



AFRONTAMIENTO PSICOLÓGICO EN EL SIGLO XXI

CLASES CON SENTIDO. EL HUMOR EN EL AULA

M^a Inmaculada Fernández Andrés

Ayudante Doctor. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Universitat de València.

Raúl Tárraga Mínguez

Ayudante Doctor. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Universitat de València.

Carla Colomer Diago

Personal Investigador en Formación. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Universitat de València.

Fecha de recepción: 4 de febrero de 2012

Fecha de admisión: 15 de marzo de 2012

RESUMEN

Introducción. La Resolución de Problemas Matemáticos es una actividad compleja en la que intervienen diferentes procesos cognitivos y metacognitivos. **Objetivo.** Estudiar cuáles de estos procesos están más relacionados con la Resolución de Problemas Matemáticos así como averiguar qué variable predice mejor la capacidad para resolver problemas. **Muestra.** Participaron en la investigación 82 estudiantes de tercero de Primaria de 8 años de edad. Se evaluó la Inteligencia, la Memoria de trabajo, la memoria a corto plazo, la Comprensión Lectora, las Operaciones Aritméticas y la Resolución de Problemas Matemáticos. **Análisis.** Se realizaron correlaciones entre las variables analizadas y análisis de regresión. **Resultados.** Los análisis de regresión mostraron que el mejor conocimiento de las operaciones aritméticas es el mejor predictor en la resolución de problemas matemáticos. Consideramos que a partir de este resultado cabe investigar las vías a través de las cuáles podríamos canalizar un entrenamiento en habilidades de cálculo y comprensión del significado de las operaciones para que influya positivamente en el rendimiento en la resolución de problemas de matemáticas en Educación Primaria.

Palabras Clave: Dificultades de aprendizaje, Comprensión lectora, Memoria de trabajo, Operaciones aritméticas, Resolución de problemas matemáticos.

ABSTRACT

Introduction. Mathematical problem solving is a complex activity that involves several cognitive and metacognitive processes. **Aim.** To study which of these processes are more related to mathematical problem solving and find out which one predicts the ability to solve problems. **Participants.**



CLASES CON SENTIDO. EL HUMOR EN EL AULA

Eighty-two children third grade children participated in the study. We assessed the intelligence, working memory, short-term memory, reading comprehension, arithmetic and mathematical problem solving. Analysis. Correlation coefficients and regression analysis were calculated. Results. Regression analysis showed that arithmetic was the best predictor of mathematical problem solving. These results suggest the importance of studying the pathways through which training on calculation skills and meaning operation comprehension could improve mathematical problem solving performance in elementary education.

Keywords: Arithmetic, Learning disabilities, Mathematical problem solving, Reading comprehension, Working memory.

INTRODUCCIÓN

Al igual que la mayoría de tareas cognitivas complejas que realizamos los humanos, la solución de problemas matemáticos constituye un proceso de pensamiento fruto de la conjunción de varios procesos cognitivos de carácter más básico, que se concatenan unos con otros conformando en suma los procesos psicológicos complejos.

En el marco de la psicología cognitiva se han elaborado diferentes procedimientos para inferir los procesos cognitivos que subyacen a la conducta humana, entre las que destacan las técnicas de simulación por ordenador, los protocolos de pensamiento en voz alta y los procedimientos de recuerdo inducido.

Específicamente en el campo de la solución de problemas matemáticos, los investigadores han ideado formas muy dispares para inferir los procesos cognitivos que subyacen a los procedimientos de solución de problemas. Así, se ha comparado los procesos de solución de problemas de alumnos expertos e inexpertos (Montague, y Van Garderen, 2003); se ha grabado a alumnos mientras están resolviendo problemas y después les han enseñado la grabación pidiéndoles que recuerden qué procedimiento estaban siguiendo en cada caso (Montague, y Applegate, 1993); También se han elaborado instrumentos de evaluación de habilidades cognitivas y metacognitivas a modo de entrevista como el Mathematical Problem Solving Assessment (MPSA), (Montague, 2003), o a modo de pruebas de rendimiento como el Test di Soluzione di Problemi Matematici (Lucangeli, Tressoldi, y Cendron, 1998a).

