



PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LAS TRANSFORMACIONES
DE TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS EN
ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS

ANA DELA RODRÍGUEZ MELO
ROVIRA LILIANA ROSERO ZAMBRANO
SUSANA REBECA ARTEAGA ÁLVAREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MANIZALES

2019

PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LAS TRANSFORMACIONES
DE TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS EN
ESTRUCTURAS ADITIVAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Autores

ANA DELA RODRÍGUEZ MELO
ROVIRA LILIANA ROSERO ZAMBRANO
SUSANA REBECA ARTEAGA ÁLVAREZ

Proyecto de investigación para optar el título de Magister en Enseñanza de las ciencias

Asesor

Mgr. JUAN PABLO MARÍN GRISALES

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES
MANIZALES

2019

DEDICATORIA:

A Dios, forjador de mi camino.

A mis padres por mostrarme siempre el camino hacia la superación, quienes en el momento
me sonrían desde el cielo.

A mí amada hija Karol Tatiana, por ser mi fuente de motivación e inspiración.

A mi familia, amigos y compañeras quienes han contribuido para el logro de mis metas.

Ana Dela Rodríguez Melo

DEDICATORIA:

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional.

A mi esposo por ser el apoyo incondicional en mi vida, que, con su amor y respaldo, me ayuda alcanzar mis objetivos.

A mis hijos, mi orgullo y mi gran motivación, dedico todas las bendiciones que de parte de Dios vendrán a nuestras vidas como recompensa de tanta dedicación, esfuerzo y sacrificio.

A mis padres, gracias a su sabiduría influyeron en mí la madurez para lograr todos los objetivos en la vida, por todo su amor, esfuerzo y cariño pese a que no los pueda tener conmigo.

A mis hermanos y toda mi familia que es lo mejor y lo más valioso que Dios me ha dado, por el apoyo incondicional durante todo este proceso, haciendo de mí una mejor persona.

A mis compañeras Anadela y Susana porque sin el equipo que formamos, no hubiéramos logrado esta meta.

Rovira Liliana Rosero Zambrano

DEDICATORIA:

A Dios porque ha estado conmigo a cada paso que doy, cuidándome y dándome fortaleza para
continuar.

A mis padres, quienes han depositado su entera confianza en mí, apoyándome en la
realización de cada una de mis metas.

A mi hija, Angie Vanesa por su afecto, cariño, paciencia y por ser mi motivación más grande.

A Ismael Estrada, quien, a través de sus consejos, compañía y paciencia, me ayudo a concluir
esta meta.

A mis compañeras, ya que gracias a su esfuerzo y trabajo en equipo contribuyeron para que
juntas alcanzáramos esta meta.

Susana Rebeca Arteaga Álvarez.

AGRADECIMIENTOS:

A Dios, por ser el inspirador y darnos fuerza para continuar en este proceso y superar cada reto.

A nuestro asesor de tesis Juan Pablo Marín Grisales, por su orientación, sus aportes y su apoyo.

A los estudiantes del grado 6° de la institución Educativa Simón Bolívar, por su colaboración y apoyo para realizar este trabajo.

A la Universidad Autónoma de Manizales, por facilitarnos el acceso a nuestra formación como Magister.

TABLA DE CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
1.1	DESCRIPCIÓN EL PROBLEMA	15
2	JUSTIFICACIÓN	18
3	OBJETIVOS	20
3.1	OBJETIVO GENERAL	20
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
4	ESTADO DEL ARTE.....	21
4.1	ANTECEDENTES	21
5	REFERENTES TEÓRICOS	26
6	METODOLOGÍA	38
6.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN.....	38
6.2	POBLACIÓN Y MUESTRA	38
6.3	UNIDAD DE ANÁLISIS	39
6.3.1	El Tratamiento.....	39
6.3.2	Conversión	39
6.4	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	40
6.4.1	El Cuestionario Escrito (Abierto).....	40
6.4.2	Entrevista No Estructurada.....	41
6.5	PLAN DE ANÁLISIS	42
6.5.1	Etapa De Indagación	43
6.5.2	Etapa de transferencia	45
6.5.3	Etapa De Evaluación	46
7	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	50
7.1	Análisis Etapa De Indagación.....	50
7.1.1	Análisis En Cuanto Al Tratamiento En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros	50
7.1.2	La Conversión En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros	55

7.1.3	Procesos De Regulación Metacognitiva En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros	58
7.2	ANÁLISIS PROCESO DE TRANSFERENCIA.....	62
7.3	ANÁLISIS ETAPA DE EVALUACIÓN.....	65
7.3.1	Transformaciones De Tratamiento En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros	65
7.3.2	La Conversión En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros.	67
7.3.3	Los Procesos De Regulación Metacognitiva En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros	70
7.4	ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LA ETAPA DE INDAGACIÓN Y EVALUACIÓN.	74
7.4.1	Categoría Tratamiento.....	74
7.4.2	Categoría Conversión.....	78
7.4.3	Procesos De Regulación Metacognitiva.....	80
8	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
8.1	CONCLUSIONES.....	83
8.2	RECOMENDACIONES	85
9	REFERENCIAS.....	86

INDICE DE IMÁGENES

Imagen 1 Transformación de tratamiento al interior del mismo registro en el lenguaje aritmético de la escritura fraccionaria a la escritura decimal y de la escritura fraccionaria a la escritura exponencial.	30
Imagen 2 Transformación de conversión del registro semiótico en el lenguaje aritmético al registro semiótico esquemas pictográficos	31
Imagen 3 Transcripción de registro verbal y escrito, problema 1, ítem 1, estudiante 1	43
Imagen 4 Selección de oraciones con sentido o unidades de registro que dan cuenta de la aplicación de transformaciones de tratamiento y conversión y procesos de regulación metacognitiva, estudiante E1.	44
Imagen 5 Registro de oraciones con sentido categoría tratamiento, problema 1, ítem 2, estudiante E1.	45
Imagen 6 Tabla de frecuencias	45
Imagen 7 Registro de evidencias etapa de transferencia, estudiante E1, problema 1, ítem 2, 3 y 5.	46
Imagen 8 Transcripción de registro verbal y escrito, problema 1, ítem 1, estudiante 1.	47
Imagen 9 Selección de oraciones con sentido o unidades de registro que dan cuenta de la aplicación de transformaciones de tratamiento y conversión y procesos de regulación metacognitiva, estudiante E1.	47
Imagen 10 . Registro de oraciones con sentido categoría tratamiento, problema 1, ítem 2, estudiante E1.	48
Imagen 11 Tabla de frecuencias	48
Imagen 12 Proceso de planeación en la etapa de indagación y evaluación	82

NDICE DE GRAFICOS

Gráfico 1 Transformaciones de tratamiento en la etapa de indagación	50
Gráfico 2 Transformaciones de conversión en la etapa de indagación	55
Gráfico 3 Procesos de regulación metacognitiva en la etapa de indagación.....	58
Gráfico 4 Transformaciones de tratamiento en la etapa de evaluación.....	65
Gráfico 5 Transformaciones de conversión en la etapa de evaluación.	67
Gráfico 6 Procesos de regulación metacognitiva en la etapa de evaluación	71
Gráfico 7 Análisis comparativo de las transformaciones de tratamiento.....	74
Gráfico 8 Análisis comparativo de las transformaciones de conversión	78
Gráfico 9 Comparación del registro verbal – aritmético.....	79
Gráfico 10 Comparación del registro aritmético _ gráfico	80
Gráfico 11 Comparación regulación metacognitiva.	81

RESUMEN

En nuestra experiencia docente encontramos que los estudiantes tienen dificultades en la resolución de problemas matemáticos. La presente investigación, siguiendo un enfoque cualitativo, interpretativo y descriptivo, se centra en analizar de qué manera la regulación metacognitiva favorece las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros. Los resultados muestran que en la etapa de indagación los participantes muestran pocas habilidades acerca de los componentes de la regulación metacognitiva, pero luego se encontró que los participantes utilizaron progresivamente los procesos de planeación, monitoreo y control, así como las transformaciones de tratamiento y conversión ante los problemas planteados.

En conclusión, se mostró la forma en que los procesos de regulación metacognitiva inciden positivamente en los participantes, al desarrollar la capacidad para autorregular su propio aprendizaje. Igualmente, se observó el fortalecimiento de las transformaciones de tratamiento y conversión en el proceso de resolución de problemas.

Palabras clave. Tratamiento, Conversión, Regulación metacognitiva, Estructuras aditivas.

ABSTRACT

In our teaching experience we found that students have difficulties in solving mathematical problems. This paper aims to follow a qualitative, interpretative and descriptive approach. It focuses on analyzing how metacognitive regulation favors the transformation of treatment and conversion in the solution of problems in additive structures of integer numbers. The results show that at a starting stage the participants show few skills about the components of metacognitive regulation, but then it was found that the participants progressively used the planning, monitoring and control processes, as well as the transformations of treatment and conversion before the proposed problems.

As a conclusion, it was shown that processes of metacognitive regulation affected positively the participants, by developing the ability to self-regulate their own learning. In the same way, the strengthening of treatment and conversion transformations in problem-solving was seen.

Keywords. Treatment, Conversion, Metacognitive regulation, Additive structures.

INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta la dificultad que presentaban los estudiantes del grado sexto de la institución Educativa Simón Bolívar de Samaniego-Nariño, con respecto a la solución de problemas con estructuras aditivas en el conjunto de números enteros, donde se evidencia la falta de interpretación, planificación, monitoreo, evaluación y uso de registros de representación; se ha llevado a cabo un estudio sobre el uso de procesos de regulación metacognitiva para favorecer las transformaciones de tratamiento y conversión, con el fin de superar las dificultades encontradas al momento de enfrentarse a la resolución de problemas. Para llevar a cabo este estudio se tuvieron en cuenta tres etapas; etapa de indagación, etapa de transferencia y etapa de evaluación.

Como técnicas e instrumentos de recolección de información se utilizó el cuestionario abierto y la entrevista no estandarizada con los cuales se indago procedimientos y técnicas empleadas por los estudiantes en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros. El análisis se realizó con los datos encontrados a partir de la aplicación de los instrumentos diseñados para las etapas de indagación, transferencia y evaluación; lo cual nos facilitó la triangulación de la información con el fin de determinar la incidencia de los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas con estructuras aditivas en números enteros.

En cada etapa los ítems planteados en cada pregunta fueron analizados. En la etapa de indagación: Se pretendió caracterizar a través de situaciones problemas los procesos de regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento y conversión; en la etapa de transferencia se plantearon tareas con preguntas de tipo metacognitivas con el fin de desencadenar reflexiones sobre los propios procesos de aprendizaje; cuyo objetivo fue orientar el desarrollo de procesos de planeación, control y evaluación que conlleven a favorecer las transformaciones de tratamiento y conversión y en la etapa de evaluación: Se planteó una prueba final que buscó identificar cómo al incorporar los procesos de planeación, monitoreo y evaluación favorecen los procesos de tratamiento y conversión. El registro de la información tanto del cuestionario como de la entrevista se recogió en una tabla con el fin de poder realizar comparaciones y el análisis de las respuestas obtenidas.

El documento como tal consta de cinco capítulos donde se encuentra la siguiente información; el primer capítulo obedece al planteamiento del problema de investigación orientado bajo unos objetivos; el segundo capítulo contiene el estado del arte en el cual se articuló los antecedentes, referentes teóricos de las categorías a investigar; en el capítulo tercero, se da a conocer la metodología teniendo en cuenta las diversas etapas como son; enfoque investigativo, población, unidad de análisis, técnicas e instrumentos donde se utilizó el cuestionario escrito y la entrevista no estandarizada, así como el plan de análisis con sus tres etapas; en el cuarto capítulo se presentan el análisis de la información donde se especifica los resultados obtenidos en cada etapa y la comparación entre la etapa de indagación y evaluación, lo que permitió llegar al capítulo quinto que corresponde a conclusiones y recomendaciones.

Gracias a este trabajo se pudo evidenciar que los estudiantes del grado sexto al momento de dar solución a los problemas presentados ya están en capacidad de sumar y restar con números enteros y utilizan varios registros de representación con los cuales realizan transformaciones de tratamiento y conversión, planifican, monitorean y evalúan.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN EL PROBLEMA

En la Institución Educativa Simón Bolívar de Samaniego-Nariño se ha evidenciado que la mayoría de los estudiantes de grado sexto presentan dificultad al resolver problemas en estructuras aditivas de los números enteros. Los estudiantes muestran poca interpretación del enunciado, errores en los algoritmos y conflictos al enfrentarse a cantidades negativas. De hecho, en el contexto de la situación planteada los estudiantes no identifican los datos, no planifican el procedimiento y no articulan el uso de diversos registros de representación para validar su respuesta.

Los estudiantes no poseen las competencias necesarias y suficientes para enfrentar situaciones de números enteros y tal vez su aprendizaje ha sido permeado por estrategias de enseñanza alejadas de procesos de regulación metacognitiva. De acuerdo con Iriarte y Sierra (2011), algunas dificultades que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos se deben al uso de “estrategias basadas en la repetición, solución de operaciones de tipo algorítmico, donde el docente presenta un modelo para la solución de ejercicios de rutina, y les propone a los estudiantes solucionar ejercicios del mismo tipo” (p.27).

Por tal razón y teniendo en cuenta que los estudiantes resuelven problemas matemáticos mecánicamente es necesario abordar problemas aditivos con números enteros en donde se genere un proceso de planeación, control y monitoreo acorde al conocimiento del estudiante que a través de estos procesos los estudiantes pueden identificar alternativas de solución, controlar los procedimientos y verificar si la solución encontrada es la correcta.

Por lo tanto, la metacognición enmarcada en los procesos de regulación metacognitiva, ayuda a que los estudiantes puedan monitorear, reflexionar y aprender de sus propias formas y niveles de aprendizaje. También demanda que los estudiantes sean conscientes de cómo aprenden, que sean capaces de reconocer cuándo no entienden algo, cuándo necesitan ayuda adicional y que sepan pedir ayuda oportunamente. Además, les permite fijar objetivos y reevaluarlos, activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones, administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales. (Barros, 2011, p. 2)

Es de anotar que los problemas con estructuras aditivas en los números enteros se producen por los cambios en la introducción de los números negativos. Bruno (2000) clasifica estas dificultades en tres grupos: Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos, dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático, dificultades asociadas a los procesos de enseñanza.

En la primera, el autor hace mención a la nueva notación para los números positivos, el significado del signo menos (como signo del número y las nuevas reglas para las operaciones). En la segunda, hace la premisa de que sumar no siempre es aumentar y restar no siempre es disminuir, y en la tercera, en las reglas que rigen las operaciones y a las situaciones concretas en las que se apoyan como conocimiento previo.

Ahora bien, este tipo de dificultades están relacionadas posiblemente con el acercamiento que han tendido los estudiantes frente a diversas estrategias de solución, con el poco uso de algunos registros de representación y con la falta misma de la heurística que se desenvuelve previamente en la planificación de la solución del problema a través de transformaciones de tratamiento y conversión. De acuerdo con Conde (2005),

(...) Resolver problemas es un proceso complejo en el que intervienen una gran cantidad de variables, entre las que destacan el repertorio de estrategias generales y específicas que se es capaz de poner en marcha, la influencia de factores individuales y afectivos, las características de cada problema y los métodos de enseñanza utilizados por el profesor. (p.2)

Esto quiere decir que la resolución de problemas es un proceso que requiere coordinar diversas variables dentro de las cuales está el uso de los tipos de representación semiótica, que a su vez pueden cambiar y ser utilizadas de acuerdo a la necesidad del problema. Duval (2006) menciona que este tipo de coordinación entre registro, situación problema y transformación permite reducir la brecha entre la situación y la aplicación en el contexto, ya que los estudiantes

pueden desarrollar la capacidad para cambiar los registros de representación semiótica, elegir el más adecuado y solucionar el problema.

Por lo tanto y teniendo en cuenta las dificultades ya mencionadas se propone como pregunta de investigación la siguiente: ¿De qué manera los procesos de regulación metacognitiva favorecen las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas con estructuras aditivas de los números enteros?

2 JUSTIFICACIÓN

La resolución de problemas matemáticos es un tema central e importante en la educación de todo ser humano ya que integra habilidades metacognitivas que favorecen el uso de herramientas para enfrentar situaciones de la vida cotidiana. Estas habilidades metacognitivas “ayuda a que los estudiantes puedan, monitorear, reflexionar y aprender de sus propias formas y niveles de aprendizaje intelectuales” (Acosta, Bravo, Campo & Fontalvo, 2011, p.92). Es decir, permiten que el estudiante tenga la capacidad de reconocer los recursos necesarios para solucionar un determinado problema, plantear la operación, realizar evaluación del proceso y replantear la solución. De acuerdo a Acosta, Bravo, Campo & Fontalvo (2011) la metacognición,

“También les permite fijar objetivos y evaluarlos, activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones, administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales. Igualmente se ha encontrado que la metacognición enriquece el pensamiento crítico”. (p. 3)

Por tal razón el presente estudio pretende favorecer estos procesos de regulación metacognitiva en estudiantes de grado sexto para potenciar la autonomía en su aprendizaje, generar consciencia de cada procedimiento, crear mecanismos de autoevaluación en cuanto a sus fortalezas y debilidades y permitirles replantear los métodos implementados ya que se asume que hay una transferencia hacia otras competencias de su vida.

Dado que en el estudio se pretende establecer un conducto que favorezca las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros, se incluyen como elementos esenciales los diversos registros de representación como apoyo a la comprensión y solución de los problemas. Duval (1999) menciona:

El pasaje de un sistema de representación a otro, o la movilización simultánea de varios sistemas de representación en el transcurso de un mismo recorrido intelectual, fenómenos tan familiares y tan frecuentes en la actividad matemática, para nada son evidentes o espontáneos para la mayoría de alumnos. (p.16)

En este sentido, es importante incluir este tipo de transformaciones en la resolución de problemas con números enteros para movilizar los procesos de regulación metacognitiva y de esta manera convertir sus procesos en algo más evidente y espontáneo para los estudiantes desde diversos caminos de solución a un problema.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar de qué manera la regulación metacognitiva favorece las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar las transformaciones de tratamiento y conversión que implementan los estudiantes al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros.
- Analizar los procesos de regulación metacognitiva que involucran los estudiantes al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros.
- Definir acciones encaminadas a fortalecer los procesos de regulación metacognitiva al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros.
- Identificar como al involucrar los procesos de planeación, monitoreo y evaluación en la enseñanza de resolución de problemas de estructuras aditivas, se favorecen los procesos de tratamiento y conversión.

4 ESTADO DEL ARTE

4.1 ANTECEDENTES

- a) La tesis doctoral “**Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos**”, publicada en el año 2012 por Pedro Javier Rojas Garzón, menciona la necesidad de apropiarse de posibilidades para transformar una representación semiótica de un objeto matemático en otra. “Tales transformaciones entre representaciones semióticas se dan tanto al interior de un mismo registro de representación semiótica, como entre registros diferenciados, transformaciones que Duval denomina tratamientos y conversiones, respectivamente” (Rojas, 2012, p.25). En matemáticas las transformaciones de tratamiento entre representaciones semióticas, son fundamentales, pero pueden ser fuente de dificultades en la comprensión de los procesos matemáticos por parte de los estudiantes, en la complejidad que conlleva el reconocer un mismo objeto a través de representaciones diferentes.

La tesis nos permite obtener claridad en cuanto a los conceptos de tratamiento y conversión que se generan alrededor de los diferentes registros, este tipo de transformaciones son necesarios para la solución de problemas y desarrollar procesos cognitivos con miras a mejorar el aprendizaje del conjunto de los números enteros en los estudiantes de la institución educativa.

- b) Raymond Duval, en su artículo “**Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación**” publicado en el año 2006 hace referencia a la importancia de comprender el tipo de funcionamiento cognitivo que requiere la actividad y el pensamiento matemático y cuestionando si el pensamiento matemático es independiente del lenguaje y de otros sistemas de representación semióticos o si al contrario funciona de la misma manera que en otros dominios del conocimiento.

En este artículo Duval nos permite comprender la importancia que tienen los procesos de conversión y el tratamiento en la resolución de problemas, partiendo del hecho de que existe un distanciamiento entre el pensamiento matemático y su aplicación en otros contextos ya que los estudiantes deben desarrollar la capacidad para cambiar los registros de representación semiótica y además deben tener la capacidad de elegir el más adecuado para solucionar cada uno de los problemas que se le propongan.

