



ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA ESTRATEGIA
PARA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL

SERGIO MAURICIO FARFÁN NÚÑEZ
KELLY JOHANNA CUÉLLAR MURCIA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2019

ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS: UNA ESTRATEGIA
PARA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL

Autores

SERGIO MAURICIO FARFÁN NÚÑEZ
KELLY JOHANNA CUÉLLAR MURCIA

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2019

DEDICATORIA

A Dios, por su infinito amor para con nosotros permitiendo culminar una nueva etapa de nuestro proyecto de vida.

A nuestro hijo Emmanuel Farfán Cuellar, por su amor, paciencia y comprensión durante este proceso tan importante de nuestras vidas.

A nuestras madres Teresa de Jesús Núñez y Mariela Murcia Trujillo, quienes son nuestra motivación, apoyo, amor incondicional y por encaminarnos a ser personas integrales y productivas para la sociedad.

A nuestros padres: Mauricio Farfán Muñoz (Q.E.P.D) por enseñarme el camino correcto de la vida mientras estuvo a mi lado, y desde algún lugar sé que siempre me acompaña. A Jesús Cuellar Buendía, quien con su amor, dedicación y disciplina hizo de mí una mujer de principios.

AGRADECIMIENTOS

Al Señor Todopoderoso, por permitirnos levantarnos cada día.

A la asesora Sandra María Quintero Correa, por su compromiso y dedicación en la construcción de este proceso investigativo.

A la Institución Educativa Gimnasio Campestre de Florencia por brindarnos el espacio para desarrollar este proceso investigativo.

A la Universidad Autónoma de Manizales, por abrirnos las puertas a esta maestría y a todos los docentes, tutores y evaluadores, que, con sus valiosos aportes, lograron transformar un docente más.

RESUMEN

Este trabajo se presenta como una práctica docente para verificar los niveles de argumentación a los 19 estudiantes de grado 9° de la institución Educativa privada Gimnasio Campestre de Florencia, siendo la argumentación una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal mediante la resolución de problemas, Como estrategia metodológica se diseñó una unidad didáctica (UD) para su enseñanza.

Ubicamos tres momentos para el desarrollo de la UD: **Ubicación** indagando las ideas previas, obstáculos, fortalezas y procesos que deberíamos enfrentar, en el momento de **Desubicación** como un espacio de comprensión y búsqueda de soluciones a problemas con procesos básicos de argumentación mediante prácticas experimentales, que fueron estructuradas a través de fases (comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo) permitiendo a los estudiantes llevar la función lineal a un contexto real. El uso de las prácticas experimentales surge a partir de los marcos genéricos que proponen Osbornen, Erduran y Simon.

En el **Reenfoque** se enfatizó en la categoría de la resolución de problemas; por tanto, se logró verificar la manera en que los estudiantes abordan la solución de problemas a partir de la experiencia con las prácticas experimentales. Sin embargo, evidencian una tendencia creciente hacia la construcción de argumentos de mayor nivel, usando los argumentos como respaldo a los resultados obtenidos. De igual manera, se realizó una entrevista semiestructurada con el fin de validar los instrumentos en la intervención de la UD.

Palabras clave: argumentación, niveles de argumentación, resolución de problemas, función lineal.

ABSTRACT

This work is presented as a teaching practice to verify the levels of argumentation to the 19 students of 9th grade of the private educational institution Gimnasio Campestre de Florencia, argumentation being a strategy for learning the concept of linear function by solving problems, As a methodological strategy, a teaching unit was designed for teaching.

We locate three moments for the development of the UD: Location investigating the previous ideas, obstacles, strengths and processes that we should face, at the moment of relocation as a space of understanding and search for solutions to problems with basic argumentation processes through experimental practices, which were structured through phases (understanding of the situation and conjecture, analysis of the practice, elaborating a model and verifying the model) allowing the students to take the linear function to a real context. The use of experimental practices arises from the generic frameworks proposed by Osbornen, Erduran and Simon.

In the Refocus, emphasis was placed on the category of problem solving; therefore, it was possible to verify the way in which the students approach the solution of problems from the experience with the experimental practices. However, they show a growing trend towards the construction of higher level arguments, using the arguments as support for the results obtained. In the same way, a semi-structured interview was carried out in order to validate the instruments in the intervention of the UD.

Key words: argumentation, argumentation levels, problem solving, linear function.

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	13
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
2.1	DESCRIPCION DEL PROBLEMA.....	15
3	JUSTIFICACIÓN.....	22
4	OBJETIVOS.....	25
4.1	OBJETIVO GENERAL	25
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	25
5	MARCO REFERENCIAL	26
5.1	ANTECEDENTES.....	26
5.1.1	Referentes Internacionales.....	26
5.1.2	Referentes Nacionales	29
5.1.3	Aprendizaje De La Función Lineal.....	32
5.2	MARCO CONCEPTUAL.....	34
5.2.1	Argumentación, Modelo Argumentativo De Toulmin Y Niveles De Argumentación.	34
5.2.2	Argumentación En Ciencias Y Matemáticas	44
5.2.3	Resolución De Problemas.....	45
5.2.4	Aprendizaje De La Función Lineal.....	49
5.2.5	Marco Legal.....	52
6	METODOLOGÍA	54
6.1	ENFOQUE METODOLÓGICO.....	54
6.2	CONTEXTO	54

6.3	UNIDAD DE TRABAJO.....	55
6.4	UNIDAD DE ANÁLISIS	55
6.5	INSTRUMENTO DE LA INVESTIGACIÓN	56
6.5.1	La Unidad Didáctica	56
6.5.2	Entrevista Semiestructurada	60
6.6	VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.....	60
6.7	RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	61
6.8	DISEÑO METODOLÓGICO (DIAGRAMA DE LA INVESTIGACIÓN)	62
7	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	63
7.1	MOMENTO UNO (UBICACIÓN)	63
7.1.1	Análisis Del Momento Uno	69
7.2	MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN).....	72
7.2.1	Análisis Momento Dos (Desubicación).....	97
7.3	MOMENTO TRES (REENFOQUE).....	103
7.3.1	Análisis Del Momento Tres (Reenfoque).....	112
8	CONCLUSIONES	116
9	RECOMENDACIONES	117
10	REFERENCIAS	118

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Niveles de argumentación	41
Tabla 2 Marcos genéricos para materiales para apoyar y facilitar la argumentación en el aula de ciencias	42
Tabla 3 Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información	51
Tabla 4 Análisis de instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de argumentar de los estudiantes en conceptos básicos de la función lineal	64
Tabla 5 Instrumento 2. (Representación)	72
Tabla 6 Instrumento 3. Práctica experimental “Las velas”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo	77
Tabla 7 Instrumento 4. Práctica experimental “Temperatura del agua”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo ...	85
Tabla 8 Instrumento 5. Situación problema “enfriamiento de una bebida”	104
Tabla 9 Instrumento 6. Entrevista Semiestructurada.....	108

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Descripción general de los aprendizajes de la competencia comunicación.	16
Figura 2. Descripción general de los aprendizajes de la competencia resolución de problemas.	17
Figura 3. Esquema para analizar argumentos.	37
Figura 4. Ejemplo del esquema de Toulmin.	37
Figura 5. Macroestructura de un argumento.	38
Figura 6. Heurística de resolución de problemas según De Guzmán (1995)	47
Figura 7. Descripción del enfoque tradicional en la enseñanza de las matemáticas.	48
Figura 8. Representación de una muestra.	56
Figura 9. Modelo unidad didáctica.	57
Figura 10. Diagrama de la investigación.	62
Figura 11. Niveles de argumentación identificados en el momento 1.	69
Figura 12. Niveles de argumentación por preguntas en el momento 1.	71
Figura 13. Niveles de argumentación del momento 2, fase comprensión de la situación y conjeturas. Experimento de “la vela”.	99
Figura 14. Niveles de argumentación del momento 2, fase comprensión de la situación y conjeturas; experimento de la “temperatura del agua”.	101
Figura 15. Respuesta del estudiante E3.	112
Figura 16. Respuesta del estudiante E13.	113
Figura 17. Respuesta del estudiante E1.	113
Figura 18. Respuesta del estudiante E2.	113
Figura 19. Respuesta del estudiante E13.	113
Figura 20. Respuesta del estudiante E3.	114

Figura 21. Respuesta del estudiante E2 114

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1 Formato de unidad didáctica. Argumentación en la resolución de problemas: una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal	127
Anexo 2 Instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de argumentar de los estudiantes en conceptos básicos de la función lineal	120
Anexo 3 Representaciones.....	123
Anexo 4 Contextualización de la función lineal. Práctica experimental “Las velas”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo.....	132
Anexo 5 Contextualización de la función lineal. Práctica experimental “Temperatura del agua”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo.....	137
Anexo 6 Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán).....	142
Anexo 7 Entrevista semiestructurada	144
Anexo 8 Aplicación del instrumento de representaciones.....	145
Anexo 9 Aplicación del instrumento 3 practica experimental “la vela”	146
Anexo 10 Aplicación del instrumento 3 practica experimental “Temperatura del agua” ..	147
Anexo 11 Autorización de padres de familia para el uso de imágenes y participación de los estudiantes en la investigación	148
Anexo 12 Solicitud de permiso a la institución educativa GIMNASIO CAMPESTRE para realizar el proyecto de investigación	150
Anexo 13 Autorización de la institución educativa para el desarrollo de la investigación	151

1 INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge con la intención de caracterizar y desarrollar los argumentos a través de la resolución de problemas hacia el aprendizaje de la función lineal en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Gimnasio Campestre de Florencia (Caquetá). Por lo tanto, se identificaron dificultades y fortalezas que presentaron los estudiantes al solucionar un problema, así mismo se implementó el uso de la argumentación, pues mediante esta el estudiante realiza una exposición de razonamientos para justificar un procedimiento, para ello parte de la identificación de la situación problema, para posteriormente llegar a juicios de razonamientos y análisis desde nuestro objeto matemático función lineal.

Ruiz , Tamayo y Márquez (2015), firman que “la argumentación es una acción que facilita la explicitación de las representaciones internas que tienen los estudiantes sobre los fenómenos estudiados, el aprendizaje de los principios científicos y, a su vez, potencia la comprensión de la actividad cognitiva en sí misma del sujeto al construir la ciencia.”

Sin embargo, la implementación de situaciones problemas en el marco de esta investigación buscó promover el uso de la argumentación y mejorarla, donde fue necesario la aplicación de rubricas que permitieran identificar el nivel de esta competencia. Por otro lado, se evidenció la motivación de los estudiantes, puesto que estas situaciones fueron encaminadas a prácticas experimentales, que muestran un fenómeno real relacionado con la función lineal. Lo antes mencionado, está enmarcado en el contenido principal del diseño de la unidad didáctica donde se realizaron diferentes instrumentos, atendiendo a las necesidades de los estudiantes. Además, en el desarrollo y ejecución de la unidad didáctica, se estableció en un modelo lineal conformado por tres momentos (ubicación, desubicación, reenfoque).

Posteriormente se realizó la aplicación de una entrevista semiestructurada, que permitió evidenciar la efectividad de los diferentes instrumentos aplicados durante intervención didáctica hacia el cumplimiento del propósito anteriormente descrito. De este modo que la

necesidad de desarrollar en los estudiantes habilidades argumentativas en la resolución de problemas se convierte en un factor fundamental de investigación para que los estudiantes adquieran conceptos en profundidad.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

En el Gimnasio Campestre ubicado en la ciudad de Florencia (Caquetá) se ha identificado desde la experiencia docente y los resultados de las pruebas saber, que los estudiantes de grado noveno encuentran dificultades para argumentar y resolver problemas que comprenden el pensamiento variacional, especialmente en situaciones donde se involucra el concepto de función lineal en problemas contextualizados. Lo anterior ha direccionado la presente investigación hacia el estudio del uso de la argumentación en los estudiantes cuando resuelven problemas relacionados con la variación de cantidades.

Algunos obstáculos presentes en los estudiantes cuando se trabaja el concepto de función, tienen que ver con la dificultad para asignar los ejes del plano cartesiano a las magnitudes involucradas, debido al escaso conocimiento de dependencia entre variables; además, del procedimiento analítico para encontrar los valores asociados a los elementos del dominio de la función, puesto que se necesita del manejo de operaciones básicas de potencias, signos de los términos, etc. Por otra parte, el desconocimiento del significado de términos. Confusión en la asignación de ejes. Focalización en puntos y en intervalos alrededor de un punto. Aplicación incorrecta de conocimientos anteriores (Deulofeu & Fabra, 2000, pág. 15).

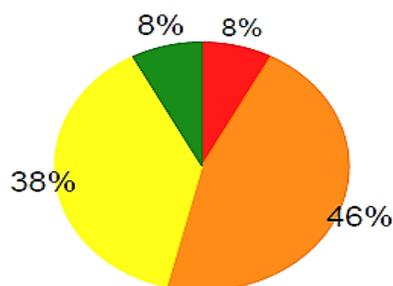
Otro inconveniente asociado al aprendizaje de las funciones es que los jóvenes no argumentan sus ideas, quizá por la misma razón que los docentes suministran información que deben procesar, todo esto debido a la herencia de la enseñanza tradicional durante las últimas décadas cuya obsesión por los contenidos es su característica fundamental. (García, 2000, pág. 2)

Esta problemática se ha logrado identificar desde la propia experiencia en el aula, de la cual se puede pensar que las dificultades anteriormente descritas, son el fruto de una enseñanza

marcada por la memorización de conceptos, definiciones y el uso continuo de algoritmos formales, lo que impide al estudiante desarrollar procesos de pensamiento y usar una metodología que le permita reflexionar acerca de las soluciones obtenidas.

Por otra parte, en el informe día E, presentado por el instituto colombiano para la evaluación de la educación (ICFES) en 2017, cuyo objetivo es visibilizar el estado de las competencias y aprendizajes en matemáticas y lenguaje en los establecimientos educativos del país de acuerdo con los resultados en las pruebas saber, se logra detectar que hasta el año 2016, el Gimnasio Campestre presenta dificultades en la competencia comunicación ya que el 51% de los estudiantes NO contesta correctamente las preguntas de esta competencia. Lo cual lo ubica por debajo del promedio de la entidad territorial certificada Florencia (ETC, 49%) y Colombia (48%).

Figura 1. Descripción general de los aprendizajes de la competencia comunicación.



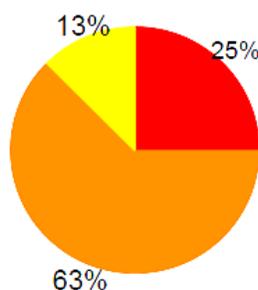
Fuente: informe día e, (MEN, 2017).

La figura 1, muestra la distribución porcentual de los aprendizajes de la competencia *comunicación*, donde los aprendizajes evaluados en esta competencia del establecimiento

educativo tienen el 8% de aprendizajes en rojo, el 46% en naranja, el 38% en amarillo y el 8% en verde¹.

Con relación a la competencia *resolución de problemas*, el 64% de los estudiantes NO contestó correctamente las preguntas de esta competencia. Lo cual quiere decir que, de los aprendizajes evaluados en esta competencia, el establecimiento educativo tiene el 25% de aprendizajes en rojo, el 63% en naranja, el 13% en amarillo y el 0% en verde.

Figura 2. Descripción general de los aprendizajes de la competencia resolución de problemas.



Fuente: informe día e, (MEN, 2017).

A continuación, se presentan algunos de los aprendizajes que según (MEN, 2017) el EE Gimnasio Campestre, presenta dificultades:

- El 67% no identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.
- El 67% no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.

¹ **ROJO:** El 70% o más de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las preguntas relacionadas al aprendizaje.

NARANJA: Entre el 40% y el 69% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las preguntas relacionadas al aprendizaje.

AMARILLO: Entre el 20% y el 39% de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las preguntas relacionadas al aprendizaje.

VERDE: El 19% o menos de los estudiantes del establecimiento educativo no contestaron correctamente las preguntas relacionadas al aprendizaje.

- El 44% no argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.
- El 67% no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Finalmente, al comparar los resultados de la prueba saber de 9° con los establecimientos educativos que presentan un puntaje promedio similar al Gimnasio Campestre en el área y grado evaluado, el establecimiento es muy débil en Razonamiento y argumentación (ICFES, 2017).

En este sentido, es conveniente hallar un objeto de estudio que permita fortalecer la argumentación en el aula de clase, por lo que en la presente investigación se optó en trabajar sobre el concepto de función lineal dada su gran relevancia en las matemáticas en lo concerniente a la visualización y aplicaciones, lo que convierte su estudio en una actividad compleja que debe desarrollarse desde diversas estrategias didácticas, ya que de acuerdo con Deulofeu y Fabra (2000), “el concepto de función se convierte en un obstáculo epistemológico a la vez que cognitivo y didáctico” (pág.4).

De acuerdo a lo anterior, se plantea una investigación enfocada en el desarrollo de la habilidad argumentativa desde la resolución de problemas, que además de fomentar dichas habilidades, identifique la estructura de los argumentos presentados por los estudiantes y para ello se contempla la necesidad de indagar en el modelo propuesto por Toulmin (2007). Durante la última década, son bastantes las investigaciones que se han direccionado por el uso del lenguaje en las clases de ciencias, pues en el aula, a diferencia de lo que ocurre en otros contextos el control de lo que se habla «oficialmente» está en manos del profesor (Jiménez & Díaz, 2003).

Así mismo el ICFES entre sus competencias a evaluar propone el razonamiento y la argumentación como habilidades que el estudiante debe alcanzar a la vez que soluciona problemas del contexto, es decir que debe estar en la capacidad de justificar juicios sobre situaciones que involucren datos cuantitativos u objetos matemáticos (los juicios pueden

referirse a representaciones, modelos, procedimientos, resultados, etc.) a partir de consideraciones o conceptualizaciones matemáticas ICFES (2013).

Aunque desde el año 2000 el ICFES, propone una evaluación por competencias, aún se observa en las Instituciones Educativas que los estudiantes no alcanzan a desarrollar satisfactoriamente las competencias básicas para las áreas que se focalizan en esta prueba, por tal motivo es importante incluir procesos y estrategias que permitan evidenciar los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de las matemáticas, además de potenciar la argumentación para la justificación en la solución de problemas contextualizados.

Actualmente, la educación básica secundaria y media en relación a las matemáticas gira entorno al uso de libros de textos que los maestros utilizan como herramienta de formación, limitando la expresión lingüística de los estudiantes. Otro criterio que va en contra de la competencia argumentativa en las aulas de clase es el tiempo empleado en los niveles educativos ya que es corto, comparado con los mismos niveles en otros países según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2016):

En Colombia, la educación media tiene una duración de dos años y en teoría está dirigida a los estudiantes entre los 15 y 16 años (grados 10 y 11). Esto ubica a Colombia en el extremo inferior del espectro; en la mayoría de países de la OCDE, la educación media dura entre tres y cuatro años y generalmente, está dirigida a estudiantes hasta los 17 y 18 años. (pág. 215)

Es necesario implementar estrategias didácticas que permitan estudiar y analizar los argumentos presentados por los estudiantes en el aula de clase, pues aun cuando el estudiante da razón de lo que lee o se le pregunta, no necesariamente ha alcanzado la habilidad argumentativa; en palabras de Tamayo (2015), desarrollar los procesos argumentativos en el aula requiere entre otras cosas, aceptar la argumentación como: a) un proceso dialógico, b) proceso que promueve en los estudiantes la capacidad para justificar, de manera comprensible, la relación entre datos y afirmaciones y c) proceso que promueve

la capacidad para proponer criterios que ayuden a evaluar las explicaciones y puntos de vista de los sujetos implicados en los debates.

Aunque en las instituciones educativas se hace énfasis en la solución de problemas en matemáticas, aún siguen vigentes métodos tradicionales que impiden al estudiante desde sus ideas previas y consultas, estructurar cognitivamente sus procesos de solución, pues es considerado como una página en blanco en la que se inscriben los contenidos; se asume que se puede transportar el conocimiento elaborado de la mente de una persona a otra (Ruiz , 2007), por esta razón es importante que el docente identifique los criterios del alumno que posee para defender y explicar sus respuestas. Ahora bien, proponer una estrategia de aprendizaje donde se involucre la argumentación implica conocer en qué nivel de argumentación se encuentran los estudiantes para que de esta manera se fortalezca la competencia argumentativa y mejoren los resultados de las pruebas internas y externas que se proponen en los niveles de básica secundaria y media.

En los planteamientos anteriores se asume la argumentación como un aspecto clave para el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes y su impacto sobre el aprendizaje de las ciencias ya que este debe fundamentarse en ideas y diálogos que generen espacios de discusión entre los actores involucrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues como lo plantean Sardá y Sanmartí (2000):

Para aprender ciencia es necesario aprender a hablar y escribir (y leer) ciencia de manera significativa. Eso implica también aprender a hablar sobre cómo se está hablando (metadiscurso). Reconociendo las diversas maneras de expresar un mismo significado, las diferencias entre el lenguaje cotidiano y el científico y las principales características de cada tipo de discurso. (pág. 407)

También se discute el hecho de que gran parte de los problemas del entorno suelen resolverse utilizando opiniones bien fundamentadas, dando paso a la argumentación que se usa desde lo cotidiano hasta lo formal como es el caso de las ciencias, donde el uso del lenguaje se convierte en una actividad necesaria.

Por todo lo expuesto anteriormente surge el siguiente interrogante:

¿Qué aporta la incorporación de los procesos argumentativos en la resolución de problemas sobre el concepto de función lineal en estudiantes de grado noveno del Gimnasio Campestre de Florencia?

3 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad es común escuchar a los profesores de matemáticas hablar de sus experiencias de aula, las cuales no siempre son a favor del proceso de aprendizaje; pues se suele topar con estudiantes desmotivados y desinteresados en las actividades académicas, una razón puede ser que a los alumnos no les interesan las clases porque todo lo que ven es monótono, y también el desinterés de los padres de familia en las actividades escolares del alumno ya que algunos no comprenden la importancia que tiene su participación en la vida escolar y personal del estudiante (Sánchez F. , 2014, pág. 03). Estas razones pueden llevar a especulaciones como el por qué en las clases de matemáticas los estudiantes no interpretan, generan conjeturas o expresan sus ideas de manera individual o colectiva; desde esta perspectiva se puede suponer que hay ausencia de actividades que le permiten al estudiante hacer uso de su conocimiento, que a través de su experiencia construya argumentos para dar sentido a sus procedimientos y de esta forma construir un conocimiento que no esté basado en la memorización, sino en el desempeño en contexto y desarrollo de competencias básicas.

De esta manera, resulta útil identificar las fortalezas y dificultades presentes en los estudiantes al momento de argumentar acerca de situaciones que involucren el significado de función lineal; si bien es cierto, este objeto matemático ha sido el componente de estudio en numerosas investigaciones, algunas están orientadas a mejorar los procesos de aprendizaje, por lo que es evidente la complejidad en sus interpretaciones, la dificultad para reconocer y articular las diferentes representaciones, así como para modelar situaciones o fenómenos; por esta razón surge la necesidad de diseñar una estrategia que facilite el aprendizaje del concepto de función lineal, y que a su vez permita el uso de la argumentación mientras se resuelven problemas.

Lo que pretende la presente investigación es identificar los procesos argumentativos cuando resuelven problemas teniendo en cuenta los niveles de argumentación que proponen autores como Osborne, Erduran y Simón (2004) y la heurística de Guzmán para hacer seguimiento

a la forma en cómo los alumnos resuelven problemas que involucran el concepto de función lineal.

No obstante, es común en la enseñanza actual simplificar los contenidos matemáticos en la mera solución de problemas sin la integración de las competencias argumentativas, el estudiante aún continúa solucionando problemas mediante la ejecución de algoritmos, como resultado de la memorización de ecuaciones o conceptos, desconociendo que la interpretación y la argumentación de los problemas son vitales para desarrollar pensamiento crítico en el aula. La herencia de los métodos tradicionalistas todavía permean fuertemente el aprendizaje de las matemáticas en la escuela porque aún se cree que el docente es el único responsable del aprendizaje en los estudiantes sobre contenidos y por ende es quien dirige las clases y ordena qué se debe hacer y que no; por el contrario hoy se propone una enseñanza más inclusiva haciendo al estudiante partícipe de su conocimiento y no sólo un espectador, de tal forma que pueda construir una variedad de significados basados en su experiencia (Parra & Cordero, 2007).

Un aspecto enriquecedor de las matemáticas es la contextualización; es decir, analizar situaciones diarias donde el estudiante logre concebir el aprendizaje como algo intrínseco de su vida; sin embargo, para comunicar los resultados es necesario que el alumno, haga uso adecuado del lenguaje, de tal forma que se le facilite la comprensión de los conceptos, la justificación de los resultados y validez de estos, logrando con esto encaminarse hacia la demostración de enunciados propios de las matemáticas, una vez alcanzado el dominio del lenguaje se dice que el estudiante, ha transformado las observaciones en conocimiento científico.

En la literatura existen antecedentes de investigaciones que estimulan la implementación de nuevas estrategias de aprendizaje, donde se incluye el uso de la argumentación en las clases de ciencias con estudiantes de la básica secundaria y media; por tal razón, la presente investigación está dirigida al uso de la argumentación en el aprendizaje del concepto *función lineal*, mediante la resolución de problemas; como objeto matemático de interés

por considerarse un concepto con bastantes aplicaciones en las ciencias naturales y economía.

Este objeto matemático es de gran relevancia en la básica secundaria, especialmente en el grado noveno; porque fortalece el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes, además permite involucrar situaciones cotidianas sobre variación que están asociadas a actividades que realizan los jóvenes diariamente.

De acuerdo con lo anterior, en la presente investigación esta direccionada a planear y desarrollar estrategias que vinculen la argumentación en la resolución de problemas relacionados con la función lineal por parte de los estudiantes del grado noveno de la institución educativa Gimnasio Campestre de Florencia, ya que es importante direccionar el aprendizaje de las matemáticas hacia actividades que potencien el razonamiento y el uso de argumentos en la resolución de problemas, de tal manera que el estudiante pueda reconocer la jerarquía de las matemáticas dentro y fuera del aula de clase.

Desde esta perspectiva, el aporte fundamental que se logra con esta investigación es incluir los procesos argumentativos en las clases de matemáticas donde se pueda evidenciar la construcción de un concepto mediante el uso de los niveles argumentativos, los cuales permiten a la luz de las diferentes actividades analizar las respuestas y soluciones que aportan los estudiantes. Para ello es importante planear y desarrollar estrategias que vinculen la argumentación en la resolución de problemas relacionados con la función lineal en el establecimiento educativo Gimnasio Campestre de Florencia, ya que al momento de iniciar con esta propuesta no se había realizado ningún trabajo referente al área de matemáticas y menos en las categorías desarrolladas, por lo que se generó un gran impacto en la comunidad educativa, se consiguió mejorar la participación de los estudiantes y la calidad de sus argumentos.

4 OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar los aportes de la argumentación en la resolución de problemas sobre el concepto de función lineal en estudiantes de grado noveno del Gimnasio Campestre de Florencia

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Identificar los procesos de argumentación que presentan los estudiantes en la resolución de problemas asociados con el concepto de función lineal.
2. Establecer los elementos que intervienen en los procesos de argumentación para la resolución de problemas.
3. Evaluar las ventajas que tiene el uso de los procesos de argumentación en la resolución de problemas, que vinculan el concepto de función lineal, en los estudiantes de grado noveno del Gimnasio Campestre de Florencia.

5 MARCO REFERENCIAL

5.1 ANTECEDENTES

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación se han incluido dos categorías de indagación, que serán presentadas desde los referentes internacionales y nacionales. En primer lugar, está la argumentación en matemáticas que busca dejar a la vista la importancia de los procesos de razonamiento y argumentación de los estudiantes en la interpretación y solución de problemas y, en segundo lugar, el uso de la resolución de problemas como competencia mediadora en el desarrollo de los procesos argumentativos de los estudiantes. Finalmente se hace un rastreo sobre las diferentes perspectivas de otros trabajos de investigación sobre el concepto de función lineal.

5.1.1 Referentes Internacionales

La argumentación, como componente del pensamiento crítico en la formación de estudiantes ha sido interés de estudio en muchas investigaciones puesto que son considerables los inconvenientes que se presentan en el aula, y la necesidad de encontrar estrategias significativas que permitan su desarrollo.

Al respecto Sardá (2003), menciona que la argumentación es “una actividad social, intelectual y verbal que sirve para justificar o refutar una opinión, y que consiste en hacer declaraciones teniendo en cuenta al receptor y la finalidad con la cual se emiten” (citado en Planas y Morera, 2012).

Para Goizueta y Planas (2013) en su trabajo titulado “Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas” se adoptó el enfoque discursivo aplicado a la noción de práctica argumentativa enfatizando en el análisis de tres dimensiones denominadas: estructural, epistémica y comunicativa encontrando en sus resultados que los maestros de matemáticas priorizan las reformulaciones en el desarrollo de las prácticas argumentativas, pero además de la difícil

distinción entre unos y otros aspectos, los resultados apuntan a la omisión de algunos de ellos y a la falta de una adecuada articulación.

En esta misma línea, se encuentra la investigación desarrollada por Crespo, Farfán y Lezama (2010) “argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales”, donde se presenta una visión de las argumentaciones y demostraciones matemáticas desde la óptica de la socio-epistemología y donde las argumentaciones dependen de los escenarios en que se producen. Dado que las argumentaciones en escenarios no académicos son llevadas al escenario escolar ya que los estudiantes viven simultáneamente en ambos escenarios; concluyendo de esta manera que los estudiantes no pueden abstraerse fuera de uno de estos escenarios: ambos les otorgan identidad, por medio del surgimiento de sus representaciones, argumentaciones y formas de comunicación, esta búsqueda fuera de la escuela puede dar claves acerca de los conocimientos que se construyen y a tratar de identificar la manera en la que se fundamentan.

Así mismo Planas y Morera (2010) en su trabajo “la argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado” realizan reflexiones teóricas y prácticas sobre la noción de argumentación en el contexto de la matemática escolar para lo cual se utiliza dos ejemplos con contenido aritmético y geométrico llegando a la conclusión de que generalizar es una habilidad que debe trabajarse y que ayuda a la elaboración de argumentaciones además de tener en cuenta las garantías y las refutaciones en cada construcción de conclusiones.

Crespo (2005) en su investigación “la importancia de la argumentación matemática en el aula” el cual tuvo como objetivo analizar la relación entre la importancia de trabajar la argumentación y las demostraciones en el aula de clase, concluyendo que la argumentación facilita el aprendizaje de las matemáticas especialmente el de la demostración debido a que se evita la tendencia a los algoritmos y de esta manera se fortalecen los razonamientos.

En relación a los trabajos sobre resolución de problemas se logra evidenciar que estos están dirigidos a la puesta en práctica de las propuestas realizadas por Pólya y Miguel de Guzmán como estrategias para resolver problemas auténticos de las matemáticas; estos trabajos muestran claramente la intención de mejorar la capacidad de razonamiento e interpretación, además de aclarar las ideas de los estudiantes en cuanto al diseño de un plan que permita minimizar los obstáculos en la solución de problemas.

Para Vega (2014), la resolución de problemas es considerada como la razón de ser del área de matemática, ya que hablar de matemáticas conlleva a relacionarlas directamente con la resolución de problemas, pues se considera que esta es la principal función de esta ciencia, dado que utiliza postulados, teoremas y definiciones como apoyo en los procesos de solución. Son muchos los métodos en el aprendizaje de las matemáticas que requieren de estrategias para lograr la comprensión de los conceptos matemáticos, y para ello se han propuesto algunos pasos que se deben tener en cuenta para solucionar de manera acertada los problemas.

Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009) en su trabajo “La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas” presentan una metodología basada en el uso de tareas sobre resolución de problemas que deben ser desarrollados por estudiantes de diferentes desempeños escolares, quienes deben presentar la solución a los demás compañeros mientras el docente inicia la discusión colectiva para afianzar conocimientos entre los estudiantes. Luego se entrevistaron a los jóvenes que presentaron más interés en las actividades para conocer sus opiniones acerca de las dificultades y las ventajas que tenían al resolver los problemas. Es preciso señalar, que su trabajo se basó en comprender el problema, diseñar un plan; ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

De igual manera, Deulofeu, Edo y Baeza (2009) proponen una investigación sobre procesos de resolución de problemas en un entorno de juegos de estrategia, donde se pretende desarrollar habilidades en la resolución de problemas en estudiantes de primaria por medio de juegos matemáticos, además se escogió a estudiantes con habilidades comunicativas para que participaran de las discusiones de las actividades. Como resultado se logró

identificar que el juego de estrategia “Cerrar quince” es un juego que permite el desarrollo de habilidades similares a las de resolución de problemas, ya que en su resolución se encontraron procesos comunes. Además, fue posible descubrir los siguientes episodios: Apropriación de reglas y objetivos, Exploración y análisis, Planificación e implementación, Argumentación y verificación y los enlaces entre episodios denominados Momentos de transición.

5.1.2 Referentes Nacionales

En esta misma línea se encontró literatura a nivel nacional asociada al desarrollo de las habilidades argumentativas, como se puede evidenciar en el trabajo de Caraballo (2014) titulado “Las argumentaciones en matemáticas de los estudiantes del grado noveno (9°) al hacer uso del mediador Argunaut/Dígalo” el cual se basó en la caracterización de los argumentos en matemáticas de estudiantes de grado noveno haciendo uso del programa Argunaut/Dígalo.

La metodología de la investigación consistió en crear enunciados que direccionaran a los estudiantes hacia la participación, reflexión y generación de argumentos, para potenciar la argumentación en matemáticas. La investigación concluye sosteniendo que los procesos argumentativos de los estudiantes están asociados a las vivencias, conocimientos y contextos socioculturales en los que se encuentran inmersos; además de recomendar, usar herramientas interactivas en el aula de clases ya que es una estrategia educativa que logra potenciar la construcción de argumentos informales como formales. De igual manera el estudio de los argumentos como en el trabajo anterior, muestra que existen diversas formas de propiciar ambientes que motiven a los estudiantes a dar razón de sus procesos de aprendizaje, lo cual sirve de referente para la presente investigación, que se ha planteado trabajar la argumentación desde la solución de problemas.

