Anomalías en los procesos de identificación de errores en las pruebas escritas de matemáticas de las P.A.U.

Anomalies in the procedure of identifying misconceptions in mathematics written exams.

(1) José María Gairín Sallán, José M. Muñoz Escolano, (2) Antonio M. Oller Marcén
(1)Dto. de Matemáticas. Universidad de Zaragoza
(2) Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza
Fecha de recepción 05-07-2013. Fecha de aceptación 07-02-2013

Resumen.

Continuando el trabajo realizado en (Autores, 2012), se exponen en este artículo los resultados sobre un estudio indagatorio sobre la corrección de exámenes de matemáticas de las Pruebas de Acceso a la Universidad en el que se analizan y categorizan ciertas actuaciones de los correctores cuando identifican errores en las producciones de los estudiantes. A la luz de este análisis, se proponen recomendaciones con el fin de que el proceso de calificación sea más fiable.

Palabras clave: *evaluación; calificación; errores; matemáticas; pruebas de acceso a la universidad*

Summary.

Following the research started in (Autores, 2012), in this paper we present the results of an exploratory study about how some assessors identify misconceptions of students in some mathematics written exams from a University Entrance Examination. We analyze and categorize some of those assessments and we make recommendations for scoring procedure with the purpose of increasing reability.

Keywords: *assessment;marking; mistakes; mathematics; university entrance examination.*

Agradecimientos: *Este artículo surge del trabajo desarrollado por el grupo de investigación "S119-Investigación en Educación Matemática" financiado por el Plan Autonómico de Investigación del Gobierno de Aragón y el Fondo Social Europeo.*

PRESENTACIÓN

Entre las tareas habituales de los docentes de Matemáticas figura el diseño y la calificación de pruebas escritas. Pese a esta cotidianidad no es habitual que el trabajo de corregir exámenes de matemáticas figure en los planes de formación de los profesores. De este modo, las experiencias como alumnos, las conversaciones con compañeros, los debates con miembros de departamentos de matemáticas, la lectura sobre la forma de actuar de otros profesionales, etc., constituyen en la práctica la formación real de quienes han de corregir exámenes de matemáticas.

Existen muchos trabajos (González, Martín-Yágüez y Ortega, 1997, Mollà, 1997) que ponen de manifiesto que el proceso de corrección de pruebas escritas de matemáticas dista mucho de ser objetivo. Más recientemente y en esta dirección, Cárdenas, Gómez y Caballero (2011) también señalan la subjetividad de los criterios de calificación en la evaluación de la resolución de problemas como uno de los aspectos percibidos por profesores en formación cuando éstos reflexionan sobre su propia experiencia como estudiantes. En (Autor, 2012) se aborda el caso de la valoración por parte de algunos correctores de los errores cometidos por los estudiantes en las P.A.U.

En este trabajo se continúa con esa línea de trabajo, mostrando que no solo la valoración de un error está sujeta a cierto grado de subjetividad sino que también lo está la identificación de una determinada respuesta de un alumno como incorrecta.

MARCO TEÓRICO

Niss (2003) identifica la evaluación como una de las competencias didácticas y pedagógicas más específicas a las matemáticas. Para este autor la evaluación implica la identificación, evaluación, caracterización y comunicación de los resultados de aprendizaje de los alumnos; así como el diseño y análisis de instrumentos y formas de evaluación. Según Rico (1997a, p. 34), “la evaluación no debe ser utilizada para controlar la promoción de los estudiantes sino, en todo caso, se debe utilizar para detectar situaciones que permitan el diagnóstico del estado de los estudiantes y remedio cuando existan debilidades”.

Existen interesantes monografías dedicadas a las muy diversas facetas del proceso de evaluación (Giménez, 1997; Kaur y Wong, 2011). También encontramos trabajos centrados en el diseño de herramientas y métodos para la evaluación en distintos ámbitos de la matemática y en diferentes niveles educativos (Carrillo y Guevara, 1996; Gallardo y González, 2005); y otros trabajos (Boesen y otros, 2010) que muestran el modo en que el propio proceso de evaluación influye en el modo de trabajar de los alumnos.

Si bien es cierto que la calificación de pruebas escritas de matemáticas suele ser una componente importante en la evaluación de los alumnos, la evaluación persigue objetivos más ambiciosos y su resultado debiera ir más allá de la mera asignación de una etiqueta numérica a cada alumno. Lamentablemente, ambos aspectos se identifican en gran medida en las aulas; en parte a causa del valor social que se asigna a los resultados académicos (Castillo, 1999).

Un caso paradigmático en el que la evaluación se identifica con la calificación de una prueba escrita son las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.), ejemplo de prueba de evaluación externa con gran influencia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de Bachillerato y que ha recibido cierta atención recientemente (Ruiz de Gauna, 2010;Ordóñez y Contreras, 2011).

Por tratarse de una prueba externa y anónima, pensamos que las P.A.U. constituyen un marco interesante en el que analizar las actuaciones de los correctores a la hora de calificar las distintas respuestas de los alumnos. Puesto que aspectos relacionados con la evaluación, como las expectativas del profesor hacia cada estudiante (Morgan y Watson, 2002, p. 84) no juegan un papel relevante en esta situación, parece razonable pensar que las decisiones tomadas por los correctores se fundaran más directamente en la detección y el análisis de los errores cometidos por los alumnos.

Existen diversos estudios estadísticos acerca de la validez y fiabilidad de la calificación de estas pruebas (Sans, 1989; Escudero y Bueno, 1994; Grau, Cuxart y Martí, 2002) e incluso trabajos centrados en las calificaciones y criterios de Selectividad para otras asignaturas específicas como Inglés (Watts y García, 1999) o Biología (Nieda y otros, 1984). Si bien todos los estudios estadísticos mencionados señalan que las diferencias entre correctores en las asignaturas de ámbito científico son menores que en las asignaturas del ámbito de humanidades, Cuxart, Martí y Ferrer (1997), en su investigación realizada mediante una doble corrección en 187 exámenes de Selectividad de la asignatura de Matemáticas I, también constatan que en el 28% de los casos la diferencia entre las dos correcciones supera la unidad mientras que en un 18% de las correcciones supera los dos puntos. Sin embargo, no hemos encontrado tantos trabajos que aborden desde un punto de vista cualitativo el desempeño de los profesores ante la tarea de calificar los exámenes de matemáticas en las P.A.U.

El estudio de las dificultades y los errores que los alumnos cometen al resolver pruebas de matemáticas es un tópico de estudio que ha sido abordado por un buen número de investigadores en Educación Matemática. Siguiendo a Socas (2007) entendemos que el error cometido por un alumno no solamente es aquella situación que pone de manifiesto una carencia de conocimientos o un despiste sino también una concepción inadecuada sobre el contenido matemático puesto en cuestión.

El error tiene un importante papel en la evaluación diagnóstica y formativa. De hecho, Rico (1997b) sitúa el estudio de los errores y dificultades como uno de los organizadores del currículo de matemáticas.

Por otro lado, la identificación y valoración de los errores también tiene una clara presencia en la evaluación sumativa. Por ejemplo, a la hora de calificar un examen, una de las tareas que el corrector necesariamente realiza es identificar y analizar los errores presentes en el ejercicio o problema. En este caso, aquellos errores producto de una carencia de conocimientos se plasmarán en forma de respuestas incompletas, ausentes o carentes de sentido y la tarea del corrector no reviste mucha dificultad. Sin embargo, cuando en la respuesta del alumno se plasman sus concepciones erróneas, la tarea es mucho más complicada puesto que ha de valorar e interpretar dichas concepciones para, por un lado (en el contexto de evaluación diagnóstica o formativa) inducir las supuestas causas que los provocan y diseñar un adecuado tratamiento para que el estudiante pueda superarlas y, por otro (en el contexto de evaluación sumativa) otorgar una calificación a la actuación del alumno.