- c) El artículo “**La Metacognición en el aprendizaje de la Matemática**” publicado en el año 2010, por María Margarita Curotto, concibe la metacognición como un producto que se refiere a lo que sabemos sobre nuestro propio funcionamiento cognitivo, entendiendo como proceso cognitivo actividades de planificación, supervisión y regulación del aprendizaje. Las metodologías de enseñanza usadas con frecuencia por profesores con el objeto de ocasionar conflicto cognitivo en la enseñanza de temas específicos, en muchas ocasiones no funcionan, los alumnos no reconocen un conflicto entre sus ideas previas y los conceptos matemáticos que utilizan en las actividades propuestas y solucionan problemas con inferencias propias que poco tienen que ver con la disciplina. Es importante que los estudiantes desarrollen estrategias que los hagan conscientes de sus capacidades, del valor de las tareas y de la selección de variables y procedimientos más adecuados para el aprendizaje. “La actividad matemática es un proceso de construcción del saber disciplinar, en la que el conocimiento y los problemas con su origen natural, los aspectos metacognitivos aparecen como inseparables de ella” (p. 14).

La autora propone un análisis de estrategias docentes cuya intención es desarrollar la metacognición en los alumnos, en clases de matemática, estrategias que permitan formar al alumno en el control de sus concepciones epistemológicas, en el de la propia comprensión, formulando preguntas, resolviendo problemas, regulando y evaluando su propio aprendizaje.

El artículo es pertinente para nuestra investigación puesto que menciona estrategias para desarrollar la metacognición en los alumnos y hace referencia a la solución de problemas matemáticos lo cual será útil tener en cuenta en la identificación de procesos de regulación

cognitiva implementados para la solución de problemas de estructuras aditivas en el conjunto de números enteros.

- d) En el artículo “**Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros**” de Carlos Acosta, Roberto Bravo, Alberto Campo & Maisi Fontalvo, publicado el año 2011, hace referencia al desarrollo de la metacognición en el momento de resolver problemas de números enteros y afirma que este proceso es muy importante ya que las personas adquieren mayor capacidad para planificar, supervisar y evaluar sus tareas intelectuales. Los autores mencionan que la escuela requiere formar estudiantes para adquirir maneras elevadas de pensar, hábitos de persistencia y curiosidad, como también estrategias como la metacognición que conlleve a aprender a resolver situaciones problema con éxito. Es fundamental para el presente trabajo, puesto que determina que el desarrollo de habilidades metacognitivas en la solución de problemas conlleva a los estudiantes a autorregular su propio aprendizaje y lograr la transferencia de situaciones de aprendizaje a nuevas experiencias.

- e) **Alberto Iriarte Pupo e Isabel Sierra Pineda** en su libro “**Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos**” publicado en el año 2011, plantean la importancia de las estrategias didácticas direccionadas a cumplir el objetivo de que el estudiante sea un sujeto activo en el proceso de aprender a aprender y aprender a reflexionar sobre su propio aprendizaje. Los autores concluyen en su trabajo que la intervención con estrategias didácticas con enfoque metacognitivo produce mejora en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, lo cual es un aporte que permite comprender la necesidad de integrar procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión mediante el ejercicio consciente de pasar de un lenguaje a otro en el momento de comprender y resolver problemas.

- f) Alicia Bruno (2000) en su **conferencia sobre Estructuras Aditivas**, hace una reflexión sobre la enseñanza de las mismas. La autora menciona que el aprendizaje de la suma y la resta comienzan en la etapa infantil, de manera informal que continúa con el aprendizaje numérico en la escolaridad obligatoria. La importancia radica en lograr que los problemas

aditivos den significado a las operaciones de suma y resta, esto debe ser el constituyente principal de la metodología; es decir propiciar la comprensión del enunciado del problema, mediante el uso de diversos lenguajes: gráficos, dibujos, lenguaje hablado, símbolos, dramatizaciones, sucesos del mundo real, entre otros.

Bruno concluye que lo importante es la coherencia en el tratamiento de resolución de problemas, lo cual se puede enfrentar realizando frecuentes traducciones entre lo abstracto, las representaciones y los contextos; usar representaciones adecuadas para los problemas; resolver problemas de estructuras similares para la suma y la resta; utilizar variedad de problemas con diferentes estructuras. En el caso de los números negativos la resolución de problemas debe servir como fuente de significado de la operatoria y no solo como simple aplicación de un conocimiento numérico; es decir el razonamiento sobre las operaciones que resuelven los problemas haga brotar las propiedades y reglas que orientan los números negativos.

Los aportes de la conferencia Alicia Bruno son relevantes para el trabajo de investigación debido a que enmarca la dificultad de los estudiantes al operar con números enteros especialmente con los números negativos y es una contribución que nos invita a pensar en las transformaciones de tratamiento y conversión, el uso de diferentes lenguajes en la resolución de problemas en concordancia con los principios de regulación metacognitiva.

- a) En la tesis **“Resolución de problemas aditivos con números enteros que desarrollan estudiantes de segundo año”** de Katherine Vera, publicada en el año 2013, realiza un análisis sobre las dificultades en la interpretación de distintas situaciones problemáticas referidas a los conjuntos numéricos, donde la matemática se ha convertido en el uso de números sin utilidad en la vida de los estudiantes, siendo este un obstáculo originado por la falta de significado que representa para ellos.

En dicho trabajo se propone la resolución de problemas como herramienta para el aprendizaje constituyendo un elemento primordial, ya que en este proceso el estudiante es quien crea,

descubre y propone formas de resolver problemas y donde la función del profesor se limita a guiar el aprendizaje.

En esta investigación se tiene en cuenta las concepciones en la enseñanza de los números enteros como: Por extensión de la aritmética, la cual parte de un conocimiento previo de la aritmética por parte del alumno y la función del docente es la de ampliar lo que ésta dice para dar cabida a los nuevos números; a través de situaciones concretas o contextualizadas, la cual pretende hacer ver que los números positivos y negativos, no sólo se encuentran en la matemática, sino que se usan en diferentes contextos; por construcción conjuntista, donde el alumno debe aprender cómo se construye matemáticamente el nuevo conjunto de los números, considerando pares ordenados de números naturales que van a engendrar a los enteros, a través de la recta numérica, en donde se trabaja el número entero a través de la recta numérica y en la resolución de problemas matemáticos para contextualizar los números enteros.

Este trabajo de investigación permite comprender las diferentes nociones de los números enteros, ratificar la importancia de trabajar en resolución de problemas y realizar un análisis de los instrumentos necesarios para abordar las diversas interpretaciones que el estudiante puede darle a este objeto matemático.

5 REFERENTES TEÓRICOS

Para comprender la manera en que los procesos de regulación metacognitiva favorecen las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros, es necesario tener claridad en qué consisten los registros de representación y la forma como se utilizan al momento de realizar transformaciones de tratamiento y conversión, así como también lo que es la metacognición y más específicamente los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación).

a) Registros de representación y los procesos de tratamiento y conversión en el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros

El concepto de números hace referencia a las habilidades, estrategias y conceptualizaciones con respecto al conteo. Además, las estructuras aditivas son la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene aplicabilidad las operaciones de suma y resta. También, plantea la existencia de seis grandes categorías de las relaciones numéricas aditivas: composición de medidas, transformación de una medida en otra medida, relación estática entre dos medidas, composición de dos transformaciones, transformación de una relación estática en otra relación estática y composición de dos relaciones estáticas; con respecto a los problemas aditivos son estructuras que están formadas de adición o sustracción y para la solución de problemas se realiza una suma o una resta.

Existen dos tipos de estructuras aditivas: las consistentes, es decir del mismo orden y las inconsistentes que están en orden inverso y la incógnita puede estar al inicio o al final del problema. Estos problemas de estructuras aditivas se pueden entender en base a cuatro modelos: Modelo lineal, cardinal, con medidas y funcionales. Los registros de representaciones, partiendo de que los conceptos matemáticos no son objetos reales y por lo tanto se debe recurrir a distintas representaciones tales como: registro verbal, tabular, gráfico, algebraico, simbólico y figural, registro para referirnos a un mismo objeto como en el caso de circunferencias utilizamos registros de representaciones de lengua natural, numérico, figural, icónico, tabular, algebraico, geométrico y gráfico. Como también se pueden incluir diferentes formas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, y esquemas.

b) Los números enteros.

El aprendizaje del concepto de número está ligado al desarrollo de habilidades, destrezas y conceptualizaciones en aspectos tales como: El conteo y las estrategias para operar a través del conteo. Los griegos utilizaron reglas parecidas a las que usamos actualmente para realizar operaciones aritméticas con magnitudes negativas en sus demostraciones geométricas. Sin embargo, corresponde a los hindúes el mérito de transformar esas pautas en reglas numéricas aplicables a los números positivos, negativos y cero, hacia el año 650 d. C. Los árabes no usaron los números negativos y los consideraban como restas indicadas. A partir del siglo XV, algunos matemáticos muy conocidos comenzaron a utilizarlos en sus trabajos.

c) Estructuras aditivas

Una estructura aditiva es un conjunto de situaciones las cuales requieren adición, sustracción o una combinación de ambas. Según Vergnaud (citado por Ordoñez, L. 2014), define la estructura aditiva como “la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene aplicabilidad las operaciones de suma y resta”. Además, plantea la existencia de seis grandes categorías de las relaciones numéricas aditivas: composición de medidas, transformación de una medida en otra medida, relación estática entre dos medidas, composición de dos transformaciones, transformación de una relación estática (estado relativo) en otra relación estática (estado relativo) y composición de dos relaciones estáticas (estados relativos). (p10)

d) Problemas aditivos

Los problemas de estructura aditiva, de acuerdo con Vergnaud (citado por Martínez, C. 2012), son “las estructuras o las relaciones en juego que solo están formadas de adiciones o sustracciones”; es decir son aquellos problemas que para su solución se realiza una suma o una resta.

Por otro lado, Cantero (citado por Martínez, C. 2012) plantea que existen dos tipos de problemas de estructura aditiva. Los primeros se les denomina consistentes y se refiere a aquellas situaciones donde tanto los términos como la operación aritmética a utilizar (suma o resta) son del mismo orden; es decir, que dentro del problema planteado va explícita la operación que se va a realizar y la pregunta se expresa al final. El segundo tipo se les denomina inconsistentes, en ellos tanto los datos como las preguntas que se utilizan dentro de un problema están en un orden

inverso y por tanto la operación aritmética requerida también, la pregunta está situada al inicio, el orden de los datos es inverso al requerido de la operación; otra característica de este tipo de problemas es que sus incógnitas pueden estar al inicio, en la transformación o al final del problema. Los problemas de estructura aditiva se pueden entender en base a cuatro modelos:

Modelo lineal: Según Castro et al (1995) se puede tomar la línea numérica como un esquema mental en el que se integran la sucesión de términos que sirven para contar, y que al mismo tiempo expresan el cardinal, al menos con pequeñas cantidades.

Modelos cardinales: En ellos suelen aparecer los diagramas de la teoría de conjuntos. Estos esquemas se pueden emplear con carácter estático no hay acción-, o con carácter dinámico -la operación es el resultado de una acción. En el primer caso se trata de esquemas en los que se expresa la relación parte/todo descrita bien por un conjunto dividido en dos partes disjuntas, o bien, un conjunto en el que hay señalado un subconjunto y por complementación se considera el otro.

Modelos con medidas: El contexto de medida tiene también varios modelos entre los que destacan los modelos longitudinales, modelos sobre otras magnitudes.

Modelos funcionales: u operatorio en el que se considera que el primer sumando (o el minuendo) es un estado inicial o de partida, el segundo sumando (o el sustraendo) es un operador. La transformación puede ser de aumento/disminución que se realiza sobre el estado inicial; y el resultado, en cualquier caso, es el estado final.

El tener conocimiento sobre el concepto y clasificación de problemas con estructuras aditivas nos ayuda a tener claridad conceptual y procedimental, necesarias para abordar nuestro trabajo investigativo.

e) Registros de representación

La Teoría de registros de representaciones semiótica fue creada por Raymond Duval, partiendo de que los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio. Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: registro verbal, registro tabular, registro gráfico, registro algebraico, registro simbólico y registro figural, que pueden incluir diferentes formas de

escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc.

Macías (2014) nos muestra por ejemplo que existen diversos tipos de registros que pueden usarse para referirnos a un mismo objeto, en el caso de la circunferencia podemos utilizar los siguientes registros representación:

- Registro de la Lengua Natural: Este se basa en definiciones, descripciones o designaciones.
- Registro Numérico: Estos permiten apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos, realizar operaciones de cálculo, aplicar propiedades, vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas.
- Registro Figural-Icónico: Se realiza mediante dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos.
- Registro Tabular: Los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir propiedades y características del objeto de conocimiento representado.
- Registro Algebraico: Permiten realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que representa, como puede ser longitud del radio, centro, posición en el plano, etc.
- Registro Geométrico: El registro geométrico admite operaciones de reconfiguración y manipulación que facilitan la comprensión y el establecimiento de conexiones entre diferentes objetos.
- Registro Gráfico: posibilita inferir, el comportamiento que va seguir una determinada función, así como efectuar tratamientos propios de su registro como son las traslaciones, reflexiones, simetrías, contracciones, dilataciones, etc.

Cada registro de representación resalta unas características y propiedades determinadas del objeto matemático. Según Duval (citado por García & Perales 2006), existen tres actividades cognitivas relacionadas con los sistemas de representación externa (semióticos):

- La formación de representaciones
- El tratamiento de las mismas
- La Conversión.

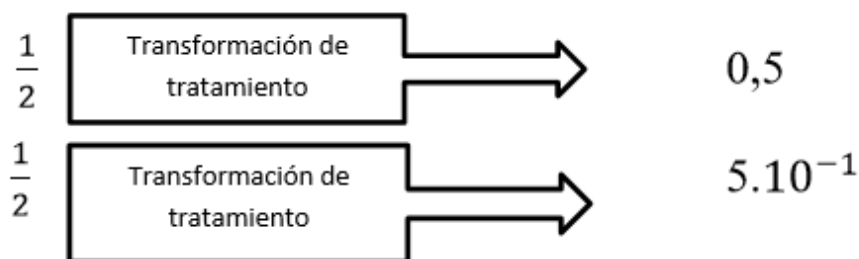
De acuerdo con el mismo autor, la formación de representaciones semióticas consiste en seleccionar un conjunto de caracteres o de signos dentro de un sistema semiótico, para representar las características principales de un objeto. Esta actividad incluye la asignación de nombres, la construcción de imágenes esquemáticas de los objetos o la codificación de relaciones o propiedades pertinentes a una transformación de los mismos.

f) El tratamiento

Un tratamiento es la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una transformación de la representación al interior del registro de representación o de un sistema.

Por ejemplo:

Imagen 1 Transformación de tratamiento al interior del mismo registro en el lenguaje aritmético de la escritura fraccionaria a la escritura decimal y de la escritura fraccionaria a la escritura exponencial.



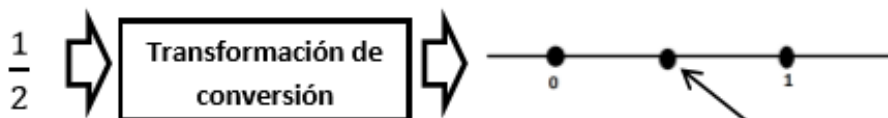
Tomado de (Fandiño, 2009 p.134)

g) La conversión

Es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. La conversión es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. (Duval, 1999)

Por ejemplo.

Imagen 2 Transformación de conversión del registro semiótico en el lenguaje aritmético al registro semiótico esquemas pictográficos



Tomado de (Fandiño, 2009).

a) Conocimiento y regulación metacognitiva en el aprendizaje matemático.

El conocimiento que tiene un estudiante sobre su propia forma de aprender sumado a la regulación metacognitiva es de vital importancia al momento de resolver problemas, permitiendo tener conciencia del proceso a desarrollar y por ende un control del mismo.

La metacognición, es decir, el conocimiento que tiene uno mismo sobre su cognición, permite al sujeto identificar y trabajar con las tres partes del problema (estado inicial, proceso y estado final), de modo que al tener un conocimiento acerca de la resolución de problemas en general, así como de los propios procesos mentales en particular, permite a los sujetos resolver mejor los problemas (Davidson & Sternberg, 1998). (Doménech, M. 2004. Pág.122)

De acuerdo a lo anterior se tiene que la regulación metacognitiva ayudan a que los estudiantes sean conscientes de su propio proceso de formación, al aplicar planeación, monitoreo y evaluación en la solución de un problema, se logra que ellos tomen conciencia de sus fortalezas y debilidades, propiciando la búsqueda y creación de estrategias para afrontar las dificultades.

b) Metacognición

La metacognición junto con la argumentación y la resolución de problemas se constituyen en los componentes para el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes.

Tamayo (2006) afirma: “La metacognición ha sido definida como la habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje; Flavell (1987) la define como cualquier conocimiento sobre el conocimiento (p. 2).

En el sistema educativo se hace cada vez más necesario que niños, adolescentes y jóvenes mejoren sus potencialidades al aprender a aprender y aprender a pensar, de manera que, al construir un aprendizaje de mejor calidad, éste trascienda más allá de las aulas y les permita resolver situaciones cotidianas; en otras palabras, se trata de lograr que los estudiantes sean capaces de dirigir su aprendizaje y transferirlo a otros ámbitos de su vida.

La metacognición es especialmente importante para la educación y para la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, retención, comprensión y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da además sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas (Tamayo, 2006. p. 1).

La metacognición en el salón de clases es una herramienta eficaz que permite que los estudiantes logren reflexionar y aprender de sus propias formas y niveles de aprendizaje, al ser conscientes de la manera cómo aprenden, como reconocen sus fortalezas y sus debilidades y como sean capaces de pedir ayuda cuando lo requieran. “También les permite fijar objetivos y reevaluarlos, activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones, administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales” (Acosta, 2011, p. 92). Además, contribuye con el fortalecimiento del pensamiento crítico, mejora el desempeño académico en general y la comprensión lectora y lo más importante es útil en la solución de problemas académicos.

Son ejemplos de estrategias metacognitivas la identificación de las propias dificultades durante el aprendizaje, la autoevaluación, el auto cuestionamiento para comprobar el dominio del tema y la evaluación de las probables dificultades en la comprensión de un tema.

Flavell (1976), afirma que la metacognición, por un lado, se refiere al conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información relevantes para el aprendizaje y, por otro, a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos, en relación con los

objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente en aras de alguna meta u objetivo concreto. (p. 232)

Se evidencia metacognición cuando se tiene conciencia de la mayor dificultad para aprender un tema que otro; cuando se comprende que se debe verificar un fenómeno antes de aceptarlo como un hecho; cuando se piensa que es preciso examinar todas y cada una de las alternativas en una elección múltiple antes de decidir cuál es la mejor, cuando se advierte que se debería tomar nota de algo porque puede olvidarse, solo en ese momento se desarrolla en el educando las habilidades metacognitivas necesarias para mejorar el proceso de formación en todas las áreas del conocimiento. Ferreira (2003) entiende que “la metacognición es un proceso que envuelve la toma de conciencia y comprensión de los propios saberes y prácticas, la reflexión y autorregulación del propio aprendizaje y su práctica” (p. 35).

El estudio de la metacognición, aborda tres procesos generales a saber: conocimiento, conciencia y control sobre los procesos de pensamiento. Según Tamayo (2006) “El conocimiento metacognitivo es el conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos” (p. 2). “El conocimiento metacognitivo es un conocimiento que puede referirse, según Flavell (1987), citado por Tamayo (2014), a los conocimientos sobre las personas, sobre las tareas o sobre las estrategias” (p. 39), si el estudiante conoce en forma adecuada sus procesos cognitivos, puede reconocer sus procesos de pensamiento y los de los demás, este conocimiento es fundamental en la formación del pensamiento crítico.

