la forte amplificazione rispetto ai punti lontani della cavità, molto più significativa di quella che si verifica per onda S incidente (**Fig. 5.8**). La **Figura 5.15** riporta la forma della griglia in corrispondenza degli istanti di picco dello spostamento, in cui si nota l'ovalizzazione e la concentrazione delle distorsioni sopra il tetto della cavità.

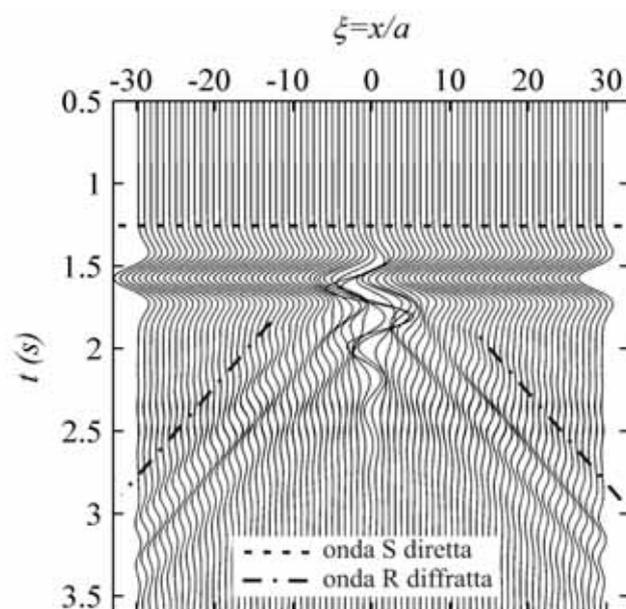


Figura 5.13 - Profilo sismico della componente verticale per il caso di onda P incidente verticalmente, frequenza minima e cavità superficiale (combinazione P01:  $\theta=0$ ,  $\zeta=1,5$ ,  $\eta_0=0.25$ ).

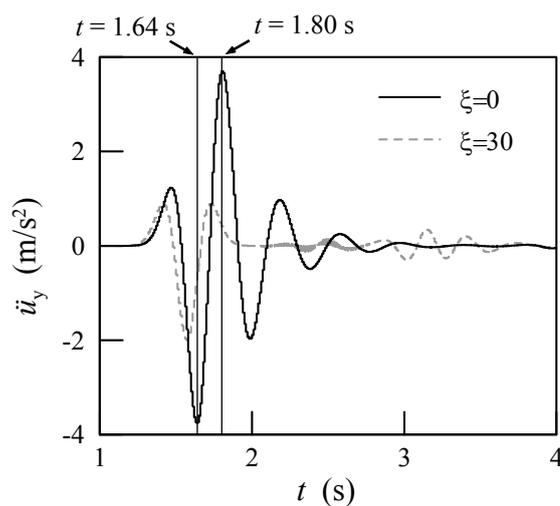


Figura 5.14 – Incidenza verticale di onda P. Diagramma temporale della componente verticale dell'accelerazione  $\ddot{u}_y$  per il punto superficiale posto sull'asse della cavità ( $\zeta=0$ ) e per quello posto a grande distanza dall'asse ( $\zeta=30$ ).

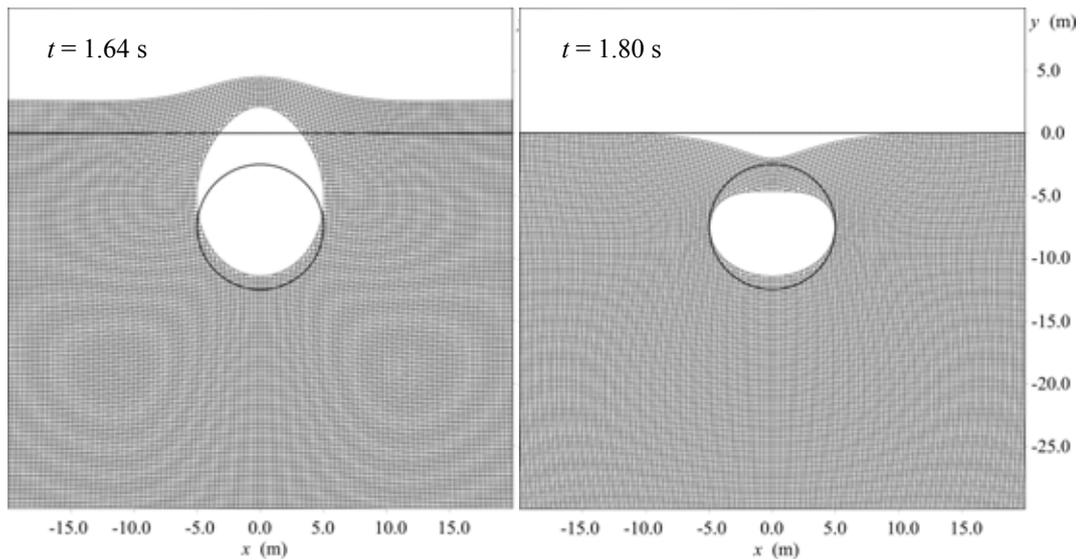


Figura 5.15 - Incidenza verticale di onda P. Deformazione della griglia di calcolo nella zona della cavità in corrispondenza dei due istanti di massima ovalizzazione e massima oscillazione superficiale. Spostamenti amplificati di 200 volte rispetto alla scala geometrica.

La **Figura 5.16** mostra i profili sismici delle componenti orizzontale e verticale del moto per l'incidenza obliqua delle onde P.

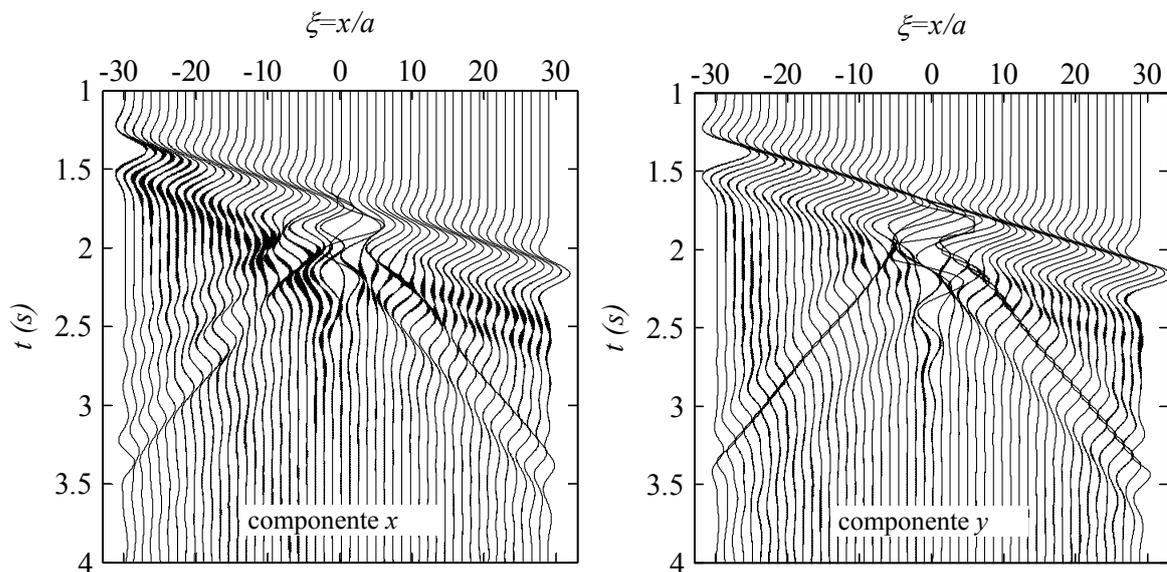


Figura 5.16 - Profilo sismico delle componenti dell'accelerazione per il caso di onda P incidente obliquamente (combinazione P21:  $\theta=30^\circ$ ,  $\zeta=1,5$ ,  $\eta_0=0.25$ );

### 5.3.2 Risultati in termini di amplificazione del moto

La valutazione quantitativa dell'influenza esercitata dalla cavità sulla risposta in superficie viene condotta elaborando i risultati delle analisi parametriche nel dominio delle frequenze. Ciascuna storia temporale di una delle componenti dell'accelerazione (ad esempio  $\ddot{u}_x$ ) fornisce uno spettro delle ampiezze di Fourier,  $F_x$ , funzione della frequenza:

$$\ddot{u}_x(t) \xrightarrow{\text{TRASFORMATA-di-FOURIER}} F_x(f)$$

Dal momento che tale processo può essere applicato per ciascun punto della superficie al variare dell'ascissa  $x$ , il risultato può essere espresso in termini di una funzione delle due variabili normalizzate: la frequenza normalizzata  $\eta$  e l'ascissa  $\xi$ .

$$\ddot{u}_x(x,t) \xrightarrow{\text{TRASFORMATA-di-FOURIER}} F_x(\xi, \eta)$$

Come già detto, al fine di cogliere l'essenza del fenomeno e poter estendere i risultati delle analisi svolte ad altri casi simili, è interessante disporre non tanto delle ampiezze assolute di ciascuna armonica che compone il moto, quanto dell'amplificazione della stessa. Come ampiezza di riferimento rispetto alla quale eseguire la normalizzazione, sembra opportuno assumere non tanto il moto incidente, il cui spettro è  $F_{in}(\eta)$ , quanto il moto in condizioni di campo libero (*free-field*) che si registrerebbe in superficie in assenza della cavità,  $F_{ff}(\eta)$ . In tal modo possono essere meglio evidenziati gli effetti amplificativi, o deamplificativi, legati esclusivamente alla presenza della cavità.

L'ampiezza del moto sulla superficie del semispazio elastico in condizioni di campo libero è pari a due volte l'ampiezza dell'onda incidente verticalmente, mentre, per incidenza secondo un generico angolo  $\theta$ , è fornito dalle formule (3.23) e (3.24) per onda P, o dalle (3.33) e (3.34) per onda S, con componenti fornite dalle **Figure 3.6 e 3.7**, per onda P, o dalle **Figure 3.9 e 3.10** per onda S. Nel caso specifico, che prevede un coefficiente di Poisson  $\nu=0.3$ , i grafici dell'ampiezza delle componenti normalizzate  $\alpha$  e  $\beta$  dell'ampiezza di *free-field* sono riproposti nella **Figura 5.17**.

Le ampiezze di Fourier sono fornite, pertanto da:

$$F_{ff,x}(\eta) = \alpha \cdot F_{in}(\eta)$$

$$F_{ff,y}(\eta) = \beta \cdot F_{in}(\eta)$$

ed i rapporti di amplificazione vengono così calcolati:

$$\left. \begin{aligned} H_x(\xi, \eta) &= \frac{F_x(\xi, \eta)}{F_{ff,x}(\eta)} \\ H_y(\xi, \eta) &= \frac{F_y(\xi, \eta)}{F_{ff,y}(\eta)} \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Nei casi di incidenza verticale, in cui il moto di campo libero presenta solo una delle due componenti ( $F_{ff,x}=0$  per incidenza di onde P,  $F_{ff,y}=0$  per incidenza di onde S), il rapporto di amplificazione per l'altra componente può essere calcolato solo rispetto al moto incidente, con la seguente relazione valida per entrambe le componenti:

$$H(\xi, \eta) = \frac{F(\xi, \eta)}{F_{in}(\eta)} \quad (5.8)$$

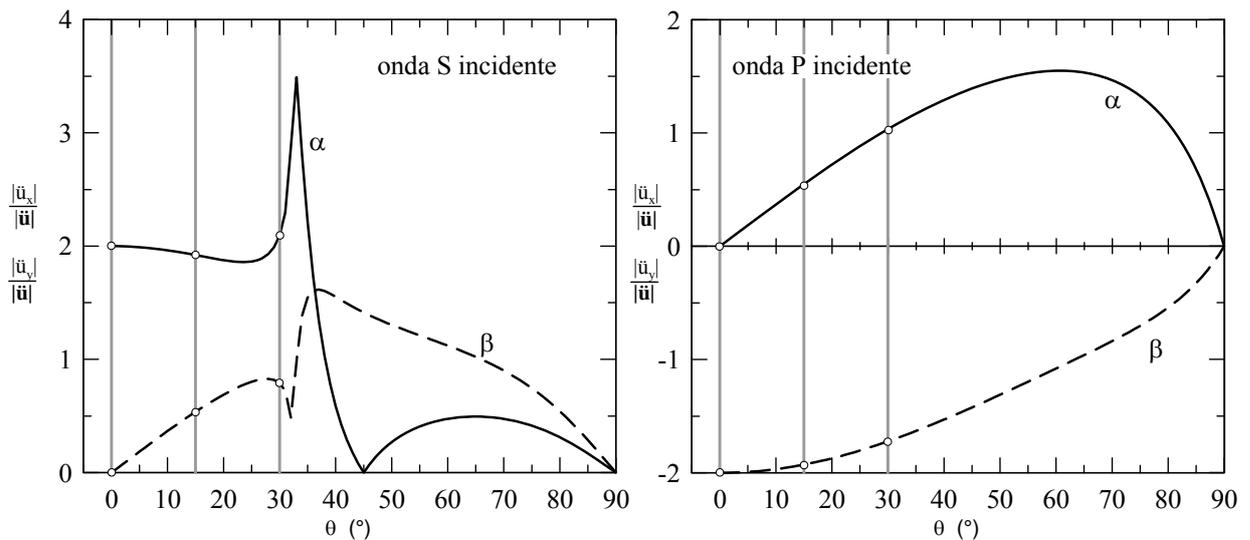


Figura 5.17 – Componenti orizzontale ( $\alpha$ ) e verticale ( $\beta$ ) dell'ampiezza del moto in condizioni di campo libero normalizzate rispetto all'ampiezza dell'onda incidente, nel caso di incidenza obliqua di onda S o P secondo l'angolo  $\theta$  ( $\nu = 0.3$ ). Sono evidenziati con un simbolo vuoto i valori utilizzati nelle analisi parametriche (in corrispondenza ai tre valori dell'angolo di incidenza  $\theta=0, 15^\circ, 30^\circ$ ).

Il risultato di ciascuna analisi, costituito dalla coppia di grandezze  $H_x$  e  $H_y$ , è quindi rappresentato sotto forma di due diagrammi a gradazioni di colore, nelle due variabili indipendenti  $\xi$  e  $\eta$ . La generica sezione orizzontale dei diagrammi rappresenta l'amplificazione in superficie per un'armonica di data frequenza normalizzata, mentre la sezione verticale fornisce, per una data posizione in superficie, l'amplificazione in funzione della frequenza.

Nel caso di incidenza verticale di onde S su cavità superficiale (combinazione S01:  $\theta=0$ ,  $\xi=1.5$ ), la **Figura 5.18** permette di evidenziare i seguenti aspetti:

- l'amplificazione orizzontale più significativa, fino a valori massimi di  $H_x=1.6$ , si ottiene nelle zone sovrastanti i fianchi della cavità ( $1<|\xi|<3$ ) in corrispondenza di una bassa frequenza normalizzata (nell'intorno di  $\eta=0.15$ );
- per le frequenze superiori a  $\eta=0.3$ , al di sopra della cavità, si registra una generale attenuazione dell'ampiezza, molto pronunciata (fino a  $H_x<0.25$ ) per le frequenze normalizzate  $\eta>1$ .

Nelle altre porzioni del dominio  $(\xi, \eta)$  si ottiene un fattore di amplificazione  $H_x$  poco significativo, in quanto oscillante all'intorno del valore unitario. Zone con amplificazione più elevata si riscontrano a frequenze più elevate sotto forma di strette bande allungate (di colore arancio in figura).

Dal momento che per incidenza verticale di onde S la componente verticale in condizioni di campo libero è assente, non è possibile calcolare il rapporto di amplificazione riferito ad essa. La **Figura 5.19** riporta quindi il rapporto di amplificazione riferito allo spettro dell'onda incidente, calcolato con le (5.8). Si nota che la cavità assoggettata a scuotimento orizzontale determina la generazione di una significativa componente verticale principalmente sopra i fianchi della galleria, per frequenze normalizzate nell'intervallo  $0.2<\xi<0.7$ .

I principali effetti associati all'incidenza di onde P possono essere sintetizzati dai risultati della combinazione P01, per la minima profondità della cavità ( $\zeta=1.5$ ) ed incidenza verticale ( $\theta=0$ ). In questo caso è la componente orizzontale ad essere assente in condizioni di campo libero; di conseguenza è il rapporto  $H_x$  che deve essere calcolato in riferimento all'ampiezza del moto incidente (**Fig. 5.20**). In questo caso è evidente che la generazione di una rilevante componente orizzontale è limitata alla zona sovrastante i fianchi della cavità indipendentemente dalla frequenza incidente.

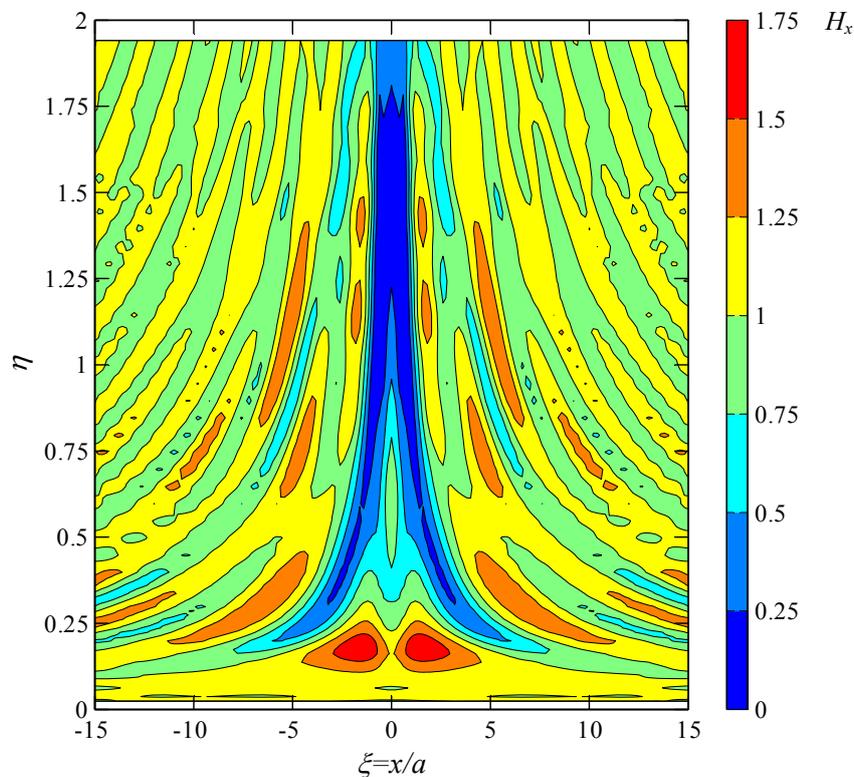


Figura 5.18 – Rapporto di amplificazione della componente orizzontale del moto  $H_x$ , riferita al moto di campo libero, per il caso S01 (onda S,  $\theta=0$ ,  $\zeta=1.5$ ).

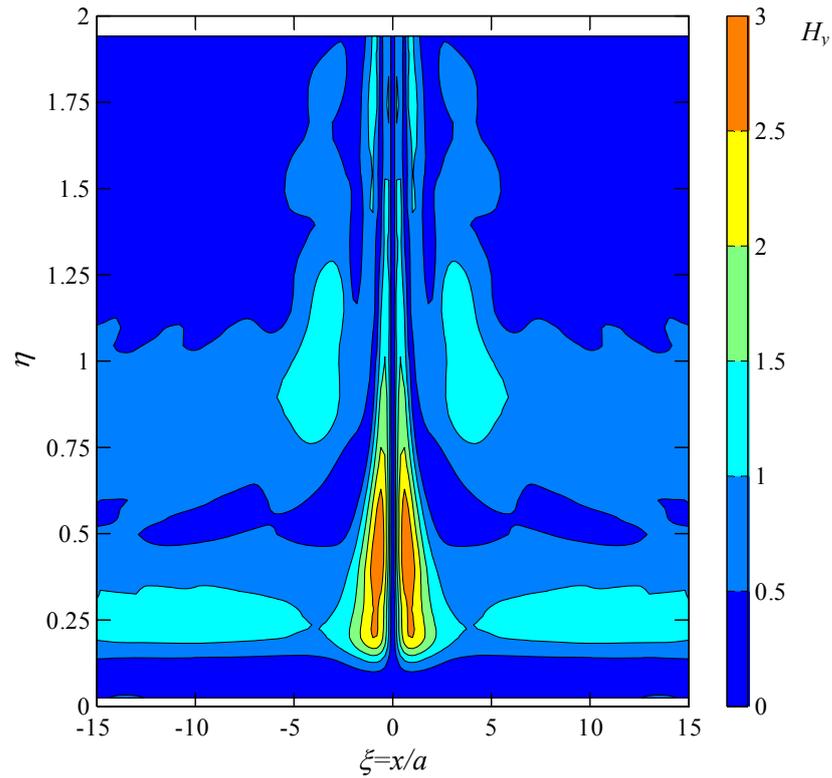


Figura 5.19 - Rapporto di amplificazione della componente verticale del moto  $H_y$  riferita al moto incidente, per il caso S01 (onda S,  $\theta=0$ ,  $\zeta=1.5$ ).

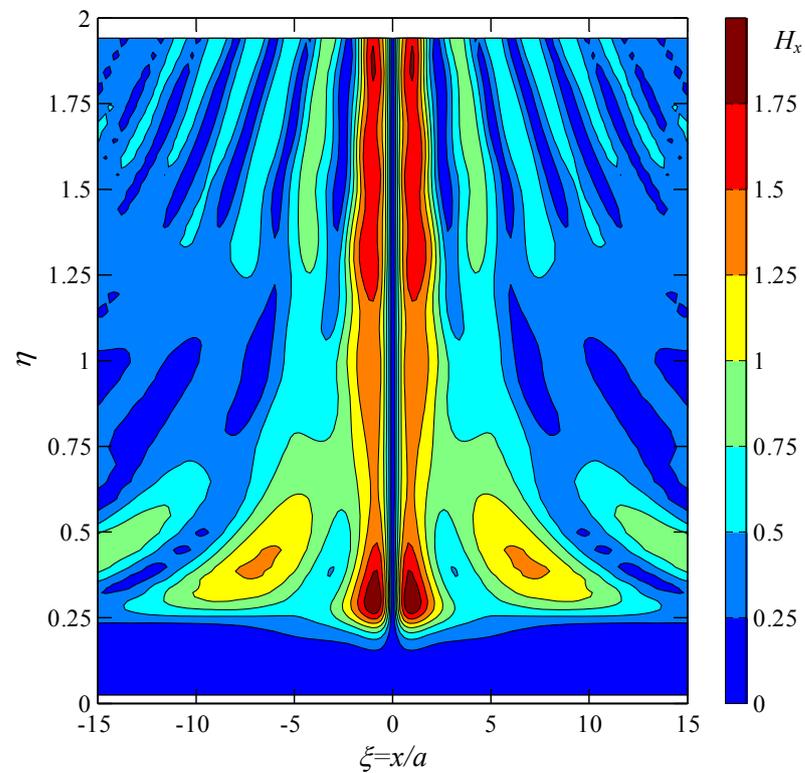


Figura 5.20 - Rapporto di amplificazione della componente orizzontale del moto  $H_x$  riferita al moto incidente, per il caso P01 (onda P,  $\theta=0$ ,  $\zeta=1.5$ ).

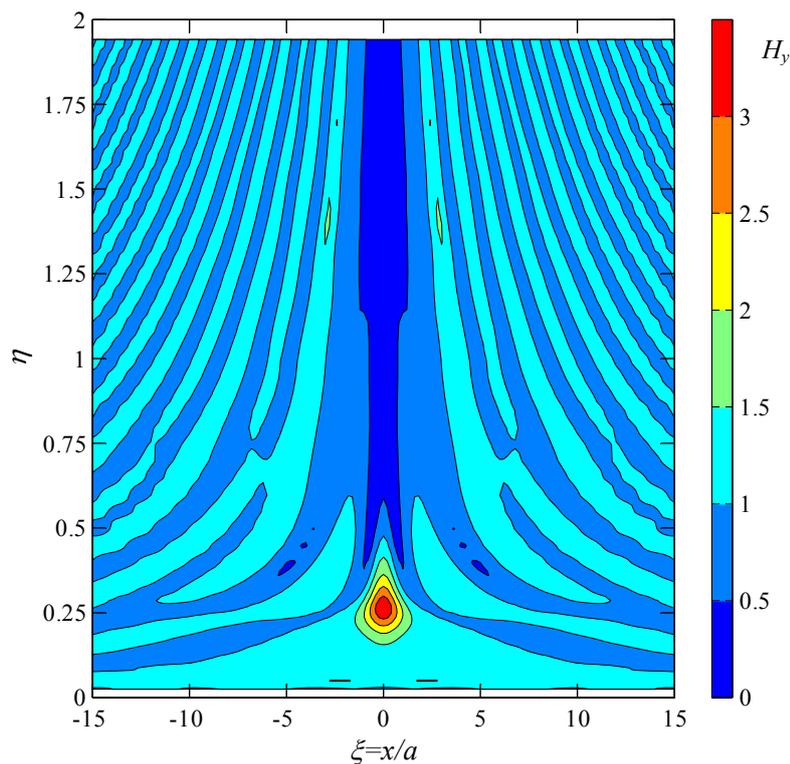


Figura 5.21 - Rapporto di amplificazione della componente verticale del moto  $H_y$  riferita al moto di campo libero, per il caso P01 (onda P,  $\theta=0$ ,  $\zeta=1.5$ ).

L'aspetto più interessante è costituito tuttavia dall'amplificazione della prevalente componente verticale; la **Figura 5.21** mostra infatti un picco del rapporto  $H_y$  particolarmente pronunciato (superiore a 3), limitato esclusivamente alla zona sopra il tetto della cavità, con forma simmetrica ed apice esattamente sull'asse. Questa amplificazione è quindi da legare all'oscillazione in direzione verticale dell'arco interposto tra il tetto della cavità e la superficie, che evidentemente presenta un modo di vibrazione fondamentale corrispondente ad una frequenza normalizzata di circa 0.25.

### 5.3.2.1 Effetto della profondità

L'aumento della profondità della cavità, come è naturale aspettarsi, determina una diminuzione degli effetti misurabili in superficie, sia quelli amplificativi che quelli deamplificativi del moto sismico. Ciò è mostrato dal confronto del rapporto di amplificazione  $H_x$  ottenuto in quattro analisi con profondità crescente, per incidenza verticale di onde S: si tratta dei casi S01 ( $\zeta=1.5$ ), S02 ( $\zeta=2.0$ ), S03 ( $\zeta=4.0$ ) ed S04 ( $\zeta=8.0$ ) (**Fig. 5.22**). L'effetto viene ulteriormente indagato mostrando l'attenuazione di uno dei due picchi che per profondità minima della cavità ( $\zeta=1.5$ ) si riscontrano in corrispondenza delle coppie di valori  $|\xi|=1.6$ ,  $\eta=0.174$ .

La **Figura 5.23** mostra l'evoluzione dei profili di  $H_x$  lungo la superficie, fissata la frequenza al valore  $\eta=0.174$ ; l'effetto di attenuazione è particolarmente pronunciato e, per  $\zeta=8.0$ , il profilo non presenta oscillazioni dall'unità superiori al 15%. Si nota che all'aumentare della profondità inoltre l'amplificazione non diminuisce in maniera monotona: si possono avere alternativi effetti di diminuzione e parziale aumento del fattore  $H_x$ .

La **Figura 5.24** mostra l'evoluzione dei profili di  $H_x$  in funzione della frequenza  $\eta$ , in corrispondenza dell'ascissa  $\xi=1.6$  e permette di constatare come l'effetto a maggiore persistenza, anche per elevate profondità della cavità, è costituito dall'attenuazione delle frequenze elevate.

In maniera analoga si riporta l'evoluzione del diagramma completo del rapporto di amplificazione verticale  $H_y$  (**Figura 5.25**) per incidenza verticale di onde P e profondità della cavità crescente, insieme all'evoluzione dei profili di  $H_y$ , realizzati in corrispondenza del picco centrale di amplificazione sopra il tetto della cavità: per  $\xi=0$  (**Fig. 5.26**) e  $\eta=0.26$  (**Fig. 5.27**).

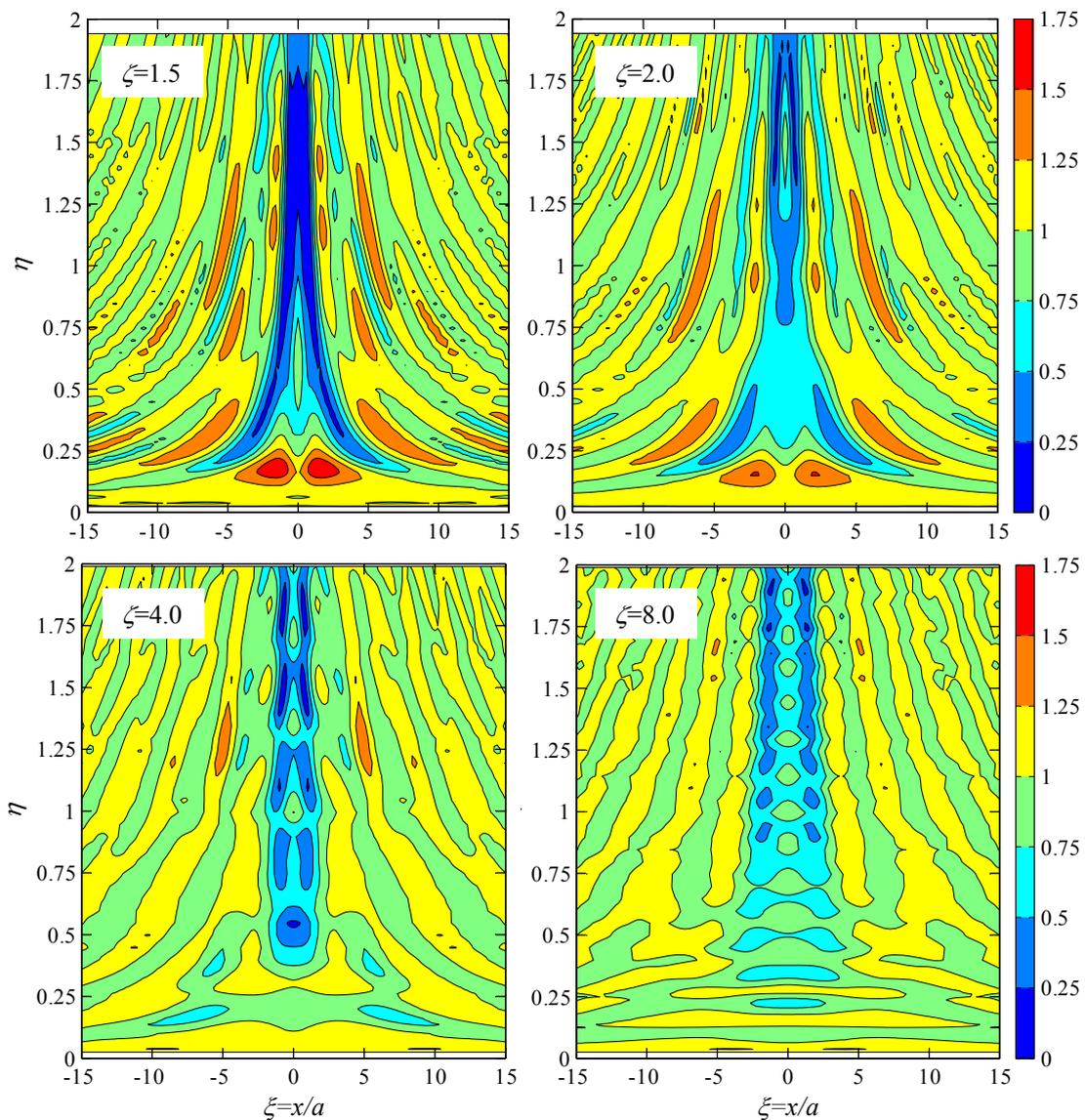


Figura 5.22 – Rapporto di amplificazione orizzontale  $H_x$  ottenuto per incidenza verticale di onde S e profondità della cavità variabile.

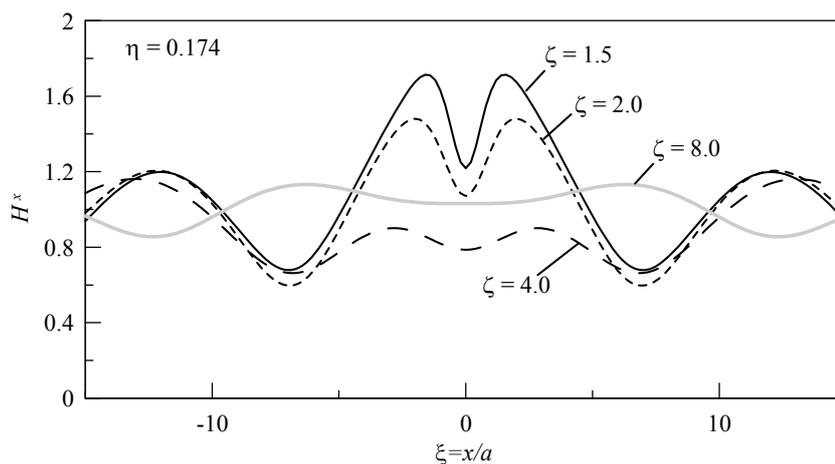


Figura 5.23 – Evoluzione del profilo di  $H_x$  al variare della profondità della cavità, per l'armonica  $\eta=0.174$ , corrispondente alla massima amplificazione per cavità superficiale (incidenza di onda S).

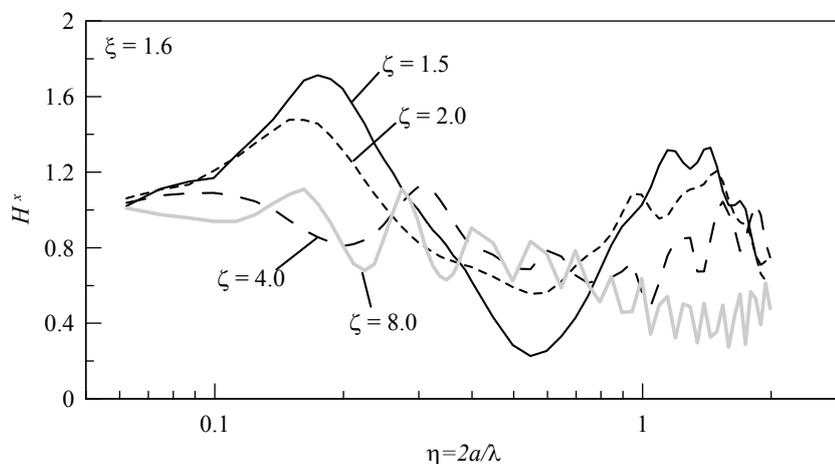


Figura 5.24 - Evoluzione del profilo di  $H_x$  al variare della profondità della cavità, in corrispondenza di una delle ascisse ( $\xi=1.6$ ) di massima amplificazione per cavità superficiale (incidenza di onda S).

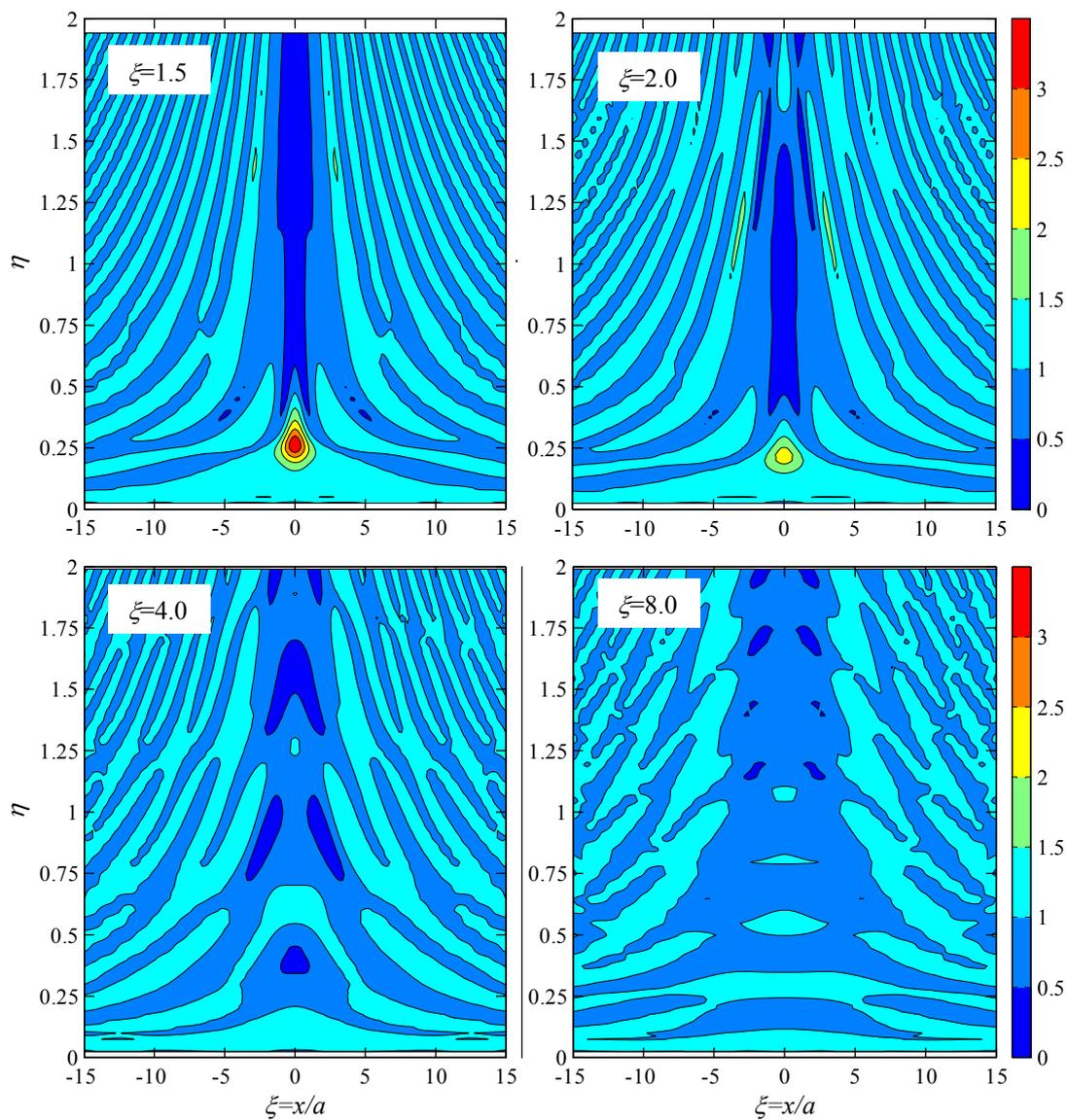


Figura 5.25 - Rapporto di amplificazione verticale  $H_y$  ottenuto per incidenza verticale di onde P e profondità della cavità variabile.

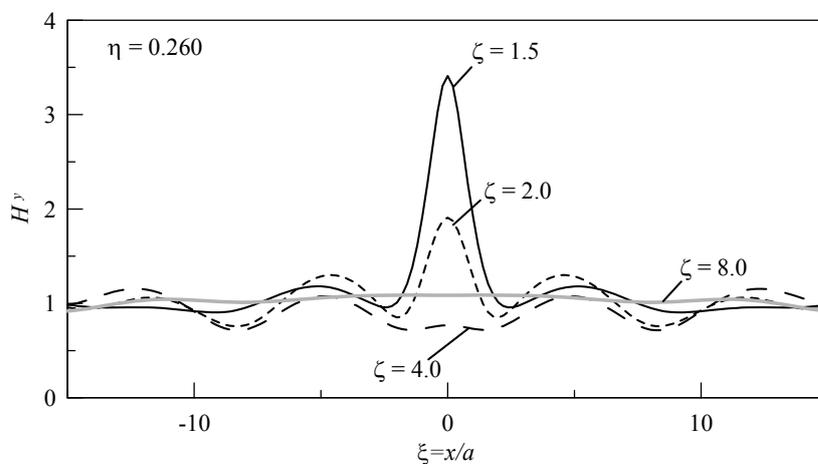


Figura 5.26 - Evoluzione del profilo di  $H_y$  al variare della profondità della cavità, per l'armonica  $\eta=0.26$ , corrispondente alla massima amplificazione per incidenza verticale di onde P.

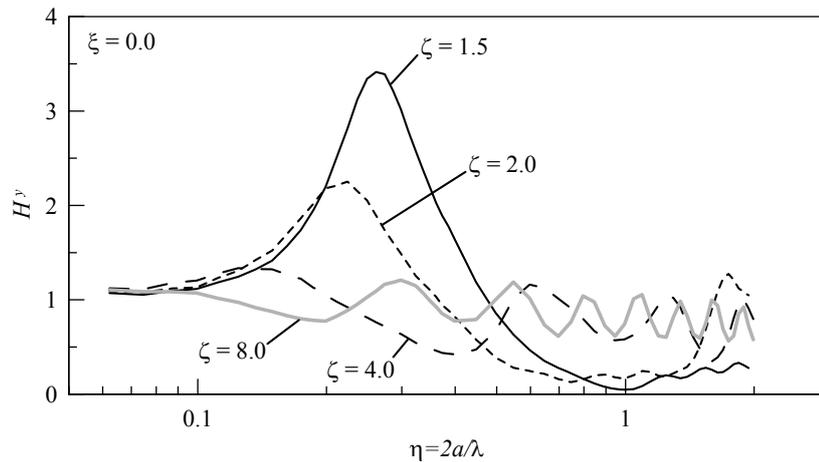


Figura 5.27 - Evoluzione del profilo di  $H_y$  al variare della profondità della cavità, in corrispondenza dell'ascissa di massima amplificazione per onda P incidente verticalmente ( $\xi=0.0$ ).

### 5.3.2.2 Effetto dell'inclinazione

All'aumentare dell'angolo di incidenza dell'onda S, come effetto generale si registra una migrazione delle creste di amplificazione del moto verso le elevate frequenze sul lato posto in ombra e verso le medio-basse frequenze sul lato "illuminato" dal fronte d'onda (**Fig. 5.28**). Relativamente al principale effetto amplificativo che veniva prodotto alle basse frequenze per incidenza verticale, è evidente la progressiva attenuazione del picco di massima amplificazione sul lato posto in ombra dalla cavità, con la contestuale traslazione del picco sul lato "illuminato" a maggiori distanze dalla cavità stessa, come mostrano i profili di  $H_x$  ottenuti per  $\eta=0.174$  (**Fig. 5.29**).

La risposta della componente verticale del moto, ottenuta con onda incidente di tipo P, risulta invece scarsamente sensibile alla variazione dell'angolo di incidenza, almeno fino al valore massimo indagato,  $\theta=30^\circ$ . Tale fenomeno è ben evidente dalla persistenza del picco di massima amplificazione che si verifica sopra il tetto della cavità ad una frequenza normalizzata  $\eta=0.26$  (**Fig. 5.30**) e dall'invarianza dei profili del rapporto  $H_y$  per prefissati valori di  $\eta$  (**Fig. 5.31**) e di  $\zeta$  (**Fig. 5.32**).

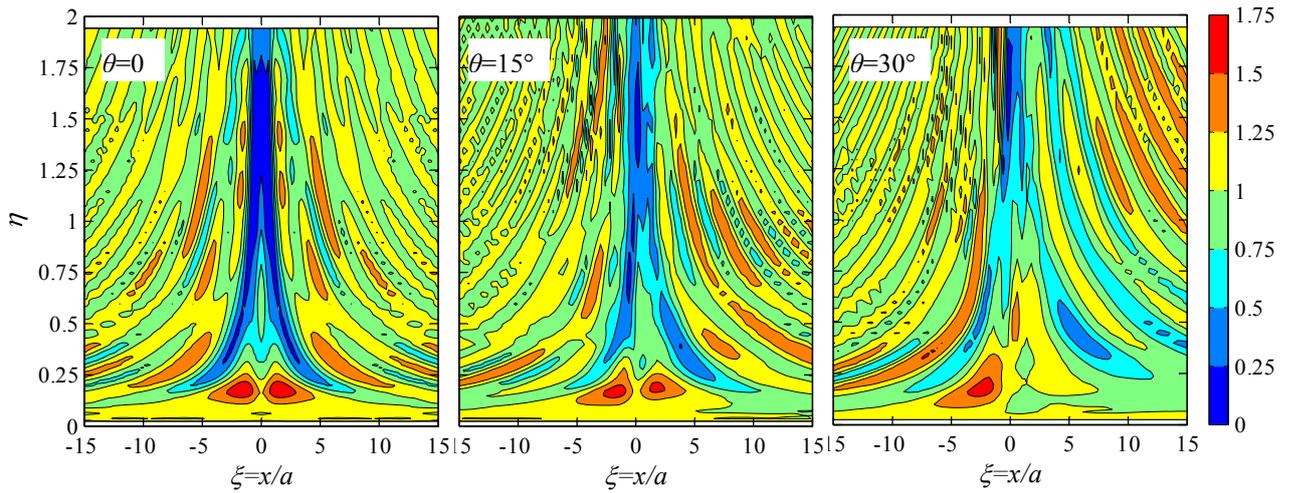


Figura 5.28 – Rapporto di amplificazione orizzontale  $H_x$  ottenuto per analisi ad angolo di incidenza  $\theta$  crescente (casi S01, S11, S21 con  $\zeta=1.5$ ).

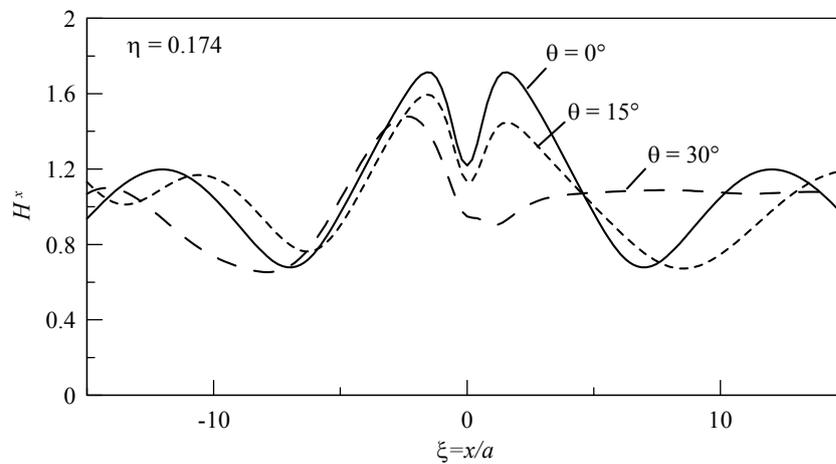


Figura 5.29 - Evoluzione del profilo di  $H_x$  al variare dell'angolo di incidenza dell'onda S, per l'armonica  $\eta=0.174$  (corrispondente alla massima amplificazione con onda S incidente verticalmente).

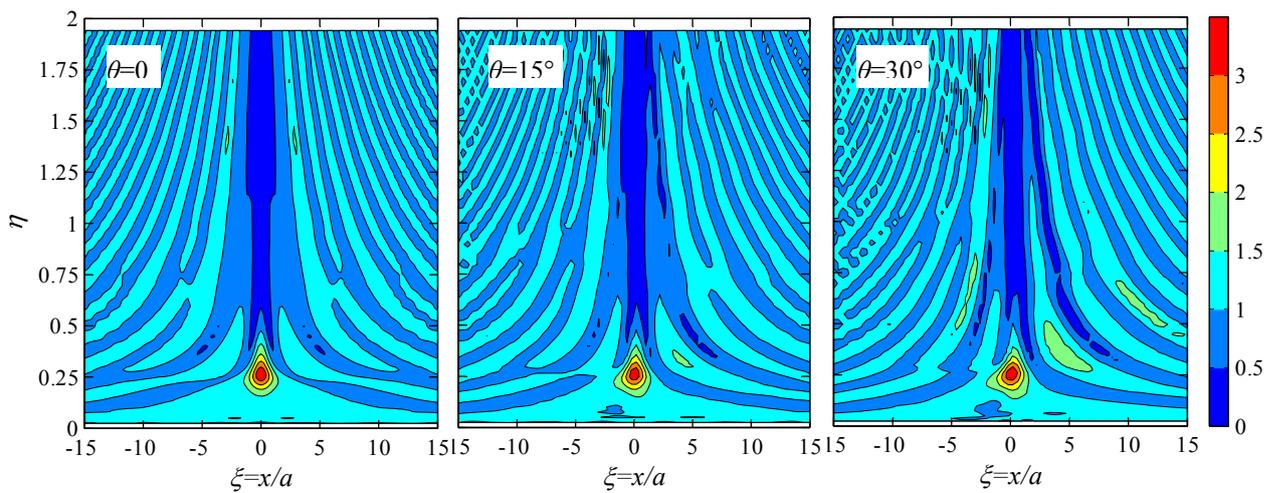


Figura 5.30 - Rapporto di amplificazione verticale  $H_y$  ottenuto per analisi ad angolo di incidenza  $\theta$  crescente (casi P01, P11, P21 con  $\zeta=1.5$ ).

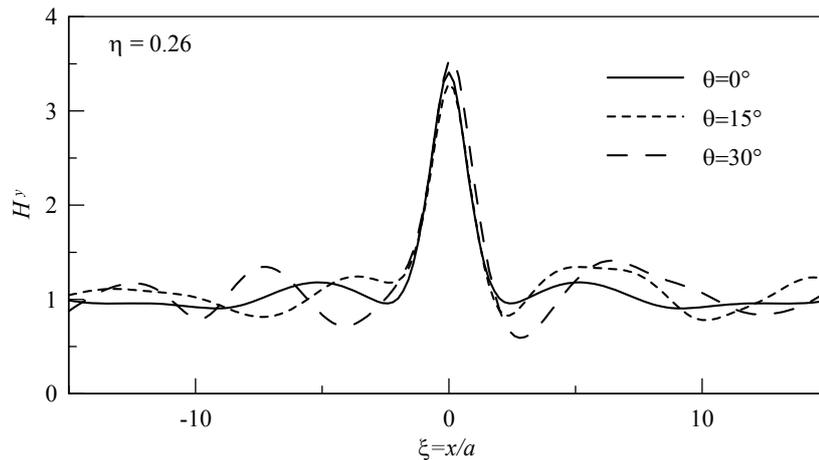


Figura 5.31 - Evoluzione del profilo di  $H_y$  al variare dell'angolo di incidenza dell'onda P, per l'armonica  $\eta=0.26$  (corrispondente alla massima amplificazione con onda S incidente verticalmente).

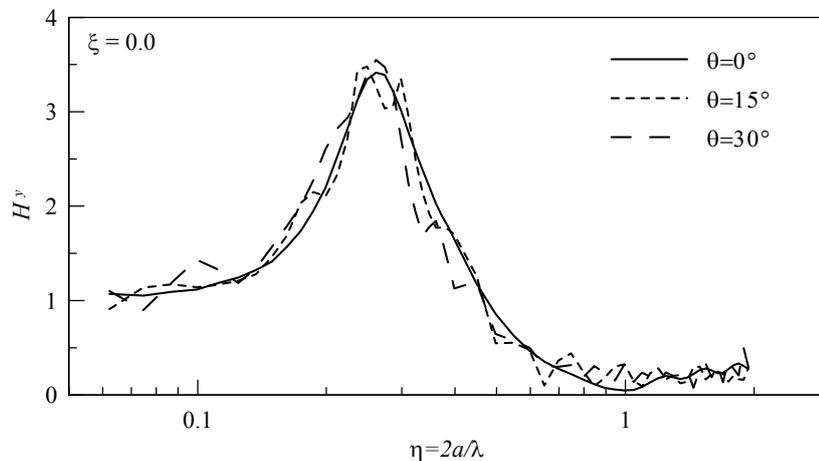


Figura 5.32 - Evoluzione del profilo di  $H_y$  al variare dell'angolo di incidenza dell'onda P, in corrispondenza dell'ascissa centrale ( $\xi=0$ ) corrispondente alla massima amplificazione per incidenza verticale.

### 5.3.2.3 Effetto dello smorzamento

L'ipotesi di linearità del mezzo ospitante la cavità potrebbe apparire troppo restrittiva, tanto da non permettere di estendere i risultati a casi reali. Pertanto si è scelto di approfondire quale possa essere l'effetto della mancanza di tale ipotesi, verificando quanto la presenza dello smorzamento possa attenuare gli effetti dinamici locali prodotti da una cavità cilindrica.

La verifica è stata eseguita, sia per onde incidenti di tipo P, sia di tipo S, nel solo caso di incidenza verticale ( $\theta=0$ ) e per la minima profondità normalizzata esaminata ( $\zeta=1.5$ ), in corrispondenza della quale si registra il massimo grado di influenza. Il modello, del tutto simile a quello utilizzato nelle analisi parametriche descritte in precedenza, è costituito da una cavità cilindrica di raggio  $a=2.5$  m posta a  $h=3.75$  m di profondità in un semispazio viscoelastico di caratteristiche meccaniche:

- densità  $\rho=1 \text{ Mg/m}^3$ ;
- velocità delle onde di taglio  $V_S=500 \text{ m/s}$ ;
- coefficiente di Poisson  $\nu=0.3$ ;

Il fattore di smorzamento  $D$  è stato aumentato, a partire dal valore nullo, a  $D = 2.0, 5.0, 10\%$ . E' stato utilizzato uno smorzamento del tipo Rayleigh, con coefficienti di smorzamento proporzionali, secondo i coefficienti  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$ , alle matrici di massa e rigidità del sistema. In altre parole il moto dei nodi del reticolo alle differenze finite viene smorzato sia in virtù della velocità dello spostamento rigido sia in virtù della velocità di deformazione. E' noto (Bathe e Wilson, 1976) che il fattore di smorzamento  $\xi$  che si ottiene con tale approccio è diverso per ciascun  $i$ -esimo modo di vibrare, di frequenza angolare  $\omega_i$ , secondo la seguente relazione:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa_1}{\omega_i} + \kappa_2 \omega_i \right) \quad (5.9)$$

Il fattore  $\xi_i$  (**Fig. 5.33** Figura 5.33) presenta un andamento poco variabile nei dintorni del valore minimo  $\xi_{\min} = (\kappa_1 \kappa_2)^{1/2}$ , che corrisponde alla frequenza  $\omega_{\min} = (\kappa_1 / \kappa_2)^{1/2}$ , mentre cresce con legge iperbolica per  $\omega_i \rightarrow 0$  e con legge lineare per  $\omega_i \rightarrow \infty$ .

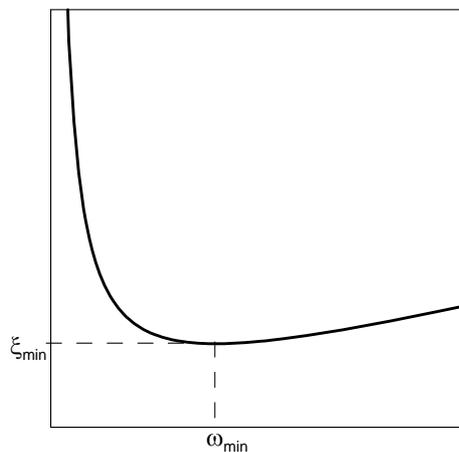


Figura 5.33 – Andamento del fattore di smorzamento  $\xi$  in funzione della frequenza circolare  $\omega$  risultante dal modello di smorzamento alla Rayleigh.