Prueba de esta dificultad son las numerosas investigaciones orientadas hacia la identificación de errores, su clasificación y sus posibles causas, como puede observarse en los trabajos de revisión de Rico (1998) y Socas (op. cit.). Sin embargo, no hemos encontrado tantas referencias en Educación Matemática que aborden el proceso mediante el que los correctores analizan y valoran cuantitativamente los errores cometidos en un proceso de calificación de una prueba escrita.

El análisis del contenido (Gómez, 2007, p. 29) es una de las componentes del *análisis didáctico* de las matemáticas escolares dado por Gómez y Rico. Éste se caracteriza (Gómez, op. cit., p. 37) como la exploración de las tres dimensiones que posee el significado de un concepto matemático: la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología.

En este trabajo pretendemos estudiar ciertos fenómenos, que reflejan las dificultades mencionadas, surgidos durante las tareas de corrección de las P.A.U. en la Universidad de Zaragoza. En particular, pondremos nuestro foco de atención en el proceso de identificación de posibles errores cometidos por los estudiantes y veremos que los fenómenos observados pueden ponerse en relación con el dominio de los correctores en dos de estas dimensiones del significado de un concepto matemático: la estructura conceptual y los sistemas de representación.

MÉTODO Y MUESTRA

En este trabajo abordamos un estudio exploratorio en el que se analiza el caso concreto de los exámenes de las asignaturas Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (en adelante MII y MCCSS, respectivamente) correspondientes a la convocatoria de Septiembre de 2010 de las Pruebas de Acceso a la Universidad de Zaragoza (ver Anexo I).

En cada convocatoria de estas pruebas se proponen dos opciones de examen (A y B) entre las que los alumnos deben elegir. Aunque la dificultad de ambas opciones suele ser similar, en los exámenes disponibles se observó un claro desequilibrio a favor de la opción A. En consecuencia se decidió utilizar únicamente los exámenes de la opción A para efectuar el estudio. En concreto se han analizado las actuaciones de 6 correctores que calificaron un total de 409 exámenes distribuidos como se indica a continuación:

ASIGNATURA	OPCIÓN	CORRECTOR	N
MII	A A A	A B C	67 77 59
MCCSS	A A A	D E F	66 58 81

Tabala 1. Número de las pruebas estudiadas *(n)* por asignatura y corrector.

La investigación se desarrolla de acuerdo a las siguientes fases:

Fase 1: Analizar las respuestas de cada examen y clasificar las erróneas según la jerarquía de tareas establecida en (Autores, op. cit.).

Fase 2: Estudiar los criterios de calificación elaborados por los armonizadores de las pruebas y que son empleados por los correctores (ver Anexo II).

Fase 3: Analizar todas las actuaciones del corrector ante las preguntas de cada examen mediante la observación de las anotaciones que realizan sobre las mismas y la calificación que asigna a cada pregunta.

Fase 4: Estudiar y clasificar aquellas respuestas que algún corrector señalaba como erróneas y que o bien habían sido clasificadas como correctas en la Fase 1 o bien habían sido calificadas como correctas en la Fase 3 por otro corrector o por el mismo corrector en las producciones de otros estudiantes, determinando de esta manera varios fenómenos anómalos en la corrección de los exámenes asociados a la identificación de errores por parte de los correctores.

La fiabilidad interna de estas cuatro fases se mejora con la presencia de tres investigadores que actúan sobre los mismos registros observacionales (Goetz y Lecompte, 1988).

Fase 5: Reflexionar sobre dichos fenómenos y elaborar propuestas de mejora de dicho proceso encaminadas a evitar los fenómenos detectados.

En este trabajo presentamos los resultados obtenidos en las dos últimas fases de este trabajo y comentaremos muy brevemente algunos aspectos de las tres primeras fases.

RESULTADOS

Algunos de los resultados en la realización de las tres primeras fases.

El propósito de este epígrafe es ofrecer unos breves comentarios acerca de los resultados obtenidos en las tres primeras fases como introducción a los resultados obtenidos de las dos últimas fases:

1.- No es el propósito de este artículo detallar la clasificación de las tareas atendiendo a los errores cometidos. Simplemente señalar que la cantidad de errores detectados en las respuestas de los alumnos fue muy alta (apuntamos como indicador que la calificación media en el examen de MII fue de 4,19 sobre 10 y en el examen de MCCSS fue de 3,75). La distribución de los mismos en las categorías de tipos de errores atendiendo al tipo de tarea donde aparecen (tareas principales, auxiliares-específicas y auxiliares-generales) fue muy variada dependiendo de la pregunta. Así, por ejemplo, aparecen una gran cantidad de errores en tareas auxiliares-generales, principalmente errores aritméticos al operar con números racionales, en el caso de los ejercicios de álgebra lineal (Anexo I, ejercicio 1 de MII y ejercicios 1 y 2 de MCCSS). En los ejercicios de cálculo de extremos relativos (ejercicio 3 de MII y ejercicio 3.b de MCCSS) aparecen errores en tareas auxiliares-específicas al derivar la función, y en tareas auxiliares algebraicas al resolver las ecuaciones, mientras que en los ejercicios de geometría analítica y probabilidad (ejercicios 4 de ambos exámenes) aparecen un alto número de errores en tareas principales al no conocer correctamente las fórmulas a aplicar. Como señalamos en la introducción, los fenómenos no deseados que ocurren cuando los correctores califican estos errores vienen recogidos en (Autor, op.cit.).

2.- Los criterios de evaluación dados por los coordinadores en ambos casos son del tipo "puntuación por acierto", según la clasificación de Watts y García (op. cit., p. 179). En ellos sólo se especifican puntuaciones parciales que el alumno obtiene por alcanzar diversos objetivos intermedios en la resolución del problema. Cabe destacar que en el caso de MCCSS, estos criterios específicos venían acompañados de unos criterios o directrices de tipo general. En ellos no se da información detallada acerca de las posibles soluciones o errores que pueden cometer los alumnos y mucho menos se cuantifican o ponderan. Así, por ejemplo, se habla de valorar positiva o negativamente ciertas respuestas de los alumnos; pero no se indica cuánto ni cómo. Del estudio de los criterios de calificación específicos cabe señalar:

- La redacción de algunos de los criterios de calificación puede dar lugar a interpretar que en la resolución de algunos de los ejercicios se favorece una determinada técnica frente a otras como la identificación de máximos y mínimos relativos con la segunda derivada (Anexo II, ejercicio 3.a de MII) o la obtención explícita de la ecuación matricial X=(A+B) B-1 (Anexo II, ejercicio 2.b de MCCSS)
- Aunque en la mayoría de criterios se dan unas puntuaciones parciales con precisión, en otros no añaden ninguna información o se muestran poco precisos (Anexo II, ejercicios 1,2.a y 4 de MCCSS o ejercicio 4 de MII).

3.- Sobre el análisis de las producciones de los correctores, señalamos que en la mayoría de ejercicios solo marcan el error rodeándolo con bolígrafo rojo o indicándolo mediante una raya, una cruz o una interrogación. Finalmente, asignan la calificación numérica de esa pregunta o de ese apartado. Muy excepcionalmente, algún corrector escribe algún pequeño comentario en el margen de alguna pregunta proponiendo la solución correcta o indicando que la solución está incompleta. Ninguno de los correctores del examen MCCSS señala haber dado ningún punto adicional por el correcto uso de la notación científica o la buena caligrafía, tal y como se señala en sus criterios generales.