El conocimiento puede ser de tres tipos: declarativo, procedimental y condicional. El conocimiento declarativo se refiere a un saber qué, acerca de uno mismo como aprendiz y de los diferentes factores que influyen de manera positiva o negativa en el aprendizaje. El pensamiento procedimental se refiere a saber cómo se hacen las cosas, saber cómo suceden, un ejemplo es que el estudiante puede definir los pasos seguidos en la solución de un problema. El conocimiento condicional es saber por qué y cuándo se usan el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental; esto beneficia al estudiante en la selección y distribución de los recursos, usar adecuadamente las estrategias, analizar la situación e identificar las condiciones y exigencias de cada actividad de aprendizaje. El conocimiento condicional exige además de tener conciencia sobre el conocimiento cognitivo, utilizar los conocimientos específicos relacionados con la tarea que se desea resolver, “en tal sentido el conocimiento condicional reúne tanto conocimiento de

orden cognitivo como conceptual, y es debido a la importancia de esta interacción entre lo cognitivo y lo conceptual que el conocimiento condicional es especialmente importante para la formación del pensamiento crítico en los estudiantes”(Tamayo, 2014. p. 39).

La conciencia metacognitiva se refiere al conocimiento que tiene el estudiante de los propósitos de las actividades que desarrolla y de la seriedad que tiene de su propio avance personal. Por su parte, la regulación metacognitiva se refiere a las actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje; se refiere a las decisiones que toma el estudiante antes durante y después en la realización de una actividad o una tarea. Se presume que la regulación metacognitiva mejora la atención, proporciona conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora estrategias ya existentes.

Es conocido el hecho de que los estudiantes no son ocurrentes de la importancia que tiene el reflexionar sobre sus propios saberes y la forma en que se producen, no solo los conocimientos, sino también el aprendizaje, así lo expresa Tamayo (2006) “la meta cognición es importante para la educación y para la didáctica de las ciencias ya que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da además sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas” (P. 1).

Es pertinente tener en cuenta estrategias metacognitivas, acciones que realizamos conscientemente de manera sistemática y organizada para facilitar o mejorar el aprendizaje, como buscar, evaluar, almacenar y recuperar información para utilizarla en tareas o resolución de problemas, estas serán herramientas importantes para aprender a aprender, ya que nos permiten comprender y desarrollar eficiente y conscientemente las tareas para aprender cosas nuevas y usar nuestros conocimientos para resolver problemas. El uso de estrategias meta cognitivas nos proporcionas beneficios adicionales: Dirigen nuestra atención hacia información clave, estimula la codificación y vincula la información nueva con la que ya estaba en la memoria; ayuda a construir esquemas mentales que organizan y explican la información que se está procesando.

La regulación de procesos tiene tres momentos: planeación, monitoreo y evaluación. La planeación hace referencia a la selección de estrategias, localización de factores influyentes, es decir la anticipación a la actividad. El monitoreo consiste en comprender y modificar la ejecución de la actividad, es decir verificación constante. La evaluación corresponde a la revisión

y comprobación de los resultados, es evaluar si las estrategias utilizadas fueron eficientes, así lo expresa Tamayo, (2006)

La regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación (Browm, 1987). La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia. (P 3)

La regulación hace referencia al control del aprendizaje, a la toma de decisiones del desarrollo de las actividades de aprendizaje, todo con el fin de mejorar, al desarrollo de la atención y mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y la utilización de estrategias ya existentes; teniendo en cuenta el antes, el durante y después en la realización de actividades, tareas y fundamentalmente en la resolución de problemas.

c) Regulación Metacognitiva

La práctica de la metacognición facilita la identificación de obstáculos epistemológicos, lingüísticos y pedagógicos en los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según Gunstone & Mitchell citados por Tamayo. (2006), consideran que en la metacognición se distinguen tres componentes generales: el conocimiento metacognitivo, la conciencia metacognitiva y la regulación metacognitiva. Se entiende como conocimiento metacognitivo el conocimiento que tiene cada individuo acerca de sus propios procesos cognitivos: sus fortalezas y debilidades a la hora de ponerlos en marcha, sus capacidades, habilidades y la experiencia que ha tenido al realizar determinada tarea que requiere de dichos procesos.

La conciencia metacognitiva se refiere al conocimiento que tiene un individuo de los propósitos de las actividades que desarrolla y el progreso personal que obtiene al hacerlo. Solo si la metacognición sea un proceso consciente, podrá ponerse al servicio del aprendizaje.

En el proceso de resolución de problemas se genera el escenario propicio para inspeccionar los procesos de regulación cognitiva, ya que este momento el estudiante desarrolla procesos de regulación metacognitiva; bajo esta circunstancia, el estudiante debe atravesar etapas: antes, durante y después para aproximarse a resolver un problema. Durante esas etapas se presenta la posibilidad de formular y replantear las estrategias utilizadas para luego validarlas y así promover la eficacia metacognitiva, más que la misma capacidad intelectual, (Buitrago y García. 2012).

La regulación metacognitiva es el aspecto que le permite al estudiante controlar sus propios procesos de aprendizaje: atención, comprensión y diseño de estrategias, además de potenciar aspectos afectivos y actitudinales de su aprendizaje. Los procesos de regulación metacognitiva permiten a los estudiantes determinar el proceso que sigue antes, durante y después en la resolución de un problema; lo que corresponde a la planeación el control y la evaluación de la tarea o problema a resolver. “Es la utilización y adaptación del conocimiento para la gestión de la actividad mental y consiste en predecir, planificar, regular, controlar y verificar esta actividad en la ejecución de una tarea” (Rocha, C. 2006 p. 66).

Antes: planificar la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema, esta dimensión implica elaborar planes de acción cognitiva, organizar y diseñar estrategias cuyo desarrollo podría conducir a la solución del problema “la planificación de la solución de un problema implica descomponer un problema en sub problemas y diseñar una secuencia de pasos a seguir para acometer cada sub problema” (Rocha, C. 2006. p. 68).

Durante: controlar la ejecución de la estrategia, mediante actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada. Esta dimensión implica la posibilidad de reflexionar sobre las acciones cognitivas que están en marcha y examina sus consecuencias, es tener conciencia del grado en que la meta está siendo lograda con el objeto de realizar ajustes o cambio de planes para lograr el propósito planteado de manera efectiva.

Después: evaluar el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia.

En palabras de Tamayo 2006 y citando a Schraw (1998) aclara que:

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (p.3)

La regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación:

La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos.

El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, es decir realizar prácticas como las autoevaluaciones durante el aprendizaje con el fin de verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. La evaluación realizada al finalizar la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el estudiante; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en término de eficacia.

6 METODOLOGÍA

6.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

En este proyecto se desarrolló mediante una investigación cualitativa de tipo descriptivo interpretativo, orientada principalmente a indagar, describir, analizar e interpretar como los procesos de regulación metacognitiva a través de transformaciones de tratamiento y conversión influyen en la solución de problemas de suma y resta con números enteros. Para facilitar el análisis de información se hizo una compilación de las unidades de registro de acuerdo a cada uno de los indicadores, lo que permitió la elaboración de diagramas de barras con lo que se visualizó de mejor manera los cambios entre la etapa de indagación y evaluación, pero enfatizando en el análisis de las respuestas abiertas de los estudiantes.

Cabe señalar que de acuerdo con Tamayo (2014) este enfoque cualitativo y a la vez interpretativo permite que sea usado en pequeños grupos o comunidades ya que los datos obtenidos de la realidad y las poblaciones de estudio pueden ser trabajados bajo un diseño flexible, es así como el autor, cita a Bisquerra (2009) “Esto exige la utilización de diversas técnicas interactivas, flexibles y abiertas, que permitan captar la realidad con todas las dimensiones que la completan” (p. 277).

Por otra parte, es importante aclarar que, al ser un estudio de tipo descriptivo, este permite “Especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. Miden y evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar” (Sampieri, 1991, p.60).

6.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo en la Institución educativa Simón Bolívar del municipio de Samaniego, institución del sector público que se encuentra ubicada en el casco urbano del municipio en donde asisten estudiantes de varias veredas aledañas. La institución cuenta con un total de 1531 estudiantes con un promedio de 30 a 32 estudiantes por grado, que tienen edades que oscilan entre los 11 y 17 años. Teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes de grado sexto y basados en un estudio de caso se tomó como muestra cinco estudiantes de manera aleatoria del grado sexto.

6.3 UNIDAD DE ANÁLISIS

La unidad de análisis de estudio corresponde a las siguientes categorías:

6.3.1 El Tratamiento.

Esta categoría comprende al tratamiento como una transformación de una representación inicial en otra representación terminal, respecto a una cuestión, un problema. En este trabajo de investigación se pretende analizar los procesos de tratamiento que llevan a cabo los estudiantes de grado sexto al momento de resolver problemas de estructuras aditivas de los números enteros y como al involucrar procesos de regulación metacognitiva se favorecen dichos tratamientos para elegir, modificar y ajustar registros de representación.

El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Cuando realizamos cálculos numéricos vemos que existe una dependencia del sistema de escritura elegida: escritura decimal, escritura fraccionaria, escritura binaria, etc. Los tratamientos matemáticos no pueden llevarse a cabo prescindiendo de un sistema semiótico de representación. La función de tratamiento solo la pueden llevar a cabo las representaciones semióticas y no las representaciones mentales. (Oviedo, et al., 2012, p.30)

Por tanto, las transformaciones de tratamiento se vuelven de vital importancia para que los estudiantes logren un aprendizaje efectivo de las matemáticas.

6.3.2 Conversión

Esta categoría comprende a la conversión como la transformación de la representación de un registro a otro. Mediante la conversión nuestros estudiantes desarrollaron habilidades que les permitieron un desarrollo efectivo de los problemas planteados, apoyándose en diferentes registros de representación y mejorando la comprensión del enunciado desde el apoyo de los procesos de regulación metacognitiva. Lo que se pretendió mediante las transformaciones de conversión fue disminuir las dificultades que el estudiante pueda tener al momento de aplicar sus conocimientos, según Duval (2006).

La mayor piedra de toque para la comprensión es la posibilidad de transferir lo que se ha aprendido a nuevos y diferentes contextos, dentro y fuera de las matemáticas, y esto siempre implica la conversión de representación. Sea cual sea la orientación de la

enseñanza que se enfatice –la aplicación de las matemáticas a los problemas de la vida real o la enseñanza de conceptos y procedimientos. (p.158)

Por lo tanto, se puede tomaron las transformaciones de conversión como una herramienta de vital importancia al momento de fortalecer los conocimientos que el estudiante adquiere en el aula y que le servirán para la solución de problemas de su vida cotidiana.

6.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Como técnicas e instrumentos de recolección de información se utilizó el cuestionario abierto y la entrevista no estandarizada con los cuales se indagaron procedimientos y técnicas empleadas por los estudiantes en la solución de problemas en estructuras aditivas de los números enteros, en donde intervinieron los procesos de regulación metacognitiva como mediadores de las transformaciones de tratamiento y conversión. A continuación, se amplía la información concerniente al diseño de cada instrumento:

6.4.1 El Cuestionario Escrito (Abierto)

El cuestionario escrito como instrumento de aplicación se construyó basado en referentes teóricos que permitieron trabajar la solución de problemas aplicando procesos de regulación metacognitiva que conllevaron a la apropiación de las transformaciones de tratamiento y conversión, se realizaron algunas adaptaciones a dichas tareas para visualizar las transformaciones de tratamiento y conversión. En este instrumento se tuvo en cuenta la población a la cual se dirigió el estudio, estudiantes de grado sexto y las características particulares que posibilitaron su aplicación.

Este instrumento es de tipo abierto o no estructurado ya que “se plantean preguntas y se deja al sujeto la posibilidad de emitir la respuesta en sus propios términos, aunque recomendándole que ésta sea de la mayor claridad y precisión posible” (Moreno, 2000, p.39). El cuestionario fue aplicado de manera individual y estuvo dividido en tres partes: Etapa de indagación, etapa de transferencia y etapa de evaluación.

Etapa de indagación: Es la etapa inicial de la investigación donde se realizó un análisis de los conocimientos previos de los estudiantes, se caracterizó a través de situaciones problema, los procesos de regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento y conversión que

implementan los estudiantes al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros. (Ver anexo 1). En este tipo de situaciones se dejó en libertad al estudiante para que aplique sus saberes, realice procesos y llegue a los resultados por sí solo.

Etapa de transferencia: Esta etapa correspondió a la transferencia de conocimiento, enfatizando en diferentes actividades dirigidas a reforzar, comprender y aplicar conceptos básicos en contexto, para lo cual se diseñó tareas con preguntas de tipo metacognitivas con el fin de desencadenar reflexiones sobre los propios procesos de aprendizaje; cuyo objetivo fue orientar el desarrollo de procesos de planeación, control y evaluación que conlleven a favorecer las transformaciones de tratamiento y conversión para llegar a la solución correcta de los problemas planteados. (Ver Anexo 10).

Etapa de evaluación: Es la etapa final que permitió evaluar el cumplimiento del objetivo del proyecto, mediante una prueba final con el fin de identificar cómo al incorporar los procesos de planeación, monitoreo y control en la enseñanza de resolución de problemas de estructuras aditivas, se favorecieron los procesos de tratamiento y conversión. (ver Anexos 12)

6.4.2 Entrevista No Estructurada

La entrevista no estructurada se realizó con el fin de obtener una visión más amplia sobre las soluciones y procedimientos llevados a cabo por los estudiantes durante el desarrollo de cada situación planteada en el cuestionario abierto. Cada una de las preguntas generadas para la entrevista fue enfocada en tratar de ampliar y obtener información específica que dé cuenta de los procesos de regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento y conversión aplicada a la solución de problemas de estructuras aditivas con números enteros.

De acuerdo con Goetz y Lecompte (1988), la entrevista se refiere a “una guía en la que se anticipan las cuestiones generales y la información específica que el investigador quiere reunir” (p.134). Por lo tanto, se analizó los procesos metacognitivos, las estrategias, los errores en las tareas, medir opiniones, actitudes, percepciones y permitiendo que los estudiantes puedan matizar las ideas más recurrentes registradas en la aplicación de la prueba escrita. La entrevista no estructurada se realizó en la etapa de indagación y en la etapa de evaluación, las sesiones de aplicación se grabaron en audios y se transcribieron, con el fin de registrar la mayor cantidad de

información posible para poder volver a las intervenciones de los estudiantes o reconstruir las situaciones cuantas veces fuese necesario.

6.4.2.1 Codificación

Para la entrevista se utilizaron los siguientes códigos; El docente encargado de realizar la entrevista fue codificado con la letra D y un número del 1 al 3; mientras que los estudiantes fueron codificados de la siguiente forma: letra E, seguida de un número del 1 al 5 y por último el grado.

Tabla 1 Codificación para la entrevista (estudiantes)

E1(6-2)	KEVIN BLADIMIR ZAMBRANO CADENA
E2(6-4)	JHON DEIVY CASTRO
E3(6-2)	NAHELA ALEJANDRA BASTIDAS
E4(6-3)	DEISON URBANO GIL
E5(6-3)	ESTIVEN CASTAÑO

Nota: Códigos utilizados para identificar a los estudiantes entrevistados.

Tabla 2 Codificación para la entrevista (Docentes)

D1	ANA DELA RODRIGUEZ MELO
D2	ROVIRA LILIANA ROSERO ZAMBRANO
D3	SUSANA REBECA ARTEAGA ALVAREZ

Nota: Códigos utilizados para identificar a las docentes.

6.5 PLAN DE ANÁLISIS

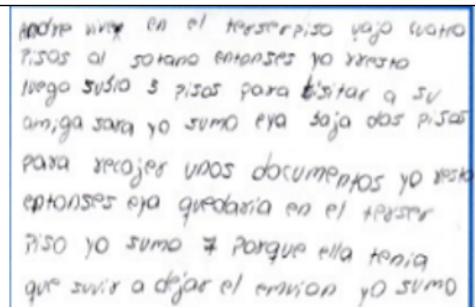
El análisis se realizó con los datos encontrados a partir de la aplicación de los instrumentos diseñados para las etapas de indagación, transferencia y evaluación; lo cual nos facilitó la triangulación de la información con el fin de determinar la incidencia de los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión en la solución de problemas con estructuras aditivas en números enteros. En cada etapa los ítems planteados en cada pregunta fueron analizados antes de su aplicación para determinar el propósito y la categoría inicial como también el objetivo específico al que apuntaban.

6.5.1 Etapa De Indagación

En la etapa de indagación, una vez aplicado el cuestionario, se realizó la entrevista no estandarizada con el fin de ampliar la información recogida; esta se grabó para luego ser transcrita en su totalidad, con el fin de registrar cada una de las intervenciones hechas tanto por los docentes como por los estudiantes

El registro de la información tanto del cuestionario como de la entrevista se recogió en una tabla (ver anexo 2) con el fin de poder realizar comparaciones y el análisis de las respuestas obtenidas. Como se muestra a continuación:

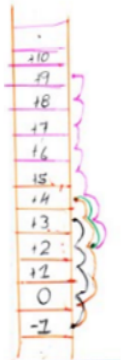
Imagen 3 Transcripción de registro verbal y escrito, problema 1, ítem 1, estudiante 1

Problema 1: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envío 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?			
ITEM	CODIGO	TRANSCRIPCIÓN REGISTRO ESCRITO	TRANSCRIPCIÓN REGISTRO VERBAL
Antes de resolver la situación escribe con tus propias palabras y paso a paso	E1(6-2)	 <p> Andrea vive en el tercer piso yo bajo cuatro pisos al sótano entonces yo sumo luego subo 5 pisos para visitar a su amiga Sara yo sumo ella baja dos pisos para recoger unos documentos yo resto entonces ella quedaria en el tercer piso yo sumo 7 porque ella tenia que subir a dejar el envio yo sumo </p>	Voy a hacer una suma, porque yo entendí que cuando sube donde su amiga Sara, quedó en el quinto piso, de allí bajo dos pisos y quedó en el tercer piso, en el piso de ella, de ahí, como quedaría en el tercer piso sumo tres pisos más siete pisos.

Fuente: elaboración propia

Se inició el análisis de las respuestas escritas y verbales de cada estudiante con el fin de seleccionar oraciones con sentido que hicieran referencia al uso de transformaciones de tratamiento y conversión, así mismo como los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación). Estas oraciones fueron organizadas en una nueva tabla teniendo en cuenta, problema, ítem y las categorías de análisis (ver anexo 3), lo que nos permitió determinar la frecuencia de aplicación de cada una de las categorías en la solución de problemas. (Ver imagen 4).

Imagen 4 Selección de oraciones con sentido o unidades de registro que dan cuenta de la aplicación de transformaciones de tratamiento y conversión y procesos de regulación metacognitiva, estudiante E1.

SITUACIÓN PROBLEMA	CODIGO ESTUDIANTE	APLICA TRATAMIENTO (Se registran las oraciones con sentido que dan cuenta del tratamiento)	REGISTRO	APLICA CONVERSIÓN (Se registran las oraciones con sentido que dan cuenta de la conversión)	REGISTRO	PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA PRESENTES.			REFLEXIONES DEL INVESTIGADOR
						Planifica	Monitorea	Evalúa	
Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envío 7 pisos más arriba. ¿En qué piso	E1	Ahí lo resto, sería más tres más cuatro, pero como el tres es positivo y el cuatro es negativo los resto y el cuatro es mayor, así que me sobraría uno negativo. (ítem 2) Entonces sería cinco positivo, a menos uno, más abajo le pondría más cinco y los restaría porque ese uno es negativo y el cinco es positivo y me daría cuatro positivo. (Ítem 2)	Registro verbal.	la recta numérica. El del edificio, es lo mismo, pero es vertical. (Ítem 3)  (Ítem 3)	Registro verbal Registro numérico Registro gráfico. Registro icónico - <u>figural</u> .	Voy a hacer una suma. (ítem 1) $\begin{array}{r} +3 + \\ -4 \\ \hline -1 + \\ +5 \\ \hline +4 + \\ -2 + \\ \hline +2 + \\ +7 \\ \hline 9 \end{array}$	Entonces yo le restaba a cinco dos y suponía que quedaba en el tercer piso, pero estaba mal y en esa operación yo le sumaba tres más siete y me daba diez, pero he estado mal. (ítem 2)	Si, porque debe darme el mismo resultado, porque todas estaban bien, o sea hice lo mismo, pero de diferente forma. (ítem 3)	El estudiante, no realiza una planeación completa, ya que únicamente se centra en el proceso algebraico. El estudiante comienza realizando un cálculo mental y llega a una respuesta, pero a medida que va desarrollando las operaciones, se da cuenta de que la respuesta no era la correcta y rectifica con un registro algebraico. Lo que evidencia de que el estudiante si realiza un proceso de monitoreo. Igualmente realiza un proceso de conversión pasando inicialmente de un registro verbal a un registro algebraico y

Fuente: elaboración propia

Una vez seleccionadas las oraciones con sentido que daban cuenta de las categorías analizadas, se reorganizó la información en tablas (ver anexos 4, 5, 6, 7, 8), de acuerdo a cada una de las categorías.