Los resultados obtenidos a través de estos procedimientos han dado lugar a la formulación de diferentes modelos de procesos cognitivos que subyacen a la solución de problemas matemáticos.

Estos modelos se iniciaron con las aportaciones de Polya en la década de los 40 del S. XX, quien propuso un primer intento de descripción de los procesos que los alumnos realizan al resolver problemas basado en la distinción de 4 fases: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan, y visión retrospectiva (Polya, 1986). Posteriormente, en la década de los 70, Mayer retomó la descripción de Polya matizándola para diferenciar 4 fases en la solución de problemas: comprensión del problema, integración de la información, planificación y supervisión, y ejecución del plan (Mayer, 2002). Por último, Lucangeli y colaboradores han formulado un modelo ecléctico en el que tratan de recoger las conclusiones de las investigaciones previas disponibles en la literatura (Lucangeli, Tressoldi y Cendron, 1998b).

Paralelamente a estos esfuerzos, otros trabajos han tratado de evaluar diferentes constructos relacionados con la solución de problemas matemáticos, para tratar de identificar cuáles de estos constructos son relevantes para la solución de problemas, añadir luz sobre las formas en que resolvemos problemas matemáticos y ayudar así a diseñar procedimientos de enseñanza más eficaces y estrategias de recuperación más acertadas para los estudiantes con dificultades específicas en el aprendizaje de la solución de problemas.



AFRONTAMIENTO PSICOLÓGICO EN EL SIGLO XXI

Algunos de los constructos que más se han relacionado con la solución de problemas matemáticos son la memoria a corto plazo, la memoria de trabajo, la comprensión lectora, la corrección en el cálculo, y por supuesto, la inteligencia, como variable moduladora del resto de constructos.

Un gran número de estudios han respaldado la importancia que tiene la memoria de trabajo en el rendimiento en solución de problemas matemáticos (Swanson, Jerman y Zheng, 2008; Zheng, Swanson y Marcoulides, 2011). Swanson y Jerman (2006), realizaron un metaanálisis de 28 estudios publicados desde 1983 en los que se compara el rendimiento en tareas cognitivas de alumnos con dificultades de aprendizaje (DA) y alumnos sin DA. Dicho metaanálisis corroboró el déficit en los diferentes almacenes de memoria de los alumnos con DA, déficit que cuantifica en un tamaño del efecto de -0.70 en memoria de trabajo verbal, -0.63 en memoria de trabajo viso-espacial, y -0.07 en memoria a largo plazo. Sin embargo, los modelos lineales jerárquicos llevados a cabo por Swanson indicaron que la memoria de trabajo verbal es el único proceso cognitivo capaz de predecir el funcionamiento cognitivo general de los estudiantes con DA, una vez que se controló el efecto del resto de variables cognitivas contempladas en el metaanálisis.

En cuanto a la comprensión lectora, numerosos estudios han puesto de relieve la estrecha relación entre la capacidad para comprender los enunciados lingüísticos de los problemas, y la capacidad para resolverlos correctamente. Por ejemplo, Vilenius, Aunola y Nurmi, (2008) evaluaron la comprensión lectora y solución de problemas matemáticos de 225 estudiantes de entre 9 y 10 años, y observaron una estrecha relación entre ambas variables, incluso tras controlar el efecto de la decodificación lectora. Adicionalmente, se ha realizado una ingente cantidad de investigación para diferenciar los patrones de rendimiento en solución de problemas entre estudiantes con DA únicamente en matemáticas, como en estudiantes con DA en matemáticas y lectura, hallándose importantes diferencias en ambos grupos, presumiblemente relacionadas con la capacidad para comprender los enunciados (Fuchs y Fuchs, 2002; Jordan y Hanich, 2000).