Fenómenos anómalos asociados a la estructura conceptual de los contenidos:

A pesar de que todos los correctores son especialistas en la materia, lo que supone un alto grado de competencia en cuanto al dominio de los contenidos involucrados en cada uno de los problemas, se detectan en algunas ocasiones anomalías o fenómenos no deseables en el proceso de corrección especialmente cuando algún estudiante utiliza conceptos o procedimientos distintos de los esperados por el corrector o distintos de los utilizados por el resto de sus compañeros.

Fenómeno 1: *No hay un acuerdo aparente en cuanto a la estructura conceptual de los contenidos a evaluar por los correctores al señalar como erróneas o incompletas respuestas en las que el alumno utiliza conceptos distintos de los esperados.*

En el examen de MII, el problema 3.a) se presenta al alumno con la siguiente redacción:

A3. Sea la función $f(x) = x\ln x + (1-x)\ln(1-x)$ con $x \in (0,1)$.

a) Calcular sus extremos relativos. *(1,5 puntos)*

Figura 1

El criterio de corrección elaborado por el armonizador y que dispone el corrector es el siguiente:

A 3.

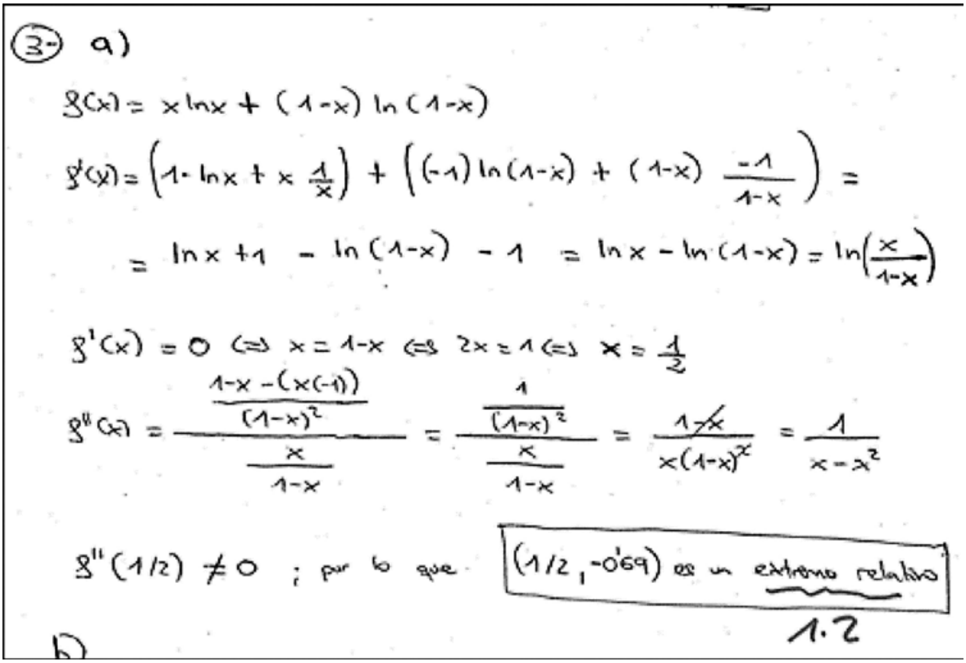
a) El cálculo correcto de $f'(x)$ y $f''(x)$ valdrá 0.75 puntos.

Figura 2

En la siguiente imagen se reproduce la respuesta de un alumno, y nos fijamos en el enunciado del problema, la respuesta del alumno y la calificación que otorga el Corrector A:

Cabe observar que el enunciado pregunta por los extremos relativos de f(x) y que el alumno ha concluido que existe un extremo relativo en el punto (1/2, -0'69). Sin embargo, el corrector no considera que la respuesta sea correcta y, en consecuencia, rebaja la calificación del problema. Por el subrayado que hace el corrector pensamos que éste entiende que la respuesta es incompleta, que faltan otros resultados, como indicar si se trata de un máximo o de un mínimo.

En todo caso, dejamos constancia de que ante la idea matemática de extremo relativo, que se concibe como suficientemente nítida y precisa, han surgido concepciones diferentes entre los correctores sobre la respuesta que consideran correcta.



3- a)

$$g(x) = x\ln x + (1-x)\ln(1-x)$$

$$g'(x) = \left(1\cdot \ln x + x\,\frac{1}{x}\right) + \left((-1)\ln(1-x) + (1-x)\,\frac{-1}{1-x}\right) =$$

$$= \ln x + 1 - \ln(1-x) - 1 = \ln x - \ln(1-x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1-x \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$g''(x) = \frac{\frac{1-x-(x(-1))}{(1-x)^2}}{\frac{x}{1-x}} = \frac{\frac{1}{(1-x)^2}}{\frac{x}{1-x}} = \frac{1\cancel{-x}}{x(1-x)^{\cancel{2}}} = \frac{1}{x-x^2}$$

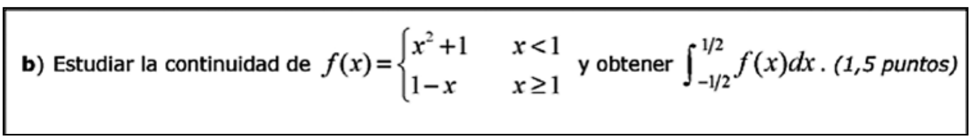
$g''(1/2) \neq 0$; por lo que $\boxed{(1/2, -0'69) \text{ es un extremo relativo}}$

1.2

b)

Figura 3

Finalmente, nos servimos de otro ejemplo para ofrecer una visión general del comportamiento de los correctores. En concreto nos servimos de la primera parte del enunciado del problema 2.b) de MII:



b) Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x<1 \\ 1-x & x\geq 1 \end{cases}$ y obtener $\int_{-1/2}^{1/2} f(x)dx$. *(1,5 puntos)*

Figura 4

Se observa que la idea de continuidad de una función no es igualmente percibida por los correctores ya que actúan de manera diferente al calificar las respuestas de los alumnos a la primera parte de esta tarea. Así los Correctores A y B no hacen distinción entre alumnos que estudian la continuidad en toda la recta real o que solamente la estudian en el punto x=1, puesto que en ambas situaciones califican a los alumnos sobre el 100% de la puntuación mientras que el Corrector C resta un 25% a las respuestas que limitan el estudio de la continuidad de la función al punto x=1 y solamente califica con el 100% de la puntuación a los alumnos que estudian la continuidad de la función en toda la recta real.

Fenómeno 2: *Se consideran erróneas respuestas en las que el alumno utiliza procedimientos de resolución distintos de los esperados*.

La práctica escolar prioriza ciertos métodos de trabajo en la resolución de problemas. En consecuencia, se espera que los alumnos también utilicen dichos métodos en sus respuestas. En caso contrario se califican como erróneas respuestas que pueden ser correctas.

En el examen de MII el problema 2.a) se presenta con la siguiente redacción:

A2. a) Utilizar el cambio de variable $t^3 = 1 - x$ para calcular el siguiente límite

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1-x)^{1/3} - 1}{x}. \quad \textit{(1 punto)}$$

Figura 5

En la Figura 6, se muestra el mismo proceso de resolución en tres respuestas de tres alumnos y la calificación otorgada por los Correctores A, B y C a las mismas:

Presumiblemente al formular esta tarea el armonizador pensó en que el cambio de variable que figura en el enunciado permite calcular el límite sin necesidad de aplicar la regla de L'Hôpital. Y este tipo de respuesta es la que posiblemente opinan los correctores que debe ser considerada como respuesta correcta.