También se encontraron tesis de maestrías que buscan promover la argumentación a través de la resolución de problemas, como el caso de la investigación desarrollada por Benavides, Benavides y Rojas (2017) titulada “argumentación a través de la resolución de problemas

para el tema la materia y sus estados de agregación” la cual fue realizada por estudiantes de la maestría en enseñanza de las ciencias de la universidad autónoma de Manizales, con el propósito de presentar una práctica de enseñanza-aprendizaje del tema naturaleza de la materia y sus estados agregados a través de los niveles más sencillos de argumentación a través de la resolución de problemas del aula y su entorno. A modo de conclusión Benavides, Benavides y Rojas (2017) afirman que, en cuanto a la resolución de problemas: “las prácticas y laboratorios son las propuestas dinámicas para entender y valorar los avances en este campo hay un gran avance sobre todo en esta actividad al lograr que se planteen problemas de su entorno, cotidianidad y necesidades de los estudiantes” (pág. 146). Por otro lado, sostienen que en cuanto a la argumentación este ejercicio fue más dispendioso ya que hay frases o párrafos que los estudiantes empezaron a escribir con una mayor motivación y mejores condiciones para explicar lo que sucedió en sus prácticas y problemáticas planteadas.

La investigación “Validación y argumentación de lo matemático en el aula” de León y Calderón (2001), se llevó a cabo en estudiantes de primer semestre de la universidad donde se analizaron las dos formas de recurso argumentativo: el discursivo y el matemático. En el primero se observó el predominio de recursos descriptivos en las etapas iniciales con una evolución hacia los recursos explicativos en las siguientes fases del proceso argumentativo. En el segundo recurso (matemático) se observó que al inicio estos fueron empíricos y de influencia exterior pero el trabajo en parejas permitió modificarlos, en busca de mayores niveles de elaboración matemática. Forero (2008) en su estudio sobre “Interacción y discurso en la clase de matemáticas” el cual consistió en describir el discurso que circula en el aula cuando ocurre el acto de enseñanza-aprendizaje de un concepto particular de las matemáticas, advierte sobre la necesidad de realizar cambios en el ejercicio del poder en el aula y se favorece el traspaso del control de la acción del docente a sus alumnos.

De igual manera, otro trabajo que destaca la importancia de la argumentación y los niveles argumentativos es presentado por (Pájaro & Trejos, 2017), titulado “desarrollo de la

competencia argumentativa y su relación con los modelos explicativos del concepto de tejido muscular en el aula de séptimo grado” el cual se basó en la caracterización de los niveles de argumentación de los estudiantes mediante modelos explicativos sobre el concepto de tejido muscular, ubicándose en los niveles 1 y 2, es decir que solo aportan una afirmación, un dato o una conclusión o dos de estos elementos al argumento (Pájaro & Trejos , 2017).

Finalmente se tiene el trabajo “la Comunicación y argumentación en clase de matemáticas” de Jiménez y Pineda (2013), en el que se reflexiona sobre la importancia del desarrollo de la argumentación en ambientes centrados en la comunicación donde el lenguaje asume una práctica social; por esto entre sus consideraciones finales de su artículo aseguran que la clase de matemáticas debe potenciar la argumentación que facilite la interacción social ya que en la mayoría de las clases los estudiantes actúan como receptores de la información.

Por otro lado Sánchez , Castaño, y Tamayo (2015), “La argumentación metacognitiva en el aula de ciencias” desarrollaron su investigación en estudiantes de básica secundaria, con edades comprendidas entre los 14 y los 16 años, donde se logró que los estudiantes planificaran, ejecutaran y evaluaran sus procesos de argumentación como también se pudo evidenciar que los sentimientos, pensamientos y acciones al momento de desarrollar estos procesos se presentaban de forma conjunta, esto se comprobó cuando el estudiante mostraba seguridad en las ideas expuestas y las defendía en los debates lo que le llevaba a cualificar sus argumentos.

Los trabajos citados anteriormente fundamentan y respaldan significativamente el problema abordado en la presente investigación, sin embargo, se considera seguir profundizando en las categorías de análisis de interés, en el caso de la argumentación se puede evidenciar que la mayoría de los estudios enfatizan en el uso del discurso y comunicación en el aula, por eso, en el presente trabajo se pretende analizar y estudiar la calidad de los argumentos mediante la clasificación por niveles. Sobre la resolución de problemas también existen variados trabajos que hacen uso de las heurísticas de Polya y Miguel de Guzmán en los que es fundamental diseñar un plan; ejecutar el plan y examinar la solución obtenida, por tal

motivo, en esta investigación se considera que la argumentación y la resolución de problemas deben ser procesos intrínsecos que faciliten el desarrollo del pensamiento crítico en el aula.

5.1.3 Aprendizaje De La Función Lineal

Sobre la función lineal como objeto matemático y en evidencia de numerosas investigaciones que se han desarrollado, orientadas a mejorar su enseñanza y aprendizaje; da cuenta (Sánchez D. , 2016) en su trabajo “Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula”, el cual consistió en realizar una intervención en el aula, que permitiera construir los objetos mentales de variable y dependencia; aspectos que son fundamentales para la comprensión de función lineal y afín en conjunto con tareas adaptadas al contexto más próximo. Así pues, el contexto se ha convertido en uno de los referentes fundamentales para la enseñanza y aprendizaje en los estudiantes; de manera que se encuentra la relación entre el maestro como mediador del conocimiento y las situaciones reales como punto de partida para aprender este objeto matemático.

En este sentido, el trabajo de Guzmán y Vega (2016) titulado “Modelación matemática escolar como proceso de enseñanza de la función lineal. Aplicación en variados contextos y diversos sistemas de representación”, se centra en la modelación como un instrumento para mejorar la enseñanza-aprendizaje, y, por ende, se realizó una secuencia didáctica; presentando un proceso de modelación en la que los estudiantes llevaban a cabo unos pasos para la construcción del aprendizaje. Se logró identificar que los alumnos aún no adquieren bien el contenido, por lo que se debe trabajar aún más en las clases futuras. Sin embargo, los autores afirman que:

[...] se vieron desarrolladas bastantes habilidades, en especial la visualización, el cambio de registro, la aplicación, la resolución de problemas y la modelación, las que son habilidades que en el aula deben estar presentes en la asignatura de matemática según los profesores y hasta el currículum. (Guzmán & Vega, 2016, pág. 26).

De igual manera, se encuentra el trabajo de Villa (2008) “el concepto de función: una mirada desde las matemáticas escolares” en el cual se retoma la tesis propuesta por Posada y Villa (2006) en la que se afirma que una didáctica del concepto de función debe abordar los aspectos de la variación, la modelación y los sistemas de representación. Con base en este planteamiento se construye una propuesta didáctica que pretende potenciar el entendimiento de algunos aspectos de la función lineal y cuadrática.

Por otra parte, Sánchez (2016) en su tesis de maestría aborda las dificultades que encuentran los estudiantes para la comprensión del objeto matemático función lineal y afín, cuyo propósito principal fue realizar una intervención en el aula, que posibilitara la constitución de los “objetos mentales” variable y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas a dicho concepto. Para el autor es importante dejar que el estudiante aprenda de acuerdo a las tareas planteadas y no intervenir directamente en su aprendizaje pues para su concepto:

Habitualmente como docentes creemos que es indispensable direccionar y tomar el control de las dinámicas internas en el aula de clase, pues asumimos que el profesor es el encargado de indicar qué se debe enseñar, cómo se debe aprender, en qué momento debe darse el aprendizaje, sin reconocer que los estudiantes cuentan con habilidades que les permiten realizar “actividades matimatizadoras” o hacer matemáticas, las cuales en muchas ocasiones subestimamos. (Sánchez D. , 2016, pág. 94)

De esta manera, llegó a la conclusión de que el uso de tareas sobre el concepto de función lineal y afín debe ser gradual y contextualizado, esto posibilita la apropiación de los términos y características propias de esta función identificar y caracterizar la evolución progresiva en los niveles de comprensión de los estudiantes durante la implementación de las tareas ajustadas, describiendo logros y dificultades durante dicha intervención en el aula (Sánchez D. , 2016).

En relación con los estudios dedicados a la enseñanza y aprendizaje de la función lineal estos se refieren a la búsqueda de estrategias de modelación y uso de software para la representación y análisis de gráficas de situaciones contextualizadas. Para finalizar es importante aclarar que no se hallaron trabajos que relacionaran el uso de la argumentación y el concepto de función lineal; pero sí, el estudio de los niveles de la argumentación con las matemáticas, por esta razón se considera que los trabajos anteriormente mencionados aportan elementos teóricos y conceptuales para el desarrollo de la presente investigación.

5.2 MARCO CONCEPTUAL

La enseñanza de las matemáticas no debe ser ajena a la realidad que viven los individuos en la sociedad; por esta razón, al orientar los procesos de aprendizaje de las matemáticas el docente debe diseñar ambientes pertinentes de acuerdo a los contextos escolares para lograr aprendizajes que faciliten la formación de individuos críticos y reflexivos. Por otra parte, en este trabajo se reconocerá la importancia de la argumentación y los niveles de argumentación teniendo en cuenta la resolución de problemas como una de las estrategias que facilitará la evolución de la competencia argumentativa en la clase de ciencias. De igual manera, se retoma el concepto de función lineal como objeto matemático excusa para orientar los procesos de argumentación del cual se realizará una breve descripción de las características y su función en el contexto real. Finalmente, se hará un recorrido de aproximación al concepto de Unidad Didáctica partiendo de las opiniones de diferentes autores.

5.2.1 Argumentación, Modelo Argumentativo De Toulmin Y Niveles De Argumentación

Actualmente, la argumentación hace parte de los cinco procesos generales de la actividad matemática pues según los estándares básicos por competencias (EBC), ser matemáticamente competente es usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración (MEN, 2003, pág. 51).

Para, Jiménez (2010), argumentar consiste en ser capaz de evaluar los enunciados en base a pruebas, reconocer que las conclusiones y los enunciados científicos deben estar justificados. Es decir, sustentados en pruebas. Por lo que la autora deja claro que el conocimiento científico no se crea desde el vacío sino de las ideas que predominan en lo social, lo cultural y lo científico.

El concepto de argumentación ha estado presente a lo largo de la historia de la literatura y la filosofía como pilar en el desarrollo de la lógica y la validez de juicios, pues los griegos ya tenían un dominio aceptable de la argumentación dentro de sus prácticas filosóficas y políticas.

Tal es el caso de Teón de Alejandría quien desarrolla una teoría del relato donde incluye el uso de la argumentación y la importancia que tiene un buen conocimiento de las circunstancias en cualquier tipo de discurso oral o escrito (Valdés , 2011). Además, en su trabajo “El relato y su posible argumentación según los tratadistas griegos de Ejercicios preparatorios” este autor habla de los ejercicios que propone Teon de Alejandría y como define la argumentación; en palabras de (Valdés , 2011):

“El último posible tratamiento de los ejercicios que propone Teón es el referente a la argumentación propiamente dicha; la refutación se elabora a partir de determinados lugares de argumentación para objetar la narración, y de sus contrarios en el caso de la confirmación. Al decir de Aftonio: “Una refutación es la invalidación del tema propuesto; una confirmación, por el contrario, su consolidación”. (pág. 89)

En este orden de ideas, es posible identificar la argumentación como un proceso dialógico que está presente en la comunicación, el cual permite avances en el dominio del discurso oral y escrito. El estudio de la argumentación ha aumentado en la medida que se hace necesario mejorar las prácticas en la construcción de la ciencia, pues se considera de gran utilidad para comunicar los procesos de aprendizaje en el aula de clase.

Por otro lado, Ruiz ,Tamayo y Márquez (2015) sostienen que el lenguaje es un elemento central para construir y comunicar la ciencia, dado que la enseñanza y el aprendizaje son actividades intrínsecas que requieren del fortalecimiento de las habilidades comunicativas. Pues “concebir la enseñanza de las ciencias desde una perspectiva discursiva permite, de una parte, hacer explícito el lenguaje usado por los científicos y adecuar sus usos e interpretaciones según los diferentes contextos de aplicación” (Ruiz , Tamayo , & Márquez , 2015, pág. 631).

En este sentido, la argumentación se concibe como una actividad que se realiza no solo en el aula de clase sino también fuera de ella, donde el estudiante puede expresar ideas u opiniones acerca de acontecimientos o teorías científicas de manera clara y precisa; dado que la argumentación crea espacios donde se desarrollan debates para ser discutidos en un ambiente social (Benítez , Benítez , & García , 2016). Sin embargo, para que esto se pueda alcanzar el profesor de ciencia debe propiciar los ambientes adecuados y metodologías acertadas y para ello Ruiz , Tamayo y Márquez (2015) afirman que se debe lograr la interacción dialógica entre estudiantes y promover en el aula el respeto y escucha por los demás.

Teniendo en cuenta lo anterior, cada día son más las investigaciones direccionadas al fortalecimiento de la habilidad argumentativa, aunque no siempre fue así ya que, solo a mediados del siglo XX, en Inglaterra se publica el trabajo de Stephen Toulmin titulado “Los usos de la argumentación”, donde presenta el argumento como un organismo que tiene al mismo tiempo una estructura anatómica grande y tosca y otra, por así decirlo, fisiológica y más delicada (Toulmin, 2007, pág. 129). De esta manera Toulmin presenta un esquema satisfactorio para la caracterización de los argumentos.

Según Toulmin el esquema de los argumentos lo componen dos elementos a los cuales llama datos y garantías; los cuales se identifican a partir de preguntas claras. En este caso los datos son los elementos justificatorios que se alegan como base de la afirmación realizada, a los que se refiere como los *datos* (D) y las categorías son enunciados hipotéticos, de carácter general, que actúan como puente entre unos y otros, legitimando el tipo de paso que el argumento en particular que se ha enunciado obliga a dar (Toulmin, 2007, pág. 134).

A continuación, se presenta un esquema para analizar argumentos según Toulmin.

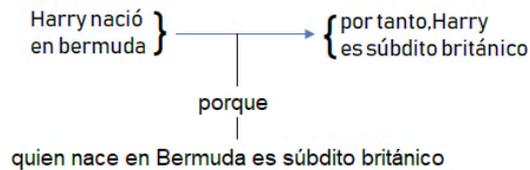
Figura 3. Esquema para analizar argumentos.



Fuente: libro usos de la argumentación, (Toulmin, 2007).

Continuando con el esquema, Toulmin propone un ejemplo literal que muestra la estructura de un argumento, así: “Harry nació en Bermuda. Las leyes pertinentes (G1...) proveen que los nacidos en las colonias de padres británicos tienen derecho a la ciudadanía británica; luego, presumiblemente, Harry es súbdito británico”.

Figura 4. Ejemplo del esquema de Toulmin.

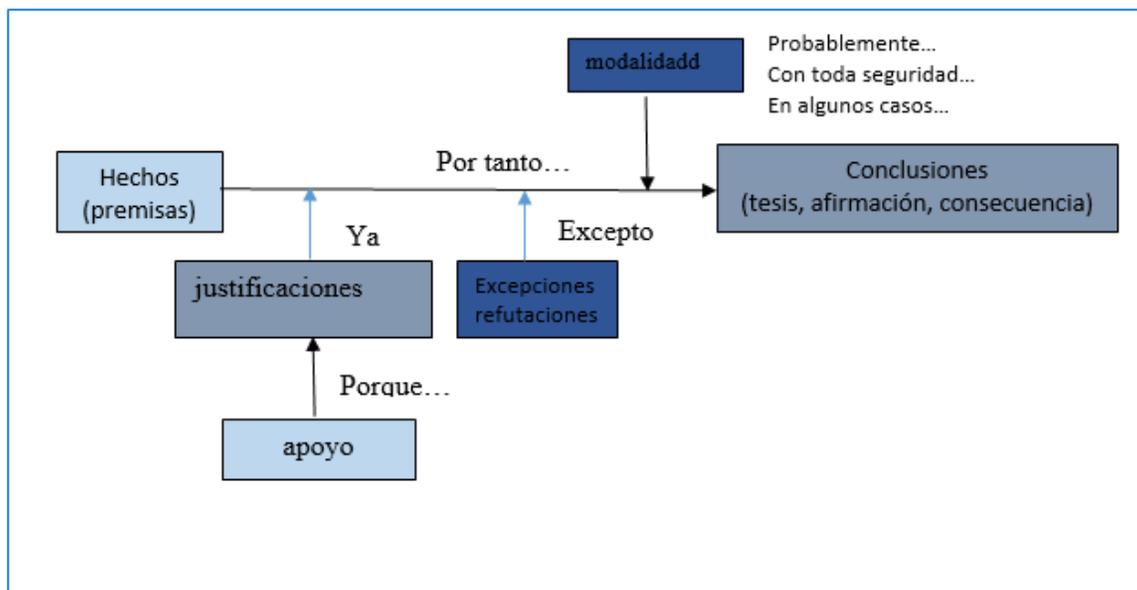


Fuente: libro usos de la argumentación, (Toulmin, 2007).

Según Toulmin, en este argumento la afirmación apela directamente a los datos que le sirven de base; la garantía es, en cierto sentido, incidental y explicativa, pues su objetivo consiste simplemente en registrar explícitamente la legitimidad del paso dado, poniéndolo en relación con la clase más amplia de pasos cuya legitimidad se presupone (Toulmin, 2007, pág. 135).

En la figura 5 se muestra la macroestructura de un argumento según Toulmin, a la cual se le conoce como modelo argumentativo de Toulmin.

Figura 5. Macroestructura de un argumento



Fuente: Pájaro y Trejos (2017, p. 30)

En el esquema anterior se puede observar con claridad el proceso que se lleva a cabo en el análisis de los argumentos, donde se parte de una premisa y se llega a una conclusión (tesis, afirmación o consecuencia) además se puede ver como se involucran otros elementos importantes como las justificaciones, las refutaciones o la modalidad dando lugar al proceso argumentativo que propone Toulmin. Una explicación clara del modelo de Toulmin lo da (Jiménez, 2010), quien afirma que:

Un argumento, es decir el resultado de relacionar una explicación con las pruebas que la apoyan, está compuesto por tres elementos esenciales: conclusión, pruebas y justificación. Otros componentes que pueden formar parte de un argumento (o no estar presentes) son el conocimiento básico, los calificadores modales y las condiciones de refutación. (pág. 70)

De esta manera, Jiménez deja claro que, en cuanto a los nombres de algunos componentes del modelo inicial de Toulmin, estos se pueden cambiar para adecuarlos al trabajo de aula; en cuanto a sus aplicaciones Jiménez citado por (Pinochet, 2015) complementa lo siguiente:

(...) permite mejorar los procesos de aprendizaje (aprender a aprender); promueve la formación de una ciudadanía responsable, capaz de participar en las decisiones sociales ejerciendo el pensamiento crítico; permite desarrollar competencias relacionadas con las formas de trabajar en la comunidad científica, y con el desarrollo de ideas sobre la naturaleza de la ciencia que hagan justicia su complejidad, es decir, la denominada cultura científica. (pág. 316)

Por lo anterior, se hace necesario incluir la argumentación como parte del proceso de formación en ciencias en las instituciones de educación básica y media para formar personas con pensamiento crítico que sean capaz de tomar decisiones por sí solas fundamentadas en lo que conocen.

Aunque las aplicaciones del modelo argumentativo de Toulmin han ganado gran relevancia en las investigaciones educativas, es importante señalar que su autor en su comienzo no lo

vio así (Pinochet, 2015, pág. 311), pero su transformación se debe a las diferentes interpretaciones que se le ha dado desde la educación, donde ha mostrado que su principio coincide con las necesidades que emergen al momento de construir ciencia en las aulas de clase.

Uno de los estudios más reconocido que se fundamenta en el modelo de Toulmin fue realizado por Osborne, Erduran y Simon, (2004) titulado “enhancing the quality of argumentation in school science” el cual se basó, en el diseño de entornos de aprendizaje que apoyan la enseñanza y el aprendizaje de la argumentación² en un contexto científico; sin embargo, los autores proponen una escala de caracterización de los argumentos que consta de 5 niveles que permiten identificar las fortalezas y debilidades en argumentación de los estudiantes manteniendo vigente el modelo argumentativo de Toulmin. La propuesta de calificar los argumentos por niveles surge de la necesidad de reconocer qué argumento es mejor que otro, en palabras de Osborne, Erduran, & Simon (2004) se afirma lo siguiente:

Al abordar esta tarea, nos basamos en el hecho de que habíamos encontrado un pequeño problema en la identificación de las reclamaciones o impugnaciones, pero la distinción entre los datos y órdenes a menudo era difícil de hacer, ya que dependía de la información contextual que estaba ausente de la transcripción o imposible para determinar sin ambigüedades del vídeo ³. (pág. 25)

El siguiente cuadro ilustra la escala de los niveles de argumentación, que proponen Osborne, Erduran y Simon (2004).

² Cita textual del trabajo de Osborne y Erduran (2004) traducido al español.

³ Traducción de los autores del presente trabajo

Tabla 1 Niveles de argumentación

NIVEL	DESCRIPCION
1	Argumentos que solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión.
2	Argumentos formados por conclusiones y al menos datos, justificaciones o apoyos.
3	Argumentos cuya estructura la constituyen las conclusiones con al menos datos, justificaciones o apoyos y alguna refutación débil.
4	Argumentos que muestran claramente una conclusión y una refutación
5	Argumentos caracterizados por tener conclusiones y más de una refutación.

Fuente: artículo Osborne, Erduran y Simón (2004)

Para el estudio de los argumentos, un aspecto importante es la necesidad de presentar ejemplos y el modelo de buenas prácticas para medir la calidad de los argumentos y se logren discusiones acerca que de qué argumento es mejor que otro, además algunos estudios muestran que la mejora en la argumentación es posible si se aborda y se enseña explícitamente Osborne, Erduran y Simón (2004).

Atendiendo a la idea de estudiar la calidad de los argumentos de los estudiantes es fundamental para la presente investigación trazarse como eje central el análisis de los argumentos de acuerdo a lo que proponen Osborne, Erduran y Simón (2004), ya que en palabras de los autores, existe una necesidad urgente de mejorar la calidad de la naturaleza del argumento de la comprensión de los jóvenes, en general, y el argumento en un contexto científico, en particular. Sin embargo, para los autores en mención la iniciación en los argumentos también requiere de un recurso o de datos para permitir la construcción del argumento. Por lo tanto, comúnmente, las teorías que compiten han ido acompañadas de las pruebas que se les pide a los estudiantes a utilizar para decidir si la evidencia presentada apoya la teoría de 1, 2, a ambos o ninguno. Partiendo de este principio que es esencial para

dar inicio a las discusiones en el aula de clase, proponen un cuadro de marcos genéricos que permitirá promover el uso de la argumentación en la clase de ciencias.

A continuación, se presenta el cuadro sobre *marcos genéricos para materiales para apoyar y facilitar la argumentación en el aula de ciencias*, según Osborne, Erduran y Simón (2004):

Tabla 2 Marcos genéricos para materiales para apoyar y facilitar la argumentación en el aula de ciencias

Marco de referencia	Descripción
1. Tabla de declaraciones	Los estudiantes se les dan una tabla de declaraciones sobre un tema de ciencia en particular. Se les pide que decir si están de acuerdo o en desacuerdo con la afirmación y sostienen por sus decisiones. Esta idea ha sido desarrollada a partir del trabajo en la discusión de los casos de los fenómenos físicos (Gilbert y Watts, 1983).
2. Mapa conceptual de Ideas de estudiantes	Los estudiantes se les dan un mapa conceptual de los estados derivados de las concepciones de los estudiantes de un tema de ciencia derivada de la literatura de investigación. Luego se les pide a discutir los conceptos y enlaces individualmente y como grupo para decidir si son científicamente correcto o falso, proporcionando razones y argumentos para su elección. Esta fue una adaptación del uso común de los mapas conceptuales (Osborne, 1997).
3. Informe de un experimento científico que realizaron alumnos	Los estudiantes reciben un registro del experimento de otro estudiante y sus conclusiones. El experimento está escrito en una forma de incluir intencionalmente información que falta o de una manera se puede mejorar, a fin de estimular desacuerdo. Los estudiantes tienen que dar respuesta a lo que creen que el experimento y sus conclusiones se podrían mejorar, y por qué. Esta idea fue tomada de la obra de Goldsworthy, Watson y Wood-Robinson (2000).
4. teorías que compiten – Dibujos animados	Los estudiantes son presentados con dos o más teorías que compiten en la forma de un dibujo animado. Se les pide que estado que ellos creen y argumentan por qué piensan que son correctos. El trabajo de Keogh y Naylor (Keogh y Naylor, 1999; Naylor y Keogh, 2000) ha sido valioso en el desarrollo de un recurso que es un excelente estímulo para involucrar a los niños con el pensamiento científico.

5. teorías que compiten –historia	Los estudiantes se presentan teorías que compiten en la forma de una historia atractiva informado en un periódico. Luego se les pide para proporcionar evidencia de que la teoría que creen y por qué.
6. Teorías que compiten- Ideas y evidencia	En este enfoque, los estudiantes son introducidos a un fenómeno físico y luego ofrecen dos o más, pero por lo general dos, las explicaciones que compiten. Además, una serie de declaraciones de prueba que pueda apoyar una teoría, el otro, ambos o ninguno se proporcionan. En pequeños grupos, se les pide a los estudiantes a considerar cada una de las pruebas y evaluar su función y significado. Por último, deben utilizar la evidencia para argumentar a favor de una idea u otra. Esta idea ha sido adaptada a partir de la obra de Salomón et al (Solomon, 1991; Solomon, Duveen, y Scott, 1992).
7. Construyendo un Argumento	Los estudiantes se les dan una explicación de un fenómeno físico, es decir, el día y la noche son causados por un giro de la Tierra, y una serie de declaraciones de datos (normalmente 4). Luego tienen que discutir qué declaraciones de datos proporciona la explicación para el fenómeno más fuerte y proporcionar un argumento por qué. Esta es una idea que ha sido adaptado del trabajo innovador de Garratt et al. (1999) en la química de grado.
8. Prediciendo, Observando y explicando	Esta actividad, extraído de la obra de Blanca y Gunstone (1992), implica introducir un fenómeno a los niños sin demostrar y pedir a los estudiantes para discutir en pequeños grupos lo que piensan que va a pasar cuando se inicia el fenómeno, y justificar su razonamiento. El fenómeno se demuestra a continuación, y si lo que sucede es la antítesis de lo esperado, a continuación, los estudiantes se les pide que reconsiderar y reevaluar sus argumentos iniciales. La discusión se centra en la teoría de que avanzan por su predicción y la evidencia para apoyarla.
9. Diseñando Experimento	un Se les pide a los estudiantes que trabajen en parejas para diseñar un experimento para probar una hipótesis, es decir, que una tetera de plata se enfría más rápido. Su diseño debe especificar no sólo lo que la variable debe ser medida, pero con qué frecuencia y qué medidas deben tomarse medidas para garantizar que los datos obtenidos son fiables. Pares continuación, se reúnen para hablar de su diseño, proponer procedimientos alternativos y argumentar por sus méritos relativos.

Fuente: La tabla fue tomada del trabajo de Osborne, Erduran y Simon (2004).

5.2.2 Argumentación En Ciencias Y Matemáticas

El aula de clase es un espacio académico donde emergen ideas, opiniones y razonamientos sobre diferentes asuntos del conocimiento científico, por esta razón debe ser utilizada para que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas y comunicativas que les permita compartir experiencias y obtener aprendizajes significativos sobre ciencia. De igual modo la enseñanza de las ciencias debe potenciar la interacción comunicativa como un aspecto esencial en el aprendizaje de los estudiantes, donde el docente enseñe lo que considera que sus alumnos deben aprender utilizando el discurso en el aula.

Existe un número considerable de investigaciones en el sector educativo dedicadas al uso de la argumentación como estrategia en la formación de estudiantes con pensamiento crítico, respecto a esta inclusión de la argumentación en el aula de ciencias (Jiménez & Díaz , 2003), afirman:

Incluir la capacidad de argumentación en los objetivos de la enseñanza de las ciencias significa, entre otras cosas: reconocer las complejas interacciones que tienen lugar en el aprendizaje, así como la contribución de las prácticas discursivas en la construcción del conocimiento científico; tener en cuenta que hacer ciencia es también proponer y discutir ideas, evaluar alternativas, elegir entre diferentes explicaciones y ampliar la visión del aprendizaje de las ciencias. (pág. 367)

El uso de la argumentación en ciencias a su vez permite que los estudiantes involucrados en el proceso sean capaces de construir significados y aplicar estas concepciones de ciencia a aspectos socioculturales, es decir que lo aprendido en el aula se vea reflejado en su quehacer diario convirtiéndose en individuos críticos y con buen uso del conocimiento científico.

Por otra parte, la argumentación en matemáticas ha venido ganando relevancia en los procesos educativos, pues como se mencionó renglones atrás, las personas matemáticamente competentes son aquellas que utilizan la argumentación para validar o refutar proposiciones en contextos matemáticos y no matemáticos; asimismo se debe

destacar que la argumentación es una habilidad básica que se desarrolla de manera progresiva a lo largo de las etapas de la educación obligatoria (Goizueta & Planas, 2013).

En países como Finlandia, reconocido por tener uno de los modelos educativos más eficientes del mundo y su alto rendimiento en las pruebas PISA, se ha incorporado la argumentación en clases de matemáticas y física por lo que se ha convertido en un objetivo esencial para mejorar la educación y formar niños que sepan razonar y comunicar mejor sus ideas. En su artículo del periódico *el mercurio*, (Cordano, 2018) resalta las palabras de Jouni Viiri doctor en física y educación en ciencias, y uno de los autores del nuevo currículo en ciencias de Finlandia, afirmó durante su visita a Chile, lo siguiente:

la idea es que argumentar y aprender a dar una segunda vuelta a la información que se recibe trascienda la sala de clases. En una era marcada por la posverdad y el uso masivo de redes sociales, que los jóvenes aprendan a cuestionar, distinguir datos y comunicarlos de forma efectiva es fundamental. (pág. 10)

Jouni Viiri (2018), citado por (Cordano, 2018) también dejó claro que la retroalimentación al docente ha sido probada como uno de los factores más importantes que influyen el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

La argumentación es sin duda uno de los componentes necesarios para propiciar el pensamiento crítico en los estudiantes en la clase de ciencias, no importa el tipo de contexto o los fines educativos, está claro que argumentar es la función más natural que tienen las personas para transmitir ideas y formas de pensamiento.

5.2.3 Resolución De Problemas

Desde hace siglos la matemática ha sido utilizada por el hombre en su diario vivir, su invención y usos le han facilitado entender los diferentes aspectos de la vida, tanto en lo económico como en lo cultural, convirtiéndose en una de las actividades humanas de mayor importancia, pues le ha permitido al hombre acercarse a su naturaleza y entender el universo desde una perspectiva lógica y racional, sobre las suposiciones. Sin embargo,

cuando se habla de la actividad matemática pareciera que su función se orienta hacia la resolución de problemas en los diferentes contextos en los que se usa, no obstante, se considera a la resolución de problemas como uno de los procesos generales de la actividad matemática que acercan al estudiante al desarrollo de habilidades cognitivas, comunicativas y pensamiento crítico. Según, De Guzman (2007):

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. (pág. 35)

De esta manera, Miguel De Guzmán deja claro el rol del alumno, donde más que resolver problemas para llegar a una solución numérica, pueda adquirir actitudes y destrezas en el aprendizaje de las matemáticas, desarrollando procesos de pensamiento. No obstante usar la metodología de resolución de problemas requiere de gran dedicación de parte del profesor para que pueda organizar el contenido a enseñar y facilitar los escenarios más eficaces posibles donde el estudiante participe libremente sin que se desvanezca su entusiasmo por aprender los conceptos.

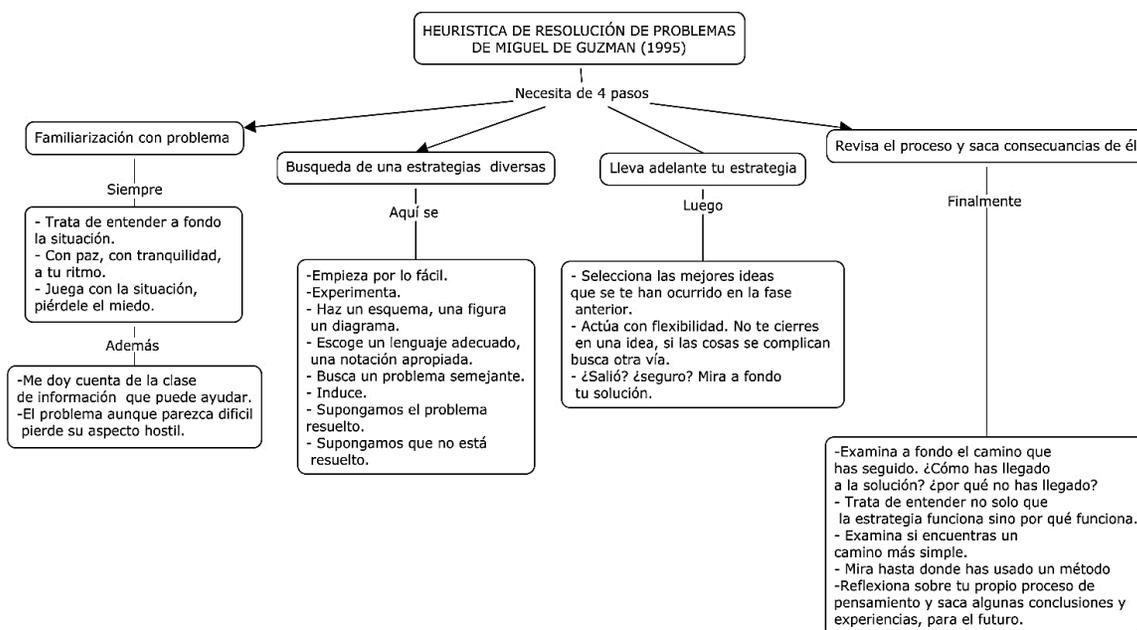
Cabe resaltar que uno de los personajes más influyentes en la resolución de problemas fue sin duda el matemático George Pólya (1887-1985) quien propuso los 4 pasos esenciales para resolver cualquier problema, estos consistían básicamente en entender el problema, pensar en un plan, llevar a cabo el plan y mirar hacia atrás. Para Pólya era fundamental describir la solución del problema, pues solo de esta manera se garantiza que la solución presentada sea correcta. Según Stewart, Redlin y Watson (2012) en el prefacio de *How to solve it*, Pólya escribe:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero es un grano de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Usted puede ser modesto, pero si desafía su curiosidad y pone en juego sus facultades inventivas, y si lo resuelve por sus propios medios, puede experimentar la tensión y disfrutar el triunfo del descubrimiento. (pág. 26)

De Guzmán (1995), también explora la resolución de problemas desde la heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento en el aula de clase, esto se refleja en su libro “*para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*”, publicado en 1995, en el cual, en propias palabras de, De Guzmán la intención es “iluminar, motivar, animar y ayudar a ejercitarse uno mismo para la adquisición de una serie de actitudes y hábitos que, en mi opinión, pueden contribuir muy poderosamente a mejorar la realización de la actividad mental” (De Guzmán, 1995, pág. 12).