Cada oración se analizó detalladamente para poder clasificarla de acuerdo a las transformaciones de tratamiento y conversión, así como también a los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación).

Evidenciando los registros de representación utilizados. Lo anterior con el fin de posibilitar el registro de observaciones por parte de las docentes. La imagen 3 muestra de qué manera se organizó la información para la categoría tratamiento con base en los análisis mencionados anteriormente:

Imagen 5 Registro de oraciones con sentido categoría tratamiento, problema 1, ítem 2, estudiante E1.

CÓDIGO DEL ESTUDIANTE	EVIDENCIA	REGISTRO EN LOS QUE SE APOYA	OBSERVACIÓN
E1(6-2)	<p>Ahí lo resto, sería más tres más cuatro, pero como el tres es positivo y el cuatro es negativo los resto y el cuatro es mayor, así que me sobraría uno negativo. Entonces sería cinco positivo, a menos uno, más abajo le pondría más cinco y los restaría porque ese uno es negativo y el cinco es positivo y me daría cuatro positivo. (P1. Ítem 2)</p> <p>Me dio dos positivo, más siete positivo, como aquí ambos son positivos simplemente los sumo y me dio el resultado nueve. (P1. Ítem 2)</p> $\begin{array}{r} +3 + \\ -4 \\ \hline -1 + \\ +5 \\ \hline +4 + \\ -2 \\ \hline +2 + \\ +7 \\ \hline 9 \end{array}$	Registro Verbal Registro algebraico	<p>Al analizar la categoría de transformaciones de tratamiento realizadas por los estudiantes en el momento de resolver problemas aditivos en el conjunto de números enteros, nos damos cuenta que los estudiantes comprenden el enunciado del problema y lo escriben en forma numérica, tienen claro el uso de cantidades negativas, en temperaturas bajo cero, en el sótano de un edificio en el descenso, y lo aplican muy bien.</p> <p>Así mismo al plantear el polinomio lo hacen utilizando signos de agrupación y de la manera directa como lo llaman ellos, es decir agrupando las cantidades positivas y negativas y realizando las respectivas operaciones de adición y sustracción, además conocen muy bien que, al adicionar cantidades positivas y negativas, éstas se restan y prevalece el signo del número que tenga mayor valor absoluto.</p> <p>Es preciso señalar que la parte teórica la ponen en práctica en el momento de resolver problemas.</p>

Fuente: elaboración propia

Posteriormente se elaboró una tabla de frecuencias (ver anexo 9), con el fin de compilar las regularidades en cada categoría y subcategoría, Para identificar las fortalezas, debilidades e ideas previas de los estudiantes. Así mismo a partir de esta información se elaboraron las gráficas con las que se realizó el respectivo análisis.

Imagen 6 Tabla de frecuencias

Estudiante	Tratamiento	Verbal	Aritmético	Conversion	Verbal	Aritmético	Figural	Grafico	Planifica	Monitorea	evalúa		
												Verbal	Aritmético
E1				Verbal aritmético	2	1	1	0	0	3	3	2	
	criterios de suma y resta	3	1	2	Aritmético grafico	2	1	0	0				1
	Uso signos de agrupación	1	0	1	Grafico figural	3	2	0	1				0
	Por agrupación	3	1	2	Verbal figural	2	0	0	2				0
					Figura grafico	1	0	0					1
					Grafico aritmético	1	0	1	0				0
					Aritmético verbal	1	1	0	0				0


Fuente: elaboración propia

6.5.2 Etapa de transferencia

Al finalizar las actividades correspondientes a la etapa de transferencia, se realizó un análisis de los procesos desarrollados por los estudiantes al momento de solucionar problemas de adición y sustracción, con el fin de verificar si comprendieron la importancia de utilizar las transformaciones de tratamiento y conversión, así como los proceso de regulación metacognitiva,

para esto se organizaron las evidencias en la tabla (ver anexo 11), lo que permitió realizar un primer análisis de los avances logrados, como se muestra a continuación.

Imagen 7 Registro de evidencias etapa de transferencia, estudiante E1, problema 1, ítem 2, 3 y 5.

Estudiante	Observación	Evidencia	Interpretación del investigador
E1(6-2)	<p>Durante la etapa de transferencia se evidencia que el estudiante, aunque realiza una planeación para encontrar la solución del problema, aún tiene un grado de dificultad al momento de argumentar. En el proceso de resolución el estudiante empieza a hacer un reconocimiento de los diferentes tipos de registro, empieza a apoyarse en estos para hacer el planteamiento de los procedimientos y operaciones que le permiten obtener la solución de un determinado problema. Igualmente se evidencia que empieza a tomar conciencia de la importancia de realizar un monitoreo y una evaluación, que le permita garantizar que el resultado obtenido es el correcto.</p>	<p>soy a horizontal los números de los datos ni orden para estar un polígono</p> <p>(p. 2, ítem 2)</p>  <p>(p. 2, ítem 3)</p> <p>La respuesta es a -52 metros bajo el nivel del mar</p> <p>(p. 2, ítem 5)</p> <p>si porque me voy a revisar y me da el mismo el resultado y los datos estos van mejor</p> <p>por la prueba y así la misma operación estar mejor</p> <p>(p. 2, ítem 6)</p>	<p>En la resolución del problema, aplica lo que es tratamiento y conversión ya que pasa de registro verbal a registro gráfico y posteriormente a registro aritmético y además realiza la planificación, hace un buen monitoreo al solicitarle que verifique los procedimientos realizados y muestra el proceso de evaluación en el momento en que se le solicita que represente de otra manera y compare las respuestas.</p> <p>Es un estudiante que permaneció atento durante todo el proceso de etapa de transferencia y sigue las instrucciones necesarias que las docentes le recomiendan.</p>

Fuente: elaboración propia

6.5.3 Etapa De Evaluación

El registro de la información tanto del cuestionario como de la entrevista se recogió en una tabla (ver anexo 13) con el fin de poder realizar comparaciones y el análisis de las respuestas obtenidas. Como se muestra a continuación.

Imagen 8 Transcripción de registro verbal y escrito, problema 1, ítem 1, estudiante 1.

<p>Problema 1: Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más.</p> <p>Teniendo en cuenta su altura en estos momentos y que para aprobar el aterrizaje debe estar a 10 millas de altura. ¿Qué altura le falta o le sobra para que este avión pueda aterrizar?</p>			
ITEM	CODIGO	TRANSCRIPCIÓN REGISTRO ESCRITO	TRANSCRIPCIÓN REGISTRO VERBAL
Antes de resolver la situación cuéntanos con tus propias palabras como la piensas solucionar.	E1(6-2)	<p>1) leer</p> <p>2) volver a leer</p> <p>3) sacar los datos</p> <p>4) plantear la operación</p> <p>5) usar el problema de otra forma</p> <p>6) considerar resultado de las dos operaciones</p> <p>7) dar la respuesta</p>	<p>D1: Cuéntanos cómo piensas resolver el primer problema</p> <p>E1: Primer paso leer, segundo paso volver a leer, tercer paso sacar los datos, cuarto plantear la operación, quinto hacer el problema de otra forma, sexto comprobar el resultado de las dos operaciones, séptimo dar la respuesta.</p>

Fuente: elaboración propia

Una vez se tuvo la información organizada y compilada, se procedió a realizar una clasificación de esta con el fin de determinar si el estudiante aplica transformaciones de tratamiento y conversión, como también los procesos de regulación metacognitiva. Esta información se organizará en la siguiente tabla (ver anexo 14):

Imagen 9 Selección de oraciones con sentido o unidades de registro que dan cuenta de la aplicación de transformaciones de tratamiento y conversión y procesos de regulación metacognitiva, estudiante E1.

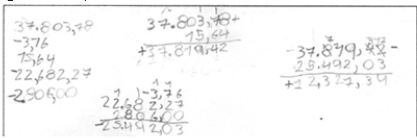
SITUACIÓN PROBLEMA	CODIGO ESTUDIANTE	APLICA TRATAMIENTO (Se registran las oraciones con sentido que dan cuenta del tratamiento)	REGISTRO	APLICA CONVERSIÓN (Se registran las oraciones con sentido que dan cuenta de la conversión)	REGISTRO	PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA PRESENTES.			REFLEXIONES DEL INVESTIGADOR
						Planifica	Monitorea	Evalúa	
Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara	E1(6-2)	En primera forma planteé la operación con los datos, hice la operación y el resultado me dio más 18, entonces como dice que para aterrizar el avión necesita 10 millas, entonces a 18 le resté menos ocho y el resultado fue 10 millas (p1, ítem2)	Verbal	Porque hice otra forma, otra operación hice una tabla y ubiqué los datos, luego hice la operación, me dio más 18 otra vez (p1, ítem3)	Verbal	Primer paso leer, segundo paso volver a leer, tercer paso sacar los datos, cuarto plantear la operación, quinto hacer el problema de otra forma, sexto comprobar el resultado de las dos operaciones, séptimo dar la respuesta (P 1, ítem 1)	<p>¿Será importante realizar el mismo problema con más de un registro?</p> <p>Porque hice otra forma, otra operación hice una tabla y ubiqué los datos, luego hice la operación, me dio más 18 otra vez (p1, ítem3)</p>	<p>¿Será importante realizar el mismo problema con más de un registro?</p> <p>E1: si para que el resultado sea exacto y no haya errores. (p1, ítem5)</p>	En la etapa de evaluación podemos observar que los estudiantes realizan adecuadamente los procesos de planeación, es decir se anticipan, mencionan y escriben los procesos que planean realizar, es más, dos de ellos, cuando se les pide

Fuente: elaboración propia

Posteriormente se realizó el análisis por separado para cada una de las categorías objeto de investigación (ver anexo 15, 16, 17, 18, 19), cada aporte fue examinado detalladamente para

evidenciar el tipo de registro utilizado, se sustentó con las evidencias recogidas en cada ítem y se apoyó por las observaciones realizadas por las docentes, como se muestra a continuación.

Imagen 10 . Registro de oraciones con sentido categoría tratamiento, problema 1, ítem 2, estudiante E1.

CÓDIGO DEL ESTUDIANTE	EVIDENCIA	REGISTRO EN LOS QUE SE APOYA	OBSERVACIÓN
E1(6-2)	<p>En primera forma planteé la operación con los datos, hice la operación y el resultado me dio más 18, entonces como dice que para aterrizar el avión necesita 10 millas, entonces a 18 le resté menos ocho y el resultado fue 10 millas (p1. ítem2)</p> <p>40 + 20 - 25 - 14 = 21</p> <p>primera forma</p> <p>+18 - 8 = +10</p> <p>= 10 millas</p> <p>el resultado me dio +18 le reste 8 millas para que quedara a +10 millas</p> <p>(p1. ítem2)</p>  <p>(ítem 2)</p> <p>en la primera agrupé los positivos y los negativos, en la primera forma el resultado me dio 12.327,24</p> <p>P.2 (ítem 2)</p>	<p>Registro aritmético (3)</p> <p>Registro verbal (3)</p>	<p>En las transformaciones de tratamiento podemos observar que los se centran en la utilización del registro aritmético para encontrar la solución al problema, se puede observar también que utilizan los diversos criterios; suma y resta, por agrupación según el signo y por uso de signos de agrupación.</p> <p>Incluso algunos de los estudiantes al solicitarles que resolveran el problema de una manera diferente no aplicaron conversión. Si no que utilizaron el mismo registro aritmético, pero cambiando de criterio.</p> <p>Esto nos lleva a concluir que los estudiantes a pesar de utilizar un mismo registro en</p>

Fuente: elaboración propia

Finalmente, para cada categoría se elaboró una tabla de frecuencias agrupó las frecuencias absolutas de todos los estudiantes (anexo 20).

Imagen 11 Tabla de frecuencias

Estudiante	Tratamiento	Verbal	Aritmético	Conversión	scito	Verbal	Aritmético	Figural	tabula	Grafico	Planifica	Monitoreo	evalúa	
														Verbal
E1				Verbal a aritmético	3		3							
	criterios de suma y resta	4	2	Aritmético a grafico										
	Uso signos de agrupación	3	1	Grafico a figural										
	Por agrupación	2	1	Verbal a figural										
				Figura a grafico										
				Grafico a aritmético								3	3	2
				aritmético a scito	1	1								
				Verbal a aritmético										
				Aritmético a verbal	1		1							
				tabula a verbal	1		1							
			scito a tabular	1					1					

Fuente: elaboración propia

Este instrumento permitió reunir la información en torno a cada categoría para identificar cual era el componente más relevante en cada proceso. Para luego proceder a realizar el análisis de los resultados obtenidos tanto a nivel general como de cada uno de los casos encontrados.

7 ANALISIS DE LA INFORMACIÓN

7.1 Análisis Etapa De Indagación

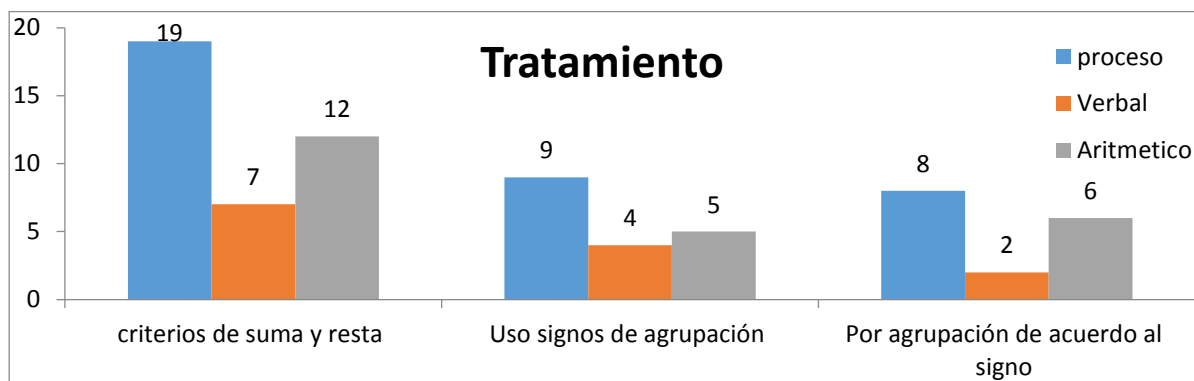
A continuación, se realiza el análisis de las transformaciones de tratamiento y conversión que implementan los estudiantes al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros, así como también los procesos de regulación metacognitiva que involucran y la forma como estos inciden en dichas transformaciones.

7.1.1 Análisis En Cuanto Al Tratamiento En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros

Un tratamiento es una transformación de una representación semiótica en otra representación semiótica, al interior de un mismo registro (por ejemplo, un cálculo numérico, o la aplicación de una propiedad a una expresión algebraica), es decir, se trata de una transformación interna a un registro. (Duval, 1999, p. 44)

En la gráfica N. 1 se observa la tendencia general frente a las transformaciones de tratamiento, realizadas por 5 estudiantes al momento de resolver problemas aditivos en el conjunto de los números enteros.

Gráfico 1 Transformaciones de tratamiento en la etapa de indagación



Fuente: Esta investigación.

Al analizar las oraciones con sentido extraído de las evidencias escritas y verbales al solucionar diferentes situaciones de estructuras aditivas de los números enteros, se pudo evidenciar que en el tratamiento se presenta tres procesos diferentes: El primero tiene que ver con el uso de criterios de suma y resta. Este criterio hace referencia a realizar las operaciones de

adición y sustracción en el orden en que estas se van presentando en el desarrollo del problema. El segundo tiene que ver con el uso de signos de agrupación para organizar las operaciones en donde los estudiantes utilizan paréntesis, corchetes y llaves y resuelven teniendo en cuenta los criterios de resolución de polinomios aritméticos con signos de agrupación. El tercero está relacionado con la agrupación de la expresión numérica de acuerdo al signo. Esto tiene que ver con la solución de operaciones teniendo en cuenta el signo de los valores, de forma que se opera inicialmente positivos con positivos y negativos con negativos, para finalmente obtener el resultado mediante una resta.

En este orden de ideas se puede observar que en la gráfica N. 1 el proceso más utilizado por los estudiantes en las transformaciones de tratamiento es el criterio de suma y resta con 19 oraciones con sentido, 7 de ellas correspondientes al registro verbal y 12 al registro aritmético, seguidamente el uso de signos de agrupación con 9 oraciones, 4 en el registro verbal y 5 en el registro aritmético. Según Morales (2013) en su investigación, “un análisis de las respuestas de los alumnos, revela que los alumnos son, en general, mono registros, sin coordinar explícitamente dos o más (registros). Las respuestas se quedan en el registro en el cual está planteada la pregunta, o recurren al registro algebraico, con frecuencia privilegiado en las clases” (p. 675).

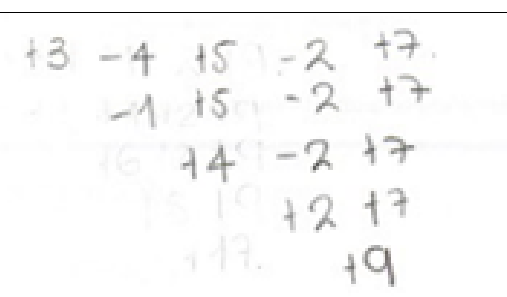
Los resultados obtenidos permiten evidenciar que la mayoría de estudiantes comprenden el enunciado del problema, lo escriben en forma numérica y relacionan el uso de cantidades positivas y negativas. Así mismo hacen uso de signos de agrupación de acuerdo a la naturaleza del problema, es decir agrupan las cantidades positivas y negativas por separado y luego realizan la respectiva operación de adición o sustracción con el uso adecuado de los signos. Sin embargo, en algunos estudiantes se observan dificultades por la falta de planificación del proceso, ambigüedad en el uso de los signos de agrupación para ordenar la operación y desorden al momento de escribir el planteamiento del problema lo cual les genera dificultades al momento de realizar los cálculos.

Este tipo de problemas ya se ha evidenciado en otras investigaciones, un ejemplo de ello lo define Rojas (2015) cuando concluye que:

Los estudiantes «manejan» las propiedades básicas de los sistemas numéricos, a partir de las cuales realizan las transformaciones de tratamiento requeridas para establecer la

equivalencia sintáctica de las expresiones, pero no por ello articulan los diversos sentidos asignados a las expresiones dadas; existe una tendencia a anclarse en situaciones específicas planteadas en el contexto por la tarea propuesta (p.10).

A continuación, se presentan los siguientes casos que evidencian lo anteriormente señalado:

Estudiante: E3(6-2)
Situación 1: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envió 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?
Respuesta del estudiante:
 <p>Digamos como Andrea vive en el tercer piso baja 4 pisos quedaría en el piso menos 1 luego sube 5 pisos y quedaría en el piso 4 baja 2 pisos más quedaría en el piso 3 y sube 7 pisos quedaría en el piso 10.</p>

En este caso podemos observar que el estudiante E3 (6-2) asocia la ubicación de cada uno de los pisos con cantidades negativas y positivas, utiliza el registro aritmético y realiza las operaciones respectivas con el criterio de suma y resta para llegar a la respuesta. Lo anterior hace referencia a uno de los procesos más utilizados en el tratamiento.

Estudiante: E2(6-4)
Situación: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envió 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?
Respuesta del estudiante:

Primero hicimos tres menos cuatro que nos dio menos uno, después cinco menos dos sale tres.

Si, existe otra manera que yo la llamo directa se suman todos los positivos y se coloca el resultado y todos los negativos se coloca el resultado y después se suma.

$$\begin{array}{r} (3) (-4) (5) (-2) (7) \\ (-1) (3) (7) \\ (2) (10) \\ (12) \end{array}$$

R% Andrea quedo en el poo 12.

Se puede observar que el estudiante identifica los valores positivos y negativos, sin embargo, a la hora de plantear la operación no tiene en cuenta el uso adecuado de los signos de agrupación (paréntesis) para este tipo de operación. No se evidencia un proceso de planeación y monitoreo y el sentido asignado a dicha operación conlleva a que el estudiante sumara los valores en forma repetida, ocasionando que se llegara a la respuesta equivocada. De acuerdo a Rojas (2012), “Las transformaciones de tratamiento entre representaciones semióticas al interior de la variedad de registros utilizados, no sólo resultan fundamentales, sino que podrían ser fuente de dificultades en los procesos de comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes” (p.8).