Pero lo cierto es que en las tres respuestas se hace el cambio de variable exigido en el enunciado y se obtiene el valor correcto del límite pedido. Aun cuando se pueda cuestionar que, como señalan los correctores, el cambio de variable debe hacerse tanto en la función como en el valor al que tiende la variable *t*, lo cierto es que podemos considerar que la variable *t* puede ser entendida como función *t(x)* y que la expresión puede ser vista como

$$\lim_{x \to 0} \frac{t(x)-1}{1-t(x)^3}$$

y en segundo lugar, señalamos también la diferencia significativa en las calificaciones de cada uno de los correctores.

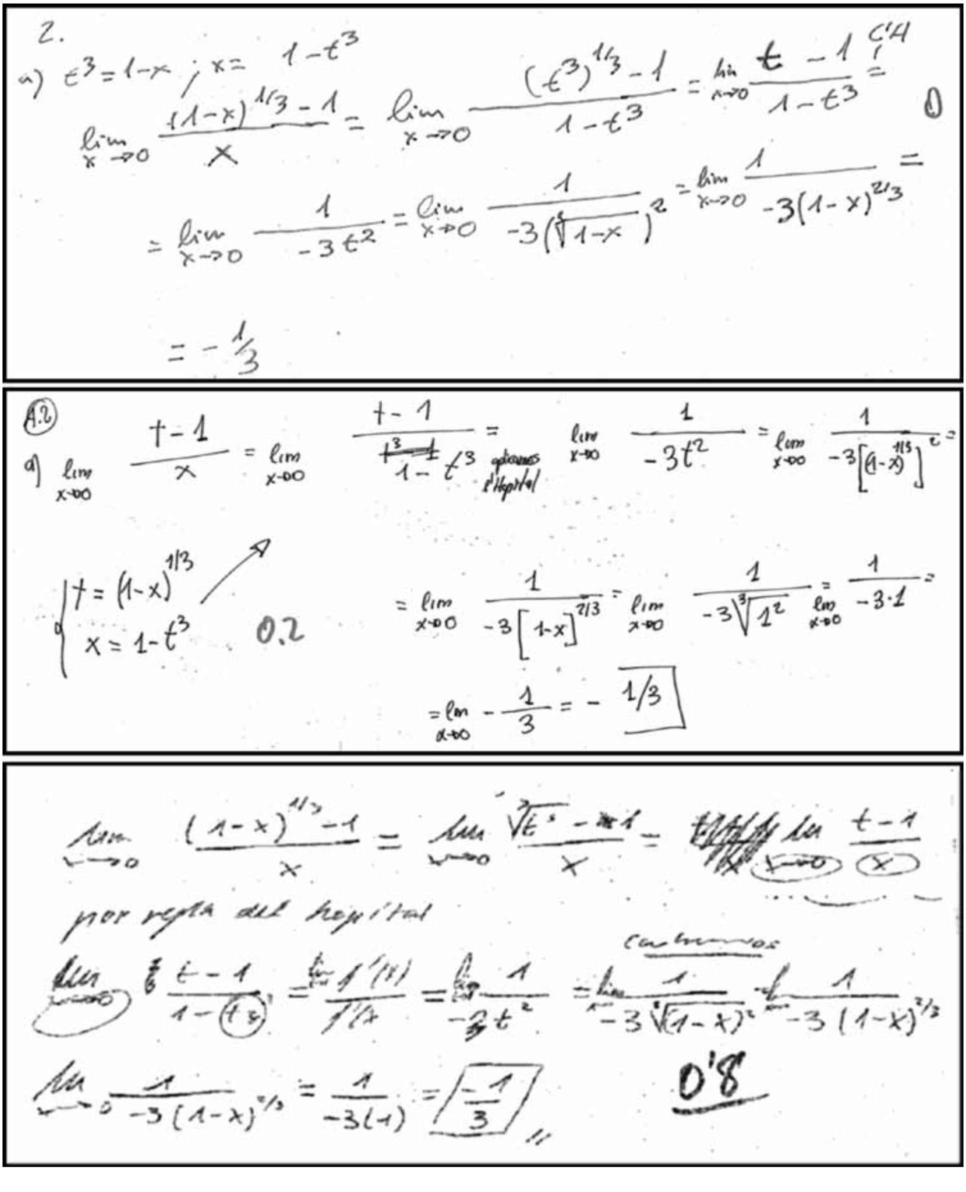

2.
a) $t^3 = 1-x$; $x = 1-t^3$
$\lim_{x\to 0} \frac{(1-x)^{1/3}-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{(t^3)^{1/3}-1}{1-t^3} = \lim_{x\to 0} \frac{t-1}{1-t^3} =$
C'4
0
$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3t^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3(\sqrt[3]{1-x})^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3(1-x)^{2/3}}$
$= -\frac{1}{3}$
A.2
a) $\lim_{x\to 0} \frac{t-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{t-1}{1-t^3} =$ aplicamos l'Hopital $\lim_{x\to 0} \frac{1}{-3t^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3[(1-x)^{1/3}]^2} =$
$t = (1-x)^{1/3}$
$x = 1-t^3$
0.2
$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3[1-x]^{2/3}} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3\sqrt[3]{1^2}} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{-3\cdot 1} =$
$= \lim_{x\to 0} -\frac{1}{3} = -\boxed{1/3}$
$\lim_{x\to 0} \frac{(1-x)^{1/3}-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{t^3}-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{t-1}{x}$
por regla del hopital
$\lim \frac{t-1}{1-t^3} = \frac{f'(x)}{f'(x)} = \lim \frac{1}{-3t^2} = \lim \frac{1}{-3\sqrt[3]{(1-x)^2}} = \frac{1}{-3(1-x)^{2/3}}$
cambiamos
$\lim_{x\to 0} \frac{1}{-3(1-x)^{2/3}} = \frac{1}{-3(1)} = \boxed{\frac{-1}{3}}$
0'8

Figura 6

El siguiente ejemplo reproduce la respuesta de un alumno al enunciado del problema 4.b) de MII:

b) Determinar el ángulo que forman los planos

$$\pi_1 \equiv \sqrt{2}x+y+z=2 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv z=0 \qquad \textit{(0,75 puntos)}$$

A 4.

En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.

Figura 7

b) $\pi_1 \equiv \sqrt{2}x+y+z=2 \quad \vec{v}=(\sqrt{2},1,1)$

$\pi_2 \equiv z=0 \quad \vec{n}=(0,0,1)$

$\cos \cancel{\text{sen}}\, \alpha = \dfrac{|\vec{n}\cdot\vec{v}|}{|\vec{n}||\vec{v}|} \qquad |\vec{n}\cdot\vec{v}| = \cancel{\begin{vmatrix} \vec{i} & 0 & \sqrt{2} \\ \vec{j} & 0 & 1 \\ \vec{k} & 1 & 1 \end{vmatrix}} = (-1,\sqrt{2},0)$

$\text{sen}\, \alpha = \dfrac{|\sqrt{2}-1|}{\sqrt{1}\sqrt{4}} \qquad \alpha = \text{arcsen}\, \dfrac{|\sqrt{2}-1|}{\sqrt{4}} = 78^\circ 2' 47{,}72''$

0

Figura 8

En este caso el corrector da por incorrecta la fórmula para calcular el ángulo que forman los planos, cuando en realidad la fórmula que utiliza el alumno es correcta, a excepción de la notación para expresar el producto vectorial de dos vectores. El error principal se produce al calcular el módulo de dicho producto vectorial, hecho que, sin embargo, no es señalado por el corrector. Posiblemente ha desechado la fórmula con el seno porque no es la utilizada habitualmente en las aulas. Además también tacha el producto vectorial, quizás por entender que no corresponde al cálculo necesario para obtener el ángulo que figura en el enunciado, siempre y cuando se utilice la fórmula del coseno del ángulo. Por estas razones o por otras que desconocemos, lo cierto es que se ha penalizado al alumno con la totalidad de la puntuación.