A continuación, se presenta un mapa conceptual que describe brevemente la heurística de, Miguel de Guzmán en la resolución de problemas:

Figura 6. Heurística de resolución de problemas según De Guzmán (1995)

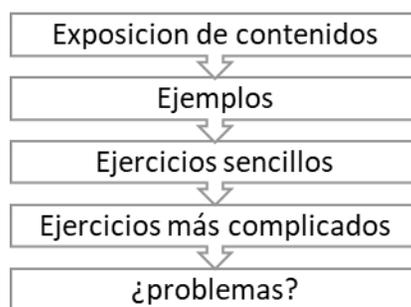


Fuente: Construcción propia de la organización del enfoque de resolución de problemas de Miguel De Guzmán (1995).

Por otro lado De Guzmán (2007) asegura que se puede encausar las estrategias para desarrollar auténticos problemas matemáticos, además de proponer una secuencia de pasos para resolver problemas (propuestos en 1995) que se presentan a continuación: el primer paso consiste en *familiarizarse con el problema*, se trata de entender a fondo la situación sin apuros y al ritmo del estudiante, en pocas palabras perderle el miedo; el segundo camino es la *búsqueda de estrategias*, en donde se deben realizar diagramas, gráficos o introducir notaciones adecuadas y empezar con lo más fácil; el tercer paso es *llevar adelante la estrategia*, aquí el estudiante debe ser capaz de ejecutar las ideas del paso anterior, insistir en la solución, no desanimarse, actuar con serenidad y examinar a fondo la solución; finalmente *revisar el proceso y sacar consecuencias de él*, en esta etapa de resolución del problema se trata de que el individuo reflexione sobre su proceso de pensamiento, si existe una vía más simple, identificar hasta dónde llega el método usado y entender porque funciona el método que utilizaste.

Para, De Guzman (2007), los buenos profesores de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan dando lugar a una enseñanza de la matemática con un enfoque tradicional siguiendo la siguiente secuencia:

Figura 7. Descripción del enfoque tradicional en la enseñanza de las matemáticas.



Fuente: De Guzmán (2007).

Sin embargo, para Guzmán la resolución de problemas es una actividad que los maestros deben mejorar para avanzar en sus prácticas de aula, con respecto a esto afirma lo siguiente: “se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático”(pág. 37).

En este orden de ideas, es posible identificar los múltiples obstáculos en la enseñanza de las matemáticas bajo el enfoque por resolución de problemas, porque, aunque existen diversos estudios en la literatura de educación matemática aún no se evidencia progreso en la comprensión y apropiación de los contenidos matemáticos en los diferentes niveles de educación.

5.2.4 Aprendizaje De La Función Lineal

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas actualmente tiene en cuenta cinco tipos de pensamientos propuestos en los estándares básicos de competencias en matemáticas, con los que se pretende mejorar las habilidades en los estudiantes de la básica secundaria; entre estos pensamientos se encuentran el pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos; siendo el último muy útil para el desarrollo de la presente investigación. La enseñanza del concepto de función lineal es un aspecto que se incluye en el currículo de matemáticas de todas las instituciones educativas del país, no obstante, este concepto es presentado en la escolaridad como una simple fórmula que no va más allá de lo gráfico y se limita a la explicación de los elementos que la componen, por lo que su aprendizaje es de tipo memorístico y espontáneo es decir que no trasciende del aula de clases.

De acuerdo con, Contreras (2013) , para comprender y trabajar de manera óptima el concepto de función, previamente, se hace necesario realizar un análisis epistemológico y

social del concepto de función; igualmente, deja claro que el desarrollo de las prácticas depende de la organización, la cultura y de la historia de los grupos humanos.

Dicho de otra manera, es necesario crear disyuntivas en la enseñanza de las matemáticas que faciliten una mejor comprensión por parte de los estudiantes para corregir los obstáculos y así facilitar su aprendizaje. Son bastantes los estudios realizados con respecto al aprendizaje del concepto de función lineal donde se deja claro que la visualización juega un papel significativo en el estudio del concepto de función.(Deulofeu & Fabra, 2000) Respecto a la visualización afirma: “el desarrollo de las estructuras cognitivas del alumnado y cumple un papel esencial en el pensamiento matemático, también incluye la capacidad, habilidad y coherencia imaginativa suficiente para pasar de un lenguaje a otro e influye sobre el proceso de abstracción” (pág. 4).

De ahí que surja la necesidad de incluir el método gráfico en las situaciones problemas presentadas en el aula, no solo como ayuda en la comprensión del problema sino como una forma de identificar cómo están pensando los estudiantes con respecto al concepto y además cómo plantean sus argumentos en la solución de estos.

El estudio de la función lineal trae consigo el análisis e interpretación de gráficas que modelan alguna situación problema, es común que se use para estudiar casos de las ciencias físicas o de las mismas matemáticas, por esta razón es importante conocer cómo es que analizan los estudiantes las representaciones gráficas y cuáles son sus dificultades más notorias.

En su trabajo de investigación, Flores, Alarcón y Albarrán (2002) afirman que la dificultad de los estudiantes para trabajar con gráficas radica en que el pensamiento visual requiere poner en juego procesos cognitivos superiores a los que demanda el pensamiento algorítmico. De forma similar, Leinhardt et al. (1990) describen estas dificultades como: “la confusión entre la pendiente y la altura, la confusión entre un intervalo y en un punto, la consideración de una gráfica como un dibujo y la concepción de una gráfica como construida por un conjunto discreto de puntos” (pág. 229).

Tabla 3 Categorías, subcategorías e indicadores para el análisis de la información

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
Argumentación	Niveles de argumentación	<ol style="list-style-type: none"> 1. Argumentos que solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión. 2. Argumentos formados por conclusiones y al menos datos, justificaciones o apoyos. 3. Argumentos cuya estructura la constituyen las conclusiones con al menos datos, justificaciones o apoyos y alguna refutación débil. 4. Argumentos que muestran claramente una conclusión y una refutación. 5. Argumentos caracterizados por tener conclusiones y más de una refutación.
Resolución de problemas	Heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)	<ul style="list-style-type: none"> - Familiarización con el problema. - Búsqueda y selección de una estrategia apropiada. - Puesta en marcha de la estrategia. - Reflexión acerca del camino seguido.

Fuente: construcción propia

Nota. A partir de lo consignado en esta tabla se hará el respectivo análisis de los resultados, luego de la implementación de la unidad didáctica.

5.2.5 Marco Legal

Es posible identificar en los estándares básicos de competencias en matemáticas el alcance de la argumentación, considerándola parte del proceso general de la actividad matemática, dado que:

La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos. (MEN, 2003, pág. 54)

Aunque en los cinco pensamientos que propone los estándares básicos no se evidencia la argumentación de manera explícita, ésta se encuentra incluida en uno de los dos tipos básicos del conocimiento de las matemáticas: el conocimiento conceptual, que involucra elementos teóricos que afianzan la reflexión como eje articulador en el aprendizaje de las matemáticas, además permite el desarrollo de la actividad cognitiva y las relaciones entre sus componentes relacionándose con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el *saber qué* y el *saber por qué* (MEN, 2003).

En cuanto a la resolución de problemas, los estándares plantean que es uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática, además, se encuentra presente en todas las actividades curriculares, convirtiéndose en el eje principal del currículo de matemáticas, en todos los niveles escolares para finalmente alcanzar *la competencia matemática*. Según el MEN:

Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis

y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas. (MEN, 2003, pág. 51)

De ahí la importancia de integrar los dos procesos generales (argumentación y resolución de problemas) en el estudio de la función lineal pues según los estándares básicos de competencias en matemáticas “que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas” (MEN, 2003, pág. 52).

Según los currículos de matemáticas, el concepto de función lineal se encuentra distribuido en los grados octavo y noveno como eje articulador del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, utilizado para la representación algebraica o como modelo de problemas contextualizados que surgen de la modelación de problemas de variación. La importancia de la función en la modelación radica en que la modelación permite decidir qué variables y relaciones entre variables son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad (MEN, 2003), donde el uso de las gráficas es indispensable para que el estudiante interprete, argumente y proponga soluciones de una forma dialógica y permita la construcción de los diferentes conceptos.

6 METODOLOGÍA

6.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

La presente investigación tiene un enfoque cualitativo de tipo descriptivo dado que la argumentación y la resolución de problemas son procesos en los que su evolución depende de las fortalezas y características de cada estudiante. Por esta razón el interés de la presente investigación se centra en identificar e indagar acerca de cómo involucra el individuo los procesos de argumentativos cuando resuelve problemas.

“La investigación cualitativa permite estudiar una realidad dinámica y posibilita la comprensión de manifestaciones y comportamientos desde el propio marco de referencia de quien actúa” (Pérez Serrano, 1994); se aplicarán diferentes instrumentos asociados al planteamiento de los niveles de argumentación según Osborne, Erduran y Simon (2004) en reciprocidad con la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán. En el proceso de esta investigación se pretende desarrollar y ejecutar una unidad didáctica que se plantea tres momentos específicos secuenciales (ubicación, desubicación y reenfoque), estos tres momentos estarán constituidos por actividades que permitan a los estudiantes plantear razonamientos; seguido de concebir respuestas, aspectos propios y características del objeto de estudio (función lineal) para solucionar cada situación problema, y de esta manera desarrollen sus habilidades argumentativas, para posteriormente categorizar estos argumentos en los niveles en los que se encuentren los estudiantes.

6.2 CONTEXTO

La propuesta se llevará a cabo con estudiantes de la jornada mañana del Gimnasio Campestre de Florencia, establecimiento educativo de carácter privado, ubicado en el barrio Acolsure, kilómetro 1 vía al municipio de Morelia, en la ciudad de Florencia -Caquetá, donde asisten aproximadamente 215 estudiantes desde los grados Pre-Jardín a décimo; pertenecientes a los estratos sociales 3 y 5. Entre las problemáticas asociadas a los estudiantes se presentan entre otras, la inestabilidad y disfuncionalidad familiar; lo cual trae como consecuencia, el poco acompañamiento de algunos padres de familia en el proceso de

formación de los estudiantes. Sin embargo, se cuenta con una población de estudiantes estables, puesto que la mayoría mantiene su instancia en la Institución a lo largo del año.

La institución tiene énfasis en educación Ambiental y permite la participación activa del niño, del joven y de la comunidad en la construcción del conocimiento, para encontrar alternativas de solución, acordes con su problemática ambiental particular. Se trata de una institución en la que los criterios de integración e ínter disciplina se hagan realidad a partir de proyectos participativos, cogestionarios y autogestionarios, que permiten desarrollar en el individuo no solamente conocimientos sino, valores y actitudes que incidan en la construcción de una concepción del manejo del ambiente.

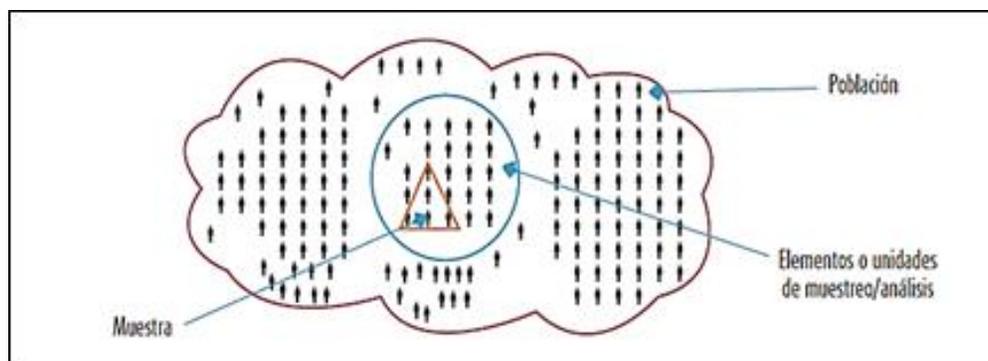
6.3 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad de trabajo estará conformada por los estudiantes del grado 9° (único grado) de la institución, el cual cuenta con 19 estudiantes. Además del grupo de estudiantes, se pretende contar con el apoyo de los maestros del grado, las directivas de la institución y los padres de familia de los estudiantes.

6.4 UNIDAD DE ANÁLISIS

Con el fin de realizar un análisis más riguroso de los resultados de la investigación se optó por definir dos criterios básicos para efectos de encontrar la muestra y la unidad de análisis; estos criterios fueron: (1) no registrar inasistencias durante la aplicación de la unidad didáctica, y (2) haber desarrollado todas las actividades propuestas en la UD; luego se procedió a estimar el tamaño de la muestra, el cual corresponde al 20% de la población general que es 4 aproximadamente.

Figura 8. Representación de una muestra



Fuente: Hernández, Fernández, & Baptista (2014)

Finalmente, para hallar la unidad de análisis se procedió a enumerar cada elemento muestral de 1 a 5 y se continuó con la misma dinámica hasta que el universo poblacional estuviera enumerado, luego se agruparon los 1 con 1, los 2 con 2, hasta formar 4 grupos. Después se les ofreció una cajita con un pimpón de color azul y 4 de color rojo de la cual debían sacar un pimpón al azar, de esta manera el estudiante del grupo que sacaba el pimpón azul se seleccionaba e iba conformando la unidad de análisis según el tamaño de la muestra.

6.5 INSTRUMENTO DE LA INVESTIGACIÓN

6.5.1 La Unidad Didáctica

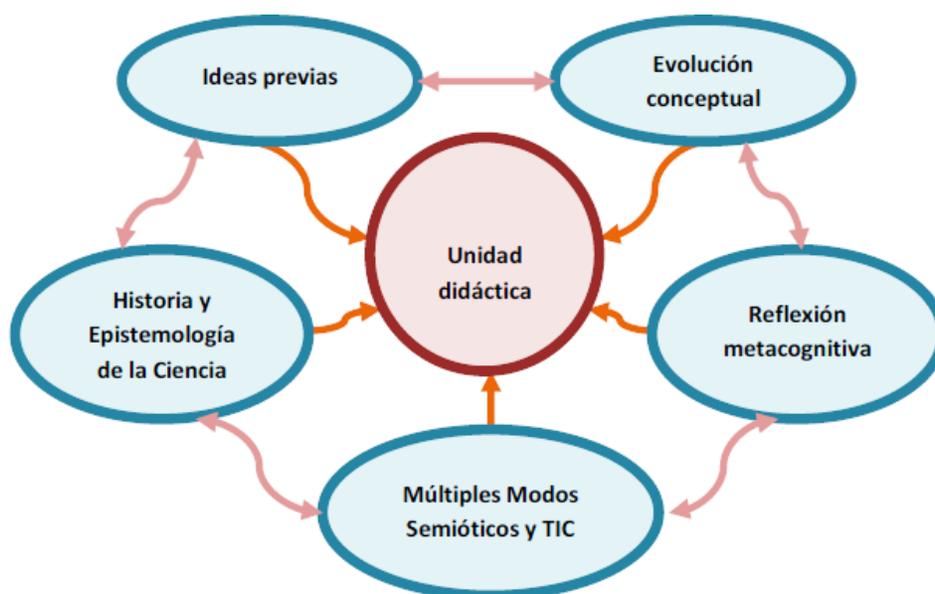
La unidad didáctica (UD en adelante) se constituye como un producto y, a la vez, un punto de partida del proceso de enseñanza en el que convergen aspectos vinculados con la motivación, la evolución conceptual, la historia y epistemología de la ciencia, la metacognición y los modelos explicativos de los estudiantes (Orrego, Tamayo, & Ruiz, 2016). Por otra parte, Tamayo, y otros (2010) afirma:

(...) vemos la necesidad de abordar la enseñanza de las ciencias desde una perspectiva constructivista y evolutiva, en la cual se integren aspectos tales como: la historia y epistemología de los conceptos, las ideas previas de los estudiantes, la reflexión

metacognitiva, los múltiples lenguajes que incluyen las TIC y el proceso de evolución conceptual como aspecto que permite una evaluación formativa, la transformación del conocimiento del pensamiento inicial y final de los docentes y de los estudiantes. (pág. 108)

En este orden de ideas se puede reconocer que la enseñanza a través del uso de unidades didácticas implica organizar y sistematizar la información que se quiere aportar a los estudiantes, llevando un mejor control de las actividades y registro de los avances presentados en la clase. Es por esta razón que el uso de la UD en la investigación es fundamental para el logro de los objetivos planteados.

Figura 9. Modelo unidad didáctica



Fuente: Tamayo Álzate, O. E., Vasco Uribe, C. E., Suárez De la Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I., & Giraldo Osorio, A. M. (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación.

En la UD se realizarán diferentes actividades asociadas al objeto de estudio función lineal tomada de (Roldán, 2013). Además, desarrollando la habilidad argumentativa mediante la resolución de problemas desde situaciones contextualizadas, pues con esta herramienta

(contexto cercano) el estudiante se pone en contacto directo con la realidad para encontrarse con la posibilidad de descubrir y construir conceptos. Esta intervención será realizada en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque.

En el caso de esta investigación se pretende realizar la intervención en el aula con la aplicación de la UD, con el ánimo de presentar situaciones problema que evidencien la contextualización, de forma que no se presenta el objeto de estudio desde el formalismo, sino que en cada una de las actividades se va construyendo el concepto de función lineal; por tanto, se considera que lo realizaremos de lo particular a lo general (método inductivo). Para ello, se hace una descripción de los tres momentos de la investigación:

6.5.1.1 Momento uno (Ubicación)

Este momento se desarrollará mediante dos problemas contextualizados, de manera que se identificará la habilidad argumentativa (aspecto de mayor interés) que poseen los estudiantes para solucionar problemas; se plantearán una serie de preguntas relacionadas con el problema para identificar los argumentos y en efecto, si los estudiantes reconocen los principales elementos que integran el concepto de función como, la variación, la dependencia, la correspondencia, la simbolización y expresión de la dependencia, y sus distintas formas de representación.

6.5.1.2 Momento dos (Desubicación)

En este momento se implementará la Unidad Didáctica, donde se presentan tres situaciones problema cada una se ejecutará mediante una práctica experimental, en las cuáles se evidencia la heurística de resolución de problemas orientada con la metodología de Miguel de Guzmán. De esta manera el estudiante va evolucionando en el aprendizaje de la función lineal.

En cada situación problema se irá avanzando el grado de complejidad en cuanto al planteamiento de las preguntas, con el fin de conducir al estudiante a plantear razonamientos que permita identificar aspectos propios y características del objeto de

estudio, y de esta manera genere sus argumentos; por consiguiente, Sánchez, González y García (2013) plantean que “promover la argumentación en el aula implica motivar en los estudiantes la reflexión sobre sus propios procesos de aprendizaje y sobre la forma en que se estructuran sus conocimientos”(pág. 16); para posteriormente identificar el proceso evolutivo que tienen los estudiantes con respecto al momento uno y categorizar sus procesos de argumentación.

Al culminar la ejecución de este momento se identificará los estudiantes han mejorado en sus procesos argumentativos. Según Tamayo (2011) citado por (Álvarez, 2013) el componente evolución conceptual dentro de la UD facilita las labores del profesor y del estudiante por las siguientes razones: permite que tanto la unidad didáctica como cada uno de sus componentes sean evaluados constantemente, logrando de esta forma conseguir e identificar la evolución conceptual alcanzada con la UD.

En este sentido la UD debe integrar actividades que promuevan la evolución del conocimiento cotidiano hacia un conocimiento formal que sea sustentado desde bases científicas, de tal manera que el estudiante desarrolle la capacidad de decisión para inclinarse por una teoría que le permita dar solución a las preguntas que se plantee. Por otra parte, debe Favorecer el desarrollo de la creatividad.

6.5.1.3 Momento tres (reenfoque)

El momento de reenfoque se centrará en revisar la manera en que los estudiantes resuelven problemas relacionados con el concepto de función lineal y si han logrado avanzar en sus procesos argumentativos por lo que el análisis del instrumento se hará desde la perspectiva de resolución de problemas. Para lograr lo dicho anteriormente se diseñará e implementará el instrumento de salida, el cual estará direccionado hacia la tipificación de las categorías iniciales y/o emergentes que puedan asumir alguna influencia en el desarrollo de la investigación.

6.5.2 Entrevista Semiestructurada

Finalizando la unidad didáctica se realizará una entrevista semiestructurada con los estudiantes partícipes del estudio, con el fin de indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia el desempeño de la habilidad argumentativa mediante la heurística de resolución de problemas orientada con la metodología de Miguel de Guzmán. La entrevista semiestructurada según Díaz, Torruco, Martínez, y Varela (2013) : “son las que ofrecen un grado de flexibilidad aceptable, a la vez que mantienen la suficiente uniformidad para alcanzar interpretaciones acordes con los propósitos del estudio” (pág. 163).

El objetivo de implementar el uso de la entrevista semiestructurada, es contar con el punto de vista de los estudiantes y cómo el uso de la UD en el aula de clase influye en el aprendizaje del concepto de función lineal, además ofrece ventajas para el estudio que se esté realizando ya que es posible averiguar hechos no observables como pueden ser: significados, motivos, puntos de vista, opiniones, insinuaciones, valoraciones, emociones, etc. (Díaz, Torruco, Martínez, y Varela, 2013).

Para aplicar la UD se cuenta con un espacio de tres semanas con una intensidad horaria semanal de cinco horas. El análisis se hará a partir de la información obtenida en el instrumento inicial, la unidad didáctica y la entrevista semiestructurada. Por último, se presentarán las conclusiones y las recomendaciones para nuevos estudios al respecto.

6.6 VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

Los diferentes instrumentos utilizados en la recolección de la información de la presente investigación fueron validados mediante el uso de pruebas de rastreo además de contar con la aprobación de personas idóneas en el tema, lo que permitirá realizar los ajustes correspondientes. Según afirman Alfaro y Montero (2013) “el proceso de validación no termina, es permanente, dado que al igual que el resto de actividades de la ciencia moderna, exige comprobaciones empíricas continuas”.

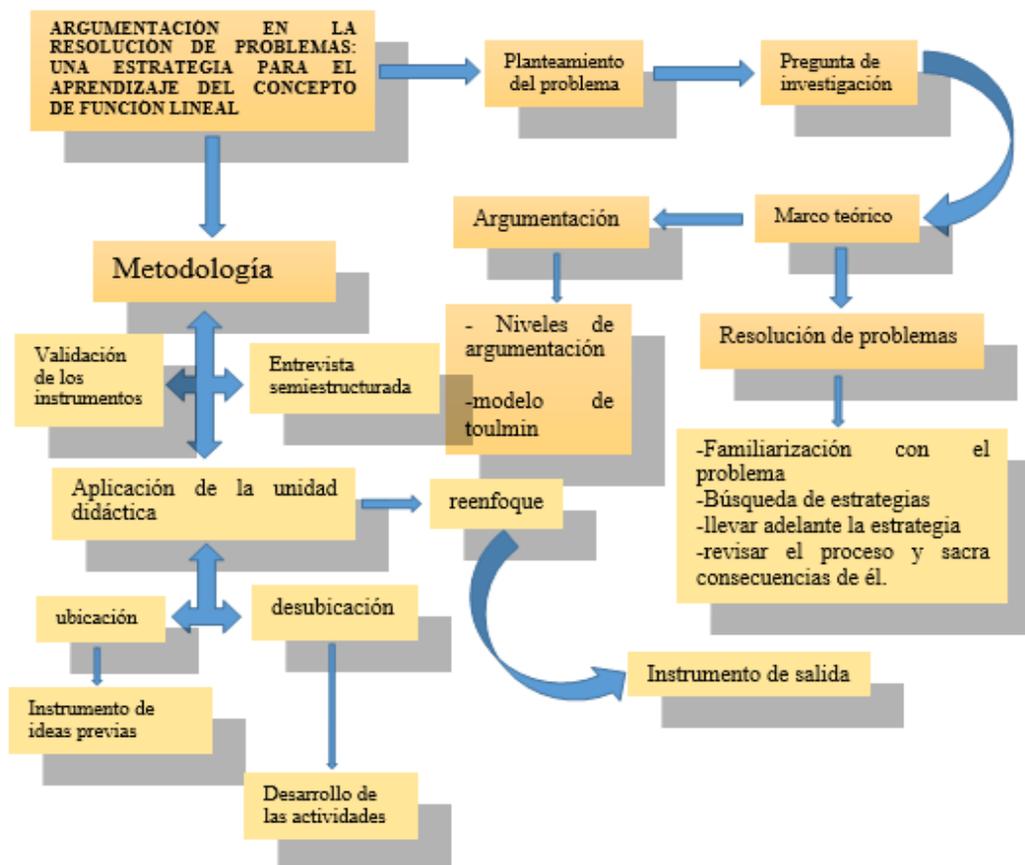
6.7 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Para el análisis de la información se tendrá en cuenta la tabla de categoría, subcategorías e indicadores, el cual se desarrollará en los siguientes pasos:

- Se convalidarán todos los instrumentos utilizados en el proceso de investigación desde las ideas previas hasta la entrevista semiestructurada presentada en la unidad didáctica.
- Es importante realizar las transcripciones de los instrumentos y entrevistas en la implementación de la unidad didáctica.
- A partir de la organización de la información, se hará el análisis descriptivo de cada categoría en relación con las preguntas de la indagación de ideas previas, de la serie de actividades y de la entrevista.
- Finalmente se procede a realizar el análisis interpretativo a partir de lo encontrado en el paso anterior, de esta manera se integra lo referido en el marco teórico, la pregunta de investigación, el objetivo general y específicos. Posteriormente se procede a analizar desde la perspectiva del marco teórico y los objetivos propuestos en la investigación; esto con el fin de determinar las implicaciones que tiene el uso de la argumentación en la resolución de problemas: una estrategia en el aprendizaje del concepto de función lineal.

6.8 DISEÑO METODOLÓGICO (DIAGRAMA DE LA INVESTIGACIÓN)

Figura 10. Diagrama de la investigación



Fuente: Construcción propia.

7 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

De acuerdo con el tipo de investigación presentado en el diseño metodológico, se realizó un análisis de los datos obtenidos con la implementación de la secuencia de actividades en la unidad didáctica, donde se tuvo en cuenta las respuestas de los estudiantes con respecto a la argumentación en la resolución de problemas, una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal. Para el análisis de la información fue necesario, partir de las categorías, subcategorías e indicadores (véase tabla 3), que se establecieron de acuerdo con el marco teórico de la presente investigación, para constatar si se lograron los objetivos propuestos.

El análisis de la información se desarrolló en tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque), por lo que se consideró conveniente el uso de la siguiente notación: en los diferentes momentos se denominaran a los estudiantes como: E1, E2, E3 y E4 ; en la entrevista semiestructurada se nombrará a los entrevistados de la siguiente manera: EE1, EE2, EE3 y EE4.

7.1 MOMENTO UNO (UBICACIÓN)

En este momento se identificaron los procesos de argumentación que realizan estudiantes respecto a la forma *de argumentar sobre conceptos básicos de la función lineal donde* y se determinó el nivel de argumentación en que se encuentran sus respuestas.

De esta forma se evidenció la forma en que los estudiantes explican sus respuestas, en el aprendizaje de la función lineal, cuando se involucran conceptos como: ejes, intersección, pendiente y relaciones entre graficas de funciones lineales.

Se realizó la aplicación del instrumento uno el cuál consistió en la resolución de dos problemas que involucraban el uso de gráficas y situaciones contextualizada ;la primera situación trataba del ingreso mensual y costo mensual de ventas de chaquetas del departamento de marketing de una empresa donde se desea saber el estado económico de la

empresa con respecto a las ventas; la segunda situación problema es sobre la venta de minutos de los negocios de Ana y María donde se desea saber en cual negocio es más favorable hacer una llamada, todo esto a partir del análisis de las gráficas.

Después de que los estudiantes resolvieron las situaciones se indagó mediante preguntas sus ideas previas, además se ubicaron sus respuestas en un nivel de argumentación según como lo proponen Osborne, Erduran y Simon (2004), a continuación, se presentan las respuestas entregadas por los estudiantes:

Tabla 4 Análisis de instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de argumentar de los estudiantes en conceptos básicos de la función lineal

PREGUNTA	RESPUESTA	ANÁLISIS
<p>1. ¿Explica por qué ambas situaciones (ventas de María y Ana) se describen gráficamente por líneas rectas?</p>	<p>E1: se describen gráficamente en líneas porque una está por el precio del costo de las llamadas.</p> <p>E2: se procede de manera gráfica para saber cuánto se gana María en la venta de minutos y también Ana y también cuánto cuesta el valor de cada minuto.</p> <p>E3: porque nos explican el valor de la llamada va aumentando a través de los minutos de una forma clara.</p> <p>E4: se describen por medio de rectas, porque el precio va aumentando al mismo tiempo que aumenta el número de minutos, generando un aumento la línea recta.</p>	<p>En este primer momento algunos estudiantes evidencian la correspondencia existente entre las representaciones gráficas, de esta manera abordan el problema, que en su mayoría sacan los datos.</p> <p>La Propuesta de una situación problema que se presenta en la vida cotidiana donde las matemáticas dan sentido o significado a la función cuya gráfica es una recta, además de los elementos, atributos o parámetros que la constituyen; como son la inclinación y el intercepto con los ejes X y Y; muestra que los estudiantes no logran demostrar en su totalidad dentro de los argumentos escrito.</p> <p>En este orden de ideas el (MEN, 2006) citado por (Sánchez Peña, 2016) afirma es importante involucrar actividades que les permitan a los estudiantes analizar de qué manera cambia el valor o forma de una</p>

<p>2. ¿Qué tienen en común las gráficas sobre la venta de minutos de María y Ana? ¿En qué se diferencian? Justifique su respuesta</p>	<p>E1: lo que tienen en común las gráficas porque una es recta lineal y la otra es afín.</p> <p>E2: se diferencia el valor de minutos y en común que son de gráficas con el costo de minutos realizado.</p> <p>E3: lo que tienen en común es que muestran en el costo de la llamada durante 5 minutos y la diferencia es que...</p> <p>E4: tiene en común que se describen mediante una línea recta y se diferencian en la posición de la línea y que la de Ana la línea no empieza de cero.</p>	<p>secuencia o sucesión de figura, letras o números; realizar conjeturas respecto a los siguientes términos de la secuencia, en donde se les permita expresar dichos términos a través de distintas representaciones.</p> <p>Se evidencia que los estudiantes realizan descripciones textuales de las situaciones presentadas, es decir que describen elementos existentes en las representaciones sin realizar un análisis significativo y por lo tanto extraer información importante del problema. Este tipo de descripciones literales suelen ubicarse en el nivel de argumentación 1, de acuerdo a lo que propone Tamayo en su libro “pensamiento crítico en el aula de ciencias”.</p> <p>En este primer momento los estudiantes poco logran dominar el vocabulario relacionado con las representaciones en el plano cartesiano, dado que en sus argumentos no se encuentran elementos (abscisas, ordenadas, punto, pendiente, etc.) que describan literalmente las características de una gráfica. Por lo indagado anteriormente se está de acuerdo con (Deulofeu & Fabra, 2000), donde se hace referencia a las dificultades que presenta un estudiante cuando visualiza gráficamente algunas situaciones que requieren de la interpretación y construcción de gráficos.</p>
<p>3. En la gráfica de venta de minutos de María, ¿qué representa el valor 0 sobre el eje x? Justifique su respuesta</p>	<p>E1: representa los minutos realizados por cada llamada</p> <p>E2: el valor 0 sobre el eje x representa el inicio de costo realizado y equivale el resultado de cada minuto.</p> <p>E3: la cantidad de minutos al iniciar la llamada</p> <p>E4: el valor 0 sobre el eje X representa el número de minutos ya que está en comparación con el</p>	<p>“La visualización, que juega un papel importante en el desarrollo de las estructuras cognitivas del alumnado y un papel esencial en el pensamiento matemático, también incluye la capacidad, habilidad y coherencia imaginativa suficiente para pasar de un lenguaje a otro e influye sobre el proceso de abstracción” (pág. 4).</p> <p>De ahí, que en la mayoría de los argumentos planteados por los estudiantes se identifica una simple afirmación y muy pocas afirmaciones o justificaciones sin refutaciones. Un sujeto argumentador presenta explícitamente una</p>

	valor de un minuto y el número de minutos aumenta de 1 en 1.	tesis, enunciado u opinión y expone una serie de argumentos o razones lógicas que con llevan a una conclusión, que confirma la tesis propuesta (Caraballo Martínez, 2014).
4. En la gráfica, venta de minutos de María ¿Qué significado tiene el valor 0 en el eje Y? Justifique su respuesta	<p>E1: representa el valor o precio por la llamada realizada.</p> <p>E2: el valor 0 en el eje Y, equivale al costo del minuto realizado de cada persona</p> <p>E3: el valor inicial de la llamada</p> <p>E4: el valor 0 sobre el eje y representa el valor de los minutos según el número de minutos que se usen.</p>	<p>En consecuencia, Presentan dificultades, en el análisis y comprensión de algunas de las preguntas realizadas, por tanto, los planteamientos están mal redactados, demostrando con ello una inadecuada lectura de las preguntas.</p> <p>Los estudiantes coinciden en que es necesario tener conocimientos de matemáticas y específicamente sobre gráficas para resolver problemas de interpretación y análisis, describiendo la importancia de comprender los problemas para resolverlos correctamente.</p>
5. ¿Describe lo que sucede si en el negocio de Ana, una persona solicita el teléfono móvil para realizar una llamada y esta no es contestada?	<p>E1: que cobran \$100 la llamada en la tienda de Ana del teléfono móvil, realicen o no la llamada</p> <p>E2: pues en el puesto de Ana cobra 400 por minuto y se cobra 100 adicional a los clientes por el uso del celular, donde la persona realiza la llamada o no realice la llamada le toca pagar por el uso</p> <p>E3: el problema de Ana o el servicio cobra 400 por minuto y cobra 100 así no haga la llamada.</p>	

	<p>E4: igualmente el servicio es cobrado ya que Ana cobra 100 pesos por minuto adicional, use o no el celular.</p>	
<p>6. ¿De acuerdo con las gráficas, explica en cuál de los negocios le favorece a una persona, realizar una llamada de 4 minutos?</p>	<p>E1: el negocio que realiza la llamada de 4 minutos es el de Ana porque es la que más vende minutos.</p> <p>E2: le favorece a María porque cobra los minutos más caros que Ana.</p> <p>E3: en el de Ana porque sale por 1400 el servicio por 4 minutos.</p> <p>E4: en el negocio de Ana ya que vende cada minuto a menor precio y sería más favorable a una persona ya que gastaría menos dinero.</p>	
<p>7. ¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en las justificaciones de las preguntas?</p>	<p>E1: lo que tienen es que están muy bien experimentadas y dan la respuesta.</p> <p>E2: pues la fortaleza es que analice bien los problemas de cada pregunta.</p> <p>E3: la fortaleza es que tengo muy buena comprensión de lectura.</p> <p>E4: en algunas preguntas entendí el problema y supe justificar acertadamente y en otras la justificación fue inconsisa.</p>	
<p>8. ¿Le parece interesante o indiferente resolver las situaciones mostradas? ¿Describa su percepción para cada problema?</p>	<p>E1: la descripción de cada problema es que habla que es interesante identificar y entender lo que dicen</p> <p>E2: es interesante porque nos hace analizar cada problema y nos da</p>	

	<p>gráficas para ver el valor del costo de cada minuto.</p> <p>E3: me parece interesante ya que problemas como estos nos ayudan en problemas futuros en los que necesitaremos de esto</p> <p>E4: me parece interesante ya que estas situaciones se nos presentan en la vida cotidiana, y mi percepción se basó en las situaciones de los vendedores es de minutos promedio.</p>	
<p>9. ¿Considera que se necesitan conocimientos de función lineal, gráficas y en general de matemáticas para resolver las situaciones mostradas?</p>	<p>E1: si necesitan más porque nos dan las situaciones mostradas</p> <p>E2: pues si porque así podemos analizar la situación que se presenta en cada problema</p> <p>E3: si, porque me ayudo a analizar las gráficas y así entender mejor el problema</p> <p>E4: si para encontrar una respuesta precisa, pues estas situaciones también se pueden resolver por simple lógica.</p>	
<p>10. ¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de los conceptos previamente estudiados? Explique su respuesta.</p>	<p>E1: la dificultad es entender e identificar la comprensión de los conceptos previamente y los estudiantes</p> <p>E2: mi principal dificultad fue la gráfica ya que no entendí bien el conocimiento</p> <p>E3: mi principal dificultad fue que al principio no redacte muy bien y no comprendí el ejercicio planteado</p> <p>E4: la principal dificultad fue que solo lo analice una vez y tengo</p>	

	problemas en el análisis de gráficas.	
--	---------------------------------------	--

Fuente: construcción propia

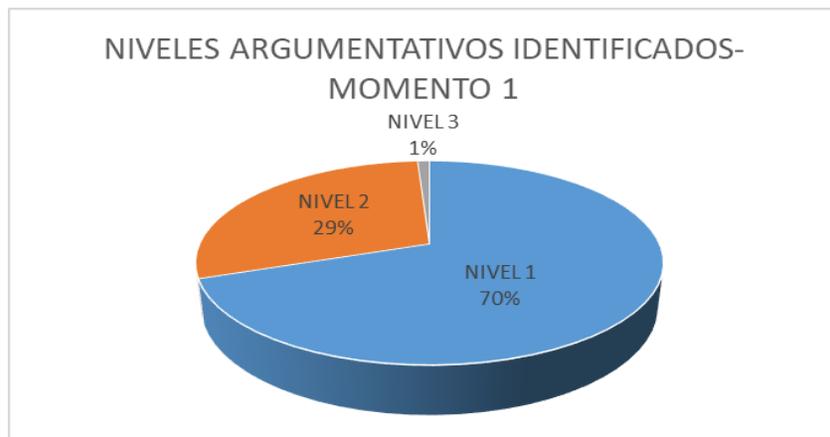
Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes al instrumento 1 de identificación de ideas previas. Según la escala valorativa de Osborne, Erduran y Simon (2004).