Con l'obiettivo di mantenere uno smorzamento effettivo pressoché uniforme, si è quindi cercato di sviluppare analisi per le quali la maggior parte del contenuto energetico fosse concentrato nei dintorni della frequenza  $\omega_{\min}$ , limitando l'importanza delle frequenze troppo elevate e troppo basse, per le quali il rapporto di smorzamento  $\xi$  si discosta troppo dal valore  $\xi_{\min}$ . A tal fine, la frequenza dominante  $\omega_{\text{inc}} = 2\pi f_{\text{inc}}$  del moto incidente (costituito sempre da un'onda Ricker) è stata scelta in maniera da coincidere con la frequenza corrispondente alla massima amplificazione in superficie per la presenza della cavità:  $\omega_{\text{amp}} = 2\pi f_{\text{amp}}$ . Quest'ultima può essere ottenuta dai diagrammi dei paragrafi precedenti, che mostrano i picchi massimi dei fattori  $H_x$  e  $H_y$  per frequenze normalizzate di circa  $\eta_{\text{amp}} = 0.20-0.25$ , ovvero, date le caratteristiche elastiche e geometriche del modello, per frequenze effettive di  $f_{\text{amp}} = \eta_{\text{amp}} V_S / (2a) = 2.0-2.5$  Hz.

Imponendo quindi che  $\omega_{\min} = \omega_{\text{amp}} = \omega_{\text{inc}}$ , i coefficienti  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  sono stati quindi così determinati per ciascun valore di smorzamento  $D$ :

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \omega_{\text{amp}} D \\ \kappa_2 &= D / \omega_{\text{amp}} \end{aligned}$$

I risultati delle analisi sono riportati come diagrammi del fattore di amplificazione  $H_x$  in superficie per onda S incidente (Fig. 5.34) e del fattore di amplificazione della componente verticale  $H_y$  per onda P incidente (Fig. 5.35). Essi mostrano che i picchi di massima amplificazione risentono, come ovvio, dell'aumento dello smorzamento, ma quantitativamente in maniera piuttosto moderata. Come meglio evidenziano i profili degli stessi fattori  $H_x$  ed  $H_y$  eseguiti in corrispondenza delle frequenze dominanti la risposta dinamica (Figg. 5.36 e 5.37), l'amplificazione non subisce una drastica riduzione nemmeno con i valori di smorzamento più elevati. Il massimo dell'amplificazione orizzontale  $H_{x,max}$ , dal valore di 1.65 per l'analisi con mezzo elastico lineare, passa al valore di 1.4 per uno smorzamento elevato, pari al 10%. Il massimo dell'amplificazione verticale  $H_{y,max}$  passa invece, nelle stesse condizioni, da 3.3 a 2.0.

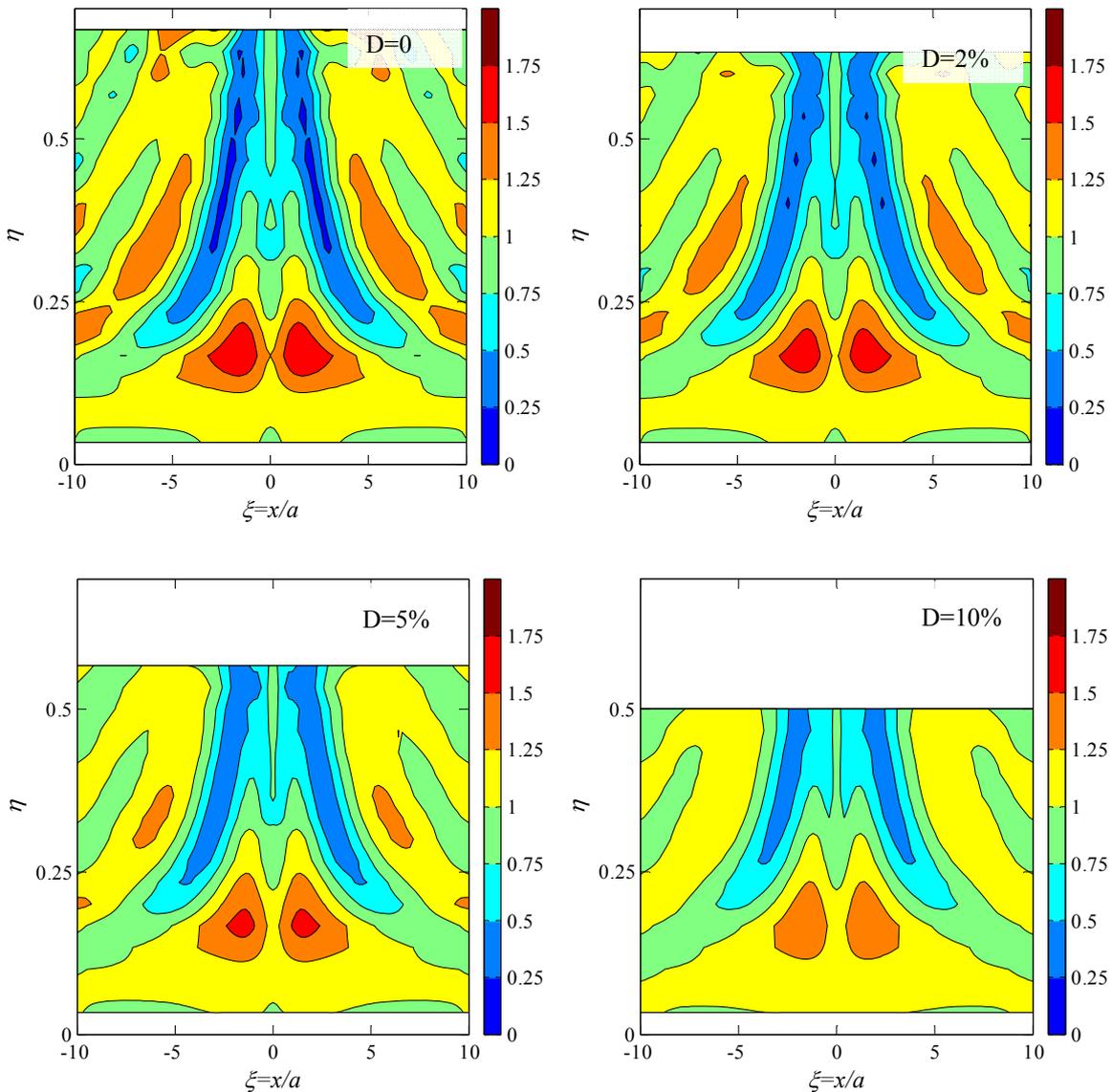


Figura 5.34 – Fattore di amplificazione della componente orizzontale  $H_x$  sulla superficie del semispazio per le analisi con diverso fattore di smorzamento ed onda S incidente verticalmente.

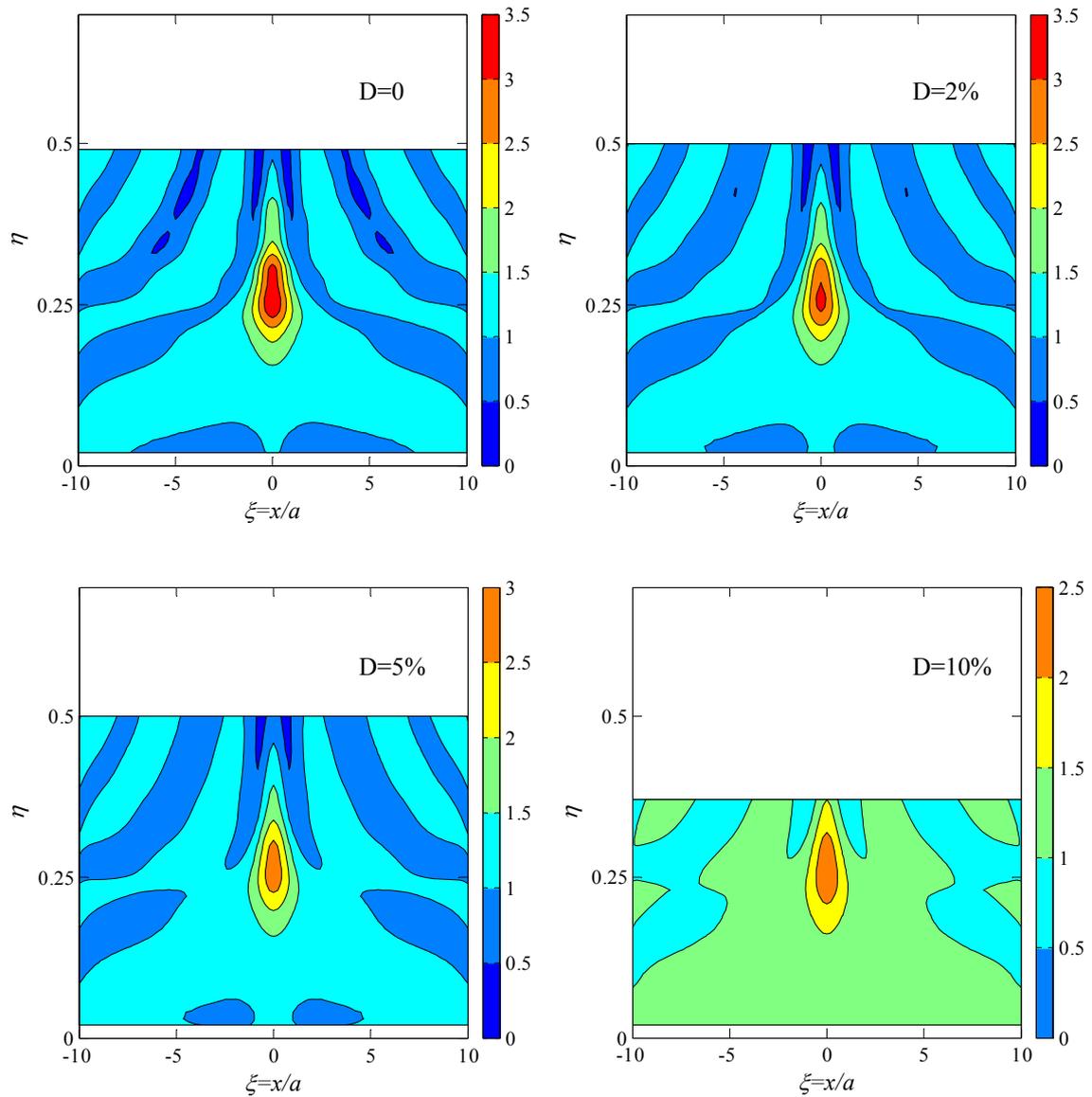


Figura 5.35 - Fattore di amplificazione della componente verticale  $H_y$  sulla superficie del semispazio per le analisi con diverso fattore di smorzamento ed onda P incidente verticalmente.

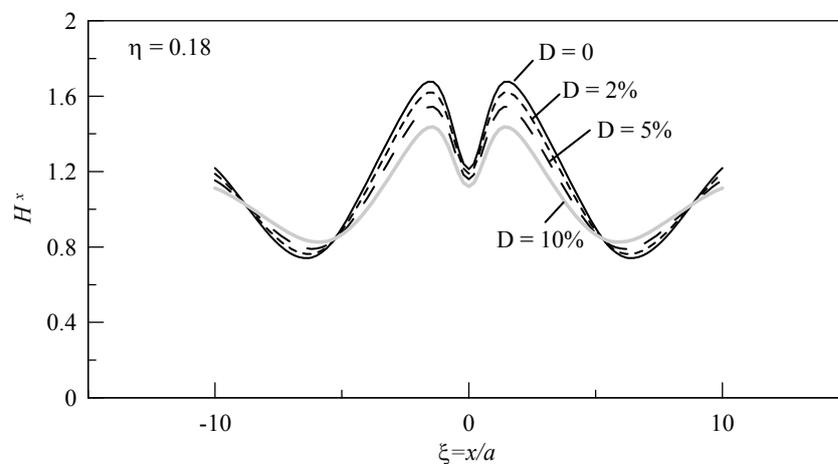


Figura 5.36 - Fattore di amplificazione della componente orizzontale  $H_x$  per frequenza normalizzata  $\eta=0.18$  nelle analisi con diverso fattore di smorzamento ed onda S incidente verticalmente.

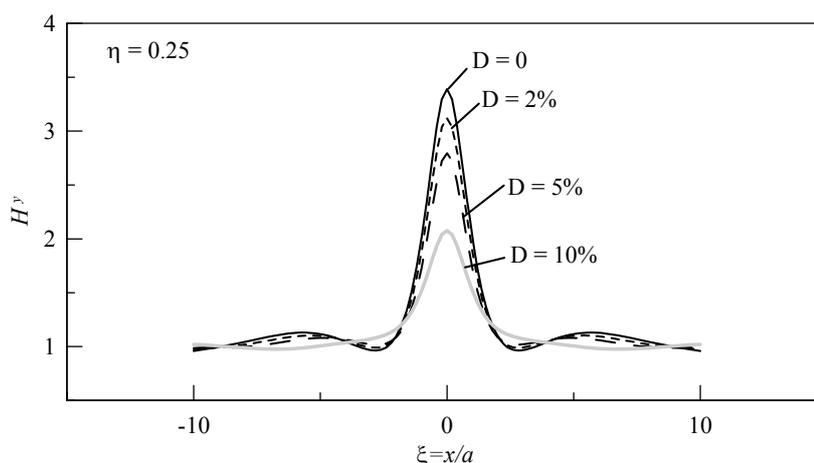


Figura 5.37 - Fattore di amplificazione della componente verticale  $H_y$  per frequenza normalizzata  $\eta=0.25$  per le analisi con diverso fattore di smorzamento ed onda P incidente verticalmente.

E' necessario sottolineare ancora una volta che, nell'ottica di isolare l'effetto della sola presenza della cavità, i fattori di amplificazione dovrebbero essere calcolati dal rapporto del valore spettrale della risposta in superficie ottenuta dall'analisi con cavità con il valore spettrale della risposta con il medesimo fattore di smorzamento  $D$ , ottenuto in assenza di cavità. Tuttavia non sono disponibili soluzioni analitiche che forniscono le componenti superficiali del moto in presenza di smorzamento. E' stato necessario pertanto eseguire delle analisi numeriche specifiche anche per i casi di riferimento, ovvero in condizioni di campo libero e con rapporto di smorzamento alla Rayleigh uniforme. I rapporti  $H_x$  ed  $H_y$  sopra riportati sono calcolati dal rapporto tra le ampiezze del moto ottenute dalle rispettive analisi numeriche, con e senza cavità.

I risultati sopra esposti mostrano come lo smorzamento abbia un'influenza piuttosto limitata sulla risposta dinamica delle cavità che si manifesta in superficie. D'altra parte, come emerge dalle analisi del **paragrafo 5.3.1**, gli effetti amplificativi sono il prodotto dell'interferenza tra l'onda diretta e le onde generate nella riflessione con la superficie della cavità. Quest'ultime, se la cavità è superficiale, si sviluppano per percorsi molto brevi prima di incidere sulla superficie del semispazio. Appare pertanto ovvio che esse siano poco alterabili dall'introduzione dello smorzamento. Alla luce di queste considerazioni si deduce che l'influenza dello smorzamento potrebbe essere più apprezzabile all'aumentare della profondità della cavità, quando però gli effetti amplificativi intrinseci tendono comunque a diminuire rapidamente anche solo per il semplice effetto geometrico.

## 6 CARATTERIZZAZIONE DELLA POZZOLANA DEBOLMENTE CEMENTATA DI ORVIETO

### 6.1 Stato dell'arte sulla caratterizzazione dinamica di materiali piroclastici

Al fine di inquadrare il comportamento dinamico della Pozzolana debolmente cementata di Orvieto, in questo paragrafo sono richiamati alcuni lavori di carattere sperimentale che hanno riguardato piroclastiti.

Le pubblicazioni relative al comportamento ciclico e dinamico di piroclastiti trattano quasi sempre di materiali litoidi (Jeon S.Y., 2008; Choi W.K., 2008; Buesch D. *et al.*, 2006), oppure di terreni sciolti (Guadagno *et al.*, 1988; Papa *et al.*, 1988; Marks *et al.*, 1998; Sahaphol, 2005; Parlato, 2006) e quindi ricostituiti. La distinzione non viene rimarcata solo a fini di classificazione, ma perchè influisce significativamente, in maniera analoga a quanto avviene per la caratterizzazione in campo statico, sulle modalità di prova e sullo schema teorico nel quale viene inquadrato il comportamento. Per i terreni sciolti le caratteristiche dinamiche vengono solitamente descritte dall'andamento del modulo di taglio  $G$  e del rapporto di smorzamento  $D$  al crescere del livello di deformazione raggiunta. I parametri che influiscono sul valore delle due principali grandezze cicliche sono l'indice dei vuoti  $e$  e la tensione efficace media  $p'$ . Per i materiali litoidi in senso stretto vengono misurate la rigidezza e lo smorzamento a basse deformazioni, talvolta viene studiata l'influenza dello stato tensionale medio  $p'$ , mentre molto raramente si realizzano prove che applicano una deformazione di taglio di ampiezza crescente; d'altra parte l'elevata rigidezza delle rocce fa sì che le azioni sismiche non inducano livelli di deformazione tali da rendere rilevante il comportamento non lineare.

Ovviamente il caso di rocce tenere, come i tufi di bassa resistenza o le pozzolane cementate, presenterebbe aspetti tipici di entrambe le classi di materiali, ma è soprattutto nei lavori di caratterizzazione di terreni piroclastici sciolti che, se la qualità del campionamento lo consente, si ritrovano alcuni litotipi, o talvolta solo alcuni campioni, che mantengono una debole cementazione e che presentano quindi caratteri litologici e fisici simili a quelli della Pozzolana di Orvieto.

Le curve di decadimento dei terreni piroclastici sciolti o debolmente cementati mostrano solitamente una soglia di linearità più elevata dei valori tipici per altre sabbie di origine non piroclastica. Papa *et al.* (1988), ad esempio, hanno eseguito prove di torsione ciclica e di colonna risonante su pozzolane con grado di cementazione molto basso, estratte dalla *formazione degli Astroni* dell'area dei Campi Flegrei (Napoli). Esse sono costituite da una matrice cineritica con inclusi pomicei, e classificabili come limi con sabbia. La soglia di linearità della rigidezza al taglio assume un valore  $\gamma_1 \cong 0.01\%$  e subisce un debole aumento al crescere della tensione di confinamento  $\sigma'_c$  alla quale viene svolta la prova (**Fig. 6.1**). Anche Guadagno *et al.* (1988) hanno condotto prove di colonna risonante su pozzolane sciolte ricostituite e su pozzolane cementate indisturbate dell'area dei Campi Flegrei, riscontrando, nonostante le diverse condizioni originarie, una spiccata uniformità di comportamento in termini di curve di decadimento della rigidezza normalizzata (**Fig. 6.2**), con una soglia di linearità di poco inferiore a 0.01%. D'altra parte è utile notare che se la struttura legata alla cementazione è particolarmente debole, il suo effetto tende ad estinguersi rapidamente al crescere del confinamento  $\sigma'_c$ .

Marks *et al.* (1998) hanno indagato l'evoluzione della rigidità di una sabbia pomicea artificiale, ottenuta dalla selezione dei soli granuli pomicei di una sabbia naturale della regione di Waikato (Nuova Zelanda). L'indagine ha spaziato su un ampio campo di deformazione, mediante misure di velocità delle onde con *bender elements*, prove di colonna risonante e prove triassiali cicliche. I risultati medi mostrano una soglia di linearità decisamente superiore a quella delle altre sabbie e più simile ai valori massimi riscontrabili solitamente nei terreni coesivi (**Fig. 6.3**). La rigidità normalizzata si mantiene su valori mediamente elevati anche nel campo delle medie deformazioni, mentre a livelli di deformazione maggiori la rigidità decade più rapidamente che in altri terreni fino a raggiungere, per  $\gamma=0.1-1\%$ , valori simili a quelli di sabbie o argille di bassa plasticità.

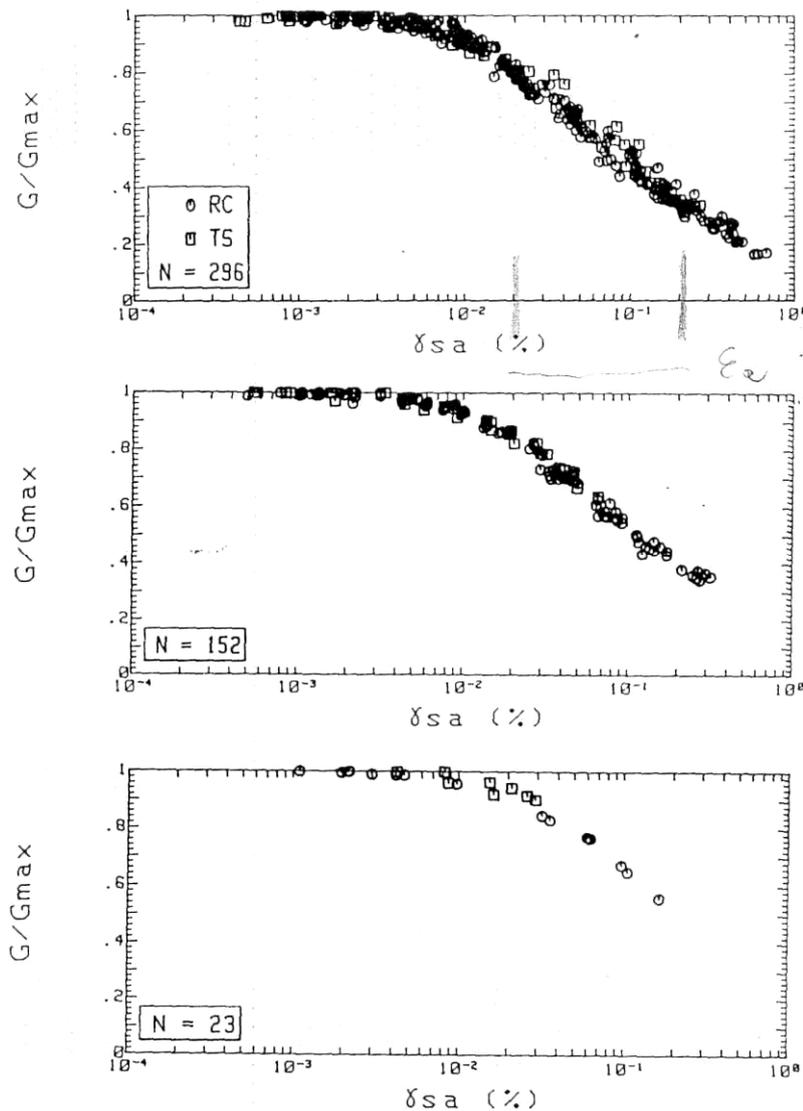


Figura 6.1 - Curve di decadimento del modulo elastico di taglio normalizzato  $G/G_{max}$  di una pozzolana sciolta al crescere dell'ampiezza della deformazione di taglio ( $\gamma_{sa}$ ), per tre diversi valori della pressione di confinamento  $\sigma'_c$ : dall'alto verso il basso  $\sigma'_c=100, 300, 600$  kPa (da Papa *et al.*, 1988).

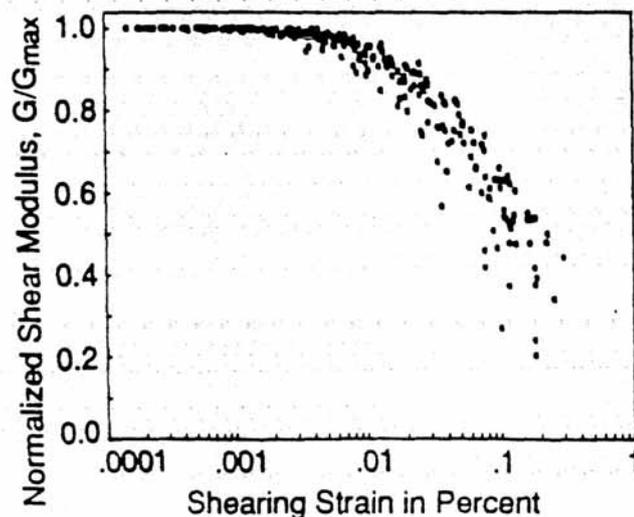


Figura 6.2 – Decadimento della rigidità normalizzata  $G/G_{max}$  in prove di colonna risonante su pozzolane sciolte o debolmente cementate; campo di tensione efficace media  $\sigma'_c = 80-550$  kPa (Guadagno *et al.*, 1988).

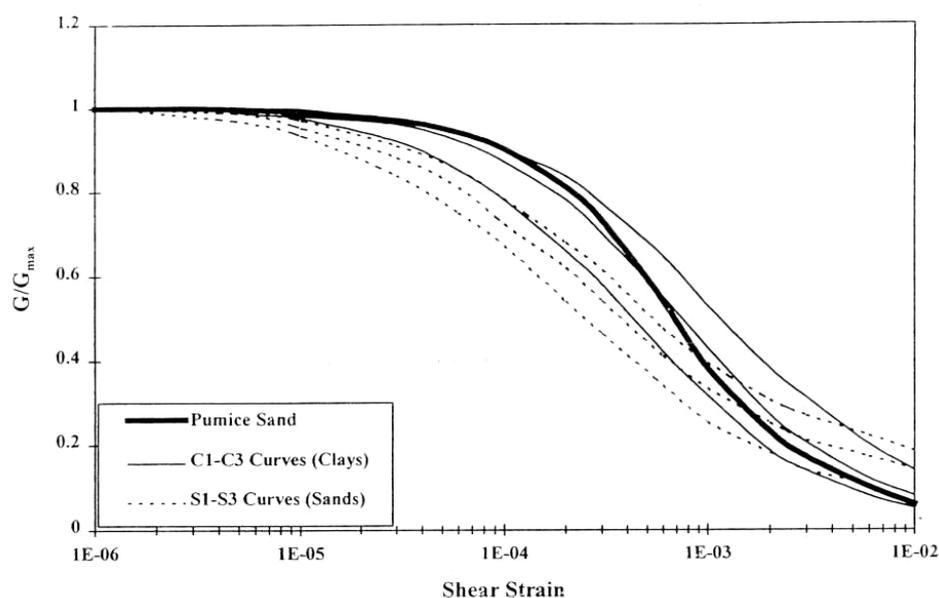


Figura 6.3 – Curva media di decadimento della rigidità normalizzata  $G/G_{max}$  per una sabbia pomicea artificialmente ricostituita, raffrontata con tipici andamenti per terreni sabbiosi e coesivi (Marks *et al.*, 1998).

Relativamente all'influenza del confinamento sulla rigidità, i dati di Guadagno *et al.* (1988) mostrano una spiccata uniformità di comportamento in termini di aumento del modulo a basse deformazioni, nonostante i campioni fossero in parte indisturbati (e provenienti da diversi sondaggi) ed in parte ricostituiti (Fig. 6.4). Tuttavia, quando il confinamento è spinto verso livelli molto elevati ( $\sigma'_c > 1$  MPa), in cui la rottura dei granuli inizia a verificarsi, viene registrata una decisa diminuzione del gradiente di crescita di  $G_0$  (Fig. 6.5).

La spiccata influenza del fenomeno di rottura delle particelle è desumibile anche dai risultati di Sahaphol e Miura (2005), i quali hanno ottenuto la rigidità a basse deformazioni mediante prove triassiali cicliche sui campioni di quattro differenti litotipi grossolani di origine vulcanica (sabbie e sabbie ghiaiose). Gli Autori hanno notato che la dipendenza della rigidità dall'indice dei

vuoti  $e_c$  e dalla pressione di confinamento  $\sigma'_c$  risulta molto debole per i materiali caratterizzati da una più spiccata debolezza dei granuli, come le sabbie di Tomikawa e Touhoro. Le sabbie di Mori e Kitami invece non hanno fatto registrare una rottura dei granuli negli intervalli di pressione considerati, e mostrano un'evoluzione della rigidità molto simile alla sabbia quarzosa di riferimento. In altre parole sembra che la resistenza dei granuli (che nello studio viene valutata dall'incremento del contenuto di materiale fino procurato durante prove di compressione isotropa) influisca significativamente sul valore dei coefficienti  $n$  ed  $m$  della tipica relazione che lega la rigidità al taglio  $G$  all'indice dei vuoti  $e_c$  ed alla tensione efficace media  $\sigma'_c$ :  $G = A \cdot e_c^{-m} (\sigma'_c)^n$ .

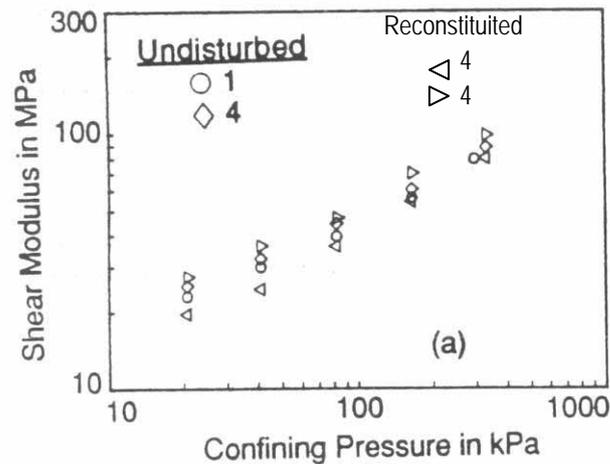


Figura 6.4 – Variazione della rigidità a basse deformazioni con la tensione di confinamento in prove di colonna risonante (Guadagno *et al.*, 1988).

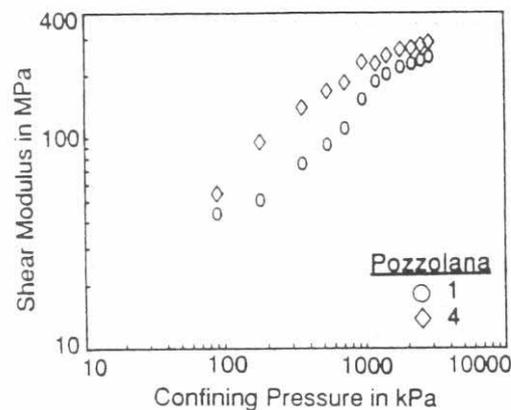


Figura 6.5 - Aumento della rigidità a basse deformazioni su un ampio intervallo di tensione di confinamento (Guadagno *et al.*, 1988).

Relativamente alla misura dello smorzamento, i risultati di Papa *et al.* (1988) evidenziano che il valore del rapporto di smorzamento a basse deformazioni  $D_0$ , ottenuto mediante prove in colonna risonante, si attesta intorno al 2% (Fig. 6.7). Tale valore, insieme all'andamento al crescere dell'ampiezza di deformazione, vengono confermati anche dalle uniche altre prove disponibili su pozzolane debolmente cementate (Guadagno *et al.* 1988).

Le prove pseudostatiche (mediante taglio torsionale ciclico) eseguite sullo stesso materiale, ed allo stesso livello di confinamento, producono invece valori dello smorzamento nullo per basse deformazioni ( $\gamma_a < 0.01\%$ , **Fig.6.8**); gli Autori imputano tale comportamento all'esistenza, per bassi livelli deformativi, di uno smorzamento esclusivamente di tipo viscoso e pertanto non misurabile mediante prove a velocità di deformazione molto bassa, come le pseudostatiche.

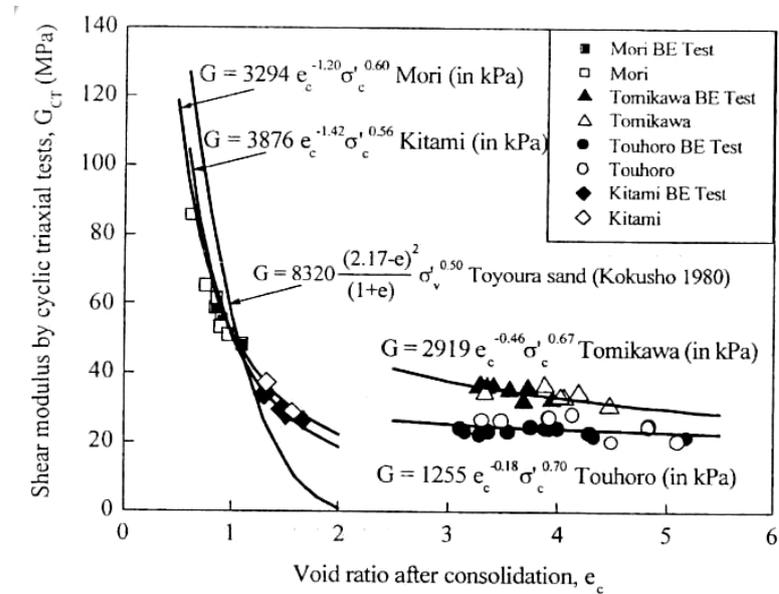


Figura 6.6 - Variazione della rigidezza al taglio a basse deformazioni con l'indice dei vuoti  $e_c$  per alcuni terreni granulari piroclastici e per una sabbia quarzosa (Toyura Sand) presa a riferimento (Sahaphol e Miura, 2005).

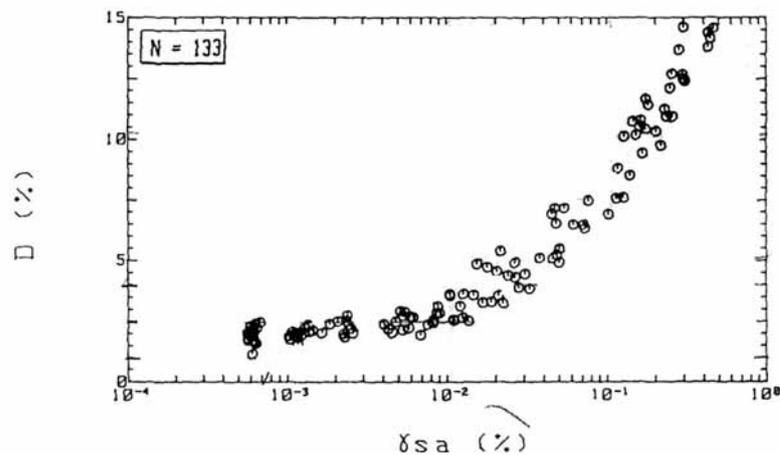


Figura 6.7 – Evoluzione del rapporto di smorzamento  $D$  al crescere dell'ampiezza di deformazione al taglio  $\gamma_{sa}$  per prove di colonna risonante su pozzolane dei Campi Flegrei (Papa et al, 1988).

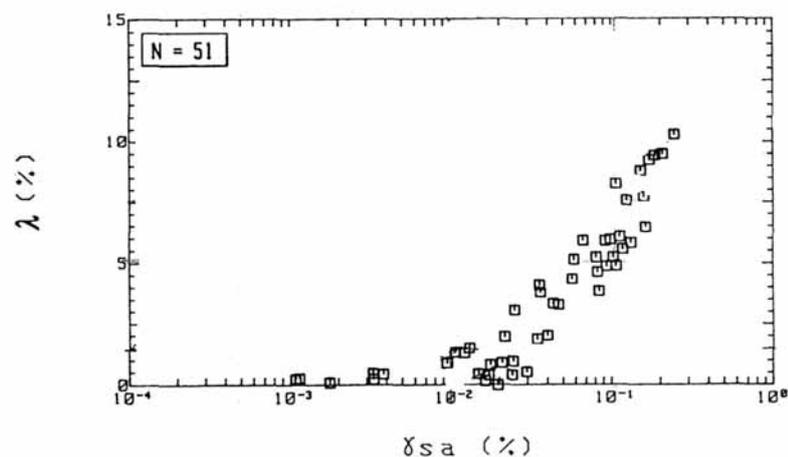


Figura 6.8 - Evoluzione del rapporto di smorzamento  $\lambda$  al crescere dell'ampiezza di deformazione al taglio  $\gamma_{sa}$  per prove di taglio torsionale ciclico su pozzolane dei Campi Flegrei (Papa et al., 1988).

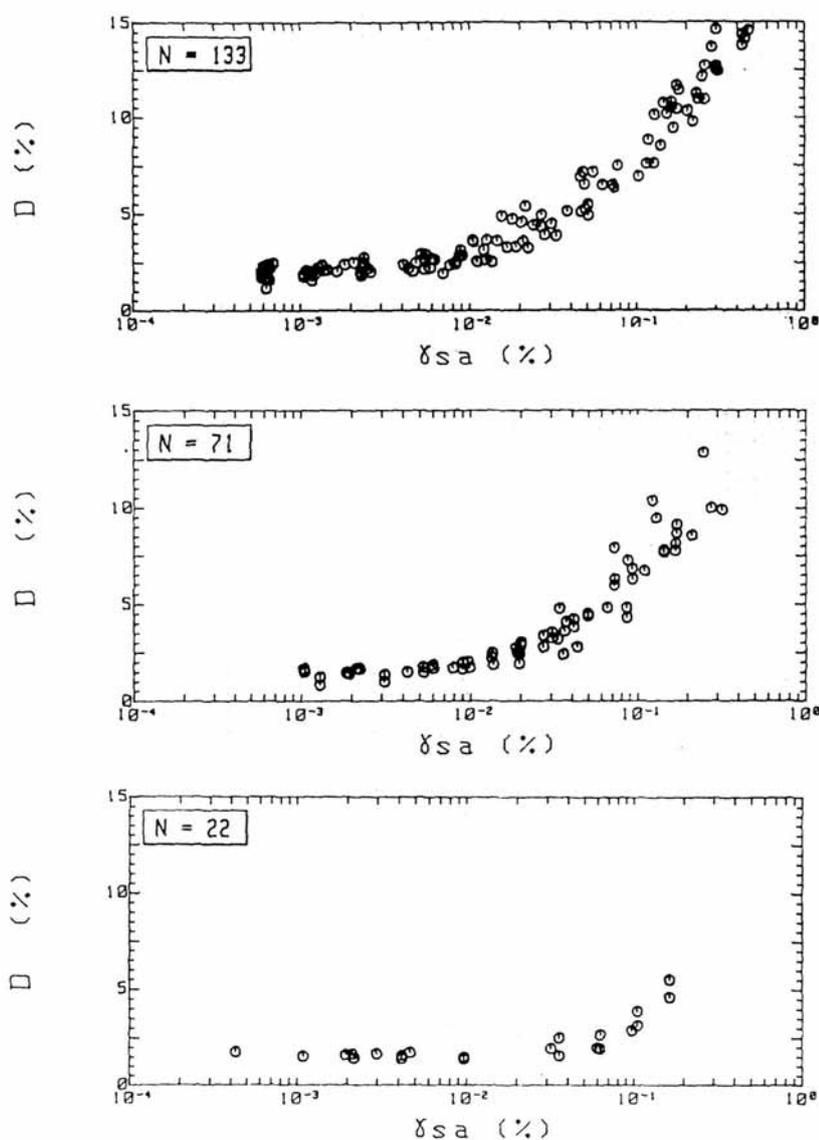


Figura 6.9 - Curve di evoluzione del rapporto di smorzamento  $D$  di una pozzolana sciolta, ottenute mediante prove di colonna risonante al crescere dell'ampiezza della deformazione di taglio ( $\gamma_{sa}$ ), per tre diversi valori della pressione di confinamento  $\sigma_c'$ : dall'alto verso il basso  $\sigma_c'=100, 300, 600$  kPa (Papa et al., 1988).

L'influenza della tensione media efficace  $\sigma_c'$  sullo smorzamento risulta alquanto debole se raffrontato con quello sulla rigidezza, come evidente dal confronto tra la **Figura 6.1** e la **Figura 6.9**, che riporta i grafici, ricavati da Papa *et al.* (1988), del rapporto di smorzamento  $D$  al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma_{sa}$ , per vari livelli di  $\sigma_c'$ .

Si riporta infine un'ultima particolarità relativa allo smorzamento delle pozzolane sciolte e debolmente cementate dei Campi Flegrei. Le prove di taglio torsionale di Papa *et al.* (1988) evidenziano un effetto della ripetizione dei cicli radicalmente differente da quello di altri terreni: l'aumento del numero di cicli, oltre una certa soglia di deformazione, fa diminuire progressivamente la rigidezza, ma determina contestualmente anche un'anomala diminuzione del rapporto di smorzamento (**Fig. 6.10**). In altre parole, l'applicazione di carichi ripetuti sembra attenuare il comportamento dissipativo in maniera cospicua; in alcuni casi sono state rilevate riduzioni di  $D$  fino a meno del 20% del valore iniziale. L'ipotesi avanzata dagli Autori attribuisce tale comportamento ad un danneggiamento progressivo della struttura del materiale (con rottura delle aree di contatto delle particelle pomicee).

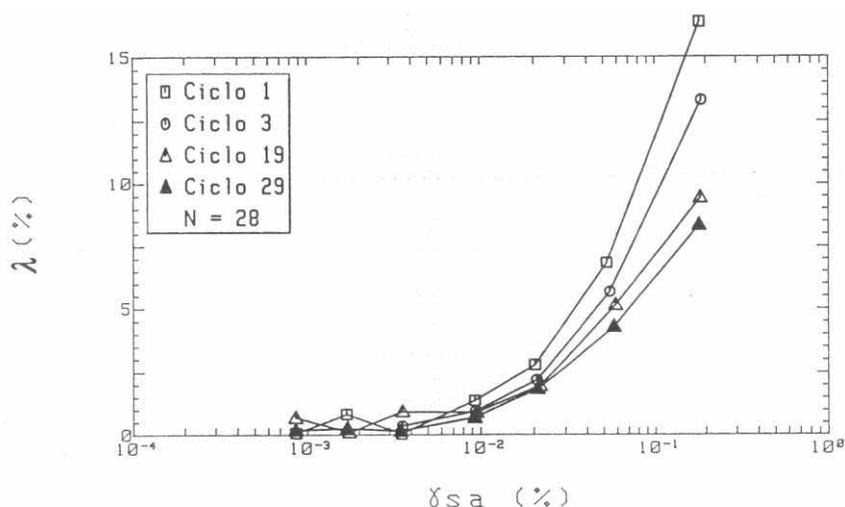


Figura 6.10 – Influenza del numero di cicli sul fattore di smorzamento  $\lambda$  ottenuto da prove di taglio torsionale ciclico al crescere del livello di deformazione raggiunto  $\gamma_{sa}$  (Papa *et al.*, 1988).

Passando a considerare i materiali piroclastici litoidi, la caratterizzazione dinamica si riduce essenzialmente alla misura delle velocità di onde P ed S, indagando eventualmente la sola correlazione con la porosità o l'indice dei vuoti del materiale, ma solitamente senza approfondire nè l'influenza della pressione di confinamento, nè il comportamento non lineare al crescere del livello di deformazione.

Gli studi relativi alle caratteristiche dinamiche di tufi teneri ad elevata porosità sono estremamente limitati in letteratura. Nunziata *et al.* (1999) riportano i risultati sintetici di alcune campagne di indagini in sito dell'area di Napoli, con misure della velocità delle onde  $V_S$  mediante prove *Cross-Hole*, *Down-Hole* e SASW, necessariamente influenzate dalle condizioni di fratturazione locali. Per il Tufo Giallo Napoletano si registrano valori di  $V_S$  compresi tra 500 e 1100 m/s e, nonostante la forte dispersione, può essere tracciata una netta distinzione rispetto alle misure che interessano il litotipo Pozzolana (**Fig. 6.11**).

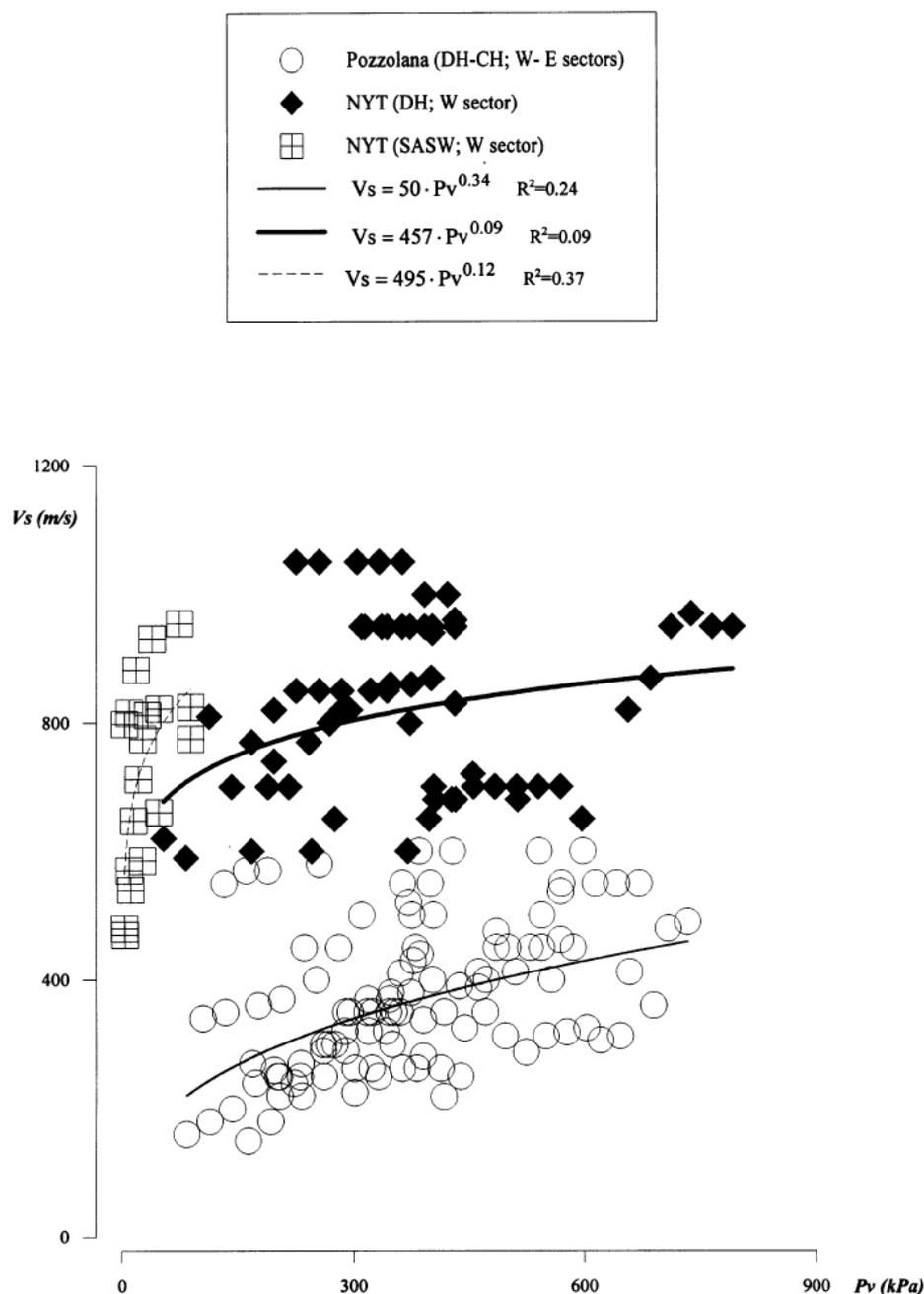


Figura 6.11 – Misure di velocità delle onde di taglio  $V_s$  in sito per il Tufo Giallo Napoletano (NYT) e la Pozzolana, in funzione della tensione litostatica  $P_v$  (Nunziata *et al.*, 1999).

Aydan e Ulusay (2003) riportano i risultati di prove di laboratorio e di alcune misure in sito relative a tufi della Cappadocia (Turchia) interessati da estese reti di cavità di origine antropica.

Le porosità medie dei tre litotipi esaminati sono comprese tra 21% e 35% e le velocità delle onde P tra 1200 e 1900 m/s con differenze non trascurabili tra misure eseguite in direzione orizzontale e verticale (**Fig. 6.12**). I profili geosismici realizzati sul piano di calpestio di una cavità del sito di Derinkuyu (per una lunghezza di 5 m), forniscono una velocità in sito di 1100 m/s, pari a circa l'85% del valore medio di laboratorio.

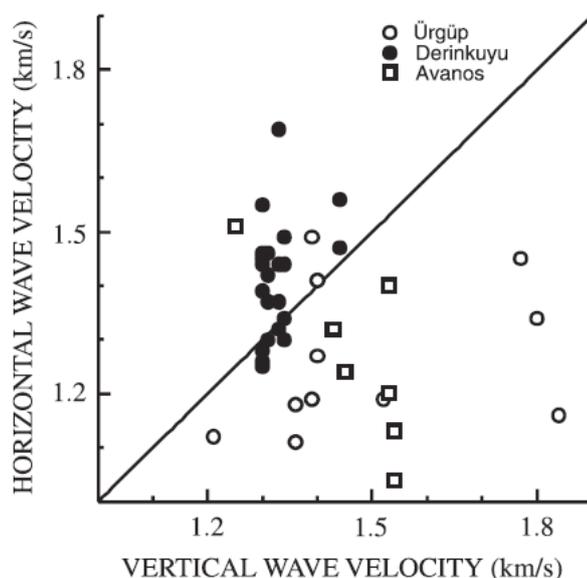


Figura 6.12 – Misure di laboratorio della velocità delle onde P in direzione orizzontale e verticale per i tufi della Cappadocia. Le porosità medie dei litotipi sono 33% (Ürgüp), 21% (Derinkuyu) e 35% (Avanos) (Aydan e Ulusay, 2003).

Una caratterizzazione dinamica più approfondita è disponibile per i tufi della Yucca Mountain (Nevada, USA) che presentano tuttavia caratteristiche meccaniche medie alquanto diverse dalle piroclastiti di elevata porosità dell'Italia centrale: si tratta infatti prevalentemente di tufi saldati con resistenza uniaassiale superiore a 10 MPa ed una porosità inferiore al 20%: solo alcuni litotipi, con numerosità dei campioni limitata, presentano maggiore porosità. I tufi sono stati estesamente indagati al fine di realizzare un deposito di scorie nucleari, e lo studio delle caratteristiche dinamiche di campioni di laboratorio è stato svolto prevalentemente con l'obiettivo di tarare ed affinare i metodi di indagine geofisica in sito, utili ad eseguire una caratterizzazione meccanica dell'ammasso su grande scala (Price *et al.*, 1994; Buesch *et al.*, 2006).

Due tesi di dottorato (Jeon S.Y., 2008; Choi W.K., 2008) riportano numerosi dati relativi ai tufi della Yucca Mountain, comprendendo anche litotipi che raggiungono un peso dell'unità di volume compreso tra 10 e 15 kN/m<sup>3</sup> ed una porosità tra 40 e 60%. Per tali materiali, la velocità delle onde di taglio, misurata mediante prove di colonna risonante tradizionale con base fissa (RC), e colonna risonante non confinata (URC), raggiunge valori minimi di circa 500 m/s (**Fig. 6.13**). Il rapporto di smorzamento a basse deformazioni presenta una dispersione particolarmente elevata, con valori compresi solitamente tra 0.3 e 4.0% (**Fig. 6.14**). Tuttavia la quasi totalità dei campioni caratterizzati da velocità molto basse ( $V_S=600$  m/s) presenta smorzamenti particolarmente elevati:  $D=4-7\%$ .

Jeon S.Y. (2008) ha eseguito prove di colonna risonante con ampiezza delle deformazione crescente al fine di investigare le caratteristiche non lineari dei materiali, ottenendo, per i tufi non saldati, le curve di decadimento della rigidezza normalizzata, riportate in **Figura 6.15**, e l'evoluzione del rapporto di smorzamento, riportata in **Figura 6.16**; da esse si deduce che la soglia lineare  $\gamma$  oltre la quale si registra un decadimento non trascurabile delle proprietà elastiche si attesta su valori di circa 0.01%. Si deve evidenziare inoltre che il confronto tra litotipi molto porosi e litotipi saldati, non mostra evidenti differenze in termini di valori normalizzati della rigidezza ( $G/G_{max}$ ).

Data l'elevata rigidezza dei materiali, le prove RC non hanno consentito di superare un'ampiezza massima della deformazione di taglio di 0.05-0.08%, mentre l'unica prova di taglio torsionale ciclico (CTS) ha permesso di raggiungere il valore  $\gamma = 0.15\%$ .

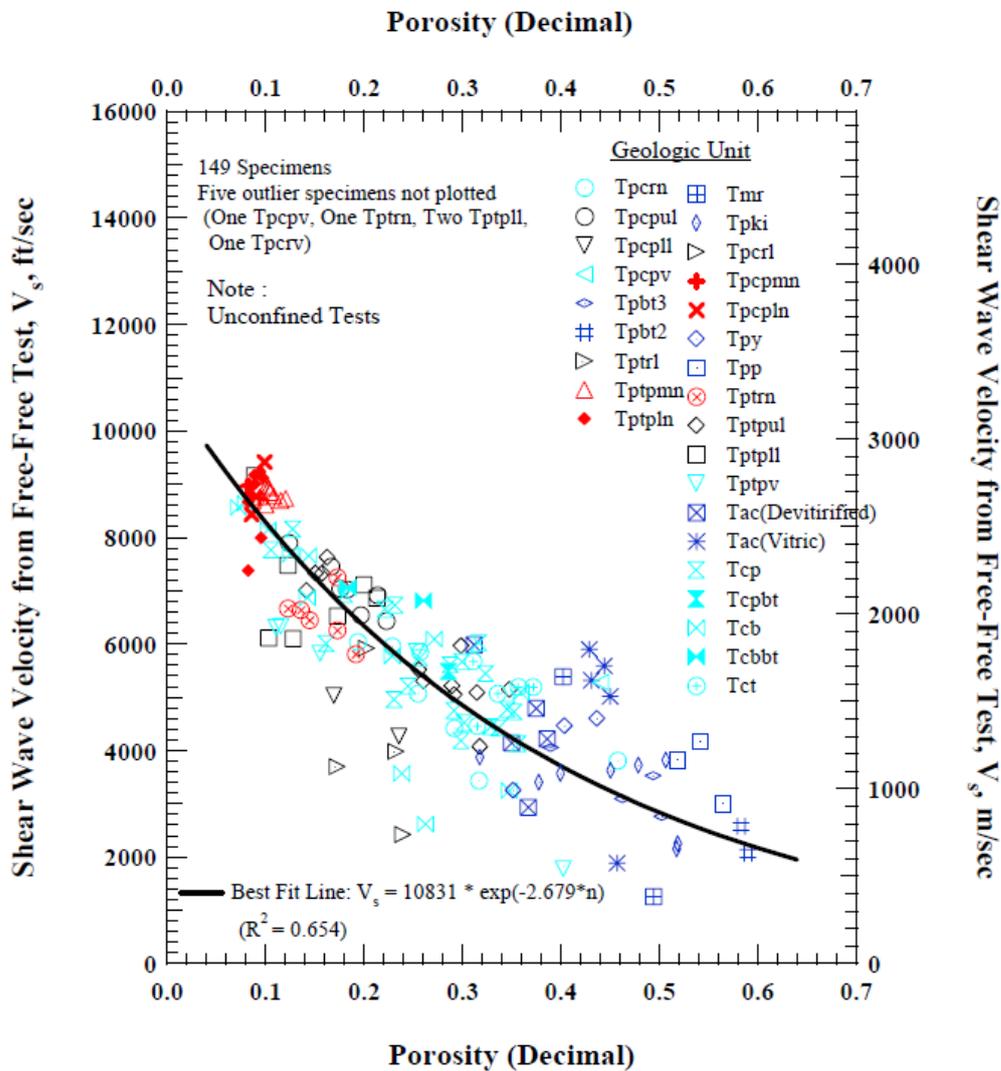


Figura 6.13 – Velocità delle onde di taglio  $V_s$  e porosità dei campioni di tufo di Yucca Mountain. I litotipi definiti dall'Autore "non saldati" sono i Tbt2, Tbt3, Tpy, Tpk1, Tpp, Tac (Jeon S.Y., 2008).