Estudiante: E1(6-2)

Situación: María practica escalada en una montaña de 4832 metros de altura, durante tres días. Antes de alcanzar la cima de la montaña María asciende y desciende una determinada cantidad de metros cada día, como se muestra en la siguiente tabla.

Respuesta del estudiante:

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. It consists of several vertical arithmetic operations, some with signs and some with circled numbers. The operations are as follows:

$$\begin{array}{r} + 1348 \\ - 50 \\ \hline + 1298 \quad + \textcircled{-1} \\ 438 \\ - 2024 \quad - \\ \hline 828 \\ \hline 1206 \quad + \textcircled{-2} \\ = 584 \\ \hline 1780 \\ 773 \\ \hline 1017 \quad - \textcircled{-3} \end{array}$$

D1: y ¿cómo llegaría a la respuesta?

E1: 1348 se le restaría menos 50 y el resultado se lo sumaría a 736 y le resto menos 828, su resultado se lo sumaría a más 584 y le restaría menos 773, su resultado se lo comparo con más 4832 y miraría cuánto me faltaría para llegar a 4832.

Se puede observar en este caso que la estudiante realiza las operaciones de manera vertical lo cual no permite un orden en las operaciones y una definición clara de los símbolos. El procedimiento no permite monitorear el desarrollo del mismo, evaluar la solución y replantearlo. Se infiere de lo anterior que el estudiante E1 (6-2) no planificó con anticipación el desarrollo del mismo y en el tratamiento no se apoyó en los signos de agrupación y de la misma agrupación de las cantidades de acuerdo al signo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede observar que la mayoría de dificultades en el tratamiento está relacionada con debilidades en procesos de regulación metacognitiva, en la comprensión sistemática de la situación ya que los estudiantes no planifican, no hacen seguimiento al desarrollo de sus procedimientos y no evalúan los resultados finales para

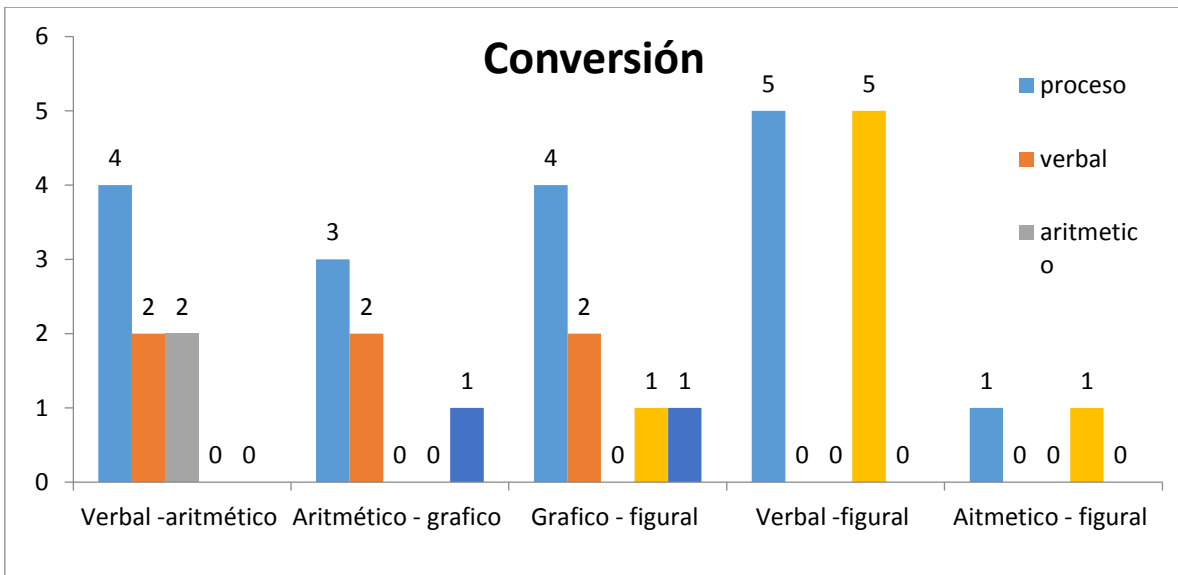
replantear la solución. Es evidente que no es un problema de concepto en vista que los estudiantes ponen en práctica la parte teórica en el momento de resolver los problemas, sino que cometen errores debido a que realizan cálculos apresuradamente, en desorden y con poca verificación de sus respuestas.

Para Meel (2003), (citado por Amaya, 2013) comprender en matemáticas significa “saber qué hacer y por qué se debe hacer algo con un concepto matemático en el momento que se requiera utilizarlo, lo que proporciona vías para la transferencia y extracción de información desde la memoria del estudiante” (p.12).

Por tanto, los estudiantes no solo deben tener claro cómo aplicar los algoritmos de adición y sustracción si no aplicarlos de manera lógica en la solución de problemas, llevando un orden adecuado que evite cometer equivocaciones, apoyándose en el uso de signos de agrupación los cuales deben ser utilizados de forma correcta.

7.1.2 La Conversión En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros

Gráfico 2 Transformaciones de conversión en la etapa de indagación



Fuente: Esta investigación.

En el grafico N. 2, se puede observar que la mayoría de estudiantes realizan transformaciones de conversión especialmente del registro verbal al registro figural, Es decir transforman los enunciados del problema en imágenes o dibujos para apoyar la comprensión del mismo. Esta grafica también nos muestra que al parecer hay dificultades en otros procesos de conversión como el paso del registro verbal al aritmético o del aritmético al gráfico.

Posiblemente se deba a que los estudiantes buscan resolver la situación inmediatamente sin tener en cuenta una planificación previa del procedimiento y acciones que conlleven al uso de otros registros o se apoyen en estrategias ya conocidas. Es decir que al existir una serie de posibilidades frente al uso de diversos registros de representación los estudiantes se apoyan en aquellos que le son más familiares y se relacionan más fácil con las características del problema.

Conde (2005) menciona lo siguiente:

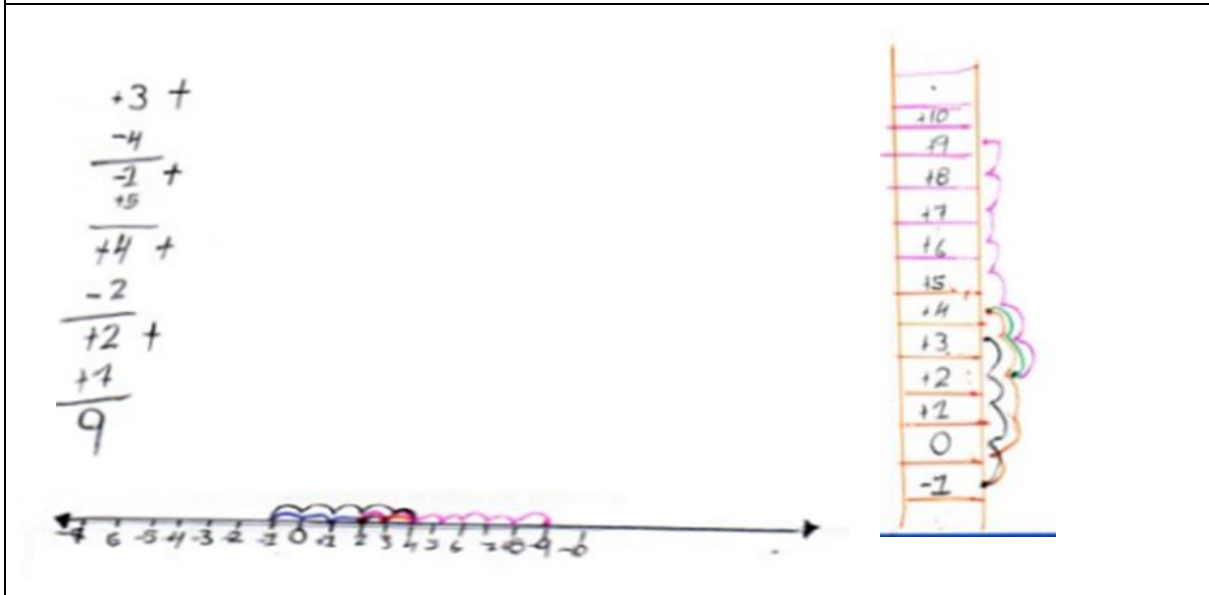
(...) Resolver problemas es un proceso complejo en el que intervienen una gran cantidad de variables, entre las que destacan el repertorio de estrategias generales y específicas que se es capaz de poner en marcha, la influencia de factores individuales y afectivos, las características de cada problema y los métodos de enseñanza utilizados por el profesor. (p.2)

Sin embargo, se puede evidenciar que las articulaciones de diferentes registros de representación permiten una mejor comprensión del problema y facilita el monitoreo y evaluación del mismo. Veamos el siguiente caso:

Estudiante: E1(6-2)

Situación: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envío 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?

Respuesta del estudiante:

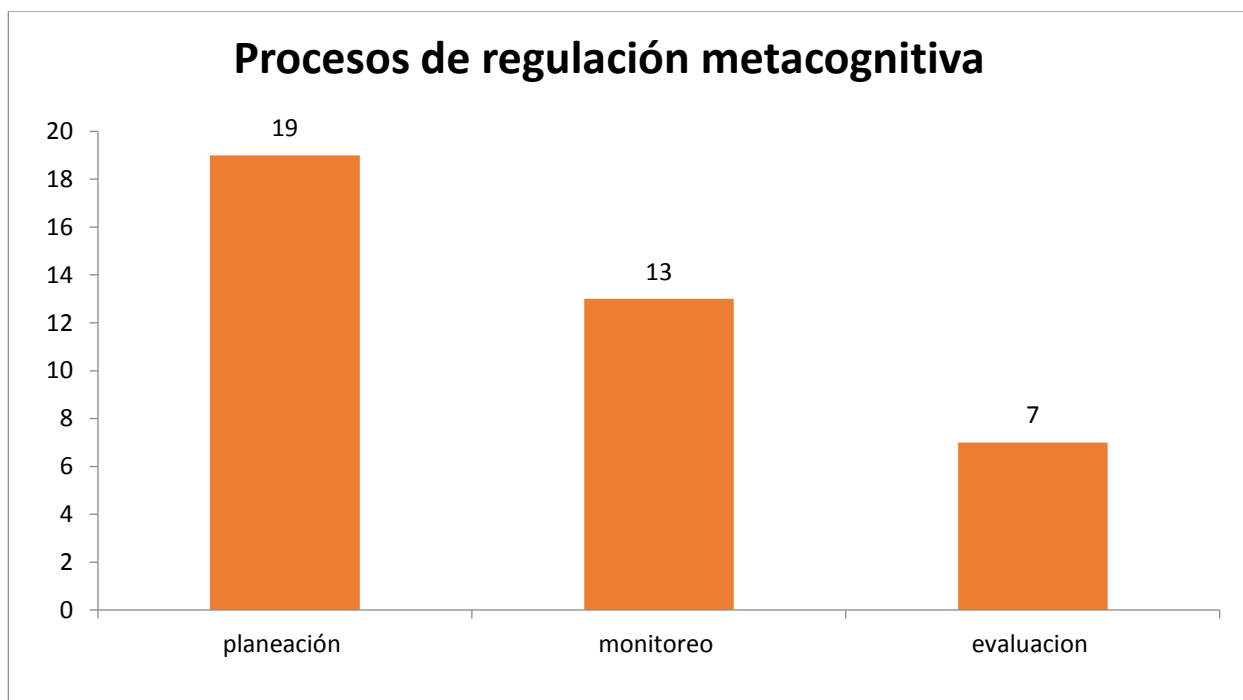


Podemos observar que la estudiante E1 (6-2), realiza conversión de manera adecuada, pasa del registro verbal a registro aritmético para obtener la respuesta y posteriormente verifica dicha información en una recta numérica la cual deja ver los movimientos que se realizan en la situación planteada. Posteriormente la estudiante evalúa su respuesta explicando que se puede realizar esta misma situación mediante el dibujo de un edificio “El del edificio, es lo mismo, pero es vertical” llegando nuevamente a la respuesta correcta.

Las transformaciones de tratamiento y conversión que se generan alrededor de los diferentes registros, son necesarios para la solución de problemas y desarrollar procesos cognitivos con miras a mejorar el aprendizaje, Duval (2006) en sus escritos expresa el distanciamiento entre el pensamiento matemático y su aplicación en otros contextos y la necesidad de que los estudiantes desarrollen la capacidad de cambiar registros de representación semiótica y además adquieran la capacidad de elegir el más adecuado para solucionar cada uno de los problemas que se le presenten.

7.1.3 Procesos De Regulación Metacognitiva En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros

Gráfico 3 Procesos de regulación metacognitiva en la etapa de indagación



Fuente: Esta investigación.

En la gráfica podemos observar que al momento de resolver problemas aditivos en el conjunto de los números enteros la mayoría de los estudiantes planean el procedimiento antes de llegar a la solución, sin embargo, la planeación y abordaje de la situación no está articulado a la evaluación de sus procesos, la planificación es superficial y no da cuenta de una verdadera comprensión del enunciado.

Veamos el siguiente caso:

Estudiante: E5(6-3)
Situación: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envío 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?
Respuesta del estudiante:
<p> $3-4=-1$ $-1+5=4$ $4-2=2$ $2+7=9$ R/ Andrea queda en el piso 9 </p> <ol style="list-style-type: none"> 1) leer el problema 2) resolverlo 3) responder la pregunta

Al realizar la planeación simplemente enumera tres pasos que no dan cuenta del proceso que debe realizar. No se mira monitoreo ni evaluación ya que no hace referencia a estos procesos; demuestra que sabe sumar números enteros y tampoco realiza procesos de tratamiento y conversión.

Estudiante: E4(6-3)
Situación: Andrea vive en el tercer piso. Baja en ascensor cuatro pisos para ir al sótano, luego sube cinco pisos para visitar a su amiga Sara, recoge unos documentos dos pisos más abajo y entrega un envío 7 pisos más arriba. ¿En qué piso del edificio queda Andrea?
Respuesta del estudiante:
<p> Primero leo bien el problema y resuelvo </p> <p> Andrea vive en 3 piso baja 4 pisos luego sube 5 baja dos pisos mas y sube 7 pisos entonces lo resuelvo R/ Quedara ella en el piso número 9 </p>

El estudiante no realiza un proceso de planeación como tal, ya que considera que es necesario únicamente leer el problema. Identificar los datos y resolver, pero no hace claridad sobre el proceso que utilizara para la resolución del problema. Inicialmente realiza el problema de forma mental obteniendo una respuesta equivocada, a medida que empieza a resolver el problema utilizando un registro escrito se da cuenta de que cometió y lo corrige, al finalizar no se evidencia un proceso de evaluación.

Se evidencia que hay una planificación que no dan cuenta de un desarrollo sistemático de la situación y de la profundidad que requiere la situación. Por otro no hay un seguimiento a la solución del problema y la evaluación no coincide necesariamente con el desarrollo del problema.

Algunos estudiantes tuvieron dificultad al momento de dar solución a los problemas planteados.

Un ejemplo de esto es el proceso realizado por el estudiante, E1 (6-2).

Problema 3 - María practica escalada en una montaña de 4832 metros de altura, durante tres días. Antes de alcanzar la cima de la montaña María asciende y desciende una determinada cantidad de metros cada día, como se muestra en la siguiente tabla.

El estudiante realiza monitoreo lo que se evidencia en la corrección que lleva a cabo durante el desarrollo del proceso.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, the number '030020' is written in pink. Below it, a vertical addition is shown in green:
$$\begin{array}{r} 1348 \\ + 386 \\ \hline 1734 \end{array}$$
 This result is crossed out with a blue line. Below the correction, another vertical addition is shown in blue:
$$\begin{array}{r} 2568 \\ + 384 \\ \hline 2952 \end{array}$$
 An arrow points from the underlined '2568' to the word 'correccion' written below it. Underneath 'correccion', a third vertical addition is shown in black:
$$\begin{array}{r} 3348 \\ + 386 \\ \hline 3734 \end{array}$$
 This result is also crossed out with a blue line. Below the final correction, another vertical addition is shown in black:
$$\begin{array}{r} 3348 \\ + 384 \\ \hline 3732 \end{array}$$
 The final result '3732' is underlined.

(Ítem 2)

Se evidencia un proceso de monitoreo ya que al encontrar un error el realiza la corrección indicada. Sin embargo, el error es producto de no realizar las operaciones en forma ordenada. Con respecto a la Evaluación, podemos observar que la mayoría de los estudiantes tienen dificultad al momento de dar solución a una situación problema.

Un ejemplo de esto es el proceso realizado por los estudiantes;

P2 – ITEM 4

No realiza evaluación

P3 ITEM 3

No realiza evaluación

P4 – ITEM 3

No realiza evaluación

En las oportunidades en que los estudiantes llevaron a cabo un proceso de evaluación se evidencio que lo hicieron comparando el resultado obtenido en un registro de representación con el obtenido en otro diferente, Donde concluyen que deben obtener la misma respuesta así utilicen diferentes registros.

La evaluación no la realizan de manera adecuada ya que no es consciente de los obstáculos presentes y no enfatiza en la manera de solucionar obstáculos ni identifica la manera como aprende. Además, se evidencia que en las preguntas dos, tres y cuatro, no realizan evaluación. Por lo tanto, es importante tener en cuenta la evaluación es fundamental a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia.

En el proceso de resolución de problemas se genera el escenario propicio para inspeccionar los procesos de regulación cognitiva, ya que este momento el estudiante desarrolla procesos de regulación metacognitiva; bajo esta circunstancia, el estudiante debe atravesar etapas: antes, durante y después para aproximarse a resolver un problema. Durante esas etapas se presenta la posibilidad de formular y replantear las estrategias utilizadas para luego validarlas y así

promover la eficacia metacognitiva, más que la misma capacidad intelectual, (Buitrago y García. 2012).

La relación que existe entre las debilidades en los procesos y las transformaciones de tratamiento y conversión; se puede observar que la mayoría de dificultades en el tratamiento están relacionada con debilidades en procesos de regulación metacognitiva, en la comprensión sistemática de la situación ya que los estudiantes, no hacen seguimiento adecuado al desarrollo de sus procedimientos y no evalúan los resultados finales para replantear la solución y también buscan resolver la situación inmediatamente sin tener en cuenta una planificación previa del procedimiento y acciones que conlleven al uso de otros registros o se apoyen en estrategias ya conocidas.

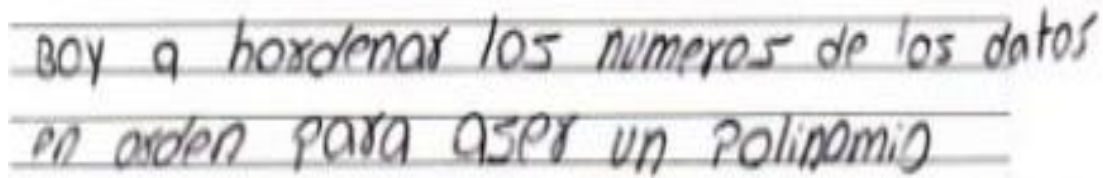
7.2 ANÁLISIS PROCESO DE TRANSFERENCIA

En la etapa de transferencia se desarrolló la parte central de la unidad didáctica, en ella se definió las acciones encaminadas a fortalecer los procesos de regulación metacognitiva al resolver situaciones de estructuras aditivas de los números enteros; se realizó una contextualización y profundización de los elementos teóricos y prácticos del objeto de estudio.

Se abordaron actividades para que los estudiantes asumieran una posición crítica y consiente frente al uso de los procesos de regulación metacognitiva para favorecer las transformaciones de tratamiento y conversión al solucionar problemas de estructuras aditivas en los números enteros. Este análisis pretende mostrar los avances de los estudiantes durante el desarrollo de esta fase y aquellas dificultades que llevaron a replantear algunas actividades con el fin de cumplir con el objetivo del proyecto.