Finalmente, multitud de estudios han tratado de valorar el impacto que la habilidad de cálculo y la inteligencia ejercen sobre la capacidad para resolver problemas. Hembree (1992), sintetizó gran parte de la investigación realizada durante el S. XX a este respecto en un metaanálisis, en el que concluyó la existencia de vínculos significativos entre medidas de habilidad en el cálculo y solución de problemas, aunque halló una correlación menos intensa entre la habilidad para solucionar problemas y las diferentes medidas de CI contempladas en el metaanálisis.

El objetivo de esta investigación es analizar de manera conjunta el efecto sobre la solución de problemas que ejercen estas variables, que de un modo u otro se han evidenciado en la investigación anterior como influyentes en la capacidad para resolver problemas matemáticos: la inteligencia, la comprensión lectora, la memoria a corto plazo, la memoria de trabajo, y la habilidad en el cálculo.

MÉTODO

Muestra

Participaron en este estudio 82 alumnos de estatus socio económico medio de 3º de Primaria procedentes de cuatro colegios del área de Valencia dos públicos y dos concertados, en el que el 58.5% eran chicos y el 41.5% eran chicas. De una muestra inicial de 99 alumnos sólo 82 aportaron la autorización paterna de consentimiento de acceder al estudio. La media de percentil de la Inteligencia (I) de los estudiantes, evaluada a través del test Raven, fue de 49.51 y su desviación típica de 29.81 (ver Tabla 1).



CLASES CON SENTIDO. EL HUMOR EN EL AULA

Tabla 1. Descriptivos de la muestra, N, percentil de inteligencia medio y edad

	N	I	Edad
Chicos	48	55.63	8
Chicas	34	40.88	8
Total	82	49.51	8

Procedimiento

Las pruebas fueron administradas por psicólogos y psicopedagogos en tres sesiones de una hora aproximadamente cada sesión, en el aula ordinaria y de manera grupal salvo las tareas de dígitos directos e inversos que se administraron en un aula aparte e individualmente.

Instrumentos de Evaluación.

Las escalas de matrices progresivas Raven Color (CPM). Realizada por Raven, en 1938, es una de las mejores pruebas que estima la capacidad deductiva y el factor "g" de la inteligencia general. Se trata de un test no verbal que contiene 36 elementos, donde el sujeto debe elegir piezas faltantes de una serie de entre 6 y 8 propuestas. Se pretende que el sujeto utilice habilidades perceptuales, de observación y razonamiento análogo para deducir el faltante en la matriz que encaje perfectamente en ambos sentidos, tanto en el horizontal como en el vertical. Se administra a niños de 4 a 9 años. La variable utilizada fue el percentil.

Prueba de problemas numérico-verbales (batería de aptitudes diferenciales y generales BADYG-E2). Esta prueba creada por Yuste (2002) mide la flexibilidad para resolver problemas numérico-verbales de sumar y restar, de respuesta abierta. Incluye 24 problemas, de los cuales 6 son problemas de cambio (p. ej.: en el parque plantan flores. Se secan 8. Compruebo que quedan 44 flores vivas. ¿Cuántas flores habían plantado?), 6 son problemas de comparación (p. ej.: en una granja hay 22 animales. En la granja de al lado hay 4 animales más. ¿Cuántos animales hay en la granja de al lado?), 6 son problemas de igualación (p. ej.: el libro de Javier tiene 32 páginas. El de Celia tiene 44 páginas. ¿Cuántas páginas más tiene el libro de Celia que el de Javier?), y 6 son problemas de combinación (p. ej.: tengo en mi jaula 18 pájaros. 6 son canarios y los demás, jilgueros. ¿Cuántos jilgueros tengo en mi jaula?). Los numerales que se utilizan no son mayores de 20. La variable utilizada en el estudio fue el número de aciertos transformado en percentiles.