7.1.1 Análisis Del Momento Uno

Tras la aplicación del instrumento en el momento 1 de la investigación, se pudo conocer los argumentos que dieron los estudiantes respecto a las respuestas de las preguntas relacionadas con el concepto de función lineal en el contexto de ventas de minutos. Además, se logró identificar en que niveles de argumentación se encuentran los argumentos expresados.

Sin embargo, al comparar las respuestas de los estudiantes con la información contenida en la tabla 1, se pudo verificar que muestran niveles bajos de argumentación, tal como se muestra en la gráfica 2. En esta gráfica, se observa que solo los niveles 1 y 2 están presentes en las respuestas de los estudiantes.

Figura 11. Niveles de argumentación identificados en el momento 1



Fuente: construcción propia

La gráfica 11 muestra la distribución porcentual de los niveles de las respuestas donde se puede observar que la mayoría con el 70% corresponde al nivel 1, le sigue el nivel 2 con un

29% y finalmente se alcanza a identificar respuestas que logran ubicarse en el nivel 3 con tan solo el 1%. Con la anterior distribución porcentual, queda por concluir que los niveles 1 y 2 fueron los niveles que predominaron en el desempeño argumentativo del momento 1.

Al analizar las respuestas de los estudiantes se logra identificar elementos que contienen la estructura propuesta por Toulmin (2007) dando paso a la identificación de los niveles argumentativos. Ahora se muestra la respuesta que da el estudiante E1 da la pregunta 3:

Pregunta No.5. ¿Describe qué sucede, si en el negocio de Ana, una persona solicita el teléfono móvil para realizar una llamada y esta no es contestada?

Respuesta E2: *“pues en el puesto de Ana cobra 400 por minuto y se cobra 100 adicional a los clientes por el uso del celular, donde la persona realiza la llamada o no realice la llamada le toca pagar por el uso”*

Muestra un ejemplo de nivel 1 de argumentación ya que el estudiante en su respuesta presenta un argumento que se conforma de una conclusión. Aunque hay estudiantes que logran ubicar sus respuestas en el nivel 2 de argumentación caracterizando la estructura de Toulmin de la siguiente manera:

Pregunta 6: ¿De acuerdo con las gráficas, explica en cuál de los negocios le favorece a una persona realizar una llamada de 4 minutos?

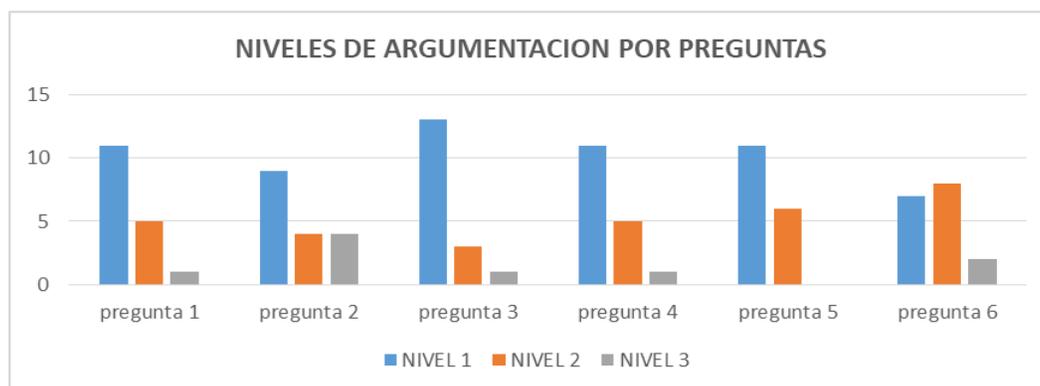
Respuesta E3: *En el negocio de Ana porque sale por 1400 el servicio por 4 minutos.*

Es posible identificar en esta respuesta elementos de la estructura de Toulmin (2007) para el nivel de argumentación 2 ya que el primero es una afirmación (en el negocio de Ana) y el segundo es una justificación (sale por 1400 el servicio por 4 minutos).

Sin embargo, algunos argumentos carecen de buena redacción e interpretación por parte de los estudiantes, motivo por el cual no se entiende el significado sus respuestas, por ejemplo, en la pregunta 6: ¿De acuerdo con las gráficas, explica cuál de los negocios le favorece a

una persona realizar una llamada de 4 minutos? Un estudiante responde de la siguiente manera: *Le favorece a María porque cobra los minutos más caros que Ana*. Claramente se puede ver que el estudiante no comprendió la pregunta donde se le pide que escriba la favorabilidad de *una persona* al realizar la llamada y no de los propietarios de los negocios. La identificación de los datos, la conclusión y la justificación frente a un fenómeno determinado no es garantía de argumentos fuertes o de alta calidad (Tamayo, 2014). También se logró identificar los niveles argumentativos por pregunta, los cuales se presentan en la siguiente gráfica.

Figura 12. Niveles de argumentación por preguntas en el momento 1



Fuente: construcción propia.

En la gráfica 2 se presenta la distribución de los niveles de argumentación por pregunta, es fácil afirmar que la mayoría de las respuestas de los estudiantes se ubicaron en el nivel 1 en todas las preguntas, luego le sigue el nivel 2 aunque con poca frecuencia, solo unos pocos logran que sus respuestas se acomoden en el nivel 3, aunque en el resto de preguntas no existe ninguna respuesta en este nivel. En la pregunta 6 (¿De acuerdo con las gráficas, explica cuál de los negocios le favorece a una persona realizar una llamada de 4 minutos?) la mayor parte de las respuestas se ubican en el nivel 1 estando muy cercano el nivel 2.

Con el desarrollo del análisis del primer momento, surge la necesidad de planear una estrategia didáctica que permita mejorar significativamente los argumentos de los estudiantes y mejoren significativamente los niveles argumentativos.

7.2 MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN)

Realizado el análisis del momento de ubicación se identificó algunas dificultades en la argumentación sobre la comprensión de situaciones que involucran la representación gráfica, a partir de esto se instruyó en el modelo de representación interiorizando acerca del uso de las gráficas.

En el momento 2 se aplicaron 2 instrumentos de los que el primer instrumento corresponde a la representación, el cual se divide en tres actividades que muestran la relación de dependencia de variables así: cada quien, con su pareja, ¿es función? Método de la recta vertical” respectivamente; la tercera actividad de este instrumento denominada “cosas de familia” acerca al estudiante a la argumentación a partir de una situación grafica en la que deben establecer relaciones de dependencia entre dos diagramas pertenecientes al árbol genealógico de una familia.

El segundo instrumento corresponde a dos prácticas experimentales en las cuales el estudiante debía responder preguntas de manera hipotética y una vez realizada la práctica respondía según las observaciones realizadas.

Tabla 5 Instrumento 2. (Representación)

Problema 1. “cada quien con su pareja”

En cada caso elabore el diagrama sagital que muestre la correspondencia entre los elementos de los conjuntos dados de acuerdo con el criterio dado.

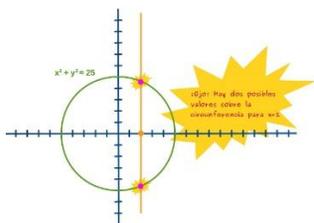
- A cada valor le corresponde una moneda
- A cada vehículo o medio de transporte asocie un tipo de rueda.
- A cada letra le corresponde una clasificación gramatical
- A cada número natural menor que 15 le corresponde una propiedad.



e. A cada figura geométrica le corresponde un nombre.

Problema 2. “¿es función? Método de la recta vertical”

Empleando el método de la recta vertical, determinar si cada una de las siguientes gráficas representa una función.



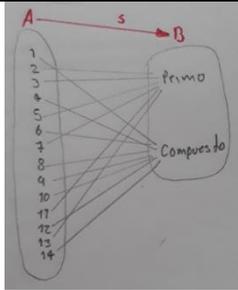
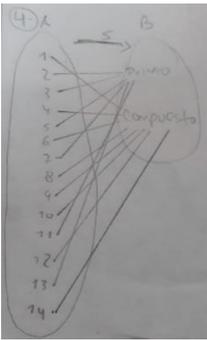
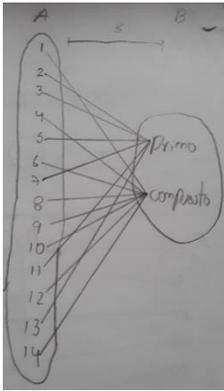
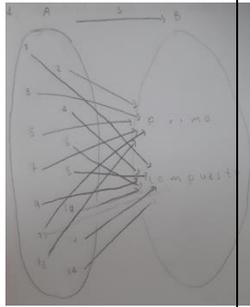
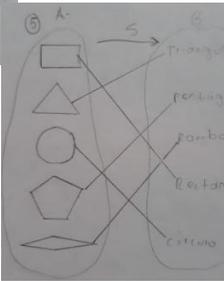
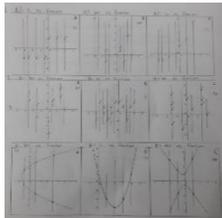
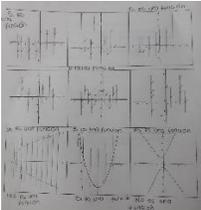
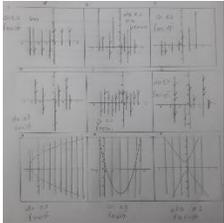
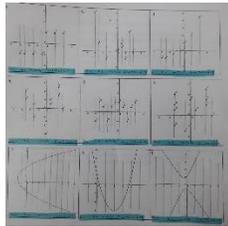
Problema 3. “cosas de familia”

El siguiente es el árbol genealógico de una familia, en este aparecen los nombres de los miembros, así como la edad de cada uno actualmente. Las líneas horizontales indican las parejas de esposos y las verticales los hijos de cada una de las diferentes parejas. Emma y Just tuvieron 4 hijos Hermelinda, Agustín, Gabriel y Arturo, los tres primeros se casaron y tuvieron hijos.

de acuerdo con el árbol genealógico responda:

1. ¿Cuántos hijos tienen Gabriel y Teresa?
2. ¿Quién es el menor integrante de la familia?
3. ¿Quiénes son los padres de Claudia?
4. ¿Quiénes son los hermanos de Raúl?
5. ¿Cómo es el nombre del esposo de Gloria?
6. ¿Quiénes son primos de Edwin?
7. ¿Quiénes son los sobrinos de Agustín?
8. ¿Quiénes son mayores que Exary?
9. ¿Quiénes son menores que Claudia?
10. ¿Entre Hermelinda y Gabriel qué relación hay?
11. ¿Entre Arturo y Gloria qué relación hay?
12. ¿Entre Jonatan y Peter qué relación hay?
13. ¿Quiénes son tíos de Wilson?

PREGUNTAS ACTIVIDAD 1	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)			
	E1	E2	E3	E4
A cada valor le corresponde una moneda				
A cada vehículo o medio de transporte asocie un tipo de rueda.				
A cada letra le corresponde una clasificación gramatical.				
A cada número natural menor que 15 le corresponde una propiedad.				

				
A cada figura geométrica le corresponde un nombre.				
PREGUNTAS ACTIVIDAD 2	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)			
	E1	E2	E3	E4
Empleando el método de la recta vertical, determinar si cada una de las siguientes gráficas representa una función.				
PREGUNTAS ACTIVIDAD 3	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)			
	E1	E2	E3	E4
¿Quién es el menor integrante de la familia?	el menor integrante de la familia es Sergio con 16 años	El menor de la familia es Sergio, hijo de Gabriel y teresa y es el menor ya que tiene 16 años	el menor integrante de la familia Sergio es con 16 años	El menor integrante de la familia es Sergio.

¿Quiénes son los sobrinos de Agustín?	Los sobrinos de Agustín son Wilmer, Jonatan, Sergio, exary, Raúl Edwin y edisson,	Los sobrinos de Agustín son: exary, Raúl, Edwin, edisson, Wilmer, Jonatan y Sergio, los primeros cuatro hijos de hernando y su esposa y los otros hijos de Gabriel y teresa.	Los sobrinos de Agustín son exary, Raúl, Edwin, edisson, Wilmer, Jonatan y Sergio.	Los sobrinos de Agustín son exary, Raúl, Edwin, edisson, Wilmer, Jonatan y Sergio
¿Entre Hermelinda y Gabriel qué relación hay?	Hermelinda y Gabriel son hermanos	Hermelinda y gloria son hermanos, hijos de Emma y Justino	Hermelinda y Gabriel son hermanos	La relación entre Hermelinda y Gabriel es que son hermanos
¿Entre Arturo y Gloria qué relación hay?	Arturo y gloria son cuñados	Arturo y gloria son cuñados	Arturo y gloria son cuñados	La relación entre Arturo y gloria es que son cuñados
¿Entre Jonatan y Peter qué relación hay?	Peter, Jonatan son primos	Jonatan y Peter son primos	Jonatan y Peter son primos	La relación entre Peter y Jonatan es que son primos
¿Quiénes son tíos de Wilson?	Tíos de Wilson son Gabriel Arturo, Hernando, y Hermelinda	Los tíos de Wilson son: Hernando, Hermelinda, Gabriel, teresa y Arturo.	los tíos de Wilson son Hernando, Hermelinda, Gabriel, teresa y Arturo.	Los tíos de Wilson, Gabriel, Arturo y Hermelinda

Fuente: construcción propia

Nota. Respuesta de los estudiantes del instrumento 2 sobre representación del concepto de función.

Tabla 6 Instrumento 3. Práctica experimental “Las velas”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo

Práctica experimental. “las velas”.		
<p>La práctica consiste en medir la altura de la vela a medida que pasa el tiempo, dada la dificultad para hacerlo estando encendida es conveniente simular la situación de consumo de la vela; por lo tanto, se debe asegurar que las mediciones tanto de tiempo como de altura sean lo más exactas posible. Antes de empezar asegúrese de despejar el pábilo y que la superficie donde se encuentra tanto el pábilo como la vela es horizontal (ver gráfico).</p>		
COMPRESION DE LA SITUACION Y CONJETURAS		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS
<p>1. ¿Qué tan rápido se consumirá la vela?</p>	<p>E1: Pues para mí se consume muy rápido la vela</p> <p>E2: pues la vela se va a consumir más rápido si está el clima cálido se consume más rápido y si está lloviendo se consume menos</p> <p>E3: en 8 minutos y 40 segundos</p> <p>E4: en una media hora</p>	<p>Categoría de argumentación</p> <p>En el desarrollo de este instrumento se pudo evidenciar el trabajo cooperativo que realizaron inicialmente los estudiantes, se consideró conveniente en la investigación incluir actividades de tipo experimental que permitiera a los estudiantes indagar previamente en las respuestas de las preguntas propuestas, luego pasaban al laboratorio a confirmar sus apreciaciones y de esta manera comprobar las hipótesis planteadas al inicio del instrumento.</p>
<p>2. ¿El desgaste de la vela se dará con la misma rapidez en todo momento?</p>	<p>E1: no creo que se dé con la misma rapidez a toda hora</p> <p>E2: no, porque la llama se va bajando por el consumo y más si está entrando aire se va apagando la llama.</p> <p>E3: no porque si el fuego crece se desgasta más rápido la vela y todo esto se debe al oxígeno que se haya.</p> <p>E4: dependiendo del ambiente en el que se encuentre, si es con viento, el oxígeno en la</p>	<p>El trabajo consistió en medir la altura de una vela a medida que avanzaba el tiempo, para ello se les presento preguntas orientadoras para simular la situación debido a la dificultad para mantener la vela encendida, luego la práctica permitirá contrastar las respuestas y conjeturas anteriores con datos obtenidos de la observación y medición hecha.</p> <p>A ellos les pareció interesante imaginar el comportamiento de la vela ya que es una experiencia que en su mayoría han vivido desde sus hogares y al parecer algo muy natural, es la primera vez que se detienen a observar lo que realmente</p>

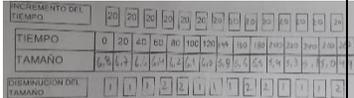
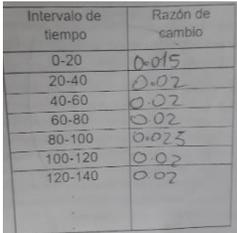
<p>3. ¿cómo expresar la rapidez con la que se desgasta la vela?</p>	<p>E1: mm/s cm/s</p> <p>E2:mm/s cm/s</p> <p>E3:mm/s cm/s</p> <p>E4: mm/s cm/s</p>	<p>sucede, así mismo para Osborne y Young (2004):</p>
<p>4. Al medir el tamaño de la vela gradualmente. ¿disminuirá constante?</p>	<p>E1: obviamente porque la vela va a ir disminuyendo la vela</p> <p>E2:si porque la llama seguirá lo mismo</p> <p>E3:si, ya que al estar prendida va a disminuir constantemente</p> <p>E4: si ya que al estar prendida la parafina disminuirá hasta derretirse</p>	<p>“Una tarea importante para la educación científica, por lo tanto, es exponer el núcleo epistémico de la ciencia - la construcción de la argumentación y explicación y desarrollar la capacidad de los niños para entender y practicar formas científicamente válidas de discutir, lo que les permite reconocer no sólo los puntos fuertes del argumento científico, sino también sus limitaciones”.</p> <p>Sin embargo, en esta intervención, se comienza a notar dominio en el lenguaje escrito, dado que entienden el problema a través de la descripción de la práctica y tienen en cuenta los conocimientos previos como plano cartesiano, rapidez y altura. Aunque se nota poca claridad en algunas de sus respuestas lo cual implica una descripción tergiversada de lo que se les pregunta.</p>
<p>5. ¿cómo predecir la medida aproximada de la vela en un tiempo dado?</p>	<p>E1: según el uso que tenga la vela</p> <p>E2: teniendo en cuenta el tamaño de la vela</p> <p>E3: tomando en cuenta la parafina derretida</p> <p>E4: se mide la parafina que da quemar, y se le hasta el tamaño final</p>	<p>Una vez se desarrollaron las preguntas de conjeturas con respecto a la práctica de “las velas”, se procedió a la realización del laboratorio (anexo 2) seguido de un cuestionario con preguntas sobre lo observado en el laboratorio para que el estudiante explique lo ocurrido y la comprensión en cada experiencia poniendo en práctica las secuencias de respuestas argumentativas señaladas en la parte A. La información se organiza en una matriz para ubicar e identificar en las declaraciones escritas u orales de los estudiantes, los niveles argumentativos según el modelo propuesto, para realizar en primer lugar un análisis cualitativo para luego mostrar un análisis cuantitativo que permita apoyar dicho análisis cualitativo.</p>
<p>6. Si se presenta mediante una gráfica el tamaño de la vela a medida que pasa el tiempo. ¿cuál es el tipo de grafico más conveniente? ¿por qué?</p>	<p>E1:es hacer dibujito</p> <p>E2:es un plano cartesiano para saber la altura y los segundos que se consume</p> <p>E3: en el plano cartesiano, porque así se representa una función</p> <p>E4: en un plano cartesiano</p>	<p>en la parte B se puede observar cómo los estudiantes se aproximan a resultados más concretos frente a las preguntas planteadas.</p> <p>Se observa que los argumentos de los estudiantes se sitúan en el nivel I dado que presentan estructuras</p>

<p>7. ¿Qué forma tendrá la gráfica si se emplea un plano de coordenadas como el siguiente?</p> 	<p>E1: más en forma de que altura empiece arriba gradualmente hacia abajo</p> <p>E2: en forma decreciente</p> <p>E3: se representa de forma decreciente</p> <p>E4: decreciente</p>	<p>argumentativas en las cuales realizan descripciones simples de las experiencias, por lo que no se logra identificar con claridad los datos de la conclusión incluidos en la situación presentada.</p>
--	--	--

ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA

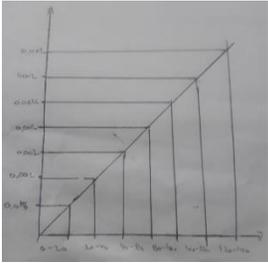
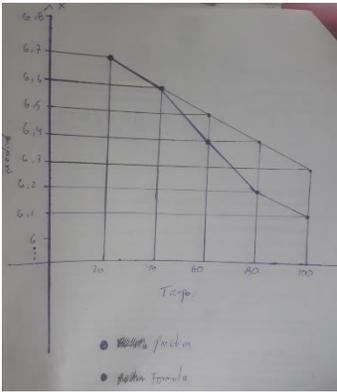
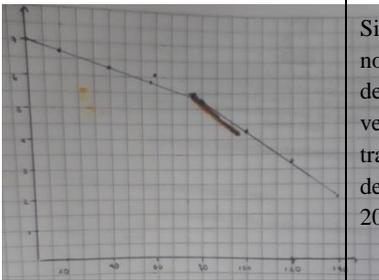
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p>1. ¿en cuánto tiempo se desgasta completamente la vela?</p>	<p>E1: se desgastará completamente en 14 minutos que es igual a 840 segundos</p> <p>E2: la vela se va a gastar en más rápido que pueda y dependiendo el cronometro</p> <p>E3: se consume aproximadamente 17 min</p> <p>E4: se consume aproximadamente en 20 m y 31 m</p>	<p>Algunos estudiantes presentan inconvenientes cuando quieren explicar lo que sucede con la altura de la vela cuando ha transcurrido cierto tiempo, el estudiante E1 en la pregunta 7 en la parte A “comprensión de la situación y conjeturas” se le dificulta redactar de manera coherente su respuesta. Sin embargo en la pregunta 6 tres estudiantes (E2, E3 y E4) manifiestan que el tipo de gráfico más conveniente para representar el tamaño de la vela a medida que transcurre el tiempo es un plano cartesiano, dejando en evidencia que no comprenden el enunciado y así mismo presentan sus respuestas, es decir que inicialmente los estudiantes no tienen un concepto claro sobre las diferentes gráficas que se pueden generar cuando se analiza un fenómeno, según (Deulofeu & Fabra, 2000):</p>
<p>2. ¿de cuánto en cuanto disminuye el tamaño de la vela? ¿siempre disminuye lo mismo?</p>	<p>E1: cada 20 segundos la vela disminuye 2 milímetros y a veces varía con 1 milímetro por 20 segundos</p> <p>E2: disminuye entre 2 a 3 milímetros en 20 segundos aproximadamente</p>	<p>“En el caso del lenguaje gráfico le corresponden desde todos aquellos aspectos relacionados con los ejes cartesianos (magnitudes, graduación...), hasta características como linealidad, continuidad..., y la utilización de prototipos elementales, tan importantes en tareas de interpretación y/o de</p>

	<p>E3: de a un centímetro</p> <p>E4: disminuye entre 4 y 7 milímetros cada 20 s</p>	<p>construcción.”</p> <p>Por otra parte, los argumentos presentados en la parte A de la comprensión de la situación y conjetura, y análisis de la práctica, se ubican en su mayoría en el nivel de argumentación 1, ya que, de acuerdo con Osborne, Erduran y Simón (2004), los argumentos que se ubican en este nivel solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión. Como ejemplo tenemos las respuestas de las preguntas de los estudiantes en el “análisis de la práctica” ya que al realizar las observaciones se limitan a describir cuantitativamente los resultados, pero no reflexionan sobre estos ni tampoco describen el procedimiento utilizado para llegar a estos.</p>
<p>3. ¿en promedio cuantos centímetros disminuye por cada 20 segundos?</p>	<p>E1: la vela disminuye cada 20 segundos 6,1 cm</p> <p>E2: 0,3 centímetros en total</p> <p>E3: 0,1 milímetros</p> <p>E4: en promedio 6 mm cada 20 s.</p>	
<p>4. ¿cuántos centímetros disminuye por segundo?</p>	<p>E1: 0,005</p> <p>E2: disminuye 0,1 centímetro</p> <p>E3: disminuye 0,005</p> <p>E4: disminuye 0,3 mm por segundo</p>	
<p>5. Empleando la tabla o la gráfica ¿Cuánto mide aproximadamente la vela cuando han transcurrido 70 segundos? ¿Cuánto cuando han pasado 95 segundos? ¿Cuánto cuando han pasado 100,5 segundos (100 segundos y medio)?</p>	<p>E1:</p> <p>1= 6,4 cm en 70 segundos; 2= 6,2 cm en 95 segundos; 3= 5,5 en 125 segundos</p> <p>E2: en 70 han transcurrido 5,9 cm, en 95 segundos han transcurrido en 5,7 cm, en 100 segundos han transcurrido en 5,4 cm</p> <p>E3: 70 = 0,5</p> <p>95 = 5,6 g</p> <p>100,5 = 5,55</p> <p>E4: en 70 s mide 5,9 cm; 5,4 en</p>	

	95 s; 5,1 cm 105 s	
ELABORAR UN MODELO		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS
1. Utilice el siguiente diagrama para registrar los incrementos de tiempo y las disminuciones del tamaño entre cada medición.	<p>E1: no hay respuesta.</p> <p>E2:</p>  <p>E3:</p>  <p>E4:</p> 	<p>Categoría de resolución de problemas</p> <p>Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)</p> <p>En cuanto a “elaborar un modelo”, los estudiantes consignan en las tablas propuestas en el instrumento los valores obtenidos según el procedimiento que deben utilizar. Sin embargo, no se logra evidenciar una secuencia de pasos organizados que den cuenta de los procesos que realizan para diligenciar las tablas. Aunque en este punto el problema se resuelve desde las matemáticas básicas no se logra ver organización a la hora de presentar los resultados, en este caso no hay procesos que describan como aprende el estudiante y si lo que aprende como lo interpreta es por esta razón que se cita a De guzmán (2007) quien sostiene que:</p>
2. Para determinar cuánto se consume la vela por segundo: se divide la disminución del tamaño entre el incremento del tiempo transcurrido, este valor recibe el nombre de razón de cambio y se nota mediante la letra m. Registre los resultados de cada división por cada tiempo.	<p>E1: no realizo este punto</p> <p>E2:</p>  <p>E3:</p>	<p>“La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.” (pág. 35).</p> <p>Sin embargo, se identificó que a medida que avanzaban en los cálculos se sentían más atraídos hacia los resultados ya que afirmaban que eran semejantes y que los cuadros les permitían observar</p>

	<table border="1" data-bbox="561 226 862 520"> <thead> <tr> <th>Intervalo de tiempo</th> <th>Razón de cambio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0-20</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>20-40</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>40-60</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>60-80</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>80-100</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>100-120</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>120-140</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>140-160</td><td>0,05 cm</td></tr> <tr><td>160-180</td><td>0,04 cm</td></tr> </tbody> </table> <p>E4:</p> <table border="1" data-bbox="561 640 857 940"> <thead> <tr> <th>Intervalo de tiempo</th> <th>Razón de cambio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0-20</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>20-40</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>40-60</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>60-80</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>80-100</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>100-120</td><td>0,05</td></tr> <tr><td>120-140</td><td>0,05</td></tr> </tbody> </table>	Intervalo de tiempo	Razón de cambio	0-20	0,05 cm	20-40	0,05 cm	40-60	0,05 cm	60-80	0,05 cm	80-100	0,05 cm	100-120	0,05 cm	120-140	0,05 cm	140-160	0,05 cm	160-180	0,04 cm	Intervalo de tiempo	Razón de cambio	0-20	0,05	20-40	0,05	40-60	0,05	60-80	0,05	80-100	0,05	100-120	0,05	120-140	0,05	<p>como cambiaban los valores. De igual manera De guzmán (2007) afirma: “Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido.” (pág. 37)</p> <p>Por otra parte, De guzmán (2007), señala que el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Manipule los objetos matemáticos. - Active su propia capacidad mental. - Ejercite su creatividad. - Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente. - Haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible. - Adquiera confianza en sí mismo. - Se divierta con su propia actividad mental. - Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana. - Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (pág. 35). <p>También es importante aclarar que algunos estudiantes no respondieron a ciertas preguntas del instrumento 2, como es el caso del estudiante E1 que <i>no</i> contestó las preguntas 1,2,4,6 y 7 de igual manera se puede ver que sus respuestas a las demás preguntas carecen de estructura argumentativa. Por otra parte, el estudiante E2 no respondió las preguntas 6 y 7.</p>
Intervalo de tiempo	Razón de cambio																																					
0-20	0,05 cm																																					
20-40	0,05 cm																																					
40-60	0,05 cm																																					
60-80	0,05 cm																																					
80-100	0,05 cm																																					
100-120	0,05 cm																																					
120-140	0,05 cm																																					
140-160	0,05 cm																																					
160-180	0,04 cm																																					
Intervalo de tiempo	Razón de cambio																																					
0-20	0,05																																					
20-40	0,05																																					
40-60	0,05																																					
60-80	0,05																																					
80-100	0,05																																					
100-120	0,05																																					
120-140	0,05																																					
<p>3. ¿Los valores de las razones de cambio se asemejan?</p>	<p>E1: en la mayoría de los casos se asemejan el valor</p> <p>E2: en algunos casos se asemejan, el único caso que no se asemeja es en el 80 – 100, 60 – 80, 100 - 120, y 140 - 160</p> <p>E3: si se asemejan porque son iguales</p> <p>E4: existen algunas razones de cambio las cuales se asemejan y otras que son diferentes.</p>	<p>Sin embargo, el estudiante E4 respecto a la pregunta 5 logra explicar el procedimiento realizado y hasta concluye que su respuesta de la operación matemática concuerda con las mediciones realizadas, pero no especifica las unidades del</p>																																				
<p>4. Se obtiene ahora el valor promedio de las razones de cambio de cada intervalo de tiempo. Este valor se denomina razón de cambio promedio y, representa el valor teórico en centímetros que se espera debería disminuir la vela por cada segundo.</p>	<p>E1: no realizo este punto</p> <p>E2: disminuye por 0,038 cm por segundo</p> <p>E3: la razón de cambio es de 0,05</p> <p>E4: la razón de cambio promedio</p>																																					

	es de 0,02 cm/s	resultado.
5. Empleando el valor de la razón de cambio promedio. ¿Cuánto se espera que haya disminuido la vela durante 80 segundos? Comparar la respuesta con la medición hecha. Calcular la disminución para varios tiempos.	<p>E1: el valor es de</p> <p>E2: el valor disminuye en 0,15 cm</p> <p>E3: no concuerda ya que al multiplicar da 4 y el resultado da 0,04</p> <p>E4: al multiplicar $0,02 \times 80$ el resultado es de 1,5 y según las mediciones hechas debería dar 1,5 por lo que se dice que concuerdan</p>	<p>Con la pregunta 6, se pretende orientar al estudiante hacia la representación algebraica una vez conocido el comportamiento de los valores tabulares, es decir que conocida la disminución de la vela deben escribir una fórmula que les permita saber cuánto ha disminuido en cualquier tiempo arbitrario, pero nuevamente se observan vacíos significativos en las respuestas de los estudiantes E1 y E2 mientras que los estudiantes E3 y E4 escriben que se debe multiplicar la razón de cambio por el tiempo. El estudiante E4 no identifica los valores del tiempo 70 y 95 segundos, sino que los escribe en forma decimal 70,95 obteniendo así un resultado falible, dado que no tiene en cuenta la coma.</p>
6. Si ya es posible calcular la disminución de la vela para un tiempo arbitrario ¿Cómo calcular el tamaño teórico esperado de la vela para un tiempo dado? ¿Cómo escribir empleando lenguaje algebraico esta respuesta? Escriba una fórmula	<p>E1: no realizo este punto</p> <p>E2: no realizo este punto</p> <p>E3: intervalo de tiempo X razón de cambio</p> <p>E4: razón de cambio X tiempo</p>	
7. Empleando la fórmula. ¿Cómo calcular el tamaño esperado a los 70, 95 y 100,5 segundos? ¿Se aproximan estos resultados a las observaciones y deducciones hechas con la gráfica y la tabla de los datos tomados realmente?	<p>E1: no hay respuesta.</p> <p>E2: no hay respuesta.</p> <p>E3: $70 = 0,5$</p> <p>$95 = 5,65$</p> <p>$100,5 = 5,55$</p> <p>E4: $70,95 \times 0,02 = 1419$</p> <p>$100,5 \times 0,02 = 2,01$</p>	
VERIFICAR EL MODELO		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS

<p>1. Hacer el gráfico de la fórmula en el mismo plano donde se graficaron los datos.</p>	<p>E1: no hay respuesta.</p> <p>E2:</p>  <p>E3:</p>  <p>E4:</p> 	<p>En el paso de “verificar el modelo” se pretendía direccionar a los estudiantes hacia el uso de los datos obtenido de las mediciones para construir una gráfica que pasara por los puntos dibujados en el plano cartesiano y de esta manera visualizar el comportamiento del tamaño de la vela con respecto al tiempo, encontrando que el estudiante E1 no elaboró la gráfica, el estudiante E2 obtuvo como resultado una recta creciente mientras que los estudiantes E3 y E4 presentaron curvas decrecientes comprobando su hipótesis cuando se les preguntó <i>¿Qué forma tendrá la gráfica si se emplea un plano de coordenadas como el siguiente?</i> y ellos respondieron que debería ser decreciente.</p> <p>Al proponerles que compararan su resultado con la pregunta <i>¿qué forma tendrá la gráfica?</i> ellos manifestaron satisfacción porque afirmaban que su respuesta era correcta incluso antes de iniciar el experimento.</p> <p>Por otra parte, se logra que el estudiante realice representaciones de situaciones contextualizadas a partir de unos valores obtenidos producto de la medición de variables físicas sin recurrir estrictamente a lo algebraico tal y como lo afirman Deulofeu y Fabra, (2000):</p> <p>“La representación de funciones todavía se reduce (por lo menos en nuestro país), al trazado de la gráfica de una función dada su expresión algebraica, representación que se hace siguiendo unos pasos previamente determinados (puntos de corte, determinación de extremos, asíntotas, tendencias, etc.), utilizando técnicas relativas al cálculo de límites y derivadas y tratando de algoritmizar el paso del lenguaje algebraico al gráfico.”</p>
<p>2. Observar si la recta pasa sobre ellos, fuera de ellos, es decir describir su</p>	<p>E1: no hay respuesta.</p>	<p>Sin embargo, en las preguntas 2 y 3 los estudiantes no logran dar cuenta de lo que se les propone, dejando inconcluso el procedimiento del paso de verificación del modelo. Quizá se deba a la falta de transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible (De guzmán, 2007).</p>

posición.	<p>E2: no hay respuesta.</p> <p>E3: no hay respuesta.</p> <p>E4: se realizó una segunda grafica teniendo en cuenta la razón de cambio y el tiempo como fórmula, se puede comparar y se determina que la medida estipulada por cada 20 segundos, se asemeja a la medida exacta, con diferencia de 1mm o incluso se diferencia en algunas ocasiones.</p>	
3. Verificar el tiempo teórico esperado de consumo total y el obtenido en la práctica.	<p>E1: no hay respuesta.</p> <p>E2: no hay respuesta.</p> <p>E3: no hay respuesta.</p> <p>E4: no hay respuesta.</p>	

Fuente: construcción propia

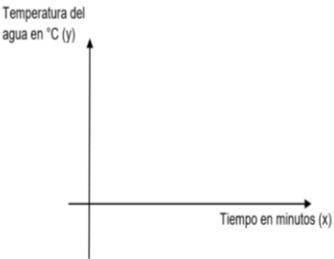
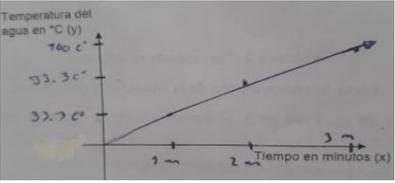
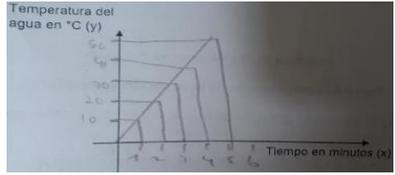
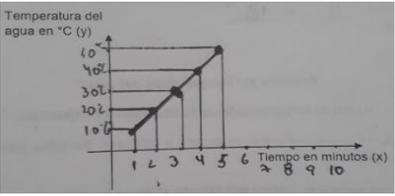
Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a las preguntas de la práctica “la vela” del instrumento 3 en el momento de desubicación.

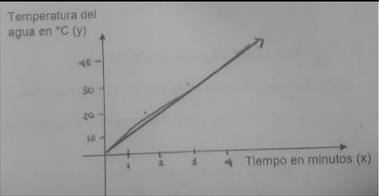
Tabla 7 Instrumento 4. Práctica experimental “Temperatura del agua”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo

<p>Práctica experimental. “temperatura del agua”.</p> <p>La práctica consiste en medir la temperatura del agua a medida que pasa el tiempo, para ello se hace un montaje así: se llena con 1000 cm³ de agua del grifo el beaker se coloca sobre el soporte, bajo este se enciende el mechero y en contacto con el agua, pero sin que toque el beaker va el termómetro. (Para sostenerlo se emplea el soporte de termómetro “pinzas”). (ver gráfico)</p>		
<p>COMPRESION DE LA SITUACION Y CONJETURAS</p>		
<p>PREGUNTAS</p>	<p>RESPUESTAS</p>	<p>ANALISIS</p>

<p>1. ¿La temperatura del agua aumentara por minuto siempre lo mismo?</p>	<p>E1: si, debido a la fuerza de la llama de fogón siempre aumentara lo mismo</p> <p>E2: la temperatura si aumentara siempre lo mismo si siempre está sometido a la misma intensidad de temperatura</p> <p>E3: si, todo depende si el fuego siempre será el mismo</p> <p>E4: desde mi punto de vista no, ya que al encender la primera vez aumenta su temperatura y de ahí en adelante no sube lo mismo ya que no va a tener la temperatura inicial</p>	<p>Categoría de argumentación</p> <p>Al presentar una segunda actividad experimental se logra evidenciar en los estudiantes un acercamiento considerable al uso de la argumentación en las respuestas que dan a las preguntas relacionadas con la temperatura del agua a medida que pasa el tiempo.</p>
<p>2. ¿Cuánto tiempo tardara en bullir?</p>	<p>E1: para mi tardara 3 minutos</p> <p>E2: tardara en bullir aproximadamente 15 minutos dependiendo de la intensidad de la temperatura</p> <p>E3: aproximadamente 10 minutos</p> <p>E4: es dependiendo de la intensidad del mechero, pero yo aproximo que en 13 minutos</p>	<p>En la pregunta 1 todos los estudiantes describen la situación de manera entusiasta dejando ver una mejor redacción y coherencia en las explicaciones. Por otra parte, aumentó la confianza de los jóvenes al momento de manipular los elementos de laboratorio, ya que todos participaban tomando las medidas de temperatura y del tiempo, permitiéndose que surgieran más preguntas o afirmaciones.</p>
<p>3. ¿Qué tan rápido se aumentará la temperatura?</p>	<p>E1: se aumentará 33,3°C por minuto</p> <p>E2: la temperatura aumentara tan rápido como sea la intensidad de la temperatura = +intensidad=+temperatura.</p> <p>E3: 10°C/ minuto</p> <p>E4: como dije anteriormente depende de la intensidad de mechero</p>	<p>Respecto a la argumentación en el aula de ciencias Osborne, Erduran y Simón (2004) proponen los marcos genéricos para materiales para apoyar y facilitar la argumentación en el aula de ciencias, son nueve marcos entre los que encontramos el marco de referencia “Teorías que compiten-Ideas y evidencia” donde se propone lo siguiente:</p>
<p>4. ¿El aumento de la temperatura se da con la</p>	<p>E1: si, debido a la fuerza del fogón y la</p>	<p>“En este enfoque, los estudiantes son introducidos a un fenómeno físico y luego ofrecen dos o más, pero por lo general dos, las explicaciones que compiten. Además, una serie de declaraciones de prueba que pueda</p>

<p>misma rapidez en todo momento?</p>	<p>cantidad de agua</p> <p>E2: dependiendo de la temperatura a la que esté sometido o si este varia</p> <p>E3: todo depende si el fuego, al que esta exhibido el líquido, siempre será igual, de cantidad y tamaño</p> <p>E4: no, ya que el agua no tendrá la temperatura inicial siempre</p>	<p>apoyar una teoría, el otro, ambos o ninguno se proporcionan. En pequeños grupos, se les pide a los estudiantes considerar cada una de las pruebas y evaluar su función y significado. Por último, deben utilizar la evidencia para argumentar a favor de una idea u otra.” Esta idea ha sido adaptada a partir de la obra de Salomón et al (Solomon, 1991; Solomon, Duveen, y Scott, 1992). Citados por Osborne, Erduran y Simón (2004).</p>
<p>5. ¿Cómo expresar la rapidez con la que aumenta la temperatura?</p>	<p>E1: 33,3°C por minuto</p> <p>E2: se expresa e °C/m (grados/minutos)</p> <p>E3: grados centígrados/ minutos exhibidos a la llama</p> <p>E4: tiempo que este encendido por la variación de la temperatura</p>	<p>De esta manera se infiere que los estudiantes logran dar argumentos más sólidos cuando pueden verificar por medio de los sentidos y la observación los fenómenos físicos que suceden a su alrededor.</p> <p>Referente a las respuestas que dan los estudiantes a la pregunta 7 se detectan elementos importantes al momento de modelar un fenómeno mediante el uso de las matemáticas y las gráficas cartesianas, pues se observa que se han familiarizado con el tipo de situaciones que involucran la visualización como parte de la solución el estudiantes E1 afirma que se debe utilizar un plano de coordenadas, E2 nombra la unión de los puntos en un plano cartesiano y lo llama grafico de puntos, pero solo el estudiante E3 reconoce que el problema de la temperatura se puede representar mediante una línea recta sin embargo no describe su comportamiento.</p>
<p>6. ¿Como predecir la temperatura aproximada del agua en un tiempo dado? Justifique su respuesta.</p>	<p>E1: para que el agua bulla, necesita una temperatura de 100°C, esta se divide en 3 y dará = 33,3°C</p> <p>E2: estableciendo, la temperatura en los primeros minutos y de ahí inferir</p> <p>E3: se puede predecir, reduciendo una gráfica tomando los datos, y mirando cuantos grados sube por minuto, y realizando esta operación.</p> <p>E4: se puede tener en cuenta la variación de dicha temperatura, teniendo en cuenta la rapidez con la que se calienta el agua.</p>	<p>Referente a las respuestas que dan los estudiantes a la pregunta 7 se detectan elementos importantes al momento de modelar un fenómeno mediante el uso de las matemáticas y las gráficas cartesianas, pues se observa que se han familiarizado con el tipo de situaciones que involucran la visualización como parte de la solución el estudiantes E1 afirma que se debe utilizar un plano de coordenadas, E2 nombra la unión de los puntos en un plano cartesiano y lo llama grafico de puntos, pero solo el estudiante E3 reconoce que el problema de la temperatura se puede representar mediante una línea recta sin embargo no describe su comportamiento.</p>
<p>7. Si se representa mediante una gráfica la temperatura del agua a medida que pasa el tiempo. ¿Cuál es el tipo de</p>	<p>E1: quedaría bien un plano de coordenadas; debido a que este se</p>	<p>Con respecto a la pregunta 8 se nota un avance significativo en la representación, ya que logran dar cuenta del comportamiento de la</p>

<p>gráfico más conveniente? ¿por qué?</p>	<p>acomoda a nuestra necesidad.</p> <p>E2: un gráfico de puntos, porque en el grafico se ponen los puntos según la temperatura y el tiempo y se unen los puntos</p> <p>E3: un tipo de grafica de línea y los puntos, ya que esta nos muestra los datos en un tiempo promedio (coordenadas)</p> <p>E4: plano cartesiano, ya que estas variaciones se representan mejor en dicho grafico</p>	<p>gráfica y concluyendo que el único modelo que se ajusta a la situación es una línea recta creciente. Cabe resaltar que en esta ocasión todos los estudiantes realizaron la gráfica, lo que supone un avance en la comprensión del problema, de acuerdo con (Deulofeu & Fabra, 2000):</p> <p>“Esto supone, a nuestro entender, un conocimiento más amplio del uso de los prototipos, que les permite, a su vez, someter su utilización al deseo de cumplir con alguna condición del enunciado” (pág. 7).</p>
<p>8. ¿Qué forma tendrá la gráfica si se emplea un plano de coordenadas como el siguiente?</p> 	<p>E1:</p>  <p>E2:</p>  <p>E3:</p>  <p>E4:</p>	<p>Además, los estudiantes manifestaron estar satisfechos con los resultados ya que al compararlos con los de la primera práctica experimental “la vela” notaron diferencias y posibles errores en la construcción de las gráficas, que logran corregir en esta segunda fase del momento de desubicación.</p>

		
ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p>1. ¿En cuánto tiempo empieza a hervir el agua?</p>	<p>E1: según mis datos el agua empieza a hervir en 23 minutos</p> <p>E2: el agua empieza a hervir en 20 minutos</p> <p>E3: 22 minutos, con una temperatura de 80°C, y se demora 15 minutos más en bullir</p> <p>E4: según lo visto en el experimento a los 21 min ya que en este tiempo llega a los 80°</p>	<p>En esta fase de la práctica los estudiantes manipulan los instrumentos de laboratorio para realizar las mediciones, para esto se dividen en dos grupos en los cuales cada estudiante juega un rol dentro de la actividad, dos estudiantes sostienen el termómetro, uno mide la temperatura, otro mide el tiempo, y los demás registran los datos en la tabla recomendada por el profesor; lo que si se solicita es que cada estudiante de manera individual conteste las preguntas de acuerdo a los resultados de las mediciones, de esta manera se logra obtener respuestas de las preguntas 1 a 4 del “análisis de la práctica”.</p>
<p>2. ¿De cuánto en cuánto aumenta la temperatura del agua? ¿Siempre aumenta lo mismo?</p>	<p>E1: el aumento de la temperatura del agua varía mucho y aumenta de unos 2 a 4°C por minuto</p> <p>E2: aumenta en promedio 3°C por cada minuto, no siempre lo mismo.</p> <p>E3: la temperatura aumenta de 4,3,2 o hasta 1°C/minuto, depende en qué momento se mida la temperatura.</p> <p>E4: aumenta de 2 en 2, se puede decir que siempre aumenta 2° por cada minuto</p>	<p>Entre los marcos genéricos propuestos por Osborne, Erduran y Simón (2004) se encuentra el marco de referencia “Prediciendo, Observando y explicando” el cual describen de la siguiente manera:</p> <p>“implica introducir a los niños en un fenómeno sin demostrar y pedirles que discutan en pequeños grupos lo que piensan que va a pasar cuando se inicia el fenómeno, y justificar su razonamiento. El fenómeno se demuestra a continuación, y si lo que sucede es la antítesis de lo esperado, a continuación, los estudiantes se les</p>
<p>3. ¿En promedio cuántos grados aumenta por cada</p>	<p>E1: de 4 a 2°C por minuto</p>	

<p>minuto?</p>	<p>E2: 3°C</p> <p>E3: promediando, aumenta 3°C por minuto, todo depende del fuego si es constante o no</p> <p>E4: 2° por minuto, aunque a veces varia y aumenta de a 1°</p>	<p>pide que reconsiderar y reevaluar sus argumentos iniciales. La discusión se centra en la teoría de que avanzan por su predicción y la evidencia para apoyarla.”</p>
<p>4. Empleando la tabla o la gráfica ¿aproximadamente Cuánta temperatura mide el agua cuando han transcurrido 7 minutos? ¿Cuánto, cuando han pasado 8,5 minutos? ¿Cuánto, cuando han pasado 8,75 minutos?</p>	<p>E1: en 7 minutos da 55°C; 8,5 minutos da 6,7°C; y en 8,75 minutos da 62,3°C</p> <p>E2: $7m = 55^\circ C / 8,5 = 61,5^\circ C / 8,75m = 62^\circ C$</p> <p>E3: $7m = 50^\circ C$ $8,5m = 54^\circ C$ $8,75m = 55^\circ C$</p> <p>E4:</p> <p>-A los 7 min tiene una temperatura de 50°</p> <p>-A los 8,5 min tiene una temperatura de 53°</p> <p>-A los 8,75 min tiene probablemente la misma temperatura que tenía a los 8,5 min</p>	<p>Una vez más los autores citados dan pruebas de que el uso de las prácticas experimentales se considera como una buena estrategia para generar en los estudiantes ambientes propicios para el uso de la argumentación soportados en los resultados producto de la observación y registro de información, se considera que la eficacia de este método consiste principalmente en que los jóvenes confían plenamente en las mediciones que realizan, y por lo tanto ofrecen discursos más estructurados soportados por la observación.</p>
<p>ELABORAR UN MODELO</p>		
<p>PREGUNTAS</p>	<p>RESPUESTAS</p>	<p>ANALISIS</p>
<p>1. Utilice el siguiente diagrama para registrar los incrementos de la temperatura de cada medición.</p>	<p>E1: </p> <p>E2:</p>	<p>En este momento de la aplicación de la unidad didáctica el estudiante ha logrado familiarizarse con el manejo de valores a través del uso de información tabular lo que le ha permitido identificar ciertos</p>

2. Para determinar cuánto se aumenta la temperatura del agua por minuto: se divide el aumento de la temperatura entre el del tiempo transcurrido (un minuto), este valor recibe el nombre de razón de cambio y se nota mediante la letra m. Registre los resultados de cada división por cada tiempo

TIEMPO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TAMANO	21	29	37	35	41	45	50	55	60	63	67	70	72	74	80
AUMENTO	2	2	4	6	4	5	5	2	4	3	3	4	3		

E3:

TIEMPO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TAMANO	24	30	32	36	40	43	48	50	54	59	62	64	67	69	
AUMENTO	0	6	2	4	4	3	2	2	4	5	3	2	3	2	

E4:

TIEMPO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TAMANO	14	30	32	36	40	45	48	50	53	58	60	64	67	69	
AUMENTO	3	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	

E1:

Intervalo de tiempo	Razón de cambio
0-1	2 m
1-2	1 m
2-3	0.75 m
3-4	1.5 m
4-5	0.3 m
5-6	0.3 m
6-7	0.7 m
7-8	0.6 m
8-9	0.3 m
9-10	0.4 m
...	

E2:

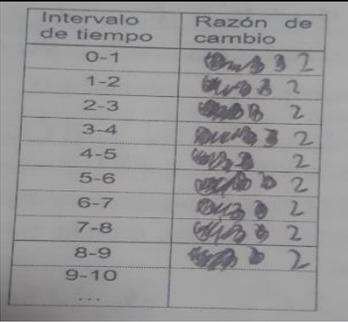
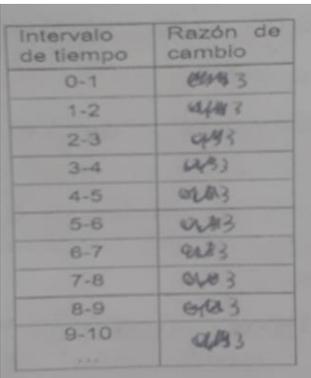
Intervalo de tiempo	Razón de cambio
0-1	2
1-2	2
2-3	4
3-4	6
4-5	2
5-6	2
6-7	2
7-8	2
8-9	2
9-10	4
...	

E3:

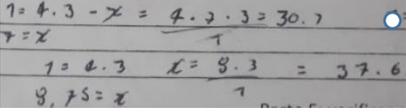
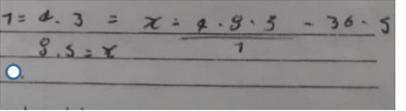
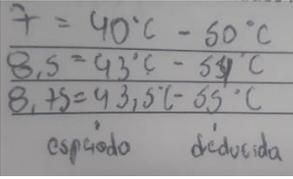
comportamientos en los datos, realizar correcciones y hacer inferencias acerca de los resultados obtenidos en las mediciones.

En esta parte de “elaborar un modelo” se logra que el estudiante realice mediciones y lleve de manera organizada sus resultados. Por eso en la pregunta 2 se les solicita que calculen la razón de cambio para cada intervalo de tiempo y escriban el resultado en la tabla que se propone en el instrumento, lo que se pretende es que comiencen a manipular los datos y establecer relaciones matemáticas entre ellos como el caso de hallar la razón de cambio promedio total y explicar el significado de este valor lo cual es la intención de la pregunta 4.

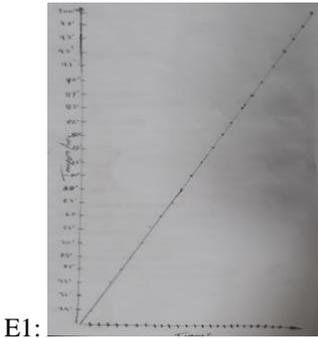
En la pregunta 3 los estudiantes coinciden en sus respuestas manifestando que las razones de cambio si son semejantes. En la pregunta 5 el estudiante E3 es el único que muestra el procedimiento para hallar el aumento de la temperatura para varios tiempos, sin embargo, no tiene en cuenta la razón de cambio como factor crucial en sus cálculos, además, dejar ver que sus procedimientos algorítmicos carecen de una secuencia estructurada sin tener en cuenta el lugar de estos valores lo que lo lleva a obtener resultados insatisfactorios.

	 <p>E4:</p> 	<p>Aunque es importante resaltar que el uso de actividades secuenciales para el aprendizaje del concepto de función lineal ha permitido que los estudiantes se muestren activos en encontrar respuestas luego de realizar inferencias de las situaciones planteadas inicialmente, propiciando el interés por ir descubriendo si sus afirmaciones iniciales coinciden con lo obtenido experimentalmente, es por esta razón que “elaborar un modelo” de un fenómeno orienta al alumnado hacia la comprensión de nuevos conceptos sin la necesidad de entrar en algoritmos o fórmulas que a simple vista carecen de sentido para el estudiante.</p> <p>En este orden de ideas Deulofeu y Fabra, (2000) afirman que:</p> <p>“...en la mayoría de los casos no se plantean secuencias didácticas dirigidas a la elaboración paulatina de los numerosos conceptos relacionados con las funciones</p> <p>y al manejo simultáneo de los distintos lenguajes de representación de una función, sino que lo que generalmente se hace, es proporcionar al alumnado un conjunto de técnicas que permitan resolver ejercicios y problemas estandarizados, olvidando una realidad contextualizada” (Pág. 3).</p>
<p>3. ¿Los valores de las razones de cambio se asemejan (son cercanos)?</p>	<p>E1: en general, estas razones siempre varían; aunque si son muy cercanas.</p> <p>E2: si se asemejan ya que la distancia entre la mayor y menor razón de cambio es mínima.</p> <p>E3: si, porque promediándolo, da que aumenta 2°C por minuto, además se asemejan mucho los resultados.</p> <p>E4: si, ya que al promediarlo todos terminan igual</p>	
<p>4. Se obtiene ahora el valor promedio de las razones de cambio de cada intervalo de tiempo. Este valor se denomina razón de cambio promedio y, representa el</p>	<p>E1: según mis datos la razón de cambio promedio fue 6°C, es decir que por cada minuto que transcurre la temperatura aumenta 6 grados centígrados.</p> <p>E2: razón de cambio promedio= 4°C/</p>	<p>Categoría de resolución de problemas</p> <p>Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De</p>

<p>valor teórico en grados que se espera debería aumentar la temperatura por cada minuto.</p>	<p>minuto</p> <p>E3: la razón de cambio es 2°C porque cuando promediamos todos los valores este fue el resultado.</p> <p>E4: 3°C</p>	<p>Guzmán)</p> <p>familiarización con el problema</p>
<p>5. Empleando el valor de la razón de cambio promedio. ¿Cuánto se espera que haya aumentado la temperatura a los 8 minutos? Comparar la respuesta con la medición hecha. Calcular el aumento de temperatura para varios tiempos.</p>	<p>E1: en 8 minutos se representa que aumenta 60° la temperatura del agua</p> <p>E2: se espera en 8 minutos la temperatura sea 61°C con 1 solo de diferencia con la medición hecha</p> <p>E3:</p> <p>8= 16°C – 26</p> <p>13= 26°C – 37°C</p> <p>22= 44°C – 53°C</p> <p>E4: se espera que aproximadamente su temperatura fuera de 51°</p>	<p>Después del trabajo realizado a partir de las prácticas experimentales, se observa, un avance positivo debido a que los estudiantes, construyen afirmaciones basadas en los resultados obtenidos esto es, logran identificar lo que deben hallar, comprenden mejor las preguntas, mostrando una evolución conceptual dado que en el segundo experimento logran responder a todas las preguntas en su mayoría mostrando también unos argumentos mejor justificados que en el momento de ideas previas y la práctica 1, es decir que se han familiarizado con las situaciones y por ende se mejora en la solución de las mismas.</p> <p>Aunque todavía persiste la falta de conocimiento y cuidado al momento de resolver los problemas, como en el caso del estudiante E3: “8=16°C-26°C” el cual permite ver claramente que no tiene en cuenta el orden de las actividades, aunque en la pregunta se habla de un aumento en la temperatura.</p>
<p>6. Si ya es posible calcular el aumento de la temperatura del agua un tiempo arbitrario ¿Cómo calcular la temperatura teórica esperada del agua para un tiempo dado? ¿Como escribir empleando lenguaje algebraico esta respuesta? Escriba una fórmula</p>	<p>E1:</p> <p>1 = 2*3</p> <p>2 = X</p> <p>X= 2*2*3/1 = 49</p> <p>E2: temperatura inicial+razón de cambio promedio* tiempo</p> <p>E3: se multiplica 2 que son los grados centígrados promediados que sube por minuto, multiplicando por tiempo que nos va a dar más la temperatura inicial</p>	<p>Búsqueda de una estrategia</p> <p>En lo referente a la búsqueda de una estrategia los estudiantes tuvieron en cuenta el uso de las representaciones</p>

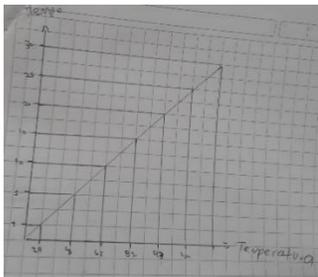
	E4: grados promedio* el tiempo + la temperatura inicial	tabular y gráficas generadas a partir de las mediciones, lo que los condujo a formular hipótesis y poder comprobar sus modelos de acuerdo a las orientaciones del profesor y las preguntas de cada instrumento del momento de desubicación. Por consiguiente, se está de acuerdo con De Guzmán (1995) cuando afirma que “la experimentación, la observación, es una de las técnicas más fructíferas para el descubrimiento y para la resolución de problemas” (pag.161).
<p>7. Empleando la fórmula. ¿Cómo calcular la temperatura esperada a los 7, 8,5 y 8,75 minutos? ¿se aproximan estos resultados a las observaciones y deducciones hechas con la gráfica y la tabla de los datos tomados realmente?</p>	<p>E1:</p>   <p>E2:</p> <p>7m= 55° 8,5m=61° 8,75m=62°</p> <p>E3:</p>  <p>E4:</p> <p>7= 49</p> <p>8,5= 53,3</p> <p>8,75= 54,25</p>	<p>Aunque no se refiere en el sentido literal de las prácticas experimentales utilizadas en las ciencias naturales se cree que también aplica para el caso de la comprobación de conjeturas.</p>
VERIFICAR EL MODELO		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS

1. Hacer el gráfico de la fórmula en el mismo plano donde se graficaron los datos.

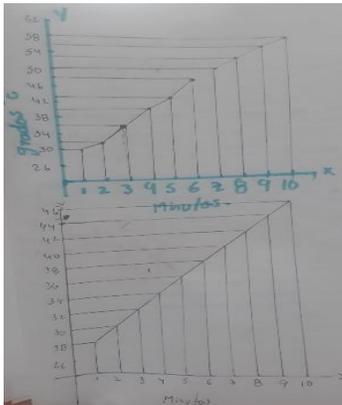


E1:

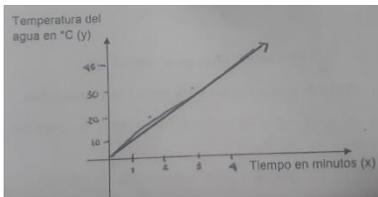
E2:



E3:



E4:



Lleva adelante tu estrategia

Una vez que los estudiantes identifican las relaciones que existen entre las variables estudiadas en la práctica, se abren paso a resolver el problema utilizando procedimientos algorítmicos para comprobar los datos experimentales a partir de los teóricos, dejando ver que para esto ha debido utilizar los dos pasos anteriores, familiarización y búsqueda de estrategias tal y como lo afirma De Guzmán (1995):

“...tras estas dos fases de trabajo nos resultara bastante claro que alguna o algunas de las estrategias nos conducen con seguridad hacia la solución del problema” (pág. 213).

Revisa el proceso y saca consecuencias de él

En este sentido, es evidente que los estudiantes han mejorado con respecto al experimento de “la vela” en el que el seguimiento y verificación de sus respuestas es escaso, no obstante, en esta segunda experiencia se logra ver que han mejorado sus argumentos y explican el origen de sus resultados. Aun así, se puede observar en las respuestas a los interrogantes de tipo procedimental que no hubo muchas dificultades para hallar soluciones

<p>2. Observar si la recta pasa sobre ellos, fuera de ellos, es decir describir su posición.</p>	<p>E1: la recta pasa sobre la mayoría de los puntos, además como eran muchos puntos y estaban muy cerca no se notan casi los puntos que están por fuera.</p> <p>E2: en mi caso la recta si pasa por todos los puntos.</p> <p>E3: cuando se unen los puntos no da una recta porque los valores de la temperatura cambiaban para cada valor del tiempo.</p> <p>E4: la recta si pasa por los puntos debido a que las razones de cambio siempre fueron iguales.</p>	<p>correctas, dadas las diferentes representaciones que utilizaron para un mismo problema. En la pregunta No. 6, se observa que E2, E3 y E4, describen verbalmente la forma que debe tener la fórmula que representa la temperatura al cabo de cierto tiempo, aunque la escriben en términos matemáticos, esto demuestra que identifican el comportamiento de la temperatura del agua en cierto instante.</p>
<p>3. Verificar el tiempo teórico esperado en que tarda en bullir el agua y el obtenido en la práctica.</p>	<p>E1: los tiempos son semejantes.</p> <p>E2: el agua comienza a hervir cuando va llegando a los 100 °C, pero hay que restar la temperatura inicial y esto da $100-26=74$ °C, donde se debe dividir entre 4 para que dé el tiempo el cual es 18,5 minutos, esto quiere decir que el tiempo teórico es menor que el tiempo experimental.</p> <p>E3: el termómetro lo sacamos cuando tenía una temperatura de 92 °C porque el agua estaba hirviendo, si restamos la temperatura ambiente de 26 °C y dividimos el resultado entre 2 se obtiene el tiempo teórico que es 33 minutos. Los resultados son diferentes, aunque no mucho.</p> <p>E4: realizando las operaciones me dio un resultado de 24,6 minutos el tiempo teórico, pero de acuerdo al experimento el tiempo dio 21 minutos, lo que quiere decir que son aproximados y por eso creo que el experimento quedo bien</p>	

	realizado.	
--	------------	--

Fuente: construcción propia

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a las preguntas de la práctica “temperatura del agua” del instrumento 4 en el momento de desubicación.

7.2.1 Análisis Momento Dos (Desubicación)

Del segundo momento se reconoce que los estudiantes presentaron avances positivos en cuanto al uso de la argumentación y la forma en como resuelven problemas, el desarrollo de las prácticas deja ver la evolución y la forma de describir sus procesos; no obstante, en la primera práctica experimental denominada “la vela” manifestaban algunos vacíos cognitivos y argumentativos. También se evidenció la construcción moderada de graficas que facilitaron la comprensión de los interrogantes planteados en la actividad de las cuales debían extraer información que respaldara sus inferencias “comprensión de la situación y conjeturas”.

De igual manera se procede a realizar la segunda práctica experimental llamada “la temperatura del agua” la cual se divide en 4 fases: comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo. En la primera fase los estudiantes escriben sus conjeturas o hipótesis de lo que sucede con la temperatura del agua, en la según fase “ análisis de la práctica” se lleva a cabo la práctica con los elementos del laboratorio necesarios, en la fase “elaborar un modelo” se pretende que el estudiante use diferentes tipos de representaciones de la situación y finalmente en la fase “verificar el modelo” deben comprara los valores teóricos con los valores experimentales sobre lo que sucede con la temperatura del agua en cualquier instante dado.

Para cada fase del experimento se realizaron preguntas de tipo descriptivo y procedimental, en las del tipo descriptivo se espera que el estudiante realice procesos de argumentación acerca de lo que observa y extraiga sus propias conclusiones, descripción que luego se ubicara en los diferentes niveles de argumentación; las de tipo procedimental se hace un sondeo acerca de las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas en

matemáticas, es decir se hace un seguimiento al proceso utilizado en la resolución de problemas.