Fenómenos anómalos asociados a los sistemas de representación empleados.

En la práctica escolar también aparecen distintos sistemas de representación asociados a un determinado concepto matemático. El tipo de sistema de representación empleado cuando el estudiante plantea su respuesta también es susceptible de ser evaluado por los correctores.

Fenómeno 3: *Se consideran erróneas respuestas en las que el alumno utiliza sistemas de representación distintos de los esperados.*

Reproducimos las respuestas de diferentes alumnos, así como las actuaciones de los Correctores D, E, F ante el problema 4 de MCCSS:

4. En un colegio hay 60 alumnos de bachillerato. De ellos 40 estudian inglés, 24 estudian francés y 12 los dos idiomas. Se elige un alumno al azar.

a) Calcule la probabilidad de que estudie al menos un idioma. *(1 punto)*

b) Calcule la probabilidad de que estudie francés sabiendo que también estudia inglés. *(1 punto)*

c) Calcule la probabilidad de que no estudie inglés. *(1 punto)*

Figura 9

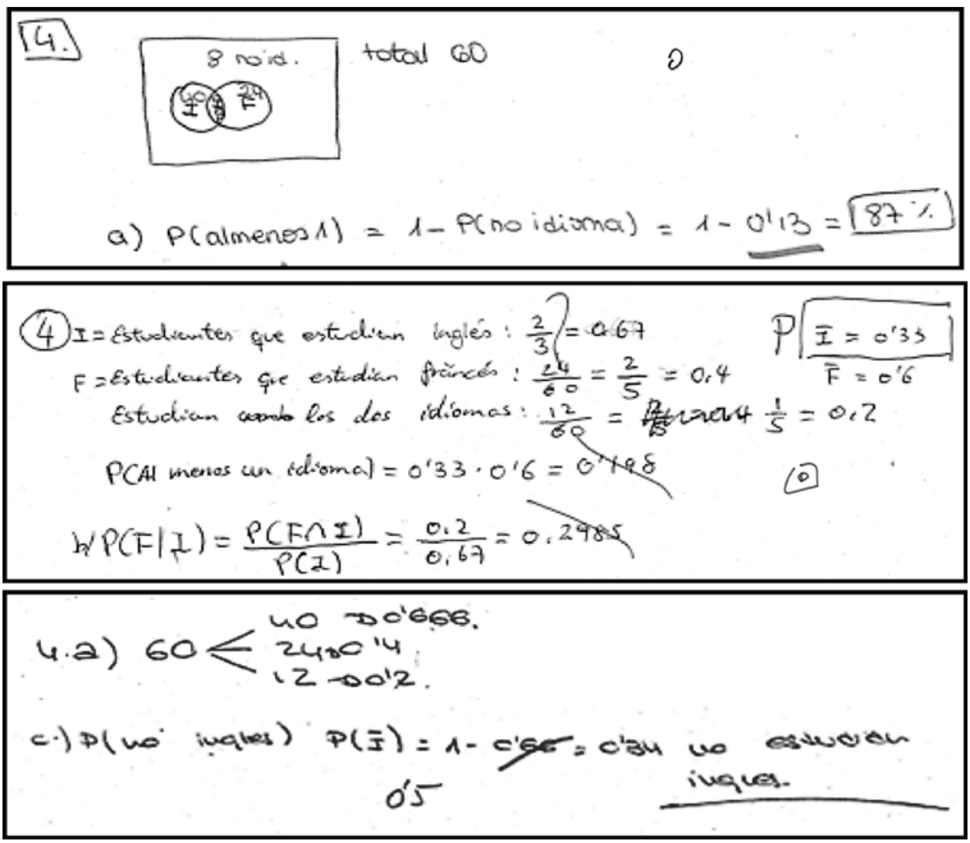


Figura 10

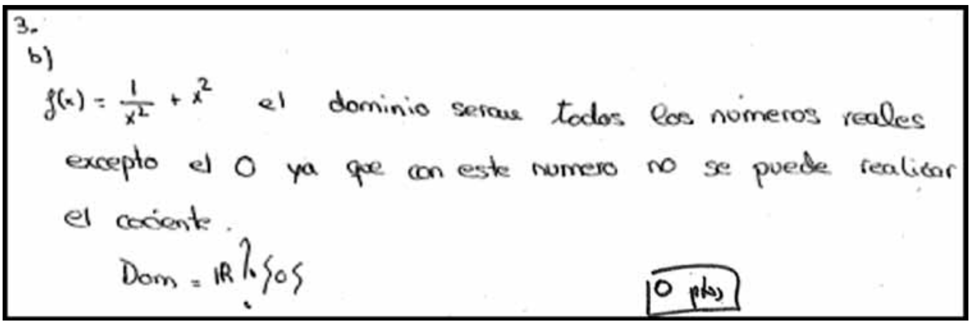
En los tres casos las respuestas podrían admitirse como correctas ya que los contenidos matemáticos empleados (identificación del espacio muestral, fórmulas,…) son adecuados o al menos, semejantes a los empleados por otros estudiantes que han alcanzado la calificación máxima por parte de estos correctores. Sin embargo, por las indicaciones que hacen y por las calificaciones que otorgadas, los tres correctores consideran que las respuestas son erróneas; puesto que esperan que los alumnos utilicen la notación fraccionaria en vez de la notación decimal (como posiblemente se hace en la práctica escolar habitual al resolver los problemas de probabilidad).

Este otro ejemplo corresponde a la respuesta de un alumno a la primera parte del problema 3.b) del examen de MCC-SS:

b) Razone cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\frac{1}{x^2}+x^2$. Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de f. ¿Tiene algún punto de inflexión?. *(2 puntos)*

Ejercicio 3: a) Cada derivada 0,5 puntos; **b)** Determinar el dominio de f 0,25 puntos. Calcular los valores que anulan la primera derivada 0,5 puntos. Concluir que x=1 y x=-1 son mínimos 0,75 puntos. Concluir que no tiene puntos de inflexión 0,5 puntos.