Se puedo evidenciar que una de las principales dificultades evidenciadas durante la etapa de transferencia tiene que ver con la capacidad de los estudiantes para argumentar la planeación, ya que, a pesar de tener claro el proceso a seguir no lograban plasmarlo ampliamente de forma escrita. Veamos uno de los casos:

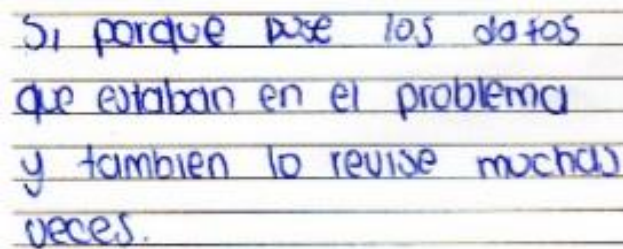
E1(6-2), p. 2, ítem 2



BOY a ordenar los numeros de los datos
en orden para que sea un polinomio

Como se puede observar en este caso el estudiante se enfoca únicamente en la operación a realizar, sin embargo, no tiene en cuenta el análisis del problema, los datos y la pregunta. Sin embargo, hay evidencias que muestran que durante esta etapa algunos estudiantes comprendieron la importancia de llevar a cabo un proceso de monitoreo y evaluación al final, esto se observa en la revisión que realizaron tanto de datos, operaciones y procesos (ver siguiente caso).

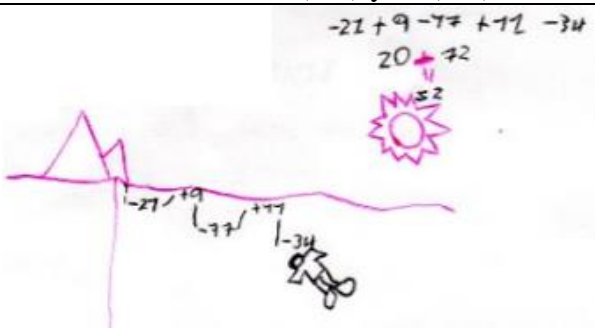
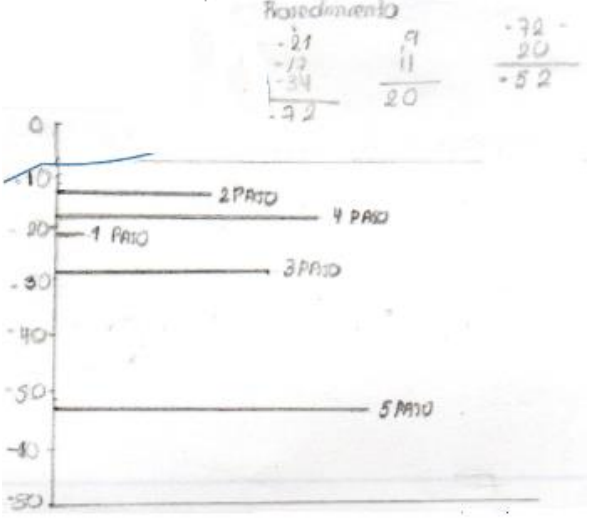
E2(6-3), p. 2, ítem 6



Si porque revise los datos
que estaban en el problema
y tambien lo revise muchas
veces.

Es de resaltar que los estudiantes tomaron conciencia de la importancia de analizar el problema y revisar los datos con los que van a trabajar, ya que en muchas ocasiones se obtienen respuestas equivocadas porque se cambian o se copian mal los datos suministrados en el encabezado del problema.

Así mismo se pudo observar que los estudiantes empezaron a familiarizarse con los diferentes registros de representación y a comprender que al resolver un problema se pueden utilizar diferentes métodos que les permiten encontrar la solución, de aquí que empiezan a entender la importancia de la aplicación de las transformaciones de conversión, tanto como apoyo para el planteamiento de la solución como para el monitoreo y evaluación de las respuestas obtenidas.

<p>(p. 2, ítem3) estudiantes E1(6-2) y E2(6-4)</p> 	<p>Registro icónico figural</p> <p>Registro aritmético</p>
	<p>Registro grafico</p> <p>Registro aritmético</p>

En el registro anterior podemos observar el cambio del registro icónico figural al registro aritmético, como también del cambio del registro grafico al aritmético. De acuerdo a Grande (citado por Morales):

La importancia de la utilización de los registros de representación se refiere a una posible manera de facilitar un proceso de aprendizaje, además de ser un medio para que un profesor tome más accesible la comprensión de la Matemática. La noción de registro de representación se refiere al dominio de signos que sirven para designar cualquier objeto. (p. 675)

Si el estudiante al momento de resolver un problema hace uso de diversos registros de representación, se le facilita la comprensión del mismo además de que logra realizar un monitoreo y una evaluación mediante la comparación de las respuestas obtenidas.

7.3 ANÁLISIS ETAPA DE EVALUACIÓN

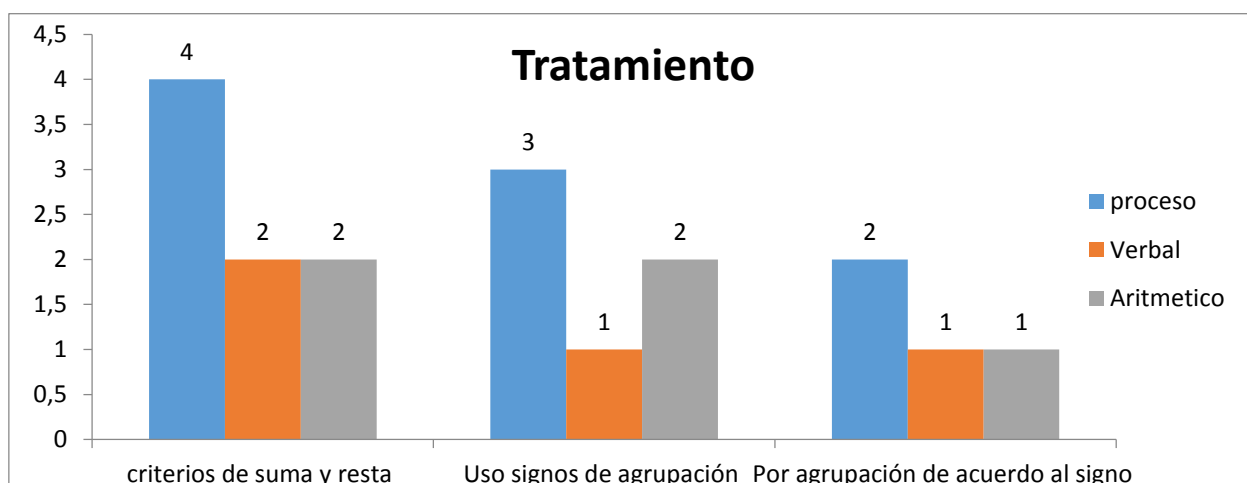
En este análisis se identificó como al involucrar los procesos de planeación, monitoreo y control en la enseñanza de resolución de problemas de estructuras aditivas, se favoreció los procesos de tratamiento y conversión.

A continuación, se presenta el análisis de cada uno de los aspectos anteriormente mencionados:

7.3.1 Transformaciones De Tratamiento En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros

En la etapa de evaluación se pudo observar que los estudiantes continúan utilizando los procesos de criterios de suma y resta, uso de signos de agrupación y agrupación de acuerdo al signo. Se pudo observar que los criterios de suma y resta fueron utilizados en 4 ocasiones, dos de ellas de forma verbal y dos de forma aritmética; el uso de signos de agrupación se utilizó 3 veces, una de forma verbal y otra de forma aritmética y el uso de signos de agrupación se evidenció en dos ocasiones, una en forma verbal y una en forma aritmética (ver grafica 4).

Gráfico 4 Transformaciones de tratamiento en la etapa de evaluación



Fuente: Esta investigación.

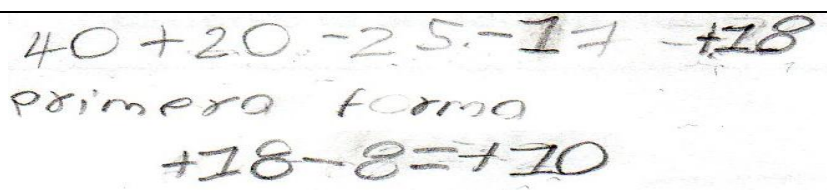
Aunque el proceso más utilizado es el criterio de suma y resta, la diferencia con los otros criterios no es tan marcada, lo que nos indica que nuestros estudiantes lograron comprender y se acercaron a diversas formas para llevar a cabo el tratamiento. Igualmente se logró evidenciar una mayor uniformidad en el uso de los registros tanto verbal como aritmético, lo que nos indica

que ahora los estudiantes logran explicar de forma verbal y con mayor claridad los procesos de tratamiento que van a desarrollar. En este sentido, Rittle-Johnson, Siegler & Alibali (citado por Báez, A, et al., 2017) sugieren:

Un tratamiento didáctico que interconecte la comprensión conceptual y la habilidad procesal en matemática, para combinar la acción con la comprensión, y que los estudiantes puedan saber por qué se ejecutan los procedimientos que requieren la solución de problemas; así como poder conjugar la capacidad de saber qué se hace y por qué se hace.
(p.22)

Si un estudiante comprende la situación problema a la que se enfrenta, tiene conocimiento sobre los registros de representación y la forma de aplicarlos; también adquiere la habilidad de explicar los procesos que va a desarrollar, esto debido a que tiene claro que y como se debe hacer.

En el siguiente caso podemos observar como el estudiante utiliza el registro aritmético y aplica un criterio de suma y resta:

Estudiante: E1(6-2)
Situación 1: Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más. Teniendo en cuenta su altura en estos momentos y que para aprobar el aterrizaje debe estar a 10 millas de altura. ¿Qué altura le falta o le sobra para que este avión pueda aterrizar?
Respuesta del estudiante:
 <p>El resultado me dio +18 le reste 8 millas para que quedara a +10 millas.</p>

En primera instancia el estudiante plantea un polinomio aritmético de acuerdo a las millas que asciende y desciende el avión, para luego realizar una resta entre la altura a la cual se encuentra el avión y la altura a la cual debe estar para poder aterrizar, encontrando de esta forma la solución correcta al problema. Como se puede observar la solución es encontrada mediante la realización de sumas y restas aplicadas de forma consecutiva.

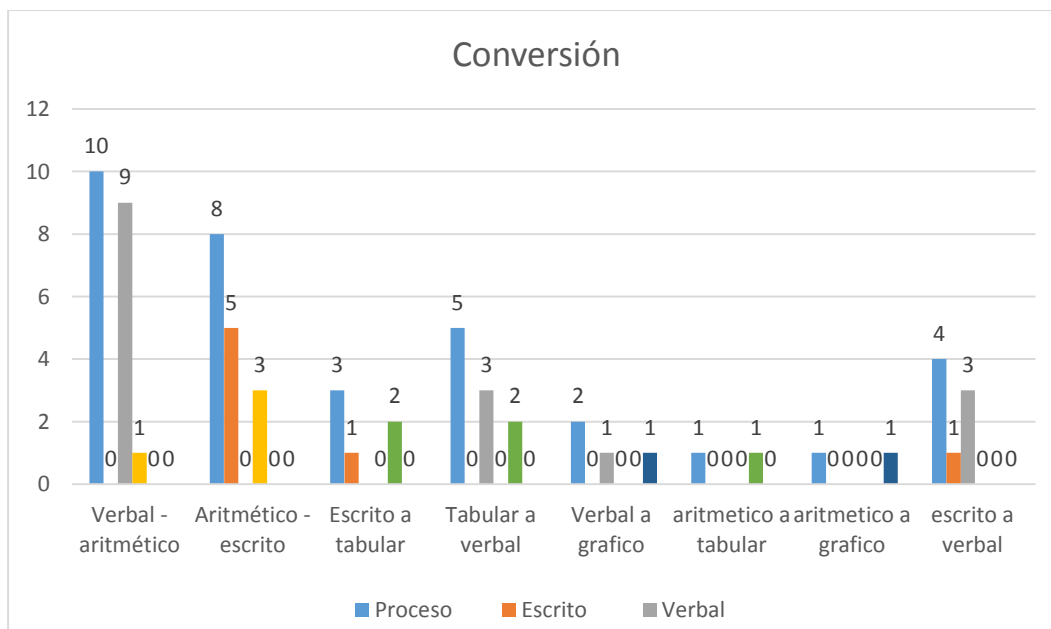
Se puede evidenciar que la mayoría de los estudiantes utilizan el registro aritmético para realizar las transformaciones de tratamiento y en este utilizaron diferentes criterios para encontrar la solución a las diferentes situaciones planteadas, el uso de diferentes criterios igualmente permitió que los estudiantes pudieran realizar un control y evaluación de la respuesta obtenida.

El papel desempeñado por los signos, o más exactamente por los sistemas semióticos de representación, no es sólo para designar objetos matemáticos, sino también para trabajar con ellos. Estos objetos esperan que los alumnos realicen transformaciones sobre ellos. Lo importante no es la representación de un objeto matemático, sino las transformaciones que se pueden realizar sobre ellos (Morales, 2013, p.678).

Teniendo en cuenta lo anterior expresado por Morales se puede evidenciar que los estudiantes además de representar las situaciones problema mediante el uso de un registro, lograron el objetivo principal que era realizar las transformaciones dentro de este y lo hicieron utilizando diversas estrategias y criterios.

7.3.2 La Conversión En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros.

Gráfico 5 Transformaciones de conversión en la etapa de evaluación.



Fuente: Esta investigación.

En la etapa de evaluación se pudo observar que los estudiantes utilizan la conversión de manera más amplia, es decir utilizan mayor cantidad de registros de transformación; además de los registros verbal, aritmética, gráfico y figural, hacen uso del registro tabular y escrito. Es evidente que la conversión más utilizada por los estudiantes es la transformación de un registro verbal en un registro aritmético, esto lo hacen al realizar la planeación, primero explican lo que van a realizar y luego lo plasman en operaciones aritméticas, además son capaces de explicar paso a paso los procesos realizados, de esta manera los estudiantes muestran facilidad para expresar de manera verbal los procesos que piensan realizar y las estrategias empleadas durante el desarrollo del problema.

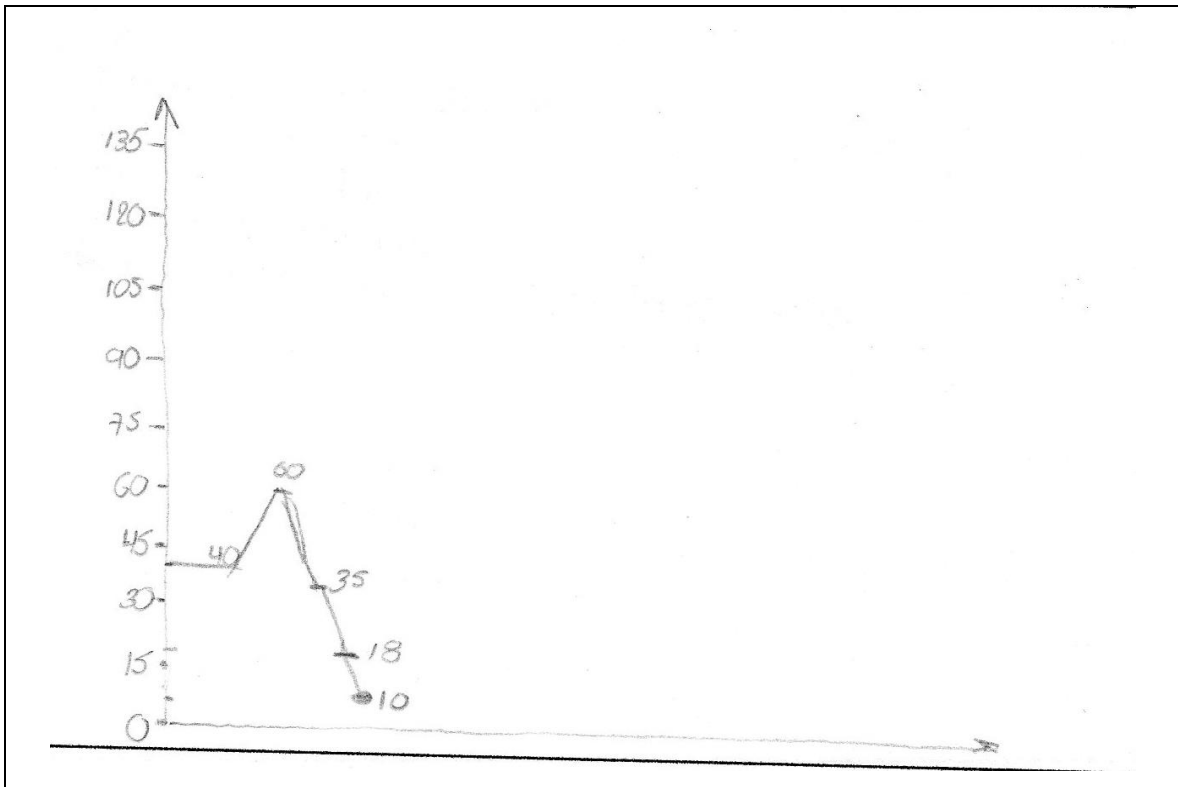
Así mismo se puede observar que se utilizó bastante la conversión de registro aritmético a registro escrito, esto se manifiesta en la medida en que los estudiantes explican detalladamente los procesos necesarios en la solución de los problemas, además se muestra conversión de registro escrito a tabular, de tabular a verbal y de verbal a gráfico, esto se utilizó principalmente para verificar la validez de las respuestas en el momento de la evaluación, esto nos permite evidenciar que los estudiantes están utilizando las transformaciones de conversión de buena manera lo cual facilita la resolución de problemas en matemáticas.

A continuación, se presentan los siguientes casos:

<p>Problema 1: Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más</p>

<p>E2</p>

<p>Primero ubiqué 40, después como subía 20 llegó a 60, pero como el avión tenía que evitar una tormenta bajó 25 millas y quedó en 35, después bajó y quedó en 18 y como a lo último tenía que aterrizar en 10 millas, bajé 8 (p1, item3)</p>



El estudiante explica lo que está realizando y por medio de la gráfica determina los resultados de las operaciones, es decir está realizando conversión de registro gráfico a registro verbal y puede llegar a la respuesta haciendo un análisis del proceso realizado.

Problema 1: Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más

E1.

Porque hice otra forma, otra operación hice una tabla y ubiqué los datos, luego hice la operación, me dio más 18 otra vez (p1, ítem3)

venta	40
asenso	20
decienda	25
decienda	17
Total	102
decienda	8
Total	110

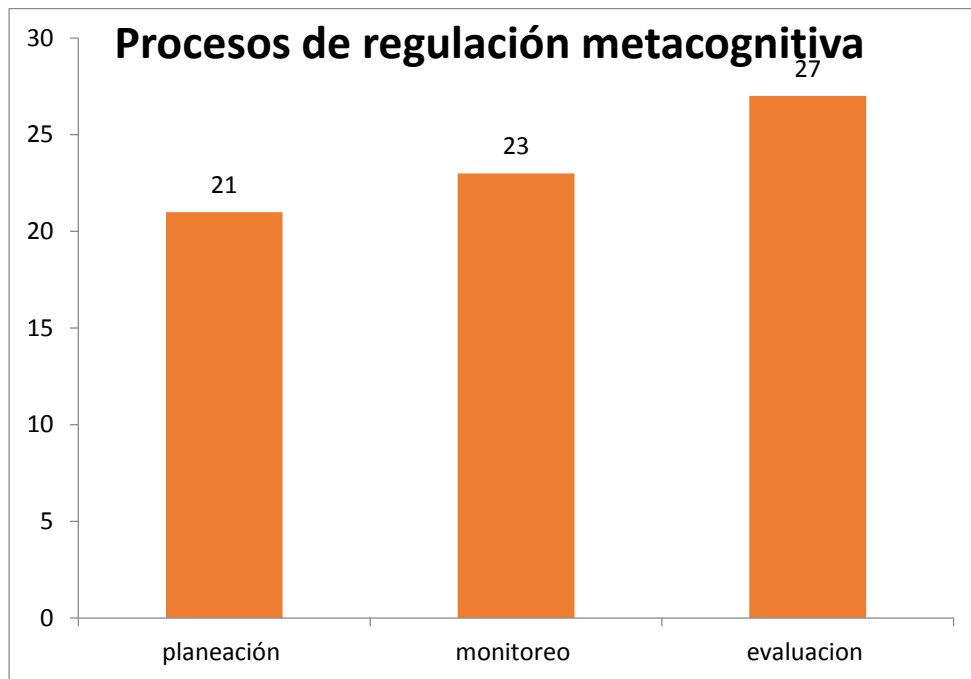
RESTO 10 que no sobro

El Estudiante manifiesta que realizó el proceso de otra forma, es decir pasó de registro aritmético a registro tabular y a registro verbal y que la respuesta fue la misma, se puede evidenciar como el estudiante utiliza la conversión como método de verificación de la validez de la respuesta.

