

INFLUENCIA DE LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS CON ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE 7°

GÓMEZ INSUASTY WILSON ALBERTO  
CASTILLO ANGULO EDWIN FRANCISCO

FACULTAD DE EDUCACIÓN  
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES  
MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES  
2016

INFLUENCIA DE LA REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS CON ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE 7°

GÓMEZ INSUASTY WILSON ALBERTO  
CASTILLO ANGULO EDWIN FRANCISCO

Asesor

MAG. YANETH MILENA AGUDELO M ARÍN

Trabajo de Tesis presentado para obtener el grado de  
Magister en Enseñanza de las Ciencias

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MANIZALES  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2016

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Manizales, Noviembre de 2016

A mis padres quienes siempre han estado pendientes y han sido una de mis motivaciones para emprender y culminar este proceso educativo.

A mis hermanas Yadira y Deysi quienes me han apoyado desde siempre y siempre esperan lo mejor para mí.

A mis hijos Estefanía y Juan Digo por ser las personas que me inspiran para salir adelante.

A mi esposa Rocío la persona quien creyó en mí desde el principio, me animó y me ayudo a levantarme en los momentos que creí desfallecer en este proceso.

A Dios, por permitirme llegar hasta este punto y regalarme salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mis padres y hermanas por sus consejos, sus valores y motivación constante que me infundieron siempre para salir adelante, por su amor y cariño incondicional.

A todos ellos mil gracias y dedico este nuevo triunfo en mi vida.

A Dios por darnos la fortaleza y la licencia para culminar y cumplir con los objetivos que nos habíamos trazado.

A la Universidad Autónoma de Manizales, con el convenio Edupol, por facilitarnos el acceso a nuestra formación como Magister.

A los directivos docentes, compañeros docentes y sobre todo a aquellos estudiantes del grado 7° que fueron objeto de estudio de ésta investigación.

A la Institución Educativa Rural Jordán Güisia en el Municipio Valle del Guamuez Putumayo, por brindarnos el espacio para desarrollar este proceso investigativo.

## CONTENIDO

<b>Introducción.....</b>	<b>15</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>20</b>
<b>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>22</b>
1.1 Justificación.....	27
1.2    Objetivos .....	28
1.2.3 Objetivo general.....	28
1.2.4 Objetivos específicos .....	28
<b>2. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>30</b>
2.1 Antecedentes.....	30
2.2 Resolución de problemas.....	40
2.2.1 Resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas .....	42
2.3 Metacognición .....	47
2.3.1 Habilidades cognitivas .....	48
2.3.2 Habilidades metacognitivas.....	49
2.3.3 Dimensiones de la metacognición .....	50
2.3.4 La regulación metacognitiva en la resolución de problemas.....	53
2.4 Las heurísticas en la resolución de problemas.....	58
2.5 Actitudes y emociones en la resolución de problemas.....	61
2.6 Números enteros .....	62
2.6.1 Números y adición de enteros.....	64
2.7 Unidad didáctica .....	67
2.7.1 La unidad didáctica como estrategia metodológica de enseñanza aprendizaje ....	67
2.7.2 Estructura y diseño de la unidad didáctica.....	68
2.7.3 Ideas previas: Un componente indispensable en la unidad didáctica .....	81
2.6 Obstáculos en el aprendizaje .....	86
2.8 Obstáculos de aprendizaje .....	87
2.8.1 Obstáculos epistemológicos .....	87
2.8.2 Obstáculos ontológicos .....	89
2.8.3 Obstáculos cognitivo-lingüísticos.....	90
<b>3. METODOLOGÍA .....</b>	<b>92</b>
3.1 Tipo de estudio.....	92

3.2	Diseño de la investigación.....	92
3.3	Participantes.....	95
3.4	Acciones metodológicas como trabajo de campo .....	96
<b>4.</b>	<b>DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA .....</b>	<b>101</b>
4.1	Descripción de la unidad didáctica como propuesta didáctica y metodológica de intervención en el aula .....	102
4.2	Descripción de objetivos .....	105
4.3	Lo que el estudiante debe saber: “es un derecho”.....	108
4.4	Aspectos socioculturales en el diseño de la unidad didáctica .....	110
4.5	Organización y estructura de la unidad didáctica .....	112
4.6	Derecho básico de aprendizaje .....	112
4.7	Objetivos de la unidad didáctica .....	113
4.7.1	Objetivos momento de Ubicación.....	113
4.7.2	Objetivos momento de desubicación.....	113
4.7.3	Objetivos momento de reenfoque .....	113
4.8	Contenidos .....	114
4.9	Procedimiento .....	114
4.10	Actividades momento de ubicación .....	115
4.10.1	Actividad I. Exploración de ideas previas en la solución de problemas .....	115
4.10.2	Actividad II. Ideas previas sobre regulación metacognitiva: juego de roles “periodista- entrevistado” .....	116
4.10.3	Actividad III: Ideas previas sobre conceptos básicos de números enteros.....	118
4.11	Actividades momento de desubicación .....	119
4.11.1	Actividades IV: construcción del concepto números enteros.....	119
4.11.2	Actividad V: Practico y aprendo .....	123
4.11.3	Actividad VI: Video-Foro “Observo y aprendo” .....	125
4.11.4	Actividad VII: Escribiendo expreso lo que aprendo .....	126
4.11.5	Actividad VIII: Practico con números naturales y enteros.....	127
4.11.6	Actividad IX: Resolución de problemas; Salida con mis amigos .....	131
4.11.7	Actividad X: Practico con el valor absoluto .....	132
4.11.8	Actividad XI: Aplico lo aprendido sobre valor absoluto .....	136
4.12	Momento de reenfoque.....	137
4.12.1	Actividad XII: Problemas con números enteros .....	145
<b>5.</b>	<b>VALIDACION Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....</b>	<b>149</b>
5.1	Análisis de datos momento de ubicación .....	151

5.1.1 Exploración de ideas previas sobre el objeto matemático “números enteros” los obstáculos y su influencia en la resolución de problemas .....	151
5.1.2 Exploración, identificación y aplicación de heurísticas en la resolución de problemas .....	158
5.1.3 Exploración ideas previas regulación metacognitiva .....	170
5.2 Análisis de datos momento de desubicación .....	174
5.2.1 Conceptualización y evolución del objeto matemático números enteros .....	174
5.2.2 Proceso de conceptualización y evolución de la regulación metacognitiva.....	180
5.3 Análisis de datos momento de reenfoque.....	183
5.3.1 La regulación metacognitiva y su influencia en la resolución de problemas con adición números enteros.....	183
<b>6. CONCLUSIONES.....</b>	<b>202</b>
6.1 Conclusión general.....	202
6.2 Conclusiones concernientes a la metodología .....	203
6.3 Conclusiones concernientes al proceso de regulación metacognitiva .....	204
6.4 Conclusiones concernientes a la relación existente entre el desempeño académico y tendencias metacognitivas .....	206
6.5 Comentarios finales.....	208
<b>7. RECOMENDACIONES.....</b>	<b>210</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>213</b>

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1. Estudiantes de grado séptimo Institución Educativa Rural el Jordán Güisia .....	96
Figura 2. Propuesta didáctica para trabajo de campo: estructura de la unidad didáctica .....	97
Figura 3. Estudiantes desarrollando actividad para la exploración de ideas previas .....	153
Figura 4. Observador haciendo registros en el protocolo de diario de campo .....	160
Figura 5. Estudiantes desarrollando entrevista “juego de roles” .....	161
Figura 6. Estudiantes resolviendo problemas .....	167
Figura 7. Estudiantes resolviendo problemas en la actividad de reenfoque .....	185
Figura 8. Mapa conceptual: Una perspectiva que desde el análisis, ilustra los resultados de la investigación .....	201

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1.Registro lanzamientos por integrante del grupo.....	121
---	-----

**LISTA DE ANEXOS**

Anexo 1. Consentimiento informado .....	219
Anexo 2. Instrumento para identificación de ideas previas sobre objeto matemático números enteros .....	221
Anexo 3. Instrumento para la identificación de Ideas previas sobre regulación metacognitiva: juego de roles “periodista- entrevistado” .....	223
Anexo 4. Instrumento para la identificación de heurísticas en la resolución de problemas.....	225
Anexo 5, Instrumento para determinar el grado de conceptualización de la regulación metacognitiva, cuestionario de validación .....	227
Anexo 6. Protocolo de diario de campo .....	229
Anexo 7. Protocolo de entrevista: validación de la información .....	230

## GLOSARIO

Los siguientes conceptos son la base del trabajo investigativo, estos fundamentan y ubican, no solo el problema de investigación sino a los mismos investigadores dentro del contexto teórico, práctico y metodológico desde procesos investigativos anteriores. Aquí se presentan de manera sucinta la definición de cada uno de los conceptos los cuales se desarrollarán y se ampliarán con mayor profundidad en su contexto y significado dentro del marco teórico del presente estudio.

**METACOGNICION:** es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas, que le permite al sujeto tener conciencia, a partir de la reflexión de su propio procesos conocimiento, que puede ser usados para controlar dichos procesos.

**REGULACION METACOGNITIVA:** es una subcategoría de la metacognición que permite la planeación, el monitoreo y la evaluación de una tarea.

**RESOLUCION DE PROBLEMAS:** procedimiento que permite por medio de etapas y secuencias resolver un problema.

**PLANEACION:** estrategia utilizada en la regulación metacognitiva, para anticiparse a las actividades que se requieren para realizar una tarea.

**MONITOREO:** estrategia utilizada en la regulación metacognitiva, para supervisar y vigilar los procedimientos ejecutados durante la realización de una tarea.

**EVALUACION:** estrategia utilizada en la regulación metacognitiva para valorar el éxito de las acciones y procedimientos utilizados por el sujeto alrededor de una tarea.

**ETNOGRAFÍA:** es un método de estudio o de investigación directa que tiene como objetivo observar y registrar las prácticas educativas y los comportamientos, decisiones y acciones de una población estudiantil dentro del aula de clases.

**HEURISTICAS:** son estrategias innatas que tienen los estudiantes, las cuales son utilizadas para resolver una tarea cualquiera.

**NUMEROS ENTEROS:** es un conjunto numérico que involucran cantidades positivas, negativas.

**ESTRATEGIA:** metodología utilizada para abordar una situación problema.

**DIDACTICA:** es una ciencia en construcción que se encarga del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje con la finalidad de optimizar los métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él.

**ENSEÑANZA:** procesos educativos en los que se hace énfasis en la forma como el maestro orienta los conocimientos en el aula de clases.

**APRENDIZAJE:** procesos educativos en los que se hace énfasis en la forma como el educando adquiere, procesa y utiliza los conocimientos orientados por el maestro.

**UNIDAD DIDÁCTICA:** estrategia metodológica utilizada para intervenir los procesos de enseñanza y aprendizaje, con base a los intereses y necesidades de los educandos.

## RESUMEN

Este estudio se realiza con la intención de hacer una intervención precisa y sistemática dentro del contexto del aula, que permita determinar por qué los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria no son eficaces a la hora de resolver problemas matemáticos con adición de números enteros.

Para mejorar tales procesos en la resolución de problemas con adición de números enteros, se propone como estrategia de intervención, una unidad didáctica que busca incorporar la regulación metacognitiva y en el proceso de aplicación, determinar la influencia y las implicaciones de éste proceso metacognitivo dentro de la resolución de problemas.

Para lograr tal propósito, el proceso investigativo se fundamenta en una metodología de carácter etnográfico, con un enfoque cualitativo descriptivo; esto teniendo en cuenta que el contexto donde se desarrolla, es estrictamente educativo y el objeto de estudio son los estudiantes. En ese sentido, como trabajo de campo se diseña la unidad didáctica, que consta de una serie de actividades que se aplicaron de manera sistemática y progresiva, la información se recolecta a partir de entrevistas y el diario de campo.

Los datos encontrados permiten determinar, que la regulación metacognitiva, es un proceso que permite que los estudiantes sean eficaces a la hora de resolver un problema matemático, además les ayuda a autorregularse y tener conciencia de sus propias capacidades y limitaciones,

pudiendo con ello controlar sus propios procesos y los que utiliza para resolver el problema. Así mismo es importante resaltar que la eficacia al aplicar la regulación metacognitiva en la resolución de problemas, es más evidente cuando el estudiante tiene un dominio del contenido.

**Palabras claves:** adición de números enteros, regulación metacognitiva, resolución de problemas, estrategias, procesos,

## ABSTRACT

This study is developed in order to make a precise and systematic intervention within the classroom context that allows determining why the students from seventh grade aren't effective when it comes to resolve math problems with natural numbers sums.

In order to improve such processes which involve solving math problems with natural numbers sums, it is proposed as a strategy of intervention a didactic unit which looks for incorporating the metacognitive regulation and in the application process, determining the influence and the implications of this metacognitive process within the problems resolution.

For such purpose, the research process is based in a methodology with ethnographic character, with a qualitative-descriptive focus; taking into account that the context where is developed is strictly educational and the study object are the students; in this direction as field work the didactic unit is designed which has a series of activities that were applied in a progressive and systematic way, the information is collected based on interviews and field work.

The data found allows to determine that metacognitive regulation is a process that allows the students to become effective when it comes to resolve a math problem, besides it helps them to self-regulate and to have conscience of their own capacities and limitations, being able to control their own processes and the ones used to resolve the problem, in the same way is

important to take into account that the efficacy when applying the metacognitive regulation in math problems resolution is more evident when the student knows the topic.

**Keywords:** sum of whole numbers, metacognitive regulation, problems resolution, strategies, processes.

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación se refiere a la incidencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros. La importancia de éste trabajo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en grado 7°, radica en que al aplicar la regulación metacognitiva en la resolución de problemas, los estudiantes obtienen mayor conciencia de sus propios procesos de aprendizaje, identificando sus falencias y aciertos antes, durante y después de enfrentarse a la resolución de un problema con la adición de números enteros. La investigación está dirigida al contexto de aula, de la Institución Educativa Rural (I.E.R) Jordán Güisia Municipio Valle del Guamuez-Departamento del Putumayo.

El estudio en mención, se distribuye en 6 capítulos; en el primer capítulo se reconoce la necesidad de identificar y formular el problema y sus diversas causas. En este aparte se identifica como el bajo dominio en la adición con cantidades negativas influyen a la hora de abordar la resolución de problemas, además se plantea el objetivo general y objetivos específicos que se proyectan para abordar dicha investigación. En el segundo capítulo, se estudian los diferentes antecedentes que fundamentan el proyecto investigativo, teniendo en cuenta la metacognición y la subcategoría: la regulación metacognitiva, así como también, la categoría resolución de problemas. En el tercer capítulo, se explicita la metodología utilizada, desde el contexto educativo, a partir del tipo de metodología etnográfica y desde un enfoque cualitativo descriptivo, con la intención de planear las diferentes actividades, recolectar y procesar la información del proceso investigativo. En el cuarto capítulo, se plantea el diseño y aplicación de

la Unidad Didáctica como estrategia de intervención directa en el aula de clases, a partir de los momentos de Ubicación, Desubicación y Reenfoque con la intención de orientar la enseñanza de los números enteros en base a la planeación organizada y flexible de actividades, contenidos y formas de evaluación, que le facilite al maestro, medir el estado de evolución conceptual, a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje. En el quinto capítulo se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de la Unidad Didáctica en cada uno de los momentos: Ubicación, Desubicación y Reenfoque. En el sexto capítulo se exponen las conclusiones a las que se llegó, una vez finalizado el proceso investigativo, finalmente en el séptimo capítulo se proponen distintas recomendaciones orientadas a mejorar futuras investigaciones.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

“Las matemáticas son fundamentales en el desarrollo cognitivo de los estudiantes y ayudan en forma especial a aprender a aprender y a aprender a pensar; así como también a desenvolverse de forma adecuada en su entorno social”. M. E. N (2003).

Dentro del marco de la enseñanza en cada una de las escuelas del país se plantean diferentes objetivos que se centran en alcanzar el desarrollo de competencias y habilidades cognitivas y cognoscitivas en cada uno de los estudiantes para que puedan usarlas y ponerlas en práctica en cada momento de su vida. Esto implica que cada día los maestros estén comprometidos en programar de manera pertinente y consecuente el acto pedagógico, para llevarlo al aula de clases, puesto que de éste depende que el niño se motive y se disponga hacia el aprendizaje de los nuevos conocimientos matemáticos que le presenta el docente.

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es sólo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana (Melean, 2010, p. 16).

A lo largo de toda la enseñanza se ha identificado diferentes problemáticas dentro del aula, que no han favorecido el desarrollo de un correcto proceso de enseñanza-aprendizaje, llevando a los estudiantes a la frustración escolar. Desde esta perspectiva se plantean interrogantes que buscan identificar quien tiene la culpa (¿será la falta de compromiso del maestro?, ¿será el

estudiante y su indiferencia frente al proceso de aprendizaje? o ¿simplemente una responsabilidad compartida?); que no se alcancen los objetivos en cuanto al aprendizaje se refiere. Esta preocupación recae en toda la comunidad educativa y en el contexto inmerso de la población objeto de estudio y en diversos factores externos propias de políticas de gobierno. Sin embargo desde la responsabilidad del maestro recae la responsabilidad de generar procesos de enseñanza-aprendizaje en donde se desarrollen estrategias metodológicas, pedagógicas y didácticas que permitan aprovechar en todo momento el potencial que los niños tienen.

Dentro del campo de las matemáticas se evidencian dificultades específicas que tienen que ver en algunos casos con las metodologías del maestro, el mal uso de los recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, la apatía que tienen los niños hacia el aprendizaje de esta área o la misma capacidad cognitiva del niño, las cuales no son tenidas en cuenta en el momento de programar las diferentes actividades para enseñar matemática.

En el aprendizaje de las matemáticas el ser humano intenta aproximarse a aplicaciones en diferentes contextos, en los que hace uso de algoritmos aritméticos, determinación de cálculos, sacar cuentas, o hacer aproximaciones; Esto implica tener conocimientos matemáticos profundos, puesto que, de estos depende que se le pueda dar uso y aplicación adecuada a un procedimiento, formulas y signos en la solución y formulación de problemas matemáticos. En este sentido este proyecto de investigación será el insumo para identificar las dificultades que tienen los estudiantes de grado 7° en la apropiación y aplicación de números enteros para la solución de problemas matemáticos en donde la adición sea la operación que los resuelve.

En ese sentido se prestará especial atención a los procesos metacognitivos los cuales implican acciones de pensamiento de segundo orden en los que el estudiante es consciente y tienen conocimiento pleno de las distintas estrategias que plantea y aplica cuando se enfrenta a la resolución de problemas con adición de números enteros como es el caso.

La metacognición dentro de su campo de acción concibe tres procesos generales (conocimiento, conciencia y control o regulación metacognitiva) cada uno de estos determinan acciones dentro de la solución de un problema que le ayudan al estudiante a ser más eficaz cuando lo resuelve. Sin duda la metacognición juega un papel importante dentro de la enseñanza de las matemáticas pues le dará a los niños la posibilidad de aplicar procesos de solución más conscientes dejando de lado el uso de algoritmos estrictamente mecánicos y memorísticos que no promueven aprendizajes profundos que a futuro los pueda aplicar.

Es interesante todo lo que tiene que ver con el estudio de la metacognición, y sería aún más interesante si se pudiera abordar los tres procesos generales de este campo del conocimiento en la resolución de problemas con adición de números enteros. En esta oportunidad y con base a lo observado en el aula de clase, cuando los estudiantes resuelven un problema matemático, se hará especial énfasis en lo que se evidencia en cuanto a los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) de las distintas estrategias que plantean los estudiantes para dar solución al problema, es decir, qué procesos de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) tienen en cuenta y cuáles no.

Es evidente que la mayoría de los estudiantes en el momento de enfrentarse a la solución de un problema generalmente presentan grandes dificultades, en su mayoría, de tipo procedimental pues ninguno de ellos es consciente de la necesidad de hacer un plan que determine paso a paso la forma correcta de solucionarlo, esto genera desinterés y frustración ya que los métodos utilizados como estrategias de solución no son tan eficaces como lo esperaban.

El hecho de que el estudiante sea consciente de cuál es la mejor manera de abordar un problema se puede decir está siendo metacognitivamente competente, generando de esta manera el planeamiento de estrategias que le guiarán durante el proceso, para darle solución a un problema. Así mismo sobre la puesta en práctica de las estrategias planteadas podrá verificar, rectificar y hacer los ajustes necesarios para mejorarlas, y finalmente tendrá la capacidad de evaluar los avances, retrocesos, aciertos, errores y la pertinencia de cada una de las estrategias planteadas tomando una postura protagónica sobre el alcance y desarrollo de su propio aprendizaje.

Sin duda la regulación metacognitiva implica que el estudiante ponga en práctica todos los saberes llevándolo además, a cuestionar sus propios avances y retrocesos y, a partir de estos, replantear y establecer nuevas estrategias que lo lleven al alcance de sus propios objetivos cognitivos. Buitrago y García (2012), afirman:

Los estudiantes lograrán pasar de la repetición de modelos de resolución de problemas dados por el maestro, a la búsqueda de caminos que lo lleven por sí mismo de la mano del maestro a la construcción de nuevos conocimientos; partiendo de su propia estructura conceptual para generar esos nuevos aprendizajes y desarrollar así su pensamiento matemático. (p. 4)

Desde esta perspectiva planteada se dimensiona la dificultad que tiene cada uno de los estudiantes en cuanto a la planeación, ejecución y monitoreo de estrategias que permitan dar una solución correcta a un problema con adición de números enteros, puesto que no han logrado configurar dentro de su estructura mental el uso de conocimientos metacognitivos, específicamente los procesos de regulación metacognitiva, los cuales son de vital importancia para tener el éxito y la eficacia necesaria al enfrentarse a la solución de un problema matemático, como lo menciona Buitrago y García (2012) “los procesos de regulación metacognitiva le permitirán optimizar y reevaluar las estrategias para la resolución de problemas” (p. 24). De esta manera, podrán tener una mayor profundidad en cuanto a sus aprendizajes, dándole la posibilidad al estudiante de buscar por sus propios medios, una ruta que le guíen al alcance y cumplimiento de objetivos.

Indudablemente, si esta problemática persiste en el tiempo, los niños y niñas jamás “ganarán confianza en el uso de las matemáticas, ni desarrollarán una mente perseverante, o tampoco aumentarán su capacidad de comunicarse matemáticamente, ni utilizarán procesos de pensamiento de más alto nivel” (MEN, 1998, p. 75).

De este modo, y teniendo en cuenta la aplicación de los procesos de regulación metacognitiva en la enseñanza de la resolución de problemas con la adición de números enteros, surge el interrogante: ¿Cuál es la influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros en estudiantes de grado 7° de la Institución Educativa Rural Jordán Güisia?

## 1.1 Justificación

Llevar la metacognición al aula de clases ayuda a que los estudiantes puedan, monitorear, reflexionar y aprender de sus propias formas y niveles de aprendizaje. Cómo lo manifiesta Barro, Bravo, Campo & Fontalvo (2011):

También demanda que los estudiantes sean conscientes de como aprenden, que sean capaces de reconocer cuando no entienden algo, cuando necesitan ayuda adicional y que sepan pedir ayuda oportunamente. “También les permite fijar objetivos y evaluarlos, activar el conocimiento existente y relevante, hacer predicciones y administrar el tiempo y consolidar sus logros intelectuales. Igualmente se ha encontrado que la metacognición enriquece el pensamiento crítico”. (p. 3)

Sin duda existe la necesidad de promover dentro del aula de clases la posibilidad de establecer una metodología en la que se promueva la consecución de habilidades metacognitivas que favorezcan aprendizajes profundos en cada uno de los estudiantes.

Poder determinar qué procesos de la regulación metacognitiva usa el estudiante y qué tan conscientes son los niños y las niñas sobre sus propios métodos cognitivos, y cómo este los aplica; es necesario identificar las estrategias heurísticas que utilizan los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas. Esto conlleva a detectar indicios innatos concernientes a la planeación, monitoreo y control de sus propios procesos cognitivos para resolver una tarea cualquiera.

En este sentido y llevando la metacognición y la regulación metacognitiva al contexto escolar, se puede presumir que los estudiantes no poseen habilidades de abstracción metacognitiva, a esto se le suma la poca comprensión lectora, lo cual limita a los niños a usar métodos intuitivos para dar respuesta a los diferentes interrogantes planteados en los problemas matemáticos. Esta actuación de improvisar a la hora de solucionar un problema le impide extrapolar estas estrategias a la hora de resolver un nuevo problema, porque el estudiante no es consciente de los procesos o modelos mentales que utilizó para dar respuesta a una situación problema.

Es entonces, que surge la necesidad de implementar un proyecto de investigación que proporcione a partir de los obstáculos de los estudiantes el uso de la metacognición y la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.3 Objetivo general**

Establecer las implicaciones que tiene la incorporación de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros en los estudiantes grado 7°.

### **1.2.4 Objetivos específicos**

Para alcanzar este objetivo general se proponen los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar las estrategias heurísticas que los niños plantean y utilizan para resolver un problema matemático con la adición de números enteros.
2. Identificar los procesos de regulación metacognitiva utilizados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con la adición de números enteros.
3. Incorporar la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo, evaluación) como una estrategia didáctica y metodológica en la resolución de problemas matemáticos con la adición de números enteros.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes

La metacognición ha sido una estrategia ampliamente utilizada en los procesos de enseñanza aprendizaje, su potencial en la educación se proyecta como un proceso importante en el campo de la enseñanza, cuya finalidad apunta a desarrollar el pensamiento crítico en los y las estudiantes, también, tiene incidencia en el modo cómo el maestro se re-educar, encarnando la regulación metacognitiva como un dominio propio de la práctica docente, para luego extenderlo en el aula de clases, en cada una de las instituciones donde actualmente se realiza la actividad como maestros. Sin embargo, pese a los avances en investigaciones relacionadas con las dimensiones de la metacognición (La conciencia metacognitiva, el conocimiento metacognitivo y la regulación metacognitiva) y a su aplicación en la resolución de problemas matemáticos, no se hallaron trabajos de investigación en los cuales se relacionen la regulación metacognitiva en los números enteros. Pese a ello se consideró tomar como referente teórico aquellos trabajos de investigación en donde se utiliza la regulación metacognitiva en temas específicos, para tener en cuenta el marco teórico de la regulación metacognitiva y sus subcategorías: planeación, monitoreo y evaluación. En conjunto, entre los antecedentes revisados que contextualizan esta investigación se destacan los aportes de los trabajos que a continuación se refieren:

En el trabajo de Acosta (2009), el objetivo de la investigación se centró en evaluar las habilidades metacognoscitivas adquiridas y desarrolladas por estudiantes de educación en la resolución de problemas matemáticos empleando mapas conceptuales y V de Gowin. Éste proyecto se encaminó en buscar nuevas estrategias que les permitan a los estudiantes mejorar su

capacidad para establecer habilidades metacognoscitivas que lo lleven a solucionar problemas matemáticos con facilidad. Al analizar los resultados obtenidos en esta investigación es notable que se alcanzaran parcialmente los objetivos propuestos. Sin embargo, frente a las dificultades, los estudiantes consiguieron un desarrollo de estrategias metacognoscitivas muy avanzadas que les facilitaron abordar de mejor manera la solución de un problema matemático, pero, con dificultades debido a la complejidad de los conceptos.

Consideramos que el fundamento teórico con el que se apoya ésta investigación, es de gran utilidad para nuestro trabajo de grado ya que se orienta específicamente en el desarrollo de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.

En esta investigación se hacen notables las deficiencias que presentaron los estudiantes en cuanto al bajo nivel de conciencia e intencionalidad en el manejo del razonamiento algorítmico y heurístico requeridos. Por otro lado, los estudiantes dominaron los principios y algoritmos de construcción de los mapas conceptuales y V de Gowin, establecieron elementos desde su implementación, desarrollaron la habilidad para la comprensión del problema y revisión de los procedimientos requeridos en su solución. También, aprendieron a trabajar formando grupos colaborativos propiciando ambientes para el intercambio de saberes matemáticos. Se evidenció el crecimiento significativo de las habilidades metacognoscitivas de los estudiantes en la resolución de problemas. También se potenció la motivación y las habilidades metacognoscitivas ante la solución de problemas matemáticos. No obstante, surgieron algunas dificultades que tenían que ver con la complejidad de tema, para el cual se debía aplicar el desarrollo de un mapa conceptual y V de Gowin. De igual forma a los estudiantes se les dificultó la jerarquización y presencia de

los conceptos relevantes al hacer los mapas conceptuales. Otra dificultad que se presentó fue la falta de estrategias metacognoscitivas de los estudiantes para resolver problemas. Pese a lo anterior, en la investigación se pudo constatar que los estudiantes elevaron las manifestaciones de carácter intelectual, necesarios para consolidar el aprendizaje de los contenidos matemáticos programados y también sus niveles de conciencia e intencionalidad durante la resolución de problemas.

Dávila y Velasco (2009), en su investigación se enfocaron en comprender los procesos de planeación en niños de 10 y 11 años cuando se enfrentan a la resolución de problemas.

Las autoras abordaron reflexiones alrededor de la solución de problemas, e igualmente exploraron modelos teóricos referentes a la planeación, para identificar en ellos, aspectos relevantes que guiaron las reflexiones y comprensiones que sobre esta se construyeron dentro del proceso investigativo.

Los resultados obtenidos se interpretaron con base a las representaciones gráficas de los datos que arrojó el estudio, facilitando el análisis de la información. Estos resultados permitieron demostrar que los niños proponen diferentes modos de enfrentar un problema, identificándose cuatro categorías: planeación centrada en un componente, planeación ajustada a restricciones del problema, planeación segmentada y proceso de apropiación de la tarea; que describen formas de trabajo diferenciadas y que podrían llegar a aportar elementos importantes para introducir en el aula, la enseñanza y práctica de la habilidad de planeación como elemento fundamental de los procesos metacognitivos.

Lo anterior, lleva a una comprensión amplia de la planeación centrada en un componente, exige un reconocimiento de la forma como el sujeto está entendiendo el problema, los componentes que identifica en él, el énfasis que desde su perspectiva y experiencia hace a cada uno de los elementos que lo constituyen. Para la segunda categoría, planeación ajustada a restricciones del problema, plantea que el niño construye su propuesta de planeación desde uno de los aspectos que se presenta como relevante dentro de las condiciones que el ejercicio propone, por ejemplo, la forma de acomodar los aros respetando el tamaño de los mismos ubicándolos siempre de mayor a menor. La tercera categoría, planeación segmentada, muestra una propuesta de trabajo donde el problema se fragmenta en sub unidades menos complejas, que facilitarían el logro de la meta final. Esta mirada permite demostrar la apropiación que el sujeto tiene frente al problema, logrando identificar la complejidad del mismo y la necesidad de generar un plan de trabajo que facilite su manipulación. Finalmente la categoría, procesos de apropiación de la tarea, identifica la necesidad de aclarar la demanda de la tarea, sus características y componentes. Mientras el niño no logre una representación mental completa del problema, es imposible que genere un plan de acción frente al mismo.

De acuerdo a los resultados y conclusiones obtenidos por las investigadoras, se considera valioso los aportes en la planeación de estructuras para abordar la resolución de problemas. Para ellas los docentes deben introducir en los ambientes de aprendizaje propuestas que permitan a los niños realizar procesos metacognitivos de planeación, que les faciliten reconocer en los niños que hay diferentes formas de pensar y actuar frente a una situación, complementado con un monitoreo y evaluación como elemento clave en el desarrollo cognitivo. Por lo anterior, se

considera importante tener en cuenta el marco teórico de esta investigación, por su referente en la sub-categoría de planeación de estrategias para la resolución de problemas.

Buitrago y García (2012), plantean la indagación de la existencia y la forma en que se dan los procesos de regulación metacognitiva en los estudiantes al momento de resolver situaciones problema en matemáticas. Así como también identificar acciones de planeación, control y evaluación presentes en dicho tema.

Como resultado de la investigación se concluyó lo siguiente:

1. El esfuerzo pedagógico y didáctico debe centrarse en la toma de conciencia y la estimulación de la autorregulación de los procesos cognitivos.
2. Los procesos de regulación cognitiva como estrategia generan un impacto positivo sobre la resolución de problemas.
3. Las estrategias de regulación metacognitivas se pueden optimizar con el uso de otras estrategias.
4. Para poder ejercer acciones de control o monitoreo es necesario que haya una identificación correcta del problema, la cual se hace evidente en las representaciones que el estudiante hace del mismo.
5. Las acciones de conocimiento metacognitivo y las acciones en la resolución de problemas no solo se relacionan si no que dependen de la naturaleza del grado de comprensión.

Lo anterior es de gran utilidad para afianzar la conceptualización de la metacognición y sus sub-categorías, sus alcances en la educación y el apoyo que puede brindar como soporte en la estructuración de los referentes teóricos en la solución de problemas con números enteros.

Albarrán (2002), en su tesis de Maestría, manifiesta determinar la influencia de la aplicación de estrategias cognitivas y metacognitivas en los estudiantes de Cálculo III para construcción del conocimiento de la Derivada Parcial. Así, como también diseñar las estrategias cognitivas y metacognitivas para el tema en mención, determinar los cambios durante la aplicación de las estrategias y determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes.

El resultado de la investigación, demuestra que el 93% de los estudiantes relacionaron los teoremas necesarios para la elaboración de ejercicios de derivada parcial, estudiados a través del proceso de recuperación de la información; un 76% utilizó correctamente el teorema que les facilitó el cálculo de la derivada direccional, ya que esta se obtiene mediante el producto escalar de dos vectores. También se evidenció que el 70% de los estudiantes aplicaron el conocimiento construido de la derivada parcial en problemas relacionados al cálculo aproximado, en la ecuación del plano tangente y problemas que involucre movimientos en dirección de los ejes coordenados.

Con respecto a la construcción del conocimiento de la derivada parcial por definición, se pudo notar que el 51% de los estudiantes lograron construir el conocimiento mediante ejercicios que le permitieron un razonamiento ordenado, secuencial y lógico al resolver un problema, asimilando la interpretación geométrica de la derivada parcial en un 56% mediante la extracción

de imágenes visuales presentadas en el material didáctico, logrando con esto que el 77% de los estudiantes tengan una visión clara de la representación gráfica de superficies. La aplicación de las estrategias cognitivas y metacognitivas permitió a los alumnos superar las deficiencias que se evidenciaron en la pre-prueba, logrando así un mayor avance en el estudio de la derivada parcial, demostrado en los resultados obtenidos en la post-prueba. El desarrollo de las actividades de trabajo les permitió a los estudiantes una mayor participación autónoma en el proceso de aprendizaje de la derivada parcial.

Las estrategias cognitivas y metacognitivas le permitió al docente trabajar de manera óptima para el logro de los objetivos, a pesar de contar con un grupo numeroso de estudiantes. La participación del docente estuvo dirigida a crear un ambiente propicio que ayude a los estudiantes a ser un ente activo del proceso con iniciativa propia y expresar lo aprendido, bien sea en forma verbal o escrita y ser responsable de su propio aprendizaje.

Con el desarrollo de las actividades, los estudiantes compartieron, observaron y aclararon dudas. Presentaron iniciativa propia, admitieron sugerencias y lo más importante aprendieron con facilidad, ya que existió una motivación y disposición por parte de ellos al utilizar el material de trabajo, dando así una mayor efectividad al recordar contenidos estudiados en cursos anteriores, aplicar el nuevo conocimiento en la resolución de problemas, y por ende, en la construcción del conocimiento de la derivada parcial.

La participación de las actividades por parte del docente fueron indispensables, ya que éste guía las discusiones de los estudiantes para lograr alcanzar las metas cognitivas. También la

implementación de talleres para incentivar a los docentes a la utilización del material de trabajo con estrategias cognitivas y metacognitivas en sus clases, de tal manera que los estudiantes puedan superar las deficiencias que presentan en las asignaturas del ciclo básico.

De acuerdo a la problemática planteada por el autor, éste con su metodología alcanzó los objetivos propuestos para la investigación, por ello se considera pertinente retomar algunos aspectos de su fundamentación teórica: estrategias metacognitivas y la metacognición del aprendizaje que sirvan para argumentar la resolución de problemas en matemáticas. También, es de rescatar la metodología cuasi-experimental en la que el autor plantea la recolección, el procesamiento y el análisis de la información. Es interesante conocer por experiencias de otros trabajos de investigación, que es posible transformar la realidad del aula utilizando estrategias metacognitivas. De igual forma es importante para este proyecto tener en cuenta las recomendaciones del autor, en cuanto a que en el proceso de enseñanza aprendizaje se debe tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y la planificación de actividades coherentes con las estrategias metacognoscitivas para hacer más consistentes un seguimiento, evaluación y control de las actividades propuestas para alcanzar los objetivos.

Ayllón (2012) en su tesis doctoral plantea como objetivo, estudiar el proceso de invención-resolución de problemas que realizan estudiantes de educación primaria, que le permitan identificar las creencias, las capacidades y la relación entre la capacidad de inventar y resolver problemas inventados de estudiantes de educación primaria. Además, identificar los conocimientos numéricos y aritméticos, y determinar la consideración que tienen alumnos de educación primaria a la hora de enfrentarse a un problema difícil.

Los resultados obtenidos en este trabajo se evidencian en la facilidad que tienen los estudiantes para comprender que un problema ha de tener necesariamente una cuestión a la cual dar respuesta y distinguen entre problema y problema matemático, asegurando que en ambos casos hay que resolver un planteamiento y advirtiéndoles que en los matemáticos tiene que haber datos numéricos que facilitarán su resolución.