Figura 11

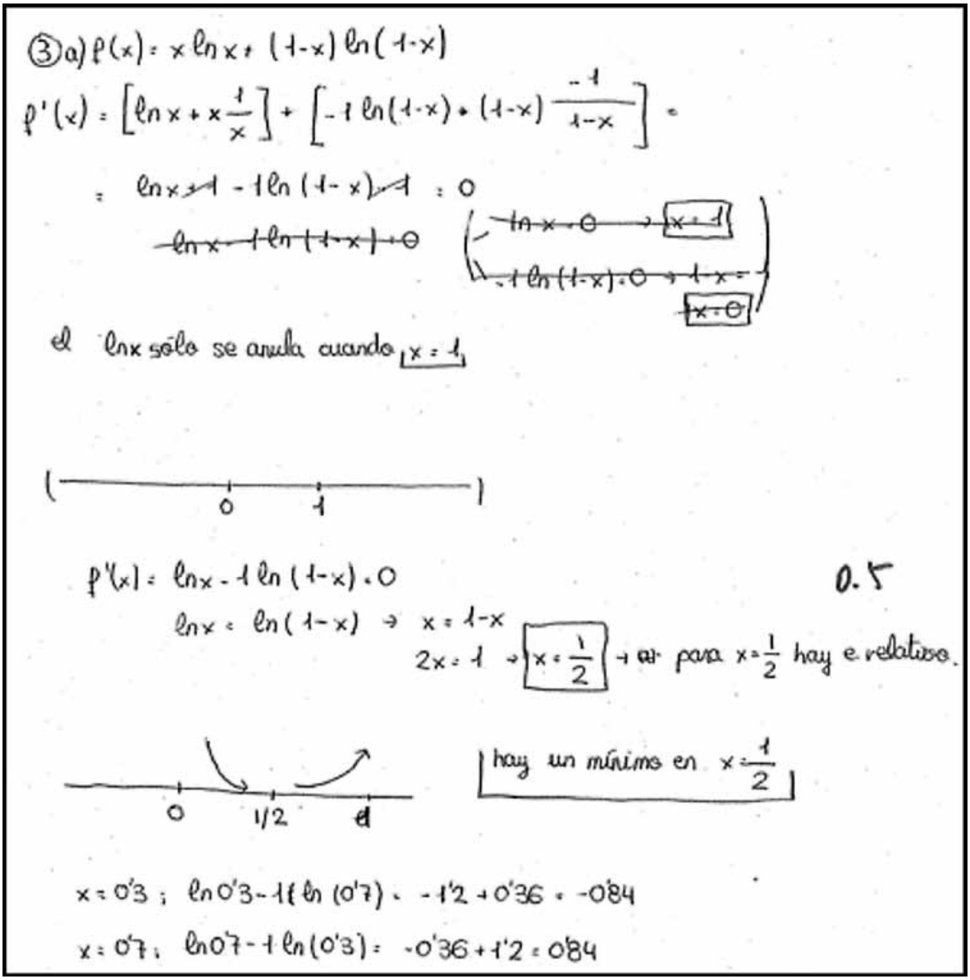

3.
b)
$f(x) = \frac{1}{x^2} + x^2$ el dominio seran todos los numeros reales excepto el 0 ya que con este numero no se puede realizar el cociente.
Dom = $\mathbb{R} \setminus \{0\}$?

0 ptos

Figura 12

Puesto que los razonamientos que expone el alumno son acertados, deducimos que el Corrector E considera que la respuesta es errónea por entender que la escritura correcta del dominio de la función se hace utilizando el signo -, signo que no se percibe de forma nítida en el texto del alumno y sobre el que escribe una interrogación.

Por último, reproducimos una respuesta de un alumno al mismo problema de la Figura 1 y la calificación otorgada por el Corrector A:



3) a) $f(x) = x \ln x + (1-x)\ln(1-x)$

$f'(x) = \left[\ln x + x\frac{1}{x}\right] + \left[-1\ln(1-x) + (1-x)\frac{-1}{1-x}\right] =$

$= \ln x \cancel{+1} - 1\ln(1-x) \cancel{-1} = 0$

$\cancel{\ln x - 1\ln(1-x) = 0}$ $\left(\cancel{\ln x = 0 \rightarrow \boxed{x=1}} \quad \cancel{-1\ln(1-x) = 0 \rightarrow 1-x = 1} \quad \cancel{\boxed{x=0}}\right)$

el $\ln x$ sólo se anula cuando $x = 1$

(0 1)

$f'(x) = \ln x - 1\ln(1-x) = 0$ **0.5**

$\ln x = \ln(1-x) \rightarrow x = 1-x$

$2x = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}} \rightarrow \exists$ para $x = \frac{1}{2}$ hay e. relativo.

0 1/2 1

hay un mínimo en $x = \frac{1}{2}$

$x = 0'3$; $\ln 0'3 - 1(\ln(0'7)) = -1'2 + 0'36 = -0'84$

$x = 0'7$; $\ln 0'7 - 1\ln(0'3) = -0'36 + 1'2 = 0'84$

Figura 13

En la respuesta de este alumno se encuentran los extremos relativos de *f(x)* y se añade que se ese extremo es un mínimo, aunque no indica las coordenadas del punto en el que se alcanza dicho mínimo, simplemente se da el valor de la variable x. Sin embargo, el corrector piensa que esta respuesta está tan alejada de la que el espera que la penaliza con 2/3 de la calificación total. Al no existir indicaciones del corrector, al no subrayar ningún aspecto, entendemos que penaliza la ausencia de las coordenadas del punto en el que la función alcanza el mínimo.

En el resto de los correctores no parece que haya un criterio único sobre la necesidad de representar los extremos relativos con un par de coordenadas *(x0,* *f(x0))*, ni tampoco entre los armonizadores de las pruebas como demuestra el criterio de calificación del apartado 3.b) de la Figura 11.

Fenómeno 4: *La rigidez en el uso del lenguaje simbólico provoca que se valoren como erróneas respuestas que son correctas.*

Es cierto que los alumnos deben aprender a usar de manera correcta y precisa el lenguaje simbólico propio de las matemáticas, pero los siguientes ejemplos muestran que algunos correctores ponen un celo excesivo en este empeño. A modo de ejemplo, citamos aquí dos actuaciones del Corrector C.

En la siguiente imagen se reproduce la respuesta de un alumno a la primera parte del enunciado de la Figura 4:

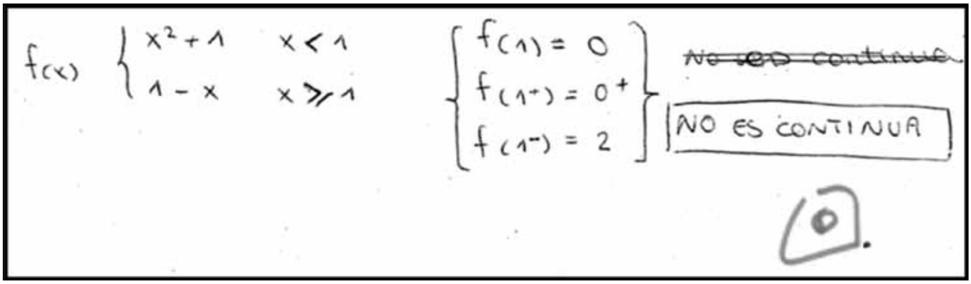


Figura 14

En nuestra opinión el corrector considera que esta respuesta es errónea porque se utiliza la notación f(1+) y f(1-), en vez de la habitual para los límites laterales. Es más, dadas las características del método utilizado por el alumno, cabe suponer que dicho método ha sido aprendido en sus clases de matemáticas y no es consecuencia del desconocimiento de la simbología pertinente. De hecho, otras respuestas de estudiantes en las que aparece el mismo tipo de notación son admitidas como válidas por otros correctores.

La siguiente imagen corresponde a la respuesta de un alumno a la pregunta 4.c) de MII:

c) Obtener el producto vectorial de $\vec{a} = (2,0,1)$ y $\vec{b} = (1,-1,3)$. *(0,75 puntos)*

Figura 15

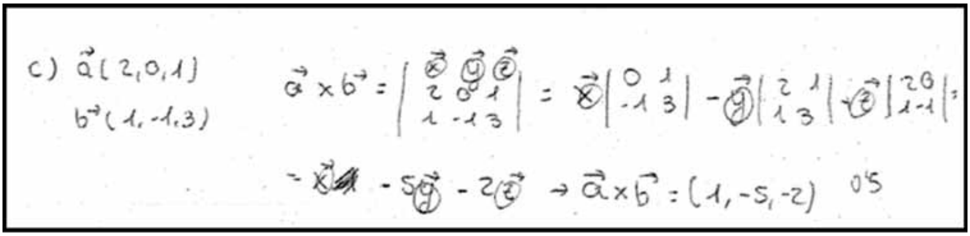


Figura 16

Entendemos que se ha penalizado esta respuesta con 1/3 de la puntuación total por nombrar a los vectores unitarios con las letras x, y, z en vez del convenio habitual con las letras i, j, k. No obstante, el alumno finalmente realiza correctamente los cálculos e identifica los vectores definidos por x, y, z como los vectores ortonormales i, j y k y expresa el resultado en forma de 3-tupla.