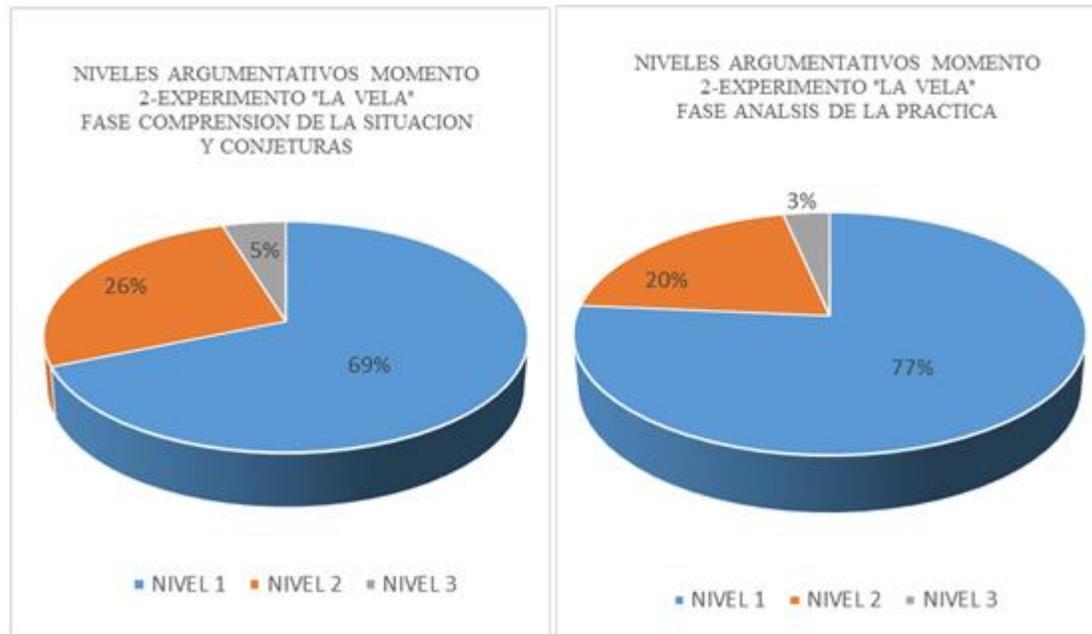
La intención del momento de desubicación es hacer seguimiento a la forma en que argumentan los estudiantes cuando se enfrentan a fenómenos comunes, comparando los resultados de ambas actividades experimentales. Por esta razón las preguntas de cada fase mantenían una similitud en su estructura. Un ejemplo es: la pregunta No.1 del instrumento de “la vela”, *¿Qué tan rápido se consumirá la vela?* y la No. 3 del instrumento “temperatura del agua”, *¿Qué tan rápido se aumentará la temperatura?* ambas preguntas se realizaron en la fase de “comprensión de la situación y conjeturas”. Por otra parte, se tuvo en cuenta la representación gráfica en las dos experiencias, lo que permitió observar las coincidencias y diferencias entre estas.

Para ubicar las respuestas de los alumnos en los niveles argumentativos se utilizó la escala valorativa propuesta por Osborne, Erduran, y Simon (2004):

- **Nivel 1:** Argumentos que solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión.
- **Nivel 2:** Argumentos formados por conclusiones y al menos datos, justificaciones o apoyos.
- **Nivel 3:** Argumentos cuya estructura la constituyen las conclusiones con al menos datos, justificaciones o apoyos y alguna refutación débil.
- **Nivel 4:** Argumentos que muestran claramente una conclusión y una refutación.
- **Nivel 5:** Argumentos caracterizados por tener conclusiones y más de una refutación.

A continuación, se presenta las gráficas de la clasificación de las respuestas de los estudiantes, según los niveles argumentativos para las fases: comprensión de la situación y conjeturas, y análisis de la práctica.

Figura 13. Niveles de argumentación del momento 2, fase comprensión de la situación y conjeturas. Experimento de “la vela”



Fuente: construcción propia.

En la primera actividad del momento de desubicación se puede observar que las respuestas de los estudiantes en su mayoría aún siguen ubicándose en el nivel 1, con un 69% en la fase de “comprensión de la situación y conjeturas” y un 77% en “análisis de la práctica” en el nivel 2 se observa un 26% y 20% respectivamente, además se observa que muy pocos alcanzan el nivel 3 con solo el 5% y 3% respectivamente en ambas fases, lo que sin lugar a dudas refleja la poca capacidad argumentativa de los alumnos. Los argumentos ubicados en el nivel 1 según la escala valorativa de Osborne, Erduran y Simon (2004) son: “Argumentos que solo presentan afirmaciones o que presentan datos que no dan soporte a la conclusión”.

Esto se evidencia en las respuestas a la pregunta: *“crees que al medir el tamaño de la vela gradualmente. ¿Esta disminuirá constante?”* en la fase de comprensión de la situación y conjeturas.

E16: *“si, ya que al estar prendida la parafina disminuirá hasta derretirse”*.

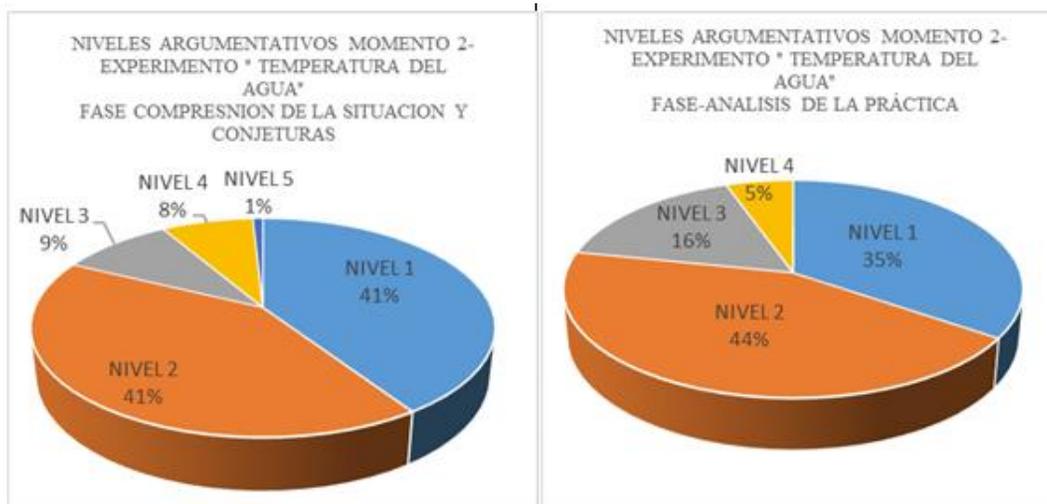
E8: *“sí, porque la vela se seguirá aun así sea diferente la llama la consumirá”*

Analizando las respuestas de los estudiantes se evidencia la falta de argumentos más sólidos, ya que solo se limitan a describir literalmente lo que consideran que sucederá con la vela, de igual manera algunos argumentos carecen de buena redacción, conectores y estructuras organizadas lo que conlleva a la ausencia de reflexión por parte del alumnado.

Estas dos fases del experimento de “la vela” deja ver la dificultad que tienen los estudiantes para abrirse paso a la argumentación, dado que se limitan a escribir lo más sintetizado posible, las justificaciones y las conclusiones no son elementos que constituyan sus argumentos. Hay que mencionar, además que en las fases “elaborar un modelo” y “verificar el modelo” en algunas preguntas no hubo respuestas.

Luego se aplicó el segundo instrumento “temperatura del agua”, el cual consistió también en una práctica de laboratorio y que guardó una similitud con el anterior entorno a la estructura de las preguntas, una vez revisadas las respuestas se ubicaron en los niveles argumentativos como se muestra a continuación:

Figura 14. Niveles de argumentación del momento 2, fase comprensión de la situación y conjeturas; experimento de la “temperatura del agua”.



Fuente: construcción propia.

Al analizar las respuestas dadas por los estudiantes, se puede ver como se han fortalecido los argumentos y comienzan a emerger otros niveles de argumentación, también hay mejoramiento en la redacción y estructura de los argumentos, logrando que se haga una buena interpretación de estos. Claramente se evidencia un avance positivo, ya que se logró pasar del nivel 1 al nivel 2, dado que en la primera fase ambos niveles tienen el mismo porcentaje (41%) y en la fase dos el nivel 2 con 44% supera al nivel 1 con el 35%, sin embargo, en el nivel 3 se ubican el 9% y 16% de las respuestas respectivamente, en el nivel 4 se ubica el 8% y 5% respectivamente. En la fase “comprensión de la situación y conjeturas” solo el 1% de las respuestas se encuentra en el nivel 5, mientras que en la fase “análisis de la práctica” ninguna respuesta se ubica en este nivel.

Por ejemplo, en la pregunta No.6 de la fase “comprensión de la situación y conjeturas”, “¿Cómo predecir la temperatura aproximada del agua en un tiempo dado?” A lo que los estudiantes contestan:

E3: *“se puede predecir, dibujando una gráfica donde ponemos los datos (D), luego miramos cuantos grados sube por minuto para realizar las operaciones necesarias(C)”*

E4: *“se puede tener en cuenta la variación de dicha temperatura (C), teniendo en cuenta la rapidez con la que se calienta el agua (J)”*

En estas respuestas, se presenta una redacción mejorada, que logra desprenderse de lo literal, presentando datos y conclusiones en sus argumentos, aproximándose a la estructura de un argumento según Toulmin (2003), donde se afirma que los datos tales como D permiten extraer conclusiones o realizar afirmaciones tales como C; o alternativamente, dados los datos D, puede asegurarse que C. Por lo tanto, se consideró ubicar estos argumentos en el nivel argumentativo 2, ya que, según Osborne, Erduran y Simon (2004), un argumento se ubica en el nivel 2 cuando los argumentos están formados por conclusiones y al menos datos, justificaciones o apoyos (pág. 26). Por otra parte, Toulmin afirma que “los argumentos se elaboran y se manifiestan en apoyo a una afirmación inicial” (Toulmin, 2003).

De la fase “verificar el modelo” en la pregunta No. 3 “Observar si la recta pasa sobre ellos, fuera de ellos, es decir describir su posición”:

E1: *“la recta pasa sobre la mayoría de los puntos (D), además como eran muchos puntos y estaban muy cerca (D) no se notan casi los puntos que están por fuera (C)”*.

E3: *“cuando se unen los puntos no da una recta (D) porque los valores de la temperatura cambiaban para cada valor del tiempo (J)”*.

E4: *“la recta si pasa por los puntos(C) debido a que las razones de cambio siempre fueron iguales todo el tiempo (J)”*.

Aquí las respuestas nuevamente presentan datos (D), conclusiones (C) y al menos una justificación (J), términos que para Toulmin (2003) son necesarios en la composición de esquemas que sirven para analizar argumentos; por otra parte se interpretan claramente las ideas de los estudiantes gracias a su buena redacción y los conectores adecuados que

utilizan para expresar sus argumentos, los cuales están mejor estructurados; por lo tanto, estas respuestas se ubican en el nivel 3 de argumentación, según Osborne, Erduran y Simon (2004), en este nivel se presentan los argumentos cuya estructura la constituyen las conclusiones con al menos datos, justificaciones o apoyos y alguna refutación débil (pág. 26).

En consecuencia, en este momento de la unidad didáctica se considera que los estudiantes se han familiarizado con la metodología llevada a cabo en el aula, también es importante resaltar que terminada la actividad uno esta se socializó con los educandos, donde se enfatizó en las respuestas de cada uno y el punto de vista de los compañeros permitiendo establecer conclusiones que les ayudara a corregir la actividad.

7.3 MOMENTO TRES (REENFOQUE)

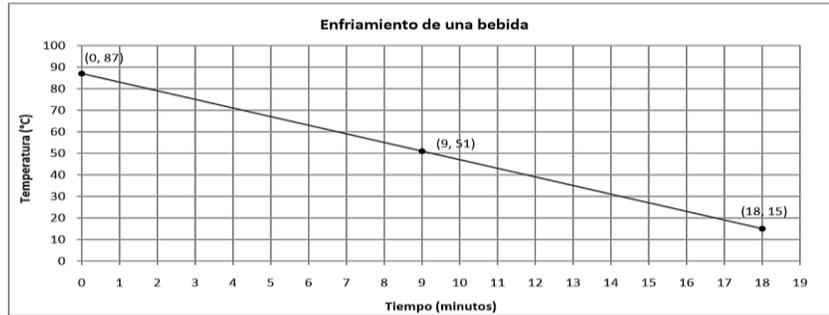
Al finalizar la unidad didáctica se implementaron un instrumento de salida el cual consistió en una situación problema sobre “enfriamiento de una bebida” y la entrevista semiestructurada, donde en la primera actividad se enfatizó sobre el uso de la argumentación en la resolución de problemas y en la entrevista se analizó la efectividad en la implementación de la argumentación hacia el aprendizaje del concepto de función lineal. También la entrevista permitió identificar la superación de los obstáculos epistemológicos que presentaron los estudiantes antes de la implementación de la Unidad Didáctica asociados a la resolución de problemas que vinculan el concepto de función lineal.

Las respuestas de los estudiantes y el análisis respectivo de cada actividad se observan a continuación:

Tabla 8 Instrumento 5. Situación problema “enfriamiento de una bebida”

Situación problema: “ENFRIAMIENTO DE UNA BEBIDA”:

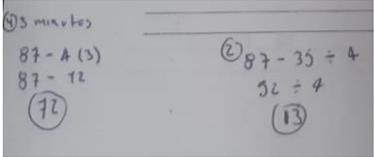
Se calienta una bebida hasta que alcanza los 87°C luego se expone al medio ambiente y se deja en reposo para que se enfríe. La siguiente grafica muestra la temperatura del líquido dependiendo del tiempo.

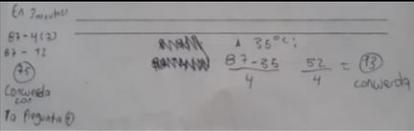


PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS
1. ¿a cuántos grados esta esta bebida después de 3 minutos?	E1: la bebida tendrá una temperatura de 75° C en 3 minutos E2: 75° C E3: la bebida en 3 minutos está a 75° C E4: a 75°	En este instrumento de salida, se puede ver como los educandos logran identificar las variables del problema, analizar la situación a fondo e interpretar el problema en términos de variación, realizando afirmaciones con bastante solidez.
2. ¿cuánto tiempo tarda la bebida en llegar a 35 grados?	E1: tarda 13 minutos para llegar a 35°C E2: 13 min E3: en 13 minutos la temperatura es de 35°C E4: 13 min	Además, se observa que las respuestas de los estudiantes coinciden en su totalidad, para el caso de las preguntas 1 a 5, lo que da cuenta de la relación que hacen entre las variables del problema usando como recurso principal la visualización, algo esperado, dado que durante la aplicación de la unidad didáctica el uso de las representaciones gráficas predominó en las actividades, lo que permitió el dominio de las gráficas para respaldar sus argumentos y procedimientos, con
3. ¿Cómo se interpreta las coordenadas del punto	E1: en 9 minutos la temperatura es de	

(9,51)?	<p>51° C.</p> <p>E2: en 9 minutos la temperatura es de 51°C.</p> <p>E3: la bebida después de 9 minutos expuesta al ambiente está a 51°C</p> <p>E4: se representa el tiempo que son 9 min y la temperatura que son 51°</p>	<p>respecto a lo anterior, Deulofeu y Fabra, (2000) afirman lo siguiente:</p> <p>“(…) muchos matemáticos han reconocido la importancia del razonamiento visual no solo en el descubrimiento, sino también en la descripción y justificación de resultados” (pág. 4).</p>
4. ¿Cuánta temperatura disminuye de 0 a 9 minutos?	<p>E1: 26° C es la temperatura que disminuye</p> <p>E2: 26°C disminuye</p> <p>E3: de 0 a 9 minutos la temperatura ha disminuido 36° C estando a 51°C/ 9 minutos.</p> <p>E4: se disminuye una temperatura de 36°.</p>	<p>Cosa parecida sucede también con la parte procedimental en la pregunta No. 6, donde se evidencia manejo de las operaciones básicas asociándolas al comportamiento de la línea recta lo que les permite determinar la razón de cambio e incluso hacer una breve interpretación de esta, por ejemplo, la respuesta del estudiante E3 quien afirma que la razón de cambio obtenida representa una disminución de la temperatura, es decir que haya relación entre lo que observa y lo obtenido en sus cálculos. Hay que mencionar además que la secuencia de actividades del momento de desubicación ha sido fundamental para que el estudiante se aproxime a la predicción de eventos, dado que en este momento logran establecer valores aproximados de lo solicitado.</p>
5. ¿en cuánto tiempo la temperatura disminuye de 87°C a 51°C?	<p>E1: en 9 minutos disminuye de 87°C a 51° C</p> <p>E2: en 9 minutos</p> <p>E3: la temperatura disminuye de 87° a 51°C en 9 minutos</p> <p>E4: 9 min</p>	<p>La intención en la pregunta No.8 es verificar el rastreo que realiza el estudiante sobre los resultados que ha logrado, el cual consiste en explicar el razonamiento y el procedimiento utilizado; luego se observa en las respuestas de E3 y E4 que existe un apoyo desde lo gráfico y luego una explicación del paso a seguir teniendo en cuenta la</p>
6. Calcule la razón de cambio de temperatura y tiempo (disminución de temperatura) / (tiempo transcurrido). ¿Cómo se interpreta ese valor?	<p>E1: disminuye 4° C por minuto</p> <p>E2: se interpreta en que disminuye 4° C por minuto, o sea 0,066° C por segundos.</p> <p>E3: disminuye 4°C / por minuto ò 0,66°C/segundo.</p>	<p>La intención en la pregunta No.8 es verificar el rastreo que realiza el estudiante sobre los resultados que ha logrado, el cual consiste en explicar el razonamiento y el procedimiento utilizado; luego se observa en las respuestas de E3 y E4 que existe un apoyo desde lo gráfico y luego una explicación del paso a seguir teniendo en cuenta la</p>

	E4: la razón de cambio sería 4°C/min.	<p>variación de la temperatura. Hasta aquí la consecuencia que se puede deducir es la apropiación adquirida por el alumno para reconocer la importancia de la razón de cambio en su resultado. Sin embargo, se puede afirmar que este avance ha sido posible gracias a las experiencias realizadas anteriormente las cuales fortalecieron significativamente su proceso de resolución de problemas por la razón que fue necesario revisar y comparar las conclusiones de ambas, de esta manera se está de acuerdo con De Guzmán (1995) cuando afirma:</p> <p>“Si parece que ninguna de las estrategias que has puesto seriamente en acción conduce a ningún objetivo como en un principio pensabas, lo mejor es que vuelvas a la fase anterior de búsqueda de nuevas ideas o de modificaciones adecuadas, ahora ya con mayor conocimiento, de las que ya has ensayado” (pág. 216).</p> <p>En esta etapa de la intervención se puede verificar cómo los estudiantes se aproximan a la representación algebraica de los fenómenos que observan, esto para el caso de la pregunta No.9 donde claramente se ve que los estudiantes describen la fórmula que se puede utilizar para hallar la temperatura del agua en cualquier momento, sin embargo los estudiantes E2 y E3 escriben una fórmula que describe matemáticamente el comportamiento de la temperatura de la bebida, algo que no ocurrió en el experimento de “la vela” en la fase “elaborar un modelo” donde las respuestas tenían escasa interpretación y en algunos casos los estudiantes no respondieron.</p>
7. Si el comportamiento de enfriamiento de la bebida continúa con la tendencia mostrada en la gráfica ¿en cuánto tiempo se espera que tarde en llegar a 0°C?	<p>E1: en 21 minutos y 45 segundos su temperatura es de 0° C</p> <p>E2: en más de 21 minutos, exactamente 21 y 45 segundos para llegar a 0°C</p> <p>E3: se espera que llegue en 21,45 segundos aproximadamente</p> <p>E4: se podría estimar que en 21,4 min dicha bebida llegaría a 0°</p>	
8. Empleando la razón de cambio calcular la temperatura de la bebida a los 14 minutos. Explique el razonamiento y el procedimiento.	<p>E1: la temperatura es de 31°C, si en 13 minutos es 35, se restan 4°C que es la razón de cambio.</p> <p>E2: la temperatura es de 31°C, en 13 minutos es de 35°, solo si están 4° C que es la razón de cambio.</p> <p>E3: primero se realiza el gráfico, se prosigue a multiplicar la razón de cambio (4°C) por (14) que son los minutos transcurridos esta da 56, este se resta con la temperatura inicial: $87^{\circ}\text{C} - 56^{\circ}\text{C} = 31^{\circ}\text{C}$</p> <p>E4: su temperatura sería de 31°, mi manera de razonar fue utilizando la razón de cambio y luego en el procedimiento utilice la gráfica para confirmar</p>	
9. planteo una ecuación o fórmula que permita calcular la temperatura de la bebida en cualquier	E1:	

<p>tiempo</p>	<p>1.temperatura inicial- razón de cambio promedio X tiempo</p> <p>2. temperatura inicial- temperatura final dividido razón de cambio promedio</p> <p>E2:</p> <p>Temperatura inicial- razón de cambio promedio x tiempo. Yo creo que se podría escribir así: $T = 87 - 4t$.</p> <p>Temperatura inicial- temperatura final / razón de cambio</p> <p>E3: temperatura inicial- (razón de cambio* tiempo transcurrido)</p> <p>$T = 87^{\circ}\text{C} - (4x)$</p> <p>E4: el tiempo transcurrido x la razón de cambio – la temperatura inicial.</p>	<p>En la segunda práctica denominada “temperatura del agua” en la misma fase, se encontró que, aunque los estudiantes describían el proceso, no escribieron una expresión algebraica de la situación, pero cabe resaltar que en este punto la mayoría se arriesgó a escribir lo que pensaba.</p> <p>Lo anterior pone en evidencia la confianza adquirida por el estudiante a medida que realiza actividades enfocadas a determinar las características de un problema y por lo tanto comienza a emerger la habilidad para desarrollarlos, por ejemplo, De Guzmán (1995) sostiene: “esto te capacitará para llegar a ser capaz de resolver problemas semejantes y más difíciles” (pág. 221).</p>
<p>10. Responda las preguntas 1 y 2 usando la ecuación. Compare las nuevas respuestas con las que dio inicialmente.</p>	<p>E1:</p>  <p>E2:</p>	

	 <p>E3:</p> <p>$75^{\circ}\text{C} - 75^{\circ}\text{C}$</p> <p>13 min- 13 min</p> <p>E4: utilizando la ecuación que planteé el resultado fue de 75°C y mi respuesta inicial fue de 75°C, lo que concluye que mi aproximación fue correcta.</p> <p>Al utilizar nuevamente la ecuación que planteé el resultado fue (3min lo que es igual a la respuesta que tuve inicialmente que fue 13 min, lo que concluye que mi aproximación fue correcta otra vez).</p>	
--	--	--

Fuente: construcción propia

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a las preguntas del instrumento 5 “enfriamiento de una bebida” en el momento de reenfoque.

Tabla 9 Instrumento 6. Entrevista Semiestructurada

<p>Propósito: Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas en la unidad didáctica hacia la argumentación en la resolución de problemas, una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal.</p>		
PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANALISIS
<p>1. ¿Crees que es necesario estar familiarizado con el enunciado de los problemas mostrados al momento de resolverlos?</p>	<p>EE1: si, si se está familiarizado con el tema, será más fácil de comprender el enunciado y resolver los problemas.</p> <p>EE2: si, porque debemos conocer los términos que allí aparecen, para entender</p>	<p>Ante las respuestas de los estudiantes se logra evidenciar que la familiarización con los enunciados de los problemas es importante para la comprensión e interpretación de los resultados ya que según ellos esto facilita la solución de las actividades propuestas por el profesor. Para esto es importante que los estudiantes participen activamente haciendo uso de sus</p>

	<p>mejor que es lo que se va a resolver y tener resultados satisfactorios.</p> <p>EE3: si, este nos da el paso a seguir, el tiempo para realizarlo y lo que hay que hacer.</p> <p>EE4: si, porque nos facilita la solución de los problemas ya que sabemos de qué se trata el problema</p>	<p>ideas previas y conceptos involucrados en el problema, pues estas acciones le permiten argumentar con propiedad sobre la solución obtenida, tal y como lo sustenta De Guzmán (2007):</p> <p>“En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo” (pág. 37).</p>
<p>2. ¿Consideras que las actividades desarrolladas han sido de gran utilidad para tu proceso formativo?</p>	<p>EE1: si, fue una gran experiencia que me permitió conocer mis habilidades para las matemáticas y tener más confianza conmigo mismo</p> <p>EE2: si, porque desarrolla una habilidad para entender mejor los problemas impuestos y nos ayuda a resolver estos mismos, en diferentes contextos cotidianos.</p> <p>EE3: si, por medio de la experiencia, a mi opinión es más fácil de aprender.</p> <p>EE4: si, en el momento de solucionar los problemas se hace más útil porque después de hacer las prácticas se entiende más fácil</p>	<p>Las respuestas de los estudiantes, dan luz sobre la importancia de las prácticas experimentales en la solución de problemas relacionados con el contexto, pues reconocen que les permite desarrollar habilidades para comprender los problemas, además de ganar confianza en sí mismo, generando buenos argumentos con capacidad de autocrítica, en este caso Osborne, Erduran y Simon (2004) afirman:</p> <p>“La comprensión del papel de la argumentación en la construcción del enlace entre las ideas y sus pruebas, y la capacidad de los estudiantes para evaluar críticamente tales argumentos es una capacidad epistémica fundamental que toda la educación científica debe tratar de desarrollar” (pág. 7).</p> <p>En cuanto al reconocimiento de las actividades es necesario citar a De Guzmán (2004), quien sostiene:</p> <p>“La apreciación de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y en las tecnologías actuales puede llenar de asombro y placer a muchas personas más</p>

		orientadas hacia la práctica” (pág. 47)
3. ¿Consideras que las actividades realizadas durante las clases permitieron que se facilitara los procesos de resolución de problemas?	<p>EE1: si, observamos los temas y se trabajaron de una forma ordenada; lo que permitió que se facilitara los procesos de resolución de problemas.</p> <p>EE2: si, porque en los enunciados disponemos de todos los elementos necesarios para que resolvamos estos problemas con un nivel bajo de complejidad.</p> <p>EE3: si, estas actividades experimentales nos permiten ver que las funciones se pueden utilizar en el día a día.</p> <p>EE4: si, al momento que hicimos las prácticas y podíamos mirar y analizar nos dejó más fácil hacer los problemas correctamente.</p>	<p>En las respuestas que dan los estudiantes se puede evidenciar el agrado sobre el uso de estrategias apoyadas en la resolución de problemas, pues manifiestan apropiación y desarrollo de la capacidad de análisis, expresión oral y escrita, aplicando su conocimiento en la comprensión de situaciones novedosas como lo fue las prácticas experimentales; infiriendo de esta manera que pueden formular y comunicar con precisión sus reflexiones e interpretaciones mediante una buena argumentación.</p> <p>Aquí se cumple una de las recomendaciones hechas por Miguel Martínez citado por Díaz, Torruco, Martínez, y Varela (2013) cuando afirma que: “Con prudencia y sin presión invitar al entrevistado a explicar, profundizar o aclarar aspectos relevantes para el propósito del estudio” (pág. 164).</p> <p>Se observa que los alumnos hablan libremente de la perspectiva que tienen sobre el proceso de argumentación y resolución de problemas mediante el uso de la UD.</p>
4. ¿Le gustó la metodología empleada para dar solución a las situaciones planteadas?	<p>EE1: si, fue muy didáctica y recursiva entre los compañeros y profesores para nuestro aprendizaje.</p> <p>EE2: si, porque usaron problemas comunes y cotidianos con los que nos familiarizamos, para resolver con más facilidad y poder de argumento.</p> <p>EE3: si, la experiencia es un método de aprendizaje muy efectivo.</p> <p>EE4: si, nos deja ver los problemas en la realidad y eso ayuda demasiado.</p>	<p>Según las respuestas de los estudiantes, se nota el gusto por la metodología usada en la aplicación de la UD, ya que manifiestan que los problemas o situaciones abordados son cotidianos y les permitió resolver los problemas con facilidad. Esto deja claro que las actividades de intervención en el aula deben estar orientadas a motivar y a facilitar el interés de los estudiantes por la comprensión de su entorno, según Tamayo y otros (2010): “es clara la relación existente entre la motivación y el aprendizaje. Sin embargo, tradicionalmente se ha considerado que la motivación es</p>

		responsabilidad de los alumnos” (pág. 91).
5. ¿Consideras que es importante reflexionar sobre los resultados obtenidos cuando se resuelve un problema?	<p>EE1: si, para observar los resultados y analizar las fallas y las habilidades en el tema; y mejorar individualmente.</p> <p>EE2: si, porque ahí medimos nuestras habilidades, y reflexionamos a cerca de en qué estamos bien y en que no.</p> <p>EE3: si, al reflexionar sobre esto, sabemos de dónde salimos los resultados y en donde más emplearlos.</p> <p>EE4: si, para entender realmente que es lo que hacemos y además comprobar que sean reales.</p>	<p>A la luz de las respuestas de los estudiantes, es claro que reflexionar sobre los resultados obtenidos, les permitió observar las fallas y habilidades cuando resolvían los problemas, de esta manera se reconoce la importancia del uso de la UD en su aprendizaje.</p> <p>Por otro lado, se evidencia una de las ventajas que tiene la implementación de la entrevista semiestructurada, según Díaz, Torruco, Martínez, y Varela (2013):</p> <p>“Observación propia y ajena, porque da la posibilidad de averiguar tanto informaciones propias (opiniones, motivos, motivaciones del comportamiento, etc.), como observaciones realizadas referentes a un suceso o a otra persona” (pág. 165).</p> <p>Los estudiantes pueden expresarse libremente acerca de las actividades y dejar en evidencia su respectivo punto de vista.</p>
6. ¿Consideras que la forma de resolver los problemas antes y luego de la ejecución de la UD, ha cambiado para mejorar el proceso de aprendizaje? ¿De qué manera?	<p>EE1: si, la unidad didáctica fue un modo de aprendizaje en el cual se obtuvo una gran experiencia y ampliamiento de conocimientos respecto al tema.</p> <p>EE2: si, porque se ve la evolución en cuanto al proceso para la resolución de problemas, de forma que será más fácil el proceso de entendimiento, ya que estamos más familiarizados y tenemos claros los métodos para desarrollar estas actividades.</p> <p>EE3: si, es más fácil aprender en experiencia o mediante el grafico que escrito, ya que escrito hace que la persona lo vea más difícil de realizar.</p> <p>EE4:si, nos ayudaron a analizar de</p>	<p>En las respuestas que presentan los estudiantes se identifica claramente la aprobación del uso de la UD en el aula, ya que reconocen que facilita el proceso de aprendizaje de los conceptos dando lugar a experiencias satisfactorias. Lo anterior da cuenta de la importancia de crear nuevos ambientes de aprendizaje que permitan al estudiante participar en la construcción de su propio conocimiento pues según como lo afirma Tamayo y otros (2010):</p> <p>“...el conocimiento lo construye cada individuo y su evaluación está dada, tanto por el docente como por el estudiante quienes, en conjunto, controlan los procesos de enseñanza y aprendizaje” (pág. 107).</p> <p>En este sentido, se infiere que el uso de</p>

	forma crítica los problemas y dar una solución más rápida	unidades didácticas en la clase de ciencias debe ser esencial en la enseñanza de cualquier concepto ya que permiten planear la enseñanza del conocimiento de la ciencia de una manera flexible y dinámica (Tamayo y otros, 2010).
--	---	---

Fuente: construcción propia

Nota. Análisis de las respuestas de los estudiantes a la entrevista semiestructurada.

7.3.1 Análisis Del Momento Tres (Reenfoque)

Del momento tres se puede evidenciar que la aplicación de los instrumentos de la unidad didáctica tuvo una efectividad significativa en el desarrollo de la argumentación en la resolución de problemas que involucraban el concepto de función lineal, esto debido a que se pudo comparar los niveles de argumentación en el que se encontraban los estudiantes a medida que desarrollaban las actividades.

En el instrumento de salida “enfriamiento de una bebida” se realizó el análisis desde la perspectiva de resolución de problemas de acuerdo a la propuesta que presenta de Guzmán (1995) y de esta manera comparar los resultados con los obtenidos en el momento de desubicación; con lo anterior se observaron avances en el uso de estrategias de resolución de problemas entre las que se encontraron: mayor dominio de procedimientos matemáticos y representación algebraica, descripción a los procesos de solución, interpretación de gráficas y desarrollo de habilidades para relacionar las variables del problema.

Por ejemplo, a la pregunta No.8, “empleando la razón de cambio, calcular la temperatura de la bebida a los 14 minutos. Explique el razonamiento y el procedimiento”, algunos estudiantes respondieron lo siguiente:

Figura 15. Respuesta del estudiante E3

Primero se realiza la gráfica, se produce a multiplicar 10 por el cambio (4) por (14) que son los minutos transcurridos, esto da 56 este se resta con la temperatura inicial = $87^{\circ}\text{C} - 56^{\circ}\text{C} = 31^{\circ}\text{C}$

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

Figura 16. Respuesta del estudiante E13

La temperatura sería de 31 grados, si a los 9 minutos hay 51 grados y en 18 minutos esta a 15 grados, mirando esto 19 minutos estaría 31 grados

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

Como se puede apreciar en las figuras 14 y 15, los estudiantes presentan sus razonamientos, describiendo claramente el proceso utilizado para llegar a los resultados mostrados, incluso apoyándose en la gráfica que ofrece el problema, elemento al que recurren para respaldar sus afirmaciones.

De igual manera, en la pregunta No.7, “si el comportamiento de enfriamiento de la bebida continua con la tendencia mostrada en la gráfica, ¿en cuánto tiempo se espera que tarde en llegar a 0°C ?”, los estudiantes responden:

Figura 17. Respuesta del estudiante E1

No sería posible ya que depende de las condiciones en la que este la bebida, y si llegase a 0° sería por un método artificial.

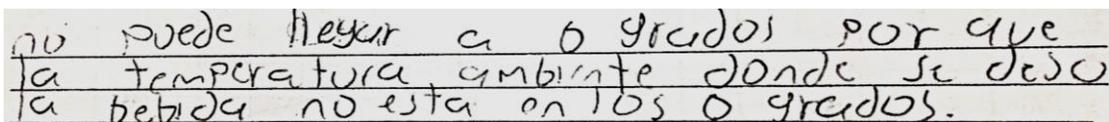
Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

Figura 18. Respuesta del estudiante E2

Si seguimos la tabla se demorara 21 minutos con 30 segundos para que llegara a 0°

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

Figura 19. Respuesta del estudiante E13



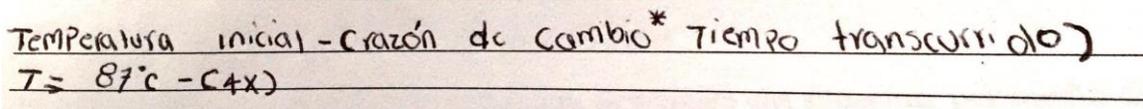
no puede llegar a 0 grados por que la temperatura ambiente donde se dejo la bebida no esta en los 0 grados.