Prueba aritmética (Proves psicopedagògiques d'Aprenentatges Instrumentals de Canals). La subprueba de aritmética del test de Canals (1988) es una tarea que evalúa la velocidad en la realización de operaciones aritméticas básicas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones). Presenta baremos para los 6 cursos de la Educación Primaria. La tarea consta de 4 subtests, cada uno dedicado a un tipo de operación, en el que el niño debe realizar tantas operaciones como pueda en un minuto. Debido a que se encontraron diferencias en cuanto a las operaciones aritméticas aprendidas en cada escuela, la variable que se consideró de esta tarea fue el número total de aciertos de todas las operaciones aritméticas evaluadas (suma, resta y multiplicación). La variable dependiente utilizada fue la puntuación directa, es decir, el número de operaciones realizadas correctamente.

Subtest de Dígitos del test WISC-R de Weschler (recuerdo directo). Para el estudio de la Memoria a Corto Plazo (MCP) se utilizó el subtest de Dígitos de recuerdo directo de la escala de inteligencia WISC-R (Weschler, 1980). Esta tarea consiste en que el niño debe repetir tal cual los ha escuchado una serie de números que el experimentador lee al niño. Las series de números se distribuyen en 7 niveles de dificultad, la cantidad oscila entre 3 y 9 dígitos. Cada nivel cuenta con dos ensayos. La tarea finaliza cuando el niño falla los dos ensayos de un mismo nivel. La variable dependiente de interés en esta tarea fue el número total de ensayos realizados correctamente.



AFRONTAMIENTO PSICOLÓGICO EN EL SIGLO XXI

Subtest de Dígitos del test WISC-R de Weschler (recuerdo inverso). El subtest de Dígitos Weschler (1980), requiere recuerdo inverso que se considera una medida de Memoria de Trabajo. El niño debe repetir la misma secuencia de números pero en orden inverso a las escuchadas por el examinador. La tarea consta de 7 niveles dependiendo de la cantidad de números a recordar (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Cada nivel consta de dos ensayos, y la tarea finaliza cuando el niño falla ambos intentos de un mismo nivel. La variable dependiente de interés en esta tarea fue el número total de ensayos realizados correctamente.

Sub-test de comprensión lectora. Evaluación de los Procesos Lectores (PROLEC) de Cueto, Rodríguez y Ruano (2000). Este subtest, es aplicable a alumnos de entre 1º y 4º de Primaria. Consta de 4 textos breves, dos narrativos y dos expositivos. En cada uno de los textos, los alumnos tienen que responder a cuatro preguntas de respuesta abierta, dos literales y dos inferenciales. Las preguntas se responden sin consultar el texto por tanto se distingue bien entre la comprensión y la memoria. La variable utilizada en este estudio fue el número de respuestas correctas.

Análisis

Para el análisis estadístico se utilizó el SPSS, versión 19. Los estadísticos utilizados fueron el análisis de correlaciones bi-variadas de Pearson y análisis de regresión.

Resultados

Análisis de Correlaciones. En la Tabla 2 se ofrecen los coeficientes de correlación entre las variables relativas a la Inteligencia, resolución de problemas matemáticos, operaciones aritméticas, comprensión lectora y memoria de trabajo y a corto plazo. Como se puede observar las variables como la Inteligencia ($r = .53$; $p < .01$), la Comprensión Lectora ($r = .53$; $p < .01$), las Operaciones Aritméticas ($r = .75$; $p < .01$) y la Memoria de Trabajo ($r = .57$; $p < .01$) están asociadas muy estrechamente con la medida de Resolución de Problemas Matemáticos, lo que sugiere que valoran aspectos comunes de un mismo constructo subyacente.

Tabla 2.- Correlaciones de Pearson entre las variables Inteligencia (I), Resolución de Problemas Matemáticos (RPM), Comprensión Lectora (CL), Operaciones Aritméticas (OA), Memoria a Corto Plazo (MC) y Memoria de Trabajo (MT).