Es posible concluir que los estudiantes conocen el concepto y significado de transformaciones de conversión, lo aplican en la solución de problemas, teniendo en cuenta las etapas de regulación cognitiva: planeación, monitoreo y evaluación, claramente lo expresan en las entrevistas y lo ratifican al utilizar diferentes registros durante la solución de problemas aditivos con números enteros, esto les ayuda a tener certeza en la respuesta adecuada, a comprobar si los procedimientos y estrategias empleadas son las correctas y lo más importante les ayuda a comprender los problemas de mejor manera, se puede afirmar que los estudiantes entienden y aplican el concepto de conversión como “la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. La conversión es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida” (Duval, 1999).

7.3.3 Los Procesos De Regulación Metacognitiva En Problemas En Estructuras Aditivas De Los Números Enteros

Gráfico 6 Procesos de regulación metacognitiva en la etapa de evaluación



Fuente: Esta investigación.

En la gráfica N.6 podemos observar que al momento de resolver problemas aditivos en el conjunto de los números enteros la mayoría de los estudiantes evalúan ya que van comparando un resultado con el otro es decir el tratamiento y la conversión es un apoyo para verificar los resultados; concluyen que deben obtener la misma respuesta así utilicen diferentes registros, y también se evidencia que realizan un proceso de monitoreo, es decir que los estudiantes comienzan haciendo cálculos mentales llegando a una respuesta, y a medida que va desarrollando las operaciones, se dan cuenta si la respuesta es la correcta o no rectificándolo con un registro, y al encontrar un error realizan la corrección; con respecto a la planeación no se mira la realización de una planificación consciente, los estudiante simplemente enumeran algunos pasos, pero no explican detalladamente cómo llegarán a la solución del problema es decir no buscan estrategias.

Un caso de esto es el proceso realizado por el estudiante, E1 (6-2)

Problema 1 - Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más.

Teniendo en cuenta su altura en estos momentos y que para aprobar el aterrizaje debe estar a 10 millas de altura. ¿Qué altura le falta o le sobra para que este avión pueda aterrizar?

RESPUESTA DEL ESTUDIANTE:

1. leer
2. Colocar los datos obtenidos
3. Hacer la operación
4. obtener el resultado
5. verificar el resultado
6. Dar la respuesta con el resultado correcto

(P 1, Ítem 1)

Se evidencia que el estudiante simplemente enumero algunos pasos, pero no explica detalladamente cómo solucionará el problema, por lo que no se mira la realización de una planificación consciente, por lo tanto, no pueden resolver de manera correcta el problema planteado ya que no realiza una planeación bien estructurada que le permita desarrollar el problema con certeza.

En este caso el proceso realizado por el estudiante, E5 (6-3).

Problema 1 - Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más.

Teniendo en cuenta su altura en estos momentos y que para aprobar el aterrizaje debe estar a 10 millas de altura. ¿Qué altura le falta o le sobra para que este avión pueda aterrizar?

RESPUESTA DEL ESTUDIANTE:

yo la pienso resolver efectuando una suma y unas restas

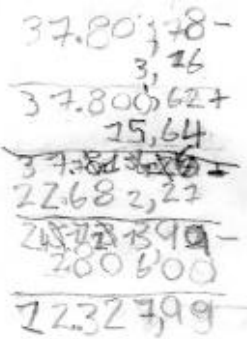
(P1, Ítem 1)

El estudiante realiza un proceso de planificación, pero no lo hace de forma detallada si no muy general, enumerando dos pasos que no dan cuenta del proceso que debe realizar, y resuelve

el problema mediante un registro aritmético donde agrupa términos positivos y negativos, verifica valores.

Con respecto al Monitoreo se puede observar que los estudiantes al momento de realizar las tareas realizan prácticas como las autoevaluaciones durante el aprendizaje con el fin de verificar, rectificar y revisar las estrategias sugeridas; teniendo en cuenta que en el monitoreo el estudiante tiene la posibilidad de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución.

Un caso de esto es el proceso realizado por el estudiante, E1 (6-2)

Problema: 2 Observa el concepto y el valor del servicio de energía con los respectivos ajustes. ¿De acuerdo a lo anterior cuanto se debe pagar.
RESPUESTA DELESTUDIANTE:  (P2, ítem 4)

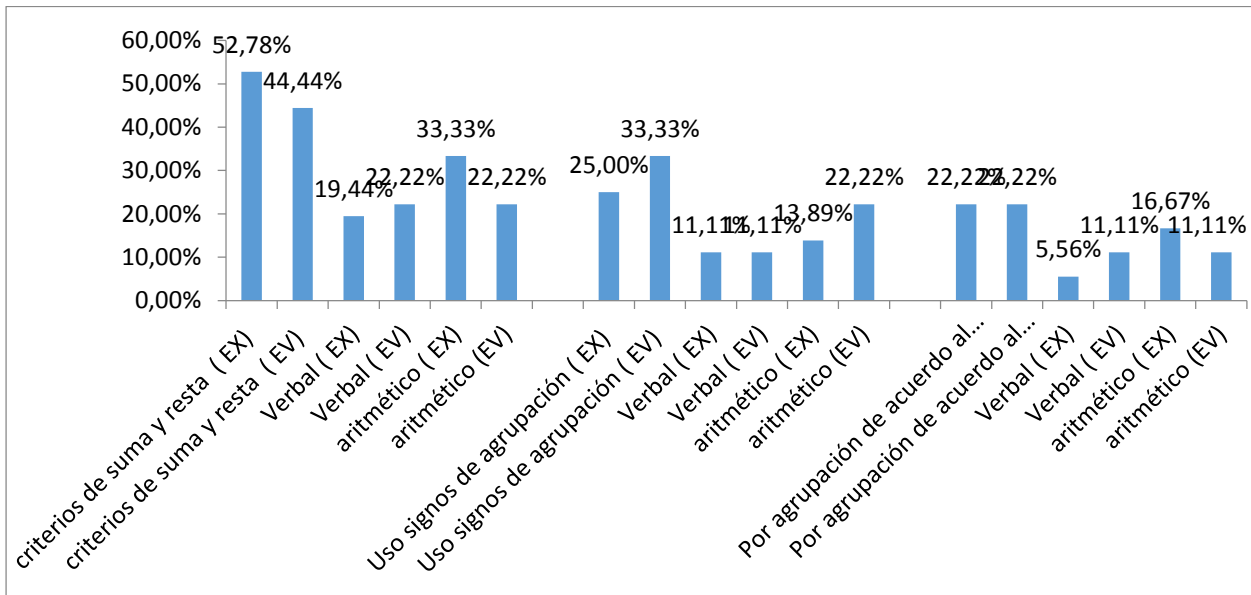
Aplica monitoreo mediante revisión de operaciones, lo que se evidencia en los borrones realizados. En la evaluación la mayoría de los estudiantes evalúan los procesos realizados, ya que son conscientes de que este proceso es fundamental para detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia.

Para concluir la mayoría de los estudiantes tienen la capacidad de realizar la evaluación de manera adecuada ya que son conscientes que durante esta etapa se presenta la posibilidad de formular y replantear las estrategias, teniendo en cuenta que en el proceso de resolución de problemas se genera el escenario propicio para inspeccionar los procesos de regulación metacognitiva, y bajo esta circunstancia, el estudiante debe atravesar las etapas del; antes, durante y después para aproximarse a resolver un problema, teniendo la posibilidad de formular y replantear las estrategias utilizadas para luego validarlas.

7.4 ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LA ETAPA DE INDAGACIÓN Y EVALUACIÓN.

7.4.1 Categoría Tratamiento

Gráfico 7 Análisis comparativo de las transformaciones de tratamiento



Fuente: Esta investigación.

Durante el desarrollo de esta investigación pudimos observar que los estudiantes de grado sexto se enfocaron en el registro aritmético al momento de llevar a cabo las transformaciones de tratamiento, y al interior de este utilizaron tres criterios, los cuales se denominaron de suma y resta; uso de signos de agrupación y por agrupación de expresiones según su signo; estos estuvieron presentes durante la etapa de indagación, transferencia y finalmente en la etapa de evaluación.

Al realizar el análisis comparativo entre la etapa de indagación y evaluación, podemos observar que inicialmente en la etapa de indagación la mayoría de los estudiantes se enfocaban en el criterio de suma y resta (52,78%), mientras que los otros dos criterios se usaron de forma más esporádica; el criterio de uso de signos de agrupación (25%) y por agrupación de signos (22%).

Además, en estos dos últimos criterios se observaron algunas dificultades, como se muestra en los siguientes casos:

Situación 1: Un día de invierno amaneció a 3 grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8 grados y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4 grados, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 5 grados más. ¿Cuál es la temperatura que se alcanzó a las 6 de la mañana?

Respuesta del estudiante: E2(6-4)

$$\begin{array}{l} (-3) (8) (2) (-4) (-5) \\ (5) (-2) (-5) \\ (3) (-5) \\ -2 \end{array}$$

Rta la temperatura que alcanzó a las 6 de la mañana fue de -2 grados.

$$\begin{array}{l} (-3) (8) (2) (-4) (-5) \\ (10) (-12) \\ -2 \end{array}$$

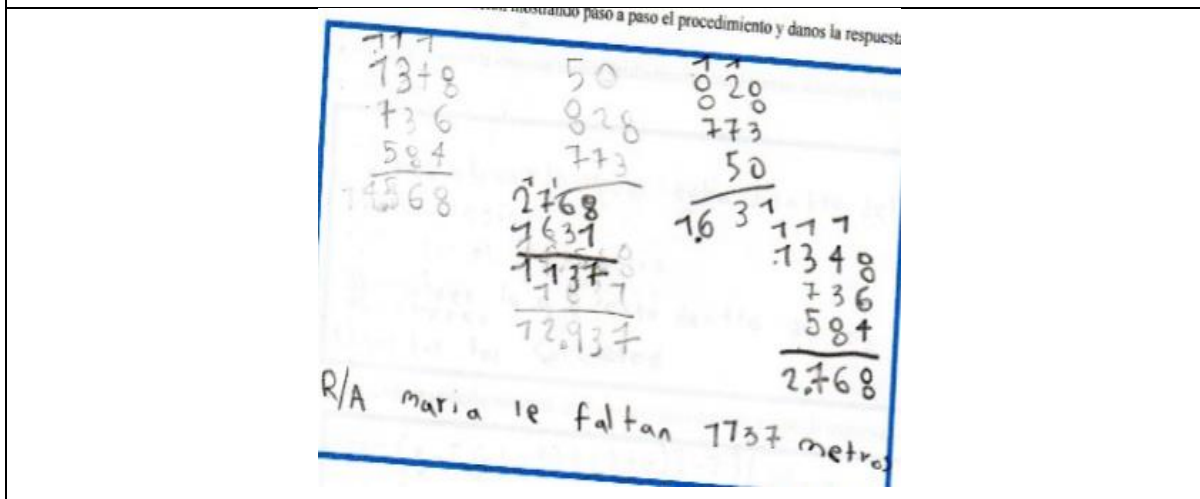
Si es posible soluciones de otra manera

Se puede observar que a pesar de que la respuesta obtenida es correcta se hace un mal uso de los signos de agrupación ya que únicamente se están utilizando para la separación de los valores, dejando la impresión de que se tratara de una multiplicación y no de operaciones de adición y sustracción. Cuando se solicita al estudiante que solucione el problema utilizando otra manera nuevamente trata de usar los signos de agrupación, pero esta vez aplicando también el criterio de agrupación de la expresión numérica de acuerdo al signo, pero vuelve a cometer el mismo error al momento de usar los paréntesis. Según Carrión (citado por Amaya, T. y Medina, A. 2013), este tipo de errores se pueden categorizar como:

Errores de escritura que se presentan al comunicar el procedimiento de transformación de la expresión, aunque se escojan las operaciones adecuadas y éstas se realicen correctamente. En los errores de este tipo, el estudiante realiza los cálculos secuencialmente sin cometer errores en la ejecución de las operaciones y es muy común que se obtengan resultados correctos. (p.125)

Situación 3: María práctica escalada en una montaña de 4832 metros de altura, durante tres días. Antes de alcanzar la cima de la montaña María asciende y desciende una determinada cantidad de metros cada día, como se muestra en la siguiente tabla.

Respuesta del estudiante: E5(6-3)



En este caso podemos observar que el estudiante trato de usar el criterio de agrupación de la expresión numérica de acuerdo al signo, pero lo hace de forma desorganizada y obviando los signos de las cantidades, lo que conlleva a que se cometan errores en las operaciones y por consiguiente se obtenga una respuesta errada. Aquí podemos observar que se presentan errores de operación que, según Carrión (citado por Amaya, T. y Medina, A. 2013), ocurren cuando “los estudiantes distorsionan el proceso de obtener el resultado de cada operación realizada de manera independiente por mal uso de las operaciones o de los signos”. (p.125)

Teniendo en cuenta los errores cometido por los estudiantes se llevaron a cabo las actividades correspondientes a la etapa de transferencia en la cual se enfatizó en su análisis y corrección “Esto permite determinar los medios para corregirlos y concientizar al estudiante de que los comete, y así convertirlos en un medio en el proceso de construcción del conocimiento” (Vergnaud, citado por Amaya, T. y Medina, A. 2013. P.124). Igualmente, se recalco la importancia de los diferentes registros de representación y en la utilización adecuada de los tres criterios que se generaron a partir del registro aritmético, debido a esto se puede observar que los estudiantes los empezaron a aplicar de forma correcta y más ordenada. Así mismo se notó una disminución en el uso del criterio de suma y resta (44,44%), lo que genero un incremento en el

porcentaje del criterio de uso de signos de agrupación (33,33%); mientras que el porcentaje del criterio de agrupación por signos se conservó igual.

En el siguiente caso se puede observar como los estudiantes empezaron a realizar una correcta utilización de los signos de agrupación, lo que permitió que además de que los resultados obtenidos sean correctos el proceso realizado por ellos sea más fácil de comprender.

Situación 3: Un avión vuela a 40 millas de altura, de repente sube 20 millas más para evitar una tormenta y luego desciende 25 millas para recuperar su altura. Al cabo de unas horas se prepara para aterrizar por lo que el piloto desciende 37 millas más.

Teniendo en cuenta su altura en estos momentos y que para aprobar el aterrizaje debe estar a 10 millas de altura. ¿Qué altura le falta o le sobra para que este avión pueda aterrizar?

Respuesta del estudiante: E3(6-2)

$$\begin{array}{r} (40+20)+(-25-17) \\ 60 - 42 \\ 18 \end{array}$$

De igual forma al momento de aplicar el criterio de agrupación de expresiones de acuerdo a su signo, se hizo de forma más ordenada, discriminando los valores por conceptos, en este caso como positivos y negativos o como cobros y descuentos.

Situación 3: Observa el concepto y el valor del servicio de energía con los respectivos ajustes. ¿De acuerdo a lo anterior cuanto se debe pagar?

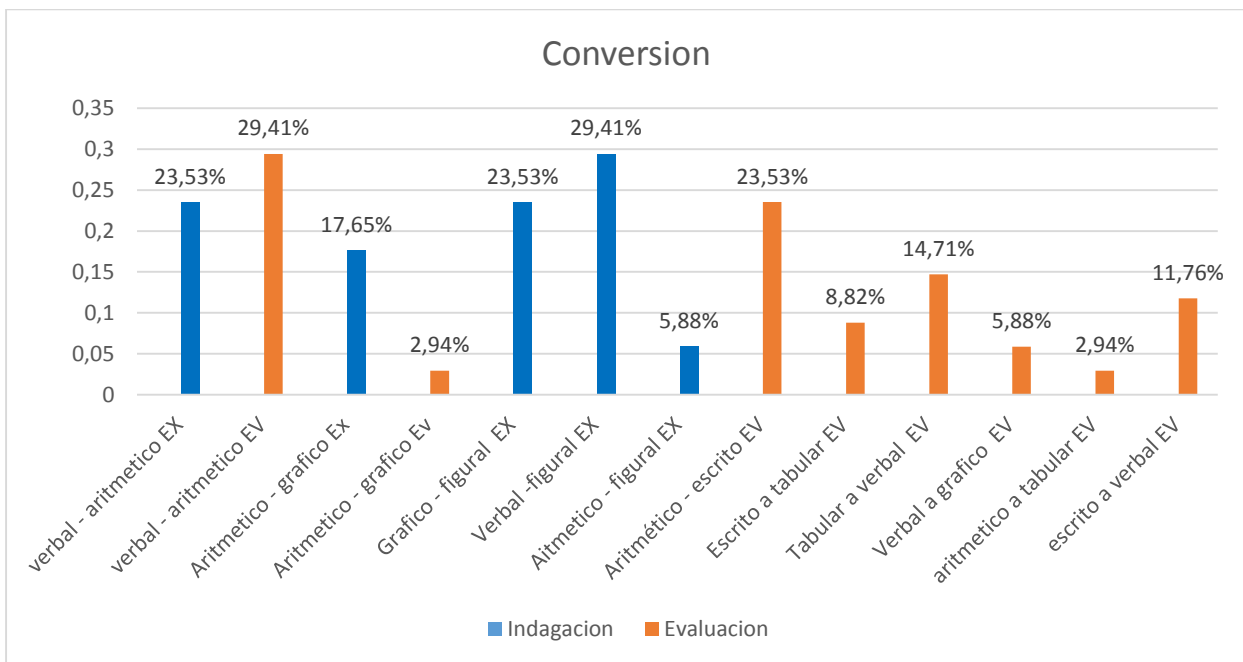
Respuesta del estudiante: E4(6-3)

$\begin{array}{r} 37.803,78 \\ -3,16 \\ 15,64 \\ -22.682,27 \\ -2.806,00 \end{array}$	<table border="0"> <tr> <th style="text-align: center;">Positivos</th> <th style="text-align: center;">Negativos</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 37.803,78 \\ 15,64 \\ \hline 37.819,42 \end{array}$ </td> <td style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} -22.682,27 \\ -2.806,00 \\ -3,16 \\ \hline -25.491,43 \end{array}$ </td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"> <p>Resta</p> $\begin{array}{r} 37.819,42 \\ -25.491,43 \\ \hline 12.327,99 \end{array}$ </td> </tr> </table>	Positivos	Negativos	$\begin{array}{r} 37.803,78 \\ 15,64 \\ \hline 37.819,42 \end{array}$	$\begin{array}{r} -22.682,27 \\ -2.806,00 \\ -3,16 \\ \hline -25.491,43 \end{array}$	<p>Resta</p> $\begin{array}{r} 37.819,42 \\ -25.491,43 \\ \hline 12.327,99 \end{array}$	
Positivos	Negativos						
$\begin{array}{r} 37.803,78 \\ 15,64 \\ \hline 37.819,42 \end{array}$	$\begin{array}{r} -22.682,27 \\ -2.806,00 \\ -3,16 \\ \hline -25.491,43 \end{array}$						
<p>Resta</p> $\begin{array}{r} 37.819,42 \\ -25.491,43 \\ \hline 12.327,99 \end{array}$							
<p>Respuesta : lo que hay que pagar es 12.327,99 pesos.</p>							

Teniendo en cuenta los resultados representados en la gráfica N. 7 y los avances que se mostraron en cada uno de los casos, se puede concluir que se logró que los estudiantes comenzaran a usar diferentes procesos que les permiten encontrar la solución del problema aplicando transformaciones de tratamiento con diferentes procesos dentro de un mismo registro y que dichos procesos sean aplicados de forma correcta y organizada, para que así tanto al estudiante como docente se le facilite el proceso de control y evaluación.

7.4.2 Categoría Conversión

Gráfico 8 Análisis comparativo de las transformaciones de conversión



Fuente: Esta investigación.