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

En las respuestas anteriores, se puede evidenciar la estrategia que utilizan para dar solución a la pregunta, entre estas encontramos el uso de la representación tabular en el caso de E1. Por otra parte, algunos estudiantes fueron más allá de la forma literal de la pregunta y respondieron de manera más crítica frente al problema, este es el caso del estudiante E13 quien afirma que “no puede llegar a 0 grados porque la temperatura ambiente donde se dejó la bebida no está en los 0 grados”, esto muestra que más que dar una respuesta numérica los alumnos comienzan a realizar análisis más profundos sobre la situación.

De igual manera, de la pregunta No.9, “plantee una ecuación o fórmula que permita calcular la temperatura de la bebida en cualquier tiempo”, se obtuvieron las siguientes respuestas:

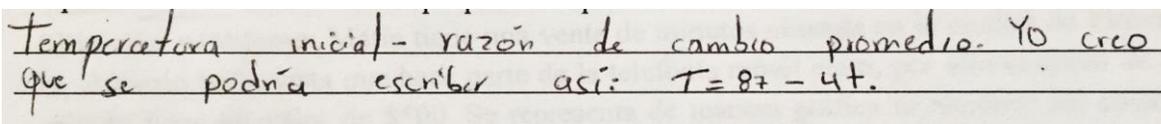
Figura 20. Respuesta del estudiante E3



Temperatura inicial - razón de cambio * tiempo transcurrido
 $T = 87^{\circ}\text{C} - (4x)$

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

Figura 21. Respuesta del estudiante E2



Temperatura inicial - razón de cambio promedio. Yo creo que se podría escribir así: $T = 87 - 4t$.

Fuente: aplicación de la UD, instrumento “enfriamiento de una bebida”.

En las respuestas se ve claramente como los alumnos describen la ecuación en términos verbales y la representan matemáticamente utilizando de manera apropiada los símbolos y la posición de cada variable, algo contrario a lo visto en el momento de desubicación del

instrumento de la vela, donde se notó el temor y falta de seguridad para escribir las fórmulas que describían el problema.

Por lo anterior, se está de acuerdo con de Guzmán (1995) cuando afirma: “resolver un problema consiste en enlazar los datos entre sí y con nuestros posibles conocimientos y hallazgos previos de tal forma que se origine un contexto nuevo, una reestructuración de nuestros conocimientos que nos permita realizar la tarea prefijada” (pág. 232).

Este instrumento de salida en el momento de reenfoque permitió en el presente trabajo de investigación verificar el uso de las estrategias de los estudiantes para resolver problemas, analizar una vez más los procesos que siguen los estudiantes y ver la implicación del uso de la argumentación para dar solución a situaciones problemas.

Finalmente, se implementó la entrevista semiestructurada a los estudiantes para validar el uso de la unidad didáctica en el aula, se logró conocer las opiniones de los alumnos, quienes manifestaron sentir agrado sobre las actividades realizadas de la UD, incluso se permitieron realizar comparaciones de los procesos de aprendizaje antes y después del uso de la UD. Además se considera importante en la presente investigación hacer uso de la entrevista dado que permite identificar elementos que tal vez no se han tenido en cuenta en el transcurso de la investigación o que servirán como base para futuros trabajos, con respecto a esto Díaz, Torruco, Martínez, y Varela (2013) afirman:

(...) es uno más de los instrumentos cuyo propósito es recabar datos, pero debido a su flexibilidad permite obtener información más profunda, detallada, que incluso el entrevistado y entrevistador no tenían identificada, ya que se adapta al contexto y a las características del entrevistado (pág. 166)

8 CONCLUSIONES

La investigación que se realizó permite llegar a las siguientes conclusiones, en relación a las ventajas que ofrece el uso de los procesos de la argumentación, utilizando como objeto matemático la función lineal en la resolución de problemas como estrategia didáctica:

- Partiendo de los resultados del análisis de esta investigación los estudiantes utilizan el lenguaje verbal y simbólico para llegar a la conclusión de un argumento, bien sea de tipo inductivo o deductivo; donde en cada uno de los procesos argumentativos en la resolución de problemas está fuertemente marcado por las vivencias, conocimientos y la percepción de los estudiantes; intrínsecamente relacionados con la forma en que ellos observan y comprenden situaciones de contexto en el cual se desarrollan diariamente.
- En los resultados presentados, se puede evidenciar la falta de razonamiento y argumentos sólidos de los estudiantes en las actividades iniciales, pues carecían de buena redacción, conectores y estructuras organizadas. Sin embargo, en el proceso se establece que a medida en que avanzaba la estrategia se lograba mostrar un acercamiento considerable en la calidad de las respuestas que daban los estudiantes a las preguntas relacionadas con las situaciones planteadas, mejorando sus argumentos y explicando el origen de sus resultados; así mismo, a surgir otros niveles de argumentación caracterizados a partir del esquema de Toulmin (2003).
- Mediante el desarrollo de la unidad didáctica se logró mejorar los procesos argumentativos de los estudiantes a través de las prácticas experimentales, así mismo favoreció en el avance de la evolución final acerca de la interpretación y aprendizaje de los estudiantes sobre el concepto de función lineal.

9 RECOMENDACIONES

- Es importante que desde las diferentes áreas del currículo escolar se fomente el desarrollo de la competencia comunicativa, de tal manera que se generen espacios para la discusión y escritura a partir de instrumentos que permitan establecer condiciones necesarias para animar a los estudiantes hacia el uso de la argumentación en la resolución de problemas.
- La secuencia de actividades de la unidad didáctica en la presente investigación se desarrolló en un tiempo de un mes aproximadamente, trabajando 5 horas semanales, por lo tanto se considera necesario ampliar el periodo de trabajo basado en el desarrollo de unidades didácticas sobre el uso de la argumentación, esto puede ayudar a mejorar los resultados en cuanto a los niveles de argumentación si se generan ambientes de aprendizajes favorables que permita al estudiante analizar sus respuestas a fondo y participar de las discusiones en el aula a partir sus argumentos planteados, formándose así en pensamiento crítico.
- De igual modo, se recomienda continuar con la metodología utilizada en el presente trabajo para continuar fomentando el uso de la argumentación en el aula, a partir de prácticas experimentales que permitan al estudiante mejorar los niveles de argumentación, así como el uso y aplicaciones del concepto de función lineal para el mejoramiento de su desempeño académico.

10 REFERENCIAS

- Alfaro, K., & Montero, E. (agosto de 2013). Aplicación del modelo de Rasch, en el análisis psicométrico de una prueba de diagnóstico en matemática. *Revista digital Matemática*, 13(01), 3. Obtenido de file:///C:/Users/Usuario/Downloads/RevistaDigital_V13_n1_2012.pdf
- Álvarez, O. D. (2013). *Las unidades didácticas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Educación Ambiental y Pensamiento Lógico Matemático*. Bogotá D.C.: Cinerario Educativo. Obtenido de <http://revistas.usbbog.edu.co/index.php/Itinerario/article/view/1494>
- Benavides, A., Benavides, S., & Rojas, M. (2017). *Argumentación a través de la resolución de problemas para el tema la materia y sus estados de agregación*. Manizales, Colombia: Universidad Autónoma de Manizales. Obtenido de <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/handle/11182/1070>
- Benítez, A., Pérez, H., & García, M. (2016). La argumentación sustancial. Una experiencia con estudiantes de Nivel Medio Superior en clases de matemáticas. *Educación matemática*, 18(3). Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262016000300175
- Campos, M. (2009). *Argumentación y habilidades en el proceso educativo*. *Educación matemática*, 165-168.
- Cañadas, M., & Gómez, P. (2016). *Apuntes sobre análisis de contenido*. Módulo 2 de MAD 5. documento no publicado, 1-48.

- Caraballo, L. (2014). Las argumentaciones en matemáticas de los estudiantes del grado noveno (9°) al hacer uso del mediador Argonaut/Digalo (tesis de maestría). Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín.
- Contreras, T. (2013). La modelación de la función afín: una mirada socioepistemológica. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., 1151-1159.
- Cordano, M. (2018). Finlandia incorpora la argumentación en clases de matemáticas y física. El mercurio, pág. 10. Obtenido de <http://impresa.elmercurio.com/pages/LUNHomepage.aspx?BodyID=1&dt=2018-05-21&dtB=2018-05-21>
- Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. premisa (revista de la sociedad argentina de educación matemática), 23-29.
- Crespo, C., Farfán, R., & Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13(3). Recuperado el 07 de junio de 2018, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000300003
- De Guzmán, M. (1995). Para pensar mejor. desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos (Segunda ed.). Madrid: Pirámide. Obtenido de <https://es.slideshare.net/drimachi/para-pensar-mejor-miguel-de-guzmn-47664249>
- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. revista iberoamericana de educación (43), 19-58. Obtenido de <https://rieoei.org/RIE/article/view/750>
- Deulofeu, J., & Fabra, M. (2000). Construcción de gráficos de funciones: “Continuidad y prototipos”. Revista Latinoamericana de Investigación en, 207-230.

- Deulofeu, J., Edo, M., & Baeza, M. (2009). Investigación sobre procesos de resolución de problemas en un entorno de juegos de estrategia. Actas XIII JAEM, Jornadas para el Aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.
- Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M., & Varela, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. Elsevier, 162-167. Obtenido de http://riem.facmed.unam.mx/sites/all/archivos/V2Num03/09_MI_LA%20_ENTREVISTA.pdf
- Flores, C. D., Alarcón, G., & Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 5(3), 225-250. Recuperado el 29 de junio de 2018, de <http://www.redalyc.org/pdf/335/33505301.pdf>
- Forero, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. Universitas Psychologica, 7(3), 787-805. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/rups/v7n3/v7n3a14.pdf>
- García, F. (2000). Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales (207), 1-12. Obtenido de <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/17136>
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, 61-78. Obtenido de <http://ensciencias.uab.es/article/view/v31-n1-goizueta-planas/835-pdf-es>
- Guzmán, D., & Vega, L. (2016). Modelación matemática escolar como proceso de enseñanza de la función lineal. Aplicación en variados contextos y diversos sistemas de representación. Revista educación las américas (3), 17-27. Recuperado el 07 de agosto

de 2018, de <http://www.udla.cl/portales/tp9e00af339c16/documentos/N3-Revista-Educacion-Las-Americas.pdf>

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación (sexta ed.). México: McGraw-Hill. Obtenido de <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

ICFES. (2013). Sistema Nacional de evaluación estandarizada de la educación. Bogotá: icfes.

ICFES. (2017). Resultados de grado noveno en el área de matemáticas. análisis de resultados. Obtenido de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx>

Jiménez, M., & Díaz, J. (2003). Discurso de aula y argumentación en la clase de ciencias: cuestiones teóricas y metodológicas. *enseñanza de las ciencias*, 21(3), 359-370. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/38990750.pdf>

Jiménez, A., & Pineda, L. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *En Educación y ciencia* (págs. 101-116).

Jiménez. (2010). 10 ideas clave. competencias en argumentación y uso de pruebas. Barcelona, España: Editorial GRAÓ. Recuperado el 03 de junio de 2018, de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/10_ideas_clave._Competencias_en_argument%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/10_ideas_clave._Competencias_en_argument%20(1).pdf)

León, O., & Calderón, D. (2001). Validación y argumentación de lo matemático en el aula. *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa*, 5-21. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/335/33540101.pdf>

MEN. (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá.

- MEN. (2017). informe día e [gráfico]. Obtenido de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siempreDiae/86438>
- MEN. (2017). Informe día e. Bogotá: ministerio de educación nacional.
- OCDE. (2016). La educación en Colombia. París: Publicado originalmente por la OCDE en inglés.
- Orrego, M., Tamayo, Ò. E., & Ruiz, F. J. (2016). Unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias. Manizales, Colombia.
- Ortiz, A. (2013). Modelos pedagógicos y teorías del aprendizaje. Bogotá, Colombia: Ediciones de la U.
- Osborne, J., Erduran, S., & Simon, S. (2004). ENHANCING THE QUALITY OF ARGUMENTATION IN SCHOOL SCIENCE. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(10), 994-1020. Recuperado el 04 de junio de 2018, de <http://discovery.ucl.ac.uk/10000653/>
- Pájaro, P., & Trejos, S. (2017). Desarrollo de la competencia argumentativa y su relación con los modelos explicativos del concepto de tejido muscular en el aula de séptimo grado (tesis de maestría). Pereira: Universidad tecnológica de Pereira.
- Parra, T., & Cordero, F. (2007). El uso de las gráficas en la mecánica de fluidos. el caso de la derivada. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 525-530). Camagüey cuba: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Pérez Serrano, g. (1994). Investigación cualitativa I: retos e interrogantes. Madrid: La muralla.

- Pinochet, J. (2015). El modelo argumentativo de Toulmin y la educación en ciencias: una revisión argumentada. *revista Ciencia & Educação*, 21(2), 307-327. Recuperado el 03 de junio de 2018, de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5272157>
- Piñeiro, J., Eder, P., & Díaz, D. (2015). ¿qué es la resolución de problemas? *Revista Virtual Redipe*, 4(2), 6-14. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6495/>
- Planas, N., & Morera, L. (2010). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado.
- Ramos, A., & Font, V. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva onto semiótica. *La Matemática e la sua didattica*, 535-556.
- Romero, J., García, G., & Niño, I. (16 al 18 de octubre de 2008). El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo. *Asociación colombiana de matemática educativa*. Recuperado el 30 de junio de 2018, de <http://funes.uniandes.edu.co/878/>
- Roldán, E. (2013). El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica. Bogotá, Colombia.
- Ruiz, F. (2007). Modelos didácticos para la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 3(2), 41-60. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134112600004>
- Ruiz, F., Tamayo, O., & Márquez, C. (2015). La argumentación en clase de ciencias, un modelo para su enseñanza. *Educação e Pesquisa*, 41(3), 629-645. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/298/29841640004.pdf>

- Sánchez, F. (2014). El docente frente al reto de motivar al alumno. *Revista Iberoamericana Producción Académica y Gestión Educativa*, 01(01), 12. Obtenido de <http://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/134>
- Sánchez, J., Castaño, O., & Tamayo, Ó. (2015). La argumentación metacognitiva en el aula de ciencias. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 1153-1168.
- Sánchez Peña, D. M. (2016). Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula. Bogotá, Colombia.
- Sánchez, L., González, J., & García, Á. (2013). La argumentación en la enseñanza de las ciencias. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 11-28.
- Sardá, A., & Sanmartí, N. (2000). Enseñar a argumentar científicamente: un reto de las clases de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 18(03), 405-422. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/39139698_Ensenar_a_argumentar_cientificamente_un_reto_de_las_clases_de_ciencias
- Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. (agosto de 2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Obtenido de SciELO: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf>
- Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*. Recuperado el 03 de junio de 2018, de <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>
- Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (sexta edición ed.). México D.F: Cengage Learning.
- Tamayo, Ó., Vasco, C., Suárez, M., Quiceno, C., García, L., & Giraldo, A. (2010). *la clase multimodal: Formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de*

tecnologías de la información y la comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

Tamayo, O., Ruiz, F., & Conxita, B. (2015). La argumentación en clase de ciencias, un modelo para su enseñanza. *Educ. Pesqui.*, São Paulo, 629-646.

Tamayo, O., Zona, J., & Loaiza, Y. (2014). *Pensamiento crítico en el aula de ciencias*. Manizales: Editorial universidad de Caldas.

Tiburcio, J. (2017). *Organización matemática de la función lineal y función afín en un libro de texto de segundo año de educación secundaria (Tesis de maestría)*. Pontificia universidad católica del Perú.

Toulmin, S. (2007). *Usos de la argumentación*. Barcelona: Ediciones península.

Valdés, M. (2011). El relato y su posible argumentación según los tratadistas griegos de ejercicios preparatorios. *nova tellvs*, 75-100. Recuperado el 03 de junio de 2018, de <http://www.scielo.org.mx/pdf/novatell/v29n1/v29n1a3.pdf>

Vega, J. (2014). *Aplicación del método de George Pólya, para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos, en los estudiantes de primer grado de educación secundaria de la institución educativa Víctor Berrios Contreras*. Cajamarca, Perú: universidad nacional de Cajamarca.

Villa, J. (2008). El concepto de función: una mirada desde las matemáticas escolares. *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 245-254.

Vintimilla, G. (2016). *Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de décimo año de educación básica: propuesta metodológica*. Cuenca, Ecuador.

Wikipedia, C. d. (19 de junio de 2018). Heurística. Obtenido de Wikipedia, La enciclopedia libre: <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Heur%C3%ADstica&oldid=10859102>

ANEXOS

Anexo 1 Formato de unidad didáctica. Argumentación en la resolución de problemas: una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal

MOMENTOS	OBJETIVOS	ACTIVIDADES	PROPÓSITO	DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	TIEMPO
UBICACIÓN	Identificar las ideas previas y la habilidad argumentativa que poseen los estudiantes con respecto a la resolución de problemas	ACTIVIDAD 1: identificación de la forma de argumentar de los estudiantes de grado 9° cuando resuelven problemas mediante situaciones en las que interviene la función lineal	Evidenciar los argumentos que presentan los estudiantes frente a resolución de un problema que enfatiza la función lineal. Categorizar en el nivel en la que se encuentran los estudiantes	Se realiza aplicación del instrumento inicial el cuál comprende lo siguiente: Situación problema venta de minutos: María tiene una venta de minutos ubicada en la ciudad de Florencia, en el barrio bella vista que hace parte de la telefonía móvil claro, por ello el costo de cada minuto tiene un valor de \$500. Se representa de manera gráfica la relación del costo del minuto por número de minutos de llamada; Ana, amiga de María también se dedica a la venta de minutos en la misma ciudad; ubicada en el barrio Restrepo y esta hace parte de la telefonía móvil movistar. En este negocio se plantean las siguientes condiciones: * El costo de cada minuto es de \$400 * Se cobra \$100 adicional a los clientes por el uso del teléfono móvil, realicen o no la llamada.	2 horas de clase (120 minutos)

DESUBICACIÒN	<p>Desarrollar habilidades argumentativas y procesos que permita el aprendizaje de la función lineal, dando solución a los obstáculos presentados por los estudiantes, respecto del aprendizaje de situaciones asociadas a características y elementos de la función lineal.</p>	<p>Actividad 1:</p> <p>Construcción y aplicación de un instrumento con situaciones asociadas al reconocimiento de las características y elementos propios de una función</p>	<p>Aplicar situaciones que lleve una secuencia y permita que el estudiante identifique los elementos y características de una función</p>	<p>Situación 1 “Cada quien con su pareja”: esta parte de la actividad permite aclarar el concepto de función con elementos conceptuales de correspondencia.</p>	<p>1 hora (60 minutos)</p>
	<p>Evidenciar las habilidades argumentativas en la construcción del concepto de función lineal mediante la resolución de problemas.</p>	<p>ACTIVIDAD 2:</p> <p>planteamiento de prácticas de ejecución simple y con materiales que se pueden conseguir fácilmente. La ejecución, análisis y discusión de estos laboratorios dan paso a la significación del concepto de función lineal, debido entre otras cosas, a que cada elemento de la función lineal tiene un sentido y significado en la práctica.</p>	<p>Abordar la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, respecto a la forma como concibe características y elementos de la función.</p> <p>Aplicar una estrategia que cree en el estudiante la construcción con sentido, el conocimiento de función lineal, para ello dar la solución óptima del problema a resolver y de esa manera refleje sus argumentos para para esa solución.</p>	<p>Situación 2 “Cosas de familia”: de acuerdo con la situación anterior, en esta específicamente se centra en los elementos como el dominio y el rango.</p> <p>Situación 3 “¿Es función? método de la recta vertical”: en secuencia con las anteriores situaciones, esta pretende identificar cuando es o no una función mediante la representación gráfica.</p> <p>Práctica 1: “LAS VELAS” Esta práctica está dividida en 5 partes: Comprensión de la situación y conjeturas.</p> <p>práctica experimental: La práctica permitirá contrastar las respuestas y conjeturas. La práctica consiste en medir la altura de la vela a medida que pasa el tiempo, dada la dificultad para hacerlo estando encendida es conveniente simular la situación de consumo de la vela; por lo tanto se debe asegurar que las mediciones tanto de tiempo como de altura sean lo más exactas posible. análisis de la práctica, Elaborar una modelo y verificar el modelo</p>	<p>2 horas (120 minutos)</p>
				<p>Práctica 2 “Temperatura del agua”: Igual que en la anterior, está práctica dividida en 5 partes: Comprensión de la situación y conjeturas.</p> <p>Práctica experimental: La práctica consiste en medir la temperatura del agua a medida</p>	<p>1 hora (60 minutos)</p> <p>4 horas (240 minutos)</p>

				<p>que pasa el tiempo, para ello se hace un montaje así: se llena con 1000 cm³ de agua del grifo el beaker se coloca sobre el soporte, bajo este se enciende el mechero y en contacto con el agua pero sin que toque el beaker va el termómetro. (Para sostenerlo se emplea el soporte de termómetro “pinzas”)</p> <p>análisis de la práctica Elaborar una modelo Verificar el modelo.</p>	4 horas (240 minutos)
REENFOQUE	<p>Identificar los niveles de argumentación que tiene los estudiantes cuando resuelven problemas relacionados con la función lineal</p> <p>Identificar la efectividad de las actividades y prácticas, y la superación de los obstáculos epistemológicos asociados a la función lineal.</p>	<p>Actividad 1: plantea y aborda escenarios simulados en contextos cotidianos y a partir de ellos se potencia el análisis de los elementos conceptuales de la función lineal que se están desarrollando.</p> <p>Actividad 2: entrevista semiestructurada</p>	<p>Evidenciar la evolución conceptual de los estudiantes mediante la categorización de los niveles de argumentación.</p> <p>Indagar acerca de la efectividad de las actividades y prácticas en cuanto al desarrollo de las habilidades argumentativas para la resolución de problemas.</p>	<p>Situación problema “Enfriamiento de una bebida”: se presenta una situación, por medio de la cual se pretende conocer la forma de argumentar de los estudiantes cuando resuelven problemas con respecto a la función lineal.</p> <p>Se realiza la entrevista a 5 estudiantes a quienes se les indaga acerca de la efectividad de las actividades en cuanto el desarrollo de sus habilidades argumentativas, enfocadas hacia la resolución de problemas, la forma como lograron superar los obstáculos epistemológicos que presentaban al inicio de las actividades y la aplicación de las practicas</p>	<p>2 horas (120 minutos)</p> <p>1 hora (60 minutos)</p>

Anexo 2 Instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de argumentar de los estudiantes en conceptos básicos de la función lineal

Descripción de las actividades. A continuación, se presenta una situación, por medio de la cual se pretende conocer la forma de argumentar de los estudiantes de grado 9° cuando resuelven problemas.

Materiales: Fotocopias, lápiz, borrador y regla.

Nombre: _____

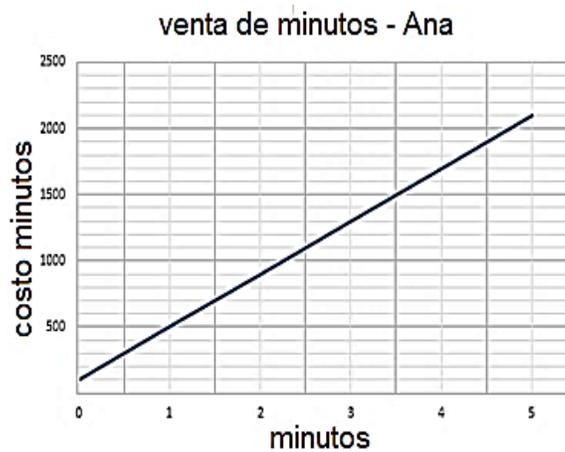
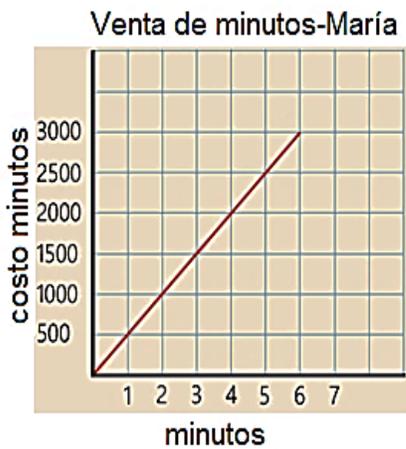
Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años

Situación problema: María tiene una venta de minutos ubicada en la ciudad de Florencia, en el barrio bella vista que hace parte de la telefonía móvil claro, por ello el costo de cada minuto tiene un valor de \$500. Se representa de manera gráfica la relación del costo del minuto por número de minutos de llamada; Ana, amiga de María también se dedica a la venta de minutos en la misma ciudad; ubicada en el barrio Restrepo y esta hace parte de la telefonía móvil movistar. En este negocio se plantean las siguientes condiciones:

El costo de cada minuto es de \$400

Se cobra \$100 adicional a los clientes por el uso del teléfono móvil, realicen o no la llamada.



¿Explica por qué ambas situaciones (ventas de María y Ana) se describen gráficamente por líneas rectas?

¿Qué tienen en común las gráficas sobre la venta de minutos de María y Ana? ¿En qué se diferencian? Justifique su respuesta

En la gráfica de venta de minutos de María, ¿qué representa el valor 0 sobre el eje x? Justifique su respuesta

En la gráfica, venta de minutos de María ¿Qué significado tiene el valor 0 en el eje Y? Justifique su respuesta

¿Explica qué sucede si en el negocio de Ana, una persona solicita el teléfono móvil para realizar una llamada y esta no es contestada?

¿De acuerdo con las gráficas, explica en cuál de los negocios le favorece a una persona, realizar una llamada de 4 minutos?

¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en las justificaciones de las preguntas?

¿Le parece interesante o indiferente resolver las situaciones mostradas? ¿Describa su percepción para cada problema?

¿Considera que se necesitan conocimientos de función lineal, gráficas y en general de matemáticas para resolver las situaciones mostradas?

¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de los conceptos previamente estudiados? Explique su respuesta.

Anexo 3 Representaciones

Actividad 1

Nombre: _____
Fecha: dd _____ mm _____ aa _____
Edad: _____ años

Situación: “Cada quien con su pareja”

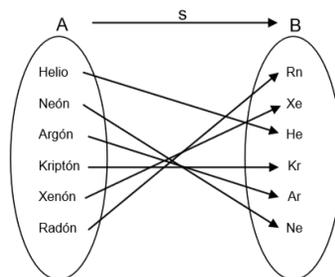
Es usual representar funciones empleando diagramas sagitales en los cuales se señala o indica explícitamente cada pareja que forma la función, mediante el uso de la flecha se muestra la correspondencia entre cada elemento del conjunto de salida con el elemento relacionado del conjunto de llegada. Por ejemplo:

Si A es el conjunto de los gases nobles y B es el conjunto de los símbolos de dichos elementos:

A= {helio, neón, argón, kriptón, xenón, radón}

B= {He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn}

Al hacer el diagrama sagital que muestra la correspondencia s entre el nombre del gas con el símbolo químico se aprende a manejar la simbología de algunos elementos químicos:



En cada caso elabore el diagrama sagital que muestre la correspondencia entre los elementos de los conjuntos dados de acuerdo con el criterio dado. A cada valor le corresponde una moneda.

A= {50, 100, 200, 500, 1000}



1. A cada vehículo o medio de transporte asocie un tipo de rueda.



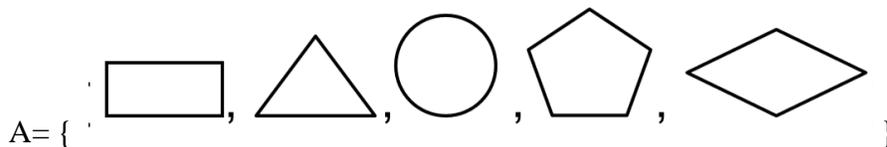
3. A cada letra le corresponde una clasificación gramatical.

A = {q, i, d, b, n, o, e, s, l, j, t, x, a, h, g} B = {vocal, consonante}

4. A cada número natural menor que 15 le corresponde una propiedad.

A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14} B = {primo, compuesto}

5. A cada figura geométrica le corresponde un nombre.



B = {círculo, rectángulo, rombo, pentágono, triángulo}

Actividad 2

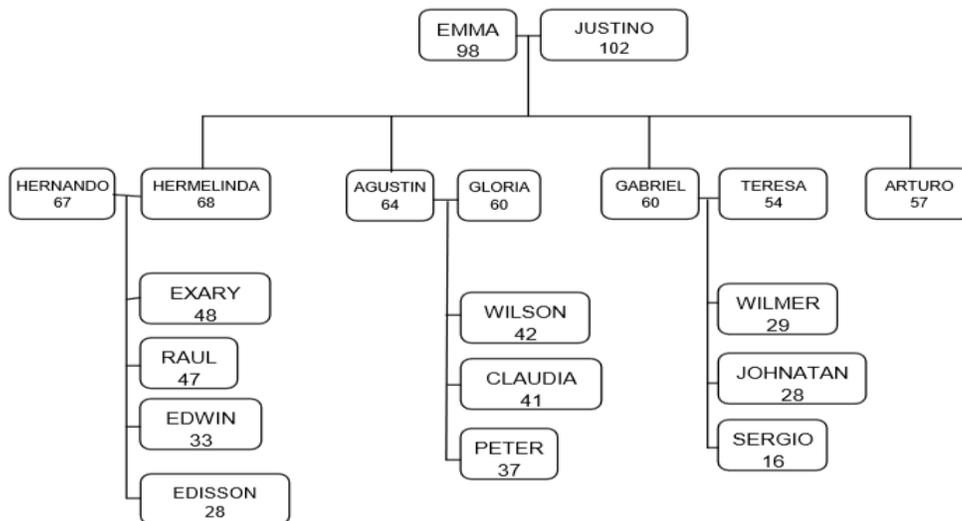
Nombre: _____

Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años

Situación: “cosas de familia”

El siguiente es el árbol genealógico de una familia, en este aparecen los nombres de los miembros así como la edad de cada uno actualmente. Las líneas horizontales indican las parejas de esposos y las verticales los hijos de cada una de las diferentes parejas. Emma y Justo tuvieron 4 hijos Hermelinda, Agustín, Gabriel y Arturo, los tres primeros se casaron y tuvieron hijos.



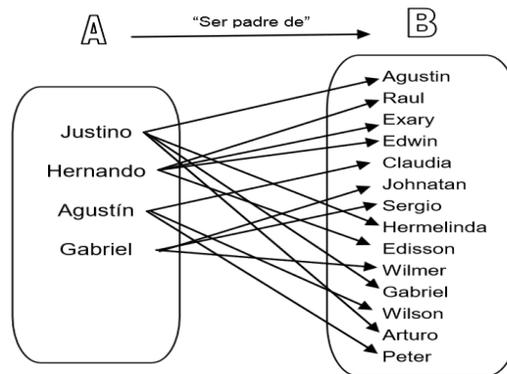
De acuerdo con el árbol genealógico responda:

1. ¿Cuántos hijos tienen Gabriel y Teresa?
2. ¿Quién es el menor integrante de la familia?
3. ¿Quiénes son los padres de Claudia?
4. ¿Quiénes son los hermanos de Raul?
5. ¿Cómo es el nombre del esposo de Gloria?
6. ¿Quiénes son primos de Edwin?
7. ¿Quiénes son los sobrinos de Agustín?
8. ¿Quiénes son mayores que Exary?
9. ¿Quiénes son menores que Claudia?

10. ¿Entre Hermelinda y Gabriel que relación hay?
11. ¿Entre Arturo y Gloria que relación hay?
12. ¿Entre Johnatan y Peter que relación hay?
13. ¿Quiénes son tíos de Wilson?
14. ¿Quién es tía de Claudia y Sergio?
15. ¿Quién es mayor Edisson o Wilmer?
16. ¿Cuántos años de diferencia hay entre el integrante mayor y el menor?
17. ¿Cuántos nietos tienen Emma y Justino?

Es posible establecer múltiples relaciones entre los miembros de la familia. Por ejemplo en el siguiente diagrama sagital se muestra la relación ser padre de que se escribe

$P = \{(x, y): x \text{ es padre de } y\}$



De acuerdo con el ejemplo en la relación “ser padre de” denotada por $P = \{(x, y): x \text{ es padre de } y\}$ al conjunto A pertenecen los que son padres. A hace las veces de conjunto de salida y se denomina dominio. El conjunto B hace de conjunto de llegada, está formado por los que son hijos y en este caso el rango de P es igual al conjunto de llegada.

De acuerdo con el árbol genealógico:

1. Determine el dominio y rango de la relación “ser tío de” notada por $T = \{(x, y): x \text{ es tío de } y\}$. Luego elabore la representación sagital de la relación vinculando las parejas que la cumplen entre los dos conjuntos.
2. Determine las parejas que cumplen la relación “ser esposos” notada por $E = \{(x, y): x \text{ es esposo de } y\}$. Luego elabore la representación sagital. ¿en este caso cual conjunto es el Dominio y Cual el Rango?

- Determine el dominio y rango de las parejas que cumplen la relación “ser primo de” notada por $R = \{(x, y): x \text{ es primo de } y\}$. Luego elabore la representación sagital de la relación.
- Determine el dominio y rango de las parejas que cumplen la relación “ser nieto de” notada por $N = \{(x, y): x \text{ es nieto de } y\}$. Luego elabore la representación sagital de la relación.