	I	RPM	CL	OA	MC	MT
I	1					
RPM	.526**	1				
CL	.482**	.529**	1			
OA	.426**	.751**	.285*	1		
MC	.256*	.191	.048	.220*	1	
MT	.585**	.566**	.350**	.602**	.426**	1

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

Análisis de Regresión. A partir de los resultados estadísticamente significativos obtenidos en el análisis de correlaciones se llevaron a cabo análisis de regresión. Se valoró la contribución de la inteligencia en todos los modelos debido a que se considera un constructo fijo y se combinó una a una con las restantes variables para averiguar qué modelo predecía mejor la resolución de problemas matemáticos.

En la tabla 3, el *modelo A* muestra cómo la Inteligencia explica por sí sola el 27.7% de la varianza de la Resolución de problemas matemáticos. El *modelo A1* muestra la varianza de la Resolución de problemas matemáticos explicada por la Inteligencia ($R^2 = .28$) y la Memoria de Trabajo ($R^2 =$



CLASES CON SENTIDO. EL HUMOR EN EL AULA

.10), que en su conjunto es del 37.8%. En el *modelo A2* se introdujeron la Inteligencia y la Comprensión Lectora ($R^2 = .09$), el porcentaje de varianza explicada fue del 37.6%. Por último, al introducir las variables Inteligencia y Operaciones Aritméticas ($R^2 = .34$) el porcentaje total de varianza explicada de la Resolución de problemas matemáticos fue del 61.6%.

Tabla 3.- Análisis de regresión múltiple de predicción de Resolución de Problemas Matemáticos.

Modelo	Orden de la entrada en la regresión	R^2	Cambio de R
A	1. Inteligencia	.277	.277
A1	1. Inteligencia	.277	.277
	2. Memoria de Trabajo	.378	.101
A2	1. Inteligencia	.277	.277
	2. Comprensión lectora	.376	.099
A3	1. Inteligencia	.277	.277
	2. Operaciones Aritméticas	.616	.339

CONCLUSIONES

Los resultados de nuestro estudio muestran que la habilidad en el cálculo es un poderoso predictor del éxito en la solución de problemas matemáticos, por encima de otros factores como la comprensión lectora o la memoria de trabajo, que se han mostrado en investigaciones previas como factores estrechamente relacionados con la solución de problemas matemáticos (Fuchs y Fuchs, 2002; Jordan y Hanich, 2000; Pape, 2004).

Este resultado sugiere probablemente que la habilidad en el cálculo es un prerrequisito indispensable para la solución correcta de problemas matemáticos, dado que una buena habilidad de cálculo es necesaria para llegar a una solución correcta.

Sin embargo, también abre la puerta al diseño de nuevos programas de intervención para la mejora de la solución de problemas en los que se incluya el entrenamiento en tareas de cálculo como una parte dentro del entrenamiento en solución de problemas, no dando la capacidad de cálculo como una cuestión que se presupone a los estudiantes, sino dedicando un tiempo específico a la práctica del cálculo, dependiendo de la habilidad en estas tareas de cálculo de cada estudiante.

Un análisis de diferentes programas de entrenamiento en solución de problemas matemáticos (Jitendra, Di Pipi, y Perron-James, 2002; Montague, 1997; Maccini y Hughes, 2000), revela que, desde diferentes perspectivas, estos programas logran una mejora y un aprendizaje significativo de los procesos de solución de problemas, mediante la comprensión de los enunciados y la planificación de soluciones (entre otras estrategias), de acuerdo a los modelos de solución de problemas planteados en la introducción (Mayer, 2002; Polya, 1986). El resultado de estos programas redonda en la mejora de los procesos de solución de problemas de los estudiantes que reciben estos entrenamientos.