Por otro lado, algunos estudiantes desde grado primero están en capacidad de inventar y resolver problemas matemáticos de acuerdo a su grado de escolaridad, además pueden distinguir cuáles son los elementos que dificultan la resolución de un problema por ejemplo: el tamaño de los números, el número de preguntas planteadas, la cantidad de operaciones que se necesitan para resolver el problema y si en el enunciado aparece algún concepto no estudiado u olvidado.

Los estudiantes se mostraron muy interesados en la tarea de inventar problemas. Con esta actividad se obtuvo información acerca de los conceptos numéricos y las capacidades que sobre la aritmética y el sentido numérico que poseen los alumnos de educación primaria.

El ámbito matemático que plantea esta investigación comprende las nociones básicas de número y sistemas numéricos de rango superior, relaciones numéricas que se establecen en todos ellos, operaciones con dichos números y utilización de las mismas para resolver o proponer problemas.

Esta obra permite orientar esta investigación en la búsqueda de la capacidad metacognitiva, entendiendo que es de vital importancia que los estudiantes inventen problemas e indaguen en

algunas de las características de los problemas que plantean, como los tipos de números que emplean y el número de cifras de los mismos, el significado de los enunciados y algoritmos presentes en sus producciones, el número de preguntas realizadas en los problemas inventados, la adecuación de las operaciones que utilizan para la resolución de los enunciados, las estrategias de resolución, así como, conocer cuándo consideran que un problema es difícil.

Se entiende que simultáneamente cuando el estudiante aborda un problema o lo plantea de acuerdo a su capacidad cognitiva está haciendo retroalimentación, y por ende, dando paso al desarrollo de su capacidad metacognitiva.

Al analizar estos proyectos, se ha considerado pertinente seguir en el trabajo de desarrollar estrategias que permitan abordar el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos, para ello se considera viable utilizar como una alternativa de solución, la implementación de estrategias metacognitivas, que lleve como resultado obtener estudiantes autónomos en el aprendizaje, ya que es indispensable que ellos tengan un papel protagónico en sus procesos de aprendizaje, utilizando como estrategia de aprendizaje la regulación metacognitiva, dado que él aprende al utilizar lo que sabe, lo que necesita para ponerlo en práctica cuando tenga que plantear y solucionar problemas matemáticos. De ésta forma los estudiantes estarán en la capacidad de hacer su propia reflexión sobre lo que realizan, llevándolos a evaluar, monitorear y planear sus propios procesos cognitivos.

Finalmente, las estrategias metacognitivas se convierten en una alternativa de solución muy viable y pertinente al problema planteado para este trabajo de investigación, los

fundamentos teóricos en los que se sustentan estos proyectos permitirán tener un amplio marco de referencia, el cual ayudará a profundizar y apoyar los aportes en el proyecto investigativo que se va a desarrollar.

## **2.2 Resolución de problemas**

Cada vez que un estudiante se enfrenta a la resolución de un problema se puede observar su frustración, tan solo, con saber que va a tener que solucionarlo muestra, mediante gestos y expresiones propias que no tiene las herramientas necesarias para abordarlo. Sin duda este es un fenómeno generalizado que se presenta en cada una de las aulas de clase y se debe en la mayoría de los casos a que los niños aún no tienen claro cómo diseñar estrategias, aplicarlas, hacer conjeturas y plantear un plan que les muestre el camino para resolverlo.

A la hora de solucionar un problema matemático los estudiantes generalmente utilizan la lógica, que si bien es cierto puede funcionar cuando se trata de un problema con un grado de dificultad mínimo, pero que no es tan efectiva cuando el problema planteado tiene un grado de dificultad muy alto en donde la lógica no es suficiente si no que necesita, además, tener la capacidad de formular un plan que le permita articular los conocimientos previos con una serie de estrategias, y de esta manera poder enfrentarlo.

Así como utilizan la lógica los niños también hacen uso de heurísticas. Este tipo de estrategias son un procedimiento práctico e informal el cual es usado por los estudiantes de

manera innata para resolver problemas. Con respecto a este tipo de estrategias Schoenfeld (citado por Barrantes, 2006). Manifiesta que:

Cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores. (p. 2)

Desde esta perspectiva Schoenfeld (Citado por Chavarría & Alfaro, 2002), pone a consideración la existencia de los siguientes aspectos los cuales son indispensables en el momento de solucionar un problema. Estos aspectos son: “los recursos (entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento), las heurísticas (estrategias cognitivas), el control (estrategias metacognitivas) y el sistema de creencias” (p. 3).

En ese sentido, queda claro que no solo utilizando la lógica y heurísticas como estrategias didácticas utilizadas para solucionar problemas, le alcanzaran al estudiante para ser efectivo a la hora de encontrar la respuesta, pues es claro que necesita hacer uso de todo ese conocimiento matemático, así como procesos metacognitivos que lo lleven a planear estrategias, monitorearlas durante el proceso y evaluar su pertinencia. Finalmente considera aspectos ontológicos los cuales tienen que ver con las creencias del estudiante y que están formadas por un conjunto de concepciones, prescripciones, ideas y percepciones sobre la enseñanza de las matemáticas y la matemática como tal.

Por otro lado Schoenfeld (Citado por Santos, 2008), sostiene que al estudiante se le debe dar la orientación necesaria para que puedan plantear estrategias específicas que le permitan solucionar problemas específicos, así mismo desarrollar la capacidad en los estudiantes de establecer estrategias de monitoreo, como también de darles la posibilidad de “desarrollar formas de robustecer las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas, la resolución de problemas, y sobre sus propias competencias o formas de interactuar con situaciones matemáticas” (p. 7).

Es claro que si el estudiante no tiene las herramientas tanto conceptuales, como metodológicas y procedimentales seguramente se presentaran dificultades que no permitirán que el niño pueda asumir la actitud y la motivación necesaria a la hora de resolverlo. Pero si dentro de su estructura mental tiene claro cuál es la manera más adecuada para abordarlo su confianza aumentará y se mostrará más perseverante y comprometido con lo que está haciendo.

### **2.2.1 Resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas**

La enseñanza de las matemáticas desde la resolución de problemas se ha convertido en el complemento y el apoyo en la construcción de saberes, no solo en las matemáticas, sino en otras áreas del conocimiento, puesto que en la mayoría de los contextos disciplinares se aplica el conocimiento matemático. En ese sentido, la enseñanza aprendizaje de las matemáticas se materializa no solo dentro de la misma disciplina como tal, sino en la interdisciplinariedad con otras ciencias. Para el caso Puebla (2008) manifiesta que:

La Matemática posee una enorme aplicabilidad y constituye un lenguaje y marco indispensable para todas las ciencias. Ésta es una de las razones por la cual no solamente unos cuantos individuos dedican su vida a ella sino que es materia de estudio en el sistema educativo y parte de la escena social. (p. 11)

Teniendo en cuenta lo anterior, la tarea de la escuela, el maestro y el currículo en matemáticas debe estar sujeta y direccionada en el desarrollo de un proceso de enseñanza aprendizaje que permita configurar en los estudiantes el conocimiento matemático para que, no solo lo pongan en práctica dentro del contexto matemático, sino en otros contextos de la enseñanza de las ciencias y del medio sociocultural.

Es claro que la enseñanza del objeto matemático debe trascender más allá del aula de clase y en la práctica permita poder resolver problemas no solo dentro de las matemáticas si no en otras disciplinas. Es decir, el saber matemático que se ha configurado en la estructura mental del estudiante, como conocimiento tiene valides para él, siempre y cuando lo pueda aplicar en la resolución de una tarea o problema, es entonces cuando el saber enseñado tienen significado y se ha convertido en un saber profundo que redunde en el desarrollo del pensamiento matemático, “La resolución de un problema añade algo a lo que ya conocíamos; nos proporciona relaciones nuevas entre lo que ya sabíamos o nos aporta otros puntos de vista de situaciones ya conocidas” (Escudero,1999, p. 10).

En este sentido la materialización del aprendizaje profundo, el desarrollo del pensamiento matemático y el pensar matemáticamente se cristaliza en la medida que puedan resolver

problemas, pues es aquí donde el alumno pone en práctica lo que sabe y lo que ha aprendido, y de alguna manera se permita ser más competente. Es por eso que existe la necesidad de priorizar la inclusión dentro de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

Guzmán (citado por Escudero, 1999) plantea:

La resolución de problemas se le ha llamado, la razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los matemáticos. Del enfrentamiento con problemas adecuados es donde puede resultar motivaciones, actitudes, hábitos ideas para el desarrollo, para la vida propia de las matemáticas. (p. 8)

Desde esta perspectiva se puede plantear que a través de la resolución de problemas el estudiante se convierte en un sujeto activo a la hora de aprender y aplicar lo que sabe, llevando a ser más, metacognitivo, analítico, audaz, crítico, autocrítico, reflexivo y sobre todo autónomo.

Por su parte Cruz (2006) propone que:

Dentro de la enseñanza de las matemáticas la resolución de problemas y su relación con la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, ha sido uno de los temas que más ha merecido investigación en educación matemática. La resolución de problemas tiene que ver con la propia naturaleza de las matemáticas y del pensar matemático una visión matemática del mundo, de la realidad, de la vida sin que esta necesariamente tenga que ser la que tenga un matemático activo. (p. 20)

El hecho de que se incorpore la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, no es un planteamiento que cobre vida en la última década, puesto que ha tomado gran valor histórico e epistemológico desde estudios investigativos realizados en el aula de clase, los cuales buscan consolidar la resolución de problemas como una de las estrategias de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. En dichos estudios resaltan los realizados por Pólya, Schoenfeld, Santos Trigo y Puebla, entre otros.

Cada uno de estos expertos hace sus aportes con respecto a la importancia que tiene la resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento matemático y el aprendizaje profundo de las matemáticas. En cuanto al aprendizaje profundo de las matemáticas, Puebla (2008) plantea “Para que el aprendizaje sea Profundo, el alumno debe construir el conocimiento, lo cual implica tener una posición activa en el proceso de aprendizaje en el cual cada vez se realizan análisis y síntesis cada vez de mayor dificultad” (p. 26). Este planteamiento permite inferir que el estudiante es un constructor activo de conocimiento al enfrentarse a un problema, puesto que, le permite desarrollar habilidades cognitivas y metacognitivas las cuales le ayudan a apropiarse de los saberes matemáticos y aplicarlos en la construcción de estrategias.

Santos (2008), en su artículo titulado: La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica, reconoce que la resolución de es, “un aspecto central en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes” (p. 4). Ya que los estudiantes en el momento de enfrentarse a un problema matemático, adquieren habilidades para plantear estrategias, elegir los recursos, monitorear y

evaluar las estrategias, incorporándose activamente con esta disciplina y reconociendo la importancia que tiene involucrarse en la construcción del propio conocimiento matemático.

Por otro lado Camacho & Santos T (2004), “Reconocen que las actividades de resolución de problemas posibilitan la aplicación de conocimientos, conceptuales y de proceso, el descubrimiento de otros nuevos” (p. 45).

Es claro que, el aprendizaje de las matemáticas desde la resolución de problemas constituye la posibilidad de promover conocimientos matemáticos profundos, puesto que el estudiante desarrolla habilidades de pensamiento que le permiten poner en práctica lo que sabe en el momento que lo necesita y con ello ser eficiente.

A la resolución de problemas se le reconoce como el centro de la actividad matemática. Es decir en el proceso de aprender matemáticas se le reconoce que el estudiante se plantee interrogantes, formule conjeturas, utilice distintas representaciones, desarrolle varias estrategias, y un lenguaje que le permita expresar los resultados. (Camacho & Santos, 2004, p. 46).

Por último, reconocer que al hacer uso de la resolución de problemas como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas le dará al estudiante las pautas necesarias para hacer una reflexión crítica y de esta manera poder determinar en el momento preciso, cuáles son sus avances, retrocesos y limitaciones cuando se enfrenta a un problema. Promoviendo de alguna manera el pensamiento metacognitivo, el cual le ayuda a reconocer que para resolver un

problema es necesario tener conocimientos básicos, los cuales determinan la eficacia en la solución del mismo.

### **2.3 Metacognición**

Al estudiar lo relacionado con “lo mental”, se ha descubierto que el ser humano no sólo adquiere conocimientos acerca de su mundo físico y social, sino acerca de su mundo mental o psicológico mediante procesos metacognitivos; puesto que éstos surgen a partir de la reflexión que hace el sujeto con respecto a su propia manera de pensar. Así pues, “la metacognición se considera como un conocimiento de segundo orden, ya que –como lo manifiesta el prefijo “meta”- se tiene a sí misma como objeto de estudio” (Pozo, 2006, p. 59).

De acuerdo con esto, se asume la definición de metacognición desde dos autores:

- Desde la perspectiva de Flavell, 1987 (citado por Tamayo, 2006), la metacognición corresponde al propio conocimiento acerca de procesos cognitivos, que puede ser usado para controlar dichos procesos. Tal definición se fue transformando en la “habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje”.

- Desde la perspectiva de Brown, 1978 (citada por Gutiérrez, 2005).

La metacognición es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas. Las actividades metacognitivas son los mecanismos auto regulatorios que utiliza un sujeto durante la resolución de un problema o al enfrentarse a una tarea y esto implica:

- Tener conciencia de las limitaciones del propio sistema. Por ejemplo, poder estimar el tiempo que puede llevarnos una tarea determinada.

- Conocer el repertorio de estrategias de las que disponemos y usarlas apropiadamente.

Identificar y definir problemas.

- Planificar y secuenciar acciones para su resolución.

- Supervisar, comprobar, revisar y evaluar la marcha de los planes y su efectividad.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede decir que la metacognición es un proceso mental de segundo orden que lleva al estudiante a reflexionar e ir más allá de lo que explícitamente se ve o se conoce de sí mismo, es decir, le proporciona un alto grado de conciencia sobre como construye, aplica y evoluciona su propio conocimiento. En cuanto a la resolución de problemas la metacognición provee de herramientas que le permiten al estudiante desarrollar la capacidad de organizar sus ideas, plasmarlas en estrategias, monitorearlas, evaluarlas pudiendo de esta manera ser eficaz cuando lo soluciona.

### **2.3.1 Habilidades cognitivas**

Barrios (2008) Reconoce que:

Las habilidades cognitivas facilitan el conocimiento y operan directamente sobre la información: recogiendo, analizando, comprendiendo, procesando y guardando información en la memoria, para posteriormente poder recuperarla y utilizarla dónde, cuándo y cómo convenga.

Básicamente, las habilidades cognitivas son las siguientes: (p. 2)

1. La atención: explorar, fragmentar, seleccionar.
2. Comprensión: capacidad o perspicacia para entender y penetrar las ideas, información, etc. Incluye el subrayado, traducción a lengua propia, resúmenes, gráficos, esquemas y mapas conceptuales; por medio del manejo oral y escrito.
3. Elaboración: preguntas, metáforas, analogías, organizadores, apuntes y mnemotecnias.

Memorización-recuperación: proceso de codificación, almacenamiento y reintegro de la información. Codificación y generación de respuestas.

Sin duda las habilidades cognitivas son el eje central en la elaboración de conocimiento, pues estas le permiten al estudiante apropiarse de los contenidos y de la forma como los adquirió haciendo uso de sus sentidos para incorporar la nueva información y transformarla en un nuevo saber.

### **2.3.2 Habilidades metacognitivas**

Barrios (2008) manifiesta que:

Es la capacidad que tenemos para aprender a conocer y controlar los procesos básicos que requerimos para un aprendizaje adecuado. Dicha capacidad, nos permite planificar qué tipo de estrategia debemos utilizar en cada situación; cómo emplearlas, controlarlas y evaluarlas, para de esta forma detectar los posibles fallos y así aprender de nuestros errores. (p. 5)

En ese sentido para Barrios (2008), las habilidades metacognitivas forman parte de un conjunto de operaciones mentales que tienen como finalidad enseñar al estudiante a controlar su propio aprendizaje, a darse cuenta del grado de satisfacción que le proporciona lo que aprende.

Estas habilidades facilitan la cantidad y calidad de conocimiento adquirido, su control, dirección y aplicación a la resolución de problemas y tareas. Básicamente, las habilidades metacognitivas son las siguientes:

1. Observación: estudio y diseño de los pasos a seguir. Es la base para detectar características, cualidades y propiedades.
2. Descripción: es integrar las características observadas. Explicar los detalles.
3. Comparaciones: es establecer relaciones de semejanza o discrepancia entre objetos, situaciones, personas, sucesos, entre otros.
4. Relación: expresa la conexión o correspondencia que existe entre dos o más cosas.
5. Ordenamiento: disposición sistemática de datos.
6. Análisis: destacar los elementos básicos de una unidad de información
7. Síntesis: reorganización de pasos erróneos hasta lograr los objetivos. Permite recomponer e integrar.

### **2.3.3 Dimensiones de la metacognición**

Según Gunstone & Mitchell (citados por Tamayo.2006), consideran que en la metacognición se distinguen tres componentes generales: el conocimiento metacognitivo, la

conciencia metacognitiva y la regulación metacognitiva. Se entiende como conocimiento metacognitivo el conocimiento que tiene cada individuo acerca de sus propios procesos cognitivos: sus fortalezas y debilidades a la hora de ponerlos en marcha, sus capacidades, habilidades y la experiencia que ha tenido al realizar determinada tarea que requiere de dichos procesos. Además, el conocimiento metacognitivo contempla el conocimiento que se tenga acerca de la naturaleza y las características de la tarea que influirán en el desempeño del individuo al realizarla.

Según Doménech (2004), “El hecho de conocer la propia cognición no indica que automáticamente se utilicen procesos metacognitivos” (p. 115). Roberts & Erdos (1993) y Whitebread (1999), manifiestan que “Una persona puede ser consciente de no entender un problema y no llevar a cabo ninguna estrategia para superar este déficit. Así pues, hay una independencia entre el conocimiento, la regulación y la conciencia metacognitiva”.

La conciencia metacognitiva es el nombre dado al conocimiento que tiene dicho individuo de los propósitos de las actividades que desarrolla y el progreso personal que obtiene al hacerlo. En la medida en que la metacognición sea un proceso consciente, podrá ponerse al servicio del aprendizaje.

La regulación metacognitiva es el aspecto de la metacognición que le permite al estudiante controlar sus propios procesos de aprendizaje. Dicho proceso metacognitivo favorece al estudiante en cuanto a sus procesos cognitivos de atención, comprensión y diseño de estrategias, además de potenciar aspectos afectivos y actitudinales de su aprendizaje como son la

autovaloración de sus capacidades, la responsabilidad dentro de las actividades y la autonomía tanto en el aprendizaje como en el cumplimiento de sus tareas.

Los procesos de regulación metacognitiva potencian el desempeño de los estudiantes al determinar el proceso que sigue antes, durante y después de la resolución de un problema. Estos procesos son:

Antes: planificar la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema. En esta etapa de la resolución de problemas se contemplan múltiples estrategias para decidir cuáles se adaptan más a la situación específica, diseñando así el rumbo a seguir para llegar del estado inicial al hallazgo de la solución.

Durante: controlar la ejecución de la estrategia. Durante la etapa de control, el resolutor realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.

Después: evaluar el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia.

Estos procesos metacognitivos le permitirán al estudiante optimizar o reevaluar sus estrategias de resolución de problemas, posibilitando una mayor profundidad en el aprendizaje; ya que se pasará de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo, en el que el estudiante tendrá la oportunidad de explorar, por sus propios medios, los caminos que lo llevarán

al cumplimiento de su objetivo, ensayando, replanteando, retomando, comparando, estableciendo relaciones, entre otros. Siguiendo a Doménech (2004) “Si se desarrollan los aspectos metacognitivos en el currículo escolar, se favorecerá que los alumnos sean más conscientes de su aprendizaje y de los procesos englobados en todas las actividades, tanto académicas como cotidianas” (p. 120).

Por otra parte, al intentar exteriorizar y explicar el conocimiento declarativo, procedimental y condicional que cada estudiante tiene con respecto a sus estrategias de regulación metacognitiva se logrará que la comunicación entre los grupos sirva como retroalimentación para los propios procesos de regulación metacognitiva.

#### **2.3.4 La regulación metacognitiva en la resolución de problemas**

La metacognición es especialmente importante para la educación y para la didáctica de las ciencias debido a que incide en la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende; su influencia se da además sobre la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas (Tamayo, 2006, p. 1)

En este sentido promover, dentro de la práctica educativa, el desarrollo de procesos metacognitivos incidirá drásticamente en cuanto al alcance de objetivos académicos que redundaran en buenos procesos de enseñanza-aprendizaje. Desde esta perspectiva es imperante la necesidad de promover dentro del aula de clases el fortalecimiento de habilidades metacognitivas que lleven al estudiante a ser reflexivo y crítico de sus propios procesos cognitivos, permitiéndole ser autónomo, constructor y regulador de su propio aprendizaje. “Sin lugar a duda

si un alumno tiene desarrolladas estas capacidades, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (Tamayo, 2004, p. 6).

Según Tamayo (2006) Siguiendo a Gunstone & Mitchell (1998), el estudio de la metacognición aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y control sobre los propios procesos de pensamiento, este último es decir La regulación (o control) metacognitiva será uno de los aspectos generales de la metacognición que se abordará en este estudio, puesto que dentro de la solución de problemas es indispensable tener en cuenta procesos de regulación como la planeación, monitoreo y evaluación. Son estos procesos cognitivos que ayudan al estudiante a ser más eficientes, permitiéndole ser el protagonista de su aprendizaje, pudiendo de esta manera emplear todo lo que sabe y todo lo que conoce para ponerlo en práctica de manera consiente, cuando se enfrente a la solución de una determinada tarea. (Schraw, (citado por Tamayo, 2006) manifiesta:

La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes. Se ha encontrado un incremento significativo del aprendizaje cuando se incluyen, como parte de la enseñanza, la regulación y la comprensión de las actividades. (p. 1)

En este sentido, la regulación metacognitiva o control metacognitivo hace referencia a la capacidad que tiene el estudiante para aplicar procesos cognitivos indispensables para poder resolver el problema o tarea potenciando “el desempeño de los estudiantes al determinar el proceso que sigue, antes, durante y después de la resolución de un problema” Buitrago & García (2012). Estos procesos son:

Planeación (antes). Desde la necesidad que tiene el estudiante para solucionar el problema plantea una serie de estrategias que se ajustan a la situación específica de la tarea, orientando de esta manera un punto de partida para dar una posible solución.

La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos (Tamayo, 2006, p. 3)

Monitoreo (durante). Este proceso cognitivo ayudara al estudiante a tener conciencia de los avances y retrocesos durante la aplicación de las estrategias planteadas pudiendo intervenir en el momento oportuno para Verificarlas, rectificarlas y replantearlas durante el proceso. Desde la perspectiva de Tamayo (2006) “El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución” (p. 3).

Evaluación (después). En este caso la intención es poder determinar qué tan efectivas fueron las estrategias planteadas para solucionar el problema es decir el desempeño y la pertinencia de estas en la solución. Según Tamayo (2006) “esta se realiza al final de la tarea, se

refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia” (p. 3).

Desde esta perspectiva la regulación metacognitiva no se trabaja en los estudiantes simplemente llevando una serie de actividades en las que se utilicen procesos de solución inconscientes, intuitivos, lógicos o mecánicos pues estos de ninguna manera podrán hacer que el alumno tenga conciencia de lo que realmente está haciendo y como lo está haciendo.

Diseñar estrategias didácticas en las que se promuevan el desarrollo de actividades metacognitivas y en especial la regulación o control permitirá promover estudiantes capaces de enfrentar retos cognitivos que implique para cada uno de ellos aplicar procesos conscientes que le ayudaran a:

optimizar o reevaluar sus estrategias de resolución de problemas, posibilitando una mayor profundidad en el aprendizaje; ya que se pasará de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo, en el que el estudiante tendrá la oportunidad de explorar por sus propios medios los caminos que lo llevarán al cumplimiento de su objetivo (Buitrago & García , 2012, p. 24).

#### **2.3.4.1 Una perspectiva sobre la relación existente entre regulación metacognitiva y resolución de problemas**

Buitrago & García (2012) plantea que:

En el proceso de resolución de problemas se genera el escenario propicio para inspeccionar los procesos cognitivos en la resolución de problemas, ya que este momento el estudiante desarrolla procesos de regulación metacognitiva; bajo esta circunstancia, el estudiante debe atravesar etapas: antes, durante y después, para aproximarse a resolver un problema. Durante esas etapas se presenta la posibilidad de formular y replantear las estrategias utilizadas para luego validarlas y así promover la eficacia metacognitiva, más que la misma capacidad intelectual.

Este reconocimiento y sistematización está inmerso dentro del proceso de resolución de problemas, mediado por la regulación metacognitiva, de tal manera que facilite en el estudiante la reconstrucción de su saber teórico matemático, para luego, utilizar habilidades en la resolución de problemas de acuerdo a las estructuras conceptuales que han ido configurando en su pensamiento. De esta manera el estudiante no extrapola una situación a otra a menos que él lo considere útil para resolver el problema, en este sentido no es posible pensar en la formación de conceptos de forma mecánica, sino de la adaptación de estrategias de acuerdo a las necesidades cognitivas del estudiante.

En resumen, según Davidson & Sternberg (citados por Domenech, 2004): Es necesario incluir en los procesos de enseñanza y aprendizaje el desarrollo de habilidades metacognitivas, de tal forma que éstos hagan parte del currículo de matemáticas, ya que contribuyen a:

a) Configurar la naturaleza del problema y obtener una representación mental de sus elementos.

- b) Elegir las estrategias adecuadas para el desarrollo de la tarea.
  
- c) Identificar los obstáculos y dificultades que limiten y frenen el progreso en el desarrollo de una tarea.

## **2.4 Las heurísticas en la resolución de problemas**

Desde la perspectiva de la teoría las heurísticas se conciben como la posibilidad innata que tiene el sujeto para determinar de manera inmediata cuales son las posibles alternativas que desde la inventiva de quien aborda el problema le pueden ayudar a solucionarlo, en este sentido Agudelo, Quintero & Restrepo (2008) afirman:

La heurística es la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rasgo característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede descubrirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la innovación o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente. (p. 22)

Por consiguiente la heurística se convierte en un mecanismo disponible que le puede ayudar al estudiante a ser eficaz a la hora de resolver un problema. Esta postura positivista la respalda Pólya dentro de su método heurístico para solucionar problemas, pues considera que aplicar este tipo de método permite que el sujeto se vuelva inquieto, ansioso por descubrir poniendo en juego todas sus facultades y capacidades de inventiva para encontrar la posible solución al problema. Así mismo Agudelo, Quintero & Restrepo. (2008) sostienen que “si se

pone a prueba la curiosidad que pone en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios se puede experimentar el encanto del descubrimiento” (p. 22). Resaltando además que si en el momento de resolver un problema mediante el uso del método heurístico los estudiantes podrán tomar cierta afición por lo que están haciendo lo cual los llevaría a ser más intelectuales y perseverantes a la hora de enfrentarse a un problema matemático.

Sin embargo según Barrantes (2006) hay quienes difieren un poco del método heurístico de Pólya, este es el caso de Allan Schoenfeld matemático norteamericano quien se interesó mucho en los planteamientos de Pólya, y partiendo de la premisa de que lo propuesto por Pólya eran solo ideas y no una teoría que surgen de un estudio riguroso, Schoenfeld, decide hacer su propio estudio investigativo poniendo a prueba el método heurístico, donde pudo comprobar que, si se va a solucionar un problema matemático las heurísticas solamente no son suficientes, no por que no sean funcionales, sino porque hay que tener en cuenta otros aspectos que van más allá de las heurísticas. Schoenfeld (Citado por Barrantes, 2006) dice:

Hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica. (p. 7)

En este sentido Schoenfeld (Citado por Barrantes, 2006), con el propósito de establecer una teoría con la que quienes se enfrentan a problemas matemáticos sean más efectivos a la hora de resolverlos, y considerando que no solo los procedimientos innatos son suficientes para resolver problemas matemáticos más complejos, propone tener en cuenta además de las heurísticas “los

recursos (entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento), el control (estrategias metacognitivas) y el sistema de creencias” (p. 3). Es entonces que Schoenfeld no desvirtúa totalmente la pertinencia de las heurísticas como estrategia cognitiva en la resolución de problemas si no que las complementa con otros aspectos que dentro del proceso de resolución de problemas permitirá que sean efectivos no solo quienes son expertos en este campo de la didáctica de las matemáticas sino también para quienes están iniciándose como resolutores de problemas.

Desde esta perspectiva entonces, Queda claro que dentro de la resolución de problemas las heurísticas no pueden ser suficientes, esto, teniendo en cuenta que cada problema matemático es totalmente diferente y como tal más complejos, por lo tanto no siempre las mismas estrategias funcionan a la hora de resolverlo y se hace necesario tener en cuenta otros procesos de pensamiento que dinamizan el mismo proceso.

Sin embargo está claro también, que no se deben desechar las heurísticas, sino que se debe ejercitar y en este proceso, el maestro debe estar preparado para orientar y desarrollar en el estudiante la autonomía intelectual necesaria para que pueda tener la habilidad y la capacidad de poder encontrar las heurísticas y los recursos precisos para resolver cada problema que se le presente de manera más eficiente no importa si es un aprendiz o experto en este proceso de la didáctica de las matemáticas.

## 2.5 Actitudes y emociones en la resolución de problemas

La importancia de la resolución de problemas matemáticos ha ido creciendo vertiginosamente, su incorporación en el currículo ha ganado muchos adeptos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, desde los diferentes niveles educativos, y su trascendencia en el ámbito nacional (pruebas saber pro) e internacional (PISA).

Para Castro (Citado por Tárraga, 2006), pese a que: en el proceso de resolución de problemas está inmerso el desarrollo de habilidades cognitivas como: la comprensión y análisis del enunciado, el diseño y aplicación de estrategias, hábitos de comprobación y coherencia con el contexto planteado y comunicación de resultados; es necesario, abordar dentro de la resolución de problemas la dimensión del dominio afectivo y la educación emocional, en donde se valoren las actitudes personales como la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la confianza en la propia capacidad para lograrlo o la actitud positiva.

Desde una perspectiva socio constructivista como lo plantean Opt'Eynde, DeCorte y Verschaffel (Citado por Tárraga, 2008) se han desarrollado nuevos constructos para estudiar el conjunto de factores del área afectiva-emocional relacionada con el aprendizaje y las emociones, empleando un enfoque en que consideran que las emociones están constituidas por la interrelación entre procesos cognitivos, fisiológicos y motivacionales.

Dentro de ésta perspectiva Desoete, Roeyers, Buysse, & De Clercq (Citado por Tárraga, 2008) proponen un modelo de creencias metacognitivas. Este modelo plantea que las creencias

metacognitivas son aquellas concepciones, creencias o valoraciones que el individuo tiene sobre sus propias habilidades y procesos cognitivos. Desde esta postura, los autores definen las creencias metacognitivas dentro de 5 parámetros metacognitivos: el autoconcepto, la autoeficacia, la motivación, las creencias atribucionales, y la concepción de inteligencia y aprendizaje del sujeto.

Sin embargo, para autores como, Kiorpelidou, Kiosseoglou y Efeklides, (Citados por Tárraga, 2008) el término experiencias metacognitivas es utilizado para describir aquellos sentimientos e impresiones que experimenta un sujeto cuando lee el enunciado de un problema matemático, de acuerdo a la familiaridad de éste con él; las expectativas para darle solución exitosamente, o la impresión de dificultad o trabas que el educando pueda llegar a concebir del problema sin antes haber intentado resolverlo. Es por ello que nuestra investigación está orientada a identificar por medio de la exploración de ideas previas a aquellos aspectos relacionados con las actitudes y las emociones, que influyan en la resolución de problemas con la adición de Números Enteros y como el uso de la regulación metacognitiva pueda llegar a desarrollar actitudes positivas para resolver una tarea o problema.

## **2.6 Números enteros**

Para Reyes & Salgado (2015): Los números enteros tienen origen impreciso en la historia, solo se consideraban las nociones de deudas o de valores faltantes, ignorando que dicho resultado negativo fuese el resultado de una operación aritmética o algebraica. En el transcurso del primer milenio, los chinos empleaban un sistema por medio de varillas para realizar conteo y

operaciones, en lugar del ábaco. Dichas varillas estaban hechas de bambú. Para realizar las operaciones o el conteo se colocaban sobre una superficie representando los números y calculando posteriormente. No es claro el origen de este sistema, solamente se sabe que se empleaba principalmente para el comercio, la administración y la ciencia, puesto que eran un sistema eficiente y rápido de usar. Además que en el periodo de los estados combatientes (481–221 a.C.), tiempo en el cuál existieron conflictos políticos y aparición de corrientes filosóficas como el confucionismo, las personas ya estaban familiarizadas con este sistema, pues se han encontrado vestigios de esa época que contienen marcas hechas con varillas.

El sistema numérico que emplearon los chinos para calcular con varas fue un sistema decimal y posicional, su representación podía ser de dos formas distintas, horizontal y vertical. La primera representación (vertical) se emplea para las unidades, centenas, decenas de millar, etc. la segunda representación (horizontal) es empleada para las decenas, unidades de millar, centenas de millar, así sucesivamente.

La necesidad de darle sentido y significado a cantidades positivas y negativas dentro de situaciones propias de diferentes culturas dio paso a la construcción, evolución y conceptualización del conjunto de los números enteros, su representación en la recta numérica e interpretación en situaciones particulares.

### 2.6.1 Números y adición de enteros

A lo largo de la historia, los seres humanos han tenido la necesidad de representar cantidades, hacer cálculos y resolver problemas en donde el uso de los números y las operaciones matemáticas han sido indispensables. En ese sentido cada civilización o cultura implemento su propio sistema de numeración es así como desde la necesidad de contar y hacer cálculos. Parte el origen de los números y las operaciones, con el conteo de los dedos de las manos, el trabajo en la tierra, los negocios con animales y alimentos, piezas de caza y el trueque entre otros, pero esto fue cambiando con el paso del tiempo poco a poco fue evolucionando en la medida en que se hacía necesario contar o representar cantidades más grandes, para el caso ya empezó un sistema de conteo de números con marcas en troncos, nudos, palillos, rocas así mismo utilizaron símbolos, jeroglíficos y letras después de la aparición de la escritura .

Hoy en día es posible contar, ordenar, asignar códigos, expresar mediadas y efectuar cálculos matemáticos de manera eficaz, pues se cuenta con un sistema de numeración fácil de entender y utilizar además se cuenta con varios conjuntos de números los cuales se operan o se utilizan de acuerdo a la necesidad del contexto matemático en el que vayan a aplicar: entre estos tenemos, los números naturales, decimales, reales, racionales, irracionales y enteros.

Así como nació la necesidad de tener símbolos que representen cantidades numéricas para lo cual surge el sistema de numeración con sus diferentes conjuntos, promoviendo estos, la posibilidad de hacer conteos y operaciones, siendo entonces el conteo la primera operación que utilizaron los antepasados como una forma de hacer cálculos.

Actualmente hacer cálculos es relativamente menos complejo pues se cuenta con las cuatro operaciones fundamentales las cuales pueden ser aplicadas para cada conjunto de números dependiendo de la necesidad matemática y la aplicación específica que se requiera, dándole la importancia a cada una de estas puesto que son indispensables dentro del contexto de las matemáticas.

Sin duda las operaciones fundamentales son esenciales en la cotidianidad del ser humano ya que en todo momento de su vida hace uso de estas, pero en este caso se hará especial énfasis en la adición, pues esta se considera como una de las operaciones más utilizadas dentro del contexto socio cultural, ya que este tipo de operación constituye la estructura habitual del quehacer diario tanto en el contexto escolar donde la utilizan los niños como también en otros contextos donde es usada por todas personas. Cockcroft (citado por Maza, 2002) manifiesta. “La necesidad de saber realizar cálculos aritméticos de diferentes clases aparece entre las exigencias matemáticas de casi todos los tipos”.

Siendo entonces la adición una de las operaciones de la que se hace uso diariamente en diferentes situaciones cotidianas, resulta práctico aplicarla por ejemplo cuando se hacen adiciones con números naturales o cuando se necesita de esta operación para la resolución de problemas con este conjunto de números, pero no es el caso cuando se usa la adición con números enteros, puesto que están formados por enteros positivos y enteros negativos. Una consecuencia de la incorporación de los números negativos es que la suma y la diferencia se integran en los enteros, es una sola operación.

Por otro lado hay que tener en cuenta que los naturales no pueden ayudar a entender y solucionar claramente ecuación  $x+1=0$  a si mismo otras situaciones como depresiones, deudas, bajo nivel del mar, temperaturas bajo cero, que en realidad no es posible representarlas con los números naturales, por esta razón se hace necesario incorporar los números enteros, pues estos podrán ayudar a dar respuesta a las interrogantes que surgen alrededor de situaciones en las que se tenga que hacer uso de valores negativos. Para el caso de la adición de números enteros se debe tener en cuenta los signos. Por ejemplo:

Si todos los números son positivos se suman y el resultado es positivo:

$$4 + 5 + 9 = 18$$

Si todos los números son negativos se suman y el resultado es negativo:

$$(-4) + (-5) + (-9) = -18$$

Si se suman números positivos y negativos, los positivos suman y los negativos restan:  $3 +$

$$(-4) + 5 + (-7)$$

Desde esta perspectiva sumar con números enteros puede ser complicado para los estudiantes, en la medida que no tengan los conocimientos básicos sobre este objeto matemático y los procesos que permiten resolver sumas de enteros utilizando correctamente los signos. Sin duda las limitaciones que puedan surgir al respecto deben ser superadas puesto que en la cotidianidad no solo se debe ser competente resolviendo ejercicios de adición de números naturales si también, debe extenderse esa habilidad con el conjunto de los números enteros.