Actividad 3

Nombre: _____

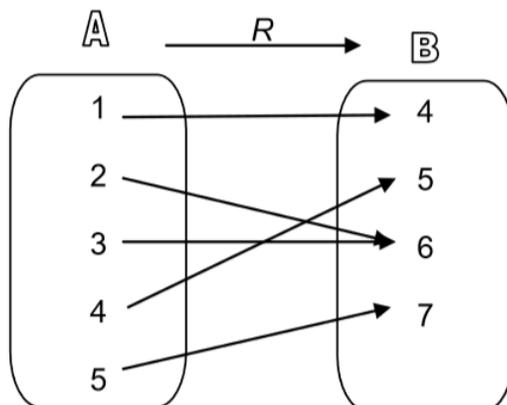
Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años _____

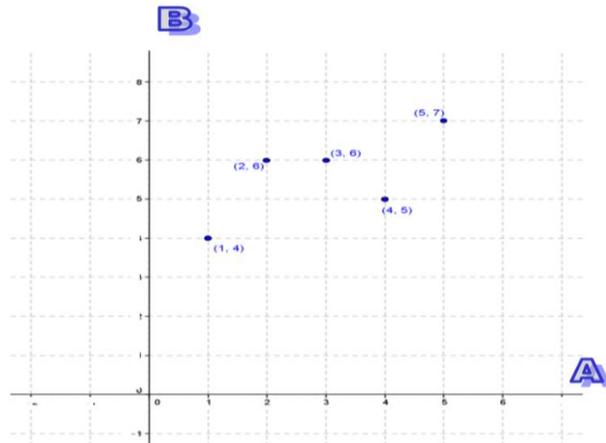
Situación: “¿es función? Método de la recta vertical”

De manera informal es posible decir que la gráfica cartesiana de una relación consiste en la disposición de los pares ordenados que la componen y que relacionan los dos conjuntos en un plano de coordenadas ortogonal x y. Por ejemplo:

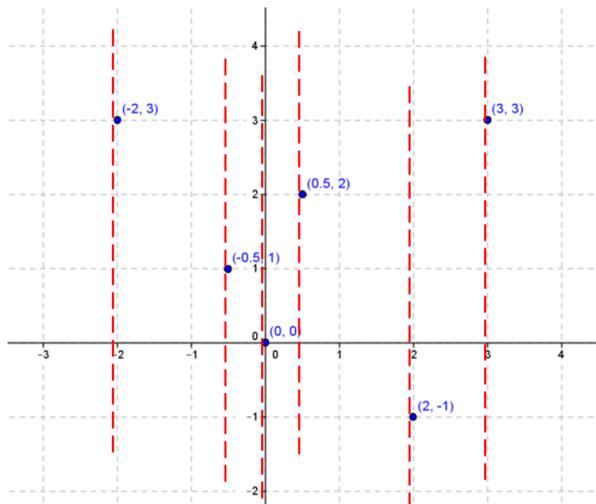
Dados los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{4, 5, 6, 7\}$ y la relación R de A en B dada por $R = \{(1, 4)(2, 6)(3, 6)(4, 5)(5, 7)\}$ su representación sagital es:



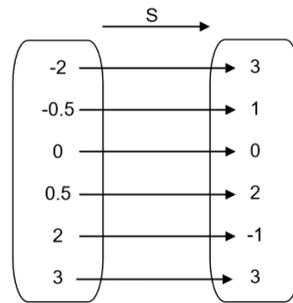
La representación cartesiana llamada plano cartesiano se elabora colocando los valores del conjunto A en el eje horizontal y los del B en el eje vertical, y cada pareja ordenada determinada por la relación se hace corresponder con un punto del plano cartesiano así:



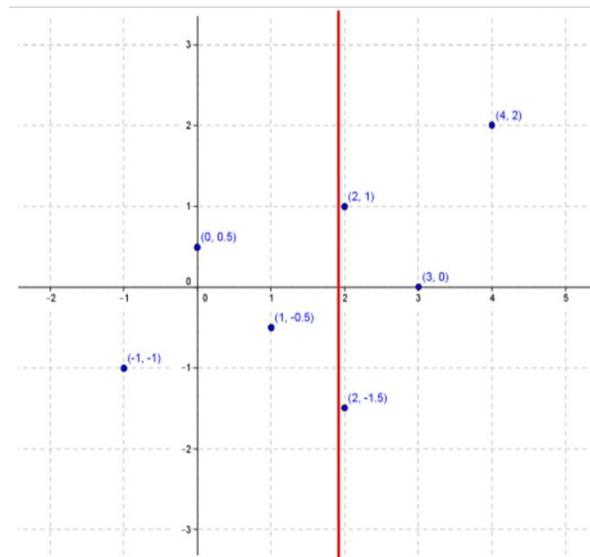
Ahora bien en una función cada valor del conjunto A, denominado de salida y denotado usualmente como X debe “corresponder” a uno y solo un valor de conjunto B, denominado de llegada y usualmente denotado como Y. Esto implica que en la gráfica cartesiana de una FUNCIÓN al trazar una recta vertical esta solo interseca un punto de dicha gráfica; es decir, si es posible trazar una recta vertical sobre la gráfica cartesiana de una relación que intercepte dos o más puntos entonces la relación NO ES FUNCIÓN, por el contrario, si al trazar cualquier recta vertical sobre la gráfica cartesiana de una relación ésta solamente la intercepta en un solo punto entonces dicha relación ES UNA FUNCIÓN. Por ejemplo, la siguiente gráfica cartesiana representa otra relación S diferente entre dos conjuntos, en ella es posible trazar cualquier recta vertical sin que intercepte más de un punto de la gráfica cartesiana de la relación; por lo tanto esta gráfica representa una función.



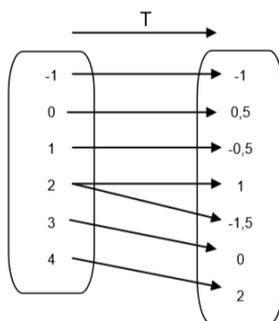
La gráfica sagital de esta función es:



En cambio en la siguiente gráfica que también representa otra relación T entre dos conjuntos, se observa que existe una recta que intercepta a dos puntos de la relación. Por lo tanto esta gráfica no representa una función ni la relación determinada e una función.

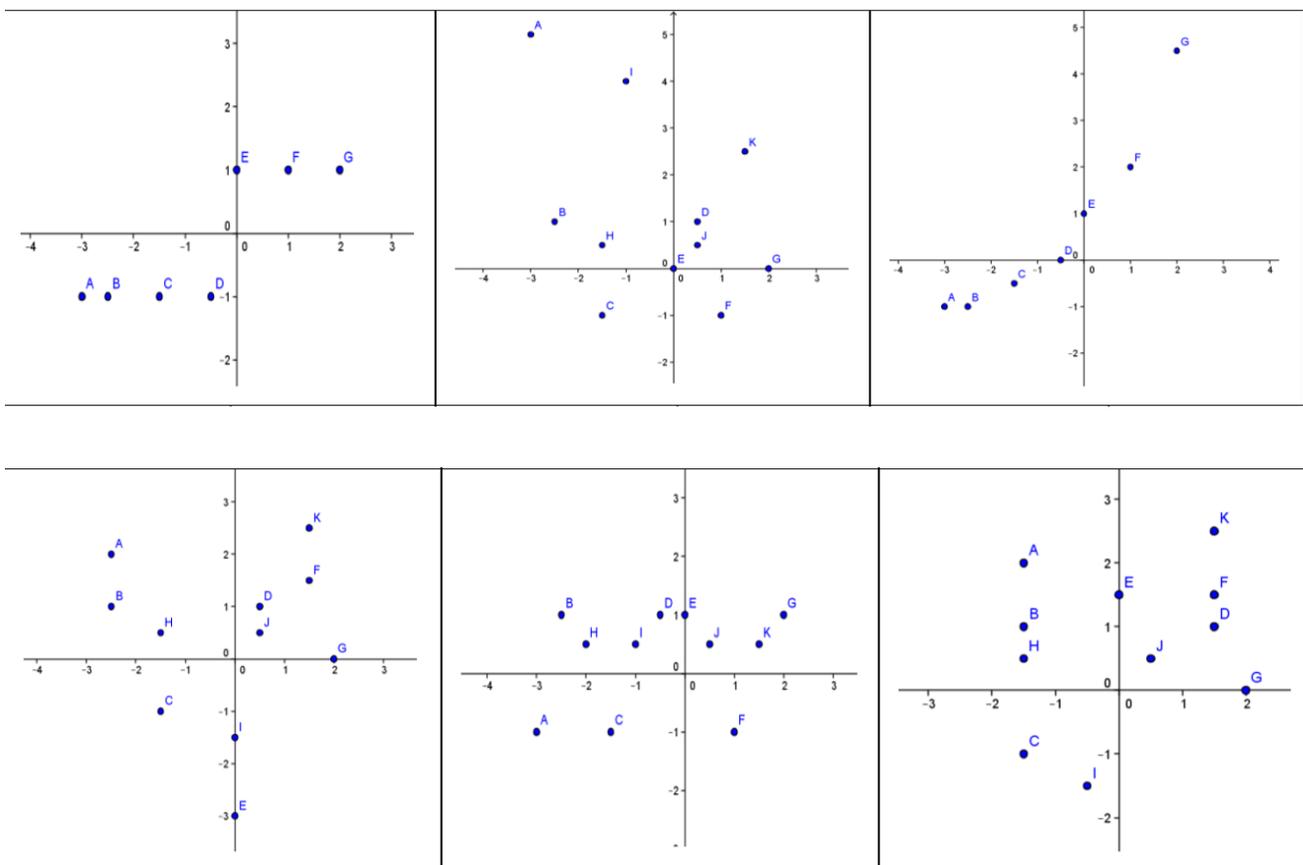


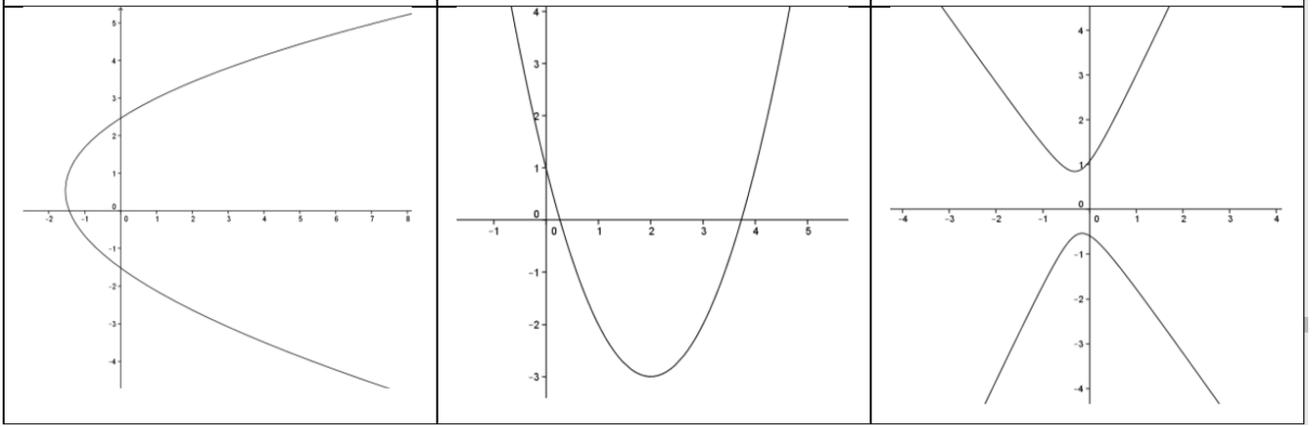
La gráfica sagital de esta relación es:



Este método para determinar si una gráfica cartesiana representa o no una función es comúnmente llamado “de la recta vertical” y es de gran utilidad en el análisis de gráficas.

Empleando el método de la recta vertical, determinar si cada una de las siguientes gráficas representa una función.





Anexo 4 Contextualización de la función lineal. Práctica experimental “Las velas”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo

Materiales: Fotocopias, lápiz, borrador y regla.

Nombre: _____

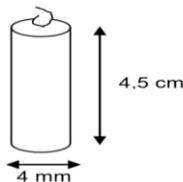
Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años _____

Práctica 1: “las velas”

Parte A: comprensión de la situación y conjeturas.

Se tiene una vela de parafina corriente cuya altura es de 4,5 cm y su diámetro 4 mm. Al encenderla es evidente que se consumirá. ¿Cuánto tiempo tarda en derretirse?



Al realizar un análisis sobre esta situación surgen interrogantes como:

1. ¿Qué tan rápido se consumirá la vela?

2. ¿El desgaste de la vela se dará con la misma rapidez en todo momento?

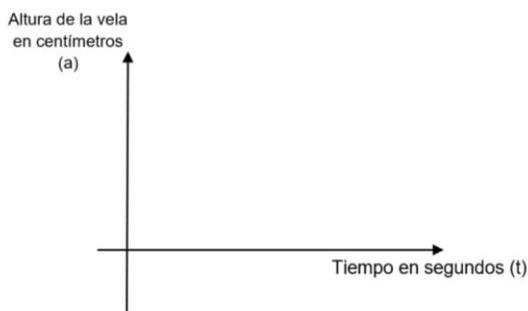
3. ¿Cómo expresar la rapidez con la que se desgasta la vela?

4. Al medir el tamaño de la vela gradualmente. ¿Disminuirá constantemente?

5. ¿Cómo predecir la medida aproximada de la vela en un tiempo dado?

6. Si se representa mediante una gráfica el tamaño de la vela a medida que pasa el tiempo. ¿Cuál es el tipo de gráfico más conveniente? ¿Por qué?

8. ¿Qué forma tendrá la gráfica si se emplea un plano de coordenadas como el siguiente?



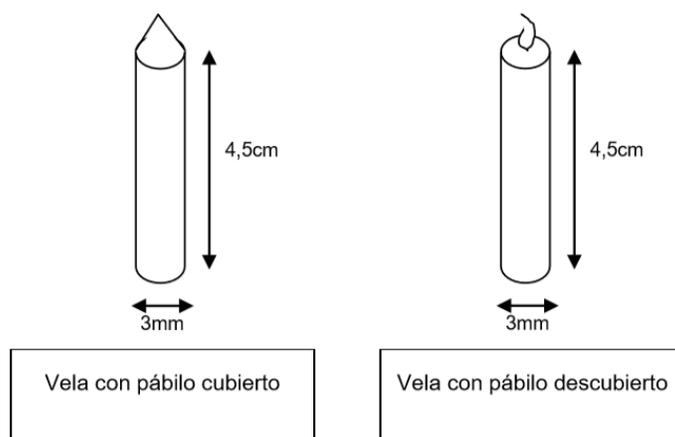
Parte B: práctica experimental.

La práctica permitirá contrastar las respuestas y conjeturas anteriores con datos obtenidos de la observación y medición hecha, para ello se debe contar además de la vela con:

- a. un encendedor o mechero.
- b. un flexómetro, una regla metálica o de pasta.
- c. un cronometro.
- d. papel para registrar la información.
- e. papel para realizar las gráficas.

La práctica consiste en medir la altura de la vela a medida que pasa el tiempo, dada la dificultad para hacerlo estando encendida es conveniente simular la situación de consumo de la vela; por lo tanto se debe asegurar que las mediciones tanto de tiempo como de altura sean lo más exactas posible.

Antes de empezar asegúrese de despejar el pábilo y que la superficie donde se encuentra tanto el pábilo como la vela es horizontal (ver gráfico).



1. Tome la medida inicial de la vela sin contar el pábilo, en ese momento inicia el experimento por lo que el tiempo en ese instante es cero.
2. Encienda la vela y simultáneamente ponga a correr el cronometro.
3. Cronometre 20 segundos y apague la vela.
4. Sacuda levemente el exceso de parafina derretida de la vela y mida la nueva altura que esta tiene, registre el tiempo transcurrido y la altura de la vela.
5. Encienda nuevamente la vela, ponga a correr el cronometro; a los 20 segundos apague, sacuda, mida y registre los datos.
6. Repita nuevamente la simulación teniendo en cuenta retirar el exceso de pábilo quemado cada tres o cuatro encendidas.

Parte C: análisis de la práctica.

Observe detenidamente los datos obtenidos y registrados del experimento, una posibilidad es organizar esta información en una tabla de datos y representarlos en una gráfica de coordenadas o plano cartesiana.

1. ¿En cuánto tiempo se desgasta completamente la vela?

2. ¿De cuánto en cuánto disminuye el tamaño de la vela? ¿Siempre disminuye lo mismo?

3. ¿En promedio cuántos centímetros disminuye por cada 20 segundos?

4. ¿Cuántos centímetros disminuye por segundo?

5. Empleando la tabla o la gráfica ¿Cuánto mide aproximadamente la vela cuando han transcurrido 70 segundos? ¿Cuánto cuando han pasado 95 segundos? ¿Cuánto cuando han pasado 100,5 segundos (100 segundos y medio)?

Parte D: Elaborar una modelo

Hasta el momento se han empleado los datos tomados de la experimentación, estos muestran una tendencia lineal; por lo que permiten elaborar predicciones sobre el tamaño de la vela para determinado tiempo o, el tiempo de consumo total.

Al responder las preguntas de la parte C y sobre todo la 5, se advierte la necesidad de ampliar la estrategia, pasar de la observación de la gráfica al planteamiento de algunos cálculos (lo más simplificados) que permitan contestarlas. Observar en la gráfica determinado valor y traducir la información gráfica es posible para saber el tamaño cercano para 70 segundos, este valor se encuentra en el punto medio de dos datos conocidos, el de 60 segundos y el de 80. El tamaño para 95 segundos exige mayor elaboración; pues este tiempo no es la mitad de dos datos conocidos; por lo que la conclusión no es que el tamaño de la vela sea la mitad de las mediciones hechas entre los dos valores ya conocidos, aun mas con el tiempo 100,5 segundos la gráfica resulta insuficiente; debido a la inexactitud que presenta.

Ahora cobra sentido la elaboración de un modelo que permita describir la situación lo mas fiel posible y que permita responder con procesos menos intuitivos y mas deductivos las preguntas hechas.

1. Utilice el siguiente diagrama para registrar los incrementos de tiempo y las disminuciones del tamaño entre cada medición.

INCREMENTO DEL TIEMPO	20	20	20	20	20	20								
TIEMPO	0	20	40	60	80	100	120	...						
TAMAÑO														
DISMINUCION DEL TAMAÑO														

2. Para determinar cuánto se consume la vela por segundo: se divide la disminución del tamaño entre el incremento del tiempo transcurrido, este valor recibe el nombre de razón de cambio y se nota mediante la letra m. Registre los resultados de cada división por cada tiempo.

Intervalo de tiempo	Razón de cambio
0-20	
20-40	
40-60	
60-80	
80-100	
100-120	
120-140	
.	
.	
.	

3. ¿Los valores de las razones de cambio se asemejan?

4. Se obtiene ahora el valor promedio de las razones de cambio de cada intervalo de tiempo. Este valor se denomina razón de cambio promedio y, representa el valor teórico en centímetros que se espera debería disminuir la vela por cada segundo.

5. Empleando el valor de la razón de cambio promedio. ¿Cuánto se espera que halla disminuido la vela durante 80 segundos? Comparar la respuesta con la medición hecha. Calcular la disminución para varios tiempos.

6. Si ya es posible calcular la disminución de la vela para un tiempo arbitrario ¿Cómo calcular el tamaño teórico esperado de la vela para un tiempo dado? ¿Cómo escribir empleando lenguaje algebraico esta respuesta? Escriba una fórmula

7. Empleando la fórmula. ¿Cómo calcular el tamaño esperado a los 70, 95 y 100,5 segundos? ¿Se aproximan estos resultados a las observaciones y deducciones hechas con la gráfica y la tabla de los datos tomados realmente?

Parte E: verificar el modelo

1. Hacer el gráfico de la fórmula en el mismo plano donde se graficaron los datos.
2. Observar si la recta pasa sobre ellos, fuera de ellos, es decir describir su posición.
3. Verificar el tiempo teórico esperado de consumo total y el obtenido en la práctica.
4. confrontar los resultados de cada estudiante.

Anexo 5 Contextualización de la función lineal. Práctica experimental “Temperatura del agua”. Comprensión de la situación y conjeturas, análisis de la práctica, elaborar un modelo y verificar el modelo

Materiales: Fotocopias, lápiz, borrador y regla.

Nombre: _____

Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años

Práctica 2: “Temperatura del agua”

Parte A: comprensión de la situación y conjeturas.

Se toman 1000 cm³ de agua del grifo, se ponen a calentar. Se sabe por experiencia que la temperatura aumentara.

1. ¿La temperatura del agua aumentara por minuto siempre lo mismo?

2. ¿Cuánto tiempo tardara en bullir? Justifique su respuesta.

3. ¿Qué tan rápido se aumentará la temperatura? Justifique su respuesta.

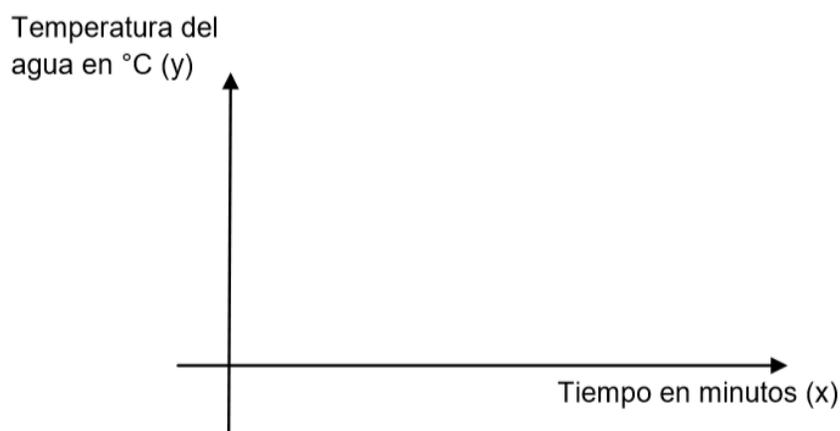
4. ¿El aumento de la temperatura se da con la misma rapidez en todo momento? Justifique su respuesta.

5. ¿Cómo expresar la rapidez con la que aumenta la temperatura? Justifique su respuesta.

6. ¿Cómo predecir la temperatura aproximada del agua en un tiempo dado? Justifique su respuesta.

7. Si se representa mediante una gráfica la temperatura del agua a medida que pasa el tiempo. ¿Cuál es el tipo de gráfico más conveniente? ¿por qué?

8. ¿Qué forma tendrá la gráfica si se emplea un plano de coordenadas como el siguiente?

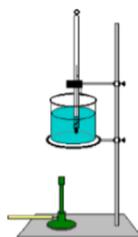


Parte B: práctica experimental.

La práctica permitirá contrastar las respuestas y conjeturas anteriores con datos obtenidos de la observación y medición hecha, para ello se debe contar con:

- a. un mechero.
- b. un termómetro.
- c. un cronometro.
- d. un soporte (universal de laboratorio)
- e. un recipiente (beaker)
- f. soporte para el termómetro
- g. papel para registrar la información.
- h. papel para realizar las gráficas

La práctica consiste en medir la temperatura del agua a medida que pasa el tiempo, para ello se hace un montaje así: se llena con 1000 cm³ de agua del grifo el beaker se coloca sobre el soporte, bajo este se enciende el mechero y en contacto con el agua pero sin que toque el beaker va el termómetro. (Para sostenerlo se emplea el soporte de termómetro “pinzas”).(ver gráfico)



1. Antes de encender el mechero tome la temperatura a la que está el agua.
2. Encienda el mechero y simultáneamente ponga a correr el cronometro.
3. Agite levemente el agua para que la temperatura sea homogénea más o menos cada 30 segundos durante toda la práctica
4. Al cabo de UN minutos registre la temperatura a la que se encuentra el agua.
5. Continúe registrando la temperatura del agua cada minuto hasta que burbujee (empiece a hervir).

Parte C: análisis de la práctica.

Observe detenidamente los datos obtenidos y registrados del experimento, una posibilidad es organizar esta información en una tabla de datos y representarlos en una gráfica de coordenadas o plano cartesiano.

1. ¿En cuánto tiempo empieza a hervir el agua?

2. ¿De cuánto en cuánto aumenta la temperatura del agua? ¿Siempre aumenta lo mismo?

3. ¿En promedio cuántos grados aumenta por cada minuto?

4. Empleando la tabla o la gráfica ¿aproximadamente Cuánta temperatura mide el agua cuando han transcurrido 7 minutos? ¿Cuánto, cuando han pasado 8,5 minutos? ¿Cuánto, cuando han pasado 8,75 minutos?

Parte D: Elaborar un modelo.

Hasta el momento se han empleado los datos tomados de la experimentación, estos muestran una tendencia lineal; por lo que permiten elaborar predicciones sobre la temperatura del agua para determinado tiempo o, el tiempo de ebullición.

Al responder las preguntas de la parte C y sobre todo la 4, se advierte la necesidad de refinar la estrategia, pasar de la observación de la gráfica al planteamiento de algunos cálculos (lo más simplificados) que permitan contestarlas. Observar en la gráfica determinado valor y traducir la información gráfica es posible para saber el tamaño cercano para 7 minutos, este valor se encuentra en el punto medio de dos datos conocidos, el de 6 minutos y el de 8. El tamaño para 8,5 minutos exige mayor elaboración; pues este tiempo no es la mitad de dos datos conocidos; por lo que la conclusión no es que la temperatura del agua sea la mitad de las mediciones hechas entre los dos valores ya conocidos, aun mas con el tiempo 8,75 minutos la gráfica resulta insuficiente; debido a la inexactitud que presenta.

Ahora cobra sentido la elaboración de un modelo que permita describir la situación lo más fiel posible y que permita responder con procesos menos intuitivos y más deductivos las preguntas hechas.

1. Utilice el siguiente diagrama para registrar los incrementos de la temperatura de cada medición.

TIEMPO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TAMAÑO															
AUMENTO		<input type="checkbox"/>													

2. Para determinar cuánto se aumenta la temperatura del agua por minuto: se divide el aumento de la temperatura entre el del tiempo transcurrido (un minuto), este valor recibe el nombre de razón de cambio y se nota mediante la letra m. Registre los resultados de cada división por cada tiempo.

Intervalo de tiempo	Razón de cambio
0-1	
1-2	
2-3	
3-4	
4-5	
5-6	
6-7	
7-8	
8-9	
9-10	
...	

3. ¿Los valores de las razones de cambio se asemejan (son cercanos)?

4. Se obtiene ahora el valor promedio de las razones de cambio de cada intervalo de tiempo. Este valor se denomina razón de cambio promedio y, representa el valor teórico en grados que se espera debería aumentar la temperatura por cada minuto.

5. Empleando el valor de la razón de cambio promedio. ¿Cuánto se espera que haya aumentado la temperatura a los 8 minutos? Comparar la respuesta con la medición hecha. Calcular el aumento de temperatura para varios tiempos.

6. Si ya es posible calcular el aumento de la temperatura del agua un tiempo arbitrario ¿Cómo calcular la temperatura teórica esperada del agua para un tiempo dado? ¿Cómo escribir empleando lenguaje algebraico esta respuesta? Escriba una fórmula

7. Empleando la fórmula. ¿Cómo calcular la temperatura esperada a los 7, 8,5 y 8,75 minutos? ¿Se aproximan estos resultados a las observaciones y deducciones hechas con la gráfica y la tabla de los datos tomados realmente?

Parte E: verificar el modelo.

1. Hacer el gráfico de la fórmula en el mismo plano donde se graficaron los datos.
2. Observar si la recta pasa sobre ellos, fuera de ellos, es decir describir su posición.
3. Verificar el tiempo teórico esperado de consumo total y el obtenido en la práctica.
4. Confrontar los resultados de cada estudiante

Anexo 6 Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)

Materiales: Fotocopias, lápiz, borrador y regla.

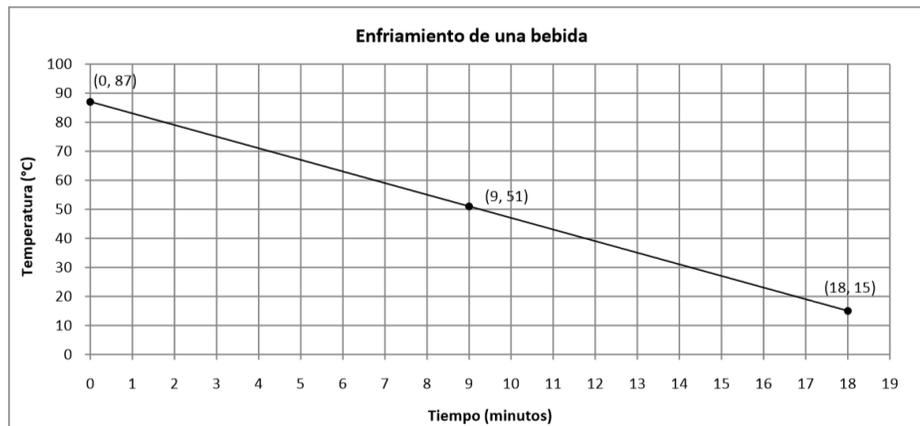
Nombre: _____

Fecha: dd _____ mm _____ aa _____

Edad: _____ años

Situación problema: “enfriamiento de una bebida”

Se calienta una bebida hasta que alcanza los 87°C luego se expone al medio ambiente y se deja en reposo para que se enfríe. La siguiente gráfica muestra la temperatura del líquido dependiendo del tiempo.



1. ¿A cuántos grados está la bebida después de 3 minutos?

2. ¿Cuánto tiempo tarda la bebida en llegar a 35 grados?

3. ¿Cómo se interpreta las coordenadas del punto (9,51)?

4. ¿Cuánta temperatura disminuye de 0 a 9 minutos?

5. ¿en cuánto tiempo la temperatura disminuye de 87°C a 51°C ?

6. Calcule la razón de cambio de temperatura y tiempo (disminución de temperatura) / (tiempo transcurrido). ¿Cómo se interpreta ese valor?

7. Si el comportamiento de enfriamiento de la bebida continúa con la tendencia mostrada en la gráfica ¿en cuánto tiempo se espera que tarde en llegar a 0°C ?

8. Empleando la razón de cambio calcular la temperatura de la bebida a los 14 minutos. Explique el razonamiento y el procedimiento.

9. Plantee una ecuación o fórmula que permita calcular la temperatura de la bebida en cualquier tiempo

10. Responda las preguntas 1 y 2 usando la ecuación. Compare las nuevas respuestas con las que dio inicialmente.

Anexo 7 Entrevista semiestructurada

Propósito: Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas en la unidad didáctica hacia la argumentación en la resolución de problemas, una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal.

Nombre del estudiante: _____

Fecha de aplicación: DD _____ MM _____ AA _____

Hora: _____

1. ¿Cree que es necesario estar familiarizado con el enunciado de los problemas mostrados al momento de resolverlos?

Sí__ No__ ¿Por qué? _____

2. ¿Considera que las actividades desarrolladas han sido de gran utilidad para tu proceso formativo?

Sí__ No__ ¿Por qué? _____

3. ¿Considera que las actividades realizadas durante las clases permitieron que se facilitara los procesos de resolución de problemas?

Sí__ No__ ¿Por qué? _____

4. ¿Le gustó la metodología empleada para dar solución a las situaciones planteadas?

Si__ No__ Porqué _____

5. ¿Considera que es importante reflexionar sobre los resultados obtenidos cuando se resuelve un problema?

Si__ No__ Porqué _____

6. ¿Considera que la forma de resolver los problemas antes y luego de la ejecución de la UD, ha cambiado para mejorar el proceso de aprendizaje? ¿de qué manera?

Si__ No__ Porqué _____

Anexo 8 Aplicación del instrumento de representaciones



Anexo 9 Aplicación del instrumento 3 practica experimental “la vela”





Anexo 10 Aplicación del instrumento 3 practica experimental “Temperatura del agua”





Anexo 11 Autorización de padres de familia para el uso de imágenes y participación de los estudiantes en la investigación

**DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y
FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO ACADEMICO**

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, los docentes investigadores **KELLY JOHANNA CUELLAR MURCIA** y **SERGIO MAURICIO FARFÁN** en calidad de estudiantes de maestría, quienes se encuentran en el proceso de trabajo de tesis; solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX, identificado(a) con tarjeta de identidad número XXXXXXXXXX, estudiante de la Institución Educativa Gimnasio Campestre de Florencia para que aparezca ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos (evidencias) que se realizará en las instalaciones de la institución mencionada.

Autorizo,

Floriberto Piza Gonzales

33701276

Nombre del padre/madre de familia o acudiente

Cédula de ciudadanía

Anexo 12 Solicitud de permiso a la institución educativa GIMNASIO CAMPESTRE para realizar el proyecto de investigación

Florencia, Caquetá 17 de octubre del 2018

Señor(a):

Carolina Farietta Gasca
Rectora Gimnasio Campestre de Florencia
Ciudad

Asunto: solicitud de permiso

Recibí
19/10/2018
Carolina F.

Yo, **KELLY JOHANNA CUELLAR MURCIA** identificada con la c.c. 1.117.525.588 de Florencia; en calidad de docente de la institución en el área de matemáticas me dirijo a usted muy respetuosamente para solicitar permiso junto con mi compañero de tesis **SERGIO MAURICIO FARFÁN NÚÑEZ** identificado con c.c. 1.117.511.394 de Florencia; para llevar a cabo la aplicación de una unidad didáctica en el grado noveno (9º) durante el 4º periodo académico, como parte del desarrollo de nuestra investigación "*la argumentación en la resolución de problemas, una estrategia para el aprendizaje del concepto de función lineal*", la cual es requisito para obtener el título de magister en enseñanza de las ciencias que otorga la Universidad Autónoma de Manizales. Con el fin de dar cumplimiento a los criterios del postgrado; además se estará aportando en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la institución.

También me permito informar que posiblemente necesitaremos de la colaboración de algunos compañeros docentes en sus espacios académicos y de la planta física del establecimiento en horarios extracurriculares en caso de ser necesario para realizar las actividades programadas en la Unidad didáctica.

Agradezco de antemano su colaboración en este proceso y la pronta respuesta a mi solicitud.

Kelly Cuellar

KELLY JOHANNA CUELLAR MURCIA
c.c. 1.117.525.588 de Florencia
Cel: 3123281700



SERGIO MAURICIO FARFÁN NÚÑEZ
c.c. 1.117.511.394 de Florencia
Cel: 3112892586

Anexo 13 Autorización de la institución educativa para el desarrollo de la investigación

GIMNASIO CAMPESTRE DE FLORENCIA

Licencia de Funcionamiento Resolución No 01005 de diciembre 10 de 1991

DANE No. 318001001906 NIT No 40765211-6

Florencia, octubre 24 de 2018

Docente

KELLY JOHANNA CUELLAR MURCIA

Florencia.

Atentamente le manifiesto que la Institución confiere autorización a su solicitud de octubre 17 de 2018, sobre la aplicación de una unidad didáctica en el área de matemáticas al grado noveno durante el cuarto periodo

Cordialmente,

Carolina Farieta Gasca
CAROLINA FARIETA GASCA

Rectora

Calle 25 No 19-41 - Barrio Acolsure
Teléfono 4352964 – Celular 3142999828
Colegiomicasitacampestre@hotmail.com

Florencia-Caquetá