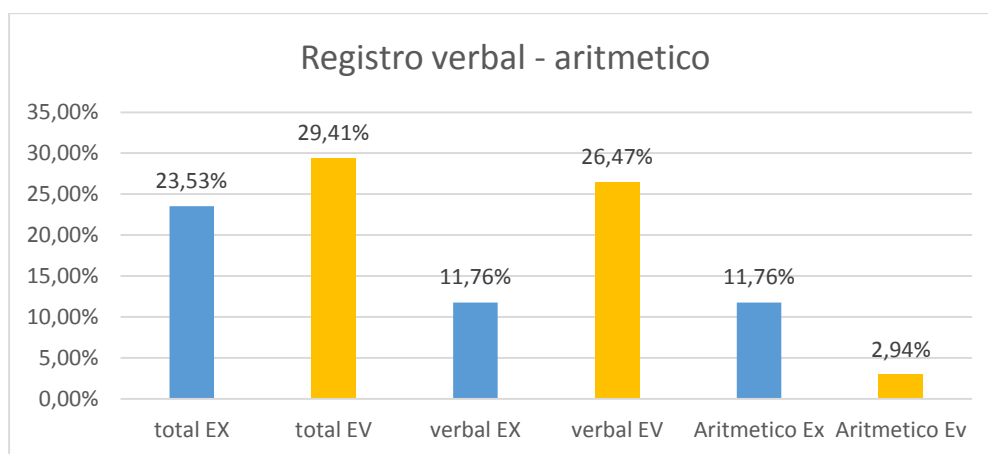
De acuerdo a la gráfica se puede evidenciar que mientras en la etapa de indagación tenemos cinco tipos de conversión en la etapa de evaluación se incrementaron, es así como además de las conversiones de los registros de representación verbal a aritmético, aritmético a gráfico, gráfico a figural, verbal a figural y aritmético a figural, se presentan otras conversiones como son aritmético a escrito, escrito a tabular, tabular a verbal, verbal a gráfico, aritmético a tabular y escrito a verbal; es decir pasaron de cinco registros en la etapa de indagación a utilizar ocho registros en la etapa de evaluación; este aspecto es positivo y responde a que los estudiantes

participaron de manera activa de la etapa de transferencia en donde se les explicó los diferentes conceptos, su importancia y se les dio a conocer ejemplos relacionados con las transformaciones de tratamiento y conversión y la gran ayuda que representan en la solución de problemas.

En un 29.41% los estudiantes pasan del registro verbal a aritmético, este porcentaje se conserva de la etapa de indagación, ya que ellos explican de manera detallada los procesos a realizar y luego los escriben en forma de polinomios los cuales son desarrollados de manera acertada y responden a las explicaciones impartidas en las clases de matemáticas.

En la etapa de evaluación observamos nuevos tipos de registros de conversión, el 23.53% de los estudiantes pasan de registro aritmético a registro escrito, es decir que además de plantear y resolver los problemas mediante un polinomio, escribieron de manera coherente los procesos realizados dando explicación a las estrategias utilizadas. Pasaron de registro tabular a registro verbal un porcentaje de 17.41%, la realización de tablas fue utilizada en esta etapa en donde consignaron los datos de acuerdo a su signo para realizar las operaciones respectivas, además pudieron explicar de manera acertada los procesos realizados para llegar a la solución de los problemas. El 11.76% pasaron de registro escrito a registro verbal, es decir los estudiantes además de explicar lo que piensan realizar o los procesos que ya realizaron los escriben quedando evidencia en las entrevistas como en los talleres de aplicación.

Gráfico 9 Comparación del registro verbal – aritmético

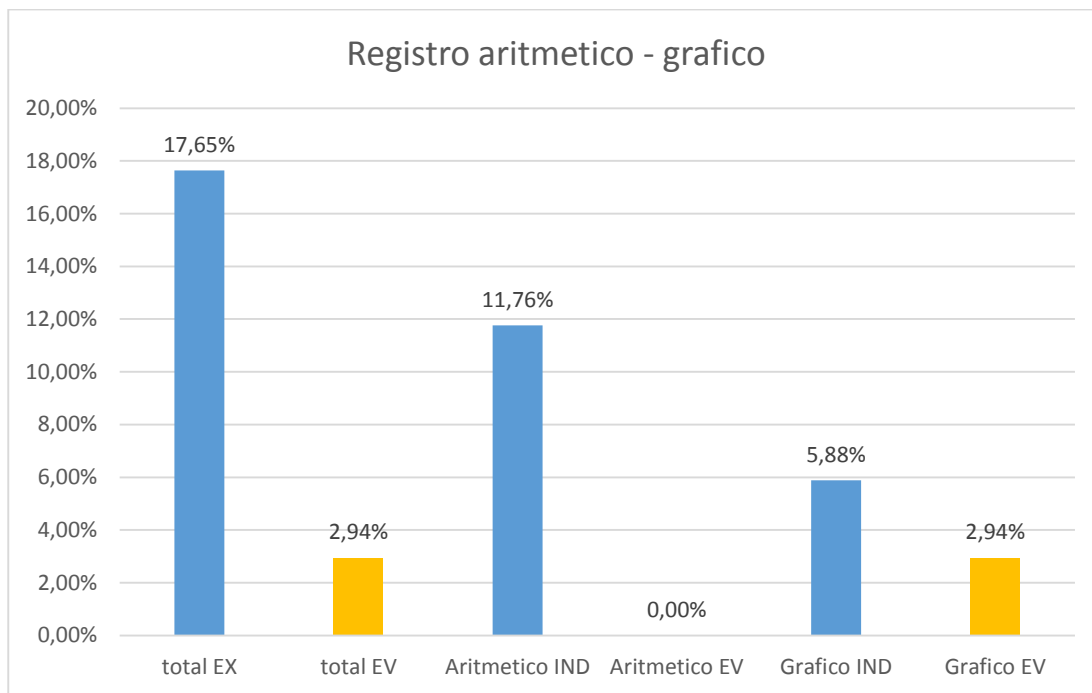


Fuente: Esta investigación.

De acuerdo a la gráfica podemos decir que los estudiantes mejoraron su expresión verbal, ya que muestran mayor facilidad para expresar la planeación de los procesos, explicar los

procedimientos a realizar y comparar los resultados, además nos damos cuenta que un gran porcentaje de estudiantes utilizó este tipo de conversión en la etapa de indagación, pero en la etapa de evaluación se incrementó en un 5.88%, es decir lo utilizaron de mejor manera en el transcurso de la investigación.

Gráfico 10 Comparación del registro aritmético _ gráfico

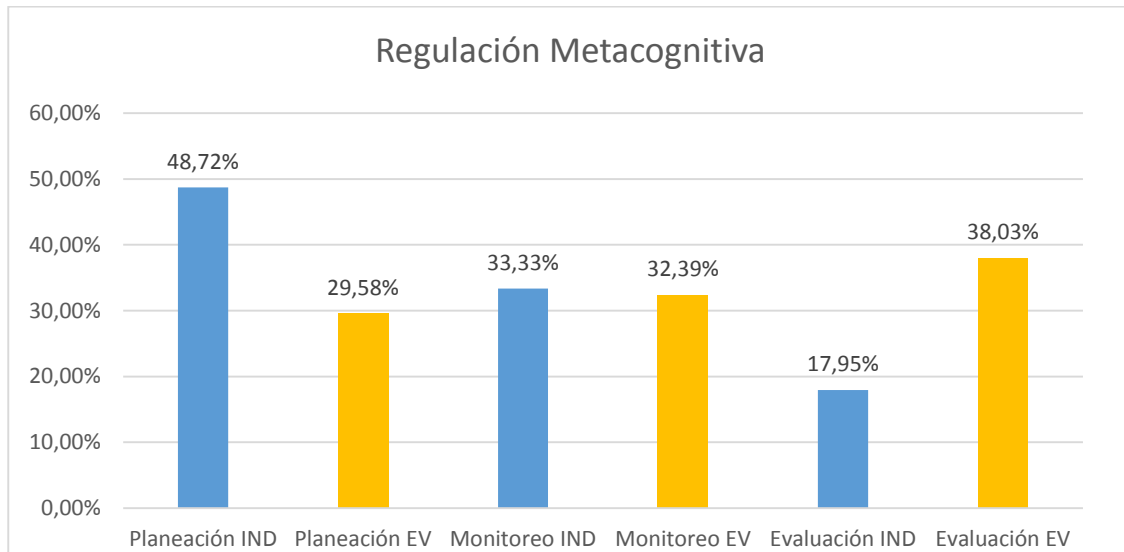


Fuente: Esta investigación.

De igual manera podemos observar que el registro aritmético a gráfico disminuyó en un 14,71%, siendo notorio la desaparición del registro aritmético, lo que nos permite inferir que los estudiantes comenzaron a utilizar otros tipos de transformaciones de conversión, siendo esto un aspecto positivo ya que los lleva a pensar en otras formas de llegar a la solución de un problema que no necesariamente implique procesos aritméticos.

7.4.3 Procesos De Regulación Metacognitiva

Gráfico 11 Comparación regulación metacognitiva.

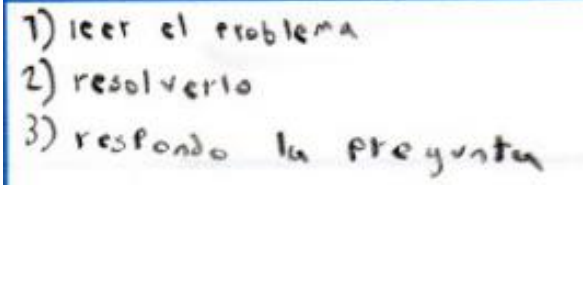
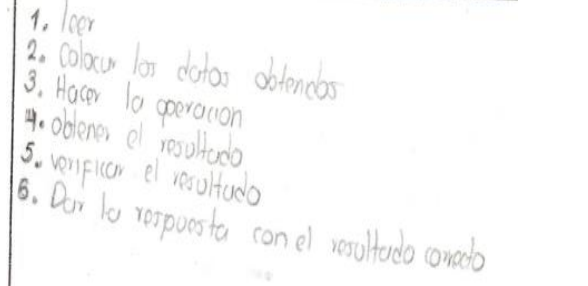


Fuente: Esta investigación.

En la etapa de indagación la mayoría de las oraciones con sentido se enfocaban al proceso de planeación con un 48,77%, mientras que en el proceso de evaluación solo se encontró un 17,95% de aplicación, lo que da cuenta que los estudiantes no realizaban una evaluación de los procesos adecuadamente, una vez obtenida la solución no evaluaban si esta era coherente con los datos suministrados y a la pregunta realizada.

A partir de la etapa de transferencia en la que se enfatizó en la importancia de la aplicación de los tres procesos para obtener buenos resultados, se pudo observar que se logró una homogenización en la aplicación de planeación 29,58%, monitoreo 32,39% y evaluación con 38,03%. Mostrando un leve aumento en el proceso de evaluación lo que nos lleva a concluir que los estudiantes comprendieron la importancia que este proceso tiene, para evitar errores al momento de dar la solución a un problema. La mayoría de ellos garantizaron que la valides de las respuestas mediante el monitoreo de los datos y operaciones realizadas, así mismo mediante la evaluación de resultados y la comparación mediante transformaciones de tratamiento y conversión.

Imagen 12 Proceso de planeación en la etapa de indagación y evaluación

Planeación en la etapa de indagación	Planeación en la etapa de evaluación
 <p>1) leer el problema 2) resolverlo 3) responde la pregunta</p>	 <p>1. leer 2. Colocar los datos obtenidos 3. Hacer la operacion 4. obtener el resultado 5. verificar el resultado 6. Dar la respuesta con el resultado correcto</p>

Fuente: elaboración propia

Es importante también destacar que en la etapa de planeación los estudiantes comenzaron a tomar conciencia de la importancia de realizar un proceso de planificación más preciso en el que describían paso a paso los procesos y estrategias a utilizar, incluyendo desde esta etapa los proceso de monitoreo y evaluación, apoyados en transformaciones de tratamiento y conversión.

8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El trabajo desarrollado con los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar, permitió determinar la incidencia que tienen los procesos de regulación metacognitiva con respecto a las transformaciones de tratamiento y conversión, la forma en que se aplican y los tipos de registros de representación utilizados al momento de resolver problemas con estructuras aditivas en el conjunto de números enteros, frente a esto se presentan las siguientes conclusiones y recomendaciones:

8.1 CONCLUSIONES

- En los resultados de esta investigación, se pudo constatar la incidencia positiva que tienen los procesos de regulación metacognitiva en las transformaciones de tratamiento y conversión; esto se realizó mediante la aplicación de una unidad didáctica a cinco estudiantes del grado sexto de la Institución educativa Simón Bolívar quienes al participar activamente lograron desarrollar la capacidad para autorregular su propio aprendizaje; es decir, planificar estrategias a utilizar en cada situación, aplicarlas, monitorear el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos, corregir o mantener la estrategia; esto unido a la utilización de diferentes registros de representación ya sea para realizar tratamiento o conversión.
- Al analizar las transformaciones de tratamiento que implementan los estudiantes en la solución de problemas con estructuras aditivas en el conjunto de los números enteros se evidencio que tienen mayor inclinación al uso del registro aritmético, utilizando tres criterios diferentes, el de suma y resta que hace referencia a realizar las operaciones de adición y sustracción en el orden en que estas se van presentando; el uso de signos de agrupación para organizar las operaciones en donde se utiliza paréntesis, corchetes y llaves y se resuelve teniendo en cuenta los criterios de resolución de polinomios aritméticos con signos de agrupación; y por agrupación de la expresión numérica de acuerdo al signo, esto tiene que ver con la solución de operaciones teniendo en cuenta el signo de los valores. Esto debido a que en las clases se trabaja más este tipo de registro.

- Al analizar las transformaciones de conversión que implementan los estudiantes al resolver situaciones con estructuras aditivas de los números enteros, se observó el fortalecimiento de esta categoría pasando de 5 tipos de conversión en la etapa de indagación a 8 en la etapa de evaluación esto se debe a que los estudiantes conocen y aplican el concepto y significado de transformaciones de conversión, en la solución de problemas, esto les ayuda a tener certeza en la respuesta adecuada, a comprobar si los procedimientos y estrategias empleadas son las correctas y lo más importante les permite comprender los problemas de mejor manera.
- A medida que se abordaban las etapas del proceso investigativo se pudo observar que los estudiantes fueron mejorando progresivamente la aplicación de los procesos de regulación metacognitiva esto les otorgaba mayor autonomía para resolver los problemas matemáticos que se le presentaban y además les ayudó a tener cierto grado de conciencia sobre las dificultades existentes en el momento de abordar un problema matemático, igualmente cabe resaltar que cada vez que el proceso avanzaba, los estudiantes se apoyaban en más registros de representación con el fin de determinar la validez de las respuestas.
- Los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con estructuras aditivas en el conjunto de los números enteros, cumple un papel importante ya que permite que el estudiante pueda anticiparse, autorregularse y optimizar su propio aprendizaje, pero es necesario que exista una conceptualización adecuada sobre estos procesos al igual que de los conceptos básicos y propiedades de la adición y sustracción de números enteros.
- El uso de diferentes registros de representación permite que los estudiantes realicen comparaciones frente a los resultados de diferentes procesos y puedan comparar los resultados para verificar la validez de la respuesta.

8.2 RECOMENDACIONES

- Es necesario, que los estudiantes dentro del proceso de resolución de problemas dejen atrás la visión tradicional, donde solo se busca la solución del mismo, es decir encontrar la respuesta sin importar si esta es correcta o incorrecta y sin tener en cuenta la aplicación adecuada del algoritmo, para ello es necesario incorporar proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros lo que permite que haya una planificación, un monitoreo y la evaluación, lo que garantiza la validez de las respuestas al igual que de los procesos.
- Es necesario que los docentes propongan dentro de la práctica educativa, estrategias que promuevan que los estudiantes sean conscientes de su propio proceso de aprendizaje lo que los lleve a reflexionar, indagar, proponer, planear, plantear, replantear y evaluar sus avances y retrocesos a la hora de resolver un problema matemático; es decir detectar sus fortalezas y dificultades, permitiendo que sean capaces de buscar ayuda cuando lo requieran.
- Una vez analizados los resultados obtenidos se mira que es pertinente proponer en la Institución donde se aplicó la investigación, la incorporación de la regulación metacognitiva y las transformaciones de tratamiento y conversión como estrategia didáctica en el currículo, teniendo como base la resolución de problemas. Con el fin de obtener mejores resultados en las pruebas de evaluación interna y externa.
- Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se sugiere ampliar el procedimiento empleado en este trabajo de investigación a otros tipos de problemas en diferentes temáticas y grados del área de matemáticas con el fin de observar los alcances y limitaciones que puedan presentarse.

9 REFERENCIAS

- Acosta, C., Bravo, R., Campo, A., & Fontalvo, M. (2011). *Desarrollo de la Metacognición al resolver problemas de adición de números enteros*. Zona próxima.
- Amaya, T. y Medina, A. (2013). *Dificultades de los estudiantes de grado once al hacer transformaciones de representaciones de una función con el registro figural como registro principal*. *Revista Educación Matemática*, 25(2), 119-140.
- Baez, T., Pérez, O & Triana, B. (2017). *Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial*. *REVISTA ACADEMIA Y VIRTUALIDAD*, volumen 10, número 2, p. 20 a 30.
- Barro, Bravo, Campo & Fontalvo. (2011). *Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adición de números enteros*. *Artículo de investigación, Zona Próxima*, ISSN impreso:1657-2416 N° 14 enero-junio de 2011. Recuperado de <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewArticle/1796/4738>
- Buitrago, S. & García, L. (2012). *Proceso de regulación metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/181/1/PROCESOS%20DE%20REGULACION%20METACOGNITIVA%20EN%20LA%20RESOLUCION%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS%20SMBM.pdf> (Recuperado el 20 de octubre de 2014)
- Bruno, A. (2000). *Estructuras aditivas*. Universidad de la Laguna. España.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Conde, R., & Conde, Y. (2005). *El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos*. En V Congreso Internacional Virtual de Educación, CiberEducar.

- Curotto, M. M. (noviembre 2010). *La metacognición en el aprendizaje de la matemática*. Revista electrónica Iberoamericana de educación en ciencias y tecnología. Volumen 2, número 2. Facultad de Ciencias exactas y naturales. Universidad Nacional de Catamarca.
- Doménech, M. (2004). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas. (Tesis de doctorado)*. Publicaciones Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación*. Revista la Gaceta De la RSME, V. 9, p. 143.
- Fandiño, M. I. (2009). *Las fracciones aspectos conceptuales y didácticos*. Bogota, Colombia: Editorial magisterio.
- Flavell, J. H. (1976). *Metacognitive aspects of problem solving*. En: L. B. Resnik (ed.). The nature of intelligence (pp. 231-235). Hillsdale, N.J.: Erlbaum
- Ferreira, A. (2003). *Metacognición y desenvolvimiento profesional de profesores de matemáticas: una experiencia de trabajo colaborativo*. (Tesis de doctorado). Universidad estatal de Campinas. Sao Paulo. Brasil.
- García, j., & Perales, F. (2006). *¿Cómo usan los profesores de Química las representaciones semióticas?* Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol. 5 N° 2, p. 3.
- Goetz, J., & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid, España: Editorial Morata.

- Iriate Pupo, A. J. & Sierra Pineda, I. (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. Maestría en educación. Universidad de Sucre. Sistema de Universidades Estatales del caribe colombiano. Montería- Colombia.
- Macías, J. (2014). *Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje*. Revista de Investigación Educativa Conectados. Año V. Número 9, p.27.
- Martínez, C. (2012). *Resolución de problemas de estructura aditiva con estudiantes de segundo grado de educación primaria* (tesis pregrado). Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Morales, Z. (2013). *Transformando las representaciones semióticas: un enfoque cognitivo en el estudio del álgebra*. Pontificia Universidad Católica del Perú. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Moreno, M. (2000). *Introducción a la metodología de la investigación educativa II*. México, D. F: Editorial Progreso, S.A.
- Ordoñez, L. (2014). *Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal PAEV* (Tesis maestría). Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira, Colombia.
- Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M., Gorrochategui, M. (2012). *Los registros semióticos de representación en matemática*. Revista Aula Universitaria, número 13, p. 29 a 36.
- Rocha Silva, T. C. (2006). *Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica*. Departamento de didáctica das ciencias experimentais. Área de didáctica das matemáticas. Universidad de Santiago de Compostela.

- Rojas, P. (2012). *Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- Sampieri, R. (1991). *Metodología de la investigación*. Editorial Mc Graw Hill. Mexico.
- Tamayo, O. (2006). *La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias*. Universidad Autónoma de Manizales.
- Tamayo, O., Vasco, E., Suarez, M., Quinceno, C., García, L., Giraldo, A. (2014). “*La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos mediante el uso de tecnologías de información y comunicación*”. Colciencias. Universidad Autónoma de Manizales.
- Vera, K. (2013). *Resolución de problemas aditivos con números enteros que desarrollan estudiantes de segundo año*. (Tesis de maestría). Universidad Zulia. Maracaibo. Venezuela.