## **2.7 Unidad didáctica**

### **2.7.1 La unidad didáctica como estrategia metodológica de enseñanza aprendizaje**

La unidad didáctica como propuesta metodológica es una herramienta didáctica que dentro del proceso educativo incorpora aspectos integrales que hacen parte de la enseñanza aprendizaje indispensables para superar dificultades de aprendizaje y de esta manera alcanzar el conocimiento en profundidad en cada uno de los estudiantes. Dichos aspectos hacen referencia a las individualidades, expectativas, saberes previos, formas de aprendizaje, actitudes y emociones de los estudiantes, la edad, el nivel sociocultural la familia y además el currículo institucional los cuales son determinantes dentro del proceso educativo.

Por otro lado se concibe como una unidad de programación anticipada que parte de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes integrando dentro de su estructura, objetivos, contenidos, actividades y la evaluación de manera coherente, metodológica y flexible siendo esta una característica principal de las unidades didácticas, puesto que esta se ajusta a las necesidades individuales o grupales dentro del aula de clases.

Desde la perspectiva de Escamilla (citado por Hernández, 2011) concibe la unidad didáctica como “una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad”.

En este sentido la unidad didáctica dará la posibilidad al maestro y los estudiantes de llevar un proceso educativo dinámico en el que se plantean objetivos claros que se pueden alcanzar mediante el desarrollo de actividades secuenciales y sistemáticas, las cuales permitirán estructurar y configurar los conocimientos desde una planificación pertinente que parte de las mismas necesidades de aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

### **2.7.2 Estructura y diseño de la unidad didáctica**

En la actualidad existen gran variedad de dificultades que no permiten llevar a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje que facilite alcanzar una evolución significativa en aspectos conceptuales, actitudinales y procedimentales relacionados con el aprendizaje dentro de las áreas del conocimiento. Estas dificultades no están relacionadas solo con los niños y niñas, el docente también está implicado y tiene gran responsabilidad en que los procesos educativos llevados al aula logren impactar y motivar a los alumnos hacia el nuevo saber y por ende se logren los aprendizajes significativos y en profundidad en cada uno de ellos. “Consecuentemente, un buen diseño didáctico es aquel que mejor responde a las necesidades diversas de los estudiantes” (Perales & Cañal de León, 2010, p. 1).

Desde esta perspectiva es imperante la necesidad de adoptar una práctica educativa en donde el docente deje de ser el protagonista dentro del desarrollo de los procesos educativos y pase a ser el guía y modelador, dándole la posibilidad al estudiante de ser autónomo y constructor de su propio conocimiento. Sin lugar a duda para lograrlo el maestro debe adoptar una postura de orientador, con metodologías activas, en donde utilice una serie de actividades secuenciales que las estructura desde el análisis consiente que hace sobre las expectativas,

capacidades y formas de aprendizaje que tiene cada estudiante, que a la postre le facilitara a los niños y niñas, consolidar un pensamiento crítico reflexivo de sus capacidades y autónomo de sus propios procesos de aprendizaje.

Es evidente que para desarrollar una práctica educativa en la que se logren alcanzar los objetivos y aprendizajes en profundidad, el docente debe estar dispuesto a dejar de lado la metodología tradicionalista y empezar a estructurar una metodología en la que la planeación sea la herramienta primordial en la consecución de objetivos y nuevos conocimientos. Para ello el maestro debe estar en la capacidad llevar a cabo una planeación que cumpla con las necesidades, capacidades y sobre todo con la superación de las dificultades identificadas en la clase para ello deberá hacer un análisis consiente del grupo lo cual le permitirá determinar cuáles son contenidos qué va a enseñar, cómo los va enseñar y de qué manera los va a evaluar. “decidir qué se va a enseñar y cómo, es la actividad más importante que llevan a cabo los enseñantes, ya que a través de ella se concretan sus ideas y sus intenciones educativas.” (Perales & Cañal de León, 2010, p. 1).

En la actualidad existen muchas estrategias didácticas que ayudan a mejorar las metodologías y por ende ayudan a desarrollar una práctica educativa que permite dimensionar un proceso de enseñanza aprendizaje en el que se logran los aprendizajes esperados dentro de una comunidad educativa y de la sociedad en general. Es claro que cada maestro debe procurar desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje donde haga uso de estrategias que le den la posibilidad de incorporar aspectos integrales dentro de la planeación y posterior formación del sujeto. En ese sentido una de las estrategias más pertinentes son las unidades didácticas. Pues es

esta una de las más sobresalientes y acertada en la enseñanza de las ciencias puesto que permite acercar al estudiante al conocimiento científico desde el desarrollo y aplicación de la ciencia escolar, lo cual le permitirá al estudiante configurar la criticidad, la autonomía, el planteamiento de hipótesis y la formulación de sus propias teorías, las cuales las podrá sustentar utilizando argumentos sólidos desde un lenguaje apropiado característico de la ciencia particular que está estudiando.

De esta manera las unidades didácticas se han convertido en la apuesta de cada maestro para trabajar desde un currículo en el que la enseñanza de las ciencias sea la prioridad y en donde se pretenda generar, dentro y fuera del contexto del aula, espacios de aprendizaje acordes a las expectativas esperadas por la clase y a su vez pueda con estas dar solución a las distintas situaciones problema que no permiten desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje que cumpla con las expectativas a nivel grupal e individual.

Teniendo en cuenta que se lleva a cabo un proceso investigativo dentro de la línea de matemáticas con el cual se pretende identificar, diagnosticar problemas auténticos que se presentan dentro del aula de clases, los cuales, están relacionados con aspectos conceptuales, procedimentales, actitudinales y metodológicos con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y del objeto matemático como tal, limitado de gran manera la construcción y conceptualización de contenidos matemáticos.

Sin duda, se pudo encontrar variedad de problemas pero se ha puntualizado el proceso investigativo en esta línea de investigación sobre la dificultad que tienen los estudiantes en la

resolución de problemas con la adición de números enteros en donde lo más sobresaliente con respecto a dificultades tiene que ver con el manejo de los signos, la falta de comprensión lectora y el planteamiento y ejecución de estrategias que permitan abordar y solucionar correctamente un problema matemático, este último relacionado con la metacognición y dentro de esta la regulación metacognitiva. Es evidente que si se aborda un problema para desarrollar un proceso investigativo sin duda se deben plantear estrategias de solución que permitan mejorarlo y con ello entonces mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Como se mencionó anteriormente las unidades didácticas son una propuesta metodológica y didáctica que configura a futuro el mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y de cualquier ciencia, desde la idoneidad en la planeación y aplicación metodológica del docente y la disposición adecuada de los estudiantes en la configuración de nuevos saberes, es entonces que dentro de este proceso investigativo la construcción de unidades didácticas será la apuesta para mejorar los procesos de planeación, ejecución y evaluación en el momento que los estudiantes estén frente a la solución de un problema.

En este sentido la construcción y elaboración de una unidad didáctica que permita desarrollar una buena praxis y con ello mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje dentro del aula, debe estar sujeta según Perales & Cañal de León (2010) a una buena planeación que debe iniciar con la claridad que debe tener el docente en el momento diseñar una unidad didáctica, la cual ajustarse a unos criterios que le permitirán desarrollar una programación anticipada que facilitara el alcance de los fines planteados para la clase, en este caso en el área de matemáticas,

y debe estar estructurada con el fin de promover en los estudiante la regulación metacognitiva en la solución de problemas matemáticos con adición de números enteros.

En cuanto a los criterios Perales & Cañal de León (2010), menciona que: en primer lugar se deben establecer unos objetivos los cuales determinan el camino a seguir dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, pero a su vez menciona no son una camisa de fuerza que se prescriban dentro de la unidad didáctica pero si deben estar explícitamente estipulados por el docente que obviamente según los autores se irán configurando a medida que se vayan aplicando las actividades y desarrollando el proceso de enseñanza aprendizaje. “Los objetivos específicos se van concretando a medida que se va diseñando la unidad didáctica” (Perales & Cañal de León, 2010, p. 5).

Por otro lado se deben tener en cuenta otros aspectos que caracterizan la definición de objetivos; Perales & Cañal de León (2010) manifiestan que tiene que ver con: “Los valores e intereses de todo enseñante, referentes como las orientaciones ministeriales y los acuerdos en relación al proyecto educativo y curricular del centro, y los antecedentes del grupo-clase en cuanto a intereses, niveles de desarrollo, hábitos y conocimientos previos” (p. 5).

En este sentido se puede decir que la formulación de dichos objetivos es un proceso sistemático y de gran importancia el cual se va ajustando en la medida en que se avanza con la construcción y aplicación de la unidad didáctica.

En segundo lugar es indispensable la selección de contenidos pues estos deben ser significativos para los estudiantes en la medida que los puedan comprender y aplicar dentro de su

contexto. Es pertinente que dentro de la selección de contenidos se tengan en cuenta los siguientes aspectos. “¿Qué tipos de contenido?, relaciones entre la ciencia de los científicos y la ciencia escolar y la Significatividad social de los contenidos a seleccionar” (Perales & Cañal de León, 2010, p. 4). Desde esta perspectiva se puede considerar que la selección de los contenidos es un proceso de mucho cuidado puesto que de estos depende que se logre la motivación precisa para alcanzar la conceptualización que se pretende con la unidad didáctica que se ha diseñado y con ello acercar al estudiante al conocimiento científico desde la ciencia escolar. En este sentido el seleccionar correctamente los contenidos permitirá que los estudiantes puedan mejorar sus propios modelos con los que llegan al salón de clases, la consigna se enmarca en que los modelos con que llegan los estudiantes evolucionen, para ello se seleccionan contenidos secuenciales los cuales al llevar un orden lógico ayudara a desarrollar un proceso sistemático y paulatino de evolución conceptual.

Al llevar a cabo el proceso de diseño y construcción de una unidad didáctica, en primera instancia, el docente en este caso del área de matemáticas debe tener un manejo amplio de aspectos tanto conceptuales como también metodológicos y didácticos del área, lo cual es un requisito necesario e indispensable, puesto que de estos depende que la escogencia y organización de los respectivos contenidos permitan alcanzar de manera secuencial los propósitos e intencionalidades por la que fue diseñada la unidad didáctica. Al respecto Solano & Bedoya (2013), manifiestan:

El docente, requiere de unos referentes conceptuales y procedimentales, esto es, de unos instrumentos o recursos organizadores que le permitan no solo planificar y ejecutar la

acción si no también recolectar y analizar la información relacionada con el objeto de estudio. (p. 403)

En este sentido el maestro no solo debe tener bases sólidas con respecto a sus saberes específicos sino que además debe tener a la mano una serie de estrategias y herramienta que le permitan hacer un análisis detallado del contexto de cada uno de los estudiantes, es decir aspectos culturales, sociales, emocionales y hasta económicos los cuales están directamente implicados dentro del proceso de enseñanza aprendizaje y como tal dentro del diseño de la unidad didáctica. Poder hacer un análisis desde esta perspectiva le ayudara al maestro a recopilar la información necesaria para de esta manera poder adaptar y direccionar los contenidos con actividades que promuevan el aprendizaje en profundidad.

Por otro lado se define la unidad didáctica desde “los contenidos que el profesor considere necesarios para proporcionar al alumno un esquema conceptual científico sobre el objeto de estudio” (Sánchez y Valcárcel, 1993, p. 37). Por esta razón el educador debe tener muy claro cuáles son los contenidos que le ayudaran en el proceso de aplicación de la unidad didáctica a consolidar dentro de la estructura mental del estudiante la configuración de un saber científico o saber escolar con el cual pueda ponerlo en práctica en distintas situaciones del contexto escolar o cotidiano.

Seleccionar los contenidos no es un trabajo fácil y exigen una gran responsabilidad pues estos deben responder a las distintas necesidades tanto intelectuales, contextuales como cognitivas del estudiante, puesto que cada niño es un mundo muy distinto en el campo del

aprendizaje y por ende los contenidos se deben estructurar de modo que se pueda cumplir con las expectativas tanto individuales como colectivas y en ese caso se pueda consolidar la efectividad en cuanto al alcance de los objetivos de aprendizaje se refiere. La idea no es fragmentar conceptos y enseñarlos de manera aislada si no darles una jerarquía y organización a cada uno de estos con el propósito de que al final el estudiante pueda utilizar ese “entramado conceptual que le permita dar razón y explicar los distintos fenómenos que observa y encuentra en su realidad desde una manera similar como lo ha hecho siempre la ciencia” (Sánchez& Valcárcel, 1993, p. 15).

Otro aspecto a tener en cuenta dentro del diseño de la unidad didáctica y la estructuración de contenidos dentro de esta, tiene que ver el protagonismo que se le debe dar al estudiante y al docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje durante la aplicación de la unidad didáctica; el estudiante con sus saberes previos y el docente con la agregación de estos saberes a la estructura de contenidos que conformarán la unidad didáctica, los cuales deben estar organizados de manera que se pueda iniciar la enseñanza de estos de lo particular a lo general, es decir, que no se inicie con la incorporación inmediata del concepto como tal si no con los conocimientos previos que serán el punto de partida para conceptualización del contenido, dicho de otro modo lo que se pretende es que la estructura de contenidos esté enmarcada dentro del paradigma constructivista desde un método de enseñanza inductivo lo cual generara aprendizajes más profundos puesto que evolución conceptual partirá desde las distintas concepciones, ideas, representaciones y modelos con las que llega el niño al salón de clases.

Si se lleva esto al contexto investigativo que se viene desarrollando en cuanto a la dificultad que tienen los estudiantes en la solución de problemas con números enteros es evidente que la selección de contenidos previos ayudara a dinamizar dentro del salón de clases la correcta conceptualización y como consecuencia podrán comprenderlos y aplicarlos correctamente. Para lograr esto el docente debe estar Consciente que no se puede enseñar un contenido tal cual lo define la comunidad científica y por ende debe ser llevado a una transposición didáctica que permita transformar un saber a enseñar en un saber enseñado y se pueda configurar como un conocimiento escolar que sea fácil de enseñar y por supuesto fácil de aprender, pudiendo de esta manera configurar una ciencia escolar y consolidar el pensamiento científico en los estudiantes, pero hay que tener cuidado en “No confundir la ciencia escolar con una simplificación de la otra ciencia, si no que se trata de la construcción de un modelo nuevo que, aunque relacionado con el científico, incluye conceptos, lenguajes, analogías e incluso experimentos distintos” (Perales & Cañal de León, 2010, p. 11).

En tercer lugar se encuentra los criterios para la selección de actividades. En el diseño de las unidades didácticas se configuran como uno de los procesos de gran importancia puesto que estas determinan de manera ordenada el alcance de los aprendizajes que se verán reflejados en los objetivos o finalidades preestablecidos. Cada actividad debe estar diseñada con el fin de identificar y construir conocimientos en cada uno de los momentos de la clase y además debe responder a las intencionalidades del maestro puesto que.

Se enseña y se aprende a través de actividades, por lo que, en todo diseño didáctico, los criterios para la selección y secuenciación de éstas son muy importantes. Las actividades

son las que posibilitan que el estudiante acceda a conocimientos que por sí mismo no podría llegar a representarse (Perales & Cañal de León, 2010, p. 12).

Se debe tener en cuenta que cada actividad es diferente puesto que estas se diseñan con una intencionalidad, por ejemplo si se tienen en cuenta que dentro del grupo las formas de aprendizaje son diferentes y que por ello se debe individualizar la enseñanza puesto que no todos aprenden de la misma manera y no es fácil para el docente atender a cada estudiante de forma individual, es entonces donde el maestro debe diseñar actividades en las que los estudiantes puedan trabajar en equipo y que de esta manera los más avanzados puedan mediar y ayudar a quienes presentan dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje. Por consiguiente el estudiante que presenta facilidad para la construcción y conceptualización de nuevos conocimientos podrá mejorar y fortalecer sus saberes, el docente tendrá un apoyo en la clase y los niños y niñas rezagados podrán ir al mismo ritmo de los demás.

Por otro lado es indispensable tener en cuenta que durante el proceso de aplicación de la unidad didáctica y con esta cada una de las actividades diseñadas, el docente debe estar consiente que durante el proceso se deberán hacer una serie de ajustes siendo estos indispensables puesto que en la marcha se identificarán ciertas inconsistencias en algunas actividades que no permitirán alcanzar los objetivos planteados.” En una unidad didáctica las actividades deben estar previstas a posibles modificaciones que se requieran como la supresión de una actividad prevista o la inclusión de una no prevista” (Sánchez & Valcárcel, 1993 p. 41). Esto quiere decir que en cuanto al diseño de actividades no todo se puede concretar de un principio, y teniendo en cuenta la flexibilidad de las unidades didácticas se podrán hacer continuas mejoras que ayudaran a la

consecución integral de cada una de las intencionalidades establecidas como punto de referencia para el éxito de la misma.

Un cuarto criterio en la construcción y diseño de una unidad didáctica tienen que ver con la selección de actividades que permitirán revisar la evaluación sistemática de los cambios conceptuales, representaciones y modelos mentales con los que llegó el estudiante al salón de clases, de esta manera según lo manifiesta Perales & Cañal de León (2010). “Es de suma importancia que en el momento de diseñar una unidad didáctica es indispensable tomar las decisiones correctas sobre qué actividades y en qué momento se deben aplicar” (p. 15). Pues estas determinarán que avances y retrocesos se están generando dentro del proceso educativo y por ende ayudara en la toma de decisiones pertinentes con respecto a lo que se vienen desarrollando en el salón de clases.

Dentro de todo proceso de enseñanza y aprendizaje es indispensable tener en cuenta la evaluación y en el caso del diseño de una unidad didáctica este proceso será el punto de referencia para tomar las decisiones correctas en cuanto a cómo se quiere llevar el proceso educativo y que intencionalidades se quieren alcanzar “en términos de eficacia” (Tamayo. 2006, p. 5).

En este sentido la evaluación se constituye en el insumo que permitirá encontrar y determinar información tanto para brindar retroalimentación necesaria a cada uno de los estudiantes como también para hacer reflexiones críticas de la práctica del maestro y con esto mejorar la enseñanza. En este sentido la evaluación pasa a ser el instrumento que permitirá hacer

un seguimiento continuo y sistemático de los aprendizajes de los estudiantes y la mejora de la unidad didáctica.

Sin lugar a duda, el éxito de la evaluación tanto de la unidad didáctica como de los aprendizajes depende de la aplicabilidad y la intencionalidad que le dé el maestro en el aula de clases puesto que no se puede pretender evaluar con el propósito de cuantificar resultados si no de cualificarlos, esto con el fin de tomar decisiones en las que estén implicados tanto estudiante como docente pues de esta manera será más adecuada y constructiva.

La evaluación desde una perspectiva constructivista el profesor al valorar una situación. Un hecho, un concepto o una experiencia, debe hacerlo de manera compartida con el alumno, mostrándole la utilidad que dicha valoración puede tener para el futuro o en sí misma, con objeto de que la evaluación sea realmente formativa (Sánchez &Valcárcel, 1993, p. 42).

Por otro lado Sánchez &Valcárcel (1993) afirman:

La función formativa de la evaluación hace necesario como contenidos de la misma: a) la situación departida, es decir, el conocimiento e ideas previas de los alumnos, b) los progresos en la construcción de conocimientos y del cambio conceptual que llevan a cabo los alumnos, y e) los conocimientos científicos adquiridos conceptuales, procedimentales y actitudinales (p. 42).

En este caso la evaluación permite determinar los avances alcanzados desde el punto de referencia inicial del conocimiento con el que llegó el niño hasta los aprendizajes alcanzados en el momento de aplicar la evaluación.

De este modo el sentido de la evaluación tanto de la unidad didáctica como del proceso de enseñanza y aprendizaje que con esta se lleva a cabo permitirá establecer “La evaluación no con carácter restrictivo de valoración al final del proceso, si no con carácter formativo siendo por tanto su función la de favorecer dichos aprendizajes y ayudar para seguir avanzando y rectificar si es necesario” (Sánchez & Valcárcel, 1993)

Finalmente uno de los criterios que no se puede dejar de lado dentro del diseño de una unidad didáctica tienen que ver con la gestión en el aula el cual hace referencia a los ambientes de aprendizajes que debe generar el docente para que en el momento de la aplicación de la estrategia para la enseñanza aprendizaje y se pueda generar la motivación y disposición tanto individual como grupal en el desarrollo de las diferentes actividades dispuestas por el docente y que de esta manera se generen los aprendizajes en profundidad. Cabe destacar que dichos ambientes deben ser generados para que los estudiantes no solo puedan trabajar de manera individual si no también grupal puesto que de esta manera se genera espacios de intercambio social en el que se fortalece los lazos de amistad y buena convivencia. Por otro lado como se mencionó anteriormente, uno de los aspectos que resalta en las aulas es la diversidad de los estudiantes esto, en relación con la estrategia de enseñanza en la que se utiliza las unidades didácticas, no es un obstáculo puesto que esa diversidad puede ser utilizada en favor de

desarrollar el trabajo en equipo en donde la ayuda mutua en la interacción docente- estudiante fortalece el trabajo colaborativo.

Teniendo en cuenta la relevancia que ha cobrado la unidad didáctica como estrategia metodológica para la enseñanza, la apuesta de este trabajo investigativo que se lleva a cabo en el área de matemáticas sería, el diseñar una unidad didáctica como trabajo de campo que permita intervenir y mejorar en los estudiantes la capacidad para solucionar problemas matemáticos con la adición de números enteros en donde se haga la aplicación correcta de la regulación metacognitiva.

### **2.7.3 Ideas previas: Un componente indispensable en la unidad didáctica**

Es el primer componente que debe tener una unidad didáctica bajo el modelo que se adoptó para el estudio de la resolución de problemas con la adición de números enteros. “Se define ideas previas como aquellos conceptos que traen los estudiantes antes de adquirir un conocimiento formal, entendido este último como el conocimiento que abarca el talento y comprensión de los conceptos científicos” Viennot, Driver, Pfundt, Duit & Martínez, (citados por Tamayo, 2011). Las ideas previas de toda persona son adquiridas por múltiples fuentes como: la convivencia con otras personas, la televisión, radio, internet, leer e interactuar en un medio lleno de información, entre otras.

Campanario & Otero (2000), plantean que todos los estudiantes conservan un conjunto muy variado de ideas previas (preconcepciones) sobre los diferentes contenidos científicos y que

la mayoría de veces las preconcepciones de los alumnos son erróneas, esto no niega que las ideas previas son muy importantes para el desarrollo de los aprendizajes significativos.

Muchas de las ideas previas están basadas en la experiencia cotidiana del estudiante; por lo general existen aspectos comunes de estas ideas previas en los alumnos sobre los conceptos científicos. Según Limón & Carretero (1997), exponen los aspectos comunes presentes en las ideas previas:

En primer lugar, son específicas de dominio, se emplean diferentes actividades escolarizadas o desescolarizadas como las tareas para identificarlas. En segundo lugar, las ideas previas no se identifican fácilmente por que hacen parte del conocimiento implícito del estudiante y Tercero, las ideas previas son construcciones personales. A pesar de que se ha encontrado cierto grado de similitud entre las representaciones de sujetos procedentes de distintos medios culturales es necesario interpretarlas dentro del contexto individual (Driver, Citado por Limón & Carretero, 1997).

La percepción y la experiencia de los estudiantes, adquiridas por la vida cotidiana, juegan un papel muy importante en el proceso de orientar las ideas previas.

En cuarto lugar, no todas las ideas previas de los alumnos presentan los mismos niveles de especificidad y de generalidad, lo cual lleva a que las dificultades de comprensión que ocasionan a los estudiantes no sean de la misma importancia.

Algunos autores como Whitey & Gunstone (1989); Pozo & Carretero (1992); Fetherstonhaugh & Tragust (1992) y Duit, 1994 (Citados por Limón y Carretero, 1997) exponen que las ideas previas son consecuentes, altamente resistentes y difíciles de modificar.

- Por último las ideas previas, tienen un nivel de coherencia y solidez variable, pueden formar parte de un modelo mental explicativo con cierta capacidad de predicción.

La importancia de la exploración de las ideas previas para los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula es la de identificar los diferentes niveles del conocimiento elaborado por los estudiantes a través la experiencia adquirida en la vida cotidiana.

Tamayo et al. (2011) exponen:

En el proceso de exploración de ideas previas, el docente adquiere la habilidad de agrupar las diversas individualidades de los estudiantes, de acuerdo con atributos similares y, en determinados casos, con modelos científicos. Estas agrupaciones o taxonomías se convierten en insumos u objetos de análisis que enriquecen la enseñanza, porque permiten hacer comparaciones con los modelos científicos. La comparación permite, según el caso, sustituir la idea previa por el conocimiento científico, actividad que da lugar a la adquisición de un conocimiento especializado. (p.107)

En coherencia con este planteamiento, la formación del conocimiento especializado se da por la constante comparación de las ideas previas de los estudiantes con los conceptos adquiridos

en los cursos y que van bajo la línea de corte científico. Queda así establecido que conocer estas ideas en los estudiantes es un ejercicio de alta importancia para el docente tal y como lo plantea Tamayo et al. (2011), dado que permite enriquecer y potenciar la planificación de toda UD por las siguientes razones:

- Al realizarse la exploración de ideas previas y con la constante interacción del docente con el estudiante se obtiene información del conocimiento común y del conocimiento científico del alumno, es por esto que se dice que las ideas previas son importantes en los procedimientos cooperativos permite que el profesor estructure las estrategias de enseñanza óptimas para el desarrollo del conocimiento científico.

- Las ideas previas permiten identificar el lenguaje empleado por el estudiante, tanto el científico como el coloquial. Identificar el lenguaje es importante en los procesos de enseñanza aprendizaje de las ciencias, la comparación constante del lenguaje común del estudiante comparándolo el lenguaje científico permite que el docente diseñe procesos adecuados de enseñanza-aprendizaje en los que el estudiante cualificara el lenguaje, pasando de una estructura común a una científica.

- Se desarrolla una función de gran valor en la que se le da mayor importancia a la experiencia del estudiante, de esta forma se dinamizan los procesos de enseñanza dándole un giro a los modelos tradicionales de enseñanza (transmisionismo), pasando a uno en el que el profesor “domina los procesos de enseñanza aprendizaje”.

- Se pueden medir los grados de evolución conceptual, partiendo de las ideas previas del estudiante y la frecuente retroalimentación del docente. Se configura de esta manera una constante evaluación de las ideas del estudiante y la comparación con las ideas científicas adquiridas durante el proceso de enseñanza.

Las ideas previas constituyen en punto de partida para la planificación de la U D, lo que se pretende con la exploración de ideas previas es identificar qué tan cercano o no se encuentran los modelos que forman los estudiantes en el aula de clases en comparación con el modelo científico que se planteará para la resolución de problemas con la adición de números enteros, de tal forma que las ideas previas sirvan de referente para medir la evolución conceptual, antes durante y después de la aplicación de la U D.

La intención es jalonar los modelos mentales de los estudiantes y poco a poco aproximarlos hacia el modelo conceptual planteado por el maestro. La importancia de explorar las ideas previas radica en que: es un procedimiento más cooperativo con participación activa de educandos, ésta exploración permite conocer el lenguaje aún no especializado que poseen los estudiantes, las ideas previas valoran la experiencia de los estudiantes porque el docente deja de ser el centro de la enseñanza y el estudiante se vuelva más activo. Para realizar la exploración de ideas previas de los estudiantes se tendrá en cuenta el fundamento teórico de los autores mencionados anteriormente. Para ello se propone realizar actividades como: conversatorio y preguntas a estudiantes de grado 7°, relacionadas con el manejo de signos en los números enteros.

## 2.6 Obstáculos en el aprendizaje

En este apartado se hace una reseña sobre la noción que se debe tener sobre el concepto obstáculo y además sobre qué tipo de obstáculos se quieren identificar cuando se inicia el proceso de enseñanza aprendizaje del objeto matemático, para el caso Cid (2000) define un obstáculo como “una concepción, es decir, un conjunto de conocimientos y saberes que lleva a un individuo a dar respuestas validas en un cierto campo de problemas, pero falsas o poco adecuadas en otro” (p. 10). Es extraño que dentro de la didáctica, un obstáculo no sea la falta de conocimiento sino un conocimiento ya aprendido y establecido por el niño. “Este conocimiento produce respuestas adaptadas a un cierto contexto, frecuentemente reencontrado. Pero engendra respuestas falsas fuera de este contexto. Así mismo una respuesta correcta y universal exige un punto de vista notablemente diferente” Cid (2000, p. 2). A esto se le puede complementar diciendo que, si ya hay un conocimiento elaborado en la estructura cognitiva del estudiante no debería ser un limitante en el aprendizaje del objeto matemático. Pero en realidad si es un verdadero limitante puesto que en el proceso de acomodación de la nueva información con la que ya traía el estudiante como conocimiento previo, se produce un conflicto cognitivo que no permite que el nuevo conocimiento evolucione como un conocimiento bien elaborado. Cid (2000) considera. “Un obstáculo es además una concepción que se resiste a evolucionar o a ser sustituida por otra, incluso cuando se hace patente su fracaso” (p. 11).

Por otro lado, un obstáculo se constituye como un saber valido para el estudiante en la medida en que ha sido útil para él, cuando al enfrentarse a la solución de un problema. El conocimiento que ha adquirido le dio las respuestas necesarias en ese determinado momento,

pero que a largo plazo ese conocimiento que ha sido adecuado para resolver una situación, puede no ser tan eficaz en otra. En ese sentido Serrado, Azcarate & Cardeñoso (2005) afirman:

Un conocimiento, como un obstáculo, es fruto de la interacción del alumno con su medio y, precisamente, con una situación que le produce este conocimiento "interesante". Como tal, un obstáculo tiene significado en un sistema didáctico en el que coexisten, un alumno, un conocimiento y un medio. (p. 3)

## **2.8 Obstáculos de aprendizaje**

### **2.8.1 Obstáculos epistemológicos**

Dentro del contexto educativo se toma un obstáculo como una dificultad que limita el aprendizaje en los estudiantes, o como la falta de conocimiento sobre el saber a enseñar. Sin duda estas dos perspectivas o puntos de vistas están muy alejadas a la definición que plantea Brousseau (citado por Serrado, Azcárate & Cardeñoso, 2005). Para este autor, “el obstáculo está constituido por un conocimiento, de los objetos, de las relaciones, de los métodos de aprendizaje, de las previsiones, de las evidencias, de las consecuencias olvidadas, de las ramificaciones imprevisibles” (p. 3). En este caso el obstáculo es un conocimiento que ya está establecido en la estructura mental del estudiante y que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se resiste al cambio. Por otro lado Cid (2000) considera. “Un obstáculo es además una concepción que se resiste a evolucionar o a ser sustituida por otra, incluso cuando se hace patente su fracaso” (p. 11).

Desde esta visión se pueden considerar que los obstáculos siendo un conocimiento una concepción ya adquirida no debería ser un problema, pero en realidad es un gran problema puesto que limita el aprendizaje de los niños debido a la resistencia que pone al cambio y la evolución conceptual, es decir se convierte en una barrera que le cierra las puertas a un nuevo aprendizaje obligando al sujeto a quedarse con un conocimiento que deja de ser significativo en la medida que lo va poniendo en práctica en su cotidianidad. En palabras de Brousseau (citado por Serrado, Azcárate & Cardeñoso, 2005) “Un obstáculo, es fruto de la interacción del alumno con su medio y, precisamente, con una situación que le produce este conocimiento "interesante". Como tal, un obstáculo tiene significado cuando coexisten, un alumno, un conocimiento y un medio” (p. 3). Por esta razón el maestro debe estar en la capacidad de identificarlos para precisar situaciones didácticas en donde se haga tomar conciencia a los alumnos y alumnas de la necesidad de cambiar esas concepciones puesto que no son útiles en todos los contextos en que se aplican.

Sin duda los obstáculos epistemológicos se han ido identificando a medida que se aplica el acto educativo en cada una de las épocas en las que se ha pretendido enseñar el objeto matemático puesto que durante el proceso de enseñanza aprendizaje se han encontrado limitantes que no ha permitido alcanzar la conceptualización y apropiación del saber a enseñar debido a que “el obstáculo epistemológico se encuentra estrictamente relacionado con el concepto” (Serrado, Azcárate & Cardeñoso, 2005, p. 3). Es decir muestra de manera explícita e implícita en cada uno de los estudiantes las aplicaciones, demostraciones falsas o inadecuadas en el momento de hacer uso de este conocimiento.

### 2.8.2 Obstáculos ontológicos

El análisis de los aspectos ontológicos se centra básicamente en identificar, a partir de las actividades diseñadas para los estudiantes, diferentes concepciones alternativas acerca del concepto de número entero. Estas concepciones pueden ser espontáneas, inducidas o analógicas (Pozo, citado por Tamayo, 2001).

Las concepciones espontáneas son aquellas formadas por el estudiante en el intento de dar significado a las actividades cotidianas, también se originan por las percepciones sensoriales que tienen los educandos acerca del mundo. Las concepciones inducidas son aquellas creencias inducidas debido a los procesos de socialización, asimilación de creencias, el contexto, la cultura y el lenguaje. Por último las concepciones analógicas se derivan de las comparaciones que se realizan con hechos de la vida cotidiana.

En términos generales los obstáculos ontológicos son aquellos obstáculos que se originan a partir de las creencias del individuo, que pueden estar influenciados por los medios de comunicación, la interacción con amigos y familiares e incluso con los profesores, constituyen una fuente de información de primera mano para los estudiantes. De allí obtienen ideas que fundamentan sus creencias y con las cuales forman sus conceptos sobre los fenómenos que observan (Figuroa et al., 2006, p. 12)

### 2.8.3 Obstáculos cognitivo-lingüísticos

Los aspectos cognitivos en la evolución conceptual desde los planteamientos de Niedderer & Schceker (1992) (Citados por Tamayo, 2001, p. 37) sostienen que los datos empíricos apoyan, de una parte, la existencia de marcos conceptuales estables y coherentes, y de otra, reflejan la naturaleza fragmentaria de ciertos conocimientos individuales al interior de dominios específicos del conocimiento. Los autores consideran que en el sistema cognitivo de un estudiante coexisten diferentes concepciones (Petri & Niedderer, 1998, citados por Tamayo, 2001, p. 37) con distintos grados de coherencia, integración y seguridad. Petri & Niedderer, (1998) citado por Tamayo (2001, p. 37) definen el aprendizaje como el cambio de los elementos estables de un sistema cognitivo construido por una estructura profunda y por otra superficial. Para estos autores, las construcciones superficiales son las representaciones, predicciones, percepciones e interpretaciones y los elementos cognitivos estables son los conocimientos, intereses que influyen en la manera como el estudiante construye el conocimiento, modelos de pensamiento y elementos del lenguaje. La estructura cognitiva está determinada por el contexto de la situación en la cual se desenvuelve y por las propiedades del sistema cognitivo propio de cada individuo.

En esencia, el enfoque profundo se relaciona con una motivación intrínseca e intereses en el contenido de la tarea; el estudiante la individualiza, le da significado, para relacionarla con sus experiencias e ideas previas. Cuando los estudiantes emplean un enfoque profundo de aprendizaje hay una mayor producción de ideas espontáneas, dan explicaciones con más significado, las cuales describen mecanismo y relaciones causa efecto, hacen preguntas orientadas a encontrar explicaciones, predicciones, causas, o resolver diferencias en el conocimiento, su lenguaje es

más minucioso y con referentes específicos; sus explicaciones funcionan como modelos o mini teorías que permiten el enlace entre el nivel macro y el micro Chin & Brown, 2000 (citado por Tamayo, 2014). Son estudiantes más constantes en el seguimiento de una idea de manera sostenida, pueden trabajar sobre sus propias ideas en lugar de hacerlo sobre las ideas de los demás.

Quienes emplean un enfoque superficial presentan motivación extrínseca o instrumental, perciben la tarea como una obligación, tienden a memorizar hechos específicos y a reproducir procesos, tienen además una visión particular y aislada de las tareas. Pasan de una idea a otra sin sentido de direccionalidad, las ideas parecen aisladas y tienen mayor dependencia del recuerdo y del conocimiento factual, su lenguaje es más vago.

Parafraseando a Tamayo (2001) los aspectos lingüísticos en la evolución conceptual residen en una amplia gama de aspectos dentro de los cuales se destaca: sus funciones centrales en cuanto a vía comunicativa dentro del campo educativo y, segundo, como mediador y regulador del desarrollo del pensamiento de los individuos. Para efectos de identificar obstáculos se tendrá en cuenta el discurso utilizado por los estudiantes para resolver problemas con la adición de números enteros. Es decir, si los estudiantes utilizan o no un lenguaje matemático para interpretar un problema, utilizando proposiciones para dar explicación al objeto de estudio o si utilizan términos científicos sin significado para la comprensión del problema, también se tendrá en cuenta la coherencia entre las explicaciones escritas realizadas por los estudiantes y sus representaciones gráficas y obviamente para resolverlo; cómo expresa el resultado y el significado que éste tiene para comprender la solución global del problema.

### **3. METODOLOGÍA**

Para el desarrollo de la investigación didáctica se considerará la fundamentación teórica y resultados de investigaciones relacionadas con la incidencia de la regulación metacognitiva en la adición con números enteros. Para ello se tendrá en cuenta lo siguiente:

#### **3.1 Tipo de estudio**

Teniendo en cuenta que la investigación realizada y reportada en este informe se orientó especialmente en indagar sobre cuál es la influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros y con ello comprender como incorporando este aspecto de la metacognición permite que los estudiantes sean más efectivos a la hora de resolver un problema aplicando la adición de números enteros, se hace necesario hacerlo desde un enfoque cualitativo descriptivo, el cual permitirá hacer comprensible el diálogo entre la teoría, los antecedentes investigativos la experimentación y lo que expresa cada estudiante dándole sentido y significado a los hallazgos.