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos en el estudio, que se detallan en la sección anterior, podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Ante la ausencia de una información detallada en los criterios de calificación sobre las posibles soluciones y los errores que pueden cometer los alumnos en cada pregunta, el corrector debe resolver él mismo el problema para comparar con esa solución las respuestas de los alumnos. En esa respuesta personal entran en juego las ideas que éste tiene acerca de los conceptos implicados, de las técnicas que han de usarse y también utiliza un sistema de representación concreto, el que a él le parece adecuado en la situación. Sin embargo, el modo de comprender el concepto, las técnicas y los sistemas de representación no son únicos, por lo que los utilizados por un alumno, aun siendo correctos, no tienen por qué coincidir.
2. Los ejemplos concretos que hemos presentado ponen de manifiesto, a nuestro entender, que quienes preguntan, quienes responden y quienes califican las respuestas tienen visiones personales diferentes sobre un mismo concepto matemático o sobre una misma técnica de cálculo. Es más, hemos comprobado cómo estas visiones de los correctores sobre los contenidos tienen una influencia muy importante en la calificación de los alumnos, por cuanto entienden que deben penalizar aquellas respuestas que no coincidan con ellas. En este sentido, creemos que un mayor desarrollo del análisis de contenido favorecerá la desaparición de algunas de estas anomalías.

DISCUSIÓN

Las conclusiones anteriores, ponen de manifiesto la necesidad de trabajar sobre los criterios de calificación proporcionados a los correctores, así como en la mejora de la coordinación en las tareas de corrección. Esta idea no es nueva, Watts y García (op. cit.), por ejemplo, realizan una serie de propuestas para la mejora del proceso de corrección de exámenes de Selectividad relacionadas con la elaboración de modelos para la corrección de exámenes, las reuniones entre jueces para coordinar criterios y el posterior desarrollo de sesiones de calificación conjunta de ejercicios modelo que sirvan como foro de discusión entre los correctores. Cuxart, Martí y Ferrer (op. cit.), proponen la realización de estudios estadísticos previos de la fiabilidad de las correcciones mediante algún procedimiento de doble corrección. De hecho, en (Autores, op. cit.) ya se propuso un modelo de corrección de exámenes cuyo objetivo es reducir la variabilidad en el proceso de corrección.

Ahora, a partir de este nuevo trabajo, sugerimos otras medidas complementarias más concretas que pueden contribuir aún más a esta tarea:

- Cuando las preguntas se formulan para otorgar una calificación a los alumnos, es conveniente que su grado de concreción venga determinado por la penalización que se aplicará en las respuestas de los alumnos que no coincidan con las respuestas que el profesor espera. Así, en uno de los ejemplos propuestos para ilustrar el fenómeno 1, si hay penalizaciones para el alumno si no indica que hay un máximo o un mínimo relativos, conviene reformular la pregunta como "Calcular sus extremos relativos y señalar de qué tipo son", o un enunciado similar.
- Puesto que existen varias técnicas asociadas a una misma idea matemática, la formulación del enunciado es esencial para que los alumnos utilicen una técnica determinada. Por ejemplo, en el enunciado del problema que ilustra el fenómeno 2, debería incluirse una orden explícita que evitase la utilización de técnicas no deseadas: "Utilizar el cambio de variable t3=1-x para calcular el siguiente límite, sin emplear la regla de L'Hôpital".
- Ante los múltiples sistemas de representación que pueden adoptarse también es necesario por parte del armonizador sugerir al corrector aquellos que se puedan utilizar los alumnos como solución de la tarea. Por ejemplo, así ocurre cuando el armonizador de MCCSS redacta el criterio de calificación: "Concluir que x=-1 y x=1 son mínimos". Creemos que esta redacción ha influido en que ninguno de los Correctores D, E, F haya actuado como en la Figura 13.
- Por último, se puede mejorar la fiabilidad de las calificaciones afectadas por el fenómeno 4 con la redacción por parte del armonizador de unos criterios de calificación generales en los que se mencione el grado de rigor en la notación y en los que se sugiera valorar, tal y como hace el armonizador de MCCSS por ejemplo, con un máximo de un punto la adecuada notación científica.

Finalmente señalar que, al margen de lo apuntado en las conclusiones, también apreciamos la existencia de otros factores que pueden intervenir en la aparición de estos fenómenos como son las concepciones y creencias de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Respecto a la influencia de las creencias y concepciones del profesorado, existen diversos estudios (Gil, 2000; Espinosa, 2005; Zapata y Blanco, 2007) que señalan cómo estas concepciones y creencias influyen en las prácticas evaluativas y, por tanto, en los procesos de corrección y calificación. Nuestro trabajo parece confirmar este aspecto.

REFERENCIAS

BOESEN, J., LINHNER, J.; PALM. T. The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Educ. Stud. Math.*, 2010,7(1), pp. 89-105.

CÁRDENAS, J.A.; GÓMEZ, R.M.; Y CABALLERO, A. Algunas diferencias entre la práctica y la teoría al evaluar la resolución de problemas en Matemáticas. En García (comp.), *Memorias del 12º. encuentro colombiano de matemática educativa*, 2011, p. 53-62). Bogotá, Colombia.

CARRILLO, J. Y GUEVARA, F. Un instrumento para evaluar la resolución de problemas. *Uno*, 1996, 3(8), 65-81.

CUXART, A.; MARTÍ, M., Y FERRER, F. Algunos factores que inciden en el rendimiento y la evaluación en los alumnos de las pruebas de aptitud de acceso a la universidad (PAAU). *Revista de Educación*, 1997, 314, 63-88.

ESCUDERO, T. Y BUENO, C. Examen de selectividad: el estudio de un tribunal paralelo. *Revista de educación*, 304 1994, pp. 281-298.

ESPINOSA, E. *Tipologías de Resolutores de Problemas de Álgebra Elemental y Creencias sobre la Evaluación con Profesores en Formación Inicial*. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada. 2005.

Autor (2012).

GALLARDO, J. Y GONZÁLEZ, J.L. Una aproximación operativa al diagnóstico y la evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. En A. Maz et al. (Eds.), *Investigación en educación matemática. Actas del IX Simposio de la SEIEM* (pp. 197-204). Córdoba: SEIEM.2005.

GIL, F. *Marco conceptual y creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas*. Tesis doctoral. Almería: Universidad de Almería.2000.

GIMÉNEZ, J. *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis.1997.

GOEZT, J.P. Y LECOMPTE, M.D. *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.1988.

GÓMEZ, P. *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada. 2007.

GONZÁLEZ, S., MARTÍN-YAGÜE, M.C. Y ORTEGA, T. Propuesta y análisis de una prueba de evaluación. *Uno*, 11, 1997, p.55-78.

GRAU, R.; CUXART, A. Y MARTÍ RECOBER, M. La calidad en el proceso de corrección de las Pruebas de Acceso a la Universidad: variabilidad y factores. *Revista de Investigación Educativa*, 20(1), 2002, p. 209-223.

KAUR, B. Y WONG, K.Y. (eds.) *Assessment in the mathematics classroom.Yearbook 2011, Association of Mathematics Educators*. Hackensack, NJ: World Scientific.

MOLLÁ, A. Una experiencia de formación del profesorado en evaluación en el área de matemáticas. *Uno*, 11, 19978,79-90.

MORGAN, C. Y WATSON, A. The Interpretative Nature of Teachers' Assessment of Students' Mathematics: Issues for Equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 2002, p.78-110.

NIEDA, J., DÍAZ, M.V. GARCÍA, P., ORTEGA, P. BONILLA, P.,BONILLA, I., Y AGUIRRE. I. La fiabilidad de las calificaciones en preguntas abiertas de Biología. En I. Aguirre (ed.) La Selectividad a debate (pp. 268-276). Madrid: Universidad Autónoma. 1984.