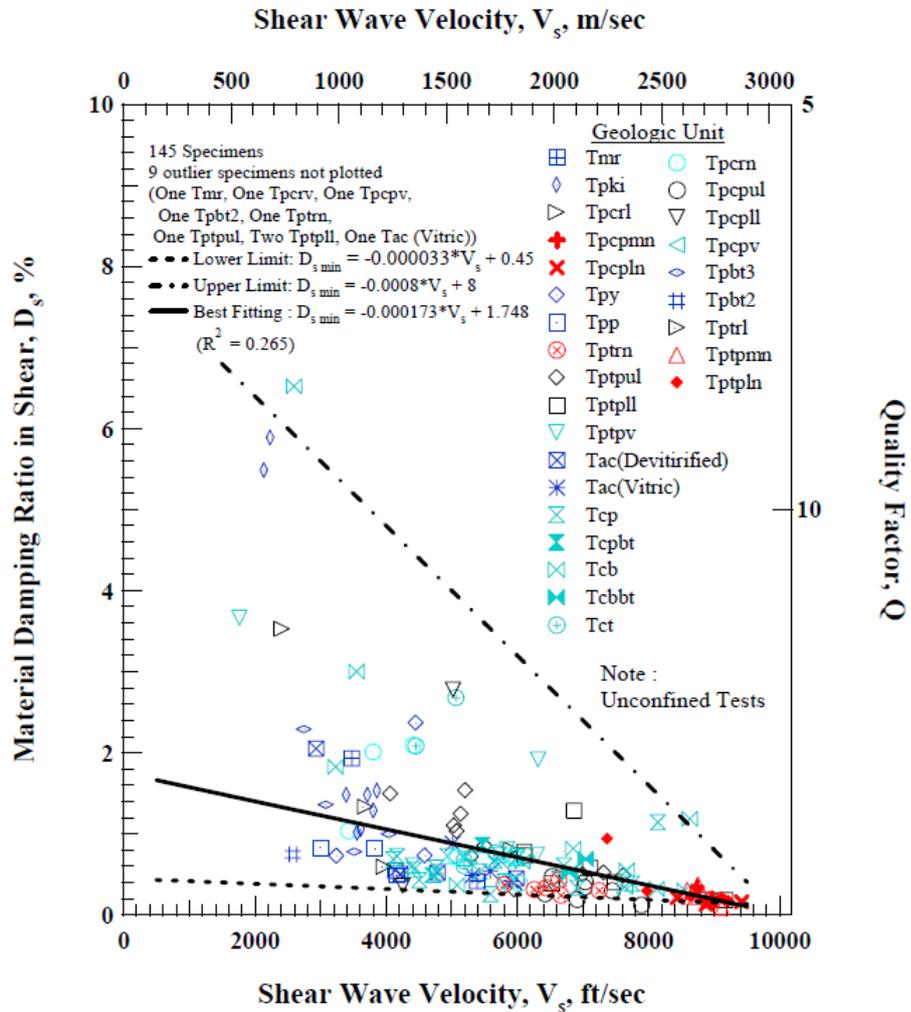


Figura 6.14 – Rapporto di smorzamento  $D$  e velocità delle onde di taglio  $V_s$  dei campioni di tufo di Yucca Mountain. I litotipi definiti dall'Autore "non saldati" sono i Tpb2, Tpb3, Tpy, Tpki, Tpp, Tac (Jeon S.Y., 2008)

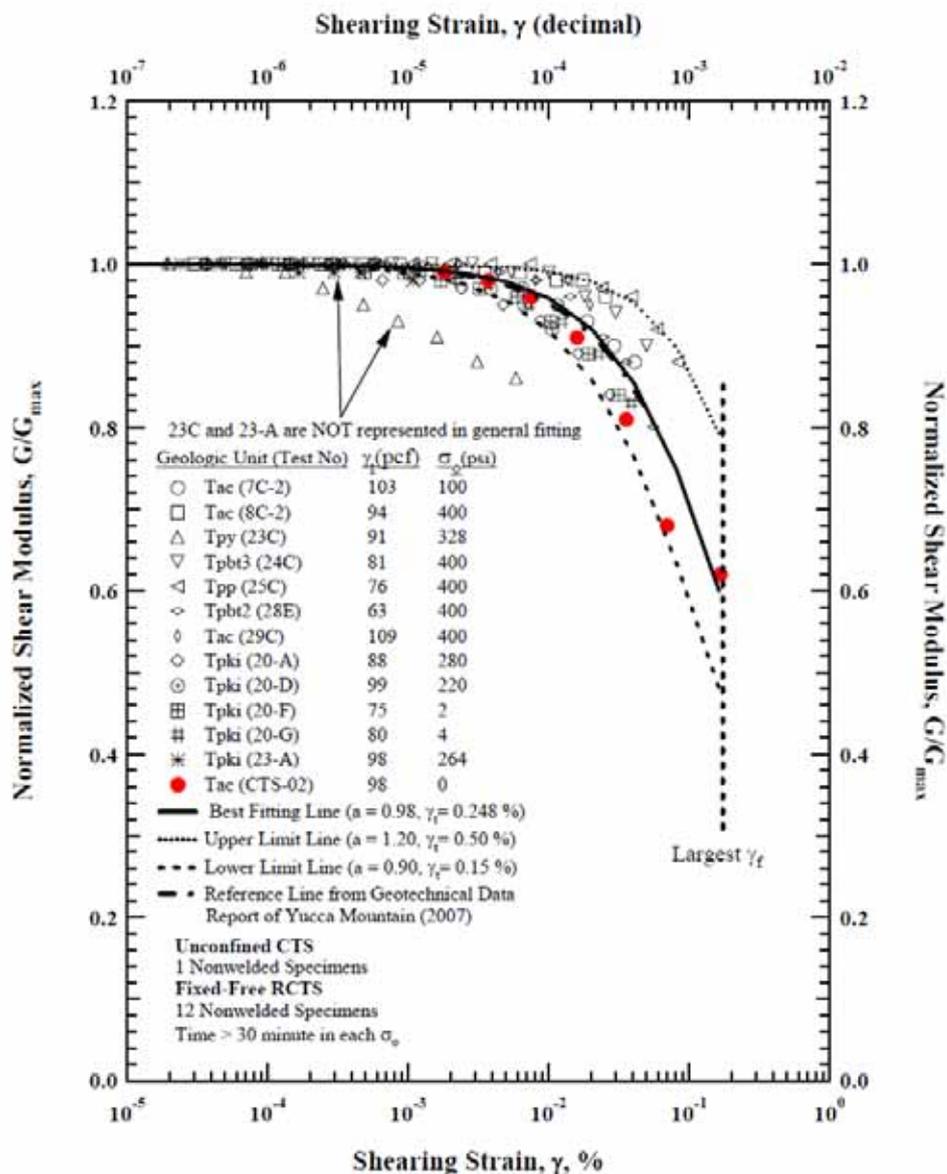


Figura 6.15 – Curve di decadimento del modulo elastico di taglio normalizzato  $G/G_{max}$  dei litotipi “non saldati” dei tuffi della Yucca Mountain. Risultati da prove di colonna risonante e da un’unica prova di taglio torsionale ciclico (in rosso) (Jeon S.Y., 2008).

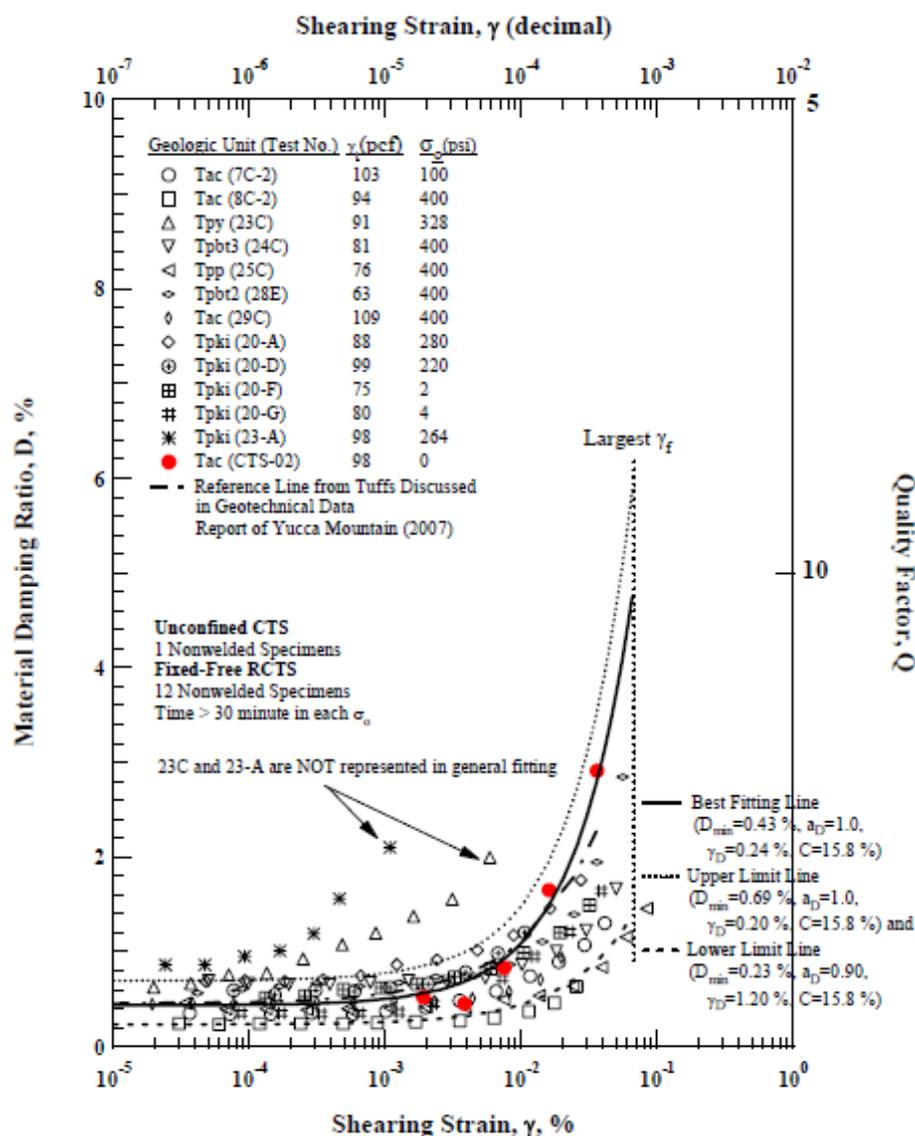


Figura 6.16 - Curve di crescita del rapporto di smorzamento  $D$  dei litotipi “non saldati” dei tuffi della Yucca Mountain. Risultati da prove di colonna risonante e da un’unica prova di taglio torsionale ciclico (in rosso) (Jeon S.Y., 2008).

## 6.2 Inquadramento geologico e litologico del colle di Orvieto

La città di Orvieto è situata alla sommità di un rilievo costituito da una piastra tufacea con pareti verticali che raggiungono 60 m di altezza (**Fig. 6.17**), poggiante su un basamento di argille plioceniche sovraconsolidate. L’argilla dura intatta, che costituisce il basamento in profondità, risulta ammorbidita e fessurata nella porzione superficiale e ricoperta da una coltre rimaneggiata, degradata e ricca di inclusi piroclastici provenienti dal disfacimento della rupe (Manfredini *et al.* 1980; Lembo-Fazio *et al.*, 1986). Tra l’argilla e la rupe piroclastica è disposta una successione di depositi continentali fluvio-lacustri limoso-sabbiosi e ghiaiosi (Serie dell’Albornoz, Piali *et al.*, 1978) che affiora solo dove il piede della piastra tufacea non è ricoperto dalla coltre detritica. Tale formazione è stata sempre rinvenuta, con spessori variabili compresi tra 5 e 15 m, interposta tra le

piroclastiti e l'argilla di base (Conversini *et al.*, 1977). Essa è sede, insieme alla parte basale della piastra piroclastica, di una falda alimentata dalle acque di infiltrazione e dalle perdite delle reti adduttrice e fognaria dell'abitato.

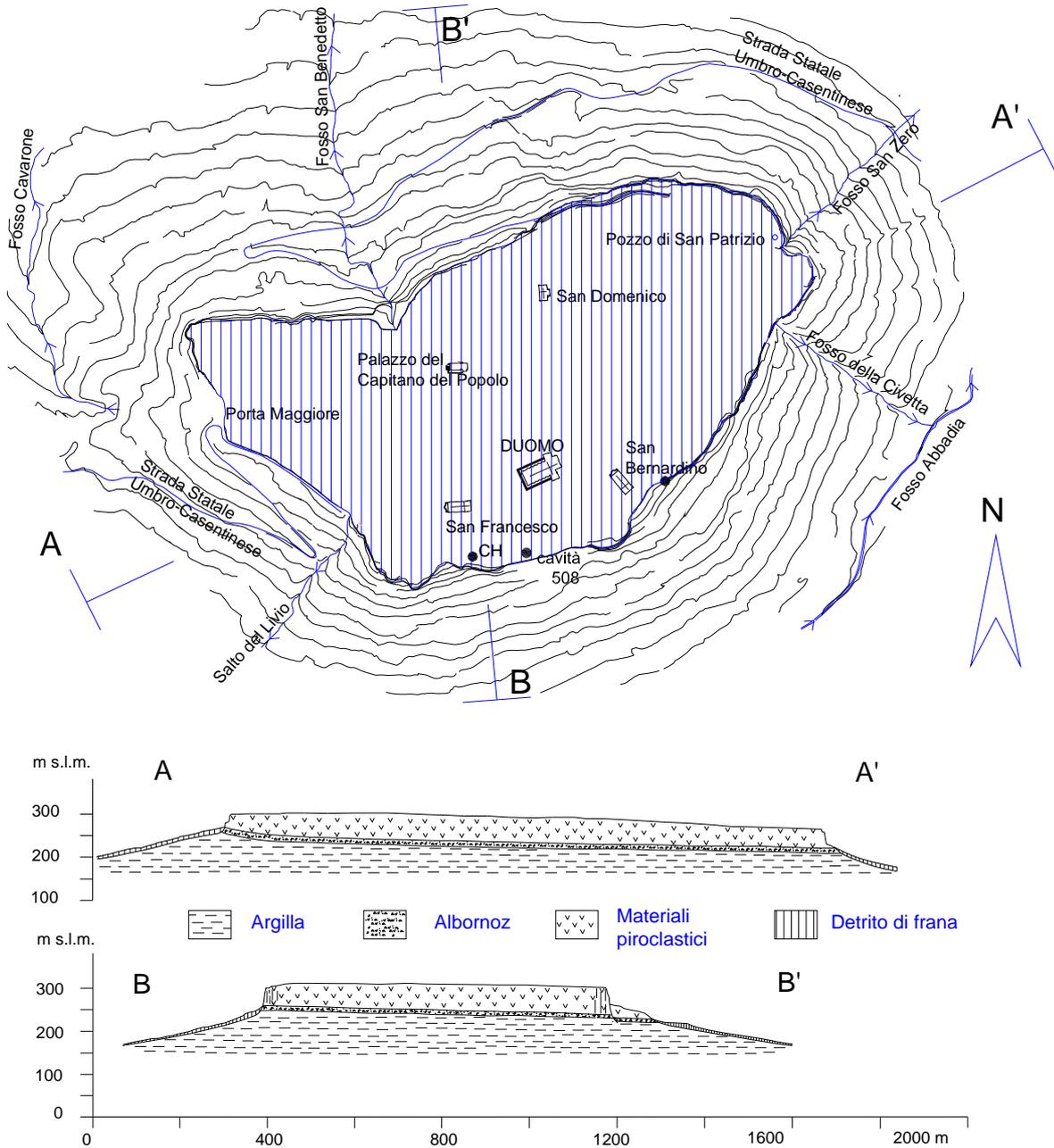


Figura 6.17 - Planimetria e sezioni schematiche del Colle di Orvieto (Manfredini *et al.* 1980, modificata)

La Rupe si estende per 1500 m in direzione EW e per circa 600 m in direzione NS ed è costituita interamente dai prodotti piroclastici della formazione del *Tufo di Orvieto e Bagnoregio*, altrimenti denominato *Tufo di Orvieto* o, in passato, *Tufo Rosso a Scorie Nere*. La formazione si è depositata circa 330000 anni fa (Santi, 1991) a seguito di una o più violente eruzioni associate alle fasi finali dell'evoluzione della caldera di Bolsena (Nappi *et al.* 1994). I prodotti delle eruzioni hanno coperto un'area di circa 200 km<sup>2</sup> spingendosi, ad Est, fino alla Valle del Tevere. L'origine dei differenti litotipi che compongono la formazione non è stata univocamente ricostruita dalle ricerche. Alcuni Autori (Faraone e Stoppa, 1988; Capaccioni e Sarocchi, 1996) riconoscono nei

diversi materiali le distinte unità di flusso piroclastico (con caratteristiche diverse soprattutto in termini di contenuto d'acqua del magma). Nappi *et al.* (1994) ritengono invece che la formazione piroclastica rappresenti un deposito indifferenziato prodotto da un'unica fase di una violenta eruzione manifestatasi con una colata piroclastica “secca” ricca in gas.

Dal punto di vista delle caratteristiche meccaniche, il materiale piroclastico può essere schematicamente suddiviso in una facies litoide, il vero e proprio tufo, ed una facies debolmente coerente denominata pozzolana (Manfredini *et al.*, 1980). Tuttavia si rileva che la variabilità meccanica risulta elevata anche nell'ambito della singola facies tanto che si possono registrare zone a grado di cementazione gradualmente variabile (Rosa, 2001) o individuare diversi litotipi di caratteristiche intermedie (Tommasi e Ribacchi, 1998; Verrucci, 1998).

La distribuzione dei due litotipi internamente alla piastra non è mai stata oggetto di una dettagliata mappatura. Le maggiori informazioni in tal senso sono quindi desumibili dall'affioramento dei litotipi lungo i margini della balza piroclastica. Per un ampio tratto della Rupe sottostante la chiesa di S. Francesco, zona da cui proviene il materiale oggetto della caratterizzazione, si riconosce una situazione stratigrafica piuttosto omogenea e che può essere considerata rappresentativa di una vasta area. La parete è quasi interamente costituita da pozzolana nella quale si distingue un banco superiore più tenero (nel quale sono ricavate numerose cavità di origine antropica) ed uno inferiore più consistente, al cui letto è presente un orizzonte ricco in grandi scorie che progressivamente scompaiono procedendo verso l'alto (Tommasi *et al.*, 2006). Alla base della parete si osserva un banco di tufo litoide rosso spesso alcuni metri, suddiviso in prismi regolari da giunti verticali sistematici che si estendono verso l'alto nel banco di pozzolana più consistente. Nel banco superiore di pozzolana le fratture sono invece meno evidenti, più spaziate e irregolari. La diversa resistenza dei materiali si riflette anche sulla morfologia della Rupe. Infatti la parete è verticale dal piede fino alla base del banco superiore di pozzolana, in corrispondenza del quale diviene meno ripida, per poi digradare ulteriormente alla sommità del banco.

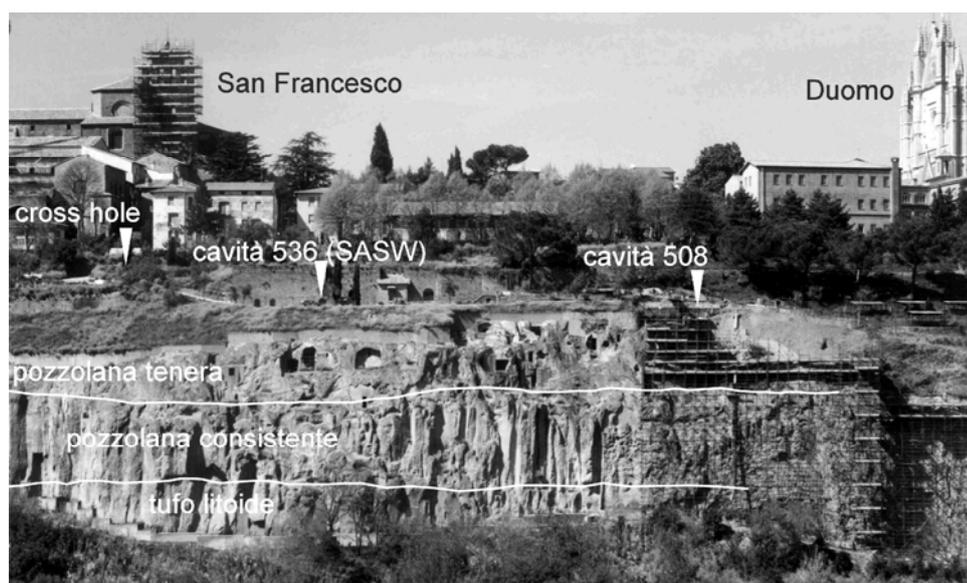


Figura 6.18 – Vista del lato sud della Rupe sottostante la chiesa di S. Francesco. Viene indicata la posizione dei siti di provenienza dei campioni di Pozzolana SF: il foro di sondaggio per indagine Cross Hole (a sinistra) e la cavità 508 (al centro, sulla destra) (Tommasi *et al.*, 2006).

### 6.3 Prelievo e campionamento del materiale

La determinazione delle caratteristiche meccaniche della Pozzolana di Orvieto in campo ciclico e dinamico si inquadra in un più ampio progetto di caratterizzazione geotecnica di questo litotipo, i cui risultati sono stati in parte già esposti da Rotonda *et al.* (2002) e da Tommasi *et al.* (2006). Nel complesso il campionamento della Pozzolana è avvenuto in tre diversi siti con le modalità descritte di seguito:

- 1) nella zona compresa tra i monasteri di S. Paolo e di S. Bernardino, la pozzolana si estende, per un breve tratto di rupe, fino alla base della parete; il materiale utilizzato nella caratterizzazione geotecnica proviene in questo caso da un sondaggio sub-orizzontale eseguito sulla parete nel corso dei lavori di consolidamento della rupe (SP);
- 2) nell'area al margine della Rupe sottostante la chiesa di S. Francesco (SF) (**Fig. 6.18**) sono stati eseguiti:
  - due sondaggi subverticali a carotaggio continuo per l'esecuzione di una misura della velocità di trasmissione delle onde tipo Cross-Hole;
  - un prelievo di due blocchi mediante segazione da una parete della cavità censita al n°508.

Il richiamo, in forma sintetica, dei risultati sulla caratterizzazione fisica e meccanica in campo statico è relativa ai provini ottenuti da tutte le tre campagne di indagine, mentre la caratterizzazione in campo ciclico e dinamico ha avuto per oggetto solo i provini (denominati SFBL) ricavati dai blocchi dalla cavità 508. In tal modo si è cercato di ridurre al minimo l'eterogeneità dei provini oggetto della caratterizzazione dinamica, al fine di delineare un quadro il più possibile unitario e permettere verifiche incrociate tra i diversi tipi di prova.

Dato il forte contrasto di resistenza tra i costituenti del materiale, il carotaggio, in condizioni normali, tende a strappare i clasti più resistenti dalla matrice più tenera senza tagliarli, trascinandoli lungo le pareti della carota in via di estrusione, e determinandone la forte irregolarità geometrica se non addirittura la completa disgregazione. Al fine di preservare la delicata struttura, tutti i provini destinati alla caratterizzazione sono stati ottenuti dal carotaggio in laboratorio dei blocchi o delle carote di grande dimensione preventivamente imbibiti e congelati. Una volta scongelati, le superfici dei provini sono state sottoposte, qualora necessario, ad un ulteriore procedimento di cura e rettifica mediante stucature con gesso e successiva limatura, per il mantenimento di una forma cilindrica il più possibilmente regolare.

### 6.4 Caratteri litologici e fisici

La Pozzolana di Orvieto è formata da pomici, frammenti litici e fenocristalli (sanidino, pirosseno e leucite, spesso alterata) immersi in una matrice di fondo grigia (**Fig. 6.19**). Le dimensioni delle pomici, che costituiscono il componente principale, variano da pochi millimetri ad alcuni centimetri, ma all'interno del deposito si riscontrano talvolta livelli ricchi di grandi pomici (fino a 100-200 mm). I frammenti litici raramente superano i 20-30 mm. Le analisi SEM (Tommasi *et al.*, 2006) mostrano che la massa di fondo è costituita da particelle vetrose di forma irregolare saldate tra loro in maniera da formare una struttura molto porosa, ma dotata di una marcata

continuità. Anche tra matrice di fondo e clasti si riscontra una decisa continuità. Generalmente la pozzolana SP presenta una struttura più aperta rispetto a quella SF. Le analisi a raggi X (Rotonda *et al.*, 2002) indicano l'assenza di minerali zeolitici, dei quali è ricca invece la facies litoide (tufo) (Tommasi e Ribacchi, 1998).

La composizione granulometrica (**Fig. 6.20**), determinata per setacciatura sul materiale disgregato manualmente, è sostanzialmente indifferenziata per i campioni SF e SP, e permette di classificare la pozzolana come una ghiaia con sabbia (diametro al 50% del passante,  $D_{50}=6.0$  mm, coefficiente di uniformità,  $U=D_{60}/D_{10}=23$ ).

Ad una caratterizzazione litologica più spinta, nei sondaggi del sito SF si può distinguere una porzione inferiore più consistente e ricca in grandi scorie (SF-L), che passa senza soluzione di continuità ad una più tenera (SF-H), alla quale appartengono anche i blocchi prelevati in cavità (SF-BL) (Verrucci *et al.*, 2011).

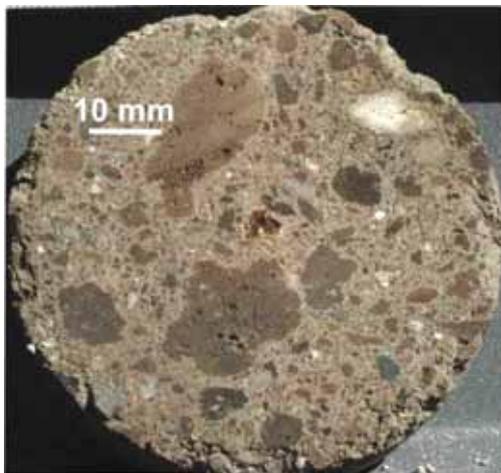


Figura 6.19 - Macrofotografia della pozzolana SP: le pomice (nere o rossastre) ed i frammenti litici (grigi) spiccano sulla massa di fondo

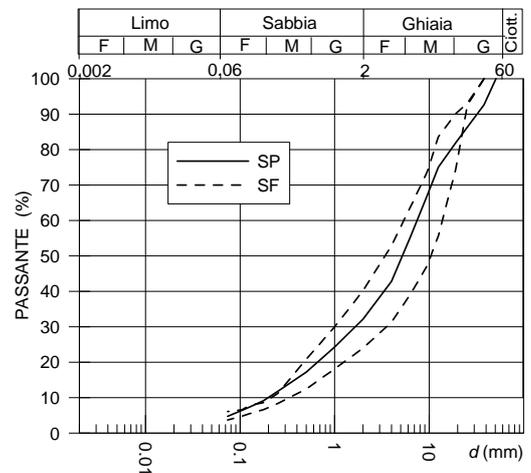


Figura 6.20 - Distribuzione granulometrica della pozzolana.

La **Tabella 6.1** riporta i valori medi  $\langle x \rangle$  e la dispersione, in termini di deviazione standard del campione  $\sigma$ , delle principali caratteristiche fisiche della pozzolana, considerando indifferentemente i provini prelevati nelle tre modalità SF, SFBL, SP. La **Tabella 6.2** riporta gli stessi parametri esclusivamente per i provini SFBL, oggetto della caratterizzazione in campo ciclico e dinamico.

Il carattere fisico più peculiare della Pozzolana è rappresentato dall'elevata presenza di vuoti (porosità  $n=50-65\%$ , indice dei vuoti  $e=1.1-1.7$ ) e dalla bassa densità media che, in condizioni asciutte, si aggira attorno a  $\rho_d=1.00-1.25$  Mg/m<sup>3</sup>. Considerando che l'intera piastra piroclastica si trova in condizioni di parziale saturazione, ad eccezione dei pochi metri in prossimità del contatto basale con i depositi fluvio-lacustri, i materiali sono caratterizzati da bassi valori di densità anche in sito. A tal riguardo le uniche misure attendibili di contenuto d'acqua naturale, necessariamente puntuali, sono quelle eseguite sui blocchi prelevati dalla parete della cavità senza l'utilizzo di acqua. Per questi è stato ottenuto un valore di contenuto d'acqua  $w = 14\%$  che, in relazione alla porosità media dei campioni SF-BL estratti dagli stessi blocchi ( $n_{SFBL}=58.5\%$ ), corrisponde ad un grado di saturazione  $S=26\%$  e ad una densità in sito  $\rho_{d,sito}=1.25$  Mg/m<sup>3</sup>.

Tutti i provini destinati a prove di laboratorio sono stati sottoposti alla misura della velocità di propagazione delle onde elastiche longitudinali e trasversali mediante trasduttori a contatto. Sono stati utilizzati trasduttori piezoelettrici circolari (diametro  $\phi=12.7$  mm) con frequenza propria  $f=1$  MHz ed una pressione di contatto di circa 300 kPa. E' necessario sottolineare che tali misure presentano due importanti fonti di incertezza: molti dei provini presentano dimensioni piuttosto limitate se confrontate con le dimensioni massime dei clasti che li costituiscono; essi possono favorire quindi la propagazione delle onde lungo traiettorie preferenziali più veloci (come allineamenti di scorie), non rappresentative delle proprietà dinamiche medie del provino stesso. In secondo luogo, nonostante la pressione di contatto sia stata mantenuta costante per tutti i provini, lo stato tensionale durante la misura non è omogeneo, viste le diverse forme e dimensioni dei provini stessi e la piccola dimensione dei trasduttori. Per tali ragioni la determinazione della velocità delle onde elastiche viene di seguito utilizzata per offrire un quadro globale delle proprietà dinamiche del materiale e della sua rigidità media a basse deformazioni, anche evidenziando correlazioni di carattere generale con le altre grandezze fisiche determinate. Allo stesso tempo si è preferito astenersi dall'assegnare in maniera rigorosa a ciascun provino i valori di  $V_S$  e  $V_P$  misurati, e dallo stabilire correlazioni in senso stretto, provino per provino, con le misure eseguite mediante prove meccaniche in campo ciclico o dinamico.

I diagrammi delle **Figure 6.21 e 6.22** mostrano la rilevante dispersione dei valori di velocità, che persiste anche per i soli provini SF-BL, e la correlazione, non stretta, ma comunque evidente, con la porosità del materiale. Vengono indicate anche le proprietà misurate su un provino interamente ricavato da una porzione di scoria o pomice, ovvero dal materiale principale costituente dei clasti della Pozzolana. Esso è dotato di un indice dei vuoti comparabile con quello medio della pozzolana, ma di rigidità significativamente più elevata.

Tabella 6.1 – Valor medio  $\langle x \rangle$  e deviazione standard  $\sigma$  delle principali caratteristiche fisiche e dinamiche (da misure della velocità di propagazione delle onde). Il campione è costituito da provini provenienti dai tre siti di prelievo (SF, SF-BL, SP); numerosità del campione  $N=110$ .

	densità del solido $\rho_s$ (Mg/m <sup>3</sup> )	densità asciutta $\rho_d$ (Mg/m <sup>3</sup> )	porosità $n$ (%)	indice dei vuoti $e$ -	velocità onde P $V_P$ (m/s)	velocità onde S $V_S$ (m/s)	coeff. di Poisson $\nu$ -	Modulo di taglio dinamico $G_{dyn}$ (MPa)	Modulo di young dinamico $E_{dyn}$ (MPa)
$\langle x \rangle$	2.61	1.11	57.4	1.35	1197	638	0.29	477	1227
$\sigma$	0.06	0.06	2.6	0.14	271	138	0.08	212	549

Tabella 6.2 – Valor medio  $\langle x \rangle$  e deviazione standard  $\sigma$  delle principali caratteristiche fisiche e dinamiche (da misure della velocità di propagazione delle onde). Il campione è costituito da provini provenienti esclusivamente dai blocchi prelevati dalla parete della cavità 508 (SF-BL); numerosità del campione  $N=24$ .

	densità del solido $\rho_s$ (Mg/m <sup>3</sup> )	densità asciutta $\rho_d$ (Mg/m <sup>3</sup> )	porosità $n$ (%)	indice dei vuoti $e$ -	velocità onde P $V_P$ (m/s)	velocità onde S $V_S$ (m/s)	coeff. di Poisson $\nu$ -	Modulo di taglio dinamico $G_{dyn}$ (MPa)	Modulo di young dinamico $E_{dyn}$ (MPa)
$\langle x \rangle$	2.70	1.09	59.6	1.48	1008	501	0.33	283	752
$\sigma$	0.07	0.03	1.2	0.08	172	91	0.03	105	274

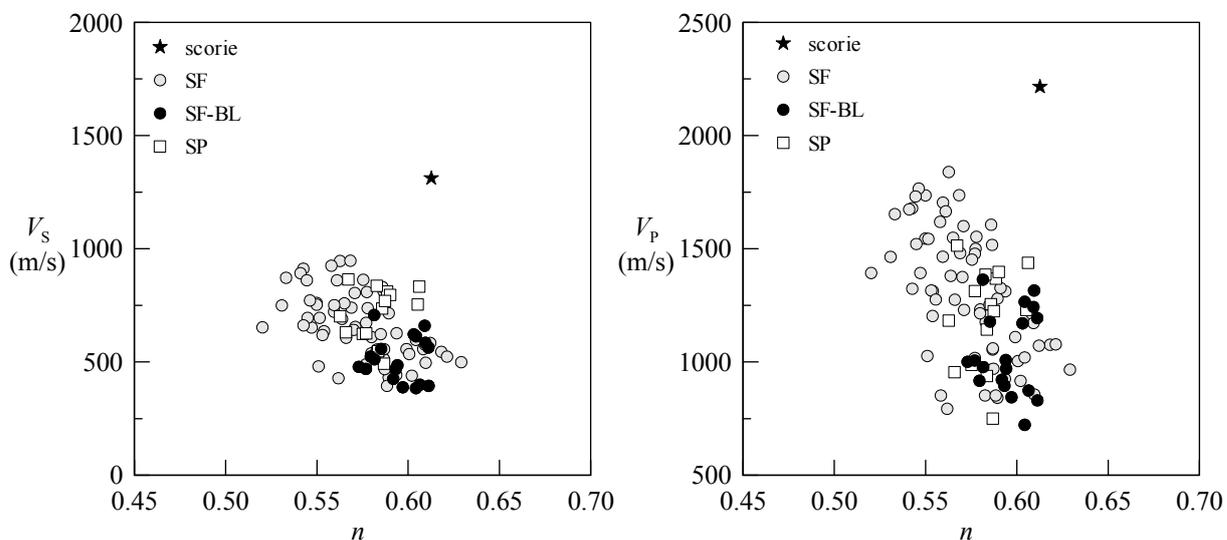


Figura 6.21 – Diagramma a dispersione della porosità  $n$  e delle velocità delle onde elastiche di taglio  $V_s$  e longitudinali  $V_p$  dei provini di laboratorio di Pozzolana.

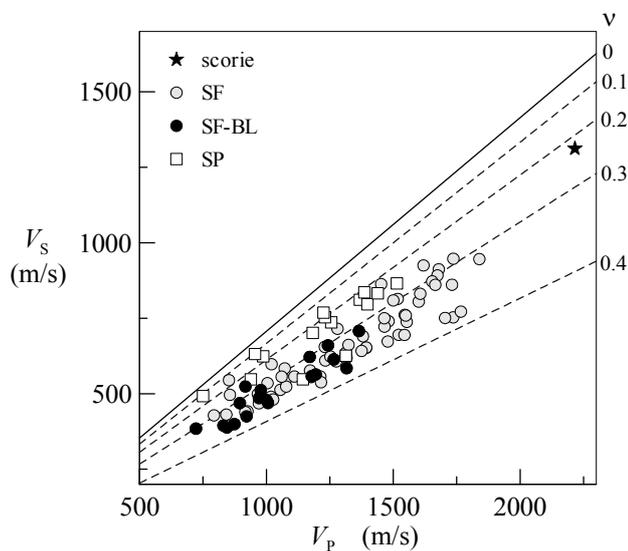


Figura 6.22 – Diagramma a dispersione delle velocità di propagazione delle onde elastiche taglio  $V_s$  e longitudinali  $V_p$  dei provini di Pozzolana. Sono riportati con tratteggio le relazioni valide in un mezzo elastico lineare per valori costanti del coefficiente di Poisson  $\nu$ .

## 6.5 Caratterizzazione meccanica in campo ciclico e dinamico

### 6.5.1 Programma e metodologie di prova

#### 6.5.1.1 Prove di taglio semplice ciclico

La principale caratteristica dell'apparecchiatura di taglio semplice ciclico è la capacità di riprodurre realisticamente le condizioni che si realizzano nel terreno durante un evento sismico, in particolare quelle che si verificano durante la propagazione in direzione verticale di un'onda di taglio. Inoltre in questo tipo di apparecchiatura è possibile fissare il livello di deformazione massima raggiunta durante la prova.

L'apparecchiatura di taglio semplice utilizzata nell'ambito della ricerca è in dotazione presso il laboratorio di geotecnica della Facoltà di Architettura dell'Università Sapienza di Roma (D'Elia *et al.*, 2003). Essa è stata utilizzata in passato per la caratterizzazione ciclica di terreni a grana fine (Lanzo *et al.*, 2003; Lanzo e Pagliaroli, 2006; Lanzo *et al.*, 2009; Pagliaroli e Lanzo, 2009) e terreni incoerenti (Lanzo e D'Elia, 2003), mentre le prove eseguite nell'ambito della presente ricerca rappresentano la prima organica applicazione su una roccia tenera. È del tipo a doppio provino (DSDSST, *Double Specimen Direct Simple Shear Test*), originariamente progettato come evoluzione dell'apparecchiatura a singolo provino del *Norwegian Geotechnical Institute* (NGI-DSS, Bjerrum e Landva, 1966) la quale, a causa dei significativi attriti presenti sui dispositivi di applicazione delle sollecitazioni di taglio, non permette di studiare in modo accurato il comportamento tensio-deformativo a livelli di deformazione inferiori a  $\gamma = 10^{-1}\%$  (Doroudian e Vucetic, 1995; Lanzo *et al.*, 1997; Vucetic *et al.*, 1998-a; Vucetic *et al.*, 1998-b).

L'apparecchiatura a doppio provino consente invece di studiare il comportamento tensio-deformativo del terreno in un campo di deformazioni di taglio molto ampio, che va da  $3\text{-}5 \cdot 10^{-4}\%$  a 10%. Lo schema meccanico (**Fig. 6.23**) è caratterizzato dalla presenza di due provini cilindrici identici (diametro  $\phi = 66.6$  mm, altezza  $H = 20.0$  mm), interposti fra tre supporti cilindrici d'acciaio. Il carico verticale  $P$  è applicato sul supporto superiore, mentre quello orizzontale  $F$  è applicato al supporto intermedio durante la fase di taglio, quando viene bloccato lo spostamento verticale dei supporti terminali. La particolare configurazione consente di eseguire misure significative anche a deformazioni molto basse in quanto lo spostamento  $\delta$  e la reazione orizzontale  $F$  sono legati esclusivamente alla deformazione dei provini, essendo stati eliminati tutti i meccanismi e le superfici di contatto tra parti mobili.

Per assicurare una deformazione tangenziale il più possibile uniforme, analogamente a quanto previsto per la metodologia NGI-DSS, il contenimento laterale dei provini è ottenuto mediante una membrana cilindrica in gomma che, rinforzata con un filo d'acciaio spiraliforme, è dotata di un'elevata rigidezza radiale.

Durante la prova di taglio il carico orizzontale  $F$  è misurato da una cella di carico collegata direttamente alla piastra intermedia; la tensione tangenziale media sul singolo provino è quindi pari a  $\tau = F/(2A)$  (dove  $A$  è l'area di base). Lo spostamento orizzontale  $\delta$ , dal quale è ricavabile la deformazione tangenziale  $\gamma = \delta/H$ , è misurato tramite un trasduttore di prossimità.

Nell'uso del taglio semplice su provini di rocce tenere, dato il basso coefficiente di attrito roccia/acciaio, potrebbe verificarsi lo scorrimento all'interfaccia durante l'applicazione del carico orizzontale. Pertanto, come ulteriore accorgimento nella preparazione della prova è stato praticato il sistematico incollaggio delle facce di base dei provini alle piastre di ripartizione del carico (con adesivo bicomponente rapido X60 - HBM).

L'apparecchiatura consente di applicare diverse tensioni verticali  $\sigma'_v = P/A$ , in corrispondenza delle quali vengono effettuati i cicli di taglio. Gli spostamenti orizzontali vengono applicati attraverso un pistone guidato manualmente da un manubrio e dotato di una cella di carico per la misura della reazione orizzontale trasmessa. Per un fissato livello massimo di deformazione,  $\gamma_{max}$ , viene generalmente applicata una serie di almeno 5 cicli di taglio a frequenza costante (**Fig. 6.24**). L'applicazione manuale dei carichi ha il vantaggio di ridurre al minimo il rumore di fondo del sistema, anche a livelli di deformazione molto bassi, ma non consente di mantenere uniformi con grande accuratezza né l'ampiezza né la frequenza e la forma dei cicli di carico.

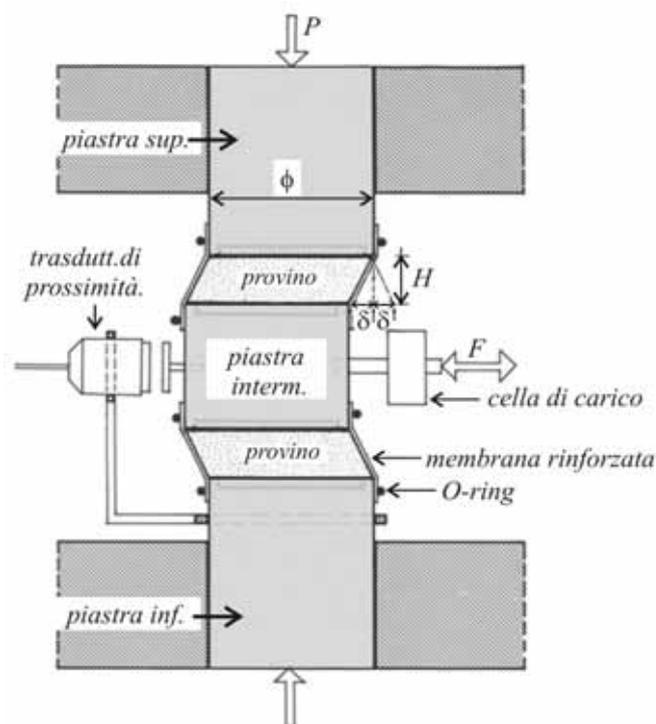


Figura 6.23 – Schema, in sezione verticale, della macchina per taglio semplice ciclico a doppio provino (da Doroudian e Vucetic, 1995, modificato).

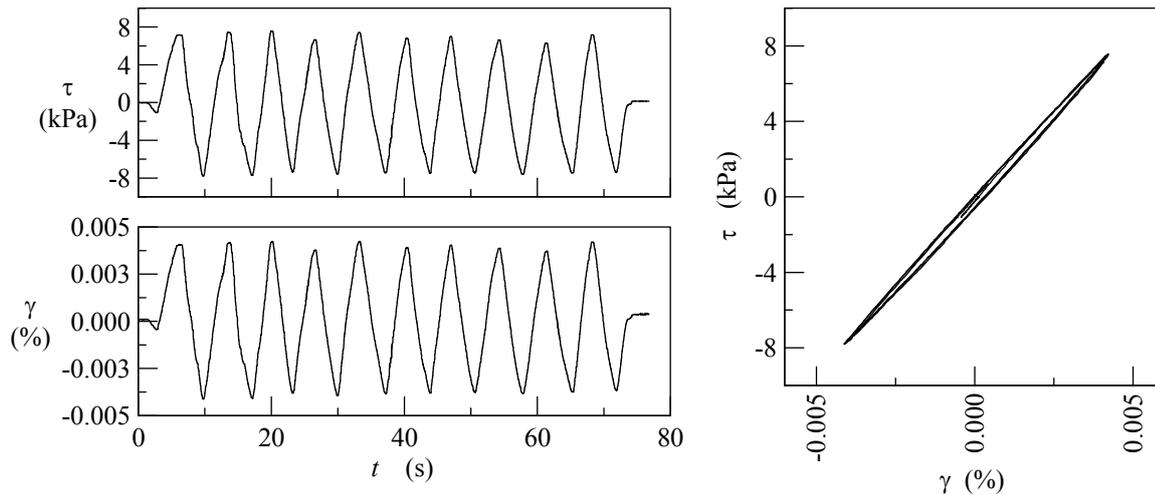


Figura 6.24 – Elaborazione di una prova DSDSS. A sinistra storie temporali della tensione  $\tau$  e della deformazione  $\gamma$ . A destra, cicli di taglio nel piano  $\tau$ - $\gamma$ .

E' noto che l'applicazione delle forze normali e di taglio sulle sole facce basali dei provini determina uno stato tensionale non uniforme ("semplice" appunto) ed indeterminato (Wood *et al.*, 1980). Nell'interpretazione classica della prova si antepone solitamente l'ipotesi che la tensione orizzontale efficace  $\sigma_h'$  possa essere ricavata dalla  $\sigma_v'$  mediante un coefficiente di spinta  $K_0$  valido in condizioni di confinamento laterale impedito; per materiali rigidi che rimangono in campo elastico ad esempio, il coefficiente può essere ricavato dalla:

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (6.1)$$

E' necessario considerare tuttavia che i provini di roccia devono essere carotati con dimensioni che ne permettano l'inserimento nella membrana rinforzata e quindi con diametro appena inferiore a quello della stessa membrana. La bassa deformabilità del materiale non permette infatti l'inserimento nella membrana in assenza di un, seppur minimo, divario tra i due diametri. A causa della presenza di tale interstizio anulare, l'applicazione del carico verticale potrebbe generare delle deformazioni radiali così basse da non consentire un effettivo contatto laterale del provino con la membrana, in particolare per i primi gradini di carico; la tensione laterale potrebbe quindi essere nulla, o comunque inferiore a quella stimabile mediante la (6.1). I provini in roccia pertanto possono presentare a rigore uno stato tensionale compreso tra quello edometrico e quello uniassiale, con una conseguente incertezza sul valore della tensione media  $p'$  agente durante l'applicazione dei cicli di taglio.

Un'ulteriore fonte di incertezza relativa allo stato tensionale sta nel fatto che le prove di taglio vengono condotte a volume costante. Infatti, al contrario di quanto avviene nell'apparecchiatura NGI-DSS, nella macchina a doppio provino la testa di carico superiore viene bloccata meccanicamente durante i cicli di taglio. Non risulta possibile valutare la variazione di tensione verticale totale  $\Delta\sigma_v$ . Il fatto assume importanza solo allo sviluppo di deformazioni plastiche significative, quando alla deformazione di taglio si associa anche una variazione volumetrica non trascurabile. In tali condizioni una tendenza alla dilatanza del materiale dovrebbe corrispondere ad un incremento della tensione media  $p'$ , mentre un comportamento contraente sarebbe associato ad una diminuzione di  $p'$ .



applicazione dei carichi, o attuatore, è costituito dalla piastra superiore insieme ad un rotore con quattro bracci metallici, disposti radialmente, e quattro magneti permanente agli estremi. I magneti sono posizionati all'interno del campo magnetico generato da quattro bobine elettriche, che costituiscono la parte fissa del motore, e delle quali può essere regolata l'intensità di corrente; in tal modo, senza imporre alcuno spostamento, è possibile mantenere il controllo della forza orizzontale agente sui magneti che si traduce in momento torcente  $M_t$  agente sulla testa del provino. Il particolare sistema di applicazione dei carichi, non prevedendo superfici di contatto tra la parte fissa e mobile del sistema, evita l'insorgenza di forze di attrito e riduce quindi al minimo l'errore nella valutazione del momento torcente applicato.

Nelle prove su terreni sciolti le pietre porose poste alla base ed alla testa presentano superfici scabre sufficienti ad evitare scorrimenti in corrispondenza dell'interfaccia con il provino. Nelle prove eseguite sulle pozzolane si è scelto di sostituire le pietre porose con piastre d'acciaio lisce e di provvedere, analogamente alle prove di taglio semplice ciclico, all'incollaggio del provino alle piastre.

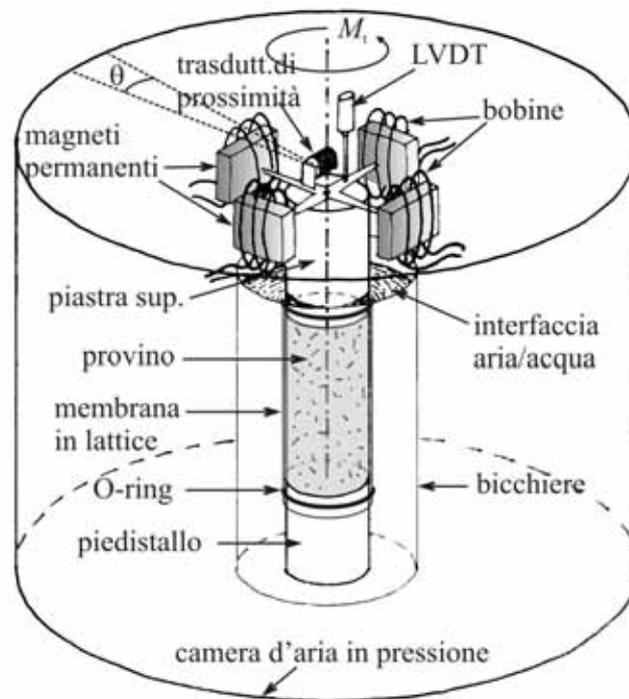


Figura 6.26 – Schema assonometrico della macchina per taglio torsionale ciclico e colonna risonante.

Il provino è lateralmente isolato da una membrana cilindrica in lattice di gomma, chiusa agli estremi con guarnizioni di tipo O-ring. La membrana, essendo permeabile all'aria, non permetterebbe di applicare una pressione esterna al provino senza determinare anche l'aumento della pressione nei vuoti interstiziali. Per questo il provino inguainato è immerso in un bicchiere cilindrico pieno d'acqua, a sua volta contenuto nella camera in pressione. Per impedire che l'aria della camera si scioglia nell'acqua del bicchiere, l'interfaccia tra i due fluidi viene coperto da uno strato di olio di silicone o di olio minerale.

Le condizioni tensionali che si realizzano all'interno del provino sono quelle di taglio puro. Come accennato, l'apparecchiatura consente di applicare una sollecitazione torsionale  $M_t$  variabile grazie al controllo dell'intensità di corrente nelle bobine, mentre viene misurata la rotazione in testa del provino ( $\theta$ ) mediante una coppia di trasduttori di prossimità, con *targets* posti sui bracci del

rotore. Un trasduttore di spostamento di tipo LVDT viene utilizzato per la misura delle variazioni di altezza verticale del provino ( $w$ ).

Lo stato di deformazione interno al provino, uniforme lungo la direzione verticale, presenta un andamento lineare nel piano orizzontale: infatti la deformazione tangenziale  $\gamma$  è nulla in corrispondenza dell'asse del provino mentre cresce linearmente lungo il raggio  $r$  secondo la:

$$\gamma(r) = r \frac{\theta}{H} \quad (6.4)$$

fino a raggiungere il valore massimo sul bordo laterale, per  $r = R$ . In queste condizioni la deformazione media del provino è pari a:

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{3} \gamma_{\max} = \frac{2}{3} R \frac{\theta}{H} \quad (6.5)$$

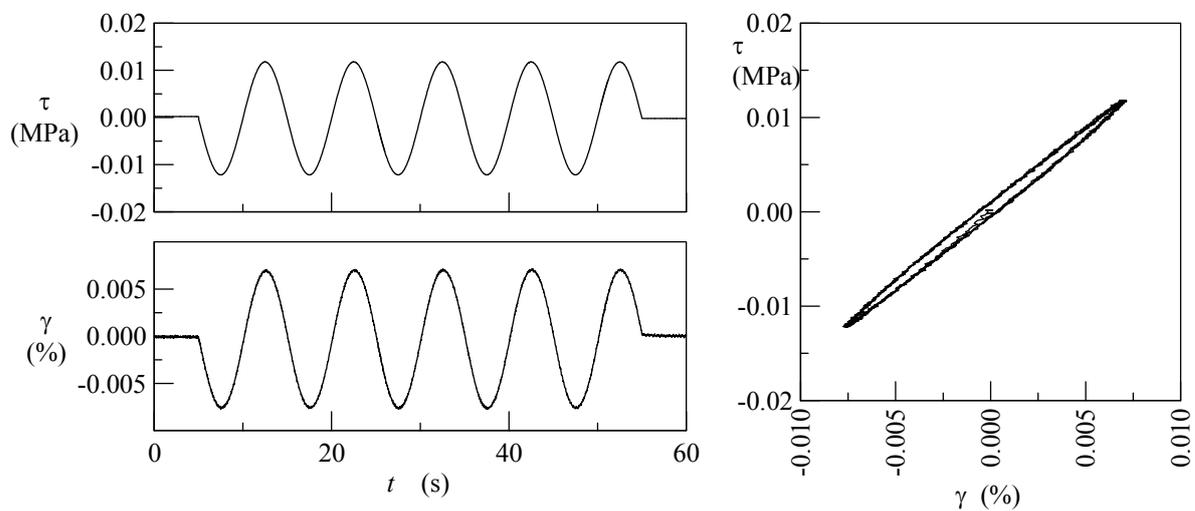


Figura 6.27 - Elaborazione di una prova TS. A sinistra storie temporali della tensione  $\tau$  e deformazione  $\gamma$ . A destra, cicli di taglio nel piano  $\tau$ - $\gamma$ .

Anche la tensione tangenziale presenta un andamento lineare, noto dalla teoria elastica della trave prismatica per sollecitazione torcente su sezione circolare:

$$\tau(r) = r \frac{M_t}{I_p} = 2r \frac{M_t}{\pi R^4} \quad (6.6)$$

dove  $I_p$  è il momento d'inerzia polare del cerchio; il valore medio della tensione è pertanto:

$$\bar{\tau} = \frac{2}{3} \tau_{\max} = R \frac{M_t}{I_p} = \frac{4}{3} \frac{M_t}{\pi R^3} \quad (6.7)$$

Infine, applicando la legge dell'elasticità lineare,  $\bar{\tau} = G\bar{\gamma}$ , si ottiene la relazione che permette di interpretare la prova di taglio torsionale per la determinazione del modulo di taglio  $G$ :

$$M_t = \frac{\pi \cdot R^4}{2H} G\theta \quad (6.8)$$

Eseguendo serie di cicli con diverse ampiezze massime  $\gamma_{\max}$ , è possibile ottenere l'andamento della rigidezza  $G$  al crescere della deformazione media  $\bar{\gamma}$ . Analogamente al caso di taglio semplice ciclico, il fattore di smorzamento può essere valutato mediante la ricostruzione dei cicli nel piano  $\bar{\tau} - \bar{\gamma}$  e la misura del rapporto tra l'energia dissipata per unità di volume e l'energia elastica massima (relazione 6.3).

### 6.5.1.3 Prove di Colonna Risonante

Le prove di colonna risonante sono state eseguite con la medesima apparecchiatura usata per le prove di taglio torsionale ciclico. Se usata in campo dinamico, la macchina consente di applicare sollecitazioni torsionali periodiche di diversa forma: sinusoidale, triangolare, trapezoidale. La valutazione della rotazione della testa di carico, e di conseguenza della deformazione tangenziale nel provino, può avvenire, oltre che mediante la coppia di trasduttori di prossimità utilizzati in campo statico, mediante un accelerometro solidale ad uno dei bracci del rotore. Le prove sono condotte applicando al sistema provino - attuatore una serie di cicli di rotazione, con ampiezza costante del momento torcente  $M_t$ , e facendo variare la frequenza all'interno di un intervallo prestabilito  $[f_{\min}, f_{\max}]$ , generalmente compreso tra 10 e 100 Hz. Se per una certa frequenza  $f_R$  viene raggiunta la risonanza del sistema, viene registrato un massimo nella risposta deformativa in termini di ampiezza di rotazione o di deformazione (**Fig. 6.28**).