#### **3.2 Diseño de la investigación**

En el presente estudio se abordó los aportes teóricos realizados por Tamayo sobre la regulación metacognitiva y de Schoenfeld sobre la resolución de problemas, además de la teoría relacionada con el objeto matemático números enteros y una de sus operaciones “la adición” y sobre todo la información y los datos que se obtienen a partir de la aplicación de los instrumentos.

Para el caso se plantea un esquema que por las características propias de la investigación cualitativa descriptiva es muy necesario acudir constantemente a la teoría durante el análisis de los datos que se pueden obtener al aplicar la unidad didáctica y los instrumentos de recolección de la información.

Folgueiras (2009) afirma:

Las etapas de la investigación estarán orientadas con base a las siguientes fases:

selección del tema a investigar, identificación del problema, revisión de literatura o referentes teóricos, selección del método de investigación, método inductivo, observación, recolección de datos, análisis de datos, interpretación de los resultados, elaboración de conclusiones y redacción del informe final. (p. 6)

Técnicas: La observación participante, entrevistas semi-estructurada y encuestas.

Instrumentos: Son las actividades de la unidad didáctica. Sólo se presenta en este apartado una descripción general de los instrumentos utilizados en el desarrollo de la unidad Didáctica.

Plan de análisis: El tipo de análisis que se realizará: análisis del discurso.

La observación de los hechos o acciones, el registro de los mismos y la indagación científica da inicio siempre partiendo de un fenómeno en particular, para luego llegar a

conclusiones con base a los referentes teóricos o conocimientos científicos existentes y a los resultados finales de la investigación. Para ello es preciso hacer uso de estrategias cualitativas de recolección de información como: la entrevista, la observación, técnicas de registro de la información, procesamiento y análisis de la misma.

La entrevista es una técnica orientada a obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de los informantes en relación a la situación que se está estudiando. La entrevista añade la perspectiva interna para interpretar la realidad, la percepción del mismo sujeto expresada con sus propias palabras (Folgueiras, 2009, p. 19).

Para nuestra intervención en el aula de clases se pretende realizar entrevistas a los estudiantes de grado 7º, con el objeto de identificar los procesos que llevan a cabo los educandos en la resolución de problemas, así como también determinar las habilidades metacognitivas que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas antes, durante y después de haber aplicado la planeación de la Unidad Didáctica. “En cuanto a la observación, se considera un método de análisis de la realidad que se vale de la contemplación de los fenómenos, acciones, procesos, situaciones y su dinamismo en su marco natural” (Folgueiras, 2009, p. 26).

En esta fase de la investigación se tendrá en cuenta que durante la aplicación de la Unidad Didáctica se continuará con el desarrollo del plan de estudios estipulado en el currículo de la I.E.R Jordán Güisia, para el área de matemáticas en el grado 7º, con la novedad de incorporar la planeación de la Unidad Didáctica, para ello es imprescindible realizar la observación directa de los estudiantes durante el desarrollo de las clases, para identificar y registrar los avances y los

obstáculos manifestados por los estudiantes durante el transcurso de la ejecución de la Unidad Didáctica.

Registrar la información consiste en dejar constancia de los datos seleccionados como significativos, haciendo uso de formatos y tablas para consignar la información producto de las observaciones. Para la interpretación y análisis de los resultados se hará uso del análisis del discurso haciendo énfasis en la construcción y generación inductiva de categorías para poder clasificar los datos recogidos y así sacar conclusiones para medir si se alcanzaron o no los objetivos propuestos.

### **3.3 Participantes**

El presente estudio se realizó en el grado séptimo (7°) de educación básica, de la Institución Educativa Rural Jordán Güisia perteneciente al Municipio Valle del Guamuez Departamento del Putumayo. Es una institución de carácter mixto que pertenece a la zona rural del municipio, con una población de nivel socio-económico y estrato 1 bajo.



Figura 1. Estudiantes de grado séptimo Institución Educativa Rural el Jordán Güisia

El grupo está conformado por 25 estudiantes, 13 de género femenino y 12 de género masculino con edades comprendidas entre los 11 y 15 años. Son estudiantes con diversas etnias de las que sobresalen afrodescendientes, indígenas y los colonos.

Para desarrollar el análisis de los procesos de situaciones vividas durante el desarrollo y aplicación del trabajo investigativo, se aplicará la unidad didáctica a los 25 que conforman el grado séptimo y como unidad de trabajo se escoge una muestra de 12 estudiantes; cuatro estudiantes insuficientes, cuatro aceptables y cuatro excelentes o sobresalientes, cuyo fin, es encontrar y establecer el nivel de desempeño de cada uno de ellos cuando se enfrentan a la resolución de un problema con la adición de números enteros.

### **3.4 Acciones metodológicas como trabajo de campo**

El trabajo de campo para abordar el problema en cuanto a la dificultad que tienen los estudiantes en la resolución de problemas con adición de números enteros, se presenta en el

siguiente esquema en donde se muestra la estructuración paulatina y sistemática de la unidad didáctica como propuesta metodológica y didáctica del área de matemáticas desde los aportes teóricos y estructurales de Perales & Cañal de León (2010).

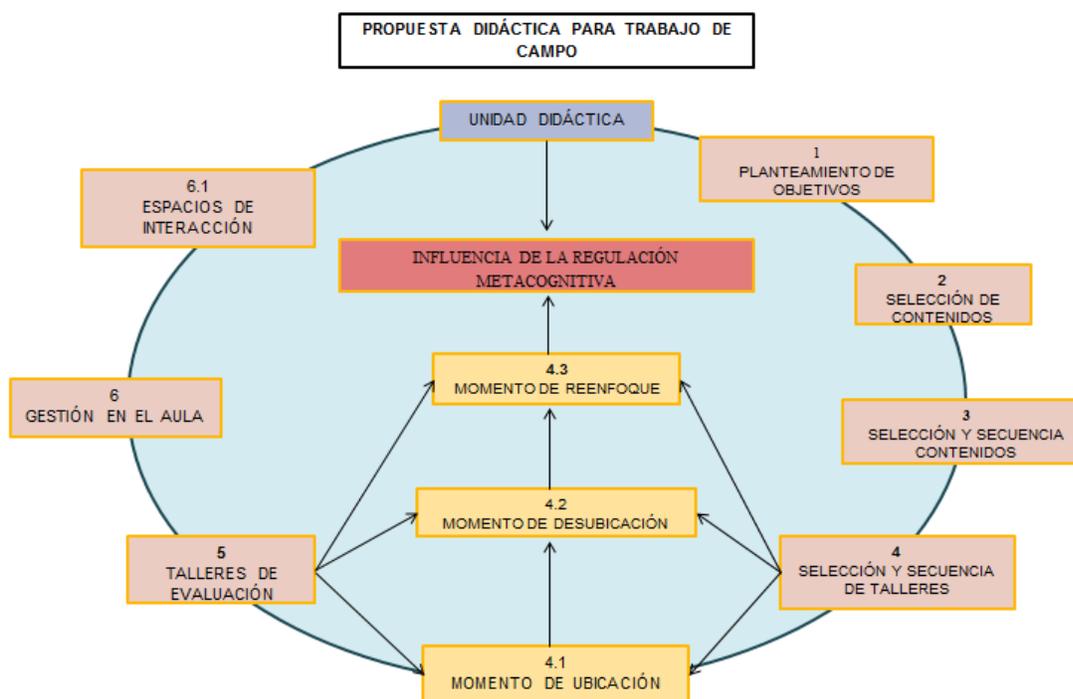


Figura 2. Propuesta didáctica para trabajo de campo: estructura de la unidad didáctica

Teniendo en cuenta las nuevas tendencias educativas y curriculares en donde el docente toma cierto protagonismo en cuanto a las decisiones pertinentes con respecto a la apropiación de metodologías desde una programación anticipada y consiente que permitan llevar a cabo un proceso de enseñanza y aprendizaje acorde a las necesidades, capacidades, expectativas y forma de aprendizaje de los estudiantes dándole además prioridad a las individualidades de los niños, seguramente tendrá éxito con su práctica. En este sentido al hacer un análisis profundo y crítico a estos aspectos el maestro podrá decidir qué enseñar, cómo enseñar y cuándo enseñar, lo cual lo

llevará a anticiparse a los diferentes eventos negativos que pueden obstaculizar el proceso de enseñanza aprendizaje. Para el caso y en lo que tiene que ver con la toma de decisiones Perales & Cañal de León (2010) mencionan que: “esta es la actividad más importante que llevan a cabo los enseñantes, ya que a través de ella se concretan sus ideas y sus intenciones educativas” (p. 2).

Una de las propuestas que en la actualidad del contexto educativo surge como una posibilidad para llevar un proceso de enseñanza aprendizaje en el que se promueva el alcance de aprendizaje en profundidad y que además promueva el trabajo autónomo y la consolidación del pensamiento crítico, tiene que ver con el diseño y aplicación de unidades didácticas como estrategia metodológica y didáctica. Las cuales permiten mejorar, no solo la práctica del maestro sino casos específicos que limitan el aprendizaje en el aula, como el que se aborda en este trabajo investigativo dentro del área de matemáticas el cual se relaciona con la dificultad que tienen los estudiantes de grado 7° cuando se enfrentan a la resolución de problemas con adición de números enteros.

La programación y el diseño de la unidad didáctica como preparación al trabajo de campo que se pretende poner en práctica dentro del aula de clase, incorporara dentro de su estructura unos objetivos, los contenidos necesarios y una serie de actividades procedimentales y evaluativas pertinentes para solucionar el problema sino también una de las categorías del macroproyecto del área de matemáticas, la metacognición y dentro de esta uno de sus tres procesos, la regulación metacognitiva como estrategia metodología de enseñanza. Que para el caso de la resolución de problemas es indispensable, pues le permite al estudiante planear estrategias (antes), monitorearlas en el momento de su aplicación (durante) y finalmente

evaluarlas (después) dándole la posibilidad al alumno de tener conciencia de sus capacidades y posibilidades cognitivas como también de sus avances y retrocesos durante el proceso. Hay que tener en cuenta lo mencionado por Perales, F & Cañal de León (2010) donde afirma que:

Las nuevas orientaciones curriculares basadas en puntos de vista constructivistas de la ciencia, del aprendizaje y de la enseñanza, implican que el profesorado debe tener amplia autonomía para tomar decisiones curriculares y, en concreto, para el diseño de las unidades didácticas a aplicar en clase, con sus alumnos y alumnas. (p. 2)

Esto es un punto a favor de los maestros en la medida en que al hacer el diseño de la unidad didáctica tenga en cuenta la heterogeneidad del salón de clases puesto que los estudiantes no aprenden de la misma manera y al mismo tiempo.

Es evidente que la estructuración de la unidad didáctica debe estar diseñada para alcanzar el objetivo general de este proyecto, en ese sentido su fundamentación debe tener tanto los elementos teóricos, epistemológicos y metodológicos que validan su efectividad dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje lo cual redundara en el cambio conceptual que se espera en cuanto la resolución de problemas con adición de números utilizando la regulación metacognitiva como estrategia metodológica.

Por otro lado se debe considerar la organización interna de la unidad didáctica desde la perspectiva Perales & Cañal de León, (2010) considera tener en cuenta en el momento de tomar la decisión sobre el diseño de la unidad didáctica tener en cuenta una serie de criterios los cuales

son indispensables en el momento de diseñar los objetivos de aprendizaje, la selección de los contenidos así como la secuenciación de los mismos, la selección y secuenciación de actividades tanto para el desarrollo de los contenidos como para las actividades de evaluación y finalmente los criterios para la organización y gestión en el aula de clases. Cabe recordar que el diseño de las actividades con sus respectivas intencionalidades, en donde además se incorpora de manera implícita y explícita la regulación metacognitiva como una de las necesidades cognitivas a fortalecer en los niños y niñas de grado 7º, distribuidas para los tres momentos. Ubicación, desubicación y reenfoque, en cada uno de estos momentos se alcanzarán una serie de objetivos de aprendizaje los cuales de manera paulatina y sistemática irán configurando el cambio conceptual en los estudiantes.

#### 4. DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

En este apartado se hará una descripción pormenorizada del porque se estructura y se diseña la unidad didáctica, ya que, dentro del presente estudio se promueve la aplicación de esta propuesta didáctica y metodológica como la estrategia de intervención y trabajo de campo con la que se dará la posible solución al problema planteado en el presente estudio. Resaltando además la importancia que suscita la incorporación de esta propuesta dentro de la práctica del maestro debido a su carácter innovador, metodológico y práctico con el que permite llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Así mismo, se hace una descripción de los objetivos que se han planteado. Por qué y cómo se establecen en cada uno de los momentos Ubicación, desubicación, y reenfoque cuál es su finalidad y de qué manera se pretenden alcanzar durante la aplicación de la unidad didáctica.

Por otro lado, se considera necesario incorporar dentro de la estructura de la unidad didáctica uno de los derechos básicos de aprendizaje los estudiantes para el grado 7° (séptimo), esto teniendo en cuenta que son una de las ultimas orientaciones que pone de manifiesto el Ministerio de Educación Nacional en su documento derechos básicos de aprendizaje.

Finalmente se consideran los aspectos socioculturales que se deben tener en cuenta a la hora de realizar el diseño y posterior aplicación de la unidad didáctica.

#### **4.1 Descripción de la unidad didáctica como propuesta didáctica y metodológica de intervención en el aula**

Que un estudiante sea competente matemáticamente es un reto para el maestro, esto lo lleva a que cada día haga una reflexión crítica de su práctica con el fin de mejorarla para de esta manera alcanzar las intencionalidades u objetivos que se plantean para el curso o clase. Sin lugar a dudas dicha reflexión lo debe llevar a hacer uso de su creatividad e iniciar procesos de innovación en donde se promuevan propuestas didácticas y metodológicas que permitan desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje en el que se incluyan de manera continua cada uno de los estudiantes de modo que se promueva por iniciativa propia el querer aprender las matemáticas desde intencionalidades autónomas y autorreguladoras de su propio proceso de aprendizaje. Cabe destacar que la actitud innovadora y creativa de los maestros se considera como una virtud que todo docente debe poseer intrínsecamente la cual, le proporcionará a corto y largo plazo, excelentes resultados en el aprendizaje de sus alumnos. “En la innovación, el profesor es el verdadero protagonista, puesto que desde la percepción que él haga de la realidad, su personalidad, su interacción socio-afectiva, su capacidad relacional e integradora puede ser un innovador y creativo que fomente el aprendizaje profundo” (Jiménez, 2009, p. 2).

Teniendo en cuenta la imperante necesidad de mejorar la practica en el aula y aprovechando el espíritu y capacidad de innovación del maestro, se diseña y construye la unidad didáctica, “Las unidades didácticas constituyen la herramienta más cercana a las decisiones más enraizadas en la práctica del aula, en esta repercuten las decisiones tomadas que incluye los actores implicados del proceso de enseñanza aprendizaje, los alumnos y el profesor” (Rodríguez,

1991, p. 1). Estas configura dentro de la práctica del maestro la posibilidad de integrar aspectos importantes y fundamentales dentro de la construcción de conocimiento, ya que el diseño se hace de manera más consiente, partiendo de la premisa de que el estudiante es el verdadero foco de atención y que se deben tener en cuenta sentimientos actitudes expectativas, individualidades, experiencias previas, obstáculos y limitaciones, que al conocerlas le permitirán al maestro tener un panorama más amplio sobre las necesidades de aprendizaje del estudiante y desde allí, establecer las estrategias necesarias y pertinentes que le facilitará al alumno reforzar los pre - saberes, superar las dificultades y obstáculos de aprendizaje para finalmente alcanzar la evolución conceptual y configurar un conocimiento profundo.

Desde esta perspectiva, la resolución de problemas con la adición de números enteros se tendrá en cuenta el uso y puesta en práctica de la regulación metacognitiva. Es uno de los temas en donde se presentan mayor dificultad en los estudiantes de grado séptimo (7°), se diseña y construye la unidad didáctica como propuesta innovadora dentro de la práctica en el aula en donde se promueve el alcance de unas intencionalidades u objetivos desde una organización de contenidos y actividades pertinentes que permitan paulatina y sistemáticamente configurar la regulación metacognitiva como una habilidad de pensamiento que les ayude a los estudiantes a ser más eficaces cuando se enfrenten a una tarea. Tamayo (2006) manifiesta “La regulación (o control) metacognitiva se refiere al conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje” (p. 3). Pues esta les permitirá dentro de la resolución de problemas autorregular sus propios procesos cognitivos. Es decir podrán anticiparse planeando una serie de estrategias que les ayudaran y guiaran el camino en la solución del problema, así también podrán

durante el proceso resignificar, mejorar o cambiar estrategias que consideren que no fueron eficientes. Finalmente harán la evaluación de lo hecho durante el proceso de resolución de problemas.

Cabe destacar que la puesta en práctica de la unidad didáctica como estrategia metodológica y didáctica del área de matemáticas resulta en primer lugar como una posibilidad efectiva que ayudará a los estudiantes a superar las dificultades que presentan en cuanto a la resolución de problemas con números enteros desde la planeación y desarrollo de actividades con diferentes intencionalidades en donde se tiene en cuenta y se le da prioridad a los saberes previos, las expectativas, capacidades e individualidades de los estudiantes con el propósito de desarrollar un proceso de enseñanza integral en los estudiantes.

En segundo lugar se planea cada una de las actividades con la intención de alcanzar en los estudiantes el fortalecimiento de habilidades metacognitivas y dentro de estas uno de los procesos específicos de la metacognición es decir la regulación metacognitiva, pues este dentro de la solución de problemas les proporciona la autorregulación de los procesos implicados antes durante y después cuando se enfrentan a la resolución del problema.

En tercer lugar para que el proceso de aplicación de la unidad didáctica sea efectivo se tendrán en cuenta una planeación consciente con objetivos claros, contenidos adecuados, actividades pertinentes, recursos necesarios y la evaluación continua organizada en tres momentos específicos. Ubicación, (exploración de modelos, representaciones y saberes previos e identificación de obstáculos) desubicación (articulación de modelos, representaciones y saberes

previos con la nueva información) y reenfoque (actividades de conceptualización y práctica). Para cada uno de estos momentos se diseñan actividades específicas con las que se pretende configurar dentro de cada estructura mental de los estudiantes la incorporación de la regulación metacognitiva como un proceso de pensamiento que les permitirá ser competentes cuando se enfrenten a la resolución de problemas con adición de números enteros.

Finalmente destacar que dentro de la enseñanza de las ciencias específicamente las matemáticas la puesta en práctica de la unidad didáctica le ayudará al maestro a desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje coherente con las necesidades de aprendizaje de los alumnos fortaleciendo además habilidades cognitivas y de pensamiento que les ayudarán en largo y corto plazo a ser sujetos autónomos y eficientes cuando se enfrenten a la resolución de un problema, por otro lado se abre la posibilidad desde la aplicación de la unidad didáctica a establecer espacios de enseñanza en el que los estudiantes puedan sentirse más cómodos y motivados aprendiendo matemáticas dejando de lado la posibilidad de sentir apatía hacia esta disciplina, pues esta es otra de las apuestas a la que apunta el diseño de la unidad didáctica ya que de esta manera cada niño y niña desde la dinámica que ofrece la unidad didáctica tendrá la motivación necesaria que les ayudara a tener una mejor perspectiva en cuanto al aprendizaje de las matemáticas y la aplicación de estas en la resolución de problemas con números enteros.

#### **4.2 Descripción de objetivos**

Dentro de la planeación y diseño de la unidad didáctica se establece una estructura interna de organización y secuencia que en el proceso de aplicación le permite ser efectiva y dinámica dentro del proceso educativo que se lleva a cabo. Estos tienen que ver con la selección y

secuencia de contenidos, la planeación de actividades, los recursos, los criterios de evaluación y sobre todo la definición de objetivos de aprendizaje a los que se hará énfasis en este aparte debido a la importancia que tienen dentro del diseño de la unidad didáctica.

Según Diez (1995) “Las funciones básicas de los objetivos didácticos son: servir de guía a los contenidos y a las actividades de aprendizaje, y proporcionar criterios para el control de estas actividades” (p. 18). En este sentido se consideran los objetivos como la carta de navegación del maestro clarificando durante el proceso qué es lo que se quiere lograr en el aula de clases. Además ayudan a la configuración de las diferentes actividades que se establecen teniendo en cuenta las necesidades de aprendizaje de los alumnos y los contenidos planteados en la unidad didáctica, así mismo configuran el orden lógico y sistemático que se debe seguir en cuanto al desarrollo y aplicación de estos y con ello se puedan alcanzar los resultados esperados por el maestro.

Cabe destacar que un objetivo se constituye como elemento primordial el cual permite determinar cómo enseñar, qué enseñar, cuándo enseñar; precisando además las metodologías, estrategias, y toda la organización para llevar a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje que permita alcanzar la evolución conceptual y los aprendizajes en profundidad en los estudiantes, llegando a tener dominio conceptual del contenido enseñado demostrando con esto el éxito del proceso desarrollado en el salón de clases desde la aplicación de la unidad didáctica como estrategia metodológica dinamizadora del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

De esta manera se establecen dentro de esta unidad didáctica 2 objetivos para cada uno de los momentos de aprendizaje, ubicación, desubicación y reenfoque cada uno de estos se diseñan teniendo en cuenta la necesidad de mejorar una de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes de grado séptimo (7°) en el área de matemáticas específicamente en lo que tiene que ver con resolución de problemas con la adición de números enteros utilizando la regulación metacognitiva.

Es importante tener en cuenta que los objetivos se plantean desde la necesidad que existe de mejorar la habilidad de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas donde de manera consiente puedan hacer uso de la regulación metacognitiva pero enmarcados y orientados desde los estándares básicos de competencias estipulados dentro del plan de área de matemáticas para grado séptimo en la Institución Educativa Jordán Güisia, dichos estándares hacen parte del pensamiento numérico en el que se incluye los números enteros sus representaciones, aplicaciones y propiedades de aplicación en los distintos contextos matemáticos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en ese sentido “El conjunto de estándares debe entenderse en términos de procesos de desarrollo de competencias que se desarrollan gradual e integradamente” (MEN, 2006, p. 76). Sin duda es indispensable dentro del planteamiento de objetivos hacerlo dentro del margen de los estándares básicos de grado séptimo puesto que estos al igual que los objetivos determinan el proceso educativo.

Por otra parte se debe tener en cuenta el tiempo al que se debe ajustar la aplicación de la unidad didáctica pues esta debe estar sujeta al plan de área de matemáticas, para el caso y al revisar dicho plan se puede establecer que el contenido de los números enteros se contempla

dentro de la temática del primer periodo con un tiempo de 10 horas distribuidas en dos semanas de clases. Con la intención de respetar los tiempos establecidos se podrá desarrollar las actividades sujetas a cada una de las intencionalidades u objetivos estipulados en la unidad didáctica.

Finalmente considerar que el desarrollo de las diferentes actividades se harán de manera individual y grupal, la intención con el desarrollo de actividades individuales en primer lugar es identificar fortalezas y dificultades en los alumnos esto con el fin de establecer que estudiantes necesitan ayuda de los demás tratando de algún modo de personalizar la enseñanza y de esta manera aplicar actividades grupales en las que los estudiantes más avanzados puedan ser el apoyo del maestro ayudando a los que presentan mayor dificultad durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

Sin duda el planteamiento de objetivos con actividades que permitan alcanzarlos, determinara en la medida de lo posible la configuración dentro de la estructura mental de los estudiantes el cambio conceptual que les permita ser metacognitivamente competentes y de esta manera puedan al finalizar el proceso aplicar la regulación metacognitiva como la posibilidad de ser más eficaces cuando tengan que enfrentarse a la resolución de un problema con adición de números enteros.

### **4.3 Lo que el estudiante debe saber: “es un derecho”**

Teniendo en cuenta la necesidad de alcanzar los aprendizajes profundos y mejorar la calidad educativa, el Ministerio de Educación Nacional ha venido trabajando en los últimos años

en elaborar estrategias educativas en el que se involucren a todos los actores del sector educativo pues estos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje en la medida de lo posible son los que promueven la educación de calidad en cada uno de los establecimientos educativos del país. En ese afán y teniendo en cuenta que cada estudiante por grado debe tener unos conocimientos básicos han elaborado unos Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) donde se establece claramente y en articulación con los estándares básicos de competencias que es lo que cada niño debe saber y saber hacer no como un requisito para ser promovido sino como un derecho en de aprendizaje que debe alcanzar el niño en la escuela. Según el MEN (2014) los derechos básicos de aprendizaje son: “Un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país” (p. 4).

Sin duda estos derechos de aprendizaje además de ser el horizonte en cuanto al alcance de aprendizaje se refiere son el punto de partida para diseñar diferentes estrategias metodológicas y didácticas para llevar a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje que cumpla con las exigencias curriculares, ministeriales y educativas. En ese sentido y teniendo en cuenta que como propuesta metodológica y didáctica en el área de matemáticas se viene diseñando la unidad didáctica la cual se estructura para mejorar en estudiantes de grado séptimo la capacidad de resolver problemas con adición de números enteros haciendo uso de la regulación metacognitiva como habilidad de pensamiento que los ayudara a ser más eficaces a la hora de solucionarlos. Se hace necesario tener en cuenta e incorporar y articular no solo dentro del diseño de la unidad didáctica sino también en cada una de las actividades con las que se pretende alcanzar la conceptualización del contenido matemático. Para el caso de la resolución de problemas con números enteros en

grado 7° el derecho básico de aprendizaje a alcanzar y que orienta además las intencionalidades planteadas en la unidad didáctica se plantea de la siguiente manera: “Resuelve problemas que involucran números enteros positivos y negativos en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Realiza cálculos a mano, con calculadoras o dispositivos electrónicos” (MEN, 2014, p. 21)

Es claro que dentro de la nueva propuesta metodológica y didáctica de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se debe tener en cuenta estos derechos, puesto que orientan dentro de la práctica y del proceso educativo la homogeneidad del aprendizaje en los niños y niñas de grado séptimo de la institución educativa rural Jordán Güisia.

#### **4.4 Aspectos socioculturales en el diseño de la unidad didáctica**

Para el diseño de la unidad didáctica es preciso tener en cuenta todos aquellos aspectos epistemológicos que hacen parte de una planeación curricular, teniendo en cuenta también aspectos muy relevantes como el espacio y tiempo donde se va a aplicar la unidad didáctica, es decir el diseño debe incluir un aspecto muy importante como lo es el contexto y todo lo que en él está inmerso: cultura y costumbres, creencias religiosas, prácticas agropecuarias, grupos étnicos, acceso a la tecnología, entre otros.

Una educación intercultural implica el desarrollo de competencias cognitivas, afectivas y sociales de todos los estudiantes, en donde la diversidad, la pobreza y la vulnerabilidad social

son una constante como consecuencia de la de migración de las familias por la bonanza de cultivos ilícitos.

Las características de enseñanza de las ciencias desde una perspectiva intercultural plantean tener en cuenta en el diseño de unidades didácticas elementos propios del contexto para entablar un diálogo de saberes desde una epistemología pluralista con una propuesta de enseñanza de las ciencias culturalmente relevante.

Para este proyecto de investigación se deben tener en cuenta la presencia de una comunidad educativa intercultural en donde co-existen miembros pertenecientes a comunidades indígenas, comunidades afrodescendientes procedentes de Costa Pacífica Nariñense, y del norte del Cauca principalmente, y la presencia de colonos que llegaron a estas tierras en busca de una mejor oportunidad económica tras la bonanza del cultivo del caucho, la exploración de hidrocarburos y desde hace 40 años los cultivos ilícitos especialmente de coca, procedentes principalmente del Departamento de Nariño y Caquetá. Además, se debe tener en cuenta también las creencias religiosas ya que la mayoría de los miembros de la comunidad educativa Jordán Güisia pertenecen a la Iglesia Unida de Colombia Pentecostal y una minoría católicos, incluyendo a los taitas de las comunidades indígenas.

Otro factor a tener en cuenta son las condiciones sociales de la comunidad educativa, la gran mayoría de padres de familia presenta un alto índice de analfabetismo, producto de su dedicación al trabajo para conseguir el sustento de la unidad familiar. En ese orden de ideas también se debe tener en cuenta la situación de orden público por la que atraviesa el

Departamento del Putumayo, en especial la comunidad educativa de estudio, por ser zona de frontera, con la presencia de actores armados, los cultivos ilícitos y el fenómeno de la ilegalidad por el contrabando de mercancía con el vecino País Ecuador, es pertinente abordar una estrategia de enseñanza que rescate los valores y el sentido por la educación como formación del ser humano.

Todos estos factores serán tenidos en cuenta para el diseño de la unidad didáctica con el objeto de plantear una forma de enseñanza que incluya elementos del contexto pero sin desvincularse de los lineamientos estipulados por el M.E.N y rescate valores y actitudes frente a la educación como alternativa viable frente a la pobreza.

#### **4.5 Organización y estructura de la unidad didáctica**

A continuación se presenta la organización de la unidad didáctica teniendo en cuenta los fundamentos teóricos para su construcción con base a algunos lineamientos básicos estipulados por el Ministerio de Educación Nacional. Esto con el propósito de que se lleve a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje coherente y acorde las exigencias tanto Ministeriales, Curriculares, Institucionales y socio-culturales.

#### **4.6 Derecho básico de aprendizaje**

1. Resuelve problemas que involucran números enteros positivos y negativos en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Realiza cálculos a mano, con/calculadoras o dispositivos electrónicos.

## **4.7 Objetivos de la unidad didáctica**

### **4.7.1 Objetivos momento de Ubicación**

1. Determinar los saberes previos que poseen los estudiantes, relacionados con los conocimientos generales, en situaciones problémicas que involucren el uso de operaciones de suma y resta de números enteros.

2. Establecer los procesos de la regulación metacognitiva que emplean los estudiantes para resolver un problema con la adición de números enteros.

### **4.7.2 Objetivos momento de desubicación**

1. Establecer diferencias entre números enteros y números naturales.

2. Reconocer la importancia del conjunto números enteros y su aplicabilidad en los distintos contextos matemáticos: aula, escuela, sociedad.

### **4.7.3 Objetivos momento de reenfoque**

1. Modelar el algoritmo de la adición de números enteros en la resolución de problemas, mediante la práctica y aplicación de los conceptos en situaciones cotidianas.

2. Implementar el uso de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros.

## 4.8 Contenidos

- Recapitulación del conjunto de los números naturales.
- Conjunto de números enteros.
- Historia y epistemología de los números enteros.
- Características, propiedades y clasificación de los números enteros: negativos y positivos.
- Escritura y lectura de los números enteros.
- Representación en la recta numérica de números enteros.
- Problemas de aplicación con los números enteros.
- Refuerzo de conocimientos a través de la lúdica.
- Resolución de problemas.

## 4.9 Procedimiento

- Exploración de ideas previas.
- Aspectos históricos y epistemológicos de los números enteros.
- Representaciones semióticas.
- Resolución de problemas, mediante el uso de la regulación metacognitiva.

## **4.10 Actividades momento de ubicación**

### **4.10.1 Actividad I. Exploración de ideas previas en la solución de problemas**

#### **Descripción de la actividad**

Todo proceso de enseñanza aprendizaje inicia con la exploración de ideas previas, pues estas son el punto de partida del maestro para tomar las decisiones pertinentes en cuanto a la planeación y programación de las actividades siguientes, las cuales estarán orientadas a promover el cambio conceptual y la configuración de un nuevo saber. En ese sentido esta actividad se diseña con la intención de identificar cuáles son los saberes previos de los estudiantes en cuanto a la interpretación, ejecución, y solución del problema. Al finalizar la actividad el estudiante deberá responder la siguiente pregunta: ¿De qué manera pudiste resolver el problema? Explica tu respuesta. La respuesta a esta pregunta le permitirá al docente identificar el proceso que siguió el estudiante para encontrar la forma de solucionarlo y encontrar la respuesta correcta.

#### **Lee atentamente y responde**

A Juanito le dan sus padres para los gastos de la semana en el Colegio \$ 5000. Entonces, Juanito el lunes paga \$1800 en fotocopias; el martes le pagó a un amigo \$700 que le debía; el miércoles compró un esfero \$1000 pesos; el jueves compró un álbum de chokolatinas de \$2300 y el viernes paga \$1200 pesos en la cafetería. ¿Será que le alcanza el dinero a Juanito para cancelar

los gastos de la semana o quedará debiendo? Termina de diligenciar el cuadro y sabremos la respuesta.

<b>DÍA DE LA SEMANA</b>	<b>ÍTEM</b>	<b>GASTO</b> (\$)	<b>SALDO</b> (\$)
DOMINGO	Ingreso semanal		5000
LUNES	Paga fotocopias		
MARTES	Pago a un amigo.		
MIERCOLES	Gasta de un esfero		
JUEVES	Álbum de chocolatina		
VIERNES	Pago en cafetería		

Respuesta. \_\_\_\_\_

**Producto a entregar:** Solución del problema y respuesta a la pregunta

Pregunta de reflexión: ¿De qué manera pudiste resolver el problema? Explica tu respuesta \_\_\_\_\_

#### **4.10.2 Actividad II. Ideas previas sobre regulación metacognitiva: juego de roles “periodista- entrevistado”**

La intención de esta actividad consiste en identificar si los niños y niñas de grado 7º utilizan elementos de la regulación metacognitiva cuando resuelve el problema planteado en la actividad anterior, el cual es desarrollado por los estudiantes en grupos de cuatro. Antes de poder

darle solución al problema los estudiantes deberán tomar algunos roles para poder dinamizar el desarrollo de la actividad y salir del proceso monótono y estático de las clases tradicionalistas. En ese sentido, al ir resolviendo el problema jugarán al periodista y entrevistado, el estudiante que decida ser el periodista llevará al salón de clases un celular en el que se grabe en audio o video las respuestas a una serie de preguntas metacognitivas referentes al desarrollo y resolución del problema. El estudiante periodista les hará a sus compañeros las preguntas ellos de manera verbal las responderán, en ese caso no será necesario que los alumnos escriban en el cuaderno las respuestas a las preguntas ya que quedarán grabadas sus apreciaciones en el audio o video.

A continuación se presentan las preguntas que utilizará el periodista a la hora de entrevistar.

1. ¿Qué debes hacer para resolver el problema? ¿Explica tu respuesta?
2. ¿Puedes mostrar cómo vas a resolver el problema? ¿Explica tu respuesta?
3. ¿Tiene sentido lo que estoy haciendo? ¿Por qué?
4. ¿Lo estás haciendo bien? ¿Explica tu respuesta?
5. ¿Cómo lo estás verificando? ¿Explica tu respuesta?
6. ¿Estoy verificando si lo que hago está bien? Si\_\_\_ no\_\_\_ ¿por qué?
7. ¿Cómo sabes que la respuesta es la correcta? ¿Explica tu respuesta?
8. ¿Cómo verificas que lo que estabas haciendo está bien? ¿Explica tu respuesta?
9. ¿Cómo sabes que esa es la respuesta correcta? ¿Explica tu respuesta?
10. ¿Debes cambiar la estrategia utilizada para resolver el problema? Si\_\_\_ no\_\_\_ ¿por qué?
11. ¿Qué necesitabas saber para resolver el problema? ¿Explica tu respuesta?

12. ¿Consideras que la respuesta encontrada es la correcta? ¿Explica tu respuesta?

**Producto a entregar:** Audio o video con las respuestas a las preguntas metacognitiva.

#### 4.10.3 Actividad III: Ideas previas sobre conceptos básicos de números enteros

Esta actividad tiene como intencionalidad reconocer las ideas previas de los estudiantes sobre algunos conceptos básicos que son referentes para la conceptualización de los números enteros. Para el desarrollo de esta actividad conformarán grupos de a cuatro estudiantes y utilizarán un celular, Tablet o computador para hacer un video, audio o exposición, donde presenten las respuestas a las siguientes preguntas. Es un trabajo que lo iniciarán en el salón de clases y lo terminarán si es necesario en cada una de sus casas

1. ¿Consideras que solo con números naturales puedes expresar cantidades? Si\_\_\_ no\_\_\_ ¿por qué?

2. ¿Por qué crees que deben haber otras formas de representar cantidades que no sea solo con números naturales? Explica tu respuesta.

3. ¿Crees que con el conjunto de los números naturales se pueden representar cantidades negativas? Justifica tu respuesta.

4. La centolla es un crustáceo que habita en el océano atlántico a 50 metros bajo el nivel del mar ¿consideras necesario utilizar números enteros negativos para expresar en cantidades? Si \_\_\_no\_\_\_ ¿por Qué?

5. Lee la siguiente expresión: La temperatura en Moscú es de  $40^{\circ}$  C bajo cero, que en números enteros se representaría como  $-40^{\circ}$ C. teniendo en cuenta lo anterior ¿Por qué crees que

son indispensables los números enteros para representar este tipo de cantidades? Explica tu respuesta.

6. Cuando se habla de cantidades negativas, ¿a qué hacemos referencia? Explica tu respuesta.

7. ¿Por qué crees que surgió la necesidad de incorporar dentro del contexto matemático los números enteros? Justifica tu respuesta.

8. ¿Por qué  $-3$  es mayor que  $-10$ ? Explica tu respuesta.

9. ¿Qué significado tiene la siguiente expresión: Daniel debe en la tienda escolar \$ 5.000?

10. Si Jorge camina 3 metros a la derecha y se regresa 5 metros a la izquierda, ¿qué distancia recorrió Jorge? Explica tu respuesta.