Sin embargo, el resultado de nuestro estudio sugiere que la habilidad en el cálculo, una cuestión tenida en cuenta únicamente de manera tangencial en los programas de intervención mencionados, está ejerciendo un importante papel en la solución de problemas matemáticos, por lo que pensamos que en muchas ocasiones estos programas deberían complementarse con pequeños módulos encaminados a practicar las habilidades de cálculo, haciendo especial hincapié en el aprendizaje conceptual de las operaciones básicas, dado que este aprendizaje profundo del concepto de las propias operaciones, puede ser el elemento que esté mediatizando la relación entre cálculo y solución de problemas.



AFRONTAMIENTO PSICOLÓGICO EN EL SIGLO XXI

Consideramos por tanto, que una de las propuestas que se derivan de nuestra investigación es la posibilidad de planificar un diseño de programas de entrenamiento en solución de problemas basado en la enseñanza conceptual de las operaciones matemáticas, con el objetivo de evaluar en qué medida la mejora de los procesos de cálculo, y el aprendizaje profundo del significado de las operaciones básicas puede contribuir a la mejora en procedimientos de solución de problemas.

BIBLIOGRAFÍA

- Canals, R. (1988). *Proves psicopedagògiques d'Aprenentatges Instrumentals*. Barcelona: Teide.
- Cuetos, F. Rodríguez, B. y Ruano, E. (2000). *Batería de Evaluación de los procesos lectores de los niños de Educación Primaria PROLEC*. Madrid: TEA.
- Fuchs, L.S., y Fuchs, D. (2002). Mathematical problem solving profiles of students with mathematics learning disabilities with and without Reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35, 563-573.
- Jitendra, A., Di Papi, C.M., y Perron-James, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem-solving instruction for middle school students with learning disabilities: an emphasis on conceptual and procedural understanding. *Journal of Special Education*, 36, 23-38.
- Jordan, N.C., y Hanich, L.B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 567-578.
- Hembree, R. (1992). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 242-273.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P.E., Cendron, M. (1998a). *SPM: Test delle abilità di soluzione dei problemi matematici*. Trento: Erickson.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P.E., Cendron, M. (1998b). Cognitive and metacognitive abilities involved in the solution of mathematical word problems: validation of a comprehensive model. *Contemporary Educational Psychology*, 23, 257-275.
- Maccini, P., y Hughes, C.A. (2000). Effects of a problem-solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 15, 10-21.
- Mayer, R.E. (2002). *Psicología de la educación. El aprendizaje en las áreas de conocimiento*. Madrid: Prentice Hall.
- Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 164-177.
- Montague, M. (2003). *Solve it! A practical approach to teaching mathematical problem solving skills*. Reston: Exceptional Innovations.
- Montague, M. y Applegate, B. (1993). Mathematical problem-solving characteristics of middle school students with learning disabilities. *The Journal of Special Education*, 27, 175-201.
- Montague, M. y Van Garderen, D. (2003). A cross-sectional study of mathematics achievement, estimation skills, and academic self-perception in students of varying ability. *Journal of Learning Disabilities*, 36, 437-448.
- Pape, S. (2004). Middle School Children's Problem-Solving Behavior: A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 187-219.
- Polya, G. (1986). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Raven, J.C. (1996). *Matrices progresivas. Escalas CPM Color y SPM General*. TEA Ediciones: Madrid.



CLASES CON SENTIDO. EL HUMOR EN EL AULA

- Swanson, H.L. y Jerman, O. (2006). Math disabilities: a preliminary metaanalysis of the published literature on cognitive processes. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities*, 19, 285-314.
- Swanson, H.L., Jerman, O. y Zheng, X. (2008). Growth in working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 100(2), 343-379.
- Vilenius, P.M., Aunola, K. y Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28, 409-426.
- Wechsler, D. (1993). WISC-R. *Escala de Inteligencia de Wechsler para niños Revisada*. TEA Ediciones: Madrid.
- Yuste, C. (2002). *Batería de aptitudes diferenciales y generales BADYG E2*. Madrid: CEPE.
- Zheng, X., Swanson, H. L. y Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children's mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(4), 481-498.