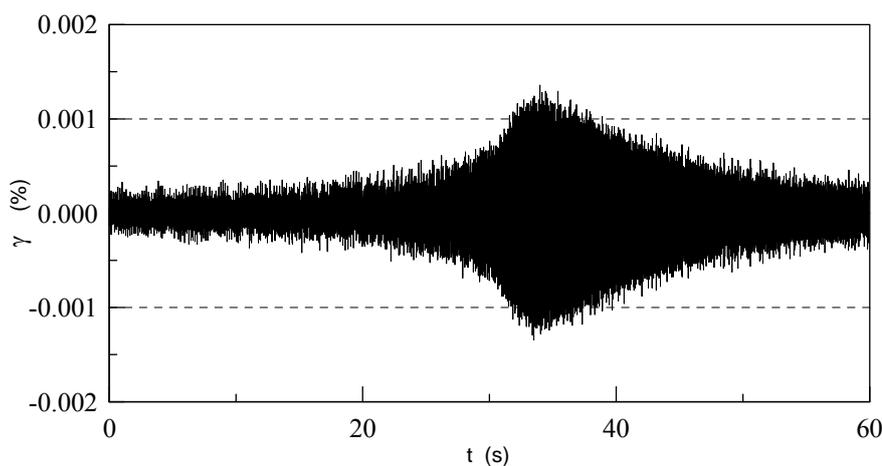


Figura 6.28 – Risultato tipico di una prova in colonna risonante espressa in termini di deformazione  $\gamma$  nel dominio del tempo (momento torcente applicato con frequenza crescente da 62 a 77 Hz). E' evidente la variazione dell'ampiezza dei cicli di deformazione, con il raggiungimento di un massimo per  $t=33$  s.

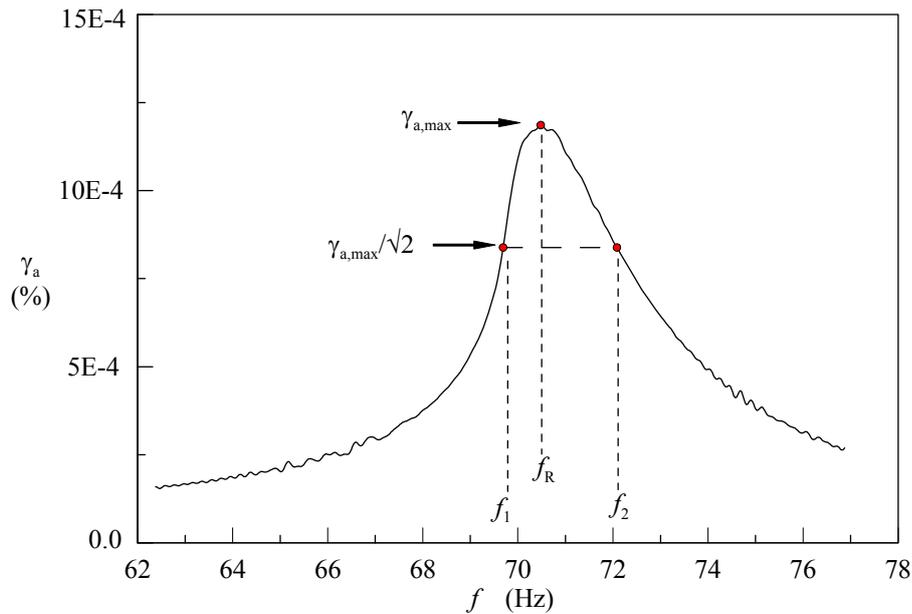


Figura 6.29 – Elaborazione della prova di colonna risonante della **Figura 6.28** nel dominio delle frequenze. Sono evidenziate le ampiezze di deformazione, la frequenza di risonanza  $f_R$  e le frequenze  $f_1$  e  $f_2$  agli estremi della banda.

L'interpretazione della prova fa uso della teoria dell'oscillatore armonico, considerando la massa interamente concentrata nell'attuatore (ovvero trascurando la massa del provino) e la rigidità legata alla reazione elastica del provino sottoposto a torsione. Imponendo l'equilibrio dinamico in corrispondenza della testa del provino si ottiene la cosiddetta *equazione di frequenza*:

$$\frac{J_p}{J_0} = \frac{\omega_R H}{V_S} \tan\left(\frac{\omega_R H}{V_S}\right) \quad (6.9)$$

dove  $\omega_R = 2\pi f_R$  è la pulsazione di risonanza del sistema,  $H$  l'altezza del provino,  $V_S$  la velocità di propagazione delle onde di taglio nel provino,  $J_p$  e  $J_0$  sono i momenti d'inerzia polari delle masse, rispettivamente per il provino e l'attuatore. Dalla 6.7 può essere ricavato il modulo di taglio del materiale, conoscendo la densità  $\rho$  del provino e considerando che:

$$G = \rho V_S^2 \quad (6.10)$$

Il valore della deformazione tangenziale media  $\bar{\gamma}$  da associare al valore di  $G$  è proprio quello registrato in condizioni di risonanza.

Seguendo la teoria dell'oscillatore armonico, il fattore di smorzamento viene calcolato sulla base della relazione che lo lega alla larghezza della curva di risposta. In particolare, fissata un'ampiezza di risposta pari ad  $1/\sqrt{2}$  volte l'ampiezza massima, è possibile dimostrare che tale amplificazione viene raggiunta in corrispondenza dei due valori del fattore di frequenza  $\beta = f/f_R$ :

$$\beta_1 \approx 1 - D - D^2 \quad (6.11)$$

$$\beta_2 \approx 1 + D - D^2$$

e pertanto la stima del fattore di smorzamento può essere fatta con la seguente:

$$D = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \quad (6.12)$$

ovvero, in termini di frequenza:

$$D = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (6.13)$$

### 6.5.2 Risultati della caratterizzazione

Sono stati sottoposti a prova 16 provini: 5 coppie mediante prove di taglio semplice ciclico (DSDSS), e 6 provini singoli per prove di torsione (TS e RC). Ciascun provino è stato testato in corrispondenza di diverse condizioni di carico (tra due e quattro), nell'intervallo di tensione media  $p' = 0 - 750$  kPa; inoltre, per ciascun gradino di carico, la prova è stata ripetuta al crescere dell'ampiezza di deformazione tangenziale  $\gamma$  secondo una progressione geometrica nell'intervallo compreso tra  $10^{-4}\%$  e  $10^{-1}\%$ . In tal modo sono state eseguite complessivamente circa 300 prove, intese come singole determinazioni del modulo elastico e dello smorzamento.

La **Tabella 6.3** riporta un elenco dei provini, delle rispettive caratteristiche fisiche (per le prove DSDSS il valore medio delle grandezze per i due provini testati) e delle condizioni di carico. Sono inoltre riportati i risultati ottenuti in corrispondenza della minima deformazione di taglio  $\gamma_0$  per la quale è stato possibile eseguire la prova, espressi in termini di modulo di rigidezza al taglio  $G_0$  e di rapporto di smorzamento  $D_0$ . Per le prove DSDSS la tensione media  $p'$  è calcolata considerando il provino in condizioni di carico uniassiale.

Si sottolinea che l'eterogeneità del materiale pone problemi ad una caratterizzazione complessiva unitaria. Per tali ragioni alcuni risultati, apparsi anomali rispetto alla dispersione media e segnalati con un asterisco in **Tabella 6.3**, sono stati esclusi dalle interpolazioni e dai grafici di seguito riportati. Si tratta in particolare delle due coppie di provini SF36IIa-b e SP9/4b-10/5b, gli unici non ottenuti dal carotaggio dei blocchi BL1 e BL2 prelevati in cavità, e della coppia di provini SFBL2-d-e, la quale ha fornito valori del tutto anomali del rapporto di smorzamento.

Tabella 6.3 – Riepilogo delle prove cicliche e dinamiche eseguite sui provini di pozzolana con risultati ottenuti al minimo livello di deformazione tangenziale  $\gamma_0$  in termini di modulo di rigidezza al taglio ( $G_0$ ) e di fattore di smorzamento ( $D_0$ ). I risultati segnalati con un asterisco (\*), anomali rispetto alla dispersione media, sono stati esclusi dalle interpolazioni e dai grafici riportati nel seguito del capitolo.

provino	prove	densità ( $Mg/m^3$ )	peso unità di vol. ( $kN/m^3$ )	poros. $n$	indice vuoti $e$	vel. onde P (m/s)	vel. onde S (m/s)	coeff. Pois- son $\nu$	Modulo Taglio (MPa)	Modulo Young (MPa)	tensione media (kPa)	Risultati a basse deformazioni prove quasi-statiche (DSS-TS)			Risultati a basse deformazioni prove dinamiche (RC)		
												$\gamma_0$ (%)	$G_0$ (MPa)	$D_0$ (%)	$\gamma_0$ (%)	$G_0$ (MPa)	$D_0$ (%)
SF 36 II a-b	DSST	1.16	11.37	0.56	1.27	1642	893	0.29	925	2379	115	0.0004	338	5.8*			
SF BL 2 a-g	DSST	1.07	10.48	0.60	1.52	1218	618	0.32	408	1080	240	0.0004	226	1.2			
SF BL 2 b-c	DSST	1.12	11.02	0.58	1.40	1271	633	0.34	456	1215	33	0.0004	154	3.7			
SF BL 2 d-e	DSST	1.05	10.30	0.61	1.57	1255	574	0.37	347	948	67	0.0005	123	4.5*			
SP 9/4b-10/5b	DSST	1.03	10.09	0.59	1.47	1188	690	0.25	505	1258	115	0.0004	278	2.9*			
SF BL2 h	RC / TS	1.06	10.40	0.61	1.54	874	399	0.37	169	463	230	0.0004	134	1.2	0.0022	115	2.3
SF BL2 i	RC / TS	1.05	10.28	0.61	1.57	831	394	0.35	163	442	60	0.0001	196	1.6	0.0006	172	0.6
SF BL2n	RC / TS	1.11	10.92	0.59	1.42	1060	556	0.31	345	904	120	0.0001	223	1.6	0.0015	202	1.8
SF BL2o	RC / TS	1.07	10.52	0.60	1.51	916	439	0.35	207	560	250	0.0001	288	2.1	0.0014	263	1.4
SF BL2q	RC / TS	1.11	10.88	0.59	1.43	852	394	0.36	173	471	500	0.0001	359	1.1	0.0015	327	1.1
SF BL2r	RC / TS	1.11	10.92	0.59	1.42	970	468	0.35	244	658	0	0.0002	128	2.1	0.0004	116	1.4
											60	0.0001	241	1.8	0.0014	224	1.7
											120	0.0001	201	0.8	0.0005	187	0.9
											250	0.0001	272	1.2	0.0006	246	0.8
											500	0.0001	321	1.4	0.0006	297	0.7
											0	0.0002	150	2.6	-	-	-
											60	0.0001	241	1.8	0.0014	224	1.7
											120	0.0001	223	1.6	0.0015	202	1.8
											250	0.0001	288	2.1	0.0014	263	1.4
											500	0.0001	359	1.1	0.0015	327	1.1
											0	0.0002	128	2.1	0.0004	116	1.4
											60	0.0001	211	1.7	0.0007	189	1.1
											120	0.0001	201	0.8	0.0005	187	0.9
											250	0.0001	272	1.2	0.0006	246	0.8
											500	0.0001	321	1.4	0.0006	297	0.7
											0	0.0002	111	1.9	0.0034	82	3.0
											60	0.0001	187	1.7	0.0018	172	1.8
											120	0.0001	210	0.6	0.0019	182	1.6
											250	0.0002	277	1.5	0.0015	253	1.5
											500	0.0002	337	0.7	0.0020	314	0.8
											0	0.0001	162	1.6	0.0004	154	1.4
											60	0.0001	223	2.3	0.0004	212	1.2
											120	0.0001	242	1.3	0.0003	222	1.2
											250	0.0001	290	1.8	0.0003	272	1.2
											500	0.0001	348	1.8	0.0004	331	0.8

6.5.2.1 Risultati a bassi livelli di deformazione

Nell'interpretazione complessiva dei risultati a bassi livelli di deformazione si fa riferimento alle prove di taglio semplice, DSST e di taglio torsionale ciclico, TST, per le quali è stato possibile eseguire misure per ampiezze di deformazione minime nell'intervallo compreso tra 1.0 e  $4.0 \times 10^{-4}\%$ . Vengono escluse le prove in colonna risonante, RCT, eseguite per altro sugli stessi provini delle TST, le quali presentano spesso ampiezze minime di deformazione più elevate, comprese tra 1 e  $3 \times 10^{-3}\%$ , sempre superiori a quelle raggiunte nelle prove cicliche quasi-statiche.

Si può riscontrare che la rigidezza a piccole deformazioni  $G_0$  presenta una correlazione negativa con l'indice dei vuoti, confermata per tutti i livelli tensionali di prova (Fig. 6.30). Nell'intervallo dell'indice dei vuoti  $e$  in cui ricadono i provini, compreso tra 1.40 e 1.57, il valore della rigidezza al taglio  $G_0$  può subire una variazione relativa fino al 30%, per un dato livello tensionale.

Netto risulta anche il legame della rigidezza  $G_0$  con la tensione media efficace  $p'$ . Da un valore medio  $G_0=127$  MPa per  $p'=0$ , si evidenzia un aumento sempre meno pronunciato al crescere di  $p'$  che può essere interpolato con legge di potenza (Fig. 6.31).

Relativamente al rapporto di smorzamento  $D$ , i valori misurati ai minimi livelli di deformazione risultano molto dispersi ed i dati disponibili non permettono di assumere nessuna correlazione affidabile né con l'indice dei vuoti del materiale (Fig. 6.32), né con lo stato tensionale di prova (Fig. 6.33). Considerando quindi tutti i dati complessivamente, si ottiene un valore medio  $D_0=1.6\%$ , con una deviazione standard pari a  $\sigma_{D_0}=0.6$ .

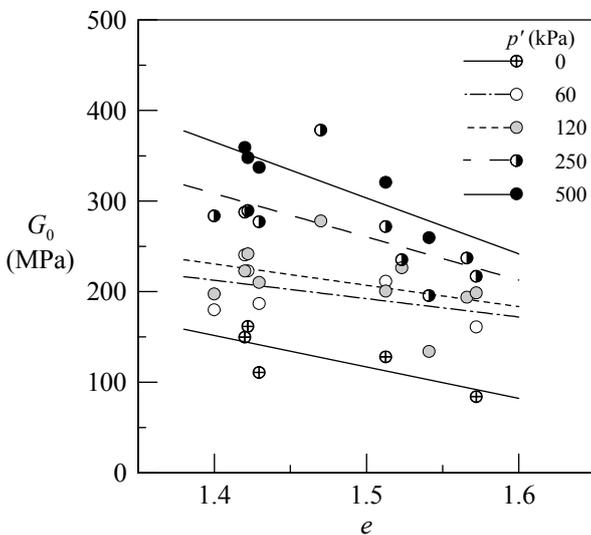


Figura 6.30 – Diagramma a dispersione del modulo di rigidezza a basse deformazioni  $G_0$  in funzione dell'indice dei vuoti  $e$ , con interpolazioni lineari eseguite indipendentemente per ciascun livello tensionale

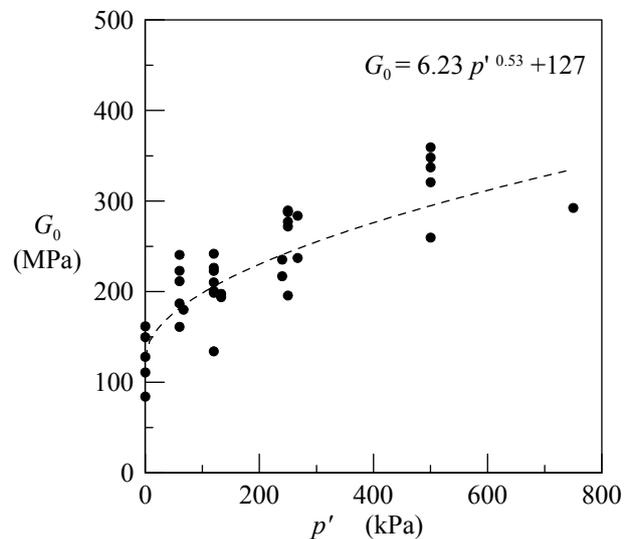


Figura 6.31 – Diagramma a dispersione di  $G_0$  con la tensione media  $p'$  ed interpolazione complessiva con una funzione di potenza.

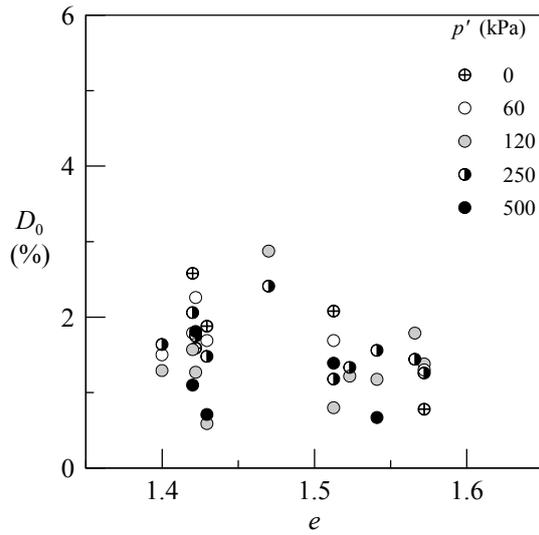


Figura 6.32 – Diagramma a dispersione del rapporto di smorzamento a basse deformazioni  $D_0$  in funzione dell'indice dei vuoti  $e$ .

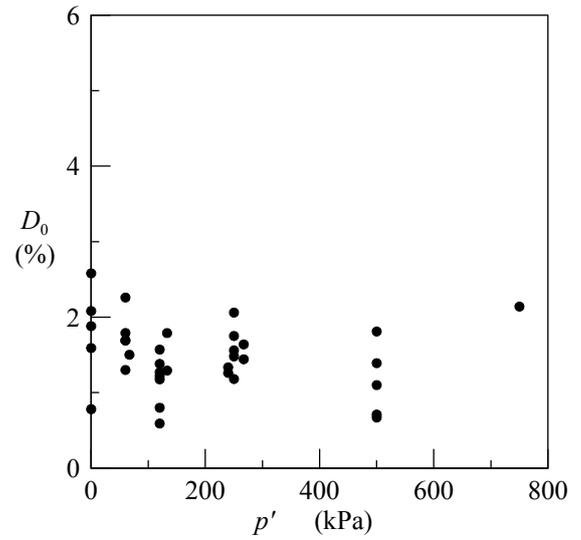


Figura 6.33 – Diagrammi a dispersione del rapporto di smorzamento a basse deformazioni  $D_0$  in funzione della tensione media di prova  $p'$ .

### 6.5.2.2 Comportamento per livelli di deformazione crescenti

Le **Figure 6.34, 6.35 e 6.36** mostrano i risultati di tutte le prove in termini di curve  $G-\gamma$  e  $D-\gamma$  per i vari livelli tensionali e per i tre tipi di prova: DSDSST, TST, RCT.

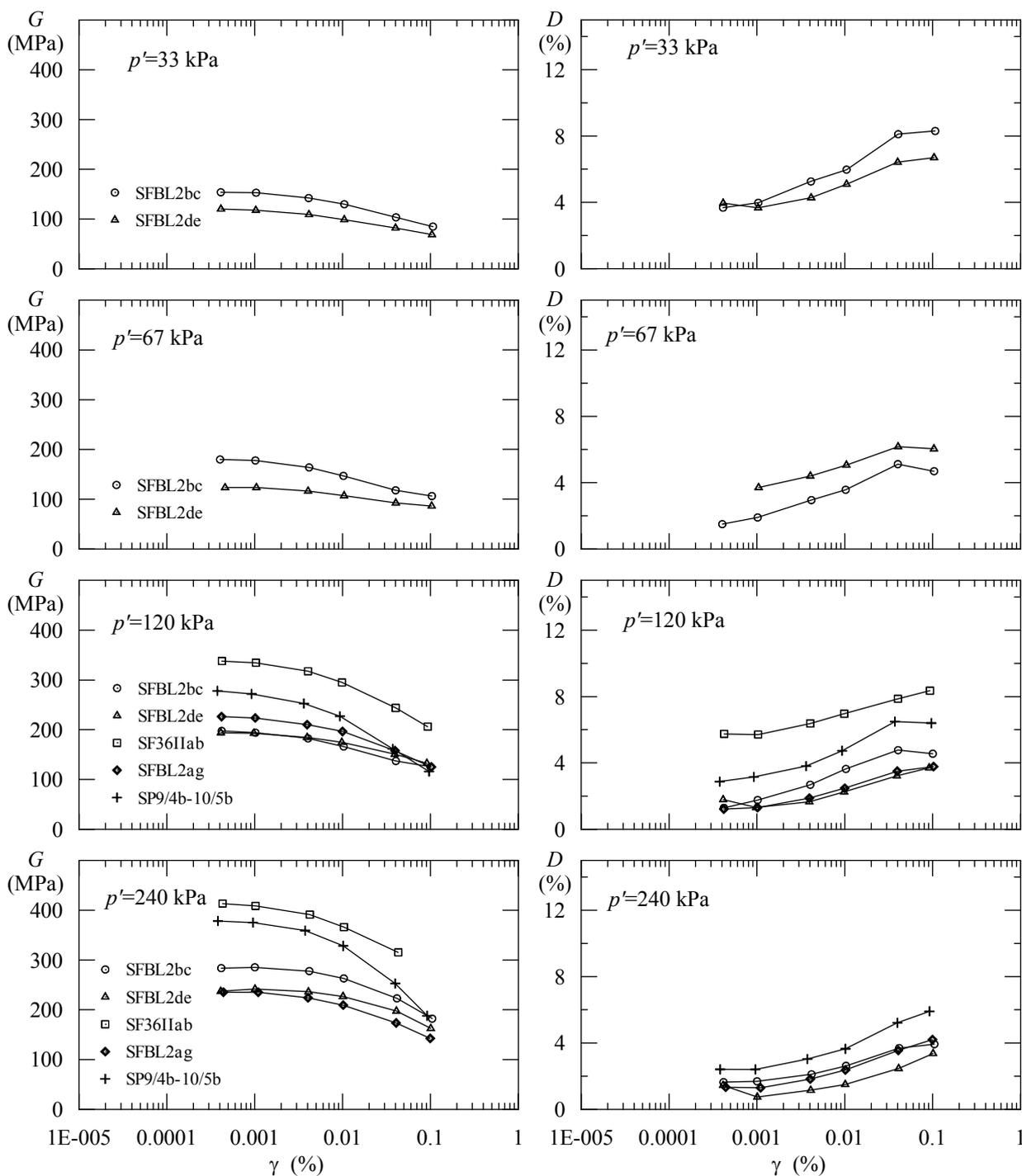


Figura 6.34 – Curve di decadimento del modulo  $G$  e del fattore di smorzamento  $D$  al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$  per prove DSDSS.

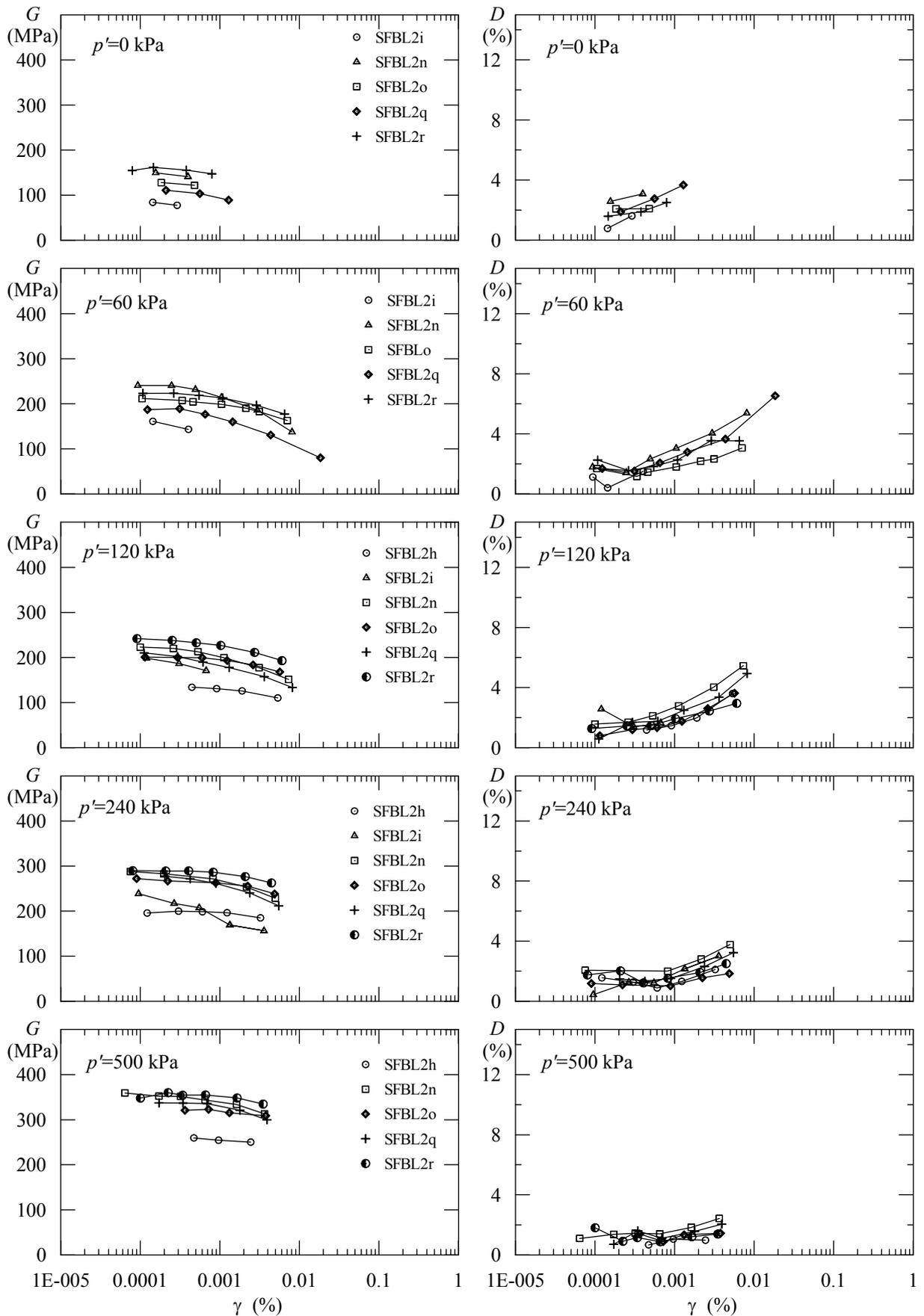


Figura 6.35 - Curve di decadimento del modulo  $G$  e del fattore di smorzamento  $D$  al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$  per prove TS.

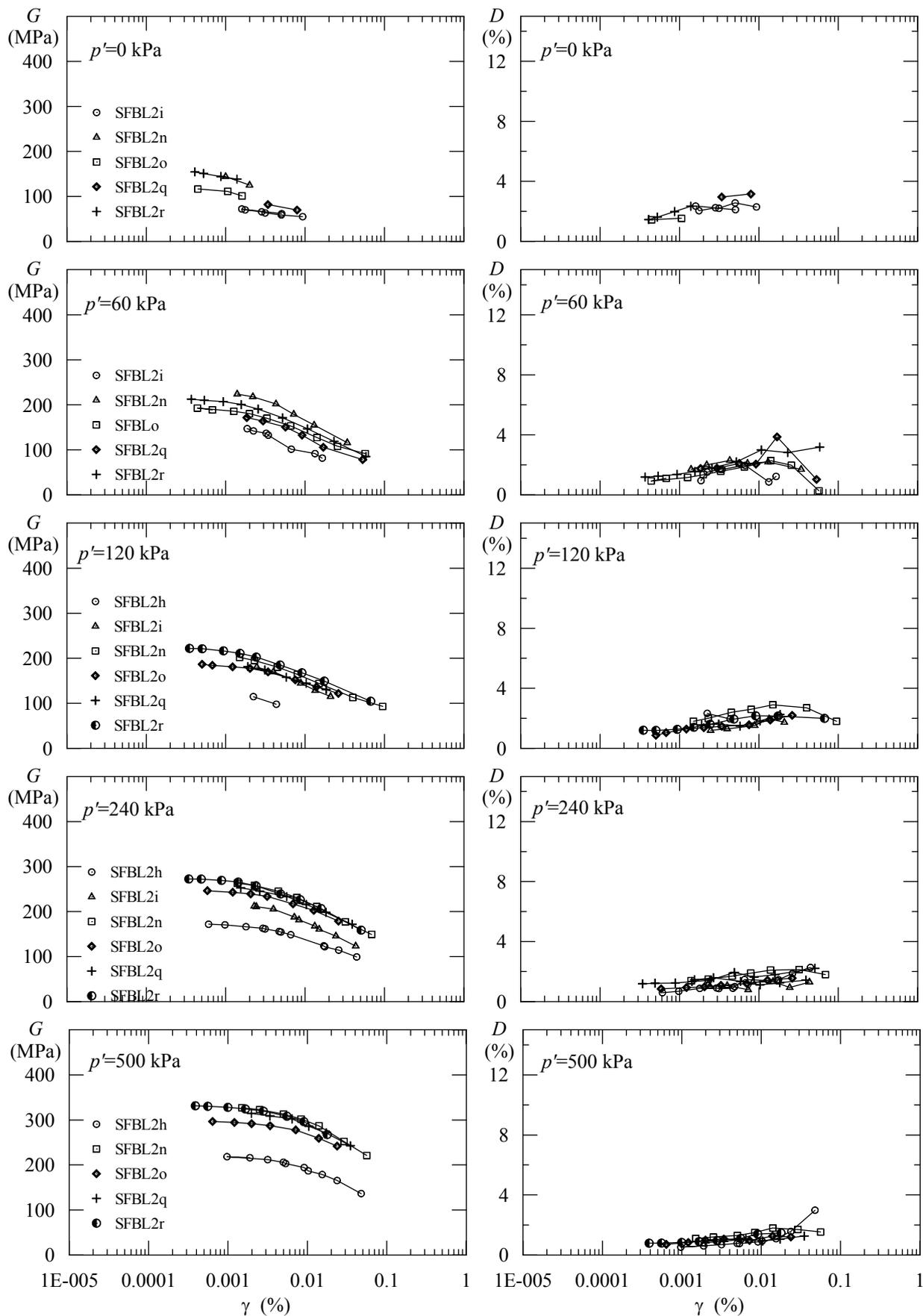


Figura 6.36 - Curve di decadimento del modulo  $G$  e del fattore di smorzamento  $D$  al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$  per prove RC.

L'andamento della rigidità al taglio non evidenzia un intervallo di deformazioni all'interno del quale il comportamento risulti strettamente lineare: alle curve  $G-\gamma$  manca infatti un tratto iniziale perfettamente orizzontale. Fissando convenzionalmente la soglia lineare  $\gamma_l$  in corrispondenza di una diminuzione del modulo  $G$  pari al 95% del valore massimo  $G_{max}$  (Vucetic, 1994), essa può essere riconosciuta, per bassi livelli tensionali, in corrispondenza del valore  $\gamma = 10^{-3}\%$ , con un aumento appena percettibile al crescere della tensione media efficace  $p'$ , fino a circa  $3-4 \times 10^{-3}\%$  per  $p' = 500$  kPa. Tali valori sembrano confermati anche dall'andamento del fattore di smorzamento, che presenta una netta rottura di pendenza proprio nell'intorno di  $\gamma = 10^{-3}\%$ .

L'interpolazione dei dati di rigidità non è stata eseguita direttamente sui valori del modulo, quanto sui valori normalizzati rispetto al valore massimo ottenuto a basse deformazioni:  $G/G_{max}$ . Le interpolazioni sono state eseguite inoltre in maniera distinta per i tre tipi di prova eseguiti e per ciascun livello tensionale.

La funzione interpolante utilizzata è del tipo:

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \ln \left( \left( \frac{A}{\gamma} \right)^B \right) \right] \right\} \quad (6.14)$$

con  $\gamma$  espressa in percentuale. È stato usato un processo di regressione non lineare mediante minimizzazione della somma dei quadrati degli errori. Le coppie dei parametri ( $A$ ,  $B$ ) ottenute da ciascuna interpolazione sono riportate in **Tabella 6.4**. Da tale procedura sono state escluse le curve  $G-\gamma$  per le quali non era stato possibile eseguire misure per ampiezze di deformazione inferiori ad almeno  $5 \times 10^{-3}\%$ , ritenendo che da esse non fosse possibile stabilire un vero valore  $G_{max}$ .

Nella **Figura 6.37** è evidente l'evoluzione della rigidità interpolata al crescere della deformazione, mentre nella **Figura 6.38** sono evidenziate le differenze registrate dai tre diversi tipi di prova. Per tutti e tre i livelli tensionali si riscontra un decadimento più rapido nelle prove di taglio torsionale ed uno più lento per le prove di taglio semplice, attorno ai valori centrali rappresentati dalle prove di colonna risonante.

Tabella 6.4 – Parametri caratterizzanti le funzioni di interpolazione secondo la funzione (6.14) ottenute per sei diversi valori della tensione media e per i tre tipi di prova.

$p'$ (kPa)	DSST		TST		RCT	
	$A$	$B$	$A$	$B$	$A$	$B$
0	-	-	0.007	0.590	0.004	0.993
33	0.154	0.320	-	-	-	-
60	0.236	0.294	0.019	0.401	0.037	0.419
120	0.143	0.350	0.022	0.405	0.050	0.397
250	0.166	0.416	0.030	0.460	0.060	0.440
500	-	-	0.070	0.420	0.090	0.450

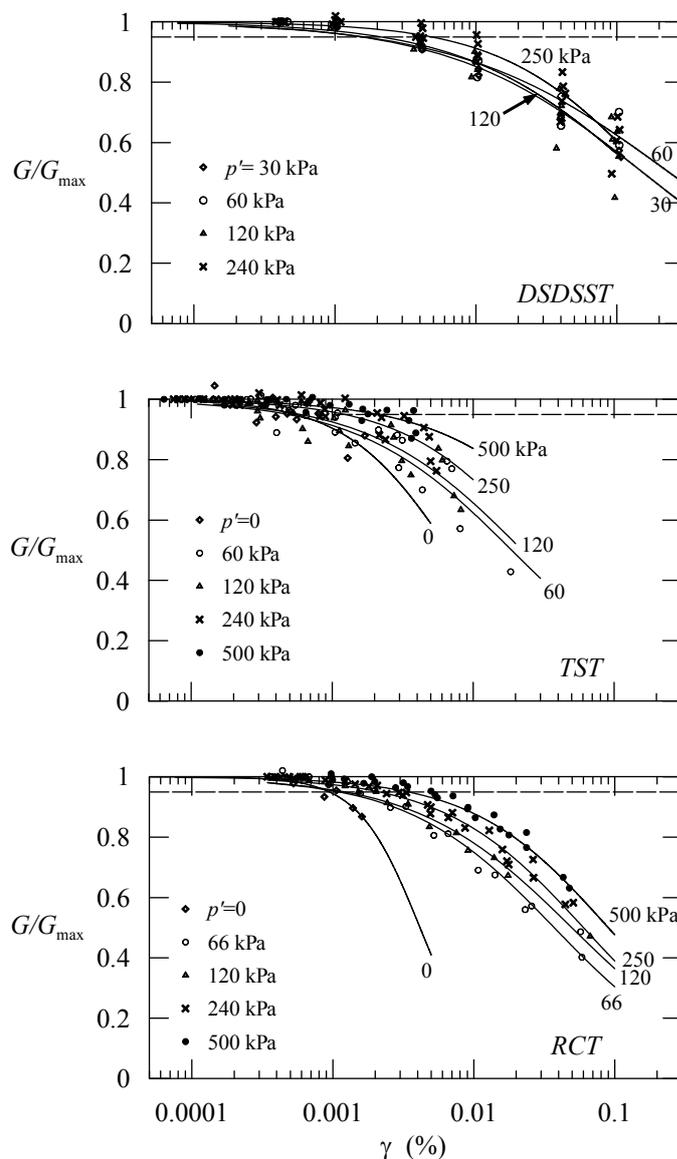


Figura 6.37 – Interpolazioni dell'andamento del modulo normalizzato  $G/G_{\max}$  al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$  con funzioni del tipo riportato nella (6.14).

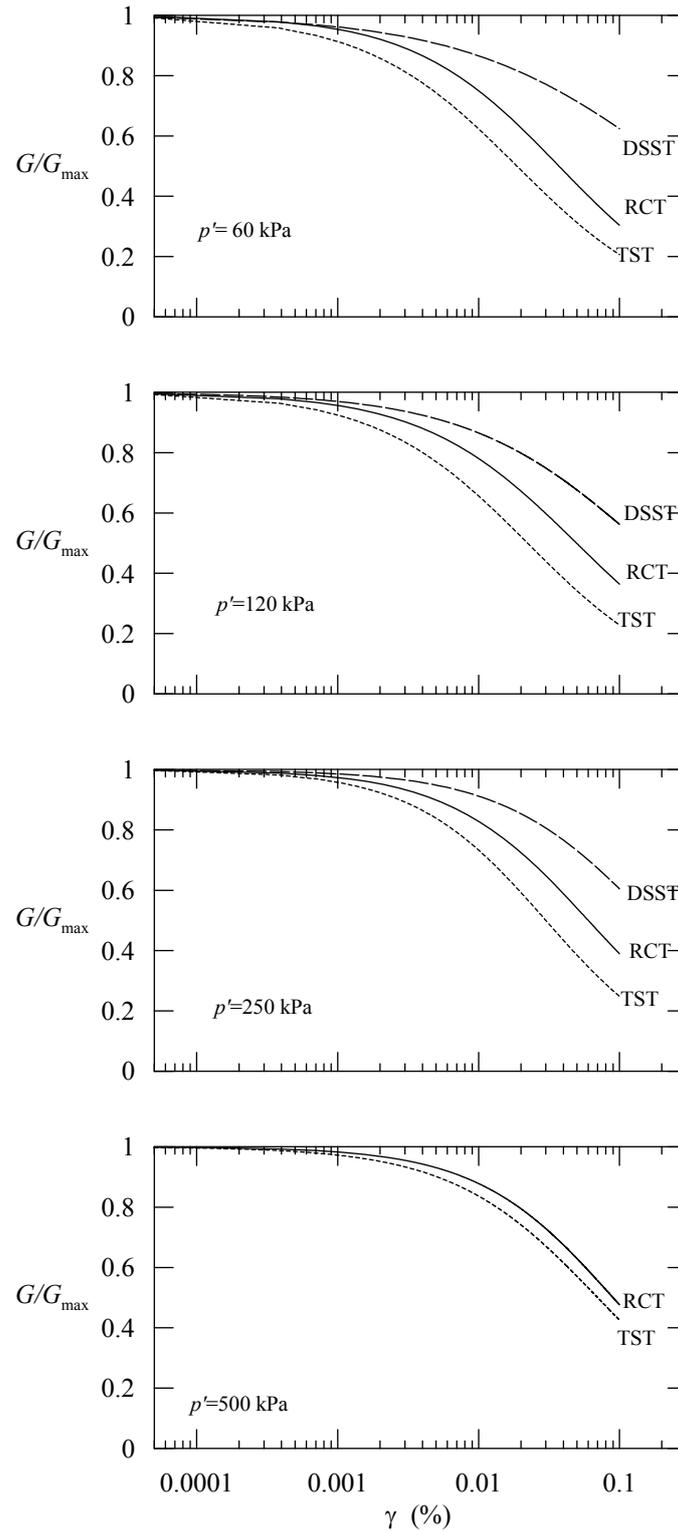


Figura 6.38 – Confronto delle funzioni interpolanti il modulo normalizzato per i diversi tipi di prove, a parità di tensione media  $p'$ .

Una generalizzazione dell'evoluzione dello smorzamento al crescere della deformazione appare più complessa. Le prove di colonna risonante forniscono sistematicamente valori del fattore di smorzamento  $D$  più bassi degli altri tipi di prova, contestualmente ad una crescita molto più attenuata con l'ampiezza di deformazione  $\gamma$  e, talvolta, addirittura una diminuzione di  $D$  per  $\gamma > 0.01\%$ . Il dettagliato esame dei risultati di prova ha condotto alla conclusione che il metodo per la stima del rapporto di smorzamento a partire dalla curva di risposta in frequenza, mediante il metodo della larghezza di banda (cfr. **Paragrafo 6.5.1.3**), non è affidabile per materiali dotati di una spiccata non linearità.

Per tali ragioni si è creduto opportuno escludere le prove di colonna risonante ed eseguire le interpolazioni sui soli risultati provenienti da prove DSS e TS, utilizzando una semplice legge di potenza del tipo:

$$D = m \cdot \gamma^n \tag{6.15}$$

con  $\gamma$  e  $D$  espressi in %.

La **Tabella 6.5** riporta i parametri  $m$  ed  $n$  ottenuti nell'interpolazione dei risultati, mentre la **Figura 6.39** mostra i dati di laboratorio e le curve interpolanti.

Tabella 6.5 – Parametri caratterizzanti le funzioni di interpolazione dello smorzamento secondo la funzione (6.15) ottenute per cinque diversi valori della tensione media.

$p'$ (kPa)	$m$	$n$
0	62.8	0.422
60	12.3	0.242
120	7.9	0.208
250	5.3	0.169
500	2.5	0.096

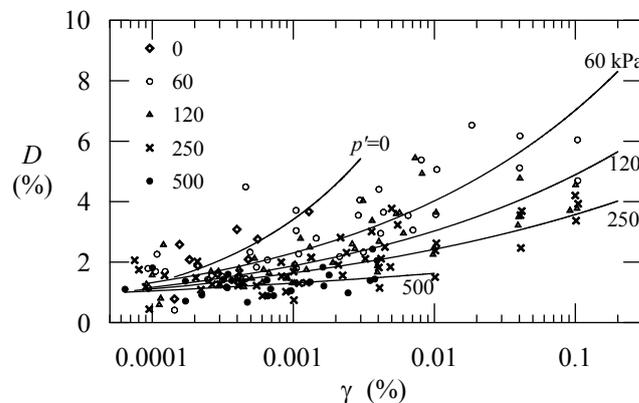


Figura 6.39 – Risultati sperimentali in termini di rapporto di smorzamento  $D$  per l'insieme delle prove DSS e TS, con curve interpolanti mediante funzioni di potenza (6.15) per ciascun livello tensionale.

## 7 ANALISI DELLA RISPOSTA SISMICA DEL COLLE DI ORVIETO ED INFLUENZA DELLE CAVITÀ

Le analisi numeriche descritte nel presente capitolo simulano la risposta dinamica del Colle di Orvieto. In esse si tiene conto innanzi tutto dei fattori stratigrafici e morfologici del sito, mediante la costruzione di un modello numerico bidimensionale che riproduce una sezione verticale tipica del Colle. Relativamente al litotipo più tenero, che può maggiormente condizionare la risposta in superficie, viene fatto uso delle caratteristiche meccaniche e dinamiche determinate nella caratterizzazione di laboratorio esposta nel **Capitolo 6**. Viene quindi considerata la presenza di cavità cilindriche superficiali per analizzarne l'influenza sulla risposta sismica, in relazione ad alcune tipiche geometrie riscontrabili nella realtà del sottosuolo orvietano.

La significatività delle analisi risiede nelle possibilità di tenere in conto contemporaneamente dei diversi fattori e poter valutare la loro importanza relativa nella definizione della pericolosità sismica di una condizione geotecnica e morfologica che si riscontra, oltre che ad Orvieto, in numerosi centri abitati dell'Italia centrale.

### 7.1 Il modello numerico

#### 7.1.1 Il codice di calcolo

Il modello bidimensionale è stato implementato nel codice alle differenze finite FLAC (Itasca, 2011). Tale programma di calcolo consente la risoluzione del problema tensio-deformativo in mezzi continui attraverso la risoluzione esplicita dell'equazione del moto applicata ai nodi di una griglia di calcolo (**Fig. 7.1**). L'equilibrio di ciascun nodo, al quale concorrono le forze esterne applicate, le forze di volume delle zone adiacenti, nonché quelle equivalenti allo stato di sforzo interno alle zone stesse, consente la risoluzione del campo di velocità dei nodi e, conseguentemente, degli incrementi di deformazione della griglia, ad ogni passo temporale. Le leggi del legame costitutivo sono applicate per ottenere l'incremento del tensore degli sforzi e per aggiornare quindi lo stato tensionale agente, prima della ripetizione del ciclo nel passo temporale successivo con una nuova imposizione dell'equilibrio. La convergenza è raggiunta quando tutte le forze risultanti dall'equilibrio di ciascun nodo (dette forze sbilanciate) si mantengono inferiori ad una soglia prefissata. Le condizioni al contorno possono essere fornite in termini di forze esterne applicate o di velocità imposte ai nodi.

Il codice fa uso in effetti di zone quadrangolari nelle quali la componente isotropa dei tensori di deformazione e degli sforzi è omogenea. Seguendo la tecnica di discretizzazione mista (Marti e Cundall, 1982), tutte le altre grandezze (componenti deviatoriche dei tensori, forze e velocità nodali) vengono prima calcolate indipendentemente per ciascuna delle due coppie di triangoli nelle quali può essere suddivisa ogni zona quadrangolare, e poi mediate.

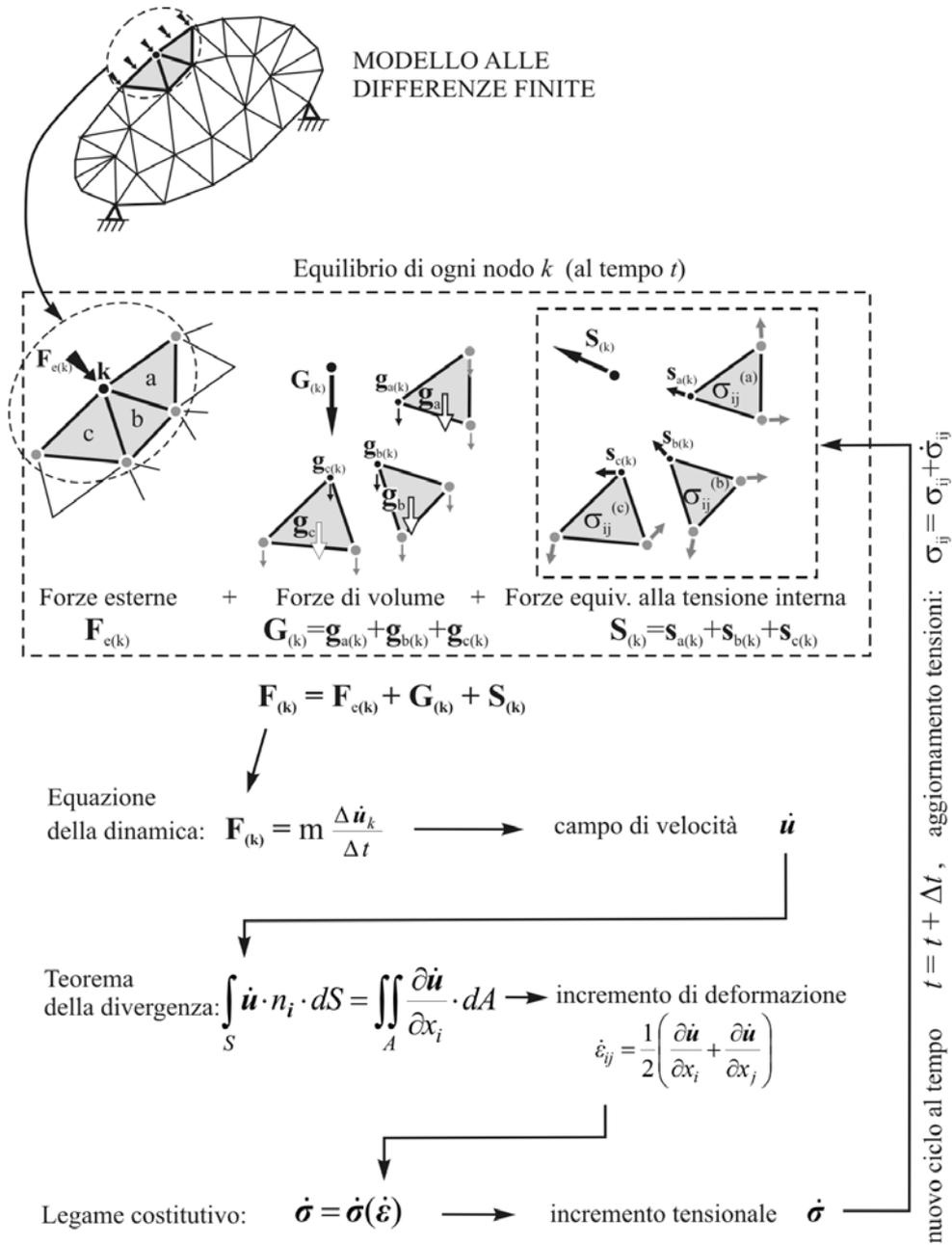


Figura 7.1 – Schema del ciclo di calcolo elementare utilizzato nella risoluzione dello stato tensio-deformativo di un mezzo continuo dal codice alle differenze finite FLAC. Per semplicità è indicata una discretizzazione mediante zone triangolari, differente da quella mista effettivamente implementata nel codice (quadrangoli con suddivisione in due diverse coppie di triangoli).

### 7.1.2 La geometria del modello

La griglia di calcolo è stata costruita seguendo un profilo semplificato di una tipica sezione verticale passante per il centro del Colle di Orvieto, approssimativamente secondo la direzione NNW-SSE, corrispondente alla minima larghezza della piastra (circa 600 m). Tale giacitura è ortogonale alla direzione di massima elongazione della piastra (circa 1500 m) e risulta pertanto più adatta ad una modellazione bidimensionale di uno stato di deformazione piano, per il quale l'estensione del modello in direzione ortogonale al piano dell'analisi è supposta indefinita.

La morfologia prevede una piastra simmetrica con superficie superiore orizzontale e pareti laterali verticali di 60 m di altezza. Il pendio sottostante presenta una pendenza omogenea 1:3 per ulteriori 100 m di dislivello fino al fondovalle (**Fig. 7.2**).

La stratigrafia può essere così sintetizzata. Dall'alto verso il basso, il piastrone è costituito da un primo strato di pozzolana debolmente cementata spesso 20 m, a cui segue uno strato di pozzolana a maggior grado di cementazione, di spessore pari a 10 m, a sua volta sovrapposto ad un banco di tufo potente 30 m. Al di sotto della placca lapidea si estende il substrato argilloso, avente uno spessore complessivo di 300 m, che poggia infine sul basamento roccioso. Non è stata considerata la variabilità della parte più superficiale del deposito argilloso lungo il pendio, dove in effetti si riscontra una fascia ammorbidita del substrato ed una coltre di frana rimaneggiata (**Paragrafo 6.2**). Tale dettaglio ha un'influenza trascurabile sulla risposta sismica sulla superficie della piastra.

La successione piroclastica adottata, pur non potendo considerarsi univocamente rappresentativa delle condizioni geotecniche sull'intera estensione della piastra, costituisce una delle stratigrafie più frequentemente riscontrate, in particolare sul lato Sud della rupe (Muzzi *et al.*, 2001; Rotonda *et al.*, 2002; Tommasi *et al.*, 2006). Gli strati più superficiali di pozzolana sono qui interessati da fitte reti di cavità di origine antropica, disposte talvolta su più livelli (Bizzari, 1998; Leoni e Satolli, 1983).

Le cavità sono state modellate secondo una geometria cilindrica a sezione circolare con raggio 2.5 m (**Fig. 7.3**), valore rappresentativo delle massime dimensioni effettivamente riscontrabili nel sottosuolo orvietano. Sono state eseguite analisi con cavità singole o con cavità affiancate (ad interasse di 50, 25 o 10 m), tutte disposte nel deposito di pozzolana debolmente cementata con una profondità dei centri di 5.0 m (minimo spessore della copertura 2.5 m).

Le zone della griglia di calcolo hanno dimensione massima di  $L=3.0$  m, tale da consentire la corretta simulazione di onde elastiche fino alle frequenze di interesse (**Fig. 7.4**). Infatti, anche in corrispondenza della minima velocità di propagazione prevista ( $V_S=500$  m/s), la massima frequenza di contenuto energetico apprezzabile, pari a 20 Hz, corrisponde ad una lunghezza d'onda  $\lambda_{\min}=25$  m. Secondo le indicazioni di Kuhlemeyer e Lysmer (1973), un'accurata discretizzazione del continuo per la simulazione di tale onda dovrebbe avere dimensione massima  $L_{\max}=\lambda_{\min}/8=3.1$ . E' verificato pertanto che  $L < L_{\max}$ .

Al fine di poter adeguatamente rappresentare anche cavità di piccolo raggio ( $a=2.5$  m), la piastra piroclastica presenta una griglia più fitta, con dimensione massima di 0.5 m (**Fig. 7.4**).

Le condizioni al contorno prevedono una serie di smorzatori viscosi sulla base inferiore, a costituire una frontiera di tipo assorbente, e condizioni di tipo *free-field* sulle frontiere verticali

lateral, capaci di simulare con maggiore accuratezza una propagazione monodimensionale di onde verticali (**Fig. 7.2**).

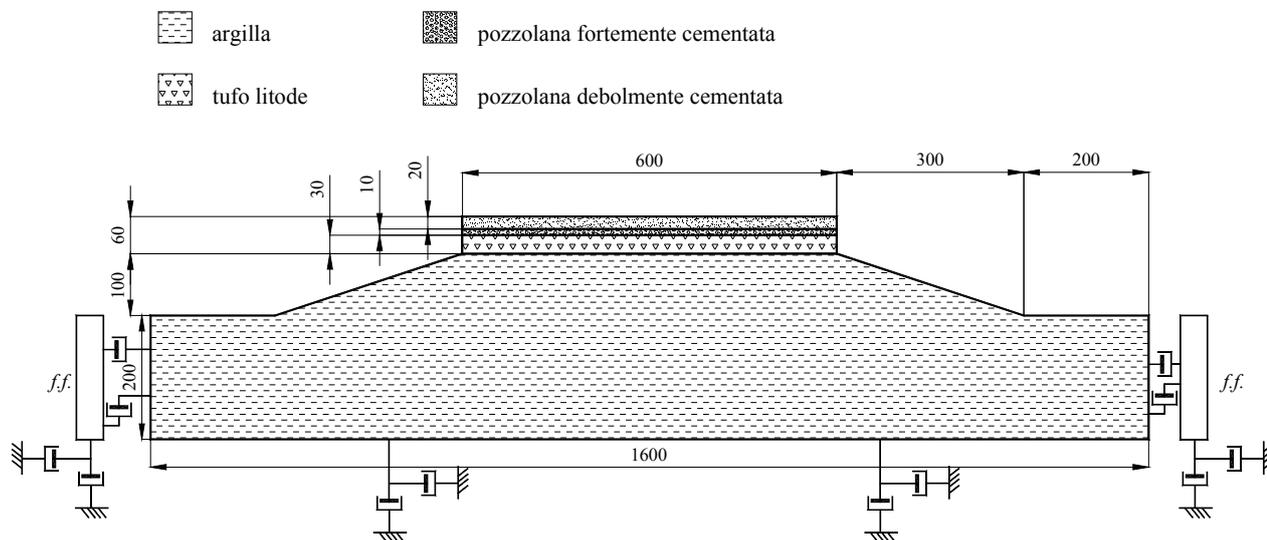


Figura 7.2 – Geometria del modello numerico, suddivisione dei materiali ed indicazione del tipo di condizioni al contorno (quote espresse in metri).