**Producto a entregar:** Respuesta a las preguntas.

#### **4.11 Actividades momento de desubicación**

##### **4.11.1 Actividades IV: construcción del concepto números enteros**

##### **Juego y aprendo con los números enteros: “la escalera de los números enteros”**

El siguiente juego se realizará en el patio de recreo donde se enfrentaran por grupos, los estudiantes utilizando una tiza harán una escalera con 15 peldaños, un punto de partida “inicio” y un punto de llegada “meta”. Para poder avanzar en cada peldaño los estudiantes utilizarán dos dados que contienen en sus caras números positivos (0,1,2,3,4,5) y negativos (0,-1,-2,-3,-4,-5)

que indicarán los desplazamientos que se deben hacer para encontrar la meta, para poder avanzar el valor debe ser positivo pero si el resultado es negativo el estudiante debe retroceder, por otro lado cada alumno debe tener en cuenta algunas indicaciones que en cada peldaño de la escalera encontrará por ejemplo: sede el turno, retrocede -2, avanza 1, repite el turno, sede el siguiente turno. Para poder iniciar el juego debe cada estudiante del grupo tirar dos veces el par de dados tratando de obtener como resultado un par de enteros pares, el ganador del juego es el grupo que primero llegue con todos sus integrantes a la meta y que menos lanzamientos de dados haya hecho.

Para poder saber qué número de lanzamientos hizo cada grupo deben llenar por estudiante la siguiente tabla.

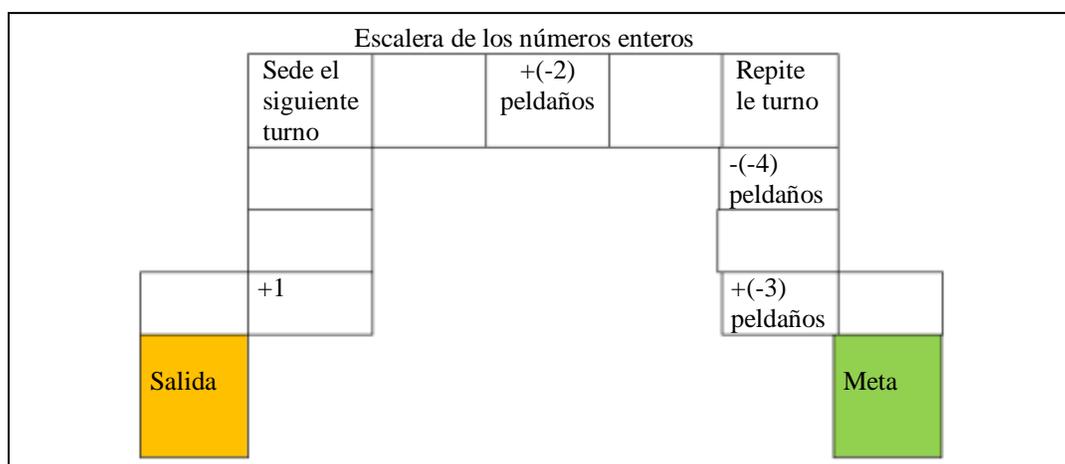


Tabla 1. Registro lanzamientos por integrante del grupo

NOMBRE JUGADOR 1:			
Número de lanzamientos	Valor obtenido en el dado rojo	Valor obtenido en el dado verde	Numero de peldaños para avanzar o retroceder
1			
2			
3			
4			
5			

**A partir de la actividad realizada respondo las siguientes preguntas**

- a. ¿Qué te pareció el juego bueno, regular o malo? Explica tu respuesta
- b. ¿Qué pudiste aprender con el juego? Explica tu respuesta
- c. ¿Cuándo al lanzar los dados te sale un numero negativo y un positivo que operación tuviste que realizar? Explica tu respuesta
- d. Para que en la escalera tú retrocedieras en vez de avanzar ¿Cuáles deben ser los valores que deben tener cada dado en sus caras? Explica tu respuesta
- e. Para que en la escalera tú puedas avanzar ¿Cuáles deben ser los valores que deben tener
- f. los dados en sus caras? Explica tu respuesta
- g. ¿Qué sucedía con tu posición en la escalera cuando en el lanzamiento de los dos dados obtenías como resultado un número negativo? Explica tu respuesta
- h. Explica porque siempre que llegabas al peldaño donde está el -2 debías de devolvete, ¿que indica este número?

En la tabla de registro de lanzamientos se registraron los siguientes lanzamientos, resuélvelos aplicando la operación que corresponde y frente a cada uno de estos resultados escribe si debe avanzar o retroceder en la escalera.

- a.  $-3 + 5 =$  \_\_\_\_\_
- b.  $4 + 4 =$  \_\_\_\_\_
- c.  $-5 - 0 =$  \_\_\_\_\_
- d.  $-2 + 2 =$  \_\_\_\_\_
- e.  $-2 - 2 =$  \_\_\_\_\_
- f.  $5 + 4 =$  \_\_\_\_\_
- g.  $-1 - (+5) =$  \_\_\_\_\_
- h.  $3 - 2 =$  \_\_\_\_\_
- i.  $0 + (-2) =$  \_\_\_\_\_
- j.  $-4 - (5) =$  \_\_\_\_\_

Teniendo en cuenta que las anteriores operaciones que parten de algunos de los registros hechos por los estudiantes, escoge cinco de estos registros y en tu cuaderno represéntalos en la recta numérica.

Lee atentamente la siguiente situación.

Luisa, una de las integrantes del grado séptimo y que participo del juego la escalera de los números enteros, en uno de sus lanzamientos obtuvo con el dado rojo  $-3$  y con el dado verde  $3$ , hizo la operación mental y avanzo seis peldaños, Camila su contrincante del juego inmediatamente le manifestó que no podía ser, que avanzara seis peldaños y que debía hacer la operación nuevamente pues no era correcto lo que había hecho, Luisa insiste que si es correcto y que no se va a devolver, Camila le dice que haciendo la operación correctamente no puede avanzar y debe quedarse en el lugar que esta.

Teniendo en cuenta la situación anterior responde.

- a. ¿Por qué razón Luisa está equivocada? Explica tu respuesta
- b. ¿Crees que Camila está en lo correcto? Explica tu respuesta
- c. ¿Por qué razón le dice Camila a Luisa que no puede avanzar ni un solo peldaño?

Explica tu respuesta.

d. Plantea la operación resuélvela y ayuda a Camila a explicarle a luisa porque razón es incorrecto lo que hizo.

- e. ¿Por qué crees que luisa se equivocó al hacer la operación? Explica tu respuesta

**Producto a entregar:** Desarrollo de la actividad en su cuaderno de matemáticas

#### 4.11.2 Actividad V: Practico y aprendo

A continuación los estudiantes deben proponer una solución para las siguientes situaciones matemáticas relacionadas con el conjunto de los números enteros  $\mathbf{Z}$

1. Ordene de menor a mayor los siguientes números enteros: -40, -72, 21, -55, -6, 2, 0, 27, -60, -95, 85.
2. De 3 ejemplos de números opuestos con respecto al cero
3. Un número mayor que 5 y menor que 7.
4. Dos números consecutivos cuya suma es 15
5. Número ubicado 3 unidades a la izquierda de -1.
6. Número ubicado 5 unidades a la derecha de -2

7. Número par, 3 binas ubicadas a la derecha de 4.
8. Números comprendidos impares comprendidos entre -3 y 10.
9. Números pares ubicados entre -10 y -8.
10. Números impares ubicados entre -19 y 21.

### **Centro odontológico nueva sonrisa**

Para esta actividad, los estudiantes deben utilizar un plano cartesiano y localizar en él cada uno de los movimientos de Adriana para encontrar la dirección del Centro Odontológico.

Adriana, buscando la dirección de un consultorio odontológico atiende las orientaciones de un transeúnte y efectúa los siguientes desplazamientos: 6 cuadras hacia el sur luego avanza 5 cuadras hacia el este, 7 cuadras hacia el norte y por último, se mueve hacia el oeste 2 cuadras y encuentra la dirección.

A continuación, realiza un gráfico donde se pueda visualizar los desplazamientos de la persona.

Responde las siguientes preguntas a partir de la anterior situación y la gráfica que realizaste.

- a. ¿Cuál es el punto de referencia a partir del cual se hacen los desplazamientos? ¿Por qué?

- b. ¿Qué desplazamientos debe hacer la persona para llegar a la posición inicial?

#### 4.11.3 Actividad VI: Video-Foro “Observo y aprendo”

El desarrollo de esta actividad consiste en observar tres videos referentes a los números enteros, su historia, origen y utilidad en los distintos contextos matemáticos, a su vez los estudiantes, a partir de lo observado responden una serie de preguntas que les ayudará a comprender de mejor manera el concepto de número entero, su escritura, propiedades y la necesidad de estos desde sus orígenes. Posteriormente se realizará/el video-foro/como una propuesta didáctica en el que se fomenta el debate como una forma de análisis grupal donde interactúan el docente, el estudiante y el saber matemático desde una reflexión crítica que permitirá conocer de manera más consiente la utilidad y funcionalidad de los números enteros en el contexto matemático y social. Así mismo el debate planteado en el video-foro dará más fundamentos teóricos que ayudarán a dar respuesta a las siguientes preguntas metacognitivas, las cuales serán el insumo para la conceptualización de este objeto matemático.

Video 1: Origen histórico de los números enteros y su representación

<https://www.youtube.com/watch?v=j-q9VuTj3Qc>

Video 2: números enteros en la vida real

<https://www.youtube.com/watch?v=vIoyhHW6HKU>

Video 3: números enteros operaciones y propiedades.

<https://www.youtube.com/watch?v=tg5CKdXjhFk>

### Preguntas metacognitivas

1. ¿Por qué crees que surgió la necesidad de establecer los números enteros como otra forma de representación de cantidades? Explica tu respuesta

2. ¿Consideras que los números enteros son importantes en la vida del ser humano? Si \_\_\_ no \_\_\_ ¿Por qué?

3. ¿De qué manera pueden el conjunto de los números enteros complementar al conjunto de los números naturales? Explica tu respuesta

4. ¿consideras importante poder representar cantidades negativas? Si \_\_\_no\_\_\_ ¿Por qué?

5. teniendo en cuenta la naturaleza de aplicación matemática de los números ¿de qué manera los números enteros pueden mejorar tu vida cuando los debas utilizar en los distintos contextos matemáticos? Explica tu respuesta.

**Producto a entregar:** Debate en video-foro y respuesta a las preguntas metacognitivas en su cuaderno de matemáticas.

#### 4.11.4 Actividad VII: Escribiendo expreso lo que aprendo

El desarrollo de esta actividad consiste en elaborar un escrito en donde muestren la postura de los estudiantes con respecto a lo que observaron y reflexionaron en el video foro y las respuestas que dieron a las preguntas metacognitivas, la intención en este caso es iniciar con el primer paso en el proceso de conceptualización sobre el concepto, historia, origen, aplicación y escritura de los números enteros. Promoviendo de esta manera habilidades de pensamiento como

el análisis, la argumentación, la síntesis y la escritura. Al tiempo que los estudiantes construyen su texto argumentativo el docente grava y hace un video recopilando opiniones de los estudiantes a medida que plasman sus argumentos en su escrito.

**Producto a entregar:** Escrito de una página en donde estén plasmadas sus ideas a partir de la observación de los videos y las respuestas a las preguntas metacognitiva.

#### **4.11.5 Actividad VIII: Practico con números naturales y enteros**

Esta actividad permitirá recordar y establecer los conocimientos de los estudiantes con respecto al conjunto de los números enteros y números naturales con el fin de establecer al final de la aplicación de estas, diferencias puntuales de aplicación entre números naturales y enteros las cuales serán fundamentales en el momento de resolver problemas con adición de números enteros. Para el desarrollo de los ejercicios de esta actividad utilizarán el computador, internet y un software de autor.

#### **Fundamentación**

##### **Como identificar y diferenciar los números naturales y los enteros**

Es muy sencillo saber la diferencia entre un número natural y un número entero. Veamos los siguientes conjuntos de números para poder establecer cuales son tales diferencias.

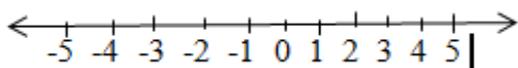
$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$

$Z = \{0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, -12, -13, -14, \dots\}$

A partir de lo que observas en los anteriores conjuntos responde.

- ¿Que representan los números de los anteriores conjuntos? Explica tu respuesta
- ¿Qué diferencias puedes observar en los dos conjuntos de números?
- Si tomo del conjunto  $\mathbf{N}$  el número 2 ¿qué puedo representar con este valor? Escribe algunos ejemplos y explica tu respuesta.
- Si tomo del conjunto  $\mathbf{Z}$  el número -3 ¿qué puedo representar con este valor escribe algunos ejemplos?
- En el conjunto  $\mathbf{N}$  no está el cero, ¿esto puede significar que el cero no hace parte de este conjunto? Puedes consultar y explicar tu respuesta.
- En el conjunto  $\mathbf{Z}$  si está el cero, ¿esto puede significar que? Puedes consultar y explicar tu respuesta.
- A partir de las respuestas dadas, escribe algunas conclusiones en relación al conjunto de los números naturales y enteros.

**Observa y analiza la recta numérica y luego responde**



- ¿Cómo se compone la recta numérica? Explica tu respuesta
- ¿Por qué en la recta numérica podemos encontrar números positivos y negativos? Explica tu respuesta.
- Según la recta numérica que se puede decir sobre los números enteros. Explica tu respuesta

- d. Si utilizó la recta numérica para representar el camino a la escuela, ¿Qué me pueden ayudar a representar los números positivos y que los números negativos? Explica tu respuesta.
- e. Si quiero utilizar la recta numérica para representar la temperatura de un lugar en las estaciones de otoño e invierno, que representarían los números positivos y que representarían los negativos ? Explica tu respuesta.
- f. A partir de la actividad anterior escribe algunas conclusiones con respecto a los números enteros.

**Producto a entregar:** las actividades resueltas en el cuaderno

### Practico con los números naturales y enteros

Ordena de mayor a menor los siguientes números

998, 321, 900, 533, 102, 122, 505

---

Coloca el signo  $>$   $=$   $<$  según corresponda

592 \_\_\_ 122 \_\_\_ 199 \_\_\_ 206 \_\_\_ 577 \_\_\_ 202 \_\_\_ 216

Escribe con letras los siguientes números

45 \_\_\_\_\_

356 \_\_\_\_\_

103 \_\_\_\_\_

3500 \_\_\_\_\_

905 \_\_\_\_\_

98 \_\_\_\_\_



Teniendo esta representación conteste:

- ¿Cuál es el número que está 2 unidades a la derecha de  $-9$ ? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el número que está 8 unidades a la izquierda de  $-9$ ? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el número que está 7 unidades a la derecha de  $-7$ ? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el número que está 4 unidades a la izquierda de  $-9$ ? \_\_\_\_\_

#### 4.11.6 Actividad IX: Resolución de problemas; Salida con mis amigos

Leo comprensivamente y resuelvo el problema

En un restaurante de comida rápida, se ofrecen las siguientes promociones:



Un grupo de 7 amigos, decide ir a éste restaurante y realizan el siguiente pedido:

- 5 Cheeseburger
- 5 pizzas regulares
- 2 bebidas grandes Coca-Cola
- 4 ensaladas
- 2 té
- 5 cafés.

1. ¿Cuánto dinero les sobra después de pagar la cuenta, si entre todos los amigos alcanzan a recoger \$ 30.000?
  - a. \$ 20.000
  - b. \$ 13.813
  - c. \$ 5703
  - d. \$12.000
  
2. En caso de que solo pudieran recoger entre todos los amigos \$20.000, ¿les alcanzaría para pagar la cuenta? Si \_\_\_\_\_ no \_\_\_\_\_ ¿Por qué \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
  
3. ¿Quedarían con deuda? Si \_\_\_no\_\_\_ En el caso de quedar con una deuda, ¿con qué conjunto de números la puedes representar? Explica tu respuesta \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

#### 4.11.7 Actividad X: Practico con el valor absoluto

Esta actividad permitirá adoptar un grado de comprensión básico con respecto al valor absoluto de un entero el cual le ayudara al estudiante en el momento de resolver operaciones de adición de números  $Z$  con menor dificultad. Además podrán comparar números enteros a partir del valor absoluto de un número.

Fundamentación.

#### Valor absoluto de un entero

Lee las siguientes situaciones y luego responde

**Situación 1.** A Pedro lo mando su mamá a comprar un kilo de arroz a la tienda de la esquina, cuando llega a la tienda le pregunta a don José que cuanto valía un quilo de arroz, don José le dice a que solo vale \$3500. Pedro se queda pensando porque su mamá solo le paso \$3000, sin embargo pedro le pide el favor a don José que le espere el resto y que después le venía a pagar.

Teniendo en cuenta que su mamá le dio a Pedro solo \$3000 para comprar el quilo de arroz y que vale \$3500, Pedro tendría una deuda que en el conjunto de números enteros se representaría como  $-\$500$  en este sentido se puede decir que al final Pedro deberá pagar \$500.

**Situación 2.** Un camión sale de viaje a las 6pm desde la ciudad de Pasto y se dirige a la ciudad de Puerto Asís hay una distancia por recorrer de 300Km, debido al mal estado de la vía el viaje tarda 24 horas es decir un día y una noche, para poder llegar a tiempo el camión debe recorrer en la noche 150 Km y 150Km durante el día para poder llegar a las 6pm del día siguiente. Durante la noche no tuvo ningún problema para recorrer los 150Km pero al amanecer se pinchó y se tardó 2 horas en arreglarlo después de este impase el camión siguió con su recorrido normal pero no pudo llegar a tiempo. En este sentido el tiempo de retraso en la llegada del camión se puede representar como **-2horas** que en realidad son 2 horas de tiempo perdido.

**Teniendo en cuenta las dos situaciones responde**

- a. ¿Cómo es más fácil representar una deuda? Explica tu respuesta
- b. ¿Cómo es más fácil representar el tiempo de retraso del camión? Explica tu respuesta

c. ¿De acuerdo a lo que se concluye al final de cada situación se puede decir que un número negativo se puede interpretar como un número positivo? Explica tu respuesta

d. ¿Al decir que Pedro tienen -\$500 para comprar un kilo de arroz significa que tiene una deuda que pagar de \$500 pesos? Siendo ya \$500 pesos un número positivo como puedes explicar esto.

e. Cuando se dice que el camión llegó con -2 horas significa que llegó 2 horas tarde, siendo el 2 un número positivo ¿Cómo puedes explicar que el -2 horas se puede representar como 2 horas?

f. El valor absoluto de un entero es el valor numérico sin tener en cuenta si el signo es positivo o negativo. ¿explica la anterior afirmación

**Producto a entregar:** Análisis de las situaciones y respuesta a las preguntas en su cuaderno de matemáticas.

### Para tener en cuenta y practicar

El valor absoluto de -9 es 9 el valor absoluto de +9 es 9

El símbolo para el valor absoluto consiste en encerrar el número entre barras verticales tales como  $|-7| = 7$  y leer “El valor absoluto de -7 es igual a 7.

• En la práctica se representa el valor absoluto entre dos barras  $| |$

Valor absoluto de -4 se escribe  $|-4|$  y es 4.

Valor absoluto de +3 se escribe  $|+3|$  y es 3.

Si dos números enteros tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo, se llaman opuestos.

El opuesto de cero es cero.

Veamos un ejemplo:

$|+15| = 15$  y  $|-15| = 15$  Los números  $+15$  y  $-15$  están a la misma distancia del origen: 15 unidades.

### Comparación de dos o más Números Enteros a partir del Valor Absoluto

- Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.
- Entre dos o más números enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto

Se encuentra a menos distancia del origen O, valor cero.

Por ejemplo:  $+17 > +13$  porque:  $|+17| = 17$  y  $|+13| = 13$  es decir que  $17 > 13$   $-3 > -5$  porque:  $|-3| = 3$  y  $|-5| = 5$ , 3 unidades están más cerca del cero que 5 unidades en este caso 3 sería mayor que 5 por que tres esta 3 unidades más cerca a cero.

Resolver el siguiente ejercicio. Observa la recta numérica



¿Qué letras corresponden con los números enteros cuyo valor absoluto es?

- 3 \_\_\_\_y\_\_\_\_
- 5 \_\_\_\_y\_\_\_\_
- 7 \_\_\_\_y\_\_\_\_

d. 1 \_\_\_y\_\_\_

e. 4 \_\_\_y\_\_\_

Escribe el valor absoluto de los siguientes números y ubícalos en la recta numérica.

$|1| = \_\_ \quad |-1| = \_\_ \quad |2| = \_\_ \quad |-2| = \_\_ \quad |3| = \_\_ \quad |-3| = \_\_$

$|4| = \_\_ \quad |-4| = \_\_ \quad |5| = \_\_ \quad |-5| = \_\_ \quad |6| = \_\_ \quad |-6| = \_\_$



### Suma de números enteros

1. Efectúa las adiciones mentalmente y escribe el resultado

a.  $(+6) + (+10) + (+3) + (+7) = \_\_\_\_\_\_$  b.  $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = \_\_\_\_\_\_$

b.  $(-3) + (-2) + (-5) + (-10) = \_\_\_\_\_\_$  d.  $(-4) + (-2) + (-2) + (-5) = \_\_\_\_\_\_$

**Producto a entregar.** Cada uno de los ejercicios resueltos en el cuaderno.

### 4.11. 8 Actividad XI: Aplico lo aprendido sobre valor absoluto

#### Problema invierno ruso

La temperatura en pleno invierno Ruso puede llegar  $-40^\circ\text{C}$ , al inicio de la temporada de invierno la temperatura promedio es de  $20^\circ\text{C}$ , este descenso generalmente ocurre de manera muy rápida e inesperada, la temperatura puede llegar a caer a  $0^\circ\text{C}$ , entre la primera y segunda semana de iniciado el invierno; luego, alrededor de la 4 semana la temperatura puede llegar a los  $-15^\circ\text{C}$ . Pero, el momento más crítico del invierno Ruso se alcanza al tercer mes cuando las temperaturas alcanzan los  $-40^\circ\text{C}$ .

Producto a entregar: El estudiante debe interpretar y comprender el significado del descenso de la temperatura en antes, durante y al final del invierno Ruso. Para ello debe responder las siguientes preguntas:

1. Consideras que una temperatura de  $12^{\circ}\text{C}$  es una temperatura propia de un clima frío o templado, justifica tu respuesta.
2. Cuantos grados ha descendido la temperatura desde el inicio hasta la segunda semana de empezado el invierno
3. Cuantos grados continúa bajando la temperatura desde los  $-15^{\circ}\text{C}$  hasta la temperatura más crítica del invierno Ruso los  $-40^{\circ}\text{C}$ .

**Ejercicio final:** Teniendo en cuenta las actividades realizadas como puedes definir al conjunto de los números enteros. **Escríbelo con tus palabras**

#### **4.12 Momento de reenfoque**

Para el momento de reenfoque se hará énfasis en la resolución de problemas, implementando la regulación metacognitiva como estrategia de aprendizaje, para orientar la enseñanza de la resolución de problemas con la adición de números.

Es claro que dentro del proceso de enseñanza- y aprendizaje de las matemáticas la resolución de problemas es una de las actividades centrales e indispensables/puesto que toda aplicación del conocimiento matemático que se adquiere en la escuela se destina a la solución de

problemas dentro del contexto del sujeto. En este sentido BOC AÑO (citado por Santos & Camacho, 2004) plantea:

Las actividades de resolución de problemas, posibilitan la aplicación de conocimientos y de procesos, y el descubrimiento de otros nuevos. Experimentar, particularizar, conjeturar, elegir un lenguaje apropiado, probar una conjetura, generalizar, utilizar distintas partes de las matemáticas y verificar una solución. (p. 46)

Es entonces como la resolución de problemas matemáticos se convierte desde la perspectiva de Santos & Camacho (2004) como:

El centro de la actividad matemática. Es decir, en el proceso de aprender matemáticas se reconoce la importancia de que el estudiante se plantee interrogantes, formule conjeturas, utilice distintas representaciones, desarrolle varias estrategias y un lenguaje que le permita expresar y comunicar sus resultados. (p. 46)

Sin ninguna duda dentro de la enseñanza de las matemáticas la resolución de problemas configura dentro del aprendizaje de esta área del conocimiento un saber profundo, pues es, en la resolución de problemas que el estudiante pone en práctica lo que aprende en la escuela por lo tanto, el conocimiento que se le ha enseñado en la escuela empieza a tener sentido y significado para él.

Para el desarrollo de las actividades de reenfoque en donde los estudiantes, pondrán en práctica el conocimiento sobre números enteros en la resolución de problemas utilizando la regulación metacognitiva deberán tener en cuenta las siguientes recomendaciones para que en el proceso puedan ser más eficaces.

### **Leer comprensivamente el problema**

Este aspecto es de vital importancia ya que para poder comprenderlo el estudiante debe estar muy familiarizado con las concepciones epistemológicas que se abordaron en el conjunto de los números enteros como lo son; operaciones de suma y resta, las representaciones semióticas y el concepto de valor absoluto. La intencionalidad de esta etapa consiste en que el estudiante pueda leer comprensivamente todo el problema, identificando claramente las cantidades positivas y negativas, y precisando cuál es la pregunta que debe contestar para darle solución al problema. Para limitar el problema que se va abordar se sugiere que el estudiante:

- Lea el enunciado despacio.
- Señale cuales son los datos, que conoce del problema.
- Indique cuales son elementos que debe investigar o profundizar.
- Reconozca cuál es la incógnita del problema.

## **Planteamiento de estrategias para resolverlo**

En esta etapa se plantea generar caminos diversos y flexibles para encontrar la solución del problema. Las siguientes interrogantes pueden orientar al estudiante en este punto:

- ¿Este problema es parecido a otros que ya se he resuelto?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

La intencionalidad de esta etapa es plantear una solución al problema de acuerdo a los diferentes modelos que el estudiante maneja para representar las cantidades positivas y negativas, incluyendo la interpretación del valor absoluto.

## **Poner en práctica las estrategias planteadas**

Esta etapa se plantea de una manera flexible, alejada de todo mecanicismo. Se debe tener presente que el pensamiento no es lineal, que necesariamente se van a producir saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica. En esta fase se recomienda:

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
  - ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
  - Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
  - Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando tropezamos con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

En esta etapa se pone en práctica la ejecución del plan, incluye la realización de las operaciones y algoritmos necesarios para dar respuesta al problema planteado, para ello se realizan las sumas o restas correspondientes.

## **Evaluación**

La intención de esta etapa es comprobar que la solución encontrada satisface efectivamente la respuesta al problema. Esto supone:

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Se debe poner atención en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Es posible comprobar la solución?
- ¿Hay alguna otra forma de resolver el problema?
- ¿Es posible encontrar alguna otra solución?

- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha encontrado
- ¿Es posible utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas?

Resolver problemas invita a "movilizar recursos", a situarse en un nivel metacognitivo, nivel que diferencia a quienes resuelven bien problemas de aquellos que aún no lo logran. Por tanto hay que enseñar a los estudiantes a utilizar los instrumentos que conocen, para situarlos en un nivel metacognitivo.

**Ejemplo:** Pitágoras nació en el año 580 antes de Cristo. ¿En qué año murió si vivió 79 años? Solución: Como la fecha de nacimiento es anterior a Cristo la tenemos que considerar negativa. Así pues la solución sería:  $- 580 + 79 = 501$ . Pitágoras murió en el año 501 antes de Cristo.

Teniendo en cuenta las recomendaciones mencionadas al inicio de la actividad el problema se resuelve de la siguiente manera:

### **Leer comprensivamente el problema**

Para este momento de la resolución del problema se le plantea al estudiante las siguientes preguntas:

- ¿Crees pertinente que, leyendo detenidamente el problema, te ayudará a comprender la información que aporta y solicita para resolverlo? Sí \_\_ No \_\_ ¿Por qué?
- ¿Consideras que la información consignada en el problema, es suficiente para resolverlo?  
Sí \_\_ No \_\_ ¿Por qué?

En esta etapa se identifican los elementos presentes en el problema y cuál es la incógnita a encontrar. Para éste caso se tiene que:

- Fecha de nacimiento: 580 AC
- Edad de Pitágoras: 79 años
- Año en que murió Pitágoras: ? Incógnita.

### **Planteamiento de estrategias para resolverlo**

Para este momento de la resolución del problema se le plantea al estudiante las siguientes preguntas:

- ¿Crees que es necesario establecer una estrategia o estrategias para resolver el problema?  
Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?
- ¿Consideraras que es suficiente diseñar una sola estrategia para solucionar el problema?  
Explica tu respuesta.
- ¿Crees que sin elaborar un plan para resolver el problema puedes ser igual de eficaz que si lo haces? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

En esta etapa del problema se plantea una ruta para resolver el problema. Se identifica que para AC se toman las cantidades negativas y DC se toman las cantidades, además

para este problema se va a utilizar el modelo concretos o de neutralización, que representa por convención a la derecha las cantidades positivas y a la izquierda las cantidades negativas.

### **Poner en práctica las estrategias planteadas**

En esta etapa se ejecuta el plan o estrategia planteada para resolver el problema.

Así pues la solución sería:  $(- 580) + (79) = - 501$ . Pitágoras murió en el año 501 antes de Cristo.

Los estudiantes deben responder las siguientes preguntas:

- ¿Las estrategias establecidas fueron suficientes para solucionar el problema? Sí\_\_ No\_\_  
¿Por qué?
- ¿Cuál consideras que fue el principal obstáculo que se te presento al resolver la tarea?  
Explica tu respuesta
- ¿Cuál fue la razón por la cual se presentaron dificultades durante la resolución del problema? Explica tu respuesta

### **Evaluación**

En esta etapa se va a verificar si la solución encontrada satisface la respuesta del problema.

Para la solución encontrada se tiene que:

Fecha de nacimiento – Fecha de muerte = Edad de Pitágoras, así

$$-501 - (- 580) = 79$$

$79 = 79$ , efectivamente se cumple con la igualdad y por lo tanto 79 años es la edad de Pitágoras.

Por último se le plantea al estudiante los siguientes interrogantes.

- ¿La estrategia que utilizaste fue efectiva en la solución del problema? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?
- ¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia? Explica tu respuesta
- ¿Crees que es necesario mejorar o cambiar alguna estrategia? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

#### 4.12.1 Actividad XII: Problemas con números enteros

La intencionalidad de esta actividad radica en que los estudiantes puedan modelar mediante la resolución de problemas con números enteros, los diversos métodos trabajados en el aula. De igual forma se plantea que el estudiante, tenga en cuenta las recomendaciones para ser más eficaces a la hora de resolver el problema

##### Leer comprensivamente el problema

- ¿Crees pertinente que, leyendo detenidamente el problema, te ayudará a comprender la información que aporta y solicita para resolverlo? Sí \_\_ No \_\_ ¿Por qué?
- ¿Consideras que la información consignada en el problema, es suficiente para resolverlo?  
Sí \_\_ No \_\_ ¿Por qué?

### Planteamiento de estrategias para resolverlo

- ¿Crees que es necesario establecer una estrategia o estrategias para resolver el problema?  
Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?
- ¿Consideraras que es suficiente diseñar una sola estrategia para solucionar el problema?  
Explica tu respuesta.
- ¿Crees que sin elaborar un plan para resolver el problema puedes ser igual de eficaz que si lo haces? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

### Poner en práctica las estrategias planteadas

- ¿Las estrategias establecidas fueron suficientes para solucionar el problema? Sí\_\_ No\_\_  
¿Por qué?
- ¿Cuál consideras que fue el principal obstáculo que se te presento al resolver la tarea?  
Explica tu respuesta
- ¿Cuál fue la razón por la cual se presentaron dificultades durante la resolución del problema? Explica tu respuesta

### Evaluación

- ¿La estrategia que utilizaste fue efectiva en la solución del problema? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

- ¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia? Explica tu respuesta
- ¿Crees que es necesario mejorar o cambiar alguna estrategia? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

La intencionalidad de ésta actividad es la de confrontar los conocimientos adquiridos por los estudiantes a lo largo del proceso de aprendizaje y que ellos los puedan modelar en la resolución de problemas. En esta actividad el grupo de grado 7° debe organizarse en grupos de cinco (5) estudiantes y con la ayuda de papel bond y, marcadores, resolverán los problemas abajo planteados. En el papel bond los estudiantes deben representar la solución de cada una de los problemas planteados, acudiendo a escalas o la recta numérica. Expresando las cantidades conocidas, la(s) incógnita(s) y el procedimiento utilizado para llegar a la solución. Una vez terminada la actividad los estudiantes eligen un monitor quien expondrá delante del todo el curso, el procedimiento utilizado en cada cartelera. La Evaluación estará orientada con base al desenvolvimiento de cada monitor, frente al grupo y a la comprensión de sus compañeros (dudas o inquietudes) y con base a los aciertos en el procedimiento y resultado de los problemas orientados por el profesor.

Los estudiantes dispondrán de dos horas para realizar la actividad.

1. El equipo de fútbol América de Cali en el campeonato de la Categoría B del fútbol profesional Colombiano ha subido 6 posiciones; después, ha bajado 5; más tarde, ha bajado 3, y finalmente, ha subido 4. Indica mediante operaciones con números enteros las situaciones por las que ha pasado el equipo y su posición final respecto de la inicial.

2. Un escalador sale de su campamento base situado a 3 300 m sobre el nivel del mar y realiza el siguiente trayecto: sube primero 1 238 m, baja después 125 m y finalmente, vuelve a subir 997 m. Indica mediante operaciones con números enteros el recorrido que ha hecho y calcula cuánto marcará su altímetro al finalizar la escalada.
3. Un día de invierno a las 11 a.m. la temperatura en el patio del Instituto es de  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$  y la temperatura del salón de informática es de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Expresa mediante números enteros la operación necesaria para calcular la diferencia de temperatura entre las dos zonas.
4. Dos amigos van al bingo y deciden jugar cada uno \$ 50.000. A lo largo de la noche corren distinta suerte y obtienen los siguientes resultados:  
A gana \$30.000 pierde \$25.000 y recupera \$10.000.  
B pierde \$40.000 gana \$15.000 y pierde \$30.000. a) Expresa estos resultados con operaciones con números enteros y obtén el balance final de estos dos amigos.
5. El día 28 de enero el termómetro marcó en Popayán una temperatura mínima de  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  y en Cali  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál fue la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?
6. Una persona nació el año 59 antes de Cristo y murió el año 27 después de Cristo. ¿Cuántos años vivió?
7. La temperatura de un congelador de una nevera es de  $-28\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Si aumenta la temperatura  $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ¿qué temperatura marca ahora el termostato de la nevera?

**Producto a entregar:** El estudiante deben entregar los 7 ejercicios resueltos, haciendo uso de la regulación metacognitiva como estrategia didáctica para la resolución de problemas, las cuales se especifican al inicio de la actividad.

## 5. VALIDACION Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

*“La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esa tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces” Puing Adam (citado por Sales, 2000).*

El análisis se realiza a partir de los datos encontrados desde la aplicación de los instrumentos diseñados con el propósito de poder encontrar información que permita determinar cuál es la influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros y como éste proceso metacognitivo les puede permitir a los estudiantes ser más eficientes, autónomos, críticos y autocríticos a la hora de resolverlos.

Este proceso de triangulación y análisis de los hallazgos, se ajusta y se relaciona con cada una de las categorías principales y categorías emergentes que se pudieron establecer, con el propósito de ser más efectivos a la hora de hacer la interpretación de los datos, de modo que se pueda ajustar a los objetivos y la pregunta de investigación, indicadores que orientaron este trabajo investigativo.

Cabe resaltar que la interpretación de los datos se realizó teniendo en cuenta el contexto del que se obtuvieron y las relaciones de influencia que se dieron dentro de este mismo contexto en función del objeto de estudio que se trató en el proyecto investigativo. Así mismo, el análisis se realiza teniendo en cuenta los tres momentos en que se aplicó la unidad didáctica, en el momento de ubicación se hace la exploración de los conocimientos previos, en el momento de desubicación se toman las ideas previas y se articulan con la nueva información, la intención es alcanzar la evolución conceptual y finalmente el reenfoque donde los estudiantes aplican lo aprendido en la resolución de problemas haciendo uso de la regulación metacognitiva.

El propósito fundamental de hacer el análisis por cada momento se debe a que fue indispensable para los investigadores tener datos concretos que permitan ubicarse de manera correcta sobre los hallazgos y así hacer la intervención pertinente y lograr una evolución conceptual que redunde en el alcance del conocimiento profundo sobre el objeto matemático números enteros y la adición, en función de la regulación metacognitiva, pues determinar la influencia de este proceso metacognitivo es el propósito fundamental del proyecto investigativo.

Para cada momento se diseñan actividades e instrumentos con los que se pudo recolectar y triangular información estableciendo los siguientes hallazgos:

## **5.1 Análisis de datos momento de ubicación**

### **5.1.1 Exploración de ideas previas sobre el objeto matemático “números enteros” los obstáculos y su influencia en la resolución de problemas**

Un buen proceso de enseñanza aprendizaje debe partir sin duda, desde el reconocimiento de las ideas previas, modelos concepciones que traen los estudiantes en cuanto al objeto de estudio que se va enseñar, tener claro cuáles son esos conocimientos previos le dará al maestro la posibilidad de intervenir adecuadamente los obstáculos y dificultades con los que llega el estudiante al salón de clases.

Hoy sabemos que los alumnos mantienen un conjunto diverso de ideas previas o preconcepciones sobre los contenidos científicos que casi siempre son erróneas y se reconoce unánimemente que estas ideas previas son uno de los factores clave que deben tenerse en cuenta como condición necesaria (aunque no suficiente) para un aprendizaje significativo de las ciencias. (Campanario & Otero, 2000, p. 156)

En este sentido, se desarrolla un instrumento constituido por preguntas metacognitivas con el propósito de hacer un diagnóstico en cuanto al conocimiento previo que tienen los estudiantes sobre el objeto matemático números enteros el cual va a ser utilizado en la resolución de problemas. La intención es poder determinar cuáles son las dificultades u obstáculos en función de la conceptualización que tienen los estudiantes sobre el contenido y que en el proceso puede limitar la resolución de problemas, pues está claro que, para ser efectivos el dominio o

conocimiento profundo de un contenido es indispensable para ser exitosos al aplicarlo en la resolución de un determinado problema.