NISS, M. The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer et al. (Eds.), *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education 2003*, p. 179-192).Göteborg: Royal Swedish Academy of Sciences

ORDÓÑEZ, L. Y CONTRERAS, A., La integral definida en Bachillerato. Restricciones institucionales de las Pruebas de Acceso a la Universidad. En M. Marín, et al. (Eds.), *Investigación en educación matemática XV* (pp. 461-470). Ciudad Real: SEIEM. 2011.

RICO, L. Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* 1997a p.15-38. Barcelona: Horsori.

RICO, L. Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria 1997b*, p. 39-59. Barcelona: Horsori.

RICO, L. (1998). Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. En J. Kilpatrick et al. (Eds.) *Educación matemática* (pp. 69-108). Bogotá: una empresa docente.

RUIZ DE GAUNA, J. *La Enseñanza de las Matemáticas del Bachillerato, los Libros de Texto y las Pruebas de Acceso a la UPV-EHU (1970 – 2008)*. Tesis Doctoral. Donosti: UPV.2010.

SANS, A. Fiabilidad y consistencia del proceso de Selectividad. Un gigante con dos pies de barro. En Latiesa et al. (Eds.) *La investigación educativa sobre la universidad* 1989, p. 201-208). Madrid: CIDE.

SOCAS, M.M. Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico Semiótico. En M. Camacho et al. (Eds.), *Investigación en educación matemática XI*, 2007, p. 19-52. Tenerife: SEIEM y Universidad de la Laguna.

WATTS, F. Y GARCÍA A. Control de calidad en la calificación de las pruebas de inglés de Selectividad. *Aula abierta*, 73, 1999, 173-190.

ZAPATA, M. Y BLANCO, L. Las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje de los profesores de matemáticas en formación. *Campo abierto*, 26 (2), 2007, p. 83-108.

ANEXO I. PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA UTILIZADAS EN EL ESTUDIO.

- Matemáticas II, Opción A, Septiembre de 2010.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD –SEPTIEMBRE DE 2010
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A1. a) Discutir y resolver cuando sea posible el siguiente sistema lineal: ***(1,75 puntos)***

$$\begin{cases} ax+y=0 \\ -2x+y+az=1 \\ y+az=1 \end{cases}$$

b) ¿Existe algún valor del parámetro a para el cual el vector $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sea solución del sistema anterior?

(0,75 puntos)

A2. a) Utilizar el cambio de variable $t^3 = 1-x$ para calcular el siguiente límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1-x)^{1/3}-1}{x}. \quad \textit{(1 punto)}$$

b) Estudiar la continuidad de $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & x<1 \\ 1-x & x\geq 1 \end{cases}$ y obtener $\int_{-1/2}^{1/2} f(x)dx$. ***(1,5 puntos)***

A3. Sea la función $f(x) = x\ln x + (1-x)\ln(1-x)$ con $x \in (0,1)$.

a) Calcular sus extremos relativos. ***(1,5 puntos)***

b) Estudiar su crecimiento y decrecimiento y razonar si posee algún punto de inflexión. ***(1 punto)***

A4. a) Calcular el plano determinado por los puntos $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$. ***(1 punto)***

b) Determinar el ángulo que forman los planos

$$\pi_1 \equiv \sqrt{2}x+y+z=2 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv z=0 \qquad \textit{(0,75 puntos)}$$

c) Obtener el producto vectorial de $\vec{a}=(2,0,1)$ y $\vec{b}=(1,-1,3)$. ***(0,75 puntos)***

- Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, Opción A, Septiembre de 2010.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD – SEPTIEMBRE DE 2010
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El ejercicio presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir y desarrollar una de ellas, sin mezclar contenidos.

OPCIÓN A

1. Encuentre una matriz X tal que $XA=B$, siendo $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 6 & 3\end{pmatrix}$. *(1 punto)*

2. Sean $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 5\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

a) Calcule B^{-1}. *(1 punto)*

b) Utilizando B^{-1}, calcule X tal que $XB=A+B$. *(1,5 puntos)*

3. a) Derive las siguientes funciones: *(1,5 puntos)*

$$f(x)=\ln\frac{x^3}{\sqrt{x^2+2}}, \qquad g(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x+\sqrt{x}}, \qquad h(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}$$

b) Razone cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\frac{1}{x^2}+x^2$. Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de f. ¿Tiene algún punto de inflexión?. *(2 puntos)*

4. En un colegio hay 60 alumnos de bachillerato. De ellos 40 estudian inglés, 24 estudian francés y 12 los dos idiomas. Se elige un alumno al azar.

a) Calcule la probabilidad de que estudie al menos un idioma. *(1 punto)*

b) Calcule la probabilidad de que estudie francés sabiendo que también estudia inglés. *(1 punto)*

c) Calcule la probabilidad de que no estudie inglés. *(1 punto)*

ANEXO II. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN ENTREGADOS A LOS CORRECTORES DE LAS P.A.U.

- Matemáticas II, Opción A, Septiembre de 2010.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD – SEPTIEMBRE DE 2010

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN - EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

a) Se adjudicará hasta un punto por la discursión del sistema en función del parámetro.

b) Por la sustitución correcta se dará hasta 0.5 puntos.

A 2.

a) Por la correcta realización del cambio de variable se asignará 0.5 puntos.

b) El cálculo de los límites laterales se valorará con 0.75 puntos y la elección correcta de la definición de $f(x)$ en el intervalo de integración con 0.25 puntos.

A 3.

a) El cálculo correcto de $f'(x)$ y $f''(x)$ valdrá 0.75 puntos.

b) Se dará 0.75 puntos por la escritura correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

A 4.

En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.

- Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, Opción A, Septiembre de 2010.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD – SEPTIEMBRE DE 2010
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN - EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SS. II**

Para la corrección del ejercicio se tendrán en cuenta los siguientes criterios generales:

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica.

- En aquellas preguntas en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.
- En las preguntas prácticas primará el correcto planteamiento del problema y se valorarán positivamente las explicaciones claras y precisas, y negativamente la ausencia de explicaciones o las explicaciones incorrectas.
- Si se comete un error que tenga relación con resultados ulteriores de la misma pregunta, se ha de tener en cuenta si existe coherencia con el resultado erróneo. En caso afirmativo, se valorará el resto de las cuestiones de la misma pregunta, aunque si el error conduce a problemas más simples de los inicialmente propuestos disminuirá la calificación.
- Se podrán usar calculadoras aunque no sean necesarias para la resolución de los ejercicios. Se exigirá que todos los resultados analíticos y gráficos estén paso a paso justificados. (Utilización de fórmulas, obtención de gráficas, cálculo de derivadas).
- A la hora de corregir la prueba, se tendrá en cuenta la falta de acuerdo sobre los conceptos de convexidad y concavidad en la Bibliografía.

Se valorará el buen uso de la lengua y la adecuada notación científica, que los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto. Por los errores ortográficos, la falta de limpieza en la presentación y la redacción defectuosa podrá bajarse la calificación hasta un punto.

OPCIÓN A

Ejercicio 1: 1 punto.

Ejercicio 2: a) 1 punto; **b)** Despejar X 0,75 puntos. Calcular X 0,75 puntos.

Ejercicio 3: a) Cada derivada 0,5 puntos; **b)** Determinar el dominio de f 0,25 puntos. Calcular los valores que anulan la primera derivada 0,5 puntos. Concluir que x=1 y x=-1 son mínimos 0,75 puntos. Concluir que no tiene puntos de inflexión 0,5 puntos.

Ejercicio 4: Cada apartado 1 punto.