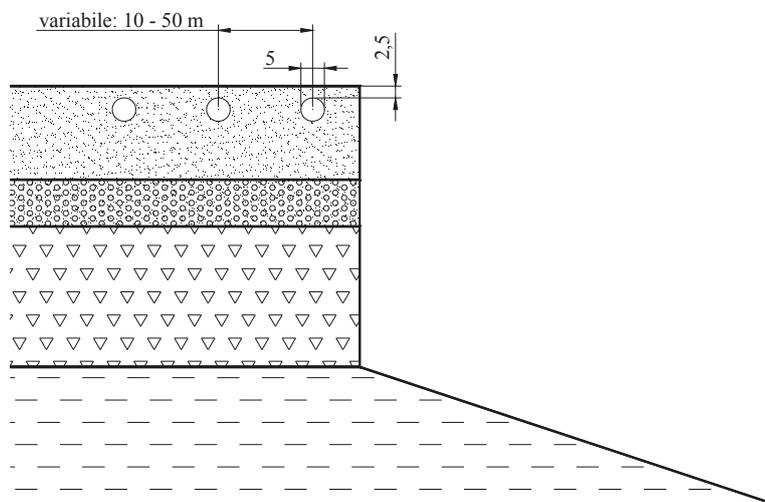


Figura 7.3 – Particolare della geometria del bordo della piastra piroclastica con schema tipico delle cavità cilindriche (quote espresse in metri).

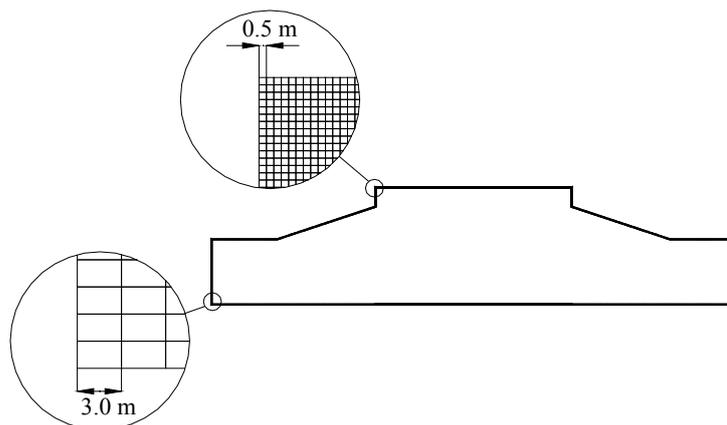


Figura 7.4 – Dimensioni massime della griglia di calcolo del modello numerico.

### 7.1.3 Caratteristiche meccaniche dei materiali

Le caratteristiche meccaniche dinamiche della Pozzolana debolmente cementata non sono state derivate solo dalle prove di laboratorio descritte nel precedente Capitolo. Il prelievo circoscritto ai due blocchi informi, estratti dalla parete della cavità n°508, limita significativamente la rappresentatività del campione di provini rispetto all'eterogeneità del litotipo, esteso a gran parte della piastra piroclastica. Inoltre si deve considerare anche la generale difformità tra il comportamento dei materiali alla scala del campione e quello alla scala del sito, in particolar modo per quanto riguarda la rigidità a bassi livelli di deformazione. Tutto ciò ha indotto a far riferimento ai risultati di due prove in situ che hanno interessato questo materiale (Fig. 6.18): una misura della velocità delle onde di tipo Cross Hole tra fori di sondaggio sub verticali, realizzata in prossimità del margine della piastra piroclastica, nella zona di S. Francesco (Lupoi, 2000), ed una misura di velocità delle onde superficiali, tipo SASW, condotta sul pavimento di una cavità posta nelle vicinanze del primo sito e censita al n°536 (Rosa, 2001).

I risultati delle due prove in situ sono riportati nella **Figura 7.5** in termini di profili verticali della velocità delle onde di taglio  $V_S$ . Se si escludono i primi metri a quota più elevata del profilo SASW, che rappresentano la fascia di materiale disturbato dallo scavo posta subito sotto il pavimento della cavità, le due determinazioni offrono risultati fortemente coerenti, con valori della velocità  $V_S$  compresi tra 400 e 570 m/s nell'intervallo di profondità in cui i sondaggi hanno intercettato la Pozzolana debolmente cementata (tra 0 e 28 m). Nel diagramma sono riportati anche i valori di velocità misurati con trasduttori a contatto su campioni cilindrici estratti dal carotaggio eseguito per la misura Cross Hole (Rosa, 2001), ed, in rosso, il valore medio ottenuto dalle misure di  $G_0$  mediante prove cicliche per un valore di tensione efficace media  $p'=120$  kPa (rappresentativo delle condizioni tensionali medie in corrispondenza della mezzeria dello strato).

Da questi risultati è stata dedotta una velocità delle onde di taglio media, rappresentativa dell'intero strato di Pozzolana debolmente cementata, pari a  $V_S=500$  m/s. Alla rigidità iniziale corrispondente (calcolata per un valore del coefficiente di Poisson  $\nu=0.3$ ), si associa, nelle analisi non lineari, un'evoluzione coerente con le curve della rigidità normalizzata  $G/G_0$ , al crescere dell'ampiezza di deformazione  $\gamma$ , ricavate dall'elaborazione delle prove cicliche e dinamiche descritte nel **Capitolo 6**.

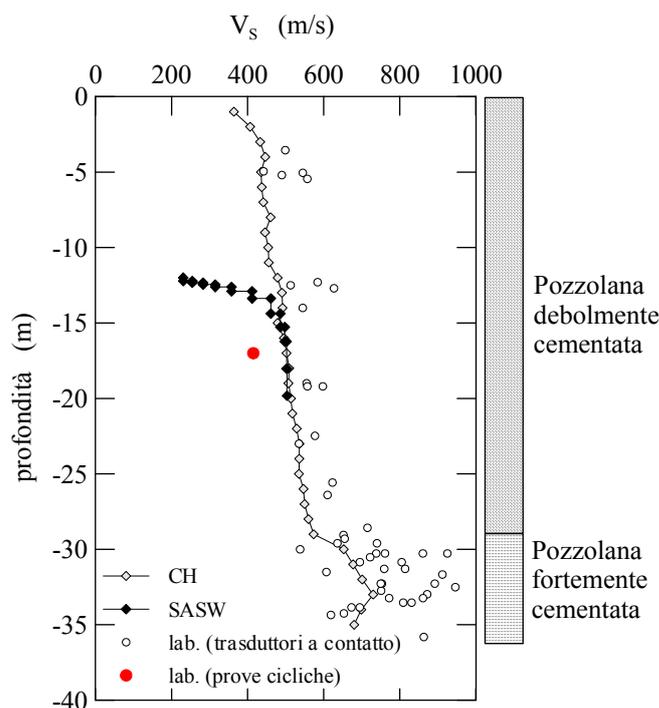


Figura 7.5 – Risultati, in termini di velocità delle onde elastiche di taglio  $V_s$ , delle prove in sito che hanno interessato la Pozzolana debolmente cementata; sono riportate anche le velocità determinate mediante trasduttori a contatto sui provini cilindrici estratti dal sondaggio realizzato per le misure Cross-Hole.

Per le caratteristiche della pozzolana fortemente cementata, si è fatto riferimento alle prove di laboratorio ed alle indagini Cross-Hole riportate in Rosa (2001), Muzzi *et al.* (2001), Rotonda *et al.* (2002).

Per il tufo lapideo, si è fatto riferimento alla caratterizzazione in campo statico e dinamico (limitatamente a misure di velocità delle onde su campioni di laboratorio) riportata in Verrucci (1998), Tommasi e Ribacchi (1998) ed alle prove di taglio semplice ciclico eseguite da Pagliaroli (2006 b).

Per quanto riguarda l'argilla sovraconsolidata Muzzi *et al.* (2001) riportano le caratteristiche dinamiche in campo lineare. Per le caratteristiche non lineari, espresse in termini di curve di decadimento del modulo e di curve di smorzamento, si è fatto riferimento a dati di letteratura riferiti all'argilla sovraconsolidata di Todi, di caratteristiche molto simili (Rampello e Pane, 1988).

Nella **Tabella 7.1** sono riportate la densità e le caratteristiche elastiche di tutti i materiali (in termini di velocità delle onde S,  $V_s$ , e del coefficiente di Poisson,  $\nu$ ).

Tabella 7.1 – Densità e caratteristiche elastiche dei materiali modellati nelle analisi numeriche

	densità	velocità onde di taglio	coeff.di Poisson	modulo elas. di taglio
	$\rho$ Mg/m <sup>3</sup>	$V_s$ m/s	$\nu$ -	$G_{max}$ MPa
Pozzolana debolmente cementata	1.35	500	0.3	340
Pozzolana fortemente cementata	1.35	660	0.3	590
Tufo lapideo	1.30	900	0.3	1053
Argilla	2.14	600	0.5	770
Basamento roccioso	2.60	2200	0.2	12580

Una parte delle analisi è stata eseguita utilizzando il modello visco-elastico lineare per tutti i materiali, utilizzando uno smorzamento alla Rayleigh con rapporto di smorzamento  $\zeta$  di circa lo 0.5%. In questa formulazione i nodi della griglia sono sottoposti a forze di smorzamento di tipo viscoso proporzionali alla massa ed alla rigidità del sistema secondo le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente; di conseguenza il rapporto di smorzamento  $\zeta$  risulta variabile con la frequenza del modo di vibrare secondo la relazione (5.8). Nel caso particolare in questione, utilizzando i coefficienti  $\alpha=0.051836$  e  $\beta=0.000174$ , si ottiene la curva del rapporto di smorzamento mostrata in **Figura 7.6**, con smorzamento minimo  $\zeta_{\min}=0.3\%$  per la frequenza  $f_{\min}=2.75$  Hz. Tali valori consentono di mantenere l'entità dello smorzamento sui livelli prescelti per un ampio intervallo di frequenze. Infatti  $\zeta$  si mantiene su livelli non troppo lontani dal valore medio anche per le frequenze fondamentali del problema, rappresentate dalla frequenza di massima ampiezza spettrale del moto di input ( $f_{\text{input}}=4$  Hz), per la quale  $\zeta=0.33\%$ , e dalla frequenza di risonanza in condizioni monodimensionali dell'intera sequenza stratigrafica modellata ( $f_{\text{stratigr}}=1.3$  Hz) per la quale  $\zeta=0.38\%$ .

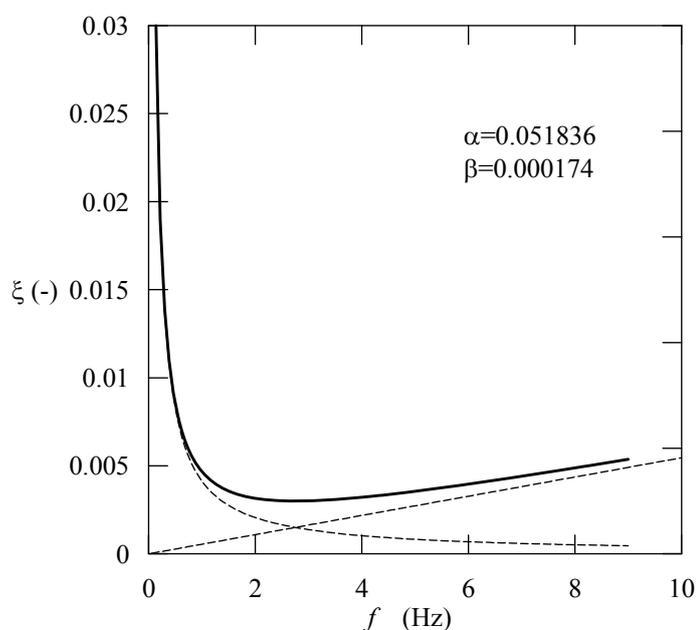


Figura 7.6 – Rapporto di smorzamento  $\zeta$  in funzione della frequenza  $f$  per la scelta dei coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  della formulazione dello smorzamento alla Rayleigh. Sono indicate con tratteggio la quota parte dello smorzamento associata alla massa, con legge lineare crescente, e quella associata alla rigidità del sistema, con legge iperbolica decrescente.

Per le analisi nelle quali si è tenuto conto della non linearità dei materiali, si è fatto uso di modelli isteretici che, accanto alla quota di smorzamento alla Rayleigh, prevedono un decadimento del modulo di taglio al progredire della deformazione ed un contestuale smorzamento del moto per dissipazione dell'energia nei cicli di isteresi. Questo tipo di legame costitutivo può essere univocamente individuato dalla curva di decadimento del modulo, espressa in termini del valore normalizzato rispetto al modulo massimo  $M=G/G_{\max}$ .

Le curve di decadimento utilizzate nelle analisi si presentano nella forma di una funzione sigmoide a due parametri, del tipo:

$$M = \frac{G(\gamma)}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{\log_{10}(\gamma) - L_0}{b}}} \quad (7.1)$$

I parametri  $b$  ed  $L_0$  sono stati determinati, in prima istanza, attraverso un processo di interpolazione dei dati sperimentali di rigidezza normalizzata. Il modello isteretico così determinato genera tuttavia uno smorzamento differente da quello ottenuto sperimentalmente. Si è quindi proceduto ad una calibrazione della curva del modulo normalizzato, in maniera da raggiungere un nuovo modello che potesse simulare contestualmente sia l'evoluzione dello smorzamento, sia il decadimento della rigidezza, seppur con un minor grado di precisione rispetto all'interpolazione di prima istanza.

Nella **Figura 7.7** sono quindi riportati, per ogni singolo materiale, i dati sperimentali o di letteratura che costituiscono il *target* del modello, la curva della funzione sigmoide che interpola i dati di laboratorio della sola rigidezza normalizzata, ed infine la curva della nuova funzione (anch'essa di tipo sigmoide) ottenuta dalla calibrazione che tiene conto contemporaneamente di rigidezza e smorzamento. Quest'ultima rappresenta la funzione di decadimento effettivamente implementata nel modello numerico.

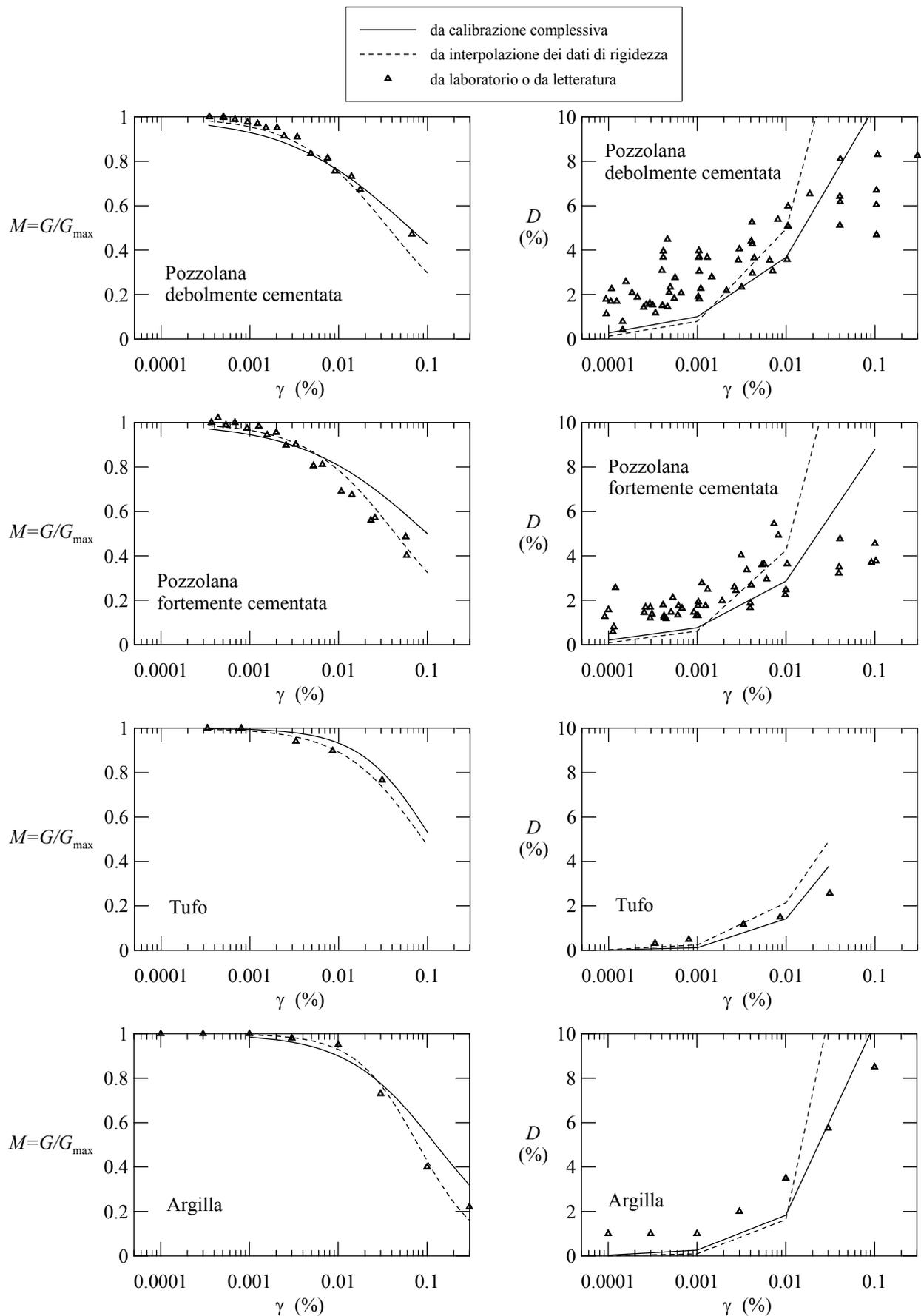


Figura 7.7 – Evoluzione non lineare della rigidezza al taglio normalizzata  $M$  e del rapporto di smorzamento  $D$  per i materiali delle analisi numeriche. Le funzioni indicate con linea continua sono quelle effettivamente implementate nel modello.

Si evidenzia che allo smorzamento complessivo che agisce nel corso delle analisi numeriche contribuisce anche quello di Rayleigh, indipendentemente dal livello di deformazione raggiunta; il rapporto di smorzamento complessivamente attivo è costituito da quello rappresentato nelle curve di interpolazione di **Figura 7.7** più il valore di base  $\xi=0.33\%$ .

In **Tabella 7.2** sono riportati i valori dei parametri  $b$  e  $L_0$  di tutte le funzioni considerate.

Tabella 7.2 – Parametri delle funzioni di tipo sigmoide (relazione 7.1) ottenute nella calibrazione dei modelli isteretici mediante interpolazione dei soli dati di rigidezza normalizzata e mediante calibrazione complessiva di rigidezza e smorzamento (quest'ultime effettivamente implementate nel modello per le analisi non lineari).

	da interpolazione dati di rigidezza		da calibrazione complessiva	
	$b$	$L_0$	$b$	$L_0$
Pozzolana debolmente cementata	-0.51	-1.44	-0.70	-1.20
Pozzolana fortemente cementata	-0.49	-1.36	-0.70	-1.00
Tufo lapideo	-0.45	-1.05	-0.40	-0.95
Argilla	-0.35	-1.10	-0.50	-0.90

## 7.2 Definizione dell'input sismico

Come già detto, gli obiettivi dello studio esulano da una completa valutazione del rischio sismico del sito di Orvieto, ma vogliono verificare quale sia l'influenza dei vari fattori di tipo geotecnico e morfologico sulla risposta sismica, in presenza di un forte terremoto. Per tali ragioni si è creduto opportuno individuare il moto sismico di riferimento da applicare alla base del modello numerico, il cosiddetto *input sismico*, attraverso un procedimento che si basa su analisi della sismicità storica e su studi sismo-tettonici, ma che non fa uso di valutazioni di tipo probabilistico. Si tratta in sostanza di un'analisi di tipo deterministico che consente di ottenere alcuni accelerogrammi rappresentativi dei più intensi eventi sismici che si siano mai storicamente osservati nel sito.

L'analisi della sismicità storica, condotta originariamente da Muzzi *et al.* (2001) e poi aggiornata fino ai più recenti terremoti del 2009, è stata eseguita mediante la redazione di un catalogo di sito in cui sono stati raccolti tutti gli eventi che in passato hanno interessato Orvieto con intensità al sito  $I_S \geq IV$  MCS. Una prima selezione di eventi è stata effettuata estraendo dal catalogo parametrico dei terremoti italiani dell'INGV (Camassi e Stucchi, 1997) tutti gli eventi sismici con distanza epicentro-sito  $\leq 300$  km, applicando ad essi una legge di attenuazione isotropa dell'intensità macrosismica, e verificando infine quelli che producono un risentimento calcolato per via teorica superiore alla soglia prefissata di IV MCS. Questo insieme di terremoti è stato quindi integrato con gli eventi che, secondo le fonti storiche, hanno fornito realmente in passato intensità al sito  $I_S \geq IV$  MCS, indipendentemente dalla distanza epicentro-sito.

Nel complesso sono stati individuati 82 terremoti la cui distribuzione epicentrale è riportata in **Figura 7.8**. La maggior parte degli eventi del catalogo (circa il 60%) ha una distanza media epicentrale di 70-80 km e ha origine nell'Appennino umbro. Tra questi, i più significativi sono i terremoti di Norcia del 1328 ( $I_0=X$  MCS,  $I_S=VI$  MCS) e del 1703 ( $I_0=X$  MCS,  $I_S=VI-VII$  MCS) e quello di Gualdo Tadino del 1751 ( $I_0=X$  MCS,  $I_S=VI$  MCS). Numerosi eventi (circa il 25%) sono caratterizzati da distanze epicentrali dell'ordine di 10-20 km e hanno origine principalmente in

corrispondenza della valle del Paglia-Tevere e degli apparati vulcanici vulsino e dell'Amiata. Tra questi, l'evento più significativo è quello di Bagnoregio del 1695 ( $I_0=IX$  MCS), al quale va attribuito il maggior risentimento osservato ad Orvieto ( $I_S=VIII$  MCS). Tra gli eventi residui, alcuni hanno fornito intensità al sito significative ( $I_S=VII-VIII$  MCS), anche se distanti oltre 80 km dall'epicentro; tra questi il terremoto del Fucino del 1915 ( $I_0=XI$  MCS), con epicentro distante circa 140 km da Orvieto, e quello dell'Aquilano del 1349 ( $I_0=IX-X$  MCS), caratterizzato da una distanza epicentro-sito di circa 100 km.

Mediante uno studio sismotettonico, per il quale si rimanda a Muzzi *et al.* (2001), gli epicentri del catalogo di sito sono stati ripartiti in sette zone sismogenetiche significative (**Fig. 7.8**). Le principali caratteristiche delle zone sono sintetizzate in **Tabella 7.3**.

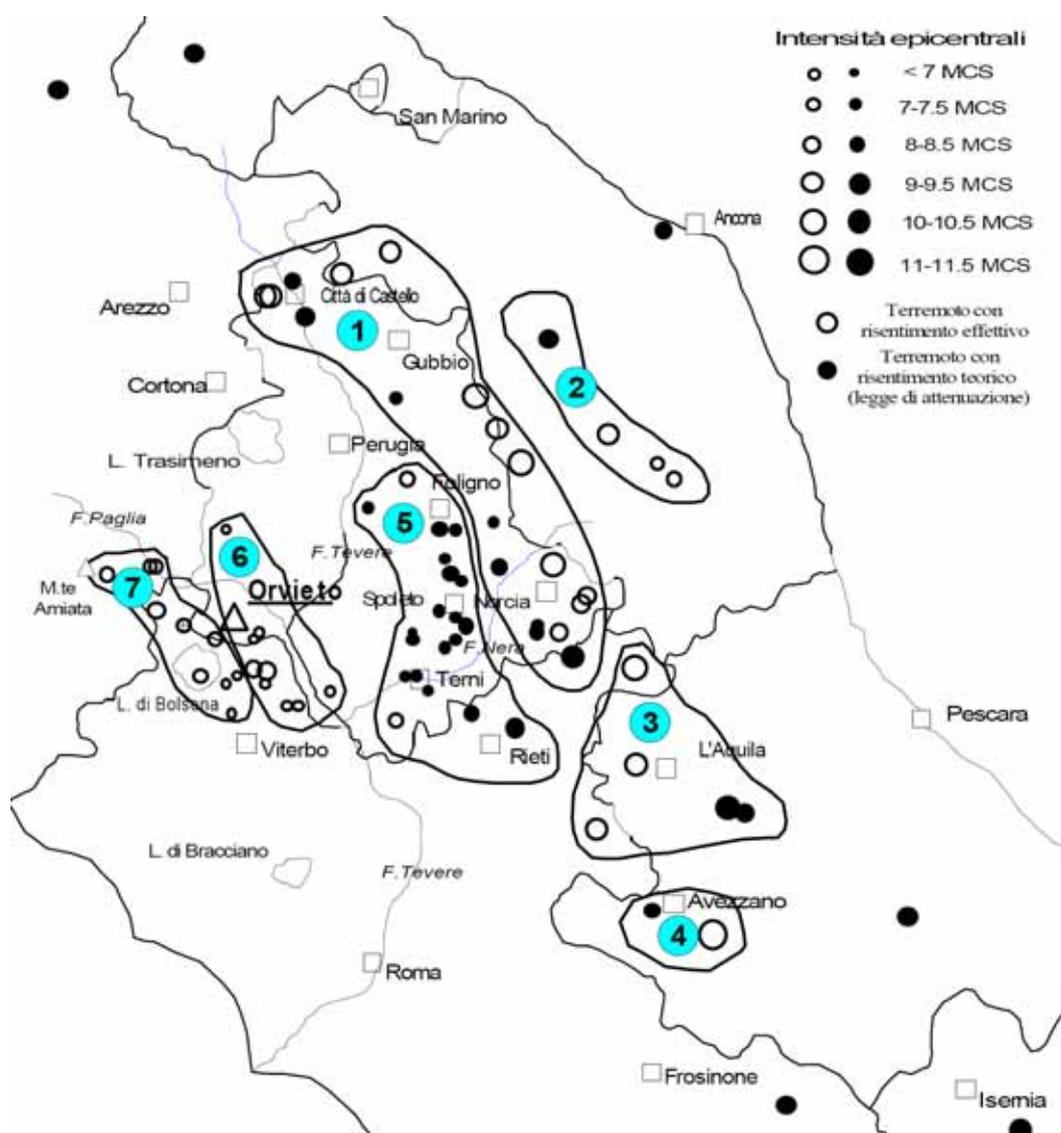


Figura 7.8 - Distribuzione degli epicentri dei terremoti del catalogo di sito (eventi con  $I_S \geq IV$  MCS) e delimitazione delle zone sismogenetiche (da Muzzi *et al.*, 2001).

Tabella 7.3 - Caratteristiche rilevanti delle zone sismogenetiche (da Muzzi *et al.*, 2001).

Zona Sismogenetica	Intensità epicentrale massima* $I_0$ (MCS)	Magnitudo strumentale massima*	Intensità al sito storica massima $I_S$ (MCS)	Distanza epicentrale minima $D_{min}$ (km)	Magnitudo potenziale massima $M_{max}$
1 A.Valtiberina, Gubbio, Norcia	X (1328, 1703, 1751)	5.9 (1979)	VI-VII	70	6.7
2 Appennino Marchigiano	IX-X (1781)	5.7 (1943)	VI-VII	100	6.4
3 Aquilano	X (1349, 1639)	6.3 (2009)	VII-VIII	90	6.7
4 Fucino	XI (1915)	7.0 (1915)	VII	140	7
5 Appennino umbro-reatino	IX-X (1298)	5.0 (1982)	IV-V	40	6.4
6 Graben Paglia-Tevere	VIII-IX (1695)	5.0 (1957)	VIII	10	5.9
7 Amiata e Volsini	VIII (1919)	5.2 (1919)	V	20	5.2

\*tra parentesi l'anno dell'evento

Sulla base del valore della distanza epicentrale minima,  $D_{min}$ , è possibile distinguere le zone da 1 a 5, rappresentative dei moti *far-field* ( $D_{min} > 20$  km), dalle zone 6 e 7, rappresentative dei moti *near-field* ( $D_{min} \leq 20$  km).

La zona 6 (Graben Paglia-Tevere) è stata considerata la più rappresentativa dei moti di riferimento *near-field*, sia per la minore distanza epicentro-sito sia per il valore della massima energia potenzialmente sprigionabile. Il moto di riferimento al sito è stato ricercato quindi individuando, mediante la legge di attenuazione di Ambraseys *et al.* (2005), uno spettro di risposta rappresentativo della combinazione distanza epicentrale minima – magnitudo della zona 6. La relazione utilizzata è la seguente:

$$\begin{aligned} \text{Log}(PGA) = & a_1 + a_2 \cdot M_w + (a_3 + a_4 \cdot M_w) \cdot \text{Log}\left(\sqrt{D^2 + a_5^2}\right) + \dots \\ & \dots + a_6 \cdot S_S + a_7 \cdot S_A + a_8 \cdot F_N + a_9 \cdot F_T + a_{10} \cdot F_O \end{aligned} \quad (7.2)$$

dove:

- $PGA$ =ordinata dello spettro di risposta in termini di accelerazione (per uno smorzamento  $\xi=5\%$ );
- $S_S=1$  per risposta su terreno tenero, =0 altrimenti;
- $S_A=1$  per risposta su terreno rigido, =0 altrimenti;
- $F_N=1$  per terremoti generati da faglie normali, =0 altrimenti;
- $F_T=1$  per terremoti generati da faglie trascorrenti, =0 altrimenti;
- $F_O=1$  per terremoti generati da faglie inverse, =0 altrimenti;
- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$  sono coefficienti variabili con il periodo  $T$  dell'oscillatore, ottenuti dagli Autori mediante interpolazioni statistiche di spettri di risposta effettivamente registrati (Ambraseys *et al.*, 2005).

Nel caso particolare in questione, dovendo valutare il moto prodotto su affioramento roccioso da un terremoto generato da faglia normale appartenente alla zona sismogenetica n°6, si sono utilizzati i valori  $S_S=0, S_A=0, F_N=1, F_T=0, F_O=0, M_w=5.9, D=10$  km. Lo spettro di risposta teorico ottenuto è mostrato nella **Figura 7.9**.

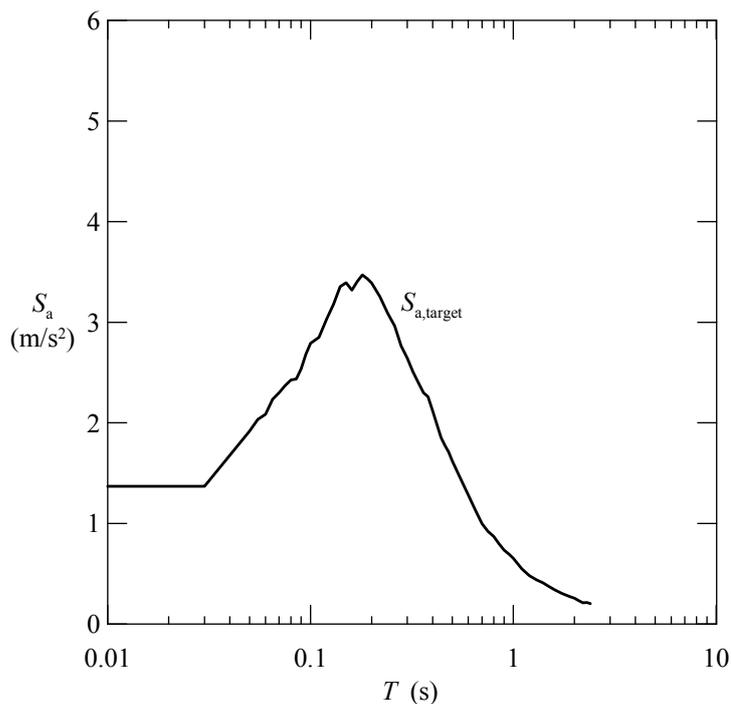


Figura 7.9 – Spettro di risposta di riferimento  $S_{a,target}$  su affioramento roccioso per il massimo terremoto generabile da faglia normale appartenente alla zona sismogenetica n°6, calcolato mediante la legge di attenuazione di Ambraseys *et al.* (2005).

Lo spettro teorico  $S_{a,target}$  è servito da riferimento per individuare una combinazione di accelerogrammi naturali compatibili ad esso. Tale ricerca, eseguita mediante il codice di calcolo REXEL (Iervolino *et al.*, 2009), è avvenuta nell'ambito degli accelerogrammi appartenenti ai due archivi *Italian Accelerometric Archive*, dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (ITACA, aggiornato ad ottobre 2010) e lo *European Strong-motion Database* (ESD, aggiornato a luglio 2007). I criteri di scelta prevedono una cernita iniziale che, tra tutti gli accelerogrammi presenti nell'archivio prescelto, selezioni le registrazioni eseguite da stazioni sulla stessa classe di suolo e con parametri di intensità vicini a quelli dello spettro di riferimento, entro una certa tolleranza. Nel caso specifico la selezione preliminare si è sviluppata nel rispetto dei vincoli:

- registrazione su affioramento roccioso;
- magnitudo  $M_w=4.9\pm 0.3$ ;
- distanza epicentrale  $D=10\pm 5$  km.

L'insieme degli spettri così selezionati vengono ordinati secondo un parametro  $\delta$  che ne misura la dispersione rispetto al riferimento, o target:

$$\delta_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{S_{a,j}(T_i) - S_{a,target}(T_i)}{S_{a,target}(T_i)} \right)^2} \quad (7.3)$$

in cui  $S_{a,j}$  è l'ordinata spettrale del generico  $j$ -esimo accelerogramma e  $S_{a,target}$  l'ordinata spettrale dello spettro di riferimento, entrambe valutate per il periodo  $T_i$ ;  $N$  è il numero di periodi sui quali viene eseguito il confronto tra i due spettri.

L'ulteriore affinamento della ricerca consiste nel trovare tutte le combinazioni costituite da sette spettri di risposta, scelti tra gli eventi della selezione preliminare, eventualmente scalati secondo un fattore di scala compreso tra 0.5 e 3.0, il cui spettro medio  $S_{a,medio}$  abbia nell'intervallo di periodi  $[T_{min}, T_{max}]$  uno scostamento percentuale, rispetto a quello di riferimento, compreso tra due limiti prefissati  $l_{inf}$  e  $l_{sup}$ . In altre parole deve essere verificata la condizione:

$$\forall T \in [T_{min}, T_{max}], \quad -l_{inf} \leq \frac{S_{a,medio}(T) - S_{a,target}(T)}{S_{a,target}(T)} \leq +l_{sup} ; \quad (7.4)$$

nel caso specifico la ricerca è avvenuta utilizzando i parametri  $l_{inf}=10\%$ ,  $l_{sup}=20\%$ ,  $T_{min}=0.1$  s,  $T_{max}=2.0$  s. Le combinazioni possono quindi essere ordinate secondo un criterio del tutto analogo a quello espresso dalla (7.3), ma con riferimento allo spettro medio:

$$\delta_{medio} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{S_{a,medio}(T_i) - S_{a,target}(T_i)}{S_{a,target}(T_i)} \right)^2} \quad (7.5)$$

La **Figura 7.10** riporta la prima combinazione (quella con parametro  $\delta_{medio}$  più basso) ottenuta nella compatibilità con lo spettro di riferimento della **Figura 7.9**. La **Tabella 7.4** elenca gli accelerogrammi della combinazione prescelta, i relativi terremoti, ed i fattori di scala utilizzati.

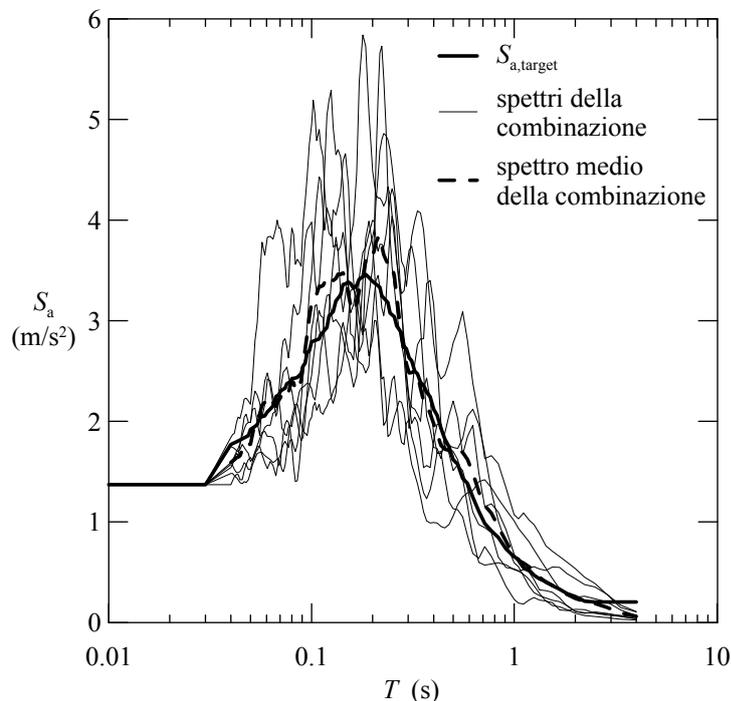


Figura 7.10 – Spettri della migliore combinazione compatibile con lo spettro di riferimento (*target*) secondo i criteri della (7.4), ottenuti mediante il codice Rexel.

Tabella 7.4 – Accelerogrammi della prima combinazione compatibile con lo spettro di riferimento

ID	Evento	Componente	Magnitudo	Fattore di scala	
0242	Valnerina	19/09/1979	x	5.8	0.91
0242	Valnerina	19/09/1979	y	5.8	0.68
0359	Umbria	29/04/1984	x	5.9	2.76
0365	Lazio-Abbruzzo	07/05/1984	x	5.9	1.39
0365	Lazio-Abbruzzo	07/05/1984	y	5.9	1.27
0652	Umbria-Marche	14/10/1997	x	5.6	1.96
1243	Izmit (Turchia)	13/09/1999	x	5.8	1.92

Ai fini del presente studio è stata quindi scelta, tra le registrazioni della **Tabella 7.4**, quella della componente NS della stazione di Gubbio, per il terremoto dell'Umbria avvenuto alle 5:02:59 UTC del 29/04/1984, il cui fattore di scala è pari a 2.76.

La **Figura 7.11** mostra lo spettro di risposta dell'accelerogramma scelto (già amplificato secondo il fattore di scala) posto a confronto con lo spettro di riferimento, mentre in **Figura 7.12** viene mostrato il risultato in termini spettrali dopo le operazioni di troncamento (ad una durata di 22 s), di filtraggio delle frequenze elevate (>20 Hz) e di correzione della linea base. La **Figura 7.13** riporta quindi i diagrammi temporali dell'effettivo moto di input utilizzato nelle analisi, dopo le suddette operazioni di correzione e filtraggio.

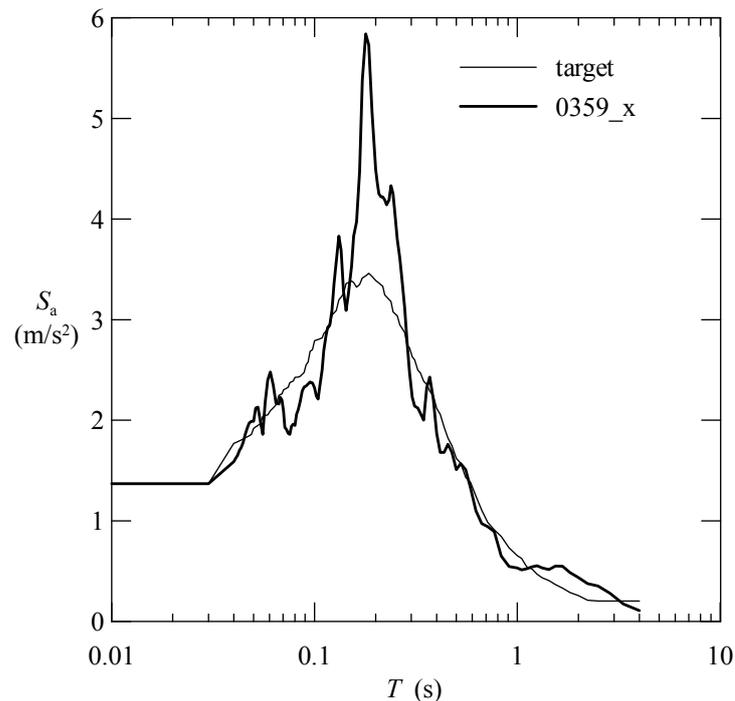


Figura 7.11 – Spettro di risposta dell'accelerogramma (amplificato) scelto nella migliore combinazione ottenuta, confrontato con lo spettro di riferimento.

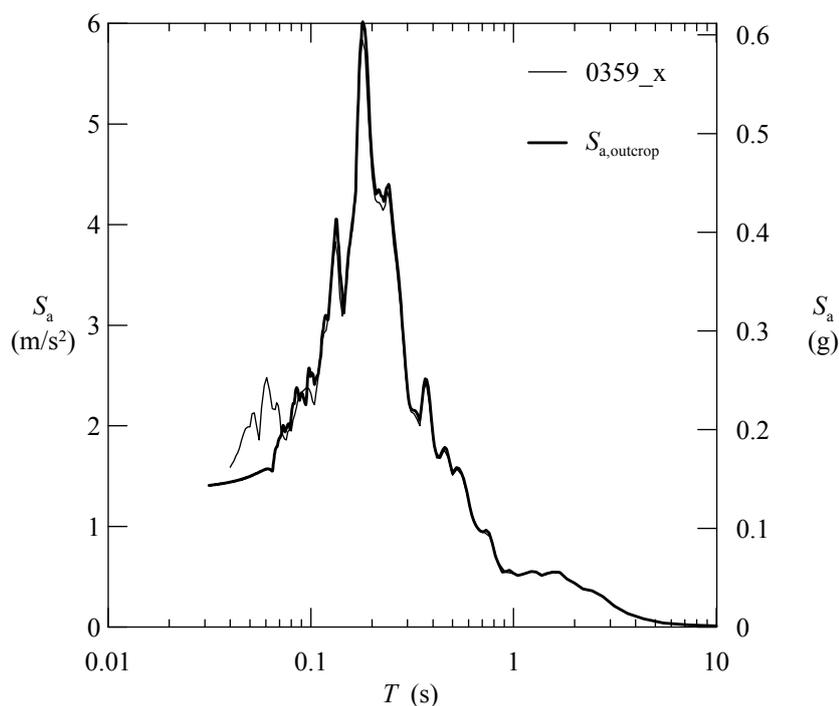


Figura 7.12 – Spettri di risposta dell’accelerogramma scelto dal programma Rexel (0359\_x) e quello effettivo di input ( $S_{a,outcrop}$ ), ottenuto dal primo mediante le operazioni di troncamento, filtraggio e correzione della linea di base.

Le principali caratteristiche del moto così ottenuto sono le seguenti:

Accelerazione massima:	$a_{max} = 1.36 \text{ m/s}^2$ ,	per $t = 2.320 \text{ s}$
Velocità massima:	$v_{max} = 0.0889 \text{ m/s}$ ,	per $t = 3.080 \text{ s}$
Spostamento massimo:	$d_{max} = 0.0245 \text{ m}$ ,	per $t = 4.520 \text{ s}$
Rapporto	$v_{max} / a_{max} = 0.065316 \text{ s}$	
Intensità Arias:	$I_A = 0.197 \text{ m/s}$	
Intensità Housner:	$I_H = 0.289 \text{ m}$ .	

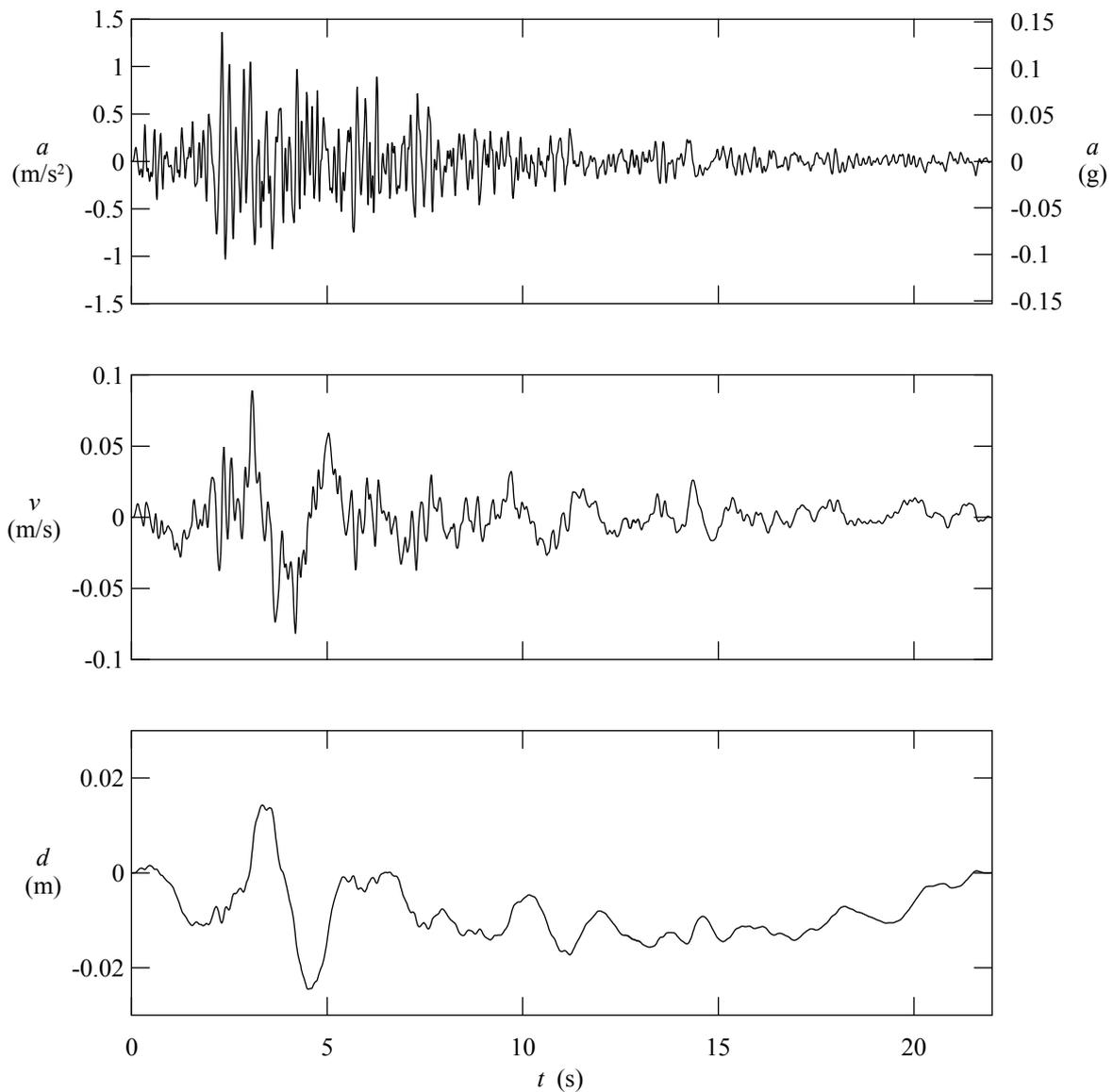


Figura 7.13 – Diagrammi temporali dell'accelerazione  $a$ , velocità  $v$ , e spostamento  $d$  del moto all'affioramento roccioso utilizzato come input nelle analisi numeriche.

Si rimarca che le caratteristiche sopra descritte si riferiscono al terremoto di input come sarebbe registrato su affioramento roccioso. Nei casi in cui, come accade per il codice di calcolo FLAC, sia necessario applicare alla base del modello l'onda incidente all'interfaccia tra substrato roccioso e terreni di copertura, questa, nell'ipotesi di comportamento elastico lineare della roccia, può essere ottenuta come un'onda di ampiezza pari alla metà del moto ottenuto sull'affioramento.

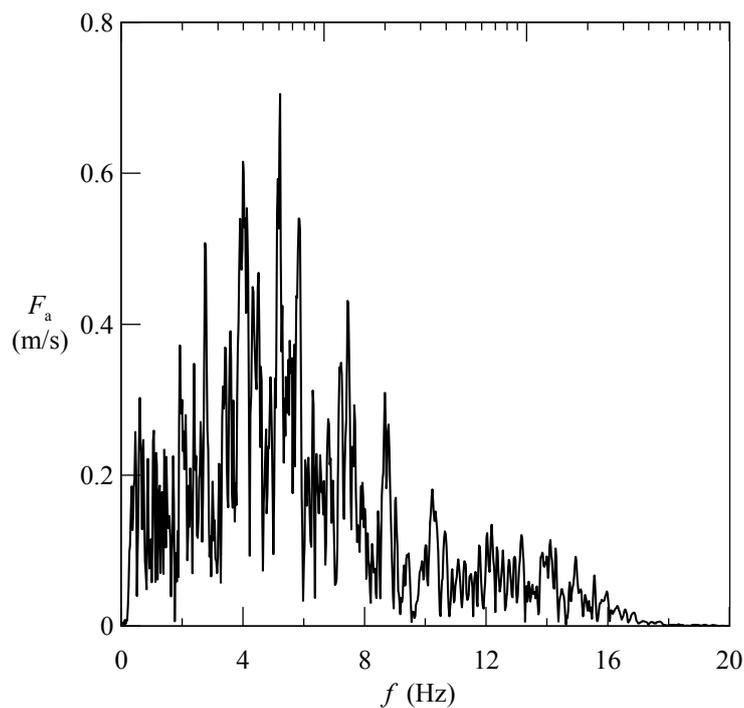


Figura 7.14 – Spettro delle ampiezze di Fourier per l'accelerogramma del moto all'affioramento roccioso utilizzato come input nelle analisi numeriche.

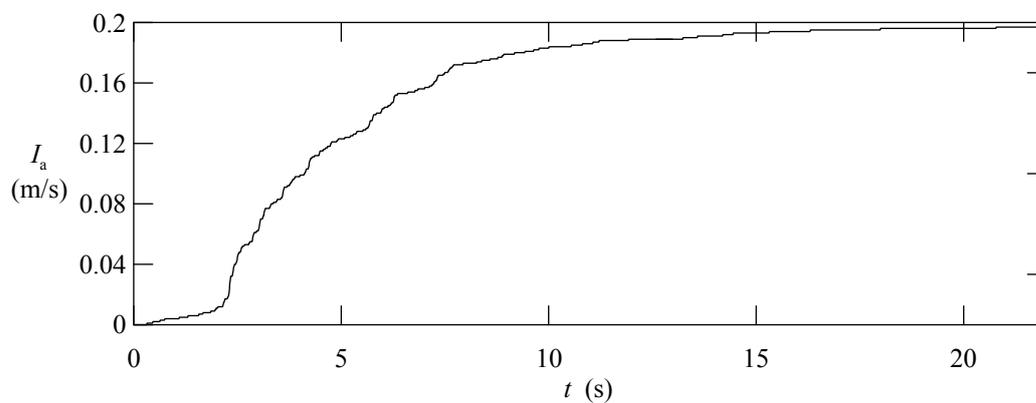


Figura 7.15 – Evoluzione temporale dell'Intensità Arias del moto all'affioramento roccioso utilizzato come input nelle analisi numeriche.

## 7.3 Analisi lineari

### 7.3.1 Analisi monodimensionali

L'esposizione dei risultati delle analisi lineari mediante il modello bidimensionale viene preceduta da un richiamo ai risultati di una semplice analisi monodimensionale, anch'essa lineare, su una colonna di terreno rappresentativa dell'intera sequenza stratigrafica. L'analisi è stata condotta mediante il codice di calcolo EERA (Bardet *et al.*, 2000) che risolve analiticamente il problema della propagazione verticale di onde di taglio in un colonna di terreno stratificato con comportamento elastico lineare; essa fornisce quindi la modifica del moto sismico associata alla stratigrafia, ovvero quella legata essenzialmente ai fenomeni di riflessione multipla ed interferenza delle onde in presenza di strati con diversa impedenza caratteristica.

Utilizzando lo schema stratigrafico e le proprietà visco-elastiche lineari esposte nel **paragrafo 7.1.3**, e schematicamente rappresentate nei profili della **Figura 7.16**, si ottengono i risultati riportati in **Figura 7.17**.

Risulta evidente che l'accelerazione e la deformazione massima del terreno vengono amplificati in maniera sensibile nel passaggio tra il tufo litoide e la pozzolana fortemente cementata ed in quello tra pozzolana fortemente e debolmente cementata. Al contrario, la bassa densità che caratterizza il tufo litoide non determina un significativo contrasto di impedenza alla base della successione di materiali piroclastici, ovvero tra l'argilla ed il tufo stesso, nonostante l'elevata rigidità di quest'ultimo. Su tale interfaccia pertanto non sussistono le condizioni sufficienti a generare importanti fenomeni di riflessione verso il basso del treno d'onda incidente, con accentuato confinamento dell'energia nel deposito argilloso ed abbattimento di quella che raggiunge i materiali piroclastici.

Il confronto tra gli spettri del moto su affioramento roccioso  $S_{a,outcrop}$  e quello prodotto in superficie nell'analisi monodimensionale  $S_{a,1D}$  (**Fig. 7.18**) mostra una generale amplificazione, con rapporto tra le ordinate spettrali  $R_{1D}$  di poco superiore a 2.0 su l'intero dominio di frequenze energeticamente significative; l'accelerazione di picco al suolo passa da 0.14 g a 0.29 g.

Alcuni picchi di più intensa amplificazione, fino oltre 3.0, si riscontrano in corrispondenza dei periodi  $T=0.49$ ,  $T=0.75$ , e per  $T=2.2$  s. Quest'ultimo valore è molto vicino al primo periodo di risonanza  $T_0$  dell'intera successione di materiali posti al di sopra del substrato roccioso che, per un deposito equivalente di velocità media,  $V_{S,m}=620$  m/s e spessore  $H=360$  m, sarebbe pari a  $T_0=2.32$  s.