A este dominio de contenido e ideas previas es a lo que Schoenfeld (citado por Barrantes, 2008) señaló como la categoría de los recursos. Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema. Cid (2000) postula:

Un alumno adquiere un conocimiento cuando, enfrentado a una situación-problema cuya solución exige ese conocimiento, es capaz de generarlo en forma de estrategia de resolución de la situación. El conocimiento es, por tanto, el resultado de la adaptación de un sujeto a un conjunto de situaciones en las que es útil como estrategia de resolución. La consecuencia inmediata de este postulado es que los conocimientos de un alumno sobre una noción matemática dependerán de la experiencia adquirida afrontando situaciones en las que dicha noción está implicada. (p. 1)

Desde esta perspectiva entonces, los investigadores ponen como punto de partida el reconocimiento a lo que Schoenfeld (Citado por Barrantes, 2008) llamó los conocimientos base o recursos con los que cuenta el estudiante en el momento de resolver un problema, teniendo en cuenta, que en la mayoría de los casos esa información base puede ser errónea, convirtiendo estas ideas previas en posibles obstáculos de orden epistemológico cognitivo/ lingüístico y

ontológico, éste último considerado por Schoenfeld como el sistema de creencias aspecto indispensable en la resolución de problemas matemáticos.



Figura 3. Estudiantes desarrollando actividad para la exploración de ideas previas

Al hacer la aplicación del instrumentó de exploración se pudo hacer algunos hallazgos importantes sobre las ideas previas que tienen los estudiantes sobre el objeto matemático números enteros, para el caso se toma como ejemplo algunas respuestas de los estudiantes para ilustrar ciertas concepciones erróneas sobre cómo se ha configurado dentro de la estructura mental del alumnado este saber matemático, esta particularidad en cuanto a la definición de números enteros se pudo notar en una gran mayoría de estudiantes.

6. Cuando escuchas la frase “números enteros”, ¿a qué crees que hace referencia? Explica tu respuesta.

cuando escucho la frase numeros enteros, creo que hace referencia a: que hace no falta nada que está enteros.

6. Cuando escuchas la frase “números enteros”, ¿a qué crees que hace referencia? Explica tu respuesta.

que no le falta nada que todo está completo.

Esta concepción errónea se puede establecer no como una dificultad sino como un obstáculo de índole epistemológico, pues se configura como un conocimiento ya establecido útil para aplicar en ciertas situaciones pero que no será nada pertinente a la hora de resolver un problema matemático y menos cuando tenga que aplicar los números enteros, pues está lejos de parecerse a la definición de este conjunto de números, lo que conlleva a que cometan errores en el momento de resolverlo e incluso llegue al punto de no lograr solucionarlo pues no tienen el conocimiento correcto.

8. ¿Consideras necesario hacer uso de los números enteros para representar por ejemplo temperaturas bajo cero, la profundidad del mar o las deudas?  
Los números naturales me pueden ayudar si los conozco bien con los enteros es más trabajoso

8. ¿Consideras necesario hacer uso de los números enteros para representar por ejemplo temperaturas bajo cero, la profundidad del mar o las deudas?  
Eso lo puedo hacer solo con los números naturales con los enteros es más trabajoso.

8. ¿Consideras necesario hacer uso de los números enteros para representar por ejemplo temperaturas bajo cero, la profundidad del mar o las deudas?  
En los negativos también hay positivos los dos me sirven.

Así mismo, se pueden establecer dentro de las ideas previas que se establecen en las anteriores respuestas la persistencias en los obstáculos, pues si bien es cierto hay un conocimiento se establece además que no se ha configurado adecuadamente, existiendo ambigüedades en en cuanto a las concepciones de los números naturales y enteros no dándoles la aplicabilidad adecuada en función de sus características.

Por otro lado, dentro de la exploración de ideas previas sobre el objeto matemático números enteros, se pudo indagar sobre cómo se desempeñan los estudiantes cuando resuelven ejercicios de suma aplicando enteros positivos y negativos utilizando la regla de los signos en cantidades negativas aisladas, en esta parte del instrumento de indagación de conocimientos base, los investigadores pudieron establecer que, el alumnado tiene la tendencia a confundir los signos cuando resuelven sumas con números enteros como si estuvieran aplicando solo conocimientos del conjunto de los números naturales. Sin duda esta dificultad con respecto al manejo de los signos se centra en la mayoría de los casos por la actitud de los estudiantes sobre el manejo de estos y también por la falta de conocimiento de los mismos. Para el caso algunas respuestas de los estudiantes.

11. Al resolver la siguiente operación con números enteros  $27 + (-7) = 34$  ¿Qué proceso debes seguir? Explica tu respuesta.

me da 34 por que esta el más en medio y el menos desaparece tengo que hacer una suma

En este caso, el estudiante al resolver la operación lo hace de manera incorrecta puesto que no tienen en cuenta la cantidad aislada con la que debe aplicar la ley de los signos, esta perspectiva del conocimiento previo del estudiante, denota claramente un obstáculo de orden epistemológico que dentro de estudios investigativos realizados con anterioridad es considerado como “falta de actitud para manipular cantidades negativas aisladas” y se explica de la siguiente manera:

Indica con esto el hecho, observable en la obra de Diofanto, de que la necesidad de efectuar cálculos algebraicos con diferencias y, en particular, la necesidad de multiplicar dos diferencias, le lleva a enunciar la regla de los signos y, sin embargo, no acepta la existencia de números negativos Glaeser (Citado por Cid, 2000).

Pero Cid (2000) hace su propio planteamiento con respecto a lo anterior, argumentando que esos conocimientos previos sobre el manejo y uso de los signos y las cantidades negativas aisladas no se pueden considerar como un obstáculo. “La “falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas” y la “dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas”, no debieran ser considerados como tales pues solo indican un déficit de conocimiento” (Cid, 2000, p. 5).

Esta perspectiva sin duda lleva a reconocer que si bien, hay algunas concepciones o ideas previas erróneas y que se establecen como un obstáculo, también se puede establecer que puede ser una falta de conocimiento, por lo tanto el poder identificarlos, le permite al maestro tener un panorama de intervención en el que se pueda diseñar y establecer estrategias pedagógicas y didácticas que ayuden a superarlos, pudiendo con ello configurar un conocimiento profundo con el que el estudiantado pueda ser competente a la hora de aplicarlo en la resolución de problemas.

Otros hallazgos con respecto a uso de los signos cuando resuelven sumas con números enteros se reflejan la sistemática resistencia a la evolución de ideas preconcebidas en años anteriores, el cual se relaciona con el conocimiento que deben tener los estudiantes sobre el uso de los signos, positivos y negativos dentro de la adición de números enteros y su correcta aplicación utilizando la ley de los signos. En ese sentido Cid, (2000) plantea: “la diferente naturaleza de los negativos respecto a los naturales”, son sólo candidatos a obstáculo y que su aceptación como tales exige probar la resistencia de esas concepciones a evolucionar y los errores repetidos que produjeron” (p. 7). Para hacer un acercamiento e ilustrar un poco estos

planteamientos se muestran algunos datos encontrados con la aplicación del instrumento de indagación y exploración de ideas previas.

9. ¿Es fácil encontrar el sentido de una expresión negativa cuando se está usando para representar una situación matemática del contexto?

no por que los signos nos confunden es mas facil con los positivos

9. ¿Es fácil encontrar el sentido de una expresión negativa cuando se está usando para representar una situación matemática del contexto?

no por que a veces no entiendo los numeros negativos.

11. Al resolver la siguiente operación con números enteros  $27 + (-7) = 20$  ¿Qué proceso debes seguir? Explica tu respuesta.

ayo una resta por que  $+x-=-y$   $27-7=20$

Finalmente queda claro; para que los estudiantes puedan ser eficaces a la hora de resolver problemas con adición de números enteros se debe hacer un reconocimiento del conocimiento previo con el que llegan al aula de clases, puesto que esto determinara a corto y largo plazo no solo la individualización del proceso de enseñanza aprendizaje si no que ayudara al maestro a hacer una intervención pertinente sobre los obstáculos o ideas erróneas con que llega al salón de clase y de esta manera pueda cambiar dichas concepciones y configurar dentro de la estructura mental, un conocimiento profundo que tenga sentido, significado y la aplicabilidad dentro y fuera del contexto matemático y sobre todo le sea útil para establecer destrezas en la resolución de problemas.

### 5.1.2 Exploración, identificación y aplicación de heurísticas en la resolución de problemas

La resolución de problemas se ha convertido dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas como una de las estrategias didácticas que permite que el saber matemático se aplique no solo en el contexto del aula, si no que se extiende fuera de ella. Pero enseñar matemáticas haciendo uso de problemas no ha sido tan fácil, puesto que cada vez que un estudiante se enfrenta a la resolución de un problema se puede observar su frustración, tan solo, con saber que va a tener que solucionarlo muestra, mediante gestos y expresiones propias que no tiene las herramientas necesarias para abordarlo. Es claro, que este es un fenómeno generalizado el cual se presenta en cada una de las aulas de clase y se debe en la mayoría de los casos a que los niños aun no tienen claro cómo diseñar estrategias, o plantear un plan que les muestre el camino para resolverlo.

La posibilidad que se tiene para mejorar esta perspectiva, parte con la iniciativa que han tenido los investigadores para poder intervenir este fenómeno y así poder mejorar la capacidad y la habilidad de los niños para resolver problemas matemáticos en este caso con el objeto matemático, adición de números enteros. Godino (Citado por Morales, 2014) afirma que:

La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. (p. 53)

En este sentido, y con el propósito de hacer un diagnóstico sobre cómo se encuentran los estudiantes en el proceso de resolver problemas y valorar qué tan eficaces son; como primera medida, se parte con la identificación de cuales son algunas estrategias que los estudiantes utilizan para resolver un problema. Haciendo énfasis en la identificación de heurísticas las cuales son utilizadas por ellos, pues estas se consideran como procesos innatos de los estudiantes, es decir, surgen a partir de la misma invención del estudiante, que si bien es cierto funcionan en problemas con un nivel de dificultad bajo, cuando se enfrentan a un problema más complejo esa heurística utilizada no será suficiente, para el caso Agudelo, Bedoya & Restrepo (2008) plantean: “Aprender la respuesta de un problema no proporciona una idea cabal del proceso de resolución ya que siempre queda pendiente un paso a partir del cual se generan varios interrogantes” (p. 21).

Siendo las heurísticas una de la categorías con las que se pretende entender, comprender y contextualizar los propósitos del proyecto investigativo en función de la regulación metacognitiva se plantean y se aplican dos instrumentos con los que se pretenden recopilar datos sobre qué tipos de heurísticas usan los estudiantes al resolver un problema.

El primer instrumento se denomina protocolo de diario de campo, en el cual los investigadores observan y registran información durante el desarrollo y aplicación de la actividad. Para poder hacer los registros en este protocolo se plantean durante dos clases el desarrollo de cuatro problemas matemáticos con la adición de números enteros, dos con un grado de dificultad bajo y dos con un grado de dificultad más complejo.

El segundo instrumentó, es la entrevista por cuestionario, aquí los estudiantes responden una serie de preguntas metacognitivas en las que desde una reflexión crítica da respuesta a las interrogantes planteadas.

### 5.1.2.1 Interpretación y análisis de hallazgos a partir de los instrumentos aplicados

El instrumento 1, “diario de campo” se aplicó a 25 estudiantes, en un primer momento los estudiantes resuelven dos problemas con un nivel de dificultad bajo, y en un segundo momento dos problemas con un nivel de dificultad alto, es decir más complejos. Para poder tener certeza de los datos recolectados, se dividen los estudiantes en dos grupos, esto con el propósito de que los investigadores puedan hacer dos registros sobre lo que se observa.



Figura 4. Observador haciendo registros en el protocolo de diario de campo

El instrumento 2, consiste en la aplicación del cuestionario para la entrevista, estos datos se triangularán para poder validar la información y de esta manera poder determinar que heurísticas utilizan los estudiantes y que tan funcionales son en el momento de resolver un problema

matemático con números enteros. Para desarrollar el análisis se tendrá en cuenta los hallazgos del primer momento, donde se aplican 2 problemas con un nivel de dificultad medio y un segundo momento de análisis donde se deberá solucionar dos problemas más complejos.



Figura 5. Estudiantes desarrollando entrevista “juego de roles”

En el momento de hacer la triangulación utilizando la información de los dos instrumentos; consignada por los observadores, se puede establecer que los estudiantes en el momento de resolver los problemas matemáticos, si hacen uso de heurísticas, esto, debido a que es un proseo innato del estudiante, donde a partir de la necesidad de resolverlo se plantean estrategias desde impulsos individuales que les permite la búsqueda autónoma de la solución al problema propuesto.

Esta primera perspectiva se puede reafirmar con lo que los estudiantes plantean en la primera interrogante de la entrevista y los comentarios hechos por los observadores.

1. ¿Cuál es la mejor manera de solucionar un problema? ¿crees que es necesario hacer ensayos hasta encontrar la respuesta? Explica tu respuesta

Yo cada vez que resuelvo un problema intento varias veces asta que lo puedo solucionar

1. ¿Cuál es la mejor manera de solucionar un problema? ¿crees que es necesario hacer ensayos hasta encontrar la respuesta? Explica tu respuesta

Si es bueno intentar varias veces para encontrar la respuesta.

*Observador 1: Los estudiantes en cada movimiento que hacen para resolver el problema y en cada posible respuesta encontrada se dirigen al profesor.*

*Observador 2: Cuando ya creen que han encontrado la respuesta del problema lo muestran al profesor, así varias veces hasta que encuentran la respuesta correcta.*

A partir de las respuestas dadas por los estudiantes, es evidente en la mayoría de ellos que utilizan el ensayo y error, es decir durante el proseo de resolución del problema buscan posibles soluciones y al reiterar sus intentos seguramente encontraran la respuesta correcta, es decir que cada estudiante experimenta, explora, hace conjeturas, pautas y comparaciones relacionando el problema que está resolviendo con otros que ya ha resuelto. En este sentido Santos (2008) plantea:

La heurística son métodos o algoritmos exploratorios durante la resolución de problemas en los cuales las soluciones se descubren por la evaluación del progreso logrado en la búsqueda de un resultado final (búsqueda heurística). Como adjetivo caracteriza técnicas por las cuales mejora en promedio el resultado de una tarea resolutive de problemas. (p. 13)

Esta perspectiva, conlleva a que la estrategia heurística ensayo y error permite que el estudiante mediante un proceso de evolución en la solución del problema finalmente encuentre

su solución y de esta manera pueda tener éxito cuando resuelve problemas con un nivel de complejidad bajo, ¿pero que puede suceder cuando se enfrenta a problemas complejos? ¿Esos mismos procesos de exploración, experimentación, comparación... pueden seguir siendo funcionales? En este aspecto Schoenfeld (Citado por Santos, 2008) explica que: “Una razón para esta falta de éxito podría ser que las heurísticas representan nombres de una categoría larga o extensa de procesos que incluyen otras sub-estrategias que los estudiantes no reconocían o accedían en sus intentos de resolución de problemas” (p. 7).

Otra de las estrategias heurísticas que se pudo identificar al aplicar los instrumentos tiene que ver con el uso de diagramas, figuras y dibujos. Los estudiantes hacen representaciones de acuerdo a la información que infieren del problema y a partir de esta información consideran que al hacer una representación gráfica o dibujo sin el uso de un algoritmo matemático pueden dar solución al problema. Barrantes (2006) sostiene:

Son muchos los problemas que se hacen muy transparentes cuando has logrado encontrar una representación visual adecuada de los elementos que en él intervienen. Pensamos mucho mejor con el apoyo en imágenes que con el de palabras, números, símbolos solamente. Por eso es muy aconsejable, a fin de dar con ideas buenas que te sirvan para resolver tu problema, que esquematices y dibujes, incluso que pintes en colores, para mayor claridad, los elementos que aparecen en la situación que estudias. La imagen o diagrama que te fabriques del problema, debe, de alguna forma sencilla, incorporar los datos relevantes y suprimir los superfluos que pueden conducir a confusión, De esta forma pueden quedar resaltados visualmente las relaciones entre los

aspectos importantes del problema y de ahí muy a menudo se desprenden luces que clarifican sustancialmente la situación. (p. 8).

Con respecto a este tipo de estrategia los estudiantes se manifiestan de la siguiente manera.

Cuando resuelves un problema ¿utilizas algún tipo de dibujos o esquema para representar un bosquejo de la situación planteada? Si  No . ¿Porque?  
Así identificamos mejor lo que vamos a construir  
y también podemos saber las medidas y nos  
nos estudiamos las medidas

Cuando resuelves un problema ¿utilizas algún tipo de dibujos para representar un bosquejo de la situación planteada? Si  no  ¿por qué?  
que es con un dibujo la pueda solucionar  
mas fácil

*Observador 1: los estudiantes menos avanzados tardan un poco más para resolver el problema, hacen figuras dibujos, líneas, con el propósito de resolverlo o encontrar la solución.*

*Observador 2: un gran número de estudiantes hacen graficas con el propósito de comprender el problema y encontrar la posible solución al mismo.*

Desde la perspectiva de los estudiantes esta es una forma de poder resolver más fácil un problema, pues la mayoría de ellos pudieron resolver con éxito los dos problemas planteados, puesto que los problemas que han resuelto tienen dos características, en primer lugar son fáciles de resolver y en segundo lugar, para solucionarlos pueden hacerlo mediante un algoritmo sencillo o ser representados y solucionados mediante gráficos o dibujos, sin duda es motivante para el maestro que los estudiantes en este primer momento de resolución de problemas hayan sido exitosos, sin embargo surge la siguiente interrogante ¿Qué podrá hacer el estudiante cuando tenga que solucionar un problema donde no tenga que hacer una gráfica sino aplicar un

algoritmo más complejo en el que necesite un conocimiento más profundo? Seguramente el éxito en la solución del problema no va a ser tan evidente, puesto que dentro de la estructura mental del estudiante se configurado dicha estrategia como la posibilidad más precisa y única, sin más perspectivas con respecto a esta situación. Schoenfeld (Citado por Barrantes, 2006) dice “hay una problemática con las heurísticas y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares” (p. 3). Este planteamiento promueve ciertas dudas con respecto al uso de heurísticas y que seguramente se podrá comprobar cuando los estudiantes realicen la segunda párate de la actividad que consistirá en resolver dos problemas más complejos en donde el alumno necesita tener un nivel más alto no solo de conocimiento sino de habilidad y creatividad para resolverlo.

Una tercera estrategia heurística que se pudo identificar en los estudiantes tiene que ver con el uso de la lógica, pues al tener que resolver problemas sencillos utilizan su experiencia y el conocimiento que tienen, y sin necesidad de hacer esquemas ni ensayos resuelven el problema. A continuación se presentan algunas respuestas de los estudiantes y comentarios de los observadores para ilustrar un poco más.

2. ¿Qué procedimiento realizaste para resolver el problema? Explica tu respuesta

Simplenente lo lei y lo resolvi aplicando la  
operacion que tocaba aplicar

2. ¿Qué procedimiento realizaste para resolver el problema? Explica tu respuesta

busque la manera de hacerlo, leyendo supe que tenia  
que hacer una suma y ya

*Observador 1: Cuando identifican la forma como solucionar un problema lo hacen rápidamente pues siendo un problema sencillo de resolver, no hacen operaciones simplemente sacan sus conclusiones haciendo uso de la lógica para encontrar la respuesta.*

*Observador 2: Algunos estudiantes resuelven los problemas leyéndolo atentamente encuentran lo que para ellos es la posible solución no hacen ningún tipo de ensayo, figura, grafica u algoritmo solo concluyen la forma de solucionarlo y lo resuelven.*

Está claro entonces que un gran número de estudiantes utilizaron la lógica para resolver los problemas en su mayoría lo hicieron con éxito pues pudieron establecer dentro de sus conjeturas y premisas las conclusiones precisas con las que pudieron resolver el problema.

Sin embargo Schoenfeld (citado por Barrantes, 2006) plantea: Este tipo de heurística se considera válido siempre y cuando los supuestos, hipótesis o premisas de los estudiantes le dan un soporte contundente y suficiente a la posible conclusión a la que ha llegado para la solución del problema, en este sentido la habilidad lógica tiene como objetivo poner a prueba la capacidad del alumno para poder obtener las conclusiones necesarias que en el proceso de resolución de problemas deben ser necesariamente correctas pues de esta manera el resolutor podrá tener éxito.

El segundo momento, de este análisis inicia con la triangulación de los datos encontrados a partir de los dos instrumentos, (el diario de campo y la entrevista por cuestionario) los hallazgos surgen de la aplicación de la segunda parte de la actividad donde los estudiantes deben solucionar dos problemas matemáticos, más complejos haciendo uso de la adición de números enteros, la intención no es solo identificar que heurísticas utilizan los estudiantes sino también

comprobar si las heurísticas que se identificaron y utilizaron para solucionar los dos primeros problemas, con un grado de dificultad medio son funcionales cuando se enfrentan a problemas con un nivel de dificultad más complejo.



Figura 6. Estudiantes resolviendo problemas

Sin duda los hallazgos, no son muy alentadores en función de las heurísticas identificadas y utilizadas por los estudiantes, pues dentro del registro de los observadores en el diario de campo y en la entrevista, se evidencia que no solo los estudiantes resolvieron mal los problemas sino que en el intento se frustraron al no poder encontrar la respuesta; este planteamiento lo demuestran los siguientes registros.

¿El procedimiento empleado para solucionar los dos primeros problemas funciono para resolver los dos últimos problemas? Si  no  ¿por qué?  
no lo intente varias veces pero no alcansé a responderlos.

¿El procedimiento empleado para solucionar los dos primeros problemas funciono para resolver los dos últimos problemas? Si  no  ¿por qué?  
NO Funciona por que los problemas fueron mas dificiles de hacer

*Observador 1: Los estudiantes al enfrentarse a problemas más complejos en un mínimo porcentaje pudieron resolverlos pero la gran mayoría lo intentaron, hicieron ensayos, preguntaron, para finalmente pedir la orientación del profesor.*

*Observador 2: Los estudiantes resolvieron correctamente en los problemas menos complejos, pero cuando se enfrentaron a los problemas con un nivel de dificultad más alto las estrategias utilizadas no funcionaron.*

Desde esta óptica entonces, la teoría de Schoenfeld en relación con respecto a las heurísticas cobran relevancia en el sentido de que es incuestionable que las puras heurísticas no son suficientes para solucionar un problema matemático evidenciando que para que, un estudiante sea eficaz debe además de las heurísticas hacer uso de los conocimientos y dominios de un contenido a lo que Schoenfeld le llamó recursos así mismo procesos metacognitivos y las creencias.

Los primeros interrogantes que se plantearon en la primera parte de este análisis sobre si las heurísticas identificadas serían efectivas y funcionales para solucionar problemas más complejos, pues al aplicar la segunda parte de la actividad se obtienen las respuestas necesarias para establecer que solo las heurísticas no permiten establecer un esquema de resolución de problemas eficaz. Por ejemplo con respecto al uso de dibujos, esquemas, diagramas según Schoenfeld (Citado por Barrantes, 2006) plantea: “No en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica” (p. 3). Esto se evidencia cuando los estudiantes al solucionar el segundo bloque de problemas se encontraron con que la estrategia que utilizaron en el o los primeros

problemas no fue funcional en el resto de problemas, comprobando que sin duda cada problema necesita una heurística distinta. En este sentido Barrantes (2006) afirma:

En general, el problema con las heurísticas según Schoenfeld, es que son muy generales, por eso no pueden ser implementadas. Dice que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así porque, posiblemente, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos. (p. 4)

Así mismo, al usar la lógica como estrategia para solucionar un problema, esta puede funcionar cuando se trata de resolver un problema con un nivel de dificultad mínimo, pero que no es tan efectiva cuando los estudiantes se encuentran con problemas donde tienen que utilizar procesos cognitivos y metacognitivos más avanzados, en este caso, la lógica no es suficiente, pues necesita, además de esta, tener la capacidad de formular un plan que le permita articular sus conocimientos con una serie de estrategias que pueda monitorearlas, evaluarlas y sacar sus propias conclusiones en cuanto al nivel de eficacia que tuvo tanto las estrategias planteadas como el mismo estudiante al aplicarlas. En cuanto a este aspecto Parra (Citado por González, 2006) plantea:

Se debe buscar que los alumnos encuentren un modo de hacer matemáticas que no se reduzca al uso de operaciones y producir resultados numéricos, si no que incluya analizar los datos, establecer relaciones, sacar conclusiones, ser capaces de fundamentarlas, probar lo que se afirma de diversos modos, reconocer los casos en que no funciona, establecer los límites de valides de lo que se ha encontrado. (p. 47)

Sin duda la resolución de problemas debe promover el desarrollo no sólo del razonamiento lógico si no también procesos metacognitivos, pues estos le permitirán al estudiante tener conciencia y control de sus propios procesos, conocimientos y de las distintas acciones de pensamiento que le ayudan a ser eficientes a la hora de resolverlo. Queda claro, que si se va a utilizar la resolución de problemas matemático como estrategia didáctica de aprendizaje y aplicación de conocimiento, esta no se debe dejar al azar y a la sola inventiva de los estudiantes.

### 5.1.3 Exploración ideas previas regulación metacognitiva

En el ejercicio de resolver problemas matemáticos, el resolutor debe poner en acción su capacidad de análisis y movilizar cognitivamente sus capacidades para planear, monitorear y evaluar cada uno de los momentos implícitos en la resolución del problema, de tal forma, que en esta práctica, el estudiante debe ser consciente de sus propios progresos, aciertos y dificultades. A partir del análisis de los instrumentos I: entrevista por cuestionario para la identificación de ideas previas y obstáculos, y del instrumento II: Juego de Roles Periodista – Entrevistado, se pudo evidenciar en cada una de las respuestas de los estudiantes, indicios o elementos de regulación metacognitiva. Para el análisis se tuvo en cuenta las respuestas de los 7 grupos cada uno de 5 integrantes. Estos instrumentos se aplicaron con la intencionalidad de identificar ideas previas, obstáculos en el aprendizaje de los números enteros e identificar elementos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros. A continuación se relaciona las respuestas escaneadas a la pregunta 2 del instrumento I: **¿Si tienes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, menciona cuales son las causas y qué recomendaciones harías para mejorar tu aprendizaje?**

2. ¿Si tienes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, menciona cuales son las causas y qué recomendaciones harías para mejorar tu aprendizaje?

tengo dificultades al analizar problemas, las tablas de multiplicar

2. ¿Si tienes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, menciona cuales son las causas y qué recomendaciones harías para mejorar tu aprendizaje?

que no presta atención que solo hacer  
recocha o molesta no sabe multiplicar no  
sabe dividir no la entiende al profesor.

El instrumento II: Juego de Roles Periodista – Entrevistado, se aplicó con la intencionalidad de identificar elementos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, para ello, los estudiantes resolvieron un problema y a la vez que jugaron al periodista y al entrevistado.

Para el análisis de la categoría de regulación metacognitiva, se tuvo en cuenta la transcripción de tres de las respuestas de los estudiantes, relacionadas con las subcategorías de la regulación metacognitiva: planeación, monitoreo y evaluación, como a continuación se relacionan: a las preguntas 1, 5 y 7 del instrumento II, donde se obtuvieron las siguientes respuestas:

**A la pregunta 1: ¿Qué debes hacer para resolver el problema? Explica tu respuesta,**

los estudiantes responden:

**RE2.** Para resolver el problema necesito, saber algo sobre lo que me están preguntando, porque si no sé nada no podré resolverlo.

**RE3.** Para resolver el problema necesito tener claro lo que me están preguntando, conocer algo de lo que me están pidiendo, para empezar a resolverlo.

**A la pregunta 5: ¿Cómo lo estás verificando si lo que haces está bien hecho o no? Explica tu respuesta,** los estudiantes responden:

**RE4.** Verifico lo que estoy haciendo, cuando reviso si las operaciones que hice quedaron bien hechas.

**RE5.** Si tengo la seguridad de que quedo bien hecha la operación entonces no verifico lo que ya hice.

**A la pregunta 7: ¿Cómo sabes que esa es la respuesta correcta? ¿Explica tu respuesta?,** los estudiantes responden:

**RE6.** Sé que la respuesta está bien cuando, he hecho el ejercicio paso a paso y sin errores en las operaciones.

**RE7.** Cuando me queda tiempo reviso si cometí algún error, sino simplemente entrego lo que hice del problema.

Con base a las respuestas de los estudiantes se puede afirmar que los educandos manejan elementos de regulación metacognitiva de manera muy vaga sin tener conciencia de ello, relacionados con la planeación, el monitoreo y la evaluación, a la hora de abordar un problema matemático. Los estudiantes reconocen la importancia de comprender el enunciado del problema, de tener un dominio acerca del objeto matemático y de anticiparse a las operaciones que van a usar (aspectos de la planeación), para luego, utilizar estrategias heurísticas mezcladas

con elementos de regulación metacognitiva para intentar resolver un problema matemático, tal como lo plantea Schoenfeld (2006): La resolución de problemas inicia para los estudiantes cuando se enfrentan a un enunciado el cual, no comprenden, por ello, tal como lo manifiesta el autor los recursos que maneja el individuo ya sean cognitivos, estratégicos o metodológicos para abordar el problema, son necesarios para empezar a resolverlo. En este momento los estudiantes deben manejar unos conocimientos básicos, conceptos claves. Para el proyecto de investigación, los estudiantes presentan obstáculos epistemológicos relacionados con la adición de cantidades negativas, por eso, ellos no son capaces de distinguir la diferencia entre la adición cantidades positivas y negativas, así como se identificó en la aplicación de los instrumentos de ideas previas.

Por otro lado, además, del conocimiento base, el estudiante utiliza para resolver un problema estrategias heurísticas (innatas de cada individuo) las cuales por medio de la orientación del profesor pueden evolucionar teniendo en cuenta los siguientes pasos como lo expresa Schoenfeld (2006); el uso de recursos (conocimientos: previos o de dominio específico), el uso de las estrategias heurística o el control por medio de regulación metacognitiva, de esta forma se pretende que el estudiante transforme sus métodos de abordar un problema hacia el uso de una metodología más apropiada en la que se incluya elementos de la regulación metacognitiva como la planeación, el monitoreo y la evaluación.

Con base a los resultados, los estudiantes se encuentran en un estado ideal en donde el maestro con la metodología adecuada puede moldear y transformar sus métodos a la hora de

resolver un problema matemático hacía una metodología más adecuada que le permita tener una mayor evolución conceptual.

## **5.2 Análisis de datos momento de desubicación**

### **5.2.1 Conceptualización y evolución del objeto matemático números enteros**

En el proceso de enseñanza y aprendizaje del conjunto de los Números Enteros, fue necesario recapitular el conjunto de los números naturales, como introducción al objeto matemático, luego, se tuvo en cuenta los modelos de enseñanza de neutralización y desplazamiento incluyendo los siguientes contenidos: Concepto de conjunto de los números enteros, su historia y epistemología, características, propiedades y clasificación, escritura y lectura, representación en la recta numérica, con el objeto de afianzar los conocimientos en la resolución de problemas con la adición de números enteros. Tal como lo manifiesta Rodríguez (2012): Los conocimientos de los contenidos del objeto de estudio, juegan un papel importante a la hora de resolver un problema, ya que éstos deben ir de la mano con la estrategia utilizada para resolverlo. Los conocimientos son la plataforma para cimentar las bases de la resolución de un problema. Ese conocimiento es un factor crucial, ya que sin la presencia de ello sería poco probable que un estudiante intente resolver un problema.

De acuerdo al instrumento I en el momento de desubicación: *Resuelve las siguientes situaciones utilizando el conjunto de los números naturales*, se aplicó con la intención de identificar y afianzar los conocimientos que tienen los estudiantes con relación a las operaciones

básicas (suma, resta, multiplicación y división) en situaciones con problemas sencillos. Este conocimiento en suma, ha sido el consolidado de aprendizajes que trae consigo el estudiante desde su formación en primaria y en grado sexto. A continuación se relacionan las respuestas de los estudiantes al ejercicio 3 y 4 respectivamente: Ejercicio 3. *Ana compra 4 camisetas a \$ 25.000 cada una, 2 pantalones a \$ 50.000 cada uno y un bolso por \$ 60.000. Cuánto dinero invirtió ella en las compras.*

RE1.

4. Ana invirtió 260.000 en las cuatro Camisetas dos pantalones y un Bolso.

$$\begin{array}{r}
 25.000 \\
 25.000 + \\
 25.000 \\
 25.000 \\
 \hline
 100.000
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 50.000 \\
 50.000 + \\
 \hline
 100.000
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 60.000 \\
 \hline
 60.000
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 700.000 + \\
 700.000 \\
 60.000 \\
 \hline
 260.000
 \end{array}$$

RE2.

4.  $\begin{array}{r} 25.000 \\ 4x \\ \hline 100.000 \end{array}$   $\begin{array}{r} 50.000 \\ 2x \\ \hline 100.000 \end{array}$   $\begin{array}{r} 60.000 \\ 1x \\ \hline 60.000 \end{array}$

Entonces ella invirtió \$ 260.000

*Ejercicio 4. Para comprar un artículo de \$ 900.000 se paga \$250.400 de cuota inicial. ¿Cuánto dinero adeuda, si mensualmente debe pagar una cuota de \$ 32.180?, en cuánto tiempo termina de pagarse el artículo?*

**RE1.**

$$\begin{array}{r} 3.900.000 \\ -250.400 \\ \hline 649.600 \end{array} \quad \text{se adeuda } 649.600$$

$$\begin{array}{r} 32480 \times \\ \underline{20} \\ 649.600 \end{array} \quad \text{acaba de pagar en 20 meses}$$

**RE2.**

3. queda a deuda 649.600. en 20  
meses se paga una cuota de \$ 32480  
termina de pagar al artículo 649.600

Con base a las respuestas, se identificó que los estudiantes tienen un buen manejo de las operaciones básicas. Es decir que no presentan dificultades en el dominio de la adición en el conjunto de los números Naturales, sobre todo se identificó las siguientes concepciones: asumir la compra de un artículo como un gasto de dinero y el hecho de tener una deuda como una cantidad de dinero que se debe pagar a largo plazo. Este dominio de las operaciones básicas y los indicios de asumir las compras como gastos y deudas como pagos a futuros, son el principio fundamental *sin ecua non* para dar inicio a la conceptualización de los números enteros. Es decir los estudiantes para poder avanzar hacia el Conjunto de los Z deben saber las operaciones básicas. De no ser así, es responsabilidad del maestro detenerse en este aspecto hasta que haya un dominio claro de ello.

Después de recapitular el conjunto de los Números naturales, para luego abordar los Números Enteros desde su historia e epistemología, clasificación por medio de un video, su clasificación y propiedades, se introdujo los modelos de enseñanza de Neutralización y de Desplazamiento con la intención facilitar el aprendizaje de los Z y de ésta manera, afianzar en los estudiantes la adición de los Z en función del uso de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas. De esta forma fue necesario aplicar dos instrumentos como herramientas de aprendizaje y evaluación de los cuales se extrajeron algunas de sus respuestas que a continuación se relacionan: para el análisis del instrumento del Modelo de Neutralización se tuvo en cuenta el numeral 4: *Juan abrió una cuenta de ahorros en Bancolombia con \$ 72.000. Durante los tres meses siguientes, consigno a la cuenta \$ 54.000 cada mes. En el cuarto mes retiró \$ 100.000. ¿Cuál es su saldo después del retiro*

Respuestas de los estudiantes:

**RE1.**

Handwritten student solution for RE1:

④

$$\begin{array}{r}
 \$ 72.000 \\
 \textcircled{1} 54.000 \\
 \textcircled{2} 54.000 \\
 \textcircled{3} 54.000 \\
 \hline
 234.000 \\
 100.000 - \\
 \hline
 134.000 \rightarrow \text{este es el} \\
 \text{saldo después} \\
 \text{del retiro.}
 \end{array}$$

1.25

**RE2.**

① 72.000 (e-sobra 184.000)  
 54.000  
 54.000  
 54.000  
 -----  
 234.000-  
 100.000  
 -----  
 134.000

Lisbeth Salas  
 Greis Romo

Con base a las respuestas de los estudiantes para el instrumento del modelo de Neutralización se pudo identificar que los estudiantes en la resolución de problemas tienen un buen manejo del modelo, ya que para empezar, comprenden el enunciado del problema identificando y diferenciando las cantidades que deben sumar de aquellas que deben restar, además, conciben el significado del término *saldo*, como una cantidad de dinero que queda, después de hacer varios gastos; y el término *inversión* como una cantidad de dinero que deducen a partir de un monto inicial. Eso se reafirma lo planteado por Cid & Bolea (2007): En el modelo de neutralización los números expresan magnitudes que pueden llegar a tener un mismo sentido o sentidos opuestos, dependiendo del signo que lo acompañe o simplemente la asignación de un signo “+” o “-” se interpreta como un nuevo significados con acciones de añadir, quitar, reunir o separar cantidades.

Con relación al instrumento de Desplazamiento se tuvieron en cuenta las siguientes preguntas:

**RE1.**

**RE2.**

2. Expresar cada situación con un número entero.

- La temperatura de una ciudad es  $10^{\circ}\text{C}$  bajo cero.  $-10$
- Un submarino se encuentra a 2.000 metros de profundidad.  $-2.000$
- El señor Rodríguez tiene un sobregiro de \$50.000 en el banco.  $-50.000$
- La altura de Bogotá es de 2.600 metros sobre el nivel del mar.  $2.600$
- El gran matemático Pitágoras de Samos nació en el año 585 antes de Cristo.  $-585$
- Susana ganó \$500.000 en un negocio.  $+500.000$
- Un termómetro indica una temperatura de  $12^{\circ}\text{C}$  bajo cero.  $-12$
- Un avión vuela a 1.600 metros de altura.  $+1.600$
- Un barco navega sobre el nivel del mar.  $0$

2. Expresar cada situación con un número entero.

- La temperatura de una ciudad es  $10^{\circ}\text{C}$  bajo cero.  $-10$
- Un submarino se encuentra a 2.000 metros de profundidad.  $-2000$
- El señor Rodríguez tiene un sobregiro de \$50.000 en el banco.  $-50000$
- La altura de Bogotá es de 2.600 metros sobre el nivel del mar.  $2.600$
- El gran matemático Pitágoras de Samos nació en el año 585 antes de Cristo.  $-585$
- Susana ganó \$500.000 en un negocio.  $+500.000$
- Un termómetro indica una temperatura de  $12^{\circ}\text{C}$  bajo cero.  $-12$
- Un avión vuela a 1.600 metros de altura.  $+1.600$
- Un barco navega sobre el nivel del mar.  $0$

Con relación, a las respuestas del modelo de desplazamiento los estudiantes comprendieron el significado de ubicarse en una escala de posiciones; más arriba o más abajo y su relación con la asignación de signos, para cada una de las diferentes situaciones, en donde requirió asignar + o - a cada una de las situaciones planteadas en ejercicio.

Tal como lo manifiesta Cid & Bolea (2007): En un modelo de desplazamiento los números enteros expresan movimientos arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda, desplazamientos o posiciones; los signos predicativos, el sentido del desplazamiento o la situación de la posición a uno u otro lado de la posición origen; los signos operativos binarios, la composición de desplazamientos o aplicación de un desplazamiento a una posición para obtener otra posición; y los unarios, mantenimiento o cambio del sentido de desplazamiento.

Lo anterior pone de manifiesto como los estudiantes evolucionaron desde sus concepciones iniciales hasta llegar a comprender por medio de un modelo u otro, el sentido de

utilizar signos negativos o positivos para darle significado o interpretación a el resultado de una operación con signos iguales o contrarios.

### **5.2.2 Proceso de conceptualización y evolución de la regulación metacognitiva**

Dentro del proceso de aplicación de la unidad didáctica se diseñaron actividades en función de conceptualizar no solo el objeto matemático números enteros y una de sus operaciones “la adición” sino que se diseñaron actividades en busca de la conceptualización y aplicación de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros, esta conceptualización parte de las ideas previas que se pudieron establecer en el momento de ubicación, en donde se pudo determinar que en la mayoría de los estudiante hay indicios de este proceso metacognitivo.

Para lograr mejorar el proceso de regulación metacognitiva se plantearon actividades sistemáticas y progresivas a partir de preguntas metacognitivas las cuales debían responder durante el proceso de resolución de los problema.

Desde la perspectiva de Tamayo, el uso de las preguntas de orden metacognitivo contribuye al control de cada uno de los procesos de aprendizaje en función de optimizarlo. En este sentido las preguntas metacognitivas son el eje para lograr que los estudiantes de manera explícita vayan profundizando y mejorando el proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas.

Así mismo las respuestas a las preguntas metacognitivas orientarán el grado de aplicación y evolución de este proceso metacognitivo. Es decir a partir de las respuestas se podrán hacer inferencias en el inicio del momento de ubicación y al final de este. Por ejemplo, al preguntar al inicio de la actividad ¿Es necesario hacer un plan para solucionar el problema? Sí \_\_\_ No ¿Por qué? Y la pregunta ¿tuvo éxito en la solución del problema? Sí \_\_\_ No ¿Por qué? Al final de la actividad. Los estudiantes respondieron:

RE10: al inicio de la actividad

Handwritten student response RE10: "aveces no por que solo tengo que leerlo y resolverlo"

RE11: al final de la actividad

Handwritten student response RE11: "no por que no teniamos un plan ni una estrategia para resolverlo"

En las respuestas del E10, al inicio del proceso de resolución de problemas se puede establecer que no contempla necesario establecer un buen plan para resolver el problema, pero esto no significa que no sea metacognitivo sin duda lo es, el hecho de que considere que solo con leerlo es suficiente es una forma de regulación y auto regulación, pero esta apreciación da un giro total cuando el estudiante en la respuesta a la segunda pregunta demuestra su estado de conciencia en cuanto a que el hecho de no haber tenido un plan fue determinante en el momento de resolver el problema. En este caso las preguntas metacognitivas le dieron la pauta al estudiante para que ese grado de regulación metacognitiva evolucionara en virtud de regular y

mejorar su propio proceso de resolución de problemas. Para el caso Zambrano (2008) sostienen que las preguntas metacognitivas, “activan los procesos de planeación de objetivos, de procedimientos, la evaluación de los mismos y en general, la regulación del proceso de aprendizaje por parte del mismo sujeto que aprende” (p. 36).

Esta particularidad es homogénea en los estudiantes, pues al resolver los problemas algunos no hacen uso de la regulación metacognitiva un grado más avanzado y se debe en que aún no son conscientes de la importancia de esta. Sin embargo al responder las preguntas al inicio y al final de las actividades de resolución de problemas reconocen y demuestran una clara presencia de este proceso metacognitivo. Para ilustrar un poco más se muestran otras respuestas de los estudiantes.

Con respecto a la planeación E9

¿Crees que sin elaborar un plan para resolver el problema puedes ser igual de eficaz que si lo haces? Sí  No  ¿Por qué? *Por que sin elaborar un plan no se puede resolver el problema*

Con respecto al monitoreo E10

¿Crees que es necesario mejorar o cambiar alguna estrategia? Sí  No  ¿Por qué? *con estrategias mejores seria mejor para resolver los problemas.*

Con respecto a la evaluación E11

¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia? Explica tu respuesta *por que una se confundió en cambio con la estrategia si se puede*

Está claro, que los estudiantes en la medida que avanzan en las actividades de resolución de problemas también evoluciona dentro de su estructura mental el proceso de regulación metacognitiva, esto se evidencia cuando el número de estudiantes con éxito aumenta y cuando en sus respuestas a las preguntas independientemente de que no hayan logrado resolverlo demuestran que si hacen uso de la regulación metacognitiva. En ese sentido el uso de preguntas metacognitivas fue fundamental pues han sido las activadoras y orientadoras en este proceso de aprendizaje y conceptualización, pues este tipo de preguntas según Tamayo permiten que se procesen elementos y representaciones de la realidad y la necesidad del sujeto al resolver la tarea, en ese sentido las preguntas se convierten en el vínculo a través del cual se orientan y se activan las estrategias cognitivas como la comprensión, la representación la aplicación y la evaluación que dentro del proceso de resolución de problemas son indispensables.

### **5.3 Análisis de datos momento de reenfoque**

#### **5.3.1 La regulación metacognitiva y su influencia en la resolución de problemas con adición números enteros**

##### **5.3.1.1 Planeación: una estrategia para plantear estrategias**

La resolución de problemas se ha convertido en una de las estrategias didácticas que permite que el desarrollo del pensamiento y del conocimiento matemático tome para los estudiantes una connotación diferente en virtud de que, el alumnado en función de resolver un problema tienen que aplicar lo que ha aprendido, es decir, el conocimiento matemático cobra

significado y aplicabilidad para él no solo dentro del contexto matemático del aula sino fuera de ella.

Pero también, hay que resaltar que a lo largo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas, han surgido grandes dificultades por las que la mayoría de los estudiantes no son eficaces a la hora de resolverlos. Dichas dificultades se centran en que los maestros de matemáticas en un gran número han centrado su atención en que los estudiantes solo encuentren la respuesta al problema sin establecer cómo. Esta perspectiva deja claro que la falta de eficacia del alumnado en la resolución de problemas radica en que dentro de su estructura mental no se haya configurado procesos de pensamiento que los lleve a ser mejores resolutores. Lesh & Zawojewski (Citados por Santos, 2008) plantean que:

El proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p. 3)

En este sentido los procesos de resolución de problemas van más allá de encontrar la respuesta correcta sino como se llegó a ella. En ese sentido el estudiante necesita aplicar procesos de pensamiento más profundos que lo lleve a tener un control progresivo y sistemático de lo que tienen que hacer, cómo lo va a hacer y cómo va a determinar qué tan efectivo fue, es decir que el estudiante sea metacognitivo. Es decir, cuando el estudiante se enfrente a un problema este en la capacidad no solo de comprenderlo si no también de diseñar las estrategias

para resolverlo así mismo pueda monitorear dichas estrategias resignificarlas durante el proceso para finalmente evaluar su efectividad.

Para el caso, en este aparte del análisis los investigadores se centran en uno de los procesos de la regulación metacognitiva “la planeación” para poder determinar si los estudiantes tienen o están en la capacidad de planear estrategias. Para obtener los datos se plantea una actividad donde deben resolver una serie de problemas y al final responder algunas preguntas metacognitivas en relación con la actividad que resolvió; las respuestas a las preguntas se hacen al final para que estas no sirvan de guía durante el proceso de resolución, puesto que la intención es poder recolectar datos particulares que desde el análisis semántico de lo que plantean los estudiantes y lo que plasma el observador en el protocolo de diario de campo se pueda establecer el grado de eficacia que tienen los estudiantes cuando de manera consciente establecen estrategias para resolver el problema.



Figura 7. Estudiantes resolviendo problemas en la actividad de reenfoque

Cabe recordar que dentro de la exploración de ideas previas sobre regulación metacognitiva se pudo establecer dentro de los hallazgos que los estudiantes tienen indicios en

cuanto a la utilización de la regulación metacognitiva en este caso específico la planeación de estrategias. Por lo que fue necesario en la medida que se fue aplicando la unidad didáctica en el momento de desubicación, de manera progresiva y con el uso de preguntas metacognitivas antes de resolver los problemas se fue mejorando el uso de la regulación metacognitiva en los estudiantes.

Al desarrollar la actividad planteada y teniendo en cuenta la unidad de trabajo que se tomó para hacer el análisis, se pudo establecer que un gran porcentaje de ellos logro tener éxito al resolver los problemas planteados, esto se notó mucho más en aquellos que habían logrado una conceptualización adecuada sobre el saber puntual que se debía aplicar a la hora de resolverlos, es decir en aquellos que tenían un dominio del contenido (números enteros), pues pudieron comprenderlo y establecer las estrategias que desde su concepción consideraron eran necesarias. Según Kapa (Citado por Buitrago & García, 2012)

Esta función metacognitiva posibilita a los resolutores de problemas, identificar cuáles serán los pasos a seguir en el proceso de resolución y en qué orden. Esto permite el diseño de una estrategia de resolución, la cual hará más fácil ejercer acciones de control y monitoreo. Es necesario dedicar mucho tiempo en el proceso de planeación, pero esta inversión es efectiva para optimizar la habilidad de resolver problemas. (p. 56)

A continuación se describen como los estudiantes abordan los problemas desde la planeación consciente de estrategias que parte desde la respuesta a algunas preguntas metacognitivas y la descripción del observador en el diario de campo.

Pregunta 1 (p1): ¿Crees que leyendo detenidamente el problema, te ayudo a comprender la información que aporta y solicita para resolverlo?

**RE1**

• Si porque si uno lee detenidamente va a entender el problema para resolver.

**RE2**

información que aporta y solicita para resolverlo? Sí  No  ¿Por qué? porque leyendo uno puede captar el problema para solucionarlo

*Comentario del observador: los estudiantes utilizan como estrategia la lectura repetitiva para poder comprender adecuadamente el problema y encontrar aunque tardan mucho tiempo finalmente logran comprenderlo y resolverlo.*

En este sentido el hecho de los estudiantes tengan un dominio del saber a aplicar y estén conscientes de que es fundamental establecer una estrategia, logran resolverlos, puesto que al poder determinar cuál es el paso a paso y que conocimientos debe aplicar sin duda lo hará con éxito. En este sentido y teniendo en cuenta que hay una comprensión suficiente del problema los estudiantes logran establecer cuál o cuáles son los conocimiento que le va a ser útiles pudiendo con ello establecer una secuencia progresiva de pasos que le permitirán resolver el problema.

Otros estudiantes manifiestan al responder la pregunta 2 (p2): ¿Qué pasos realizaste para resolver el problema? Y ¿por qué? Respondieron.

RE3

-Organizo los numeros si son ganancias es positivo y si son pérdidas con negativo luego hago la operación. Por que Asi puedo resolver el problema y encontrar la respuesta correcta.

(4)

$$30.000 + 25.000 + 10.000 = 65.000$$

Balance \$ 65.000

$$-40.000 + 15.000 - 30.000 = -55.000$$

Perdido -55.000 Balance -5.000

Norma

RE4

-Tome las pérdidas y las ganancias por que así puedo hacer la operación y hacer el balance.

gana= +	30+	
perda= -	10-	-40
recupera +	+40	-30
	25-	-70 <i>perda</i>
	+15+	+15
	+80+	-55 <i>perdida</i>
	65	-50
	50-	-05000 <i>-perdido</i>
	gana +15000	

*Comentario observador: los estudiantes después de leer el problema varias veces asumen las pérdidas con signo negativo y las ganancias con signo positivo posteriormente organizan los todos y resuelven la operación.*

La particularidad de los estudiantes 3 y 4 al utilizar la organización de los datos demuestra que el planteamiento de una estrategia adecuada permite desarrollar con éxito el problema y encontrar la respuesta correcta, asumiendo posteriormente que la utilización de estas es fundamental cuando se trata de resolver un problema matemático evidenciando el proceso de planeación como función de la regulación metacognitiva.

En este problema, a partir de lo que ya conocen asignaron a las pérdidas, signos negativos y las ganancias y recuperación signos positivos los organizaron y finalmente lo resolvieron. Cabe recalcar que la eficacia de los estudiantes se debe en gran medida a que hay una conceptualización puntual sobre el saber que aplican, es decir, hay un dominio del saber matemático. Según Schoenfeld el conocimiento previo o el dominio de contenido es fundamental, así mismo

Schoenfeld plantea que si bien se puede tener un cumulo de estrategias o heurísticas las simples estrategias o heurísticas no son suficiente y además no pueden remplazar el conocimiento específico sobre el objeto matemático que se necesita para establecer el paso a paso y las estrategias para resolverlo.

La selección del conocimiento matemático necesario para resolver el problema es una acción de planeación directamente relacionada con el conocimiento metacognitivo sobre la estrategia, pues el estudiante debe seleccionar entre todo su conocimiento el que realmente le será útil para determinado problema (Buitrago & García, 2012, p. 60).

Pero también hubo estudiantes que no lograron resolver los problemas puesto que no encontraron la estrategia precisa para resolverlo hicieron ensayos, pruebas, hipótesis intentaron por lógica, haciendo gráficas, dibujo pero no lograron resolverlo

*Comentario observador: algunos estudiantes hacen intentos y en cada uno de ellos se dirigen al profesor para que les revise, el maestro hace el ejercicio y solo les dice -aun no tienes la respuesta correcta, los estudiantes insisten en seguirlo intentando de la misma manera sin tener éxito algunos insisten que el problema no tienen solución que ya lo han leído dos veces y no encuentran la respuesta.*

*Comentario del observador: el E6 manifiesta -profe hice rayas, sumas restas y no me da la respuesta ¡jaaa yo ya no hago!!*

3. ¿Qué estrategias utilizaste para resolver el problema? Explica cómo los pasos

no se cómo hacer estrategias por no  
no los pude hacer

Esta postura deja claro que dentro de la resolución de problemas la planeación precisa y anticipada es fundamental, tener claro que es lo que se va a hacer y cómo se va a hacer será determinante en el momento de resolver un problema, en ese sentido la regulación metacognitiva específicamente uno de sus componentes “la planeación” no solo determinara su eficacia sino el desarrollo y evolución del pensamiento en función de alcanzar un aprendizaje profundo. Tamayo (2006) “la planeación de estrategias apropiadas permite anticiparse a las actividades, en este caso a la resolución de un problema pudiendo con ello hacer predicciones, secuencia de pasos, distribución del tiempo” (p. 2). Desde esta perspectiva, se puede establecer que la falta de éxito en algunos estudiantes se debe a que aún no son conscientes de que para ser más efectivos a la hora de resolver se deben detener antes de resolver un problema a pensar como lo van a abordar y de qué manera lo van a hacer. En este sentido Tamayo (2006) plantea que: “Si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6).

Para los E7, E8 y E9 cuando se dieron cuenta que la estrategia que habían planeado y aplicado no funciono, sin duda esto fue un tropiezo para ellos que no tardaron en resolverlo puesto que replantaron la estrategia y finalmente resolvieron con éxito el problema.

*Comentario del observador: algunos estudiantes intentan hacer los problemas haciendo uso de algunas heurísticas las cuales se dan cuenta que no son las indicadas, replantean la estrategia para encontrar la que se adecue y se ajuste al problema planteado.*

4. ¿Cuándo la estrategia que planteaste no funcionó cómo lo solucionaste? Explica tu respuesta

Tube que intentar varias veces. Cuando no pude con una busque otra asta que logre solucionarlo

Hay que resaltar que los estudiantes quienes hicieron el replanteamiento de estrategias también fueron eficaces si bien es cierto no fueron efectivos con el tiempo pues se tardaron más de lo indicado si lo fueron con la solución del mismo. Además, desde el análisis semántico de lo que plantean los estudiantes y el observador, se demuestra que los estudiantes están siendo metacognitivos ya que se dan cuenta que deben ajustar lo que están haciendo, en este caso mientras diseñan otras estrategias están aplicando otro de los componentes de la regulación metacognitiva “el monitoreo” pues este, dentro del proceso de resolución de problemas permite que no solo resignifique lo que venía haciendo si no que se autorregule pues aprender del error es una buena posibilidad para construir conocimiento profundo. Según Buitrago & García (2012) el esfuerzo del estudiante por hacer control o regulación metacognitiva se puede evidenciar dentro de las respuestas a las preguntas metacognitivas las cuales se precisan para indagar sobre el planteamiento y replanteamiento de estrategias.

Finalmente, considerar que si no fue posible que todos los estudiantes puedan planear estrategias para solucionar el problema, pues hay un avance significativo en cuanto a que en quienes la aplicaron fue muy funcional y aún más cuándo hay un conocimiento o dominio de

contenido profundo esto sin duda los lleva a ser mucho más efectivos a la hora de planear una estrategia para resolver el problema.

### **5.3.1.2 Monitoreo: Control de la ejecución de la estrategia**

Dentro de la regulación metacognitiva el monitoreo de lo que se está haciendo, es fundamental a la hora de resolver un problema, su importancia radica en que el estudiante sea consciente de lo que está haciendo, para constatar, sobre la marcha, si lo que está haciendo está bien o no; Además, de movilizar recursos cognitivos para poner en práctica las estrategias planteadas, el estudiante debe estar en la capacidad de reflexionar sobre la forma de resolver el problema, de esta manera, el educando podrá identificar sus propios errores y así replantear o diseñar nuevas estrategias para corregir, tal como lo plantea Tamayo (2006): durante la etapa de control, el resolutor realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.

Para identificar si los estudiantes son capaces de reflexionar acerca de la forma como resuelven un problema, se aplicó el instrumento: La resolución de problemas con números enteros, seguido del cuestionario de preguntas de regulación metacognitiva y el observador de campo. A continuación se expresan las respuestas de los estudiantes:

#### ***Problema 1.***

*El equipo de fútbol América de Cali en campeonato de la categoría B del fútbol profesional Colombiano, ha subido 6 posiciones en la tabla general; luego, ha bajado 5, más tarde, ha bajado a 3, y finalmente ha subido 4 posiciones en la tabla. Indica mediante operaciones con*

números enteros las situaciones por las que ha pasado el equipo y su posición final respecto al inicio del campeonato. Respuestas a la solución del problema 1; **E1**.

$$\begin{array}{l} 6 - 5 = 1 \\ 1 - 3 = -2 \\ -2 - 1 = -3 \end{array}$$

**Respuestas metacognitiva con relación al monitoreo en la resolución del problema**

¿Las estrategias establecidas fueron suficientes para solucionar el problema? Si\_ No\_. ¿Por qué?

¿Cuál consideras que fue el principal obstáculo que se te presentó al resolver la tarea?

¿Cuál fue la razón por la cual se presentaron dificultades, durante la resolución del problema? Explica tu respuesta.

• si porque fueron suficientes,  
para solucionarlo.

• nada se nos dificulto  
porque todo lo que estaba  
en el taller lo reforzamos

en clase.

• ninguno porque en clase  
ya abiamos ejercitado  
temas de esta clase  
de problemas.

*Comentario del observador:* Con relación a las observaciones encontradas en la intervención del aula, se aprecia como los estudiantes se esfuerzan por comprender el enunciado del problema, luego en voz alta manifiestan las operaciones que deben hacer para resolver el problema, es decir, anuncian la estrategia que van a utilizar, luego consultan con el maestro, si se ubican desde el modelo de desplazamiento para dar inicio a la resolución del problema, finalmente los estudiantes revisan lo que hicieron, consultando al maestro si el ejercicio quedó bien hecho, es decir, de acuerdo a los comentarios del maestro, ellos revisan.

Para el análisis de esta subcategoría se tuvo en cuenta las tres respuestas encontradas en la intervención en el aula: Resolución de problemas, regulación metacognitivas y el diario u observador de campo. Con base en ello, se identificó que la mayoría de estudiantes objeto de estudio avanzaron significativamente en la forma de resolver el problema, salvo en el caso de 3 estudiantes que por ausentismo no avanzaron lo suficiente y con ello se equivocaron en las respuestas. Los estudiantes comprendieron el enunciado del problema, identificando los datos que el problema trae consigo y las incógnitas propuestas para darle solución al mismo. De igual forma, los estudiantes plantearon como estrategia, utilizar el modelo de desplazamiento para empezar a solucionar el problema y a la hora de poner en práctica el modelo, se dieron cuenta que había elegido el modelo adecuado, ya que les permitió ubicarse en una escala para asignar posiciones positivas o negativas, según el ascenso o descenso en la tabla de posiciones. De esta forma los estudiantes pudieron asignar el signo positivo para los ascensos y el signo negativo para los descensos. Con ello, se resalta como los estudiantes además de tener dominio de en el manejo del modelo de desplazamiento también, logran regular sus propios procedimientos o algoritmos, paso a paso, hasta encontrar la respuesta del problema. Lo anterior tiene mucho

sentido cuando Silva (2004) (citado por Tamayo, 2006) menciona que: el objetivo de la explicación y la reflexión acerca de los propios procesos cognitivos en la resolución de problemas es buscar la eficacia en la consecución de los objetivos de la tarea, es decir que el educando movilice sus recursos todos sus recursos cognitivos, a la vez que reflexiona acerca de lo que está haciendo en cada momento en relación directa con la formación en competencias que guía los procesos de enseñanza y aprendizaje.

### **Problema 2.**

Dos amigos van al Bingo y deciden jugar cada uno \$50.000. A lo largo de la noche corren distinta suerte y obtienen los siguientes resultados:

A. Gana \$30.000, luego pierde \$25.000 y recupera \$10.000.

B. Pierde \$40.000, luego gana \$15.000 y pierde \$30.000

Expresa estos resultados con operaciones con números enteros y obtén el balance final de estos dos amigos.

### **Respuesta del problema.**

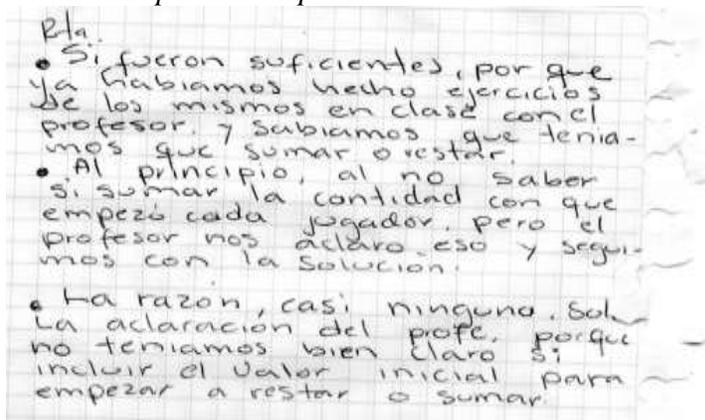
Solución:	
Jugador A	Jugador B
+ \$ 50.000 Con lo que inicia	+ \$ 50.000 con lo que in
+ \$ 30.000 Gana	- \$ 40.000 Pierde
- \$ 25.000 Pierde	+ \$ 15.000 Gana
+ \$ 10.000 Recupera	- \$ 30.000 Pierde
<hr/> Balance \$ 65.000 ganó \$ 15.000, porque entro a jugar con \$ 50.000.	<hr/> Balance \$ -5000, perdió \$ 5000, porque entro con \$ 50.000.

Con relación a la puesta en práctica de las estrategias planteadas, a las preguntas:

¿Las estrategias establecidas fueron suficientes para solucionar el problema? Si\_ No\_. ¿Por qué?

¿Cuál consideras que fue el principal obstáculo que se te presentó al resolver la tarea?

¿Cuál fue la razón por la cual se presentaron dificultades, durante la resolución del problema? Explica tu respuesta.



#### **Observaciones del diario de campo:**

Los estudiantes en la resolución de éste problema no presentaron mayor dificultad, fácilmente y con frecuencia manifestaban la siguiente expresión **¡Así de fácil era eso!**, y rápidamente anunciaban que iban a utilizar el modelo de neutralización, estableciendo diferencias entre un modelo y otro: **¡El modelo de neutralización lo utilizamos si hay pérdidas o ganancias y el modelo de desplazamiento, lo utilizamos si hay que subir o bajar en una escala, o recta!** y así, asignaron los signos positivos o negativos a cada uno de las situaciones presentadas en el problema. De igual forma, algunos estudiantes consultaban al maestro si para hacer el balance sumaban y restaban del valor inicial.

Con base a las respuestas de los estudiantes en la resolución del problema, preguntas metacognitivas y las observaciones del diario de campo, se puede inferir que los estudiantes presentan un común denominador en sus respuestas, por tal motivo se tuvo en cuenta las respuestas arriba mencionadas. En estas respuestas se puede identificar como los estudiantes tiene un buen dominio del modelo de neutralización, lo cual se refleja cuando ellos asignan

correctamente el signo correspondiente según la situación planteada en el problema, con relación al monitoreo, los estudiantes claramente diferenciaron qué modelo utilizar como se explicó anteriormente, como les funcionó la estrategia, ellos se concentraron en hacer las operaciones implícitas conforme los jugadores ganaban o perdían en el bingo. Ellos, verificaron con la ayuda del maestro cada situación de los jugadores, sin embargo, los estudiantes presentaban dudas en cuanto a si sumar primero las cantidades positivas por separado, realizar la suma las pérdidas o conforme al orden a la suerte de cada jugador realizar las sumas o restas. Esto se rectifica con lo planteado por Buitrago & García (2012): “Pese a que los primeros intentos de regulación metacognitiva no fueron exitosos con respecto al proceso de resolución, fueron valiosos en tanto que la estudiante mostró cierto interés por ejercer esa regulación por ella misma en los siguientes problemas. Esta observación refuerza lo determinado por Vygotsky (citado por Tamayo, 2006) con respecto a la transferencia que se hace de la regulación externa hacia la autorregulación. Este esfuerzo de la estudiante por ejercer autorregulación se hace evidente en las respuestas de la estudiante ante las preguntas metacognitivas que indagan sobre procesos de replanteamiento de la estrategia” (p. 83).

### **5.3.1.3 Evaluación: acciones de verificación de estrategias en el proceso de resolución de problemas**

Miranda et al. (2005) (Citado por Buitrago & García, 2012) plantea:

La evaluación es una habilidad que se aplica después de realizar la tarea, ya que consiste en una reflexión retrospectiva para valorar lo apropiado del plan, la eficacia de las estrategias y procedimientos

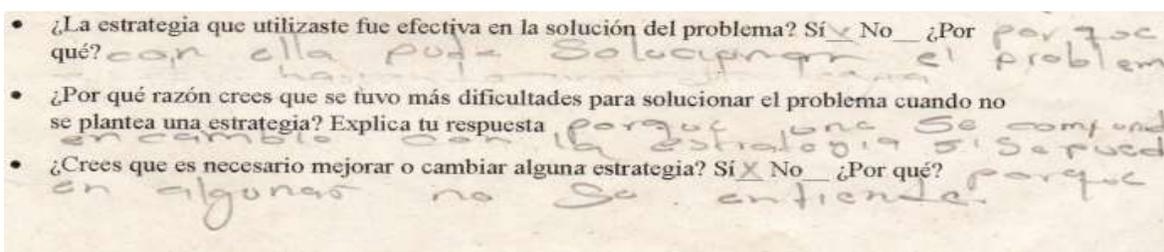
utilizados, comprobando los resultados. Estas reflexiones facilitan la corrección de errores, y además permiten al estudiante darse cuenta de sus propias posibilidades en el aprendizaje (p.86).

Para hacer referencia al tercer proceso dentro de la regulación como aspecto esencial de la metacognición, se tendrá en cuenta las acciones de evaluación, evidenciadas en la resolución de problemas, conforme a las respuestas de los estudiantes frente a las siguientes preguntas:

¿La estrategia que utilizaste fue efectiva en la solución del problema? Sí  No , ¿Por qué?

¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia?

¿Crees que es necesario mejorar o cambiar alguna estrategia? Sí  No  ¿Por qué?



Para el análisis de la evaluación metacognitiva en la resolución de los dos problemas planteados y con base a las respuestas metacognitivas, después de haberlos resueltos, se tuvieron en cuenta aquellas que presentaban elementos en común. Con base en ello, se pudo apreciar como los estudiantes reafirmaron que las estrategias utilizadas para resolver los problemas si fueron efectivas a la hora de encontrar la solución, sobre todo porque al plantear la estrategia de utilizar un modelo u otro, solo fue necesario realizar correctamente las operaciones implícitas en cada situación. Por otro lado, los estudiantes expresaron claramente **información del diario de**

**campo**, como en algún momento, el no saber qué modelo elegir, les generó confusión, sin embargo, en la medida que ellos establecieron diferencias entre un modelo y otro, pudieron inclinarse por uno de ellos, de tal forma, que les facilitó realizar correctamente las operaciones u algoritmos presentes en cada uno de los problemas. De igual forma, cuando los estudiantes se equivocaron al elegir un modelo, ellos vieron la necesidad de replantear la estrategia y así cambiar a un modelo que se ajuste a las características de las variables presentes en el enunciado de cada problema.

Lo anterior, cobra sentido según los planteamientos de Miranda et al. (2005): El cual define la evaluación como una habilidad que se aplica después de realizar una tarea, ya que consiste en una reflexión retrospectiva para valorar lo apropiado del plan, la eficacia de las estrategias y procedimientos utilizados, comprobando los resultados. Estas reflexiones facilitan la retroalimentación del proceso para tomar acciones correctivas y enmendar aquellos errores que se cometieron durante el proceso de resolución del problema, además, permiten al estudiante darse cuenta de sus propias posibilidades en el aprendizaje. Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia (Tamayo, 2006, p. 87.)

Un elemento observado en los estudiantes al resolver el problema fue la sensación de satisfacción de haber terminado, sin que ello implicara que el problema quedara bien hecho o no. Con respecto a este aspecto se puede decir, que además de ser una acción clasificada dentro de las funciones de evaluación, en ocasiones cumplió el papel de estrategia de control y monitoreo. Esto, ocurría justo al preguntar: *¿La respuesta que encontraste corresponde a la pregunta*

*inicial?* Se abrió un espacio de reflexión en el l que le permitió al estudiante devolverse sobre lo que ya había hecho y revisar si efectivamente había encontrado o no una solución que satisficiera las condiciones del problema.

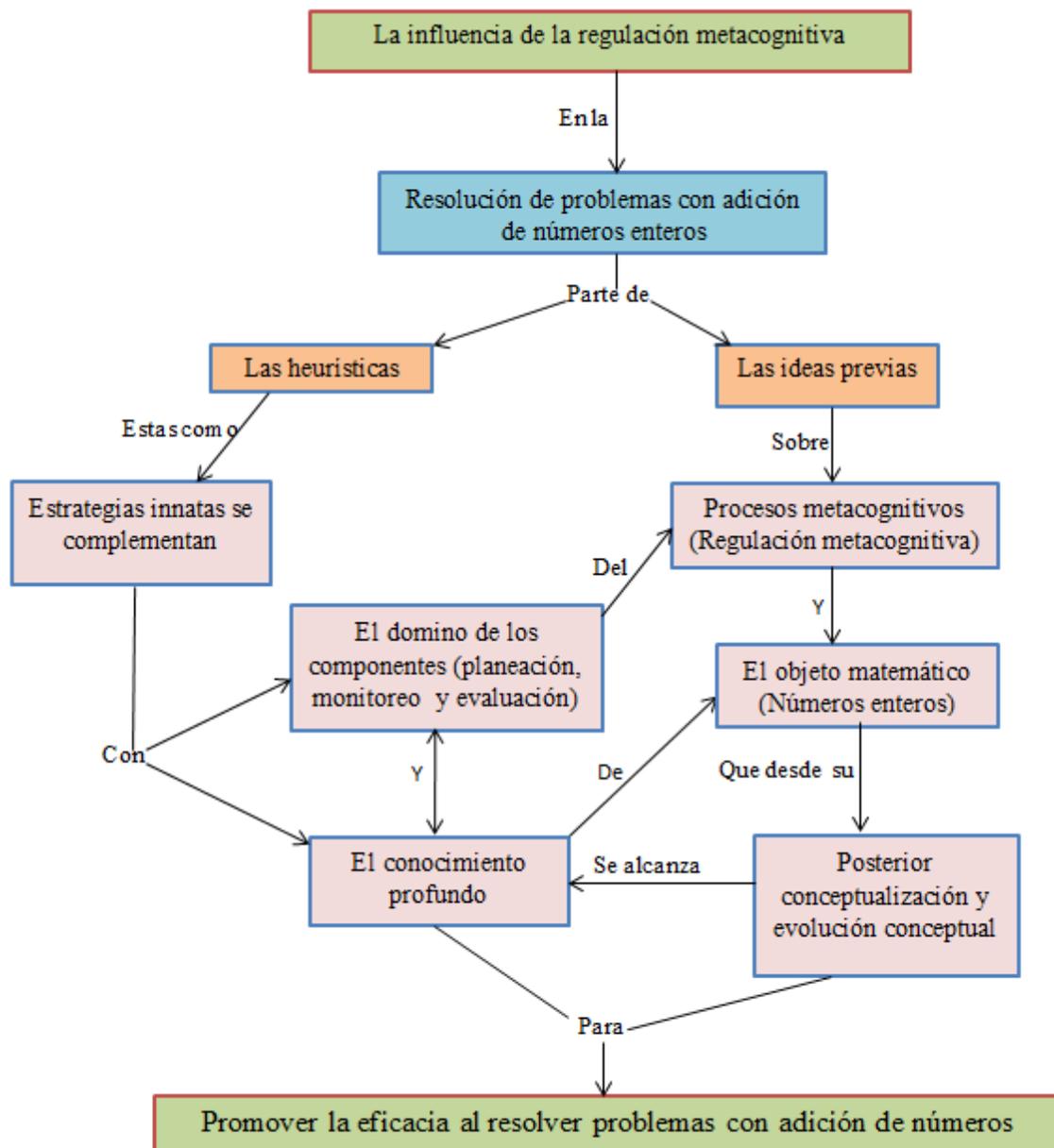


Figura 8. Mapa conceptual: Una perspectiva que desde el análisis, ilustra los resultados de la investigación

## 6. CONCLUSIONES

### 6.1 Conclusión general

Con base a los resultados obtenidos en la investigación “Influencia de la Regulación Metacognitiva en la Resolución de Problemas con Adición de Números Enteros” se concluye que la regulación metacognitiva es una estrategia valiosa en los procesos de enseñanza y aprendizaje y desde la didáctica de las Ciencias incide favorablemente en la adquisición de conocimiento, la comprensión de sus propios procesos, la retención de lo que aprende y el control o regulación de su propio aprendizaje.

La importancia de la metacognición para la educación, radica en que todo estudiante es un aprendiz, que se enfrenta constantemente a la ejecución y resolución de tareas o problemas. Bajo estas condiciones, lograr que los alumnos aprendan a aprender de forma autónoma y autorregulada se convierte en una necesidad, ya que uno de los principales objetivos de la escuela, es la de ayudar a los alumnos a convertirse en aprendices autónomos.

La incidencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas, se refleja directamente con la eficacia del aprendizaje, es decir en la forma como el estudiante planea, monitorea y evalúa lo que aprende. De igual forma la regulación metacognitiva incide en cómo el estudiante reflexiona críticamente frente al diseño de estrategias, el seguimiento de sus propios procesos cognitivos y la forma cómo evalúa lo que hizo, a partir de la retroalimentación de sus

errores, equivocaciones o dificultades que él detectó, frente a la resolución de problemas con la adición de números enteros. Esta autorreflexión da pie a que el educando reconstruya su propio funcionamiento cognitivo.

Por otro lado, los resultados obtenidos en ésta investigación son un valioso aporte en el campo de la educación, que incidió, no solo en brindar un espacio de reflexión y auto regulación en los procesos de aprendizaje de los educandos sino también, su incidencia se reflejó en alcanzar una experiencia pedagógica más enriquecedora, que invita a la comunidad educativa a transformar las prácticas en el aula de clases, profundizando en la teoría desde la práctica diaria, para así transformar nuestro ejercicio como maestros en beneficio de los niñas y niñas de nuestro Municipio.