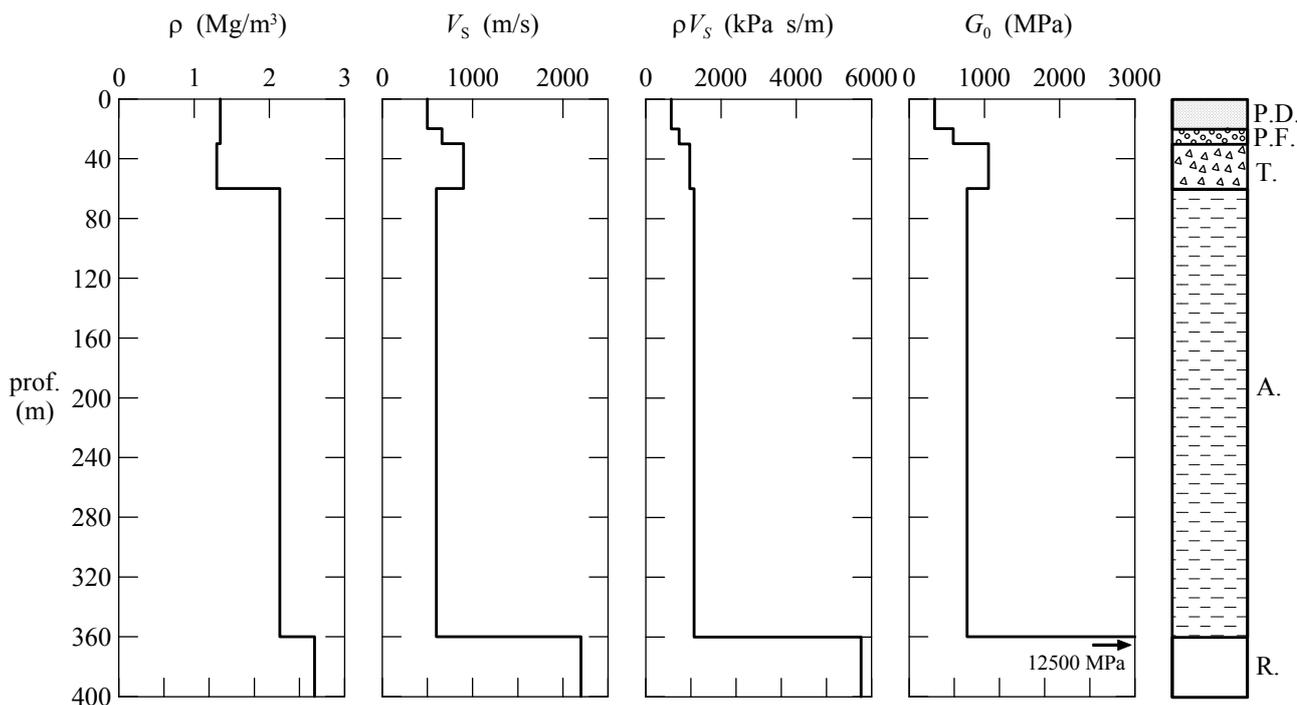


Figura 7.16 – Profili verticali di densità  $\rho$ , velocità delle onde di taglio  $V_s$ , impedenza caratteristica  $\rho V_s$ , modulo di rigidità al taglio  $G_0$  della colonna di terreno sottoposta all’analisi monodimensionale di risposta sismica mediante il codice EERA. Legenda della colonna stratigrafica: P.D.=pozzolana debolmente cementata, P.F.=pozzolana fortemente cementata, T.=tufo litoide, A.=argilla, R.=basamento roccioso.

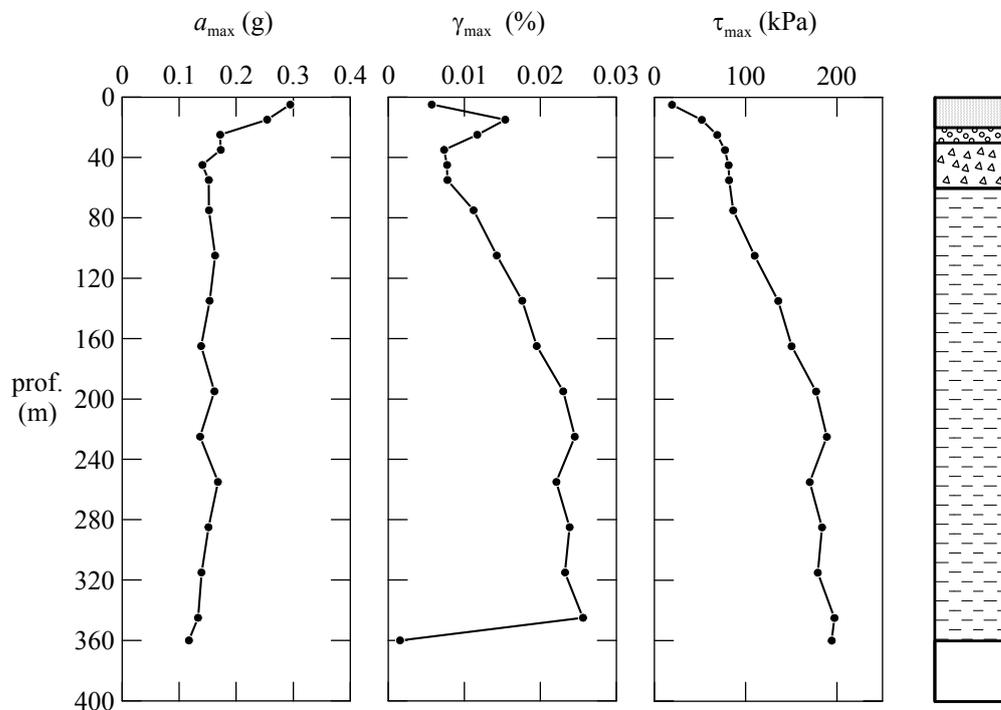


Figura 7.17 – Profili del risultato dell’analisi monodimensionale in termini di accelerazione massima  $a_{max}$ , deformazione tangenziale massima  $\gamma_{max}$  e tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$ .

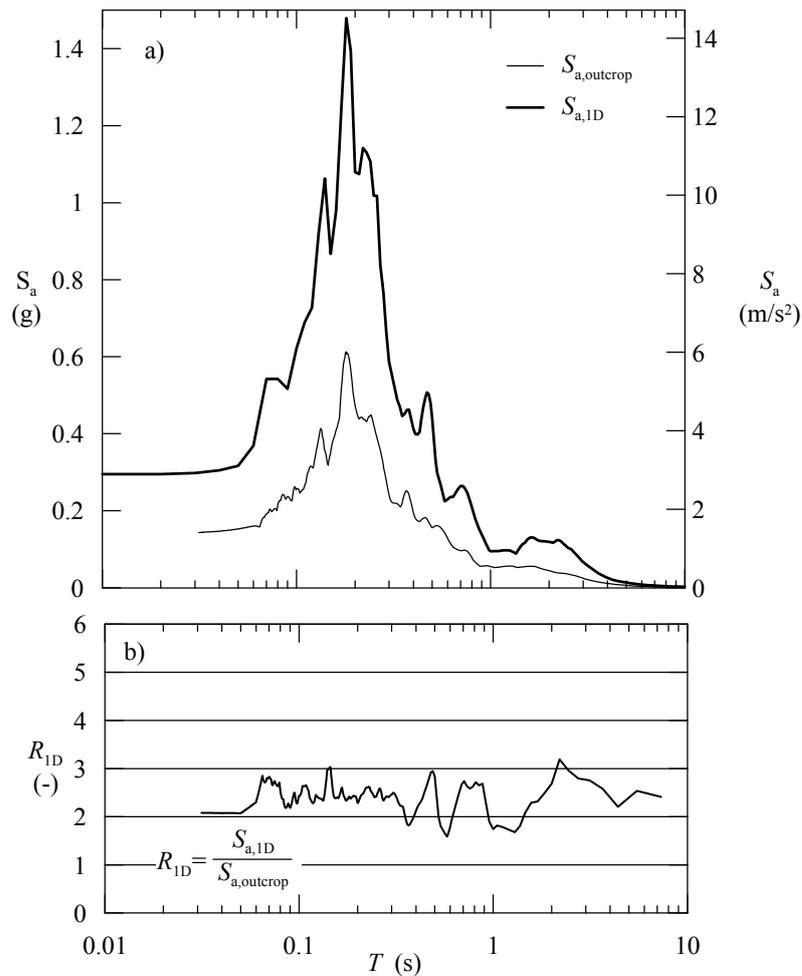


Figura 7.18 – Risultato dell’analisi monodimensionale in termini di spettro di risposta (con rapporto di smorzamento  $\xi=5\%$ ) e confronto con lo spettro di input mediante il calcolo del rapporto spettrale  $R_{1D}(T)$ .

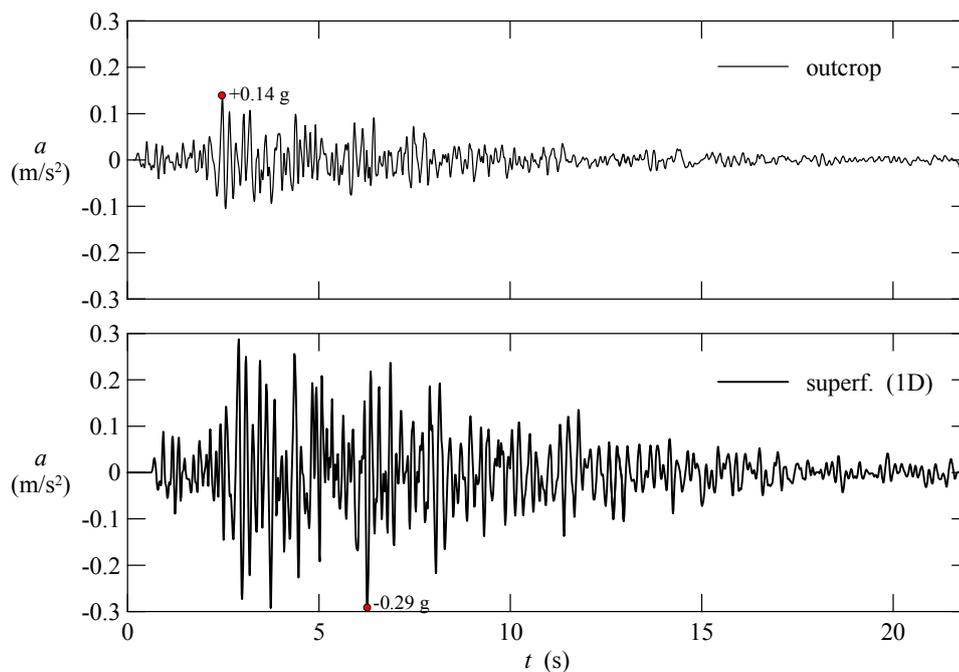


Figura 7.19 – Confronto tra la storia temporale dell’accelerazione all’affioramento e quella in superficie dall’analisi monodimensionale.

### 7.3.2 Analisi 2-D in assenza di cavità

Ai fini della comprensione dei risultati dell'analisi numerica bidimensionale sono richieste, per la maggiore complessità geometrica del modello, un numero superiore di elaborazioni. La risposta sismica sulla superficie della piastra piroclastica viene prima di tutto rappresentata dagli spettri di risposta della componente orizzontale del moto ( $S_{ax,2D}$ ) per alcuni punti campione. In particolare sono riportati quelli per il punto centrale della piastra (**Fig. 7.20**), dove, per la lontananza dai bordi, le condizioni risultano più simili a quelle monodimensionali, e quello per una posizione marginale, a circa 10 m dal ciglio della scarpata (**Fig. 7.21**). A ciascuno spettro di risposta ottenuto nell'analisi 2-D (rappresentato con linea spessa continua) viene affiancato quello dell'accelerogramma sull'affioramento roccioso (linea sottile continua) e quello ottenuto nell'analisi monodimensionale (linea tratteggiata). Il confronto tra i vari spettri è reso più agevole dal disegno dei rapporti reciproci delle ordinate spettrali. Ad esempio, i rapporti  $R_{2D}$  e  $R_{1D}$  tra l'ordinata spettrale ottenute nelle analisi (rispettivamente 2-D o 1-D) e quella del moto all'affioramento roccioso, rendono evidenti gli intervalli di frequenza in cui si verificano amplificazioni complessive più marcate. Il rapporto  $R_{2D/1D}$  tra lo spettro dell'analisi bidimensionale e quello dell'analisi monodimensionale, invece permette di evidenziare l'effetto della bidimensionalità del modello.

La risposta del punto centrale della piastra (**Fig. 7.20**) mostra un'amplificazione del sisma rispetto all'affioramento roccioso, che si attesta attorno al valore di  $R_{2D}=3.0$  per la maggior parte delle frequenze in gioco, con un aggravio rispetto alla risposta monodimensionale (espressa dal rapporto  $R_{2D/1D}$ ) che oscilla attorno al 20%. E' quindi evidente che l'alto morfologico costituito dalla piastra piroclastica determina in primo luogo una debole amplificazione del moto estesa ad ogni frequenza e legata alla concentrazione delle onde per riflessione sui versanti del Colle. Tuttavia, nell'intorno del periodo  $T=1.5$  s, viene raggiunto un picco significativo di amplificazione, nel quale  $R_{2D}=4.5$  e  $R_{2D/1D}=2.0$ , che deve corrispondere evidentemente ad una particolare forma di risonanza del rilievo, in corrispondenza di una frequenza  $f=0.67$  Hz.

Il moto che si verifica nel lembo marginale della piastra (**Fig. 7.21**), mostra, in aggiunta a quanto appena riportato per il punto centrale, un'ulteriore banda di forte amplificazione, per armoniche di periodo  $T=0.4-0.5$  s. Anche per essa si calcola un rapporto di circa 2 rispetto alla risposta monodimensionale.

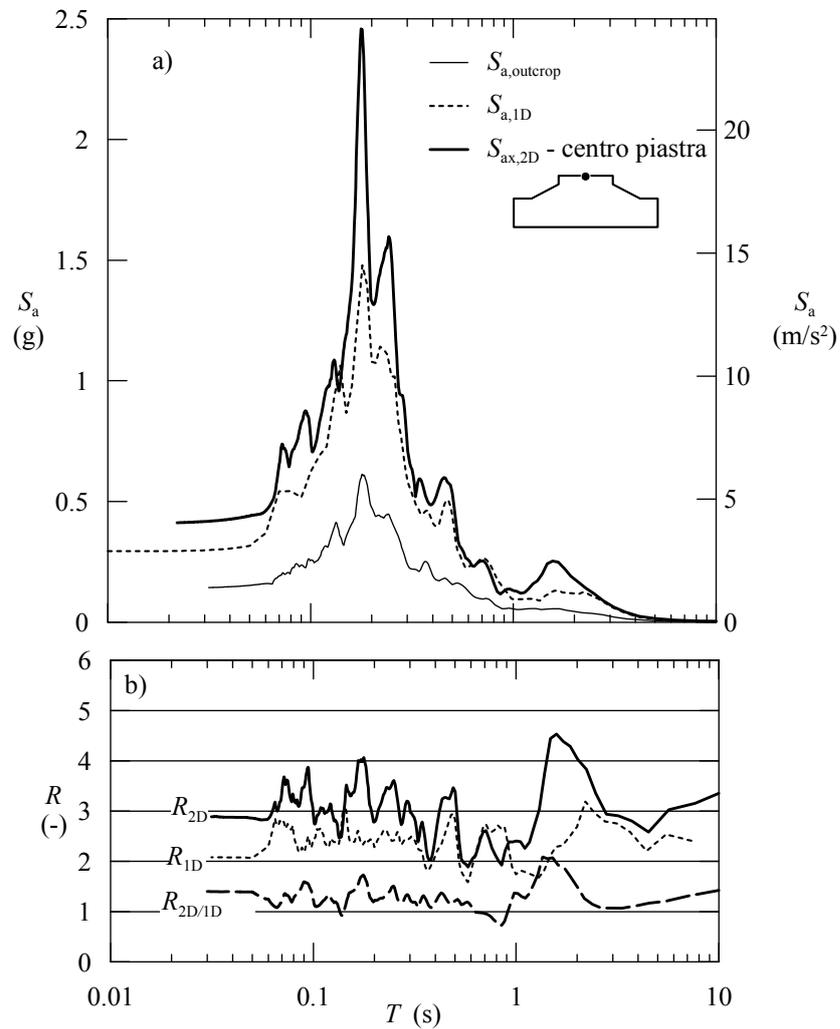


Figura 7.20 – In alto (a): risultati delle analisi lineari in assenza di cavità in termini di spettro di risposta della componente orizzontale per il punto centrale della piastra  $S_{ax,2D}$ . Vengono riportati, per confronto, anche gli spettri di risposta dell'analisi monodimensionale  $S_{a,1D}$  (linea tratteggiata) e quelli del moto sull'affioramento roccioso  $S_{a,outcrop}$  (linea sottile continua). In basso (b), fattori di amplificazione calcolati come rapporti tra le ordinate spettrali:  $R_{2D}=S_{ax,2D}/S_{a,outcrop}$ ;  $R_{1D}=S_{a,1D}/S_{a,outcrop}$ ;  $R_{1D/2D}=S_{ax,2D}/S_{a,1D}$ .

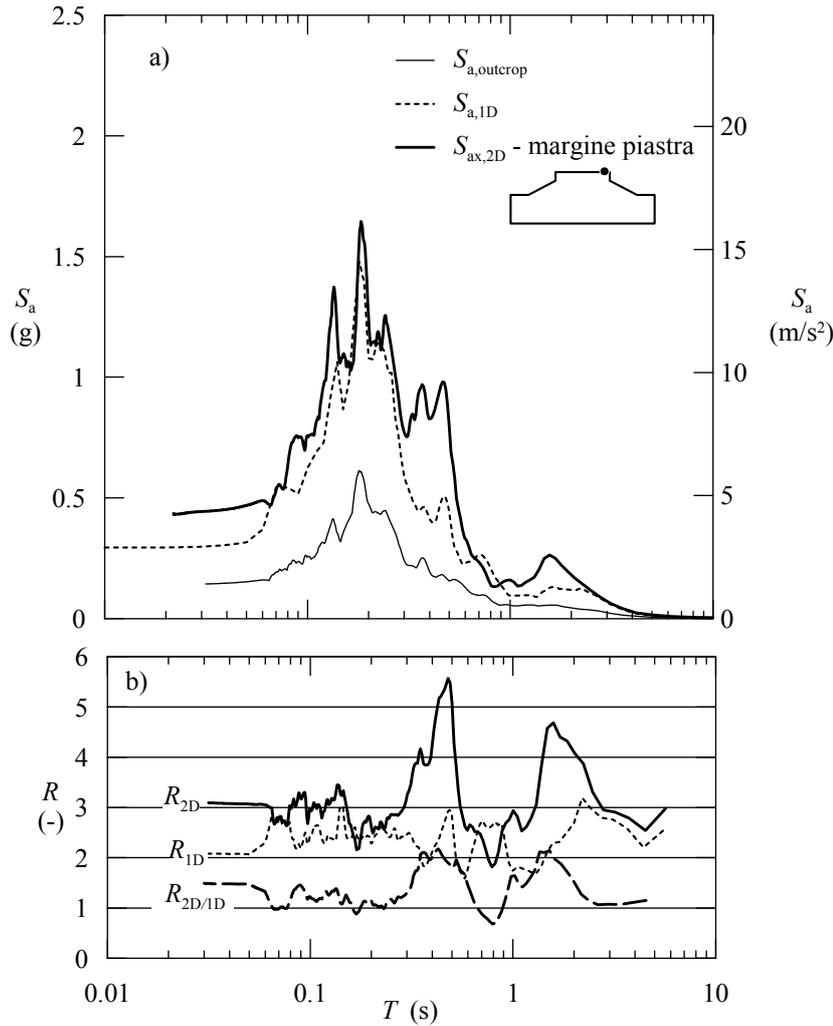


Figura 7.21 - In alto (a): risultati delle analisi lineari in assenza di cavità in termini di spettro di risposta  $S_{a,ax,2D}$  della componente orizzontale per il punto marginale della piastra (a 10 m dal bordo). Vengono riportati, per confronto anche gli spettri di risposta dell'analisi monodimensionale  $S_{a,1D}$  (linea tratteggiata) e quelli del moto sull'affioramento roccioso  $S_{a,aff}$  (linea sottile continua). In basso (b), fattori di amplificazione calcolati come rapporti tra le ordinate spettrali:  $R_{2D}=S_{a,ax,2D}/S_{a,outrorp}$ ;  $R_{1D}=S_{a,1D}/S_{a,outrorp}$ ;  $R_{1D/2D}=S_{a,ax,2D}/S_{a,1D}$ .

Le elaborazioni sopra riportate, relative a due singoli punti, possono essere estese sinteticamente all'intera superficie della piastra mediante una rappresentazione con curve di livello nello spazio bidimensionale ( $x, T$ ) del parametro  $S_{a,ax,2D}$  (Fig. 7.22). Con la medesima modalità, i diagrammi dei rapporti  $R_{2D}$  (Fig. 7.23) e  $R_{2D/1D}$  (Fig. 7.24) sono rappresentativi del fenomeno di amplificazione sismica sull'intera superficie. Essi evidenziano come l'amplificazione in corrispondenza del periodo  $T=1.2$  s sia comune, in maniera pressoché uniforme, all'intera superficie della piastra piroclastica, mentre l'amplificazione delle armoniche di  $T=0.4-0.5$  s risulti caratteristica delle sole zone marginali, con graduale intensificazione fino al ciglio della scarpata. La fascia delle frequenze medio-alte ( $T=0.15-0.30$  s) presenta invece un'alternanza di zone di interferenza costruttiva e distruttiva che corrispondono a fattori di amplificazione  $R_{2D}$  oscillanti tra 1.5 e 4.5.

La componente verticale dell'accelerazione è espressa dal diagramma dello spettro di risposta  $S_{ay}$  (Fig. 7.25). Esso mostra come il moto verticale, assente nell'accelerogramma di input, venga generato in particolare in posizione molto marginale, quasi solo al bordo della piastra, e concentrato in corrispondenza dell'intervallo di periodo da 0.1 a 0.3 s.

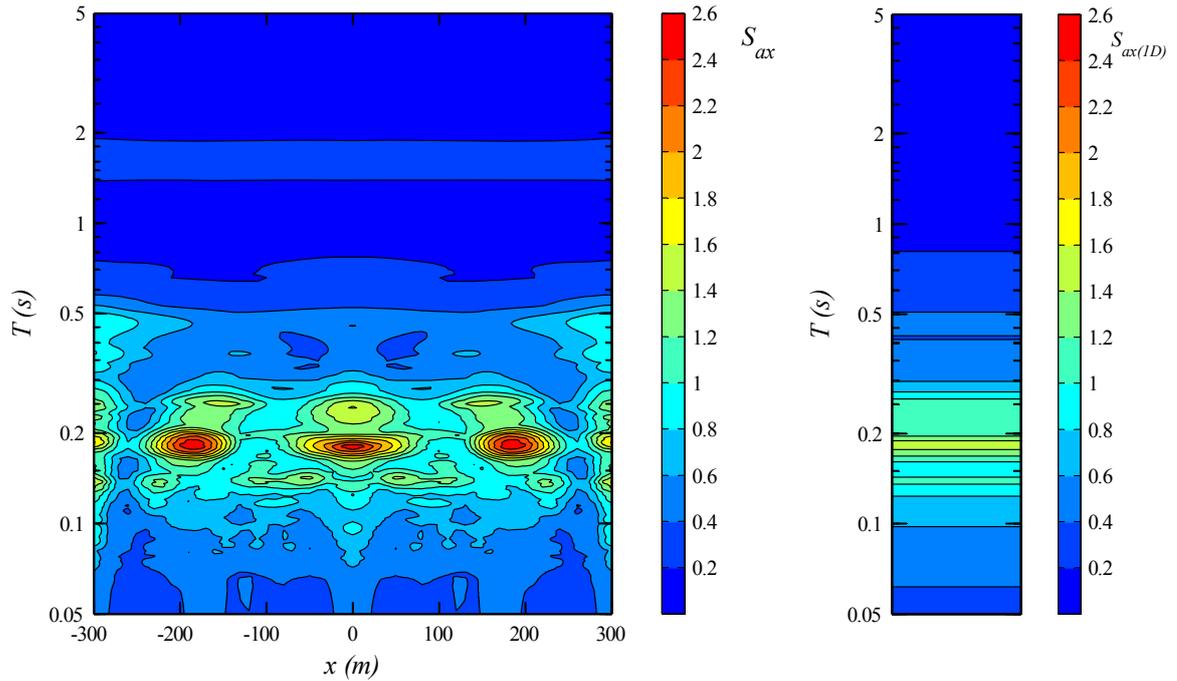


Figura 7.22 – Ampiezza spettrale  $S_{ax}$  (componente orizzontale dell’accelerazione) lungo la sommità dell’intera piastra piroclastica, rappresentata come diagramma a curve di livello nel dominio  $(x,T)$  ( $x$ =ascissa orizzontale dal centro della piastra,  $T$ =periodo). Sulla destra viene rappresentato, per confronto, la distribuzione dei colori che corrisponde allo spettro ottenuto nelle analisi monodimensionali.

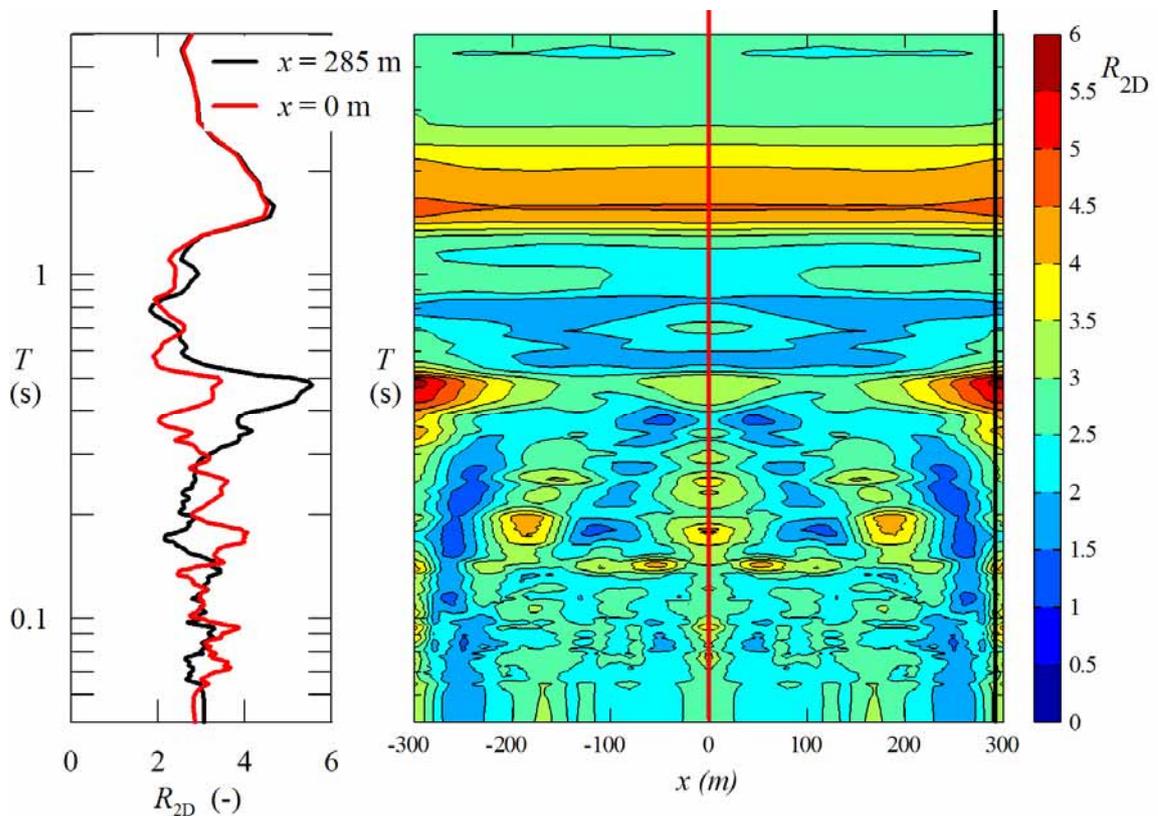


Figura 7.23 – Rapporto di amplificazione  $R_{2D}$  rappresentato mediante diagramma a curve di livello nel dominio  $x$  (ascissa orizzontale dal centro della piastra),  $T$  (periodo). A sinistra sono riportati i profili dello stesso parametro  $R_{2D}$  in corrispondenza delle ascisse  $x=0$ ,  $x=290$  m (rappresentate con rette verticali sul diagramma a curve di livello).

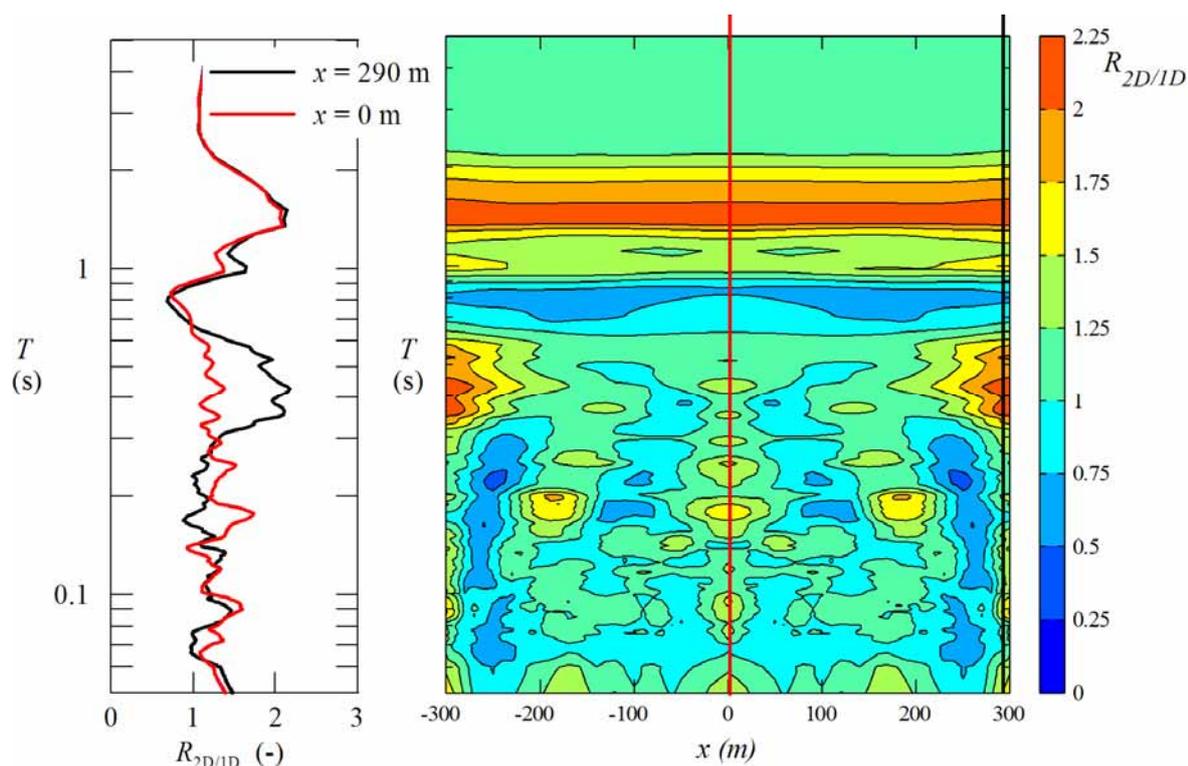


Figura 7.24 - Rapporto di amplificazione tra le analisi bidimensionali e quelle monodimensionali  $R_{2D/1D}$  rappresentato mediante diagramma a curve di livello nel dominio  $(x, T)$ . A sinistra sono riportati i profili dello stesso parametro  $R_{2D}$  in corrispondenza delle ascisse  $x=0, x=290$  m (rappresentate con rette verticali nel diagramma).

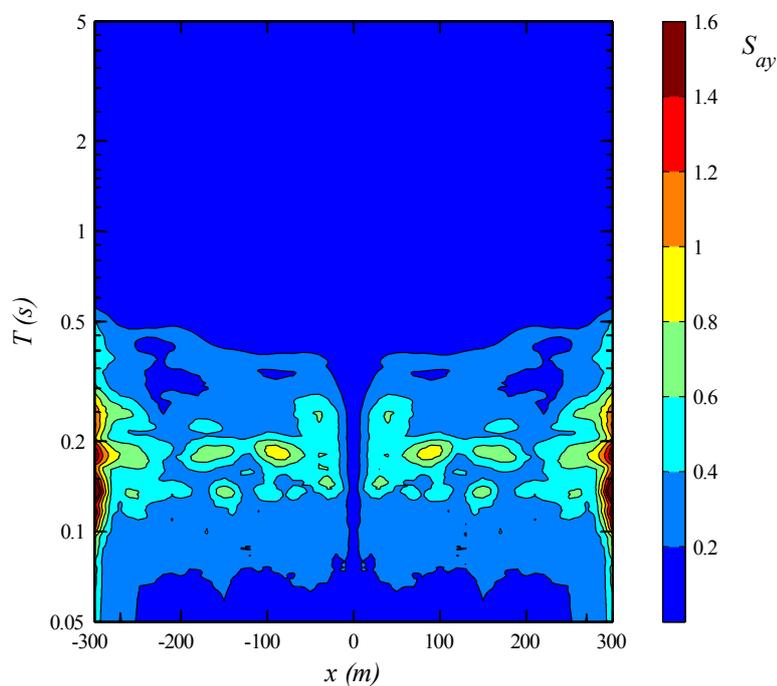


Figura 7.25 - Ampiezza spettrale  $S_{ay}$  (componente verticale dell'accelerazione) lungo la sommità della piastra piroclastica, rappresentata come diagramma a curve di livello nel dominio  $(x, T)$ .

Le storie temporali della componente orizzontale dell'accelerazione per i due punti superficiali (**Fig. 7.26**) evidenziano la generale amplificazione, ma senza mostrare tratti distintivi per i due punti.

I profili verticali delle deformazioni tangenziali massime  $\gamma_{xy}$  (**Fig. 7.27**) mostrano che nel punto centrale del modello le deformazioni si discostano in maniera trascurabile da quelle ottenute nell'analisi monodimensionale, specialmente nei depositi piroclastici. Nei punti marginali si assiste invece ad una riduzione delle deformazioni massime nel deposito piroclastico, ad eccezione della zona di contatto tra il substrato argilloso ed il masso tufaceo, dove si supera il valore  $\gamma_{max}=0.015\%$  su entrambi i materiali.

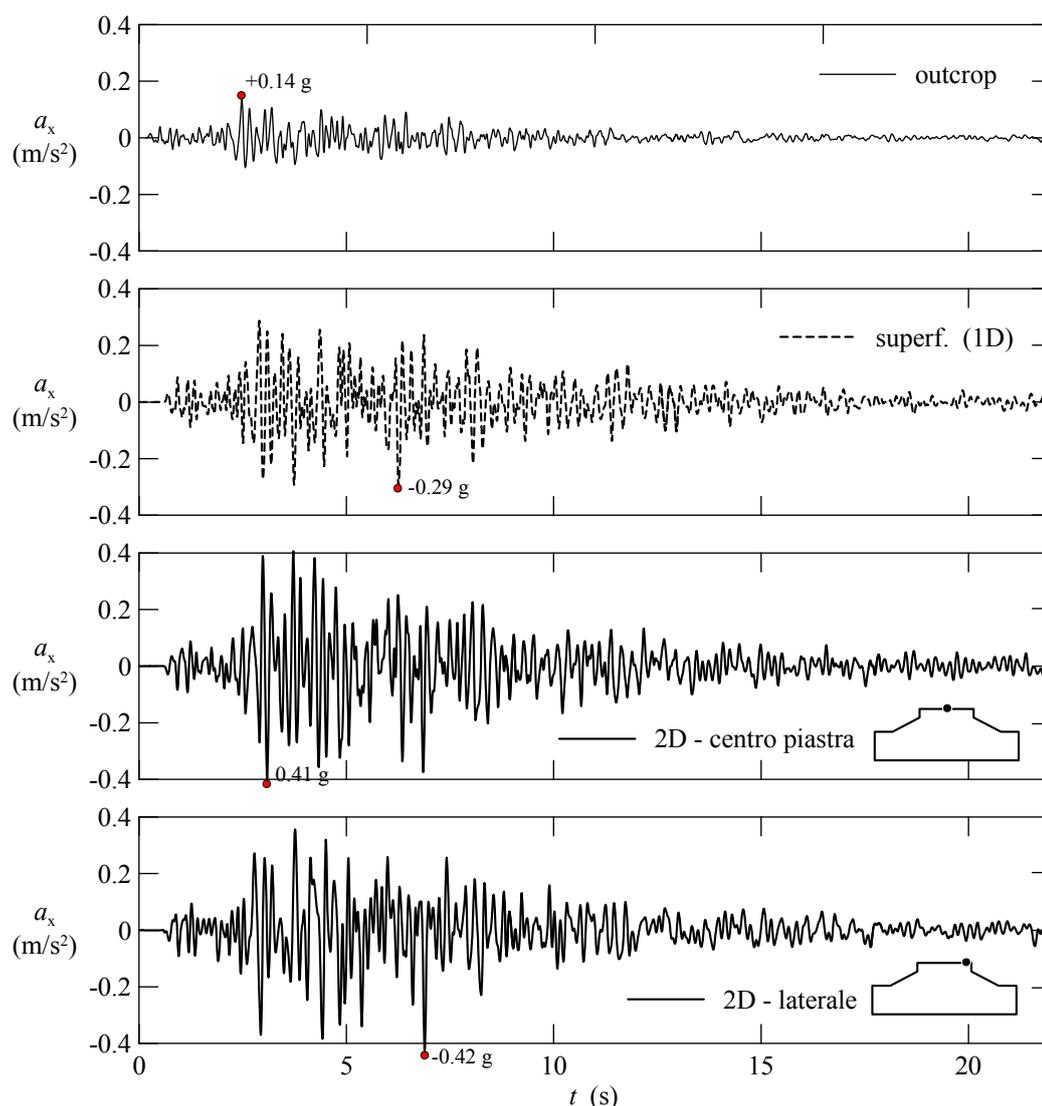


Figura 7.26 – Accelerogrammi della componente orizzontale  $a_x$  ottenuta dalle analisi lineari 2-D per i punti centrale e marginale (10 m dal bordo) della piastra piroclastica. Sono riportati per confronto gli accelerogrammi ottenuti nell'analisi monodimensionale e quelli all'affioramento.

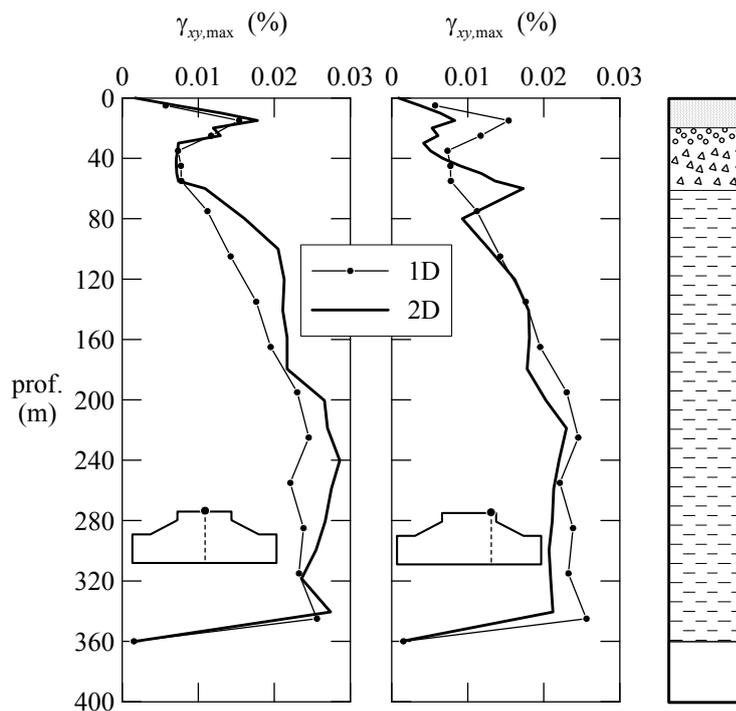


Figura 7.27 – Profili della deformazione massima  $\gamma_{xy,max}$  lungo la verticale centrale e quella marginale (10 m dal bordo) della piastra piroclastica ottenuti nelle analisi lineari 2-D. Per confronto è riportato il profilo ottenuto nelle analisi 1-D.

Nella **Figura 7.28** sono riportati i profili in superficie delle componenti dell'accelerazione di picco  $a_x$  e  $a_y$ . A fronte di una PGA di circa 0.3 g ottenuta nell'analisi 1-D, i risultati del modello 2-D confermano una generale amplificazione con alcune zone di focalizzazione in corrispondenza del ciglio della rupe ed in altre aree disposte lungo la superficie. La componente verticale dell'accelerazione raggiunge, in corrispondenza del ciglio della rupe, valori particolarmente elevati ( $>0.4$  g), soprattutto se confrontati con l'andamento medio sul resto dell'altopiano. L'abbattimento del valore della  $a_{y,max}$  in corrispondenza del centro della piastra è poco significativo in quanto legato a ragioni di simmetria del modello che possono difficilmente verificarsi nella realtà.

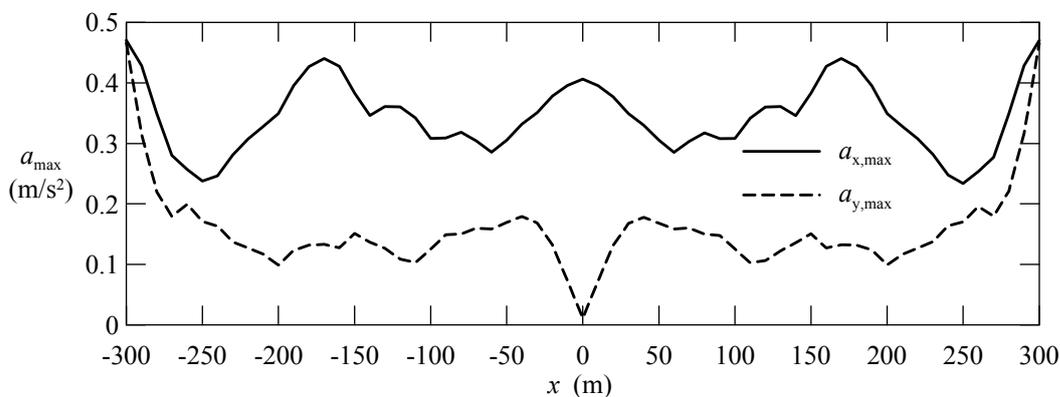


Figura 7.28 - Profili dei valori massimi delle componenti dell'accelerazione in superficie ottenuti nelle analisi lineari bidimensionali.

### 7.3.3 Analisi lineari con singola cavità

La prima analisi con cavità prevede una disposizione centrale del foro rispetto alla piastra piroclastica. Si tratta, come già detto, di una cavità cilindrica a sezione circolare, raggio  $a=2.5$  m e piano dei centri posto ad una profondità di  $h=5.0$  m dalla superficie.

Seguendo l'impostazione del precedente paragrafo, l'analisi del moto risultante viene condotta mediante gli spettri di risposta delle due componenti,  $S_{ax,cav}$  e  $S_{ay,cav}$ , su punti particolari della superficie, scelti dove maggiori sono gli effetti amplificativi legati alla presenza di cavità. Per la componente orizzontale si tratta di un punto a 10 m dall'asse della cavità ( $x=+10$ ) (**Fig. 7.29.a**), mentre, per la componente verticale, si tratta del punto al di sopra dell'asse ( $x=0$ ) (**Fig. 7.30.a**).

E' utile eseguire il confronto con gli spettri di risposta ottenuti negli stessi punti del modello dall'analisi in condizioni di campo libero (*free field*), ovvero in assenza di cavità:  $S_{ax,ff}$  e  $S_{ay,ff}$ , indicati nelle figure con linea tratteggiata. Il confronto mostra come l'influenza della cavità sia molto modesta, in particolare per la componente orizzontale del moto. Il rapporto  $R$  tra le ordinate spettrali delle due analisi fornisce valori appena al di sopra dell'unità ( $1.0 < R < 1.1$ ) per le frequenze medio alte ( $f > 5-10$  Hz, **Fig. 7.29.b**). La componente verticale fa registrare invece amplificazioni più sensibili nella stessa banda di frequenze (con  $R$  fino a 2.3, **Fig. 7.30.b**), ma si deve considerare che in condizioni di *free field* le ordinate spettrali del punto centrale erano particolarmente basse in valore assoluto, per la sua posizione perfettamente simmetrica (cfr. **paragrafo 7.3.2**).

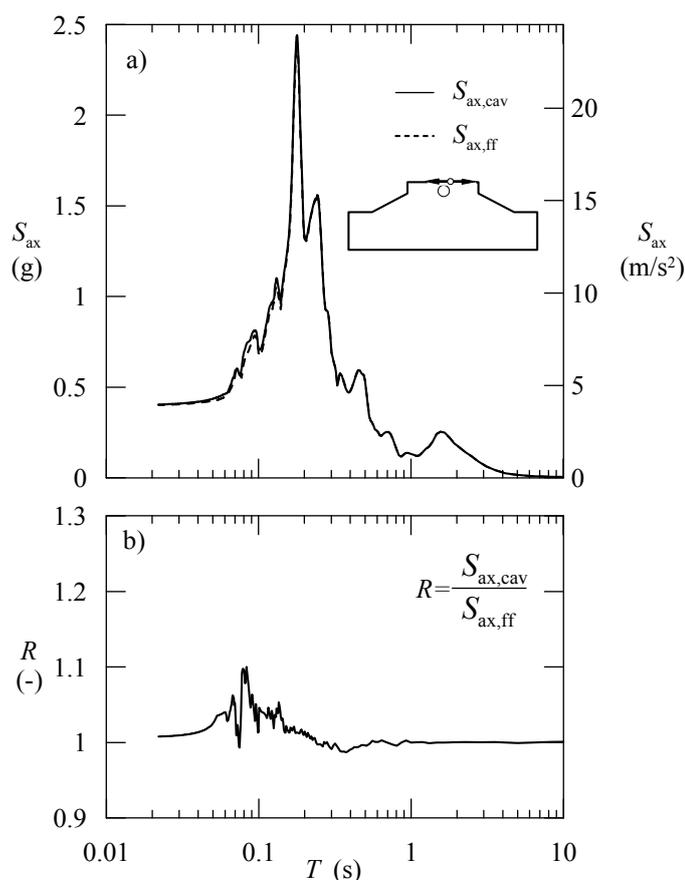


Figura 7.29 - In alto (a): risultati delle analisi lineari con cavità centrale in termini di spettro di risposta della componente orizzontale  $S_{ax}$  per il punto superficiale posto a 10 m dall'asse cavità. Viene riportato, per confronto, anche lo spettro di risposta ottenuto nello stesso punto di controllo dall'analisi senza cavità e  $S_{ax,ff}$  (linea tratteggiata). In basso (b), fattore di amplificazione calcolato come rapporto tra le ordinate spettrali:  $R=S_{ax,cav}/S_{ax,ff}$ .

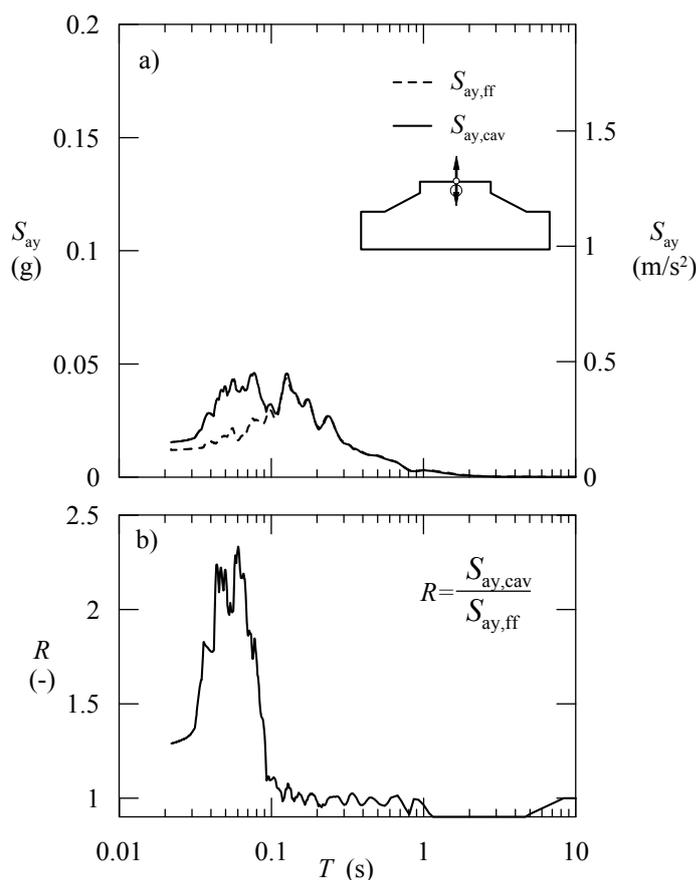


Figura 7.30 - In alto (a): risultati delle analisi lineari con cavità centrale in termini di spettro di risposta della componente verticale  $S_{ay}$  per il punto superficiale posto in asse alla cavità. Viene riportato, per confronto, anche lo spettro di risposta ottenuto nello stesso punto di controllo dall'analisi senza cavità  $S_{ay,ff}$  (linea tratteggiata). In basso (b), fattore di amplificazione calcolato come rapporti tra le ordinate spettrali:  $R = S_{ay,cav}/S_{ay,ff}$ .

La rappresentazione continua dei rapporti di amplificazione  $R_{ax}$  e  $R_{ay}$  sulla superficie della piastra, eseguita con diagramma a curve di livello, mostra in effetti valori oscillanti attorno all'unità sull'intero dominio spaziale, equivalenti ad una sostanziale assenza di alterazione del moto, fatta eccezione per le amplificazioni fortemente localizzate su due zone laterali per  $R_{ax}$  (**Fig. 7.31**) o sulla zona direttamente sopra la cavità per  $R_{ay}$  (**Fig. 7.32**). Tali zone sono meglio evidenziate dagli ingrandimenti dei diagrammi focalizzati sull'intervallo di 100 m a cavallo della cavità.

Il moto sismico in superficie non è pertanto influenzato in maniera apprezzabile dall'inclusione di una cavità delle suddette dimensioni. Il grafico della massima accelerazione al suolo, distinto per le due componenti, mostra ancora una volta la quasi perfetta sovrapposizione tra risultati ottenuti con e senza cavità (**Fig. 7.33**).

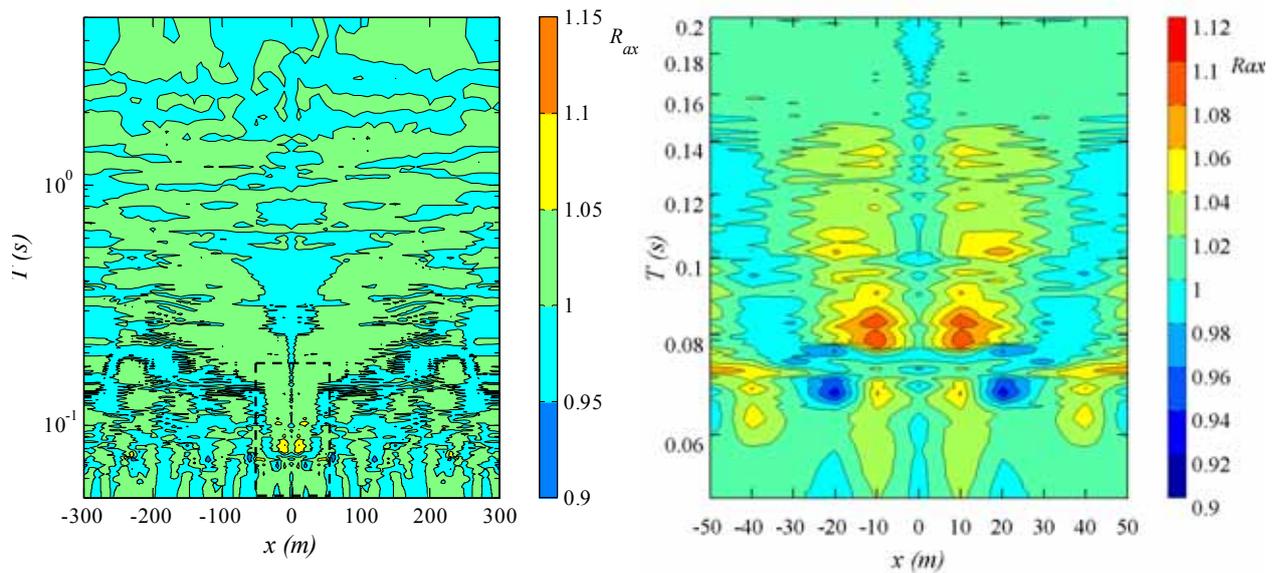


Figura 7.31 – Rapporto di amplificazione spettrale della componente orizzontale,  $R_{ax}$ , riferito alla risposta in assenza di cavità, rappresentato mediante diagramma a curve di livello sull'intero dominio  $[x, T]$ . A destra: ingrandimento focalizzato sul rettangolo tratteggiato nella figura di sinistra, a cavallo della cavità (con centro all'ascissa  $x_0=0.0$ ).

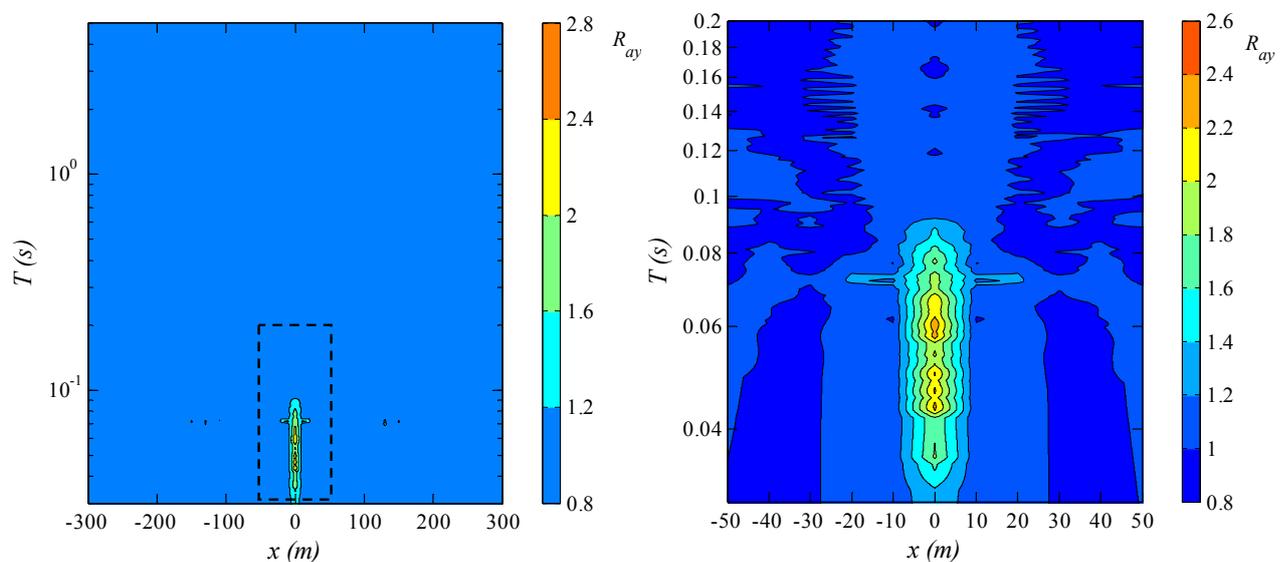


Figura 7.32 - Rapporto di amplificazione spettrale della componente verticale,  $R_{ay}$ , riferito alla risposta in assenza di cavità, rappresentato mediante diagramma a curve di livello sull'intero dominio  $[x, T]$ . A destra: ingrandimento focalizzato sul rettangolo tratteggiato nella figura di sinistra, a cavallo della cavità (con centro all'ascissa  $x_0=0.0$ ).

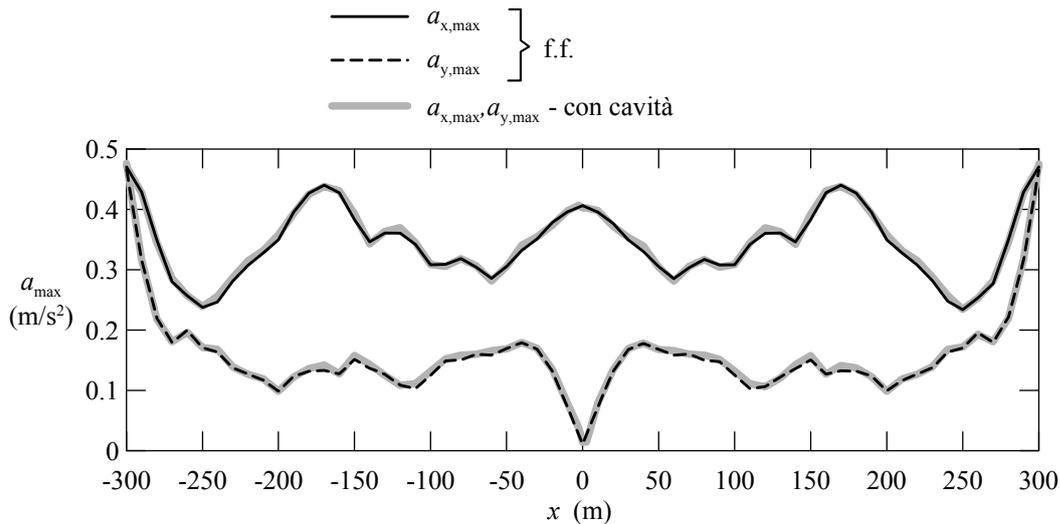


Figura 7.33 – Confronto tra le analisi senza cavità (*free-field*) e con singola cavità centrale, mediante profili delle componenti di accelerazione massima sulla superficie della piastra.