## **6.2 Conclusiones concernientes a la metodología**

- La etnografía en el campo educativo, es una herramienta valiosa para la investigación y la práctica educativa, esta metodología es muy útil en la identificación, análisis y solución de múltiples problemas dentro del aula de clases. Su relevancia radica en que facilita al futuro investigador, fijar su interés en problemas reales, basados en el comportamiento, las necesidades, las creencias, los valores e intereses de una población de estudiantes objeto de estudio, durante un determinado tiempo. Con dicha metodología se pudo establecer un momento inicial y uno final para comparar un antes y un después y así, medir la evolución de los estudiantes al utilizar la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con la adición de números enteros.

- La incorporación de la Unidad Didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje, es una estrategia metodológica y didáctica de trascendental importancia para la práctica del maestro, su diseño, organización, estructura, aplicación y evaluación de actividades están orientadas a menguar una situación problema, de acuerdo a las necesidades e intereses de aprendizaje de los educandos. Para facilitar el abordaje del objeto de estudio “Números Enteros” fue necesario fraccionar la Unidad Didáctica en tres momentos atendiendo la perspectiva de la UAM y conforme a las orientaciones académicas durante el transcurso de cada uno de los módulos de la Maestría; Momento de Desubicación, momento de Ubicación y momento de Reenfoque. De esta forma, fue posible aplicar las actividades y medir la evolución conceptual de los educandos conforme a los objetivos planteados para cada momento atendiendo de la Unidad Didáctica y a las actividades de evaluación.

- A partir de los resultados obtenidos en este proceso investigativo se estudia la necesidad de incorporar dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, estrategias didácticas, pedagógicas y metodológicas que permitan desarrollar proceso de regulación metacognitiva, pues está claro, que su naturaleza autoreflexiva y autorreguladora, permite crear un grado de conciencia en los estudiantes no solo sobre la tarea o problema que están solucionando sino sobre sus propias capacidades, conocimientos y sus mismos procesos de aprendizaje.

### **6.3 Conclusiones concernientes al proceso de regulación metacognitiva**

- Existe una relación estrecha entre el conocimiento previo y domino de contenido en el uso de la regulación metacognitiva, cuando se resuelve un problema matemático. El éxito en la

resolución de problemas, está estrechamente relacionada con la conceptualización adecuada del objeto matemático. Sin embargo, esto no significa que aquellos estudiantes que no logran resolver un problema no sean metacognitivos o no tengan control de sus propios procesos.

- Que los estudiantes incorporen la regulación metacognitiva específicamente la planeación de estrategias y monitoreo de las mismas, tiene un gran impacto en el momento de abordar un problema matemático, pues el hecho de que se pueda anticipar antes y replantear durante genera una gran posibilidad de éxito y eficacia a la hora de resolverlo.

- Se confirma la teoría de Schoenfeld donde plantea que las heurísticas no son suficientes para resolver un problema puesto que cada problema necesita una heurística específica y que por lo tanto además de tener unos conocimientos puntuales sobre el objeto matemático, el estudiante debe ser metacognitivo, en este sentido, dentro de la resolución de problemas con la adición de números enteros la regulación metacognitiva entra a jugar papel preponderante pues no solo lleva al estudiante a tener un grado de conciencia sobre cómo va a resolver el problema (planeación), si está bien lo que está haciendo y replantear (monitoreo) si fue efectivo al hacerlo (evaluación) y además reflexionar si está en la capacidad de resolverlo (conocimiento).

- Para que el proceso de regulación metacognitiva sea eficaz a la hora de resolver un problema matemático, debe existir una relación estrecha entre sus tres componentes, es decir el estudiante debe tener un amplio conocimiento de estas. Este propósito se evidencia cuando el alumno hace un uso efectivo tanto de la planeación de estrategias, como del monitoreo y

evaluación de las mismas. Esta perspectiva conlleva a que el estudiante pueda abordar el problema teniendo un conocimiento del mismo, pudiendo con ello determinar que estrategias y pasos debe seguir, cómo y en qué momento debe replantear dichas estrategias y que aspectos debe mejorar en el momento de evaluar, en este sentido el éxito en la resolución de problemas con la adición de números enteros, está sujeto a que el estudiante los aplique correctamente, ya que al hacer uso de la regulación metacognitiva cada componente necesita de otro para que sea funcional.

- En suma, existe una estrecha relación entre la resolución de problemas y el uso de la regulación metacognitiva, su aplicación se promueve desde la Psicología Cognitiva y la Didáctica de las Ciencias, para comprender la forma como el educando aprende y toma consciencia de sus propios procesos cognitivos, favoreciendo la formación de estudiantes más reflexivos y autónomos, capaces de asumir de manera responsable su propio aprendizaje; lo cual constituye un valioso aporte educativo que bien vale la pena darle continuidad y profundidad, con la finalidad de rescatar y reeducar la regulación metacognitiva como una habilidad innata de ser humano.

#### **6.4 Conclusiones concernientes a la relación existente entre el desempeño académico y tendencias metacognitivas**

- Desde una perspectiva en la que el rendimiento académico determina la calidad educativa, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en este proceso investigativo, se puede decir que la regulación metacognitiva, tomada como una estrategia de enseñanza aprendizaje, es

una alternativa viable para alcanzar el conocimiento profundo y por ende el buen rendimiento académico, puesto que permite desarrollar en los alumnos una autonomía intelectual, sobre la premisa de que permite una enseñanza que potencia la conciencia sobre cada uno de los procesos cognitivos de los niños y niñas, autorregulándolos y conduciéndolos a aprender a aprender, es decir que de manera autónoma puedan autodirigir su propio aprendizaje y contextualizarlo de acuerdo a la necesidad que se le presente.

- Resolver problemas con adición de números enteros haciendo uso de la regulación metacognitiva, es una buena posibilidad para establecer que este proceso metacognitivo permite mejorar sustancialmente el rendimiento académico de los estudiantes y por ende el desarrollo de las habilidades metacognitivas, puesto que, los alumnos tienen mayor eficacia en el momento de resolverlos, demostrando un manejo adecuado del conocimiento puntal que deben aplicar, así mismo de las distintas estrategias que permitieron abordarlo, promoviendo con ello no solo el desarrollo del pensamiento, sino que lleva al alumno a ser auto crítico, auto reflexivo, capaz de reconocer sus fortalezas, debilidades ajustándolas de acuerdo a las necesidades de aprendizaje, pudiendo con ello aprender de sus aciertos y de sus desaciertos

- Al culminar la aplicación de la Unidad Didáctica durante el periodo de las 5 semanas, se evidenció que los estudiantes adquirieron y desarrollaron elementos de regulación metacognitiva a la hora de resolver un problema matemático con la adición de números enteros, esta metodología les permitió plantear mejor la o las estrategias para abordar un problema, de igual forma los estudiantes aprendieron y reconocieron la importancia de realizar un monitoreo o seguimiento a los procedimientos realizados, con la intención de reconocerlos y realizar las

correcciones necesarias sobre la marcha y finalmente la evaluación al finalizar una tarea o resolver un problema conllevó a que los estudiantes valoraran sus esfuerzos a la hora de resolver un problema y realizar ajustes o la resignificación de la estrategia o procedimientos utilizados para abordar un problema.

- Finalizado el estudio los estudiantes se entrenaron en una metodología para resolver un problema o una tarea a partir de las heurísticas o procedimientos innatos que poseen los estudiantes sin previa instrucción, hasta adquirir una nueva estrategia: la regulación metacognitiva, para afrontar de manera autónoma e independiente una situación problema, atendiendo a que la heurística inicial teniendo en cuenta la complejidad del problema necesitaba ser resignificada.

## **6.5 Comentarios finales**

Uno de los resultados obtenidos referente a la incorporación de la regulación metacognitiva, tiene que ver con las dificultades en relación al proceso de aprendizaje de algunos estudiantes, puesto que no alcanzaron los objetivos propuestos para cada uno de los momentos de la Unidad Didáctica, debido a que cada estudiante es un Universo y por ende su forma de aprender está directamente relacionada con diferentes factores como: la metodología del docente y aquellos factores emotivo afectivos y cognitivos que influyen en los ritmos y tiempos de aprendizajes, ya que no todos los estudiantes aprenden de la misma forma y al mismo tiempo, de esta manera se pudo determinar dentro de éste grupo un estilo de aprendizaje lento, sin embargo gracias a la mediación del docente fue posible que los estudiantes en mención

alcanzaran un nivel de desempeño básico que les permitió hacer uso del proceso de regulación metacognitiva sin tener éxito en la resolución de problemas, pero que al final les ayudo a tener cierto grado de conciencia sobre las dificultades existentes en el momento de abordar un problema matemático.

## 7. RECOMENDACIONES

Una de las posibilidades que tiene el maestro para alcanzar el aprendizaje profundo en los estudiantes, es desarrollar y promover estrategias didácticas y pedagógicas que permitan el desarrollo del pensamiento, pues de esta manera los estudiantes podrán ser críticos y reflexivos sobre sus propios procesos de aprendizaje y sus avances en función de lo que está aprendiendo, cómo lo está aprendiendo y como se lo están enseñando.

Con respecto a los resultados de esta investigación, el hecho de que se incorpore la regulación metacognitiva dentro del proceso de resolución de problemas con la adición de números enteros, da grandes indicios sobre la pertinencia e incidencia de este proceso metacognitivo en cuanto al desarrollo del pensamiento y la autonomía intelectual. Por esta razón es pertinente que los maestros dentro de su práctica educativa, incorporen no solo este proceso metacognitivo sino también la enseñanza a través de la resolución de problemas, pues, desde el hecho que el estudiante debe aplicar lo que ha aprendido, es decir su conocimiento, a largo plazo puede tener un impacto positivo que redundara en mejores resultados en cuanto al alcance del aprendizaje profundo y porque no en calidad educativa.

Sin duda la regulación metacognitiva dentro de la resolución de problemas cumple un papel preponderante, debido a que lleva al estudiante a anticiparse, autorregularse y a optimizar su propio aprendizaje, pero hay que tener en cuenta que para que la regulación metacognitiva sea

funcional en la resolución de problemas siempre debe haber una conceptualización adecuada y profunda del objeto matemático o saber puntual que se va a aplicar para resolverlo.

Es necesario, que los maestros dentro de su práctica en el aula dejen atrás la visión tradicional en cuanto a la resolución de problemas, donde solo se busca la solución del mismo, es decir encontrar una respuesta sea correcta o incorrecta sin importar como lo haga, la idea es que esta perspectiva cambie. En ese sentido el desarrollo e incorporación de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros ha dado grandes indicios de que esta creencia puede evolucionar. Por lo tanto es necesario que los educadores en el momento de proponer como estrategia didáctica de enseñanza aprendizaje la resolución de problemas, deben hacerlo con la intención de promover de manera implícita o explícita que los estudiantes desarrollen un estado de conciencia que los lleve a reflexionar, indagar, proponer, planear, plantear, replantear y evaluar sus avances y retrocesos a la hora de resolver un problema matemático.

Uno de los componentes de la regulación metacognitiva en donde los estudiantes mostraron mayor dificultad a la hora de ponerlo en práctica en la resolución de problemas con adición números enteros, tienen que ver con la planeación de estrategias, siendo este el primer paso dentro del proceso de regulación metacognitiva y con el propósito de que los dos componentes restantes funcionen (monitoreo y evaluación) se debe promover procesos metodológicos que permitan el diseño y aplicación de instrumentos y actividades que ayuden al maestro a recolectar los datos necesarios que permitan establecer cuáles son las causas que lo

originan y así tener una perspectiva más amplia en cuanto a las acciones de intervención para mejorarlos.

Se deben hacer ajustes a los instrumentos aplicados en la Unidad didáctica, de tal forma que las actividades se acomoden a las necesidades y realidades del contexto. Esto con el objeto de flexibilizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, en donde el uso de la regulación metacognitiva promueva el trabajo autónomo e independiente de los educandos.

Con relación a los resultados obtenidos, frutos de esta investigación, sería pertinente proponer en la Institución donde se aplicó la investigación, la incorporación de la regulación metacognitiva como estrategia didáctica en el currículo, y sobre todo plantear la orientación de los procesos de enseñanza en base a la resolución de problemas. De esta forma, se articularía la formación de los estudiantes con el modelo pedagógico de la Institución en aras de obtener mejores resultados en las pruebas de evaluación interna y externa.

Es importante también, propiciar espacios de investigación, que permitan la identificación de obstáculos y dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje y a partir de ese momento ajustar la enseñanza de acuerdo a las necesidades e intereses de los estudiantes.

## REFERENCIAS

- Acosta, M. (2009). Habilidades metacognoscitivas adquiridas y desarrolladas por estudiantes de educación en la resolución de problemas matemáticos empleando mapas conceptuales y V de Gowin.
- Agudelo, G., Quintero, V. & Restrepo, A. (2008). *Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos*. Disponible en <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/990/1/3722107A282.pdf> (Recuperado el 7 de junio de 2016)
- Albarran, J. (2002). Aplicación de estrategias cognitivas y metacognitivas para la construcción del conocimiento de la derivada parcial.
- Ayllón, M. (2012). *Invención-resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. Disponible en [http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver\\_detalle/7474/descargar/](http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver_detalle/7474/descargar/) (Recuperado el 15 de septiembre de 2014)
- Bachelard, G. (1938). De los obstáculos epistemológicos a los conceptos estructurantes: una aproximación a la enseñanza aprendizaje de la geología.
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas el trabajo de Allan Schoenfeld*. Disponible en <file:///C:/Users/MyCompaq/Downloads/6971-9555-1-PB.pdf> (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Barrios, D. (2008). *Habilidades cognitivas y metacognitivas*. Disponible en <http://es.slideshare.net/danielb558/habilidades-cognitivas-y-metacognitivas>.
- Barro, Bravo, Campo & Fontalvo. (2011). *Desarrollo de la metacognición al resolver problemas de adicción de números enteros*. Disponible en [file:///C:/Users/SAMSUNG%20EXITO/Downloads/1796-6459-1-PB%20\(3\).pdf](file:///C:/Users/SAMSUNG%20EXITO/Downloads/1796-6459-1-PB%20(3).pdf) (Recuperado el 25 de septiembre de 2014)
- Buitrago, S. & García, L. (2012). *Proceso de regulación metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/181/1/PROCESOS%20DE%20REGULACION%20METACOGNITIVA%20EN%20LA%20RESOLUCION%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS%20SMBM.pdf> (Recuperado el 20 de octubre de 2014)
- Camacho, M. & Santos, M. (2004). *La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Disponible en [www.sinewton.org/números/números/58/Articulo03.pdf](http://www.sinewton.org/números/números/58/Articulo03.pdf) (Recuperado 06 de noviembre de 2015)

- Campanario & Otero. (2000). *Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias*. Disponible en <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/21652../21486> (Recuperado el 14 de mayo de 2015)
- Carrillo B. (2009). *Dificultades en el aprendizaje matemático, revista digital innovación y experiencias educativas*. Disponible en [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_16/BEATRIZ\\_CARRILLO\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf) (Recuperado 03 de agosto de 2014)
- Cid, E. (2000). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Disponible en <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf> (Recuperado el 21 octubre de 2015)
- Cruz, S. (2006). *Competencias matemáticas básicas que muestran estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas que involucran análisis y toma de decisiones*. Disponible en <http://200.23.113.59/pdf/22807.pdf> (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Chavarría, J. & Alfaro, C. (2002). *Resolución de problemas según Pólya y Schoenfeld*. Disponible en <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/memorias/4toCIEMAC/Ponencias/Resoluciondeproblemas.pdf> (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Dávila, A y Velasco, L. (2009). *Un acercamiento a la comprensión de la habilidad de planeación en niños, cuando se enfrentan a la solución de problemas*. Disponible en <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/648/1/Tesis%20Alba%20Davila%20y%20Luz%20A.%20Velasco.pdf> (Recuperado el 15 de agosto de 2014)
- Diez, E. (1995). *Diseño de unidades didácticas*. Disponible en <http://educar.unileon.es/Didactic/UD.htm#elementos> (Recuperado el 12 de mayo de 2015)
- Doménech, M. (2004). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas*. Disponible en [www.tdx.cat/bitstream/10803/8958/1/TesiintelimetacMontseDomenechp.pdf](http://www.tdx.cat/bitstream/10803/8958/1/TesiintelimetacMontseDomenechp.pdf) (Recuperado el 12 de enero de 2015).
- Escudero, M. (1999). *Resolución de problemas matemáticos*. Disponible en <file:///C:/Users/MyCompaq/Documents/INVESTIGACION%202015%20TERCER%20SEMESTRE/Proyecto%20evaluadores/resolucion%20de%20problemas%20matematicos%20v1.pdf> (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Folgueira. (2009). *Métodos y técnicas de recogida y análisis de la información*. Disponible en [http://www.fvet.uba.ar/postgrado/especialidad/power\\_taller.pdf](http://www.fvet.uba.ar/postgrado/especialidad/power_taller.pdf) (Recuperado el 20 de junio de 2015)
- Glaeser. (1981) *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*.

- Gutiérrez, R. (2005). Fundamentos teóricos para el estudio de las estrategias cognitivas y metacognitivas.
- Hernández, S. (2011). *Unidad 3 diseño instruccional, la unidad didáctica*. Disponible en [http://cvonline.uaeh.edu.mx/Cursos/Especialidad/Sem\\_ElabProTer/U3/La%20unidad%20didactica%20o%20la%20unidad%20de%20aprendizaje.pdf](http://cvonline.uaeh.edu.mx/Cursos/Especialidad/Sem_ElabProTer/U3/La%20unidad%20didactica%20o%20la%20unidad%20de%20aprendizaje.pdf) (Recuperado 23 de abril de 2015)
- Jiménez, M (2009). *Como ser un profesor innovador*. Disponible en [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_17/MARIA%20CARMEN\\_JIMENEZ\\_GONZALEZ\\_1.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_17/MARIA%20CARMEN_JIMENEZ_GONZALEZ_1.pdf) (Recuperado el 14 de marzo de 2015)
- Limón, M. & Carretero, M. (1997). *Problemas actuales del constructivismo. De la teoría a la práctica*. Disponible en <http://www.saidem.org.ar/docs/Textos/Carretero%20M,%20Lim%20F3n%20M.%20Problemas%20actuales%20del%20constructivismo.doc> (Recuperado 23 de noviembre de 2014)
- Marins, P. (2010). *Estrategias de aprendizaje y desarrollo de la motivación: un estudio empírico con estudiantes de E/LE brasileños*. Disponible en [http://www.ugr.es/~portalin/articulos/PL\\_numero14/9%20Estrategias%20de%20aprendizaje%20y%20desarrollo%20de%20la%20motivacion\\_P%20R%20M%20Andrade.pdf](http://www.ugr.es/~portalin/articulos/PL_numero14/9%20Estrategias%20de%20aprendizaje%20y%20desarrollo%20de%20la%20motivacion_P%20R%20M%20Andrade.pdf) (Recuperado 20 de septiembre de 2014)
- MEM. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Disponible en [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf) (Recuperado el 15 de mayo de 2015)
- Murillo, J. & Martínez, C. (2010). *Investigación etnográfica*. Disponible en [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/I\\_Etnografica\\_Trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/I_Etnografica_Trabajo.pdf) (Recuperado el 23 de octubre de 2015)
- Masa, C. (2002). *Adición y sustracción. Contextos y usos de la adición y la sustracción*. Disponible en <http://personal.us.es/cmaza/maza/capitulo.PDF> (Recuperado 14 de mayo de 2015)
- Meleán, M. (2010). El discurso y las representaciones del concepto “número entero” del alumno de tercera etapa de educación básica.
- Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Derechos básicos de aprendizaje*. Disponible en [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf) (Recuperado el 03 de agosto de 2015)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Disponible en [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf) (Recuperado el 03 de agosto de 2015)

- Morales, R. (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. Disponible en <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/865/1/Informe%20final%20Raul%20Morales%20con%20toda%20la%20bibliografia%20diembre%20toda%20completa.pdf> (Recuperado el 17 de mayo de 2015)
- Nolla, N. (1997). *Etnografía: una alternativa más en la investigación pedagógica*. Disponible en [http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401432/2013\\_2/Material\\_didactico/Entografia\\_e\\_investigacion\\_pedagogica\\_R1.pdf](http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401432/2013_2/Material_didactico/Entografia_e_investigacion_pedagogica_R1.pdf) (Recuperado el 20 de junio de 2015)
- Orrego, M., López, A. & Tamayo, O. (2012). Ana Milena López Rua3 Modelos mentales y obstáculos en el aprendizaje de estudiantes universitarios sobre el sistema inmune.
- Perales, F. & Cañal de León, P. (2010). *Didáctica de las Ciencias Experimentales capítulo 10 diseño de unidades didácticas*. Disponible en <http://www.uepc.org.ar/conectate/wp-content/uploads/2015/04/EI-dise%C3%B1o-de-unidades-did%C3%A1cticas.pdf> (Recuperado el 06 junio de 2015)
- Patiño, L. (2012). *La atención de la diversidad en el contexto del aula de clases*. Disponible en [http://cedum.umanizales.edu.co/epistemologia/alternativas\\_pedagogicas\\_pasto/criterios/alternativas\\_diversidad.pdf](http://cedum.umanizales.edu.co/epistemologia/alternativas_pedagogicas_pasto/criterios/alternativas_diversidad.pdf) (Recuperado el 20 abril de 2015)
- Peñalva, M., Posadas, J. & Roig, A. (2010). *Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad*. Disponible en [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262010000300003&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262010000300003&script=sci_arttext) (Recuperado el 10 de noviembre de 2010)
- Pozo, J. I. (2006). *Teorías cognitivas del aprendizaje, facultad de psicología universidad autónoma de Madrid*. Disponible en [http://tic.uis.edu.co/ava/pluginfile.php/244259/mod\\_resource/content/2/LECTURA.%20%20TEORIA%20COGNITIVA%20PIAGET.PDF](http://tic.uis.edu.co/ava/pluginfile.php/244259/mod_resource/content/2/LECTURA.%20%20TEORIA%20COGNITIVA%20PIAGET.PDF) (Recuperado el 12 noviembre de 2014)
- Puebla, E. (2008). *Resolución de problemas en el aprendizaje desde el punto de vista de un matemático*. Disponible en [http://www.uaeh.edu.mx/investigacion/icbi/LI\\_EconomiaFinanzasMat/Barrera\\_Mora/Barrera\\_etal-2008.pdf](http://www.uaeh.edu.mx/investigacion/icbi/LI_EconomiaFinanzasMat/Barrera_Mora/Barrera_etal-2008.pdf) (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Rodríguez, M. (1991). *Las unidades didácticas y el aprendizaje del profesor*. Disponible en [http://www.quadernsdigitalis.net/datos\\_web/hemeroteca/r\\_3/nr\\_33/a\\_549/549.html](http://www.quadernsdigitalis.net/datos_web/hemeroteca/r_3/nr_33/a_549/549.html) (Recuperado el 10 marzo de 2015)
- Sánchez, G. y Valcárcel, M. (1993). *Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales*. Disponible en <file:///C:/Users/MyCompaq/Downloads/39774-93505-1-PB.pdf> (Recuperado el 03 mayo de 2015)

- Santos, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica*. Disponible en <http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf> (Recuperado el 20 de febrero de 2016)
- Santos, M. (2003). *Procesos de Transformación de Artefactos Tecnológicos en Herramientas de Resolución de Problemas Matemáticos*. Disponible en <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol110/msantos.pdf> (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Santos, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Disponible en [file:///C:/Users/MyCompaq/Documents/INVESTIGACION%202015%20TERCER%20SEM ESTRE/Proyecto%20evaluadores/resolucion%20de%20problemas%20luz%20manuel%20santos%20trigo.pdf](file:///C:/Users/MyCompaq/Documents/INVESTIGACION%202015%20TERCER%20SEM%20ESTRE/Proyecto%20evaluadores/resolucion%20de%20problemas%20luz%20manuel%20santos%20trigo.pdf) (Recuperado 06 de noviembre de 2015)
- Sales, J. (2000). *Pedro Puig Adam, Maestro*. Disponible en <http://revistasuma.es/IMG/pdf/34/009-020.pdf> (Recuperado el 23 noviembre de 2014)
- Serrado, A. & Azcárate, P. (2003). Estudio de las estructuras de las unidades didácticas en los libros de texto de matemáticas para la educación secundaria obligatoria.
- Serrado, A., Azcárate, P. & Cardeñoso, J. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: Su incidencia desde los libros de texto
- Tamayo, O. (2001). *Evolución conceptual desde una perspectiva multidimensional, aplicación al concepto de respiración*. Bellaterra España. Disponible en <http://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/4688/oeta1de3.pdf?sequence=1> (Recuperado el 21 octubre de 2015)
- Tamayo, O. (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias.
- Tamayo, O. (2006). *Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas*. Disponible en <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6085/5491> (Recuperado el 02 julio de 2015)
- Tamayo, O. Vasco, C. & otros (2013). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación, Capítulo 5: Diseño y análisis de unidades didácticas desde una perspectiva multimodal.
- Tamayo, O. (2013). *Las unidades didácticas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Educación Ambiental y Pensamiento Lógico Matemático*. Disponible en [file:///C:/Users/MyCompaq/Downloads/473-1466-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/MyCompaq/Downloads/473-1466-1-PB%20(1).pdf) (Recuperado 15 marzo de 2015)

Tárraga, R. (2008). *Relación entre rendimiento en solución de problemas y factores afectivo-motivacionales en alumnos con y sin dificultades del aprendizaje*. Disponible en [http://www.cop.es/delegaci/andocci/files/contenidos/VOL\\_26\\_1\\_11.pdf](http://www.cop.es/delegaci/andocci/files/contenidos/VOL_26_1_11.pdf) (Recuperado el 20 de junio de 2015)

Zambrano, G. (2008). *Preguntas cognitivas y metacognitivas en el aprendizaje y la generación de estrategias de resolución de problemas matemáticos*. Disponible en <http://biblioteca.uniminuto.edu/ojs/index.php/Inventum/article/viewFile/74/73> (Recuperado el 13 de marzo de 2015)

## Anexo 1. Consentimiento informado



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÜISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

El Jordán Güisia 01 de febrero de 2016

Ref. Consentimiento informado a padres de familia

El día lunes 01 de febrero de 2016 se reúnen en la institución Educativa Rural Jordán Güisia los padres de familia de los estudiantes de grado séptimo con el propósito de ser informados sobre el desarrollo y aplicación del proyecto de investigación en la línea de matemáticas titulado: “Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros” del que son responsables los docentes; Ingeniero Edwin Francisco castillo y el licenciado Wilson Alberto Gómez. Quienes seleccionaron los estudiantes de grado séptimo de esta institución como objeto de estudio. Por tal motivo se les solicita señores padres de familia su consentimiento para llevar a cabo este proceso investigativo en el que se aplicaran una serie de instrumentos para recolectar información por lo que es necesario tomar fotografías, hacer filmaciones realizar entrevistas y grabar audios con los estudiantes objeto de este estudio.

Después de haber sido informados los padres de familia aceptan y firman el presente consentimiento.

### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Nro	Nombres y apellido del estudiante	Firma del padre de familia o acudiente	Cedula
1			
2			
3			
4			
5			
6			

7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			

---

Edwin Francisco Castillo  
Responsable

---

Wilson Alberto Gómez  
Responsable

## Anexo 2. Instrumento para identificación de ideas previas sobre objeto matemático números enteros



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÚSIA



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

Lee atentamente y reflexiona sobre las siguientes preguntas luego responde.

1. ¿Consideras que solo con números naturales puedes expresar cantidades? Explica tu respuesta.

---



---



---

2. ¿Crees que es necesario utilizar otros conjuntos numéricos diferentes a los naturales para representar cantidades negativas? si\_\_\_ no\_\_\_ explica tu respuesta

---



---



---

3. ¿Cuándo es necesario utilizar el conjunto de los números enteros? Explica tu respuesta.

---



---



---

4. ¿Consideras que es más fácil entender y poner en práctica lo que has aprendido sobre el conjunto de los números naturales que el de los números enteros? Explica tu respuesta.

---



---



---

5. ¿Crees que con el conjunto de los números naturales se pueden representar cantidades negativas?

---



---



---

6. ¿Por qué se puede considerar que los números enteros son una extensión de los números naturales? Explica tu respuesta

---



---



---

7. ¿Consideras necesario hacer uso de los números enteros para representar por ejemplo temperaturas bajo cero, la profundidad del mar o las deudas? Explica tu respuesta.

---

---

---

8. ¿Es fácil encontrar el sentido de una expresión negativa cuando se está usando para representar una situación matemática del contexto? Explica tu respuesta.

---

---

---

9. ¿Al sumar dos cantidades negativas el producto es otra cantidad negativa? si \_\_\_ no \_\_\_ explica tu respuesta.

---

---

---

10. ¿Es importante saber sumar cantidades negativas? si \_\_\_ no \_\_\_ explica tu respuesta.

---

---

---

11. ¿En la recta numérica un número negativo que esté cerca al cero es mayor que cualquier otro número negativo? si \_\_\_ no \_\_\_ explica tu respuesta.

---

---

---

12. ¿En el conjunto de los números enteros se tiene en cuenta el cero? si \_\_\_ no \_\_\_ explica tu respuesta

---

---

---

13. Cuando escuchas la frase “números enteros”, ¿a qué crees que hace referencia? Explica tu respuesta.

---

---

---

14. Al resolver la siguiente operación con números enteros  $27 + (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$  ¿Qué proceso debes seguir? explica tu respuesta.

---

---

---

15. Al resolver la siguiente operación con números enteros  $-27 + (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$  ¿Qué proceso debes seguir? explica tu respuesta.

---

---

---

### Anexo 3. Instrumento para la identificación de Ideas previas sobre regulación metacognitiva: juego de roles “periodista- entrevistado”



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÜISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

La intención de esta actividad consiste en identificar si los niños y niñas de grado 7° utilizan elementos de la regulación metacognitiva cuando resuelve el problema. Antes de poder darle solución al problema los estudiantes deberán tomar algunos roles para poder dinamizar el desarrollo de la actividad y salir del proceso monótono y estático de las clases tradicionalistas. En ese sentido, al ir resolviendo el problema jugarán al periodista y entrevistado, el estudiante que decida ser el periodista llevará al salón de clases un celular en el que se grabe en audio o video las respuestas a una serie de preguntas metacognitivas referentes al desarrollo y resolución del problema. El estudiante periodista les hará a sus compañeros las preguntas ellos de manera verbal las responderán, en ese caso no será necesario que los alumnos escriban en el cuaderno las respuestas a las preguntas ya que quedarán grabadas sus apreciaciones en el audio o video.

A continuación se presentan las preguntas que utilizará el periodista a la hora de entrevistar.

13. ¿Qué debes hacer para resolver el problema? ¿Explica tu respuesta?
14. ¿Puedes mostrar cómo vas a resolver el problema? ¿Explica tu respuesta?
15. ¿Tiene sentido lo que estoy haciendo? ¿Por qué?

16. ¿Lo estás haciendo bien? ¿Explica tu respuesta?
17. ¿Cómo lo estás verificando? ¿Explica tu respuesta?
18. ¿Estoy verificando si lo que hago está bien? Si\_\_\_ no\_\_\_ ¿por qué?
19. ¿Cómo sabes que la respuesta es la correcta? ¿Explica tu respuesta?
20. ¿Cómo verificas que lo que estabas haciendo está bien? ¿Explica tu respuesta?
21. ¿Cómo sabes que esa es la respuesta correcta? ¿Explica tu respuesta?
22. ¿Debes cambiar la estrategia utilizada para resolver el problema? Si\_\_\_ no\_\_\_ ¿por qué?
23. ¿Qué necesitabas saber para resolver el problema? ¿Explica tu respuesta
24. ¿Consideras que la respuesta encontrada es la correcta? ¿Explica tu respuesta
25. ¿Si tienes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, menciona cuales son las causas y qué recomendaciones harías para mejorar tu aprendizaje?

#### Anexo 4. Instrumento para la identificación de heurísticas en la resolución de problemas



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÚISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

Para el desarrollo de ésta actividad, se requiere que los estudiantes lean atentamente reflexionen y respondan cada una de las interrogantes planteadas en el siguiente cuestionario:

1. ¿Cuál es la mejor manera de solucionar un problema? ¿crees que es necesario hacer ensayos hasta encontrar la respuesta? Explica tu respuesta.

---



---



---

2. ¿Qué procedimiento realizaste para resolver el problema? Explica tu respuesta

---



---



---

3. ¿Crees que las matemáticas, te pueden ayudar a resolver problemas dentro y fuera de la escuela? Sí\_\_ No\_\_ ¿por qué?

---



---



---

4. ¿Si tienes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, menciona cuales son las causas y qué recomendaciones harías para mejorar tu aprendizaje?

---



---



---

5. ¿Consideras necesario aprender a resolver problemas? Sí\_\_\_ o No\_\_\_ ¿Por qué?

---



---



---

6. Cuando te enfrentas a un problema, ¿piensas en lo difícil que puede ser resolverlo? Explica tu respuesta.

---



---



---

7. Cuando resuelves un problema ¿utilizas algún tipo de dibujos o esquema para representar un bosquejo de la situación planteada? Si \_\_\_ No \_\_\_. ¿Porque?

---

---

8. ¿El procedimiento empleado para solucionar los dos primeros problemas funciona para resolver los dos últimos problemas? Si \_\_\_ no \_\_ ¿por qué?

---

---

---

## Anexo 5. Instrumento para determinar el grado de conceptualización de la regulación metacognitiva, cuestionario de validación



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÜISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

Esta actividad se realiza teniendo en cuenta el desarrollo de los problemas plantados en las actividades que se establecieron en la unidad didáctica.

### Planeación de estrategias

1. ¿Crees que leyendo detenidamente el problema, te ayudo a comprender la información que aporta y solicita para resolverlo?

---



---

2. ¿Qué pasos realizaste para resolver el problema? Y ¿por qué?

---



---

3. ¿Qué estrategias utilizaste para resolver el problema? Explica los pasos

---



---

4. ¿Es necesario hacer un plan para solucionar el problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?

---



---

### Monitoreo y control de estrategias

5. ¿Crees que es necesario mejorar o cambiar alguna estrategia? Si \_\_\_ no \_\_\_ ¿Por qué?

---



---

6. ¿Cuál fue la razón por la cual se presentaron dificultades durante la resolución del problema? Explica tu respuesta.

- 
- 
7. ¿Si la estrategia diseñada no fue efectiva consideras que es necesario diseñar una nueva estrategia? Explica tu respuesta.

### **Evaluación**

8. ¿tuvo éxito en la solución del problema? Sí \_\_\_ No ¿Por qué?

---



---

9. ¿Crees que sin elaborar un plan para resolver el problema puedes ser igual de eficaz que si lo haces? Si \_\_\_ no \_\_\_ ¿Por qué?

---



---

10. ¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia? Explica tu respuesta

---



---

11. ¿Las estrategias establecidas fueron suficientes para solucionar el problema? Si\_ No\_. ¿Por qué?

---



---

12. ¿Cuál consideras que fue el principal obstáculo que se te presentó al resolver la tarea? Explica tu respuesta.

---



---

13. ¿La estrategia que utilizaste fue efectiva en la solución del problema? Si \_\_\_ no \_\_\_ ¿Por qué?

---



---

14. ¿Por qué razón crees que se tuvo más dificultades para solucionar el problema cuando no se plantea una estrategia? Explica tu respuesta.

---



---

## Anexo 6. Protocolo de diario de campo



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÜISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

**Observadores:** docentes Wilson Gómez y Edwin Castillo

**Fecha:** \_\_\_\_\_ **Hora de inicio:** \_\_\_\_\_ **Hora final:** \_\_\_\_\_

**Lugar:** INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL EL JORDÁN GÜISIA

**Actores:** Estudiantes de grado séptimo

**Actividad:** \_\_\_\_\_

**Categoría** \_\_\_\_\_ **sub categoría** \_\_\_\_\_

### I. DESCRIPTORES

DESCRIPCIÓN	COMENTARIOS DEL OBSERVADOR	CRUCE DE DATOS (ANÁLISIS INICIAL)
El observador describe lo que observa cuando los estudiantes desarrollan la actividad, sus gestos, actitudes, comportamientos, interésese, percepciones, participaciones, comentarios, es decir se plasma todo lo que sucede en el aula de clases.	En este espacio el observador plasma sus comentarios acerca de lo que ha observado, es decir hace una descripción del evento desde su perspectiva relacionando los datos obtenidos con las categorías o subcategorías que se quieren desarrollar con la actividad y de la que se quieren tomar datos	En este espacio se plasma la información que se obtuvo y que se la relaciona con la categoría o categorías emergentes que se quieren desarrollar y analizar a partir de los datos obtenidos.

## Anexo 7. Protocolo de entrevista: validación de la información



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL JORDÁN GÜISIA**



*Proyecto de investigación*

*Influencia de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas con adición de números enteros*

**Entrevistadores:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_ **Hora de inicio:** \_\_\_\_\_ **Hora final:** \_\_\_\_\_

**Lugar:** INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL EL JORDÁN GÜISIA

**Actores:** Estudiantes de grado séptimo

**Actividad:** \_\_\_\_\_

<b>Categoría</b>	<b>Categorías emergentes</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Comentarios desde la perspectiva del investigador.</b>	<b>Posturas desde los referentes teóricos.</b>
En este espacio se escribe el nombre de la categoría de la que se quiere obtener datos	Se diseña el instrumento con las preguntas de acuerdo a las categorías y categorías emergentes de las que se quiere recopilar información.	Se transcribe la información recolectada, es decir las respuestas que los estudiantes dieron en el momento de hacer la entrevista.	El investigador consigna desde su perspectiva lo que emerge o interpreta de la información encontrada sobre la categoría y categoría emergente.	Se consigna la postura de algunos referentes teóricos que fundamentan el marco conceptual del presente estudio y que ayudara a la posterior interpretación de los datos por cada subcategoría.
Categoría				
Categoría				