Visto che la posizione centrale della cavità potrebbe determinare una peculiarità nella risposta, a causa della perfetta simmetria del modello, è stata eseguita una seconda analisi con posizione decentrata, per l'esattezza con centro della cavità a 50 m dal bordo sinistro della piastra. In questo caso i punti che fanno registrare il massimo risentimento in superficie si trovano sul lato rivolto verso il margine della piastra, a circa 11 e 16 m dal centro della cavità, rispettivamente per la componente orizzontale e verticale del moto (**Fig. 7.34**). I rapporti di amplificazione spettrale, mostrati nelle **Figure 7.35** e **7.36**, raggiungono, per entrambe le componenti, picchi massimi di circa 1.2 nell'intorno della cavità e sull'estremo margine della piastra, sul lato prossimo alla cavità stessa. I diagrammi a curve di livello dei rapporti spettrali sull'intera superficie della piastra confermano l'estrema localizzazione delle amplificazioni sia nella spazio geometrico che nel dominio delle frequenze, da cui ne consegue anche in questo caso un'accelerazione al suolo approssimativamente uguale al caso privo di cavità (**Fig. 7.37**).

L'amplificazione superiore a 2 della componente verticale viene riscontrata nuovamente nel punto centrale della piastra, sebbene la cavità si trovi a circa 250 m di distanza. Questo fatto conferma che essa è legata ad un effetto della simmetria del modello più che all'influenza di vuoti sotterranei.

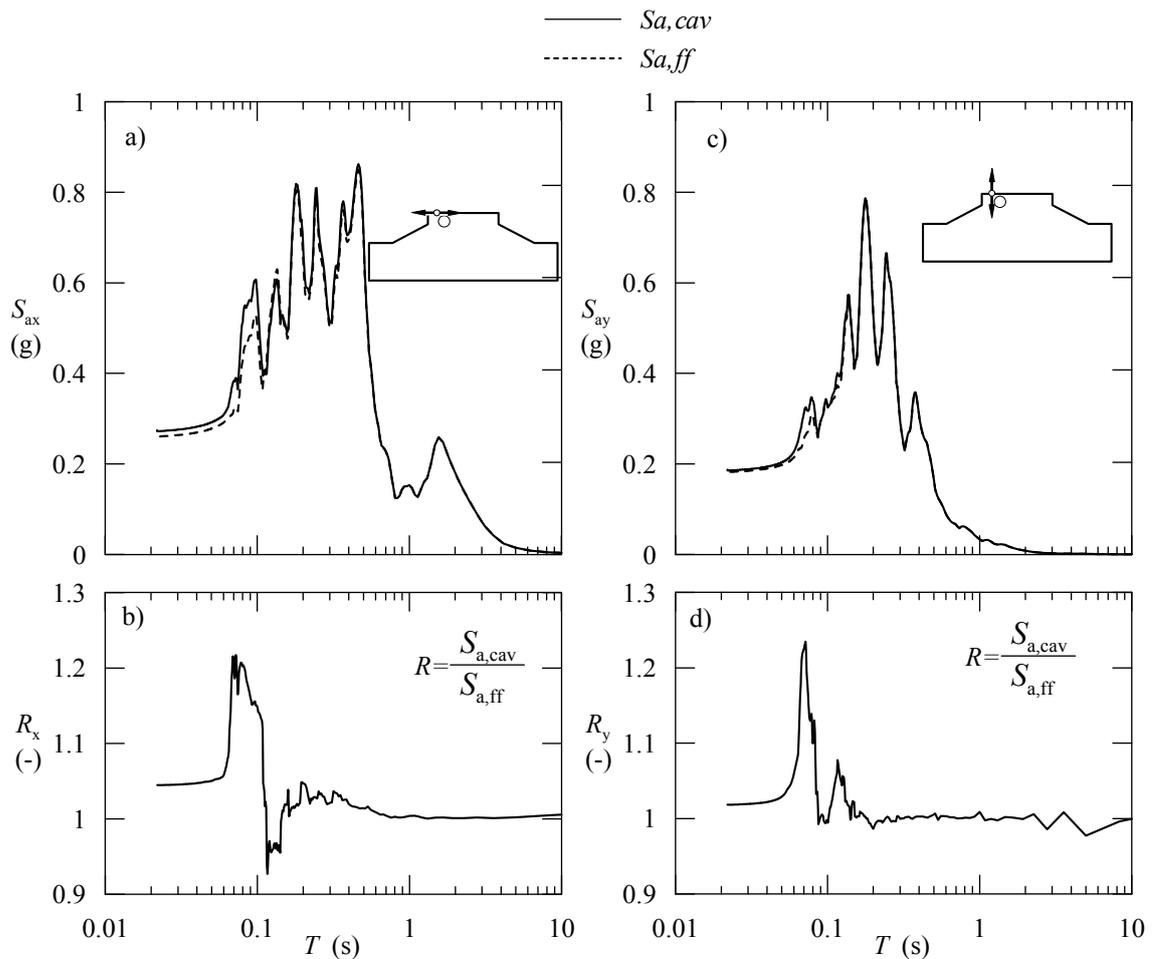


Figura 7.34 – A sinistra: risultati delle analisi lineari con cavità decentrata in termini di spettro di risposta della componente orizzontale  $S_{ax}$  (a) e fattore di amplificazione spettrale (b) per il punto superficiale posto a 16 m dall’asse cavità. A destra: risultati delle medesimi analisi per la componente verticale del punto posto a circa 11 , dall’asse della cavità: spettro di risposta  $S_{ay}$  (c) e fattore di amplificazione spettrale (d).

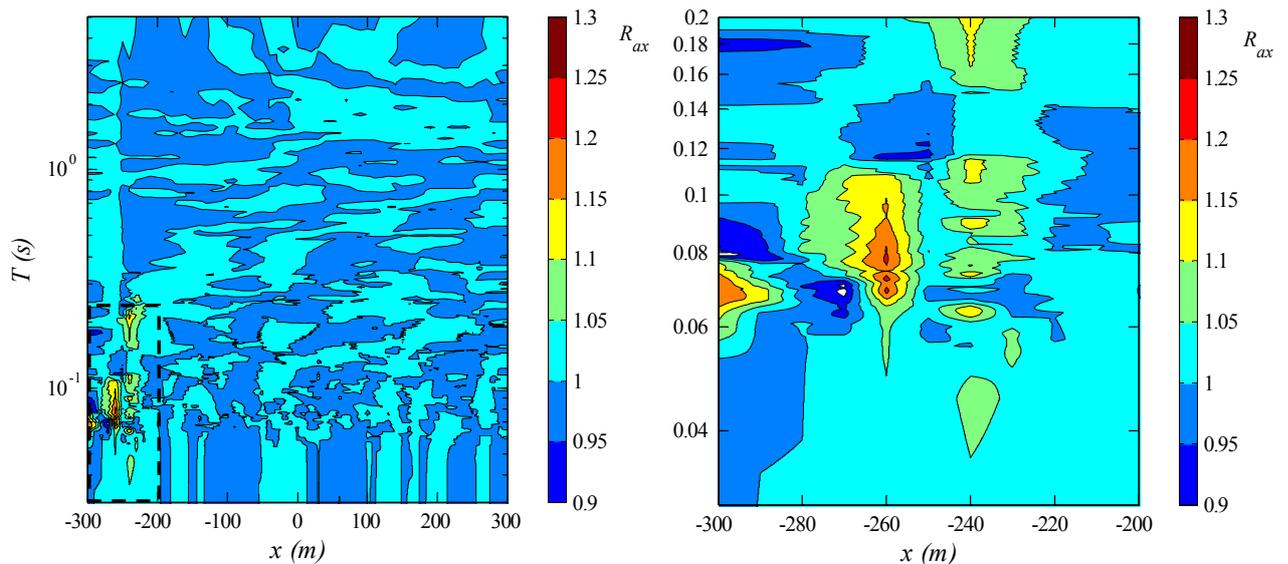


Figura 7.35 – Rapporto di amplificazione spettrale della componente orizzontale,  $R_{ax}$ , ottenuto dall’analisi con cavità decentrata riferito alla risposta in assenza di cavità, rappresentato mediante diagramma a curve di livello sull’intero dominio  $[x, T]$ . A destra è riportato l’ingrandimento focalizzato sul rettangolo tratteggiato nella figura di sinistra, a cavallo della cavità (con centro all’ascissa  $x_0=-250.0$ ).

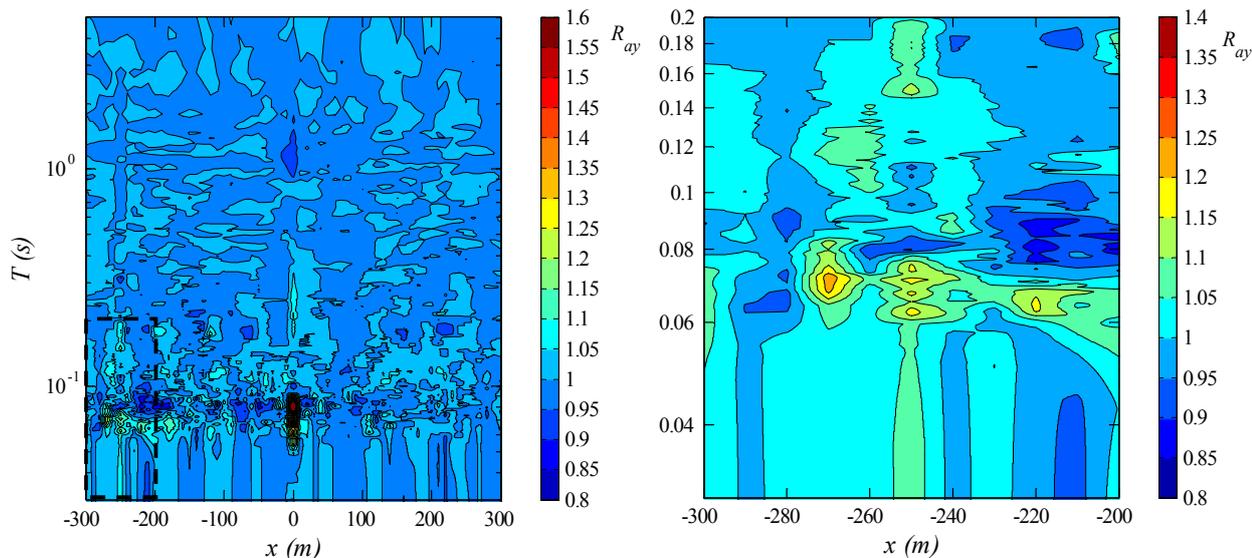


Figura 7.36 – Rapporto di amplificazione spettrale della componente verticale,  $R_{ay}$ , ottenuto dall’analisi con cavità decentrata riferito alla risposta in assenza di cavità, rappresentato mediante diagramma a curve di livello sull’intero dominio  $[x, T]$ . A destra è riportato l’ingrandimento focalizzato sul rettangolo tratteggiato nella figura di sinistra, a cavallo della cavità (con centro all’ascissa  $x_0=-250.0$ ).

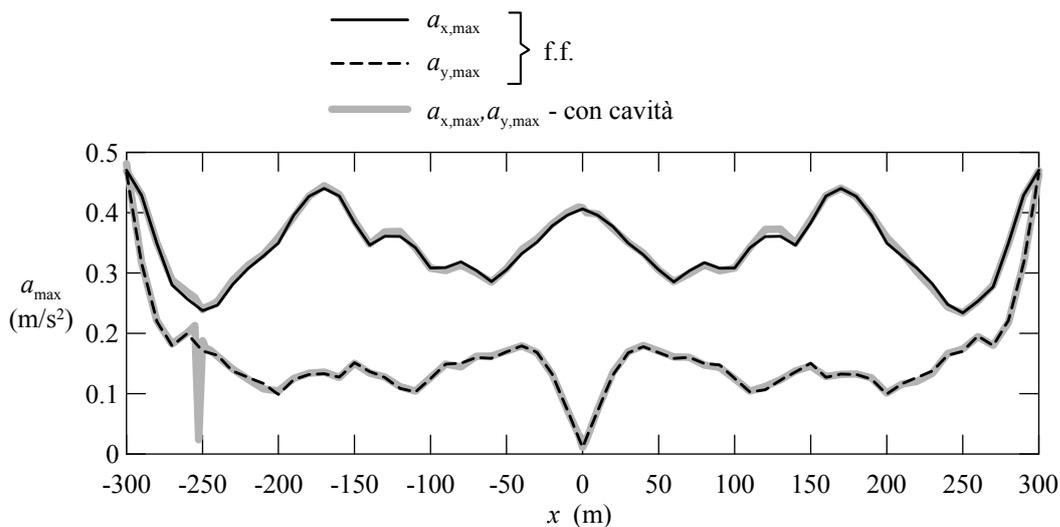


Figura 7.37 - Confronto tra le analisi senza cavità (*free-field*) e con singola cavità decentrata (ascissa del centro  $x_0=250$  m), mediante profili delle componenti di accelerazione massima sulla superficie della piastra.

### 7.3.4 Analisi lineari con cavità affiancate

La presenza di più cavità affiancate è stata approfondita mediante l’esecuzione di tre analisi nelle quali l’interasse orizzontale delle cavità cilindriche varia da 50 a 25 e 10 m, rimanendo costanti il raggio e la profondità dei centri (rispettivamente pari a 2.5 m e 5.0 m).

La risposta sismica in superficie è ben sintetizzata dai diagrammi che riportano l’ampiezza dello spettro di risposta (con rapporto di smorzamento  $\zeta = 5\%$ ) della componente orizzontale (**Fig.**

7.38) e verticale (Fig. 7.39) del moto per le tre analisi suddette, alle quali viene affiancato il risultato dell'analisi senza cavità. L'effetto principale si riscontra sulla componente orizzontale, dove è visibile un'amplificazione accentuata in particolare per le frequenze e nelle zone della piastra dove esistevano già dei picchi di ordinata spettrale ( $S_{ax}$ ) anche nell'analisi priva di cavità. I diagrammi del rapporto di ampiezza spettrale, tutti riferiti all'analisi senza cavità, mostrano l'entità delle amplificazioni (che raggiungono picchi di circa 1.75), concentrate nell'intervallo di periodo compreso tra 0.06 e 0.2 s, e la loro esatta distribuzione spaziale (Fig. 7.40).

In maggiore dettaglio, lo stesso confronto può essere condotto mediante gli spettri di risposta di un particolare punto della superficie (Fig. 7.41) o mediante le ordinate spettrali corrispondenti ad un particolare periodo ( $T=0.178$  s, in corrispondenza del picco massimo dello spettro) lungo l'intera superficie della piastra (Fig. 7.42).

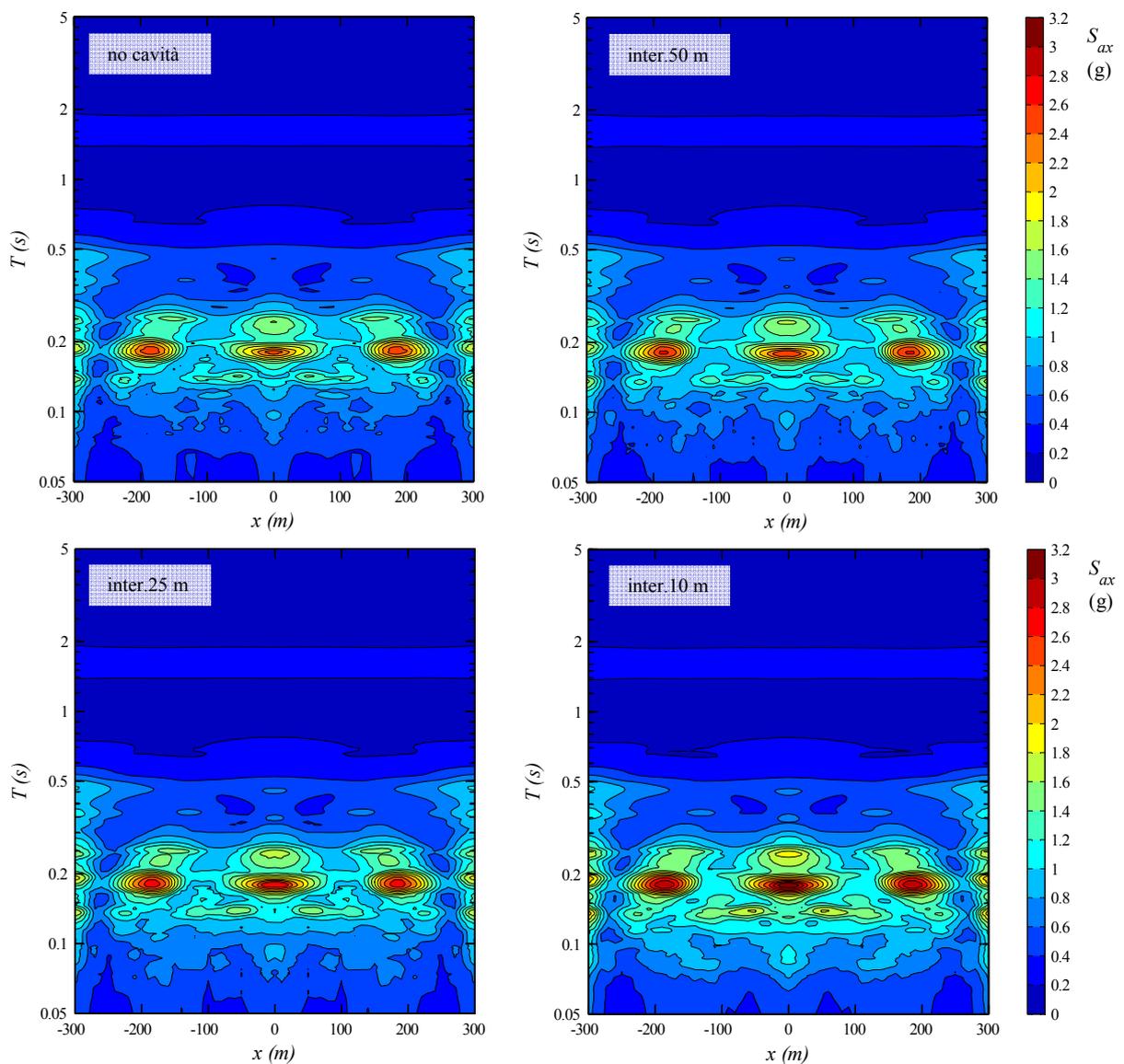


Figura 7.38 – Ordinate dello spettro di risposta della componente orizzontale del moto  $S_{ax}$  per le analisi condotte senza cavità, e con cavità superficiali poste ad interasse di 50, 25, 10 m.

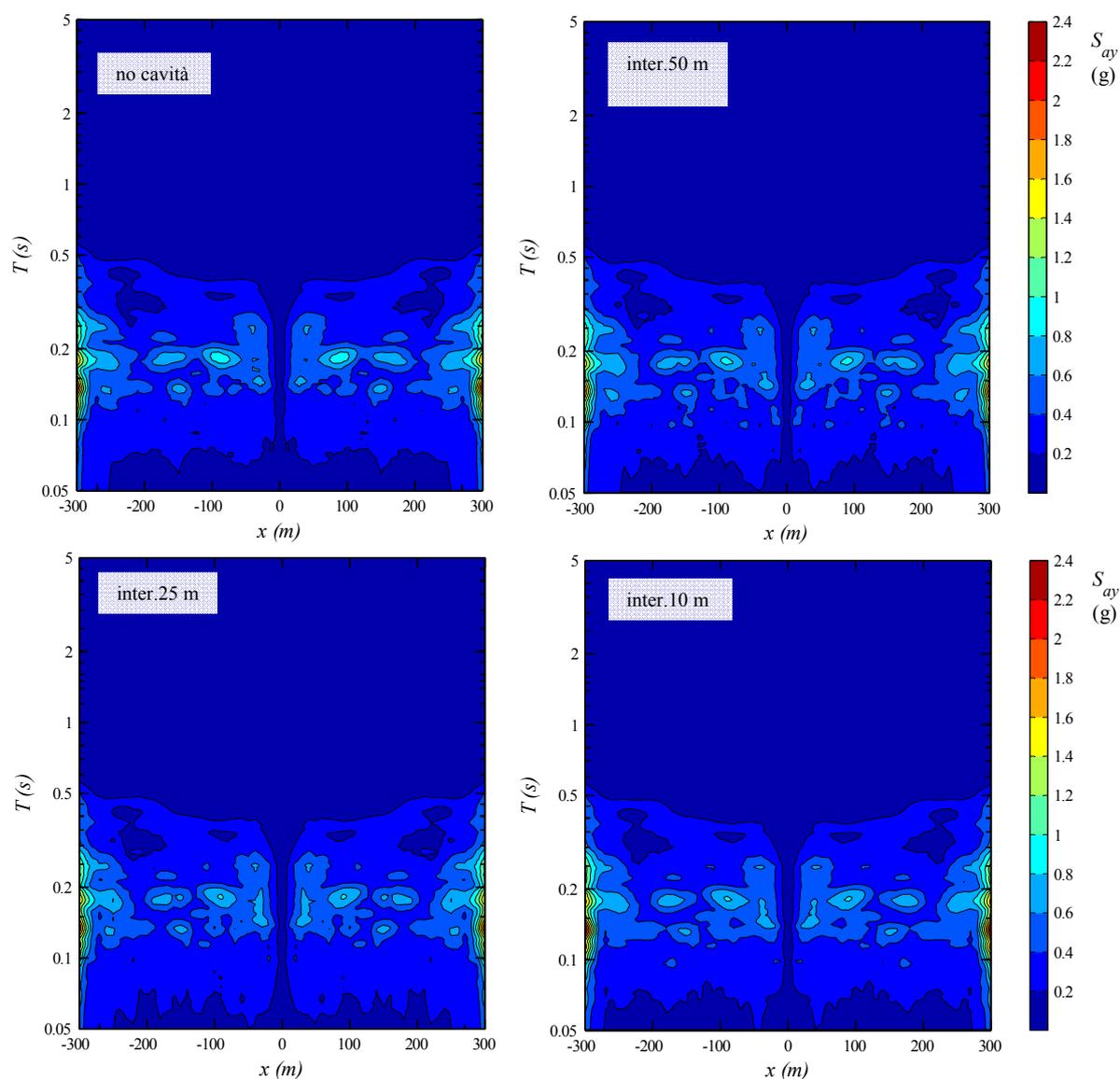


Figura 7.39 - Ordinate dello spettro di risposta della componente verticale del moto  $S_{ay}$  per le analisi condotte senza cavità, e con cavità superficiali poste ad interasse di 50, 25, 10 m.

L'ordinata spettrale della componente verticale  $S_{ay}$  non mostra invece variazioni sensibili al diminuire dell'interasse delle cavità (**Fig. 7.39**).

L'andamento dell'accelerazione massima riflette questo tipo di risposta: si ottengono infatti picchi della componente orizzontale che subiscono incrementi del 20-25% per il minimo interasse delle cavità, rispetto ai valori iniziali di 0.40-0.45 g associati all'analisi senza cavità (**Fig. 7.41**). La componente verticale non subisce variazioni apprezzabili.

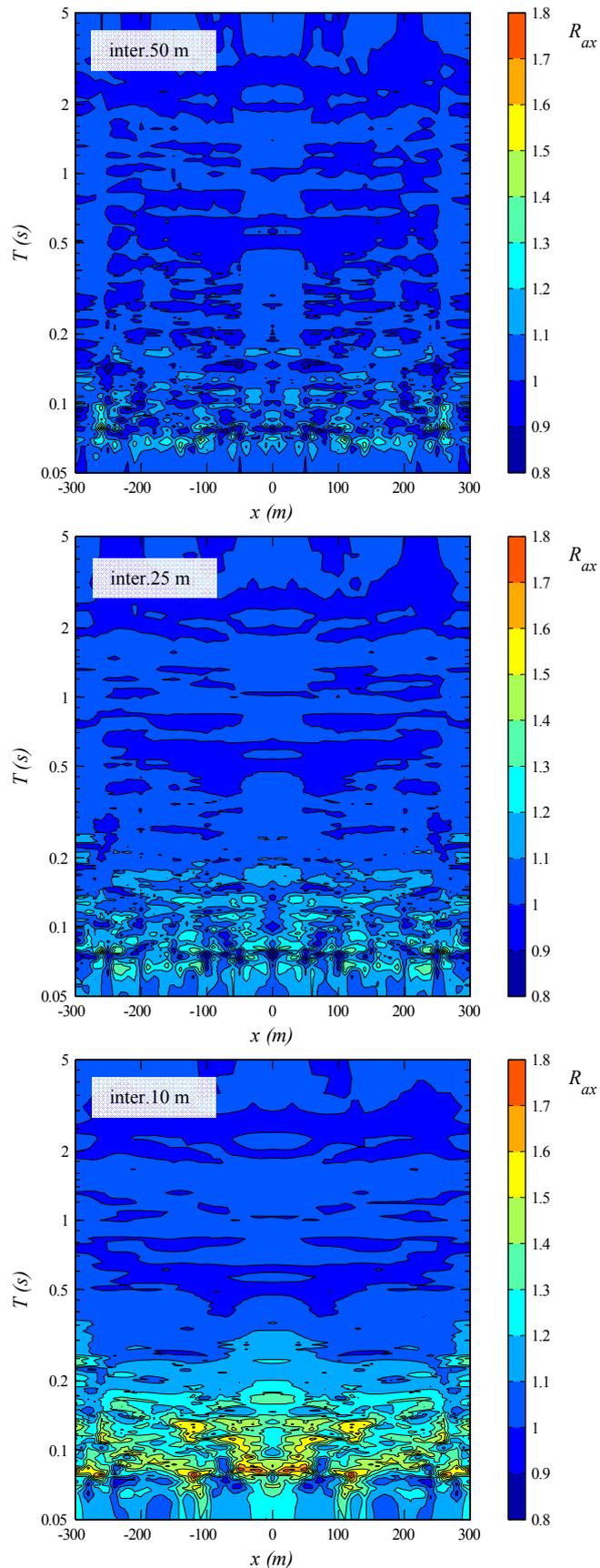


Figura 7.40 – Rapporti di amplificazione spettrale  $R_{ax}$  lungo la superficie della piastra ottenuti dalle analisi con serie di cavità ad interasse di 50, 25, 10 m (in riferimento all'analisi priva di cavità).

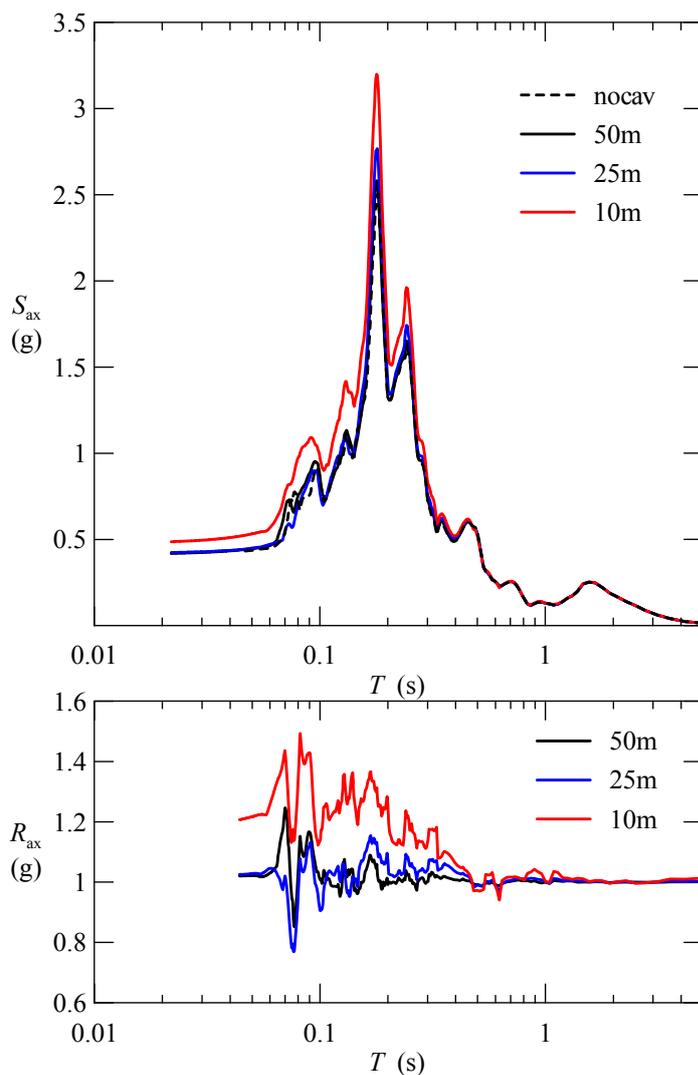


Figura 7.41 – Spettri di risposta della componente orizzontale del moto  $S_{ax}$  nel punto centrale della piastra piroclastica per le analisi con cavità affiancate. In basso viene riportato il rapporto di amplificazione spettrale  $R_{ax}$  delle tre analisi ad interasse decrescente, riferito allo spettro dell'analisi senza cavità.

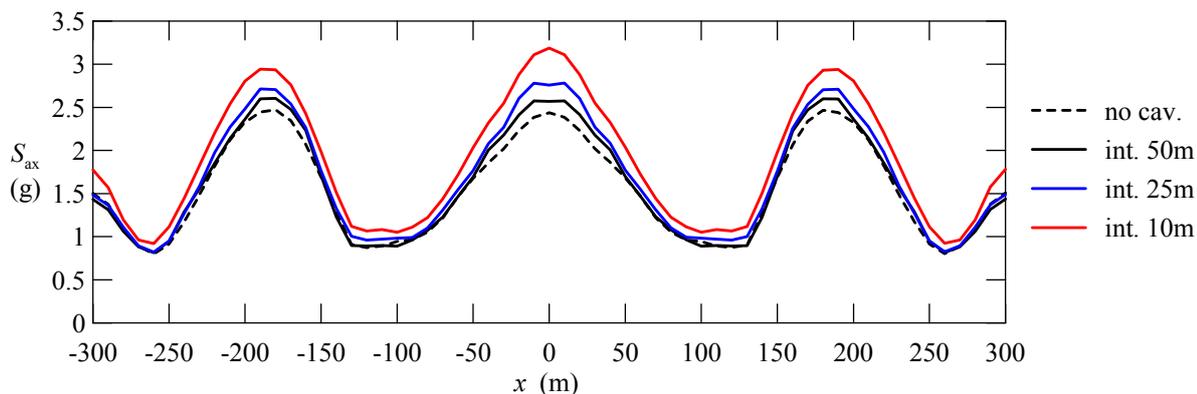


Figura 7.42 – Ordinate spettrali della componente orizzontale  $S_{ax}$  in corrispondenza del periodo di massima ampiezza spettrale ( $T = 0.178$  s) lungo la superficie della piastra, per le analisi con cavità affiancate.

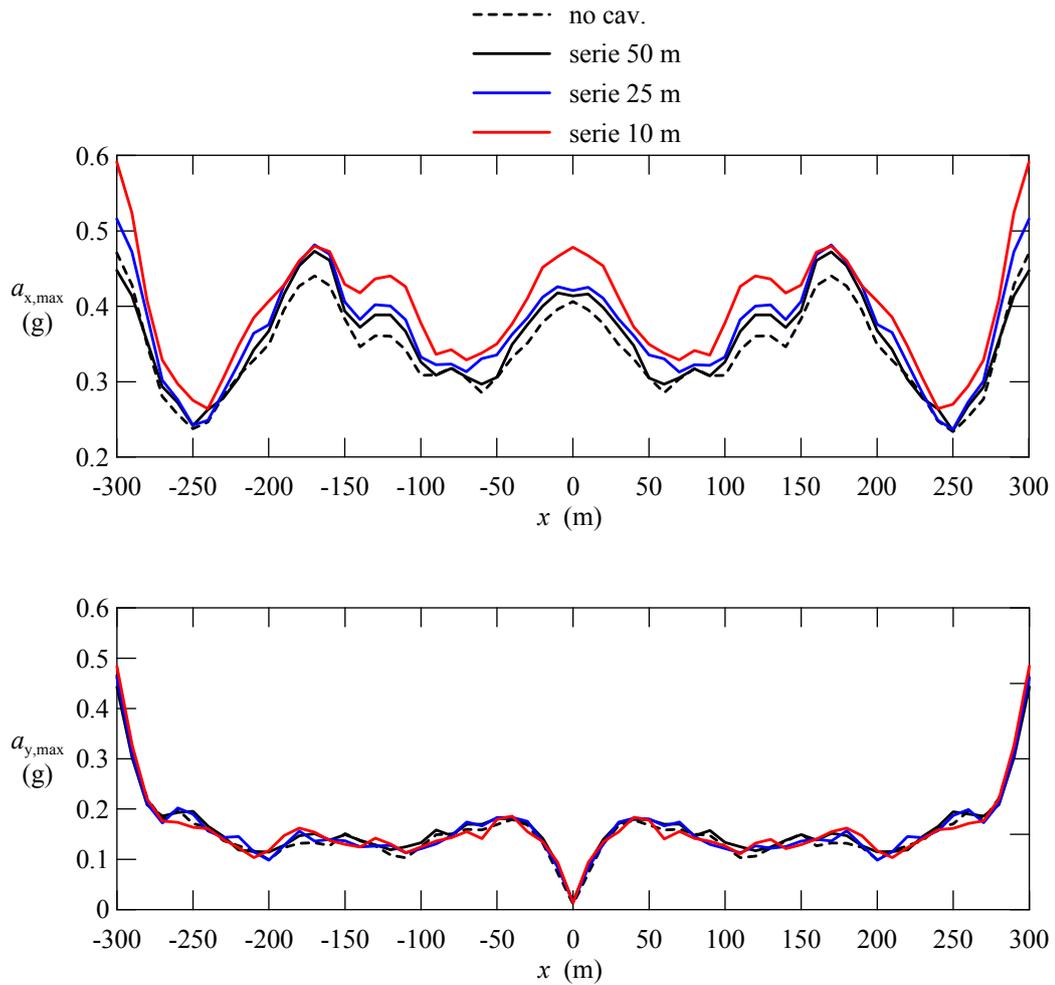


Figura 7.43 – Valori massimi delle componenti dell'accelerazione  $a_x$  e  $a_y$  in superficie per le analisi con cavità in serie, confrontate con l'analisi senza cavità.

## 7.4 Analisi non lineari

### 7.4.1 Analisi monodimensionali

Le analisi monodimensionali mediante il codice EERA tengono conto del comportamento non lineare dei materiali attraverso un metodo lineare equivalente. Il procedimento prevede l'aggiornamento dei valori di rigidezza e smorzamento compatibili con il livello di deformazione raggiunto e l'iterazione dell'analisi fino alla convergenza dei risultati.

L'introduzione della non linearità determina un'attenuazione dell'accelerazione lungo tutto il profilo verticale, sebbene le deformazioni e le tensioni massime rimangano sostanzialmente le stesse dell'analisi lineare (Fig. 7.44). L'accelerazione massima al suolo si riduce da 0.30 g a 0.25 g, mentre riduzioni di oltre il 30-40% si ottengono per l'ampiezza spettrale nel campo di periodi compreso tra 0.06 a 0.2 s (Fig. 7.45). Conseguentemente il rapporto di amplificazione spettrale riferita al moto sull'affioramento roccioso, nello stesso intervallo di frequenze ( $f=5-17$  Hz), si riduce a valori inferiori a 2.0, mentre rimangono significative, con una piccola attenuazione legata alla non linearità dei materiali, le massime amplificazioni che erano già state evidenziate in campo lineare per  $T=0.49$ ,  $T=0.75$ , e per  $T=2.2$  s.

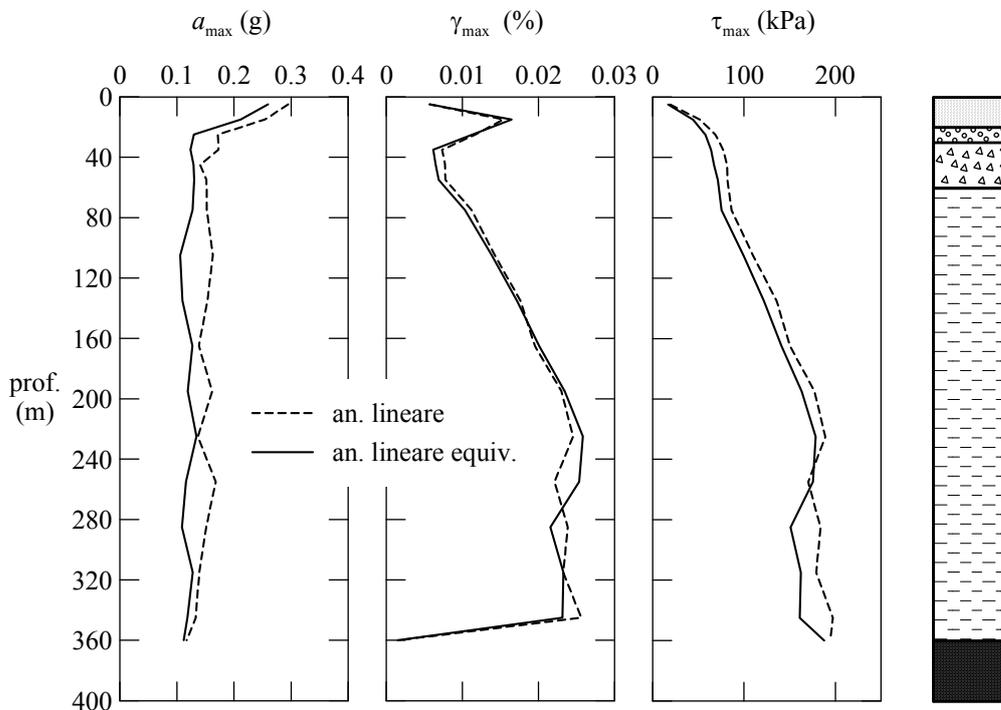


Figura 7.44 – Profili verticali dell'accelerazione massima  $a_{max}$ , deformazione massima  $\gamma_{max}$  e tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$  ottenuti dalle analisi monodimensionali lineare e lineare equivalente.

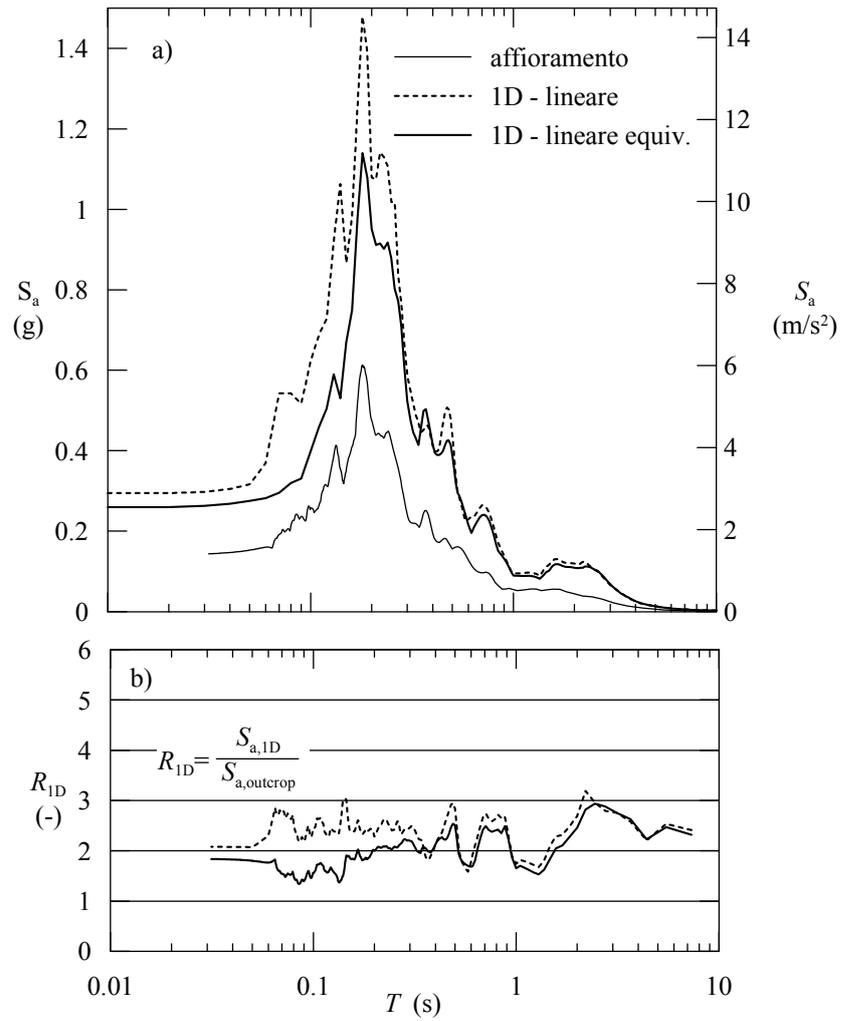


Figura 7.45 – Spettri di risposta del moto ottenuto mediante analisi monodimensionali lineare e lineare equivalente (a). Rapporto di amplificazione spettrale rispetto al moto sull'affioramento roccioso (b).

7.4.2 Analisi 2-D in assenza di cavità

Analogamente a quanto osservato per le analisi 1-D, l'introduzione del comportamento non lineare nelle analisi bidimensionali determina essenzialmente, rispetto alle analisi lineari, la riduzione delle ordinate spettrali per i periodi medio-bassi ( $T < 0.2$  s), come visibile nello spettro del punto centrale (Fig. 7.46). L'amplificazione sismica rispetto al moto sull'affioramento roccioso si riduce in questo dominio di frequenze, oscillando attorno al valore di 2.5, mentre rimangono pressoché inalterati i picchi di amplificazione di elevato periodo, in particolare quello per  $T=1.5$  s e, limitatamente alle zone marginali della piastra, anche quello per  $T=0.5$  s (Fig. 7.47).

I diagrammi del rapporto di amplificazione spettrale evidenziano il fenomeno appena descritto, mostrando zone di sensibile amplificazione ( $R > 2.0$ ) solo nel campo delle basse frequenze: per  $T=1.5$  s generalizzata sull'intera superficie, per  $T=0.5$  s nelle zone marginali (Fig. 7.48).

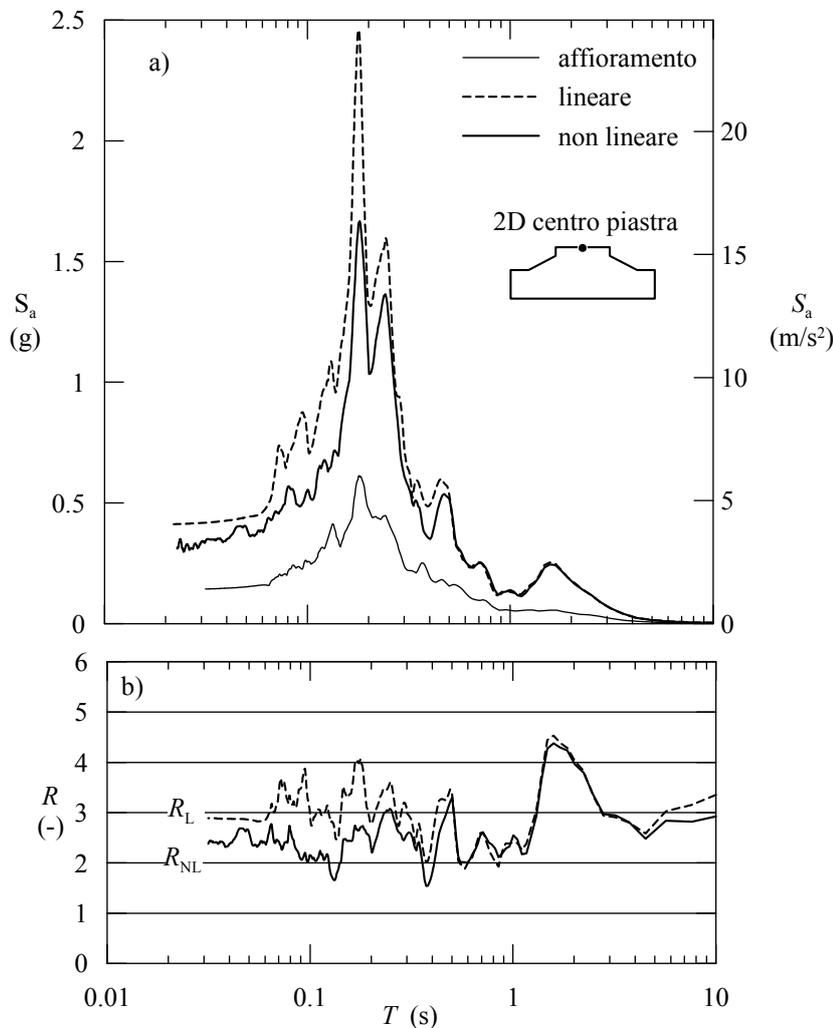


Figura 7.46 - In alto (a): Spettri di risposta della componente orizzontale per il punto centrale della piastra, da analisi lineari  $S_{a,L}$  e non lineari  $S_{a,NL}$  in assenza di cavità. In basso (b), fattori di amplificazione rispetto al moto su affioramento roccioso, calcolati come rapporti tra le ordinate spettrali:  $R_L = S_{a,L} / S_{a,aff}$ ;  $R_{NL} = S_{a,NL} / S_{a,aff}$ .

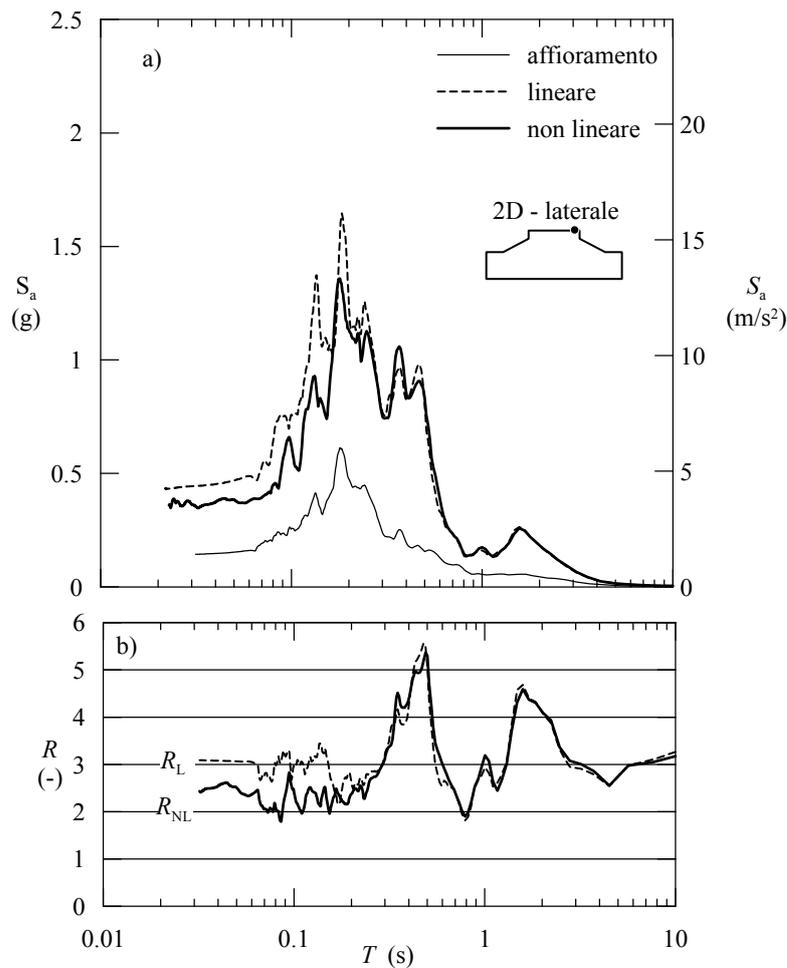


Figura 7.47 - In alto (a): Spettri di risposta della componente orizzontale per il punto laterale della piastra, da analisi lineari  $S_{a,L}$  e non lineari  $S_{a,NL}$  in assenza di cavità. In basso (b), fattori di amplificazione rispetto al moto su affioramento roccioso, calcolati come rapporti tra le ordinate spettrali:  $R_L = S_{a,L}/S_{a,aff}$ ;  $R_{NL} = S_{a,NL}/S_{a,aff}$ .

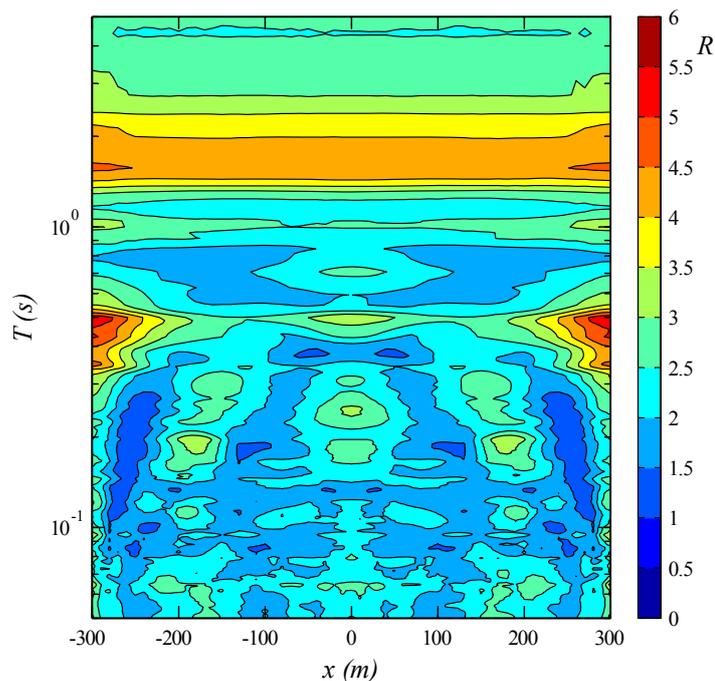


Figura 7.48 - Rapporto di amplificazione  $R_{NL}$  da analisi 2-D non lineari in assenza di cavità rappresentato mediante diagramma a curve di livello nel dominio  $[x, T]$ .

### 7.4.3 Analisi non lineari con singola cavità

I risultati delle analisi non lineari comprendenti una singola cavità sono riportati sotto forma di rapporti di amplificazione spettrale in riferimento alle analisi senza cavità (condizioni di campo libero, o *free-field*). Per entrambe le posizioni analizzate (quella di cavità centrale rispetto alla piastra o quella decentrata a 50 m dal bordo sinistro della piastra) si deve registrare un modesto aumento dell'amplificazione della componente orizzontale del moto rispetto alle stesse analisi condotte con modello lineare per tutti i materiali.

Per la posizione centrale della cavità (**Figg. 7.49 e 7.50**), si raggiunge un rapporto  $R_{ax}$  di circa 1.15 a circa 10 m dall'asse della cavità (a fronte di un valore di 1.12 delle analisi lineari) mentre per la posizione decentrata (**Figg. 7.51 e 7.52**) il valore massimo di  $R_{ax}$  si attesta intorno ad 1.35 nell'intera fascia esterna di 10 m di larghezza dall'asse della cavità (a fronte di 1.25 delle analisi lineari). Le frequenze in corrispondenza delle quali si verificano tali amplificazioni sono le stesse delle analisi lineari, per periodi compresi tra 0.04 e 0.1 s.

La componente verticale del moto subisce variazioni poco significative rispetto alle analisi lineari, con amplificazioni che rimangono attorno ai valori di 2.0 ed 1.3, rispettivamente per posizione centrale e decentrata della cavità.

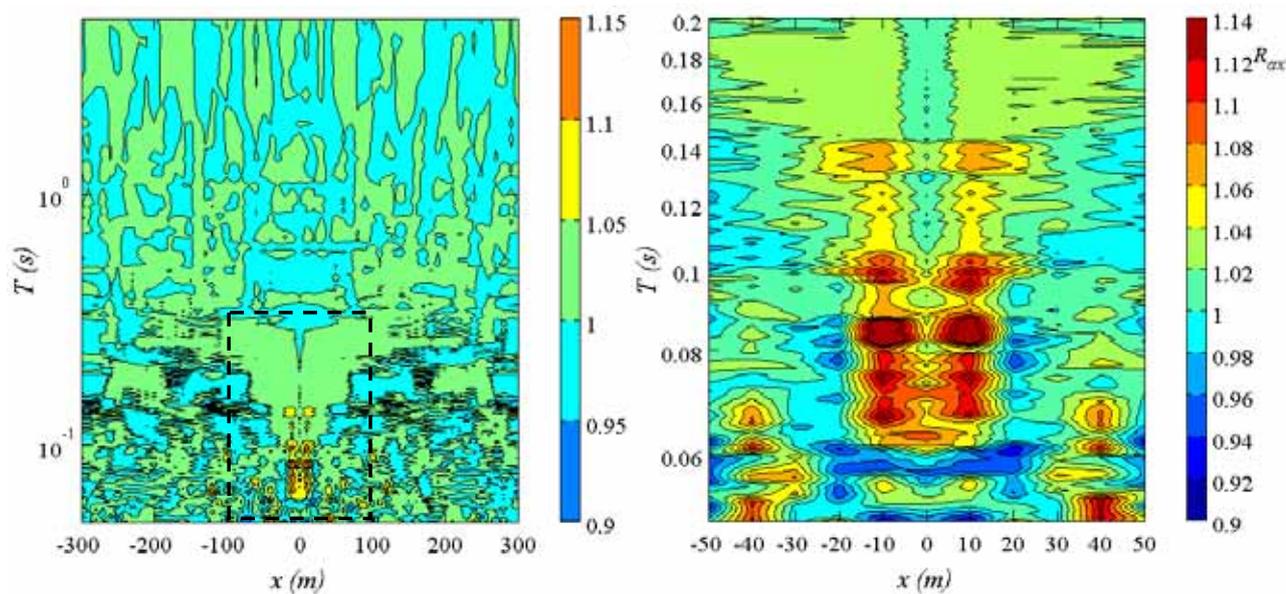


Figura 7.49 – Rapporto di amplificazione spettrale della componente orizzontale  $R_{ax}$  lungo la superficie della piastra, per posizione centrata della singola cavità. A destra è riportato un ingrandimento nel dominio evidenziato con perimetro tratteggiato del diagramma di sinistra.

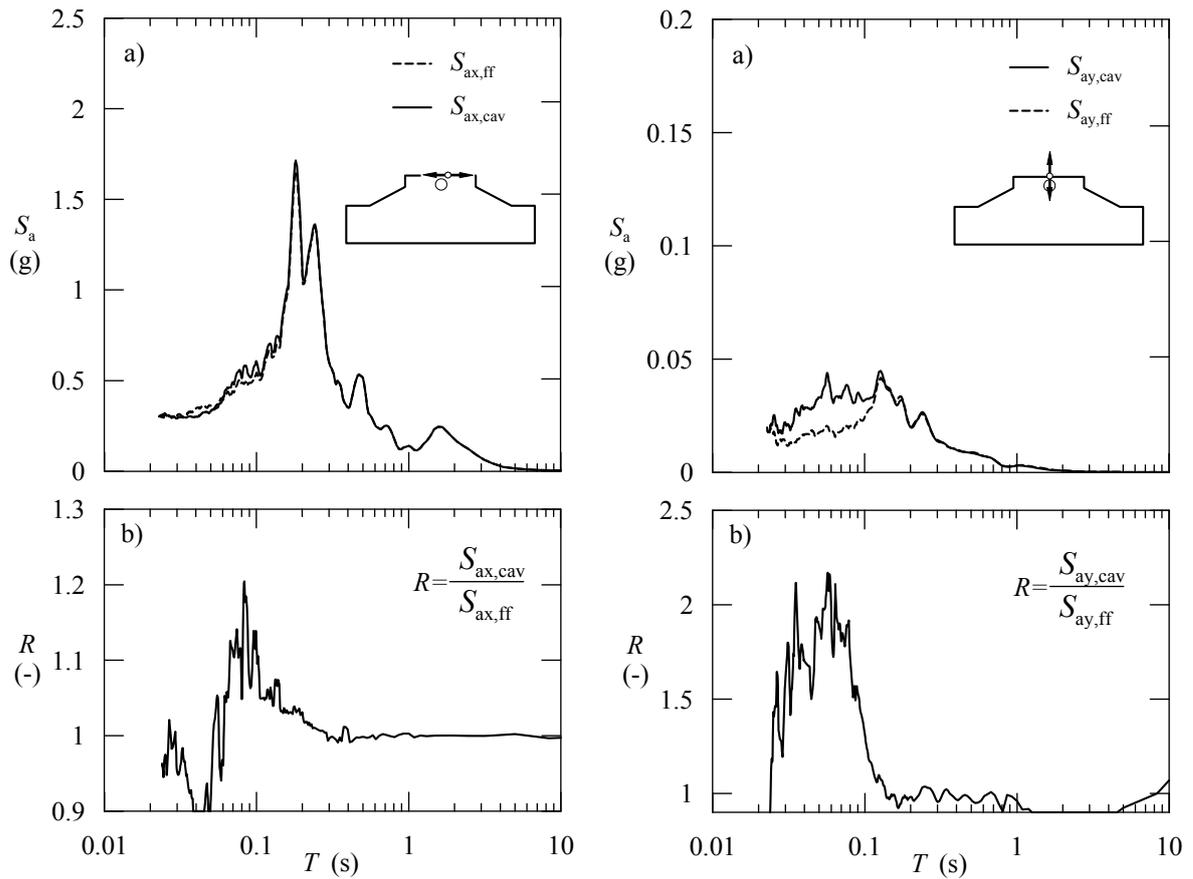


Figura 7.50 – Spettri di risposta nei punti di massima amplificazione delle componenti orizzontale (a) e verticale (c) in presenza di una singola cavità centrale  $S_{a,cav}$  (confrontati con quelli in assenza di cavità  $S_{a,ff}$ ), e rispettivi rapporti di amplificazione spettrali (b) e (d).

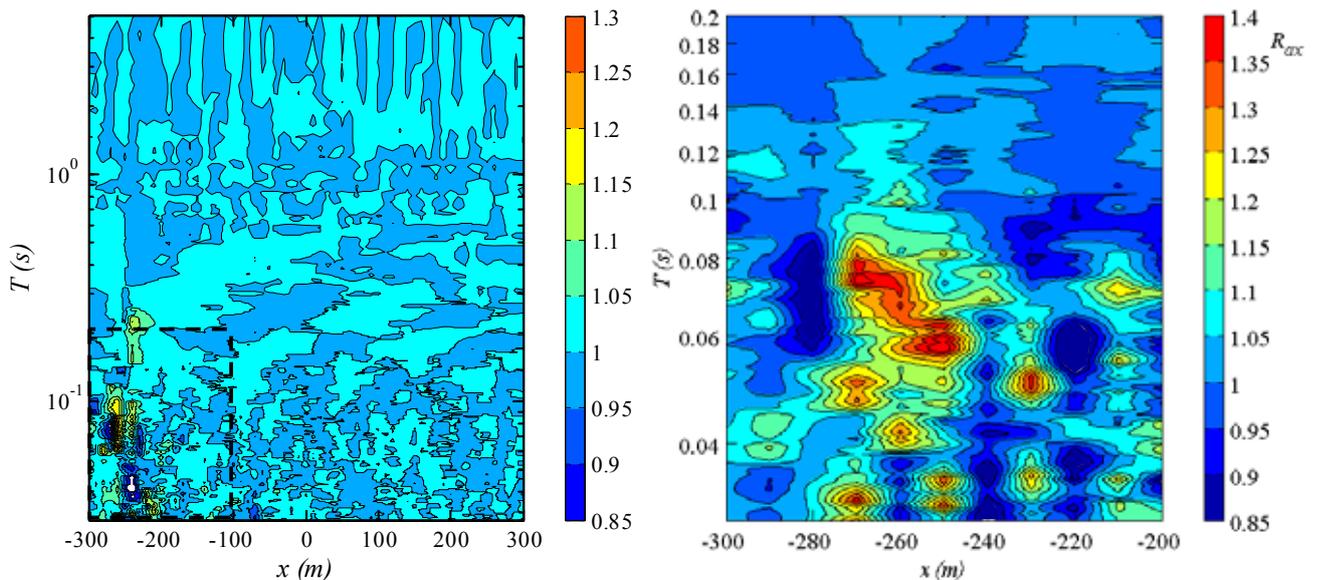


Figura 7.51 - Rapporto di amplificazione spettrale della componente orizzontale  $R_{ax}$  lungo la superficie della piastra, per posizione decentrata della singola cavità. A destra è riportato un ingrandimento nel dominio evidenziato con un rettangolo tratteggiato del diagramma di sinistra.

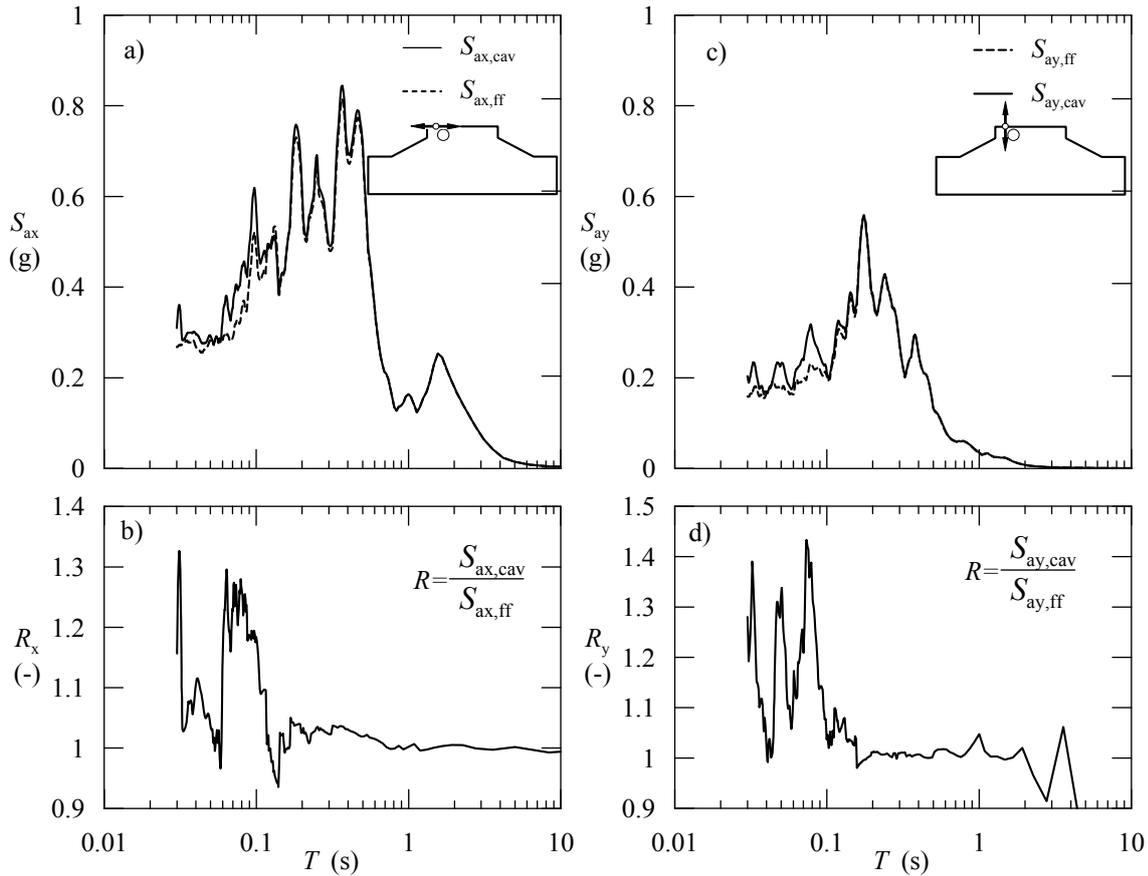


Figura 7.52 - Spettri di risposta nei punti di massima amplificazione delle componenti orizzontale (a) e verticale (c) in presenza di una singola cavità decentrata  $S_{a,cav}$  ed in assenza di cavità  $S_{a,ff}$  e rispettivi rapporti di amplificazione spettrali (b) e (d).

Le variazioni appena descritte non sono sufficienti per apportare sensibili modifiche ad altre grandezze caratteristiche del moto di punti nell'intorno delle cavità. Per tali risultati (come ad esempio per i massimi valori delle componenti dell'accelerazione  $a_{x,max}$   $a_{y,max}$ ) si può far riferimento ai corrispondenti risultati delle analisi lineari.

#### 7.4.4 Analisi non lineari con cavità affiancate

L'affiancamento di più cavità produce una graduale amplificazione della componente orizzontale del moto che può essere evidenziata dai diagrammi dell'ordinata spettrale lungo l'intera superficie della piastra (**Fig. 7.53**). L'effetto più evidente è quello di intensificazione dei massimi spettrali, già presenti anche nelle analisi senza cavità, in corrispondenza del periodo  $T=0.18$  s. Sebbene le ordinate spettrali siano generalmente ridotte rispetto alle corrispondenti analisi lineari (cfr. **Fig. 7.38**), l'amplificazione relativa all'assenza di cavità è più intensa. Nell'intorno delle ascisse  $x=-180$ ,  $x=+180$  ad esempio l'ordinata spettrale, di circa 1.9 g in assenza di cavità, viene amplificata del 5, 10, 26% , rispettivamente per cavità con interasse di 50, 25, 10 m. Nell'intorno dell'ascissa centrale  $x=0$  invece, l'ordinata di 1.6 viene aumentata del, 6, 13, 38% al diminuire dell'interasse.

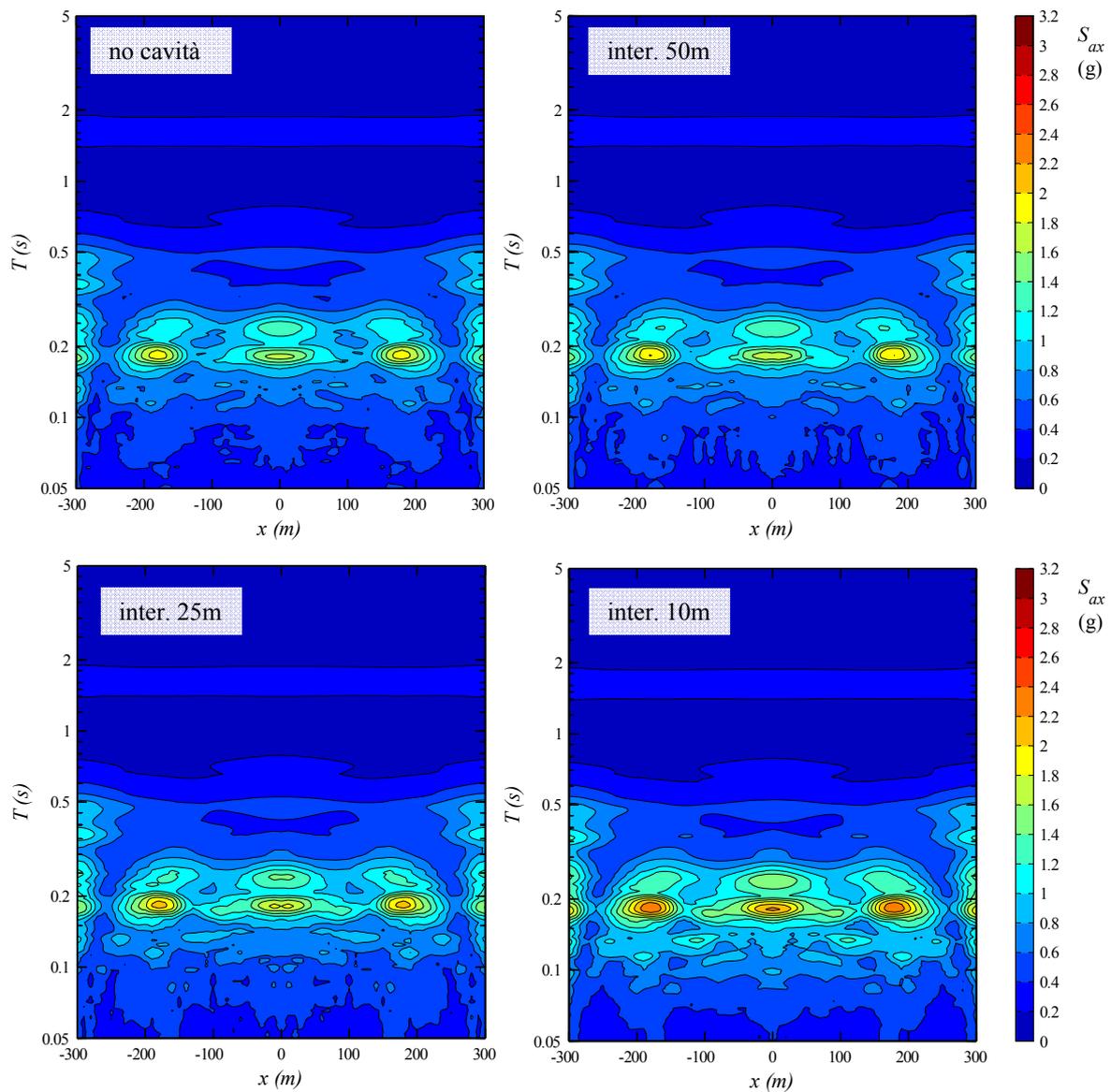


Figura 7.53 - Ordinate dello spettro di risposta della componente orizzontale del moto  $S_{ax}$  per le analisi non lineari condotte senza cavità, e con cavità superficiali poste ad interasse di 50, 25, 10 m.

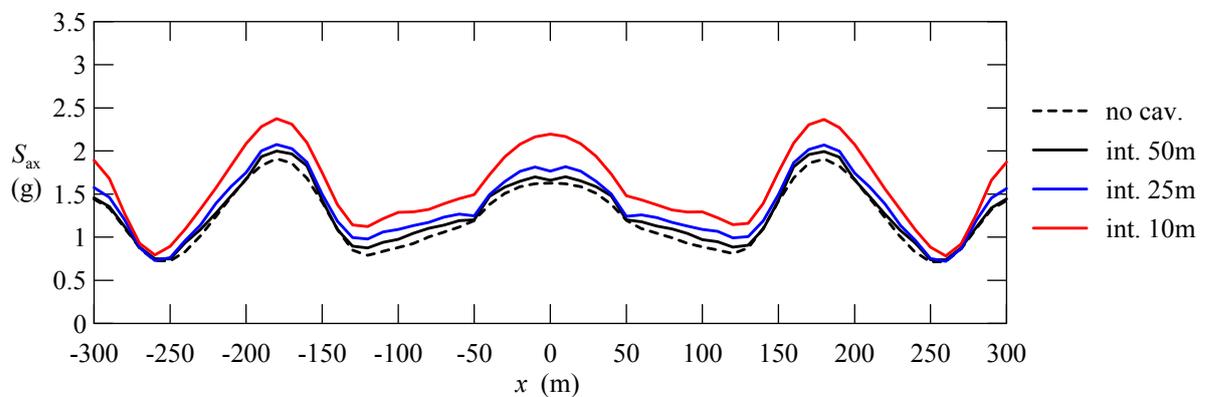


Figura 7.54 - Ordinate spettrali in corrispondenza del periodo di massima ampiezza spettrale ( $T=0.178$  s) lungo la sommità della piastra, per le analisi con cavità in serie.

L'aumento appare più intenso di quanto verificato per le analisi non lineari, come si evidenzia confrontando i diagrammi del rapporto di amplificazione spettrale  $R_{ax}$  di **Figura 7.55** con l'analogo in condizioni lineari (**Fig. 7.40**). L'analisi con cavità disposte ad interasse minimo produce rapporti di amplificazione spettrali superiori a 1.6 su aree piuttosto estese ed anche su intervalli di frequenza piuttosto estesi.

Anche un parametro caratteristico del moto come la massima accelerazione orizzontale subisce in effetti un aumento non trascurabile e più intenso (**Fig. 7.56**), fino al 25% del valore iniziale in assenza di cavità, di quello ottenuto nelle analisi lineari (cfr. **Fig. 7.43**).

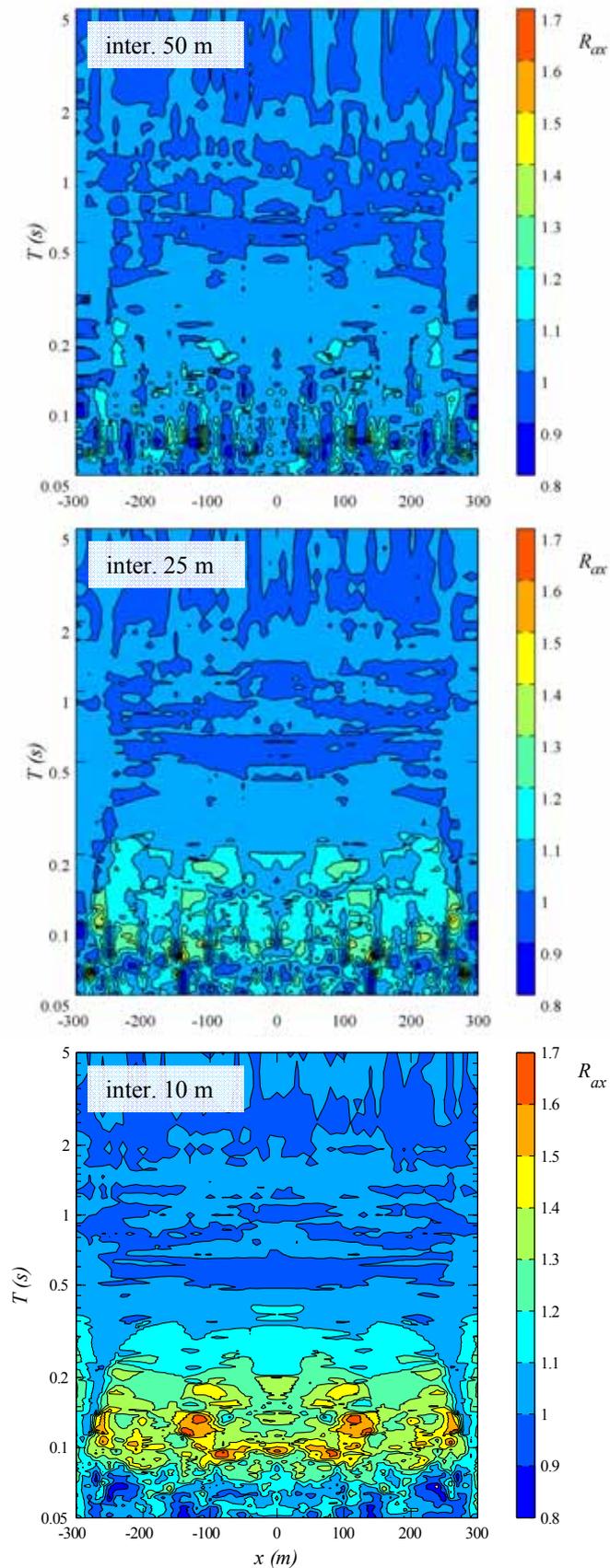


Figura 7.55 - Rapporti di amplificazione spettrale  $R_{ax}$  per i punti lungo la superficie della piastra delle analisi non lineari con serie di cavità ad interasse di 50, 25, 10 m (in riferimento all'analisi priva di cavità).

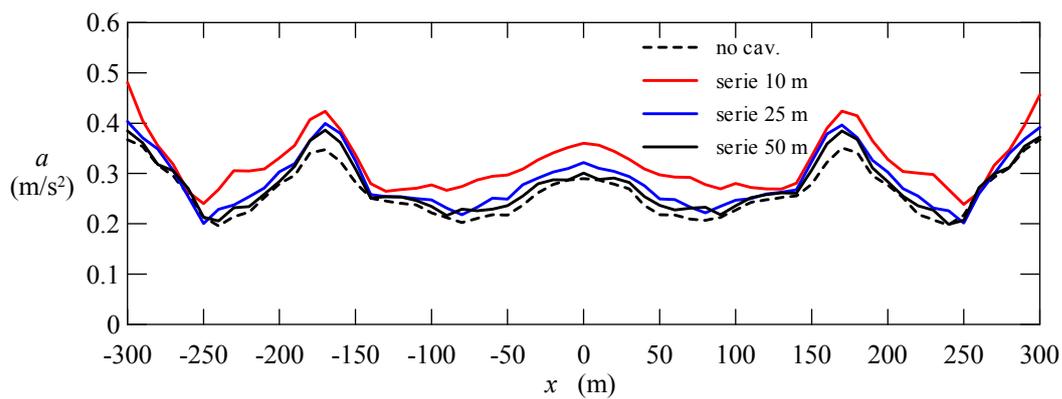


Figura 7.56 - Valori massimi della componenti orizzontale dell'accelerazione  $a_x$  in sommità alla piastra per le analisi non lineari con cavità in serie, confrontate con l'analisi senza cavità.

## 8 CONCLUSIONI

L'esame della letteratura relativa all'influenza della morfologia superficiale e sotterranea sulla risposta sismica ha mostrato che sono stati indagati solo alcuni aspetti caratteristici del moto in superficie. Data l'elevata variabilità e complessità del moto in queste condizioni, dagli studi realizzati risulta difficile estrarre indicazioni sintetiche utili a fini applicativi, come gli intervalli significativi della dimensione e profondità della cavità, o la massima lunghezza d'onda significativamente alterata. Per tali ragioni è stata impostata una serie di analisi numeriche di tipo parametrico, con approccio dimensionale.

Vista la rilevanza dell'inclinazione del fronte d'onda, evidenziata da alcuni risultati di letteratura, le analisi sono state eseguite facendo variare anche tale parametro. A questo scopo è stata preventivamente messa a punto una procedura numerica che consente di applicare un'onda piana incidente con generica angolazione sui bordi di un modello numerico bidimensionale. Il metodo è stato sviluppato per poter essere applicato a modelli che simulano le condizioni in prossimità della superficie del terreno, dove la condizione di campo libero è costituita dall'onda incidente primaria e dalle onde secondarie generate dalla riflessione sulla frontiera del semispazio. Nell'ambito delle ipotesi di base (condizioni di deformazione piana, frontiere del modello costituite da materiale omogeneo, elastico ed isotropo), la procedura numerica risolve in maniera analitica esatta il campo dello stato di sforzo lungo la frontiera, e può essere utilizzata efficacemente in presenza di smorzatori viscosi alla Lysmer e Kuhlemeyer (1969). In tal modo le frontiere fittizie del modello possono essere avvicinate a piacere all'opera o alla zona oggetto dell'analisi dinamica, senza la necessità di tener conto di effetti di bordo, limitando la dimensione del modello stesso. La procedura è stata validata mediante la riproduzione delle amplificazioni superficiali prodotte dall'incidenza inclinata di onde S e P sulla frontiera di un semispazio omogeneo lineare elastico, di cui sono note le relazioni analitiche. Sebbene direttamente implementata con un particolare codice alle differenze finite (FLAC, Itasca, 2011), la procedura costituisce uno schema concettuale di valenza generale, applicabile a tutti i metodi numerici (ad eccezione dei metodi BEM) per la risoluzione del problema al contorno nell'ambito della dinamica del continuo.

Le analisi numeriche parametriche sulla risposta sismica di una cavità cilindrica sono state impostate mediante un'analisi dimensionale preliminare che ne evidenzia le ipotesi fondamentali, le grandezze in gioco e le variabili adimensionali che descrivono in maniera completa il fenomeno. Le ipotesi di lavoro, che assumono una cavità cilindrica a sezione circolare in un semispazio elastico investito da onde S e P, sebbene possano apparire fortemente limitative, permettono di ottenere alcuni risultati di validità generale. Le indicazioni ottenute sulla risposta dinamica sono esposte con l'aiuto di profili sismici lungo la superficie nel dominio spazio-temporale e di diagrammi a curve di livello nel dominio spazio-frequenze. I primi, utilizzati con una forma d'onda semplice come quella di Ricker, consentono di individuare i diversi impulsi che investono la superficie e leggerne le zone di origine, la direzione di avanzamento e la velocità di propagazione. I diagrammi ad isolinee, specialmente quelli relativi al rapporto di amplificazione,  $H$ , rispetto al moto in condizioni di campo libero, consentono di avere un quadro delle armoniche più rilevanti nel fenomeno, di quelle maggiormente amplificate o attenuate dalla presenza della cavità e delle aree in cui i fenomeni di attenuazione e amplificazione si concentrano.

I risultati mostrano che i maggiori risentimenti in superficie sono dovuti alla vibrazione dell'arco compreso tra la calotta della cavità e la superficie del terreno (**Fig. 5.9** e **5.15**). Tale vibrazione è capace di produrre onde superficiali di Rayleigh di ampiezza comparabile a quella delle onde incidenti e di subire significative amplificazioni nelle zone dove si verificano fenomeni di interferenza costruttiva. Ciò avviene principalmente sopra i fianchi della cavità, per la componente orizzontale, con un fattore di amplificazione  $H_x > 1.5$  (**Fig. 5.18**), e sopra la mezzeria della calotta, per la componente verticale, con fattore di amplificazione  $H_y > 3.0$  (**Fig. 5.21**). Tali amplificazioni risultano concentrate nell'intervallo di frequenza normalizzata  $\eta = 0.15-0.25$  (dove  $\eta = 2a/\lambda$ , con  $a$ =raggio della cavità e  $\lambda$ =lunghezza d'onda). Ciò significa che le armoniche maggiormente influenzate dalla presenza della cavità sono quelle con lunghezza d'onda compresa nell'intervallo  $\lambda = 4D - 7D$  (ove  $D$  è il diametro della cavità). Il limite inferiore di frequenza, al di sotto del quale la presenza della cavità non è significativa, viene in tal modo ridotto al valore di  $\eta = 0.15$ , corrispondente ad una lunghezza d'onda massima di circa  $\lambda = 7D$ .

Il fenomeno di amplificazione delle basse frequenze, legato alla rigidità dell'arco di terreno di copertura, tende ad attenuarsi rapidamente all'aumentare della profondità della cavità: per profondità normalizzate ( $\zeta = h/a$ , con  $h$ =profondità del centro della cavità) comprese tra  $\zeta = 2.0$  e  $\zeta = 4.0$  si può ritenere già scomparso a fini pratici (**Fig. 5.23** e **5.26**).

Le frequenze elevate, ovvero  $\eta \gg 0.25$ , risultano attenuate nella zona immediatamente sopra la cavità, generando valori dei rapporti di amplificazione decisamente inferiori a 1.0. Tuttavia questo effetto viene ad essere significativamente mitigato all'aumentare dell'inclinazione dell'onda incidente (**Fig. 5.28**). Solo la risposta prevalente della componente verticale, quella che determina amplificazioni notevoli localizzate sopra il tetto della cavità, appare decisamente poco influenzata dall'angolo di incidenza (**Fig. 5.30**).

Alcune analisi di verifica hanno dimostrato che l'introduzione di un materiale visco-elastico caratterizzato da fattori di smorzamento anche rilevanti non determina significative variazioni dei risultati, soprattutto riguardo agli effetti amplificativi generati alle basse frequenze.

Le analisi numeriche del caso reale di Orvieto hanno voluto indagare la risposta sismica di una tipica configurazione geotecnica nella quale le cavità non rivestite si associano ad una topografia caratteristica con rilievi tabulari isolati. In tale contesto è stata necessaria una caratterizzazione dinamica approfondita del litotipo che più frequentemente ospita cavità in seno al deposito piroclastico che costituisce il rilievo su cui sorge Orvieto. La pozzolana debolmente cementata presenta una rigidità bassa rispetto agli altri materiali piroclastici, tale da permettere lo sviluppo di deformazioni intense, associata allo stesso tempo ad una resistenza che assicura la stabilità delle cavità anche in assenza di una struttura di rivestimento. La pozzolana è una roccia molto tenera di bassa densità ( $\rho_d = 1.1 \text{ Mg/m}^3$ ) e porosità elevata ( $n = 59\%$ ), che presenta valori medi di velocità di propagazione delle onde elastiche di taglio,  $V_S = 500 \text{ m/s}$  e di rigidità al taglio per bassi livelli di deformazione  $G_0 = 250-300 \text{ MPa}$ . Il rapporto di smorzamento a basse deformazioni  $D_0 = 1 - 2\%$ , si mantiene stabile in un ampio intervallo di valori dello stato di sforzo.

Le misure di rigidità e smorzamento al crescere del livello di deformazione sono state eseguite con prove quasi statiche (prove di taglio semplice ciclico, DSDSST, e prove taglio torsionale ciclico, TST) e dinamiche (colonna risonante, RCT). Non tutti i tipi di prova sono risultati adatti alla caratterizzazione. In particolare le prove di colonna risonante non hanno dato risultati attendibili per il rapporto di smorzamento, che è risultato irrealisticamente molto inferiore

rispetto a quello ottenuto con le altre prove e crescente molto debolmente all'aumentare del livello di deformazione (**Fig. 6.36**). Relativamente alla rigidità a basse deformazioni  $G_0$ , non risultano significative differenze tra i diversi tipi di prova, tenendo conto che il materiale presenta una spiccata variabilità intrinseca. Nella caratterizzazione dell'evoluzione della rigidità al crescere del livello di deformazione invece si nota un diverso comportamento delle prove di taglio semplice ciclico, per le quali il decadimento avviene più lentamente, anche se a partire da una soglia di linearità  $\gamma_1$  congruente con le altre prove, pari a circa  $10^{-3}\%$  (**Fig. 6.38**). La stessa soglia di linearità mostra una piccola variabilità al crescere della tensione di confinamento.

Il modello utilizzato per le analisi numeriche di risposta sismica rappresenta una morfologia ed una successione stratigrafica tipica del Colle di Orvieto, in corrispondenza ad una sezione centrale della piastra piroclastica, nella direzione di minima elongazione. La posizione delle cavità è caratteristica delle reti di cunicoli e camere più superficiali (costituiti da magazzini, cantine e, a volte, cave di pozzolana), ricavate nelle zone in cui il litotipo più superficiale è costituito dalla pozzolana debolmente cementata. Il terremoto utilizzato come input è stato scelto sulla base di criteri deterministici, in maniera da risultare rappresentativo degli eventi sismici più intensi che hanno storicamente interessato il sito.

Le analisi monodimensionali, confermando quelle già presenti in letteratura, mostrano che il contrasto di impedenza più critico ai fini dell'amplificazione è costituito dal passaggio più superficiale dai materiali piroclastici rigidi a quelli deformabili (**Fig. 7.17**). Un'influenza modesta sul moto in superficie è esercitata dal passaggio stratigrafico alla base della piastra, tra substrato argilloso e materiali piroclastici. A proposito di tale interfaccia, si deve sottolineare che la combinazione di impedenza caratteristica è tale da non costituire una barriera per l'energia associata al moto sismico, come potrebbe apparentemente supporre. L'insieme dei fattori stratigrafici fornisce amplificazioni del moto sempre comprese tra 2.0 e 3.0, calcolate rispetto al moto su affioramento roccioso (**Fig. 7.18**).

Il passaggio al modello bidimensionale determina amplificazioni ulteriori, rispetto all'analisi monodimensionale, dell'ordine del 50% per le frequenze medio-alte, con alcuni picchi più intensi in corrispondenza delle frequenze più basse, segno evidente dell'instaurarsi di modi di vibrare di tipo bidimensionale. Un tipico periodo di intensa amplificazione, fino a 4.5 rispetto al moto dell'affioramento, è comune a tutti i punti sulla superficie della piastra per il periodo  $T=1.5$  s (**Fig. 7.20**), mentre un altro periodo,  $T=0.5$  s, è caratteristico solo del modo di vibrare delle zone marginali della piastra (**Fig. 7.21**). In queste zone si riscontra una maggiore intensità sia della componente verticale che di quella orizzontale (con valori dell'accelerazione di picco pari a 0.4 g per entrambe le componenti, a fronte di un valore di  $a_{\max}=0.14$  g per l'accelerogramma dell'affioramento roccioso).

I risultati delle analisi in cui è stata introdotta una singola cavità manifestano amplificazioni modeste e concentrate nelle posizioni e negli intervalli di frequenza (15 – 20 Hz) già previsti dalle analisi parametriche (**Figg. 7.31 e 7.35**). La diffrazione delle onde determinata da una singola cavità non è di entità tale da provocare una sensibile modifica delle caratteristiche del sisma in superficie (**Figg. 7.33 e 7.37**). Nelle analisi con più cavità affiancate è stato quindi necessario raggiungere un interasse piuttosto limitato per determinare un risentimento apprezzabile: per cavità di raggio 2.5 m è possibile raggiungere un incremento dell'accelerazione massima superiore al 10% solo con interasse inferiore a 25 m (**Fig. 7.43**), ed un incremento del 20% per interasse inferiore a 10 m. Si

deve evidenziare che anche per cavità affiancate molto vicine, la componente verticale del moto sismico non presenta variazioni significative, comparabili a quelle della componente orizzontale; la forte concentrazione dell'amplificazione verticale generata dalle singole cavità, in piccole aree sopra l'asse, non permette un effetto di sovrapposizione apprezzabile.

L'introduzione della non linearità dei materiali fa emergere un'attenuazione limitata alle sole armoniche di frequenza elevata ( $f > 2$  Hz). L'amplificazione legata alla topografia ed al generale effetto bidimensionale del modello numerico, concentrata sulle basse frequenze, non viene quindi minimamente alterata (**Fig. 7.47**). L'influenza della singola cavità inserita in prossimità della superficie non presenta caratteristiche differenti da quella già descritta per le condizioni lineari.

Viene confermata la conclusione che gli effetti amplificativi e deamplificativi delle cavità superficiali risultano scarsamente influenzati dallo smorzamento del terreno: essi infatti sono il risultato dell'interferenza tra il treno d'onda incidente ed il campo diffratto; quest'ultimo, sviluppandosi su traiettorie piuttosto brevi prima di raggiungere la superficie, non ha possibilità di venire attenuato in maniera apprezzabile da effetti dissipativi. Inoltre, le deformazioni massime che si sviluppano nei terreni nelle condizioni indagate con il modello numerico del Colle di Orvieto, date le caratteristiche di non linearità dei materiali, non sono tali da permettere un significativo decadimento delle caratteristiche meccaniche, tale da determinare amplificazioni apprezzabili degli spostamenti rispetto all'analisi lineare.

I risentimenti in superficie possono essere quindi ben rappresentati da quelli determinabili in condizioni elastiche, se si eccettuano gli effetti legati a meccanismi di vera e propria instabilità del cavo. Questo fatto sembra assumere una rilevanza più generale se si considera che le proprietà di rigidità della pozzolana debolmente cementata di Orvieto possono ritenersi già all'estremo inferiore di quelle dei terreni nei quali si rinvengono cavità non rivestite di dimensioni confrontabili (diametro di 4-5 m).

## 9 BIBLIOGRAFIA

- Achenbach J.D., 1973. Wave Propagation in Elastic Solids. North-Holland Publishing Co.: Amsterdam.
- Aki K. e Richards P.G., 2002. Quantitative Seismology, 2nd Edition. University Science Books.
- Allen J. C., Stokoe K.H., 1982. Development of a resonant column apparatus with anisotropic loading. Geotechnical Engineering Report GR82-28, Geotechnical Engineering Journal. The University of Texas, Austin.
- Ambraseys N.N., Douglas J., Sarma S.K., Smit P.M., 2005. Equations for the Estimation of Strong Ground Motions from Shallow Crustal Earthquakes Using Data from Europe and the Middle East: Vertical Peak Ground Acceleration and Spectral Acceleration. Bulletin of Earthquake Engineering, 3:55–73. DOI 10.1007/s10518-005-0186-x.
- Antonio J., Tadeu A., 2001. 3-D scattering by multiple cylindrical cavities buried in an elastic formation. Eur. J. Mech. A/Solids 20: 367–383.
- Ashford S. A., Sitar N., 1997. Analysis of Topographic Amplification of Inclined Shear Waves in a Steep Coastal Bluff. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 87(3): 692-700.
- Ashford S. A., Sitar N., Lysmer J., Deng N., 1997. Topographic Effects on the Seismic Response of Steep Slopes. Bulletin of the Seismological Society of America, 87: 701-709.
- Aydan O., Ulusay R., 2003. Geotechnical and geoenvironmental characteristics of man-made underground structures in Cappadocia, Turkey. Engineering Geology, 69:245–272.
- Bardet J.P., Ichii K., Lin C.H., 2000. EERA, a Computer Program for Equivalent-linear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits. Department of Civil Engineering, University of Southern California.
- Bathe K.-J., Wilson E. L., 1976. Numerical Methods in Finite Element Analysis. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Bizzarri C., 1998. Orvieto Underground. BetaGamma, Viterbo.
- Bjerrum L., Landva A., 1966. Direct Simple-Shear test on a Norwegian Quick Clay. Geotechnique, 16 (1): 1-20.
- Bouckovalas G. D., Papadimitriou A. G., 2004. Numerical evaluation of slope topography effects on seismic ground motion. Proc. of 11th Int. Conf. on Soil Dynamics and Earthquake Engineering and 3th Int. Conf. on Earthquake Geotechnical Engineering.
- Bridgman, P.W., 1922. Dimensional Analysis. Yale University Press, New Haven, US.
- Buesch D., Stokoe K.H., Schuhen M., 2006. Lithostratigraphy And Shear-Wave Velocity In The Crystallized Topopah Spring Tuff, Yucca Mountain, Nevada. 2006 International High-Level Radioactive Waste Management Conference “Global Progress Toward Safe Disposal”. 30/04-4/05, 2006, Las Vegas, Nevada.
- Camassi R., Stucchi M., 1997. NT 4.1: un catalogo parametrico di terremoti di area italiana al di sopra della soglia del danno CNR-GNDT. (<http://emidius.itim.mi.cnr.it/NT/home.html>)

- Capaccioni B., Sarocchi D., 1996. Computer-assisted image analysis on clast shape fabric from Orvieto-Bagnoregio ignimbrite (Vulsini District, central Italy): implications on the emplacement mechanisms, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 70, 75-90.
- Choi W.K., 2008. Dynamic Properties of Ash-Flow Tuffs. Dissertation Thesis PhD. The University of Texas at Austin.
- Conversini P., Lupi S., Martini E., Piali G., Sabatini P., 1977. Rupe d'Orvieto –Indagini Geologico-Tecniche. Quaderni della Regione Umbria, Perugia.
- Costain J. K., Cook K.L., Algermissen S.T., 1963. Amplitude, energy, and phase angles of plane SV waves and their application to Earth crustal studies, *Bull. Seism. Soc. Am.* 53: 1039-1074.
- Costain J. K., Cook K.L., Algermissen S.T., 1965. Corrigendum: Amplitude, energy and phase angles of plane SV waves and their application to earth crustal studies, *Bull Seism. Soc. Am.* 55: 567-575.
- Costanzo A., 2006. Analisi di fenomeni deformativi di pendii e rilievi in condizioni sismiche: Il caso di Gerace. Tesi di Dottorato in Ingegneria Geotecnica. Università degli Studi della Calabria, Università degli Studi Mediterranea di Reggio Calabria, Università degli studi di Palermo.
- D'Elia B., Lanzo G., Pagliaroli A., 2003. Small-Strain Stiffness and Damping of Soils in a Direct Simple Shear Device. 2003 Pacific Conference on Earthquake Engineering, Christchurch, New Zealand, Paper #111.
- Datta SK, El-Akily N., 1978. Diffraction of elastic waves by cylindrical cavity in a half-space. *Journal of the Acoustical Society of America*, 64(6):1692–1978.
- Davis C. A., Lee V. W., Bardet V. W., 2001. Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves. *Earthquake Engng Struct. Dyn*, 30:383-410.
- Dobry R.I., Oweis I., Urzua A., 1976. Simplified procedures for estimating the fundamental period of a soil profile. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66:1293–1321.
- Doroudian M., Vucetic M., 1995. A direct simple shear device for measuring small strain behavior. *ASTM Geotechnical Testing Journal*, 18: 69-85.
- Dravinski M., 1983. Ground motion amplification due to elastic inclusions in a halfspace. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11(3):313–335.
- Faccioli E., Vanini M., Frassinè L., 2002. Complex Site Effects in Earthquake Ground Motion, including Topography. 12th European Conference on Earthquake Engineering, Barbican Centre, London, UK, September 9-13.
- Faraone D., Stoppa F., 1988. Il tufo di Orvieto nel quadro dell'evoluzione vulcano-tettonica della caldera di Bolsena, Monti Vulsini, *Bollettino Società Geologica Italiana*, 107, 383-397
- Graff K.F., 1975. Wave motion in elastic solids. Dover Publications, Inc., New York.
- Guadagno M., Rapolla A., Ni S., Stokoe K.H., 1988. Dynamic properties of pyroclastic soils of the Phlegraean Fields, Naples, Italy. *Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering*. 8-9 agosto, 1988. Tokyo-Kyoto. Vol.3.

- Hales A. L. E Roberts J. L., 1974. The Zoeppritz amplitude equations: more errors. *Bull. Seism. Soc. Am.* 64, 1: 285.
- Iervolino I., Galasso C., Cosenza E., 2009. REXEL: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 8:339–362.
- Isenhower W. M., 1979. Torsional Simple Shear/Resonant Column properties of San Francisco Bay Mud. Master of Science Thesis. The University of Texas, Austin.
- Itasca Consulting Group Inc., 2011. *Fast Lagrangian Analysis of Continua. User's Guide. 5th Edition (FLAC Version 7.0) September 2011.*
- Jeon S.Y., 2008. Dynamic and Cyclic Properties in Shear of Tuff Specimens from Yucca Mountain, Nevada. Dissertation Thesis PhD, The University of Texas at Austin.
- Joyner W.B., Chen A.T.F., 1975. Calculation of nonlinear ground response in earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America.* 65 (5): 1315-1336.
- Kawase H., Aki K., 1990. Topography effect at the critical SV-wave incidence: possible explanation of damage pattern by the Whittier Narrows, California, earthquake of 1 october 1987. *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 1: 1-22.
- Knopoff L., Fredricks R.W., Gangi A.F., Porter L.D., 1957. Surface amplitudes of reflected body waves. *Geophysics*, XXII, 4: 842-847.
- Knott C. G., 1899. "Reflexion and Refraction of Elastic Waves, with Seismological Applications", *Phil. Mag. London* 48: 64-97; 567-569.
- Kuhlemeyer R.L., Lysmer J., 1973. Finite element method accuracy for wave propagation problems. *Dynamic. J. of Soil Mechanics & Foundations Div. ASCE*, 99, 5:421-427.
- Landolfi L., Silvestri F., Costanzo A., 2011. Effetti di cavità nel sottosuolo sulla risposta sismica locale: uno studio pilota ispirato al caso di Castelnuovo. *Atti del Convegno ANIDIS, Bari 18-22/09/2011.*
- Lanzo G. e Silvestri F., 1999. *Risposta sismica locale, teorie ed esperienze.* Hevelius Edizioni. Benevento.
- Lanzo G., D'Elia B., 2003. Cyclic properties of Toyoura sand at small to medium strains in simple shear test. *Rivista Italiana di Geotecnica*, XXXVII, N. 2, 79-93.
- Lanzo G., Olivares L., Silvestri F., Tommasi P., 2004. Seismic response analysis of historical towns rising on rock slabs overlying a clayey substratum. *Proc. V Int. Conf. On Case Histories in Geotechnical Engineering*, New York, April 13-17.
- Lanzo G., Pagliaroli A., 2006. Stiffness of natural and reconstituted Augusta clay at small to medium strains. *Tatsuoka Symposium, Rome, 16-17 marzo, CD rom, Paper No. 76.*
- Lanzo G., Pagliaroli A., Tommasi P., Chiocci F.L., 2003. Small-strain cyclic behaviour of a very soft offshore clay in simple shear. *Int. Workshop on Geotechnics of Soft Soils. Theory and Practice. Vermeer, Schweiger, Karstunen & Cudry (eds.), 17-19 Settembre 2003, Noordwijkerhout, The Netherlands, 455-460.*
- Lanzo G., Pagliaroli A., Tommasi P., Chiocci F.L., 2009. Simple shear testing of very soft offshore clay for wide strain range. *Canadian Geotechnical Journal*, 46, 1277-1288.

- Lanzo G., Silvestri F., Costanzo A., d’Onofrio A., Martelli L., Pagliaroli A., Sica S., Simonelli A., 2011. Site response studies and seismic microzoning in the Middle Aterno valley (L’Aquila, Central Italy). *Bull Earthquake Eng*, 9:1417–1442. DOI 10.1007/s10518-011-9278-y.
- Lanzo G., Vucetic M., Doroudian M., 1997. Reduction of Shear Modulus at Small Strains in Simple Shear. *J. of Geotech. and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 11, 1035-1042.
- Lee V.W., Cao H., 1989. Diffraction of SV waves by circular cylindrical *canyons* of various depths. *Eng. Mechanics Div. A.S.C.E.*, 115(99):2035-2056.
- Lee VW, Karl J., 1992. Diffraction of SV waves by underground, circular, cylindrical cavities. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 11(8):445–456.
- Lee VW, Karl J., 1993. On deformation near a circular underground cavity subjected to incident plane P waves. *European Earthquake Engineering*, 6(1):29–36.
- Lee VW, Trifunac MD, 1979. Response of tunnels to incident SH-waves. *Journal of the Engineering Mechanics Division (ASCE)*, 105(4):643–659.
- Lee VW., 1977. On deformations near circular underground cavity subjected to incident plane SH waves. *Proceedings Symposium of Applications of Computer Methods in Engineering*, USC, Los Angeles, 1977:951–961.
- Lembo-Fazio A., Ribacchi R., Sciotti M., Tommasi P., 1986. Meccanismi di dissesto della rupe di Orvieto. *Quaderni di Geomeccanica*, n°9, Università La Sapienza di Roma.
- Leoni F., Satolli A., 1983. Orvieto Underground. *Quaderni dell’Istituto Statale d’Arte di Orvieto* 1: 129-ss.
- Lupoi R., 2000. Indagini Geofisiche e Geomeccaniche per la caratterizzazione dinamica dei terreni interessanti la rupe di Orvieto. Tesi di laurea in Ingegneria per l’Ambiente e il Territorio. Dipartimento di Idraulica Trasporti e Strade. Università “La Sapienza” di Roma.
- Lysmer J., Kuhlemeyer R.L., 1969. Finite dynamic model for infinite media. *Eng. Mech. Div. ASCE*, 95, EM4: 859-877.
- Manfredini G., Martinetti S., Ribacchi R., Sciotti M., 1980. Problemi di stabilità della Rupe di Orvieto, XIV Conv. Naz. di Geotecnica Firenze, 1, 231-246
- Marks S., Larkin T.J., Pender M.J., 1998. The dynamic properties of a pomiceous sand. *Bulletin of the New Zealand national Society for Earthquake Engineering*.
- Marti J. e Cundall P.A., 1982. Mixed Discretisation Procedure for Accurate Solution of Plasticity Problems. *Int. J. Num. Methods and Anal. Methods in Geomechanics*, 6: 129-139.
- Mow C.C., Pao H.Y., 1971. *The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*. Crane-Russak: New York.
- Muzzi M., Lanzo G., Ribacchi R., Tommasi P., 2001. Analisi numerica della risposta sismica del colle di Orvieto. X Congresso nazionale “L’ingegneria Sismica in Italia”, Potenza-Matera, 9-13 Settembre.

- Nappi G., Capaccioni B., Renzulli A., Santi P., Valentini L., 1994. Stratigraphy of the Orvieto-Bagnoregio Ignimbrite eruption (Eastern Vulsini District, Central Italy), *Memorie Descrittive della Carta Geologica d'Italia*, XLIX:241-254.
- Nasseri-Moghaddam A., Cascanteb G., Phillips C., Hutchinson D.J., 2007. Effects of underground cavities on Rayleigh waves—Field and numerical experiments. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 27: 300–313.
- Ni S. H., 1987. Dynamic properties of sand under true triaxial stress state from resonant column/torsional shear test. Ph.D. Dissertation Thesis, The University of Texas at Austin.
- Nunziata C., Mele R., Natale M., 1999. Shear wave velocities and primary influencing factors of Campi Flegrei–Neapolitan deposits. *Engineering Geology* 54:299–312.
- Pagliaroli A., 2006-a. Studio numerico e sperimentale dei fenomeni di amplificazione sismica locale di rilievi isolati. Tesi di Dottorato. D.I.S.G., Università degli Studi di Roma “La Sapienza”.
- Pagliaroli A., 2006-b. Prove di taglio semplice ciclico DSDSS eseguite su campioni di tufo rosso di Orvieto. Comunicazione personale.
- Pagliaroli A., Lanzo G., 2009. Comportamento ciclico di terreni argillosi della città di Roma. XIII Convegno “L’Ingegneria Sismica in Italia”, S7.19, Bologna, giugno 2009.
- Pagliaroli A., Lanzo G., D’Elia B., 2011. Numerical Evaluation of Topographic Effects at the Nicastro Ridge in Southern Italy. *Journal of Earthquake Engineering*, 15:404–432. DOI: 10.1080/13632469.2010.501892.
- Paolucci R., 2002. Amplification of earthquake ground motion by steep topographic irregularities. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31: 1831-1853.
- Papa V., Silvestri F., Vinale F., 1988. Analisi delle proprietà di un tipico terreno piroclastico mediante prove dinamiche di taglio semplice. *Conv. Naz. del Coordinamento per gli Studi di Ingegneria Geotecnica*. Monselice (PD). Ottobre 1988.
- Parlato A., 2006. Mechanical behavior of a Neapolitan pyroclastic sand under monotonic and cyclic loading. Tesi di dottorato in Rischio Sismico, XVIII ciclo. Università degli Studi di Napoli Federico II.
- Phillips C., Cascante G., Hutchinson J., 2002. The innovative use of surface waves for void detection and material characterization. *Proceedings of the symposium on the application of geophysics to engineering and environmental problems*. Las Vegas, Nevada.
- Pialli G., Martini E., Sabatini P., 1978. Contributo alla conoscenza della geologia del Colle di Orvieto; *Boll.Soc.Geol. It.*, 7:103-114.
- Price R.H., Boyd P.J., Noel J.S., Martin, R.J., 1994. Relation between static and dynamic rock properties in welded and non-welded tuff. *North American rock mechanics symposium*, Austin, TX (United States), 1-3 Jun 1994.
- Rampello S., Pane V., 1988. Deformabilità non drenata statica e dinamica di un’argilla fortemente sovraconsolidata. *Atti del Convegno del Gruppo Nazionale di Coordinamento per gli Studi di Ingegneria Geotecnica*, Monselice: 141-160.

- Rosa L., 2001. Caratterizzazione statica e dinamica della pozzolana della rupe di Orvieto, Tesi di Laurea - Università degli Studi di Roma La Sapienza, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica.
- Rotonda R., Tommasi P., Ribacchi R., 2002. Physical and mechanical characterization of the soft pyroclastic rocks forming the Orvieto cliff, Eurock 2002 - Workshop on Volcanic Rocks, Madeira, 137-146.
- Sahaphol T., Miura S., 2005. Shear moduli of volcanic soils. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25: 157-165.
- Sanò T., 2011. Risposta sismica locale in presenza di cavità sotterranee. *Ingegneria sismica*. Anno XXVIII 2:25-34.
- Sanò T., 2012. Analisi di risposta sismica superficiale con metodo BEM in presenza di cavità cilindrica e fronte d'onda inclinato. Comunicazione personale.
- Santi P., 1991. New geochronological data of the Vulsini Volcanic district, (Central Italy), *Plinius*, 4, 91-92.
- Silvestri F., 1991. Analisi del comportamento dei terreni naturali in prove cicliche e dinamiche di taglio torsionale. Tesi di dottorato in Ingegneria Geotecnica, Università degli Studi di Napoli "Federico II".
- Smerzini C., Aviles J., Paolucci R. e Sanchez-Sesma F. J., 2009. Effect of underground cavities on surface earthquake ground motion under SH wave propagation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 38:1441–1460.
- Tadeu A.J.B., Antonio J.M.P., Kausel E., 2002. 3D scattering of waves by a cylindrical irregular cavity of infinite length in a homogeneous elastic medium. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 191: 3015–3033.
- Tadeu A.J.B., Kausel E., Vrettos C., 1996. Scattering of waves by subterranean structures via the boundary elements method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 15:387–397.
- Tommasi P., Ribacchi R., 1998. Mechanical behaviour of the Orvieto tuff, 2nd International Symposium on Hard Soils and Soft Rocks, Napoli, 2, 901-909
- Tommasi P., Rotonda T., Ribacchi R., 2006. Caratterizzazione geotecnica della pozzolana di Orvieto. *Questioni di Ingegneria Geotecnica-II. Scritti in onore di Arturo Pellegrino*. A cura di Gianfranco Urciuoli, 2:677-700. Hevelius Ed., Benevento.
- Verrucci L., 1998. Caratterizzazione meccanica del tufo di Orvieto e stabilità della rupe. Tesi di Laurea, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università degli Studi di Roma.
- Verrucci L., Rotonda T., Tommasi P., 2011. Caratteristiche dinamiche e di compressibilità di una pozzolana debolmente cementata alla scala del laboratorio. IARG, Incontro Nazionale dei Ricercatori di Geotecnica. 4-6 luglio 2011, Torino.
- Vucetic M., 1994. Cyclic Threshold Shear Strains in Soils. *J. Geotech. Engrg.*, 120(12), 2208–2228.
- Vucetic M., Lanzo G., Doroudian M., 1998-a. Effect of the shape of cyclic loading on damping ratio at small strains. *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 1, 111-120.

- Vucetic M., Lanzo G., Doroudian M., 1998-b. Damping at Small Strains in Cyclic Simple Shear Test. *J. of Geotech. and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, Vol. 124, No. 7, 585-594.
- Wong H. L., 1982. Effect of surface topography on the diffraction of P, SV, and Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 72: 1167-1183.
- Wong K.C., Shah A.H., Datta S.K., 1985. Diffraction of elastic waves in a half-space. II. Analytical and numerical solutions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 75(1):69-92.
- Wood D.M., Drescher A., Budhu M. 1979. On the determination of stress state in the simple shear apparatus. *Geotechnical Testing Journal*, 2(4):211-221.
- Yioutra-Mitra P., Kouretzis G., Bouckovalas G., Sofianos A., 2007. Effect of underground structures in earthquake resistant design of surface structures. *Proceedings of Geo-Denver 2007, New Peaks in Geotechnics*. Denver, Colorado, February 18-21. Ed. H.W. Olsen ASCE,
- Zoeppritz K., 1919. "Uber Erdbebenwellen VIIB: Uber Reflexion und Durchgang seismischer Wellen durtch Unstetigkeitsflaschen", *Nachr. der Koniglichen Gesell. d. Wissen. Gsttingen, math.-phys. Kl.*: 66-84.