

Mecanismos, lenguajes, y geometría: Lanz y la composición de las máquinas

Eduardo L. Ortiz*

A Gregorio Klimovsky,
con el afecto de ex-alumno y amigo

Este trabajo es parte de un estudio en el que se trata de construir la filiación de algunas ideas básicas de las ciencias exactas que, habiendo llegado en diferentes épocas, finalmente se arraigaron en el mundo científico de habla hispana. En este trabajo analizó ideas cuya motivación inicial se relaciona con el desarrollo del concepto de máquina, y que luego se extendió en direcciones más abstractas.

La complejidad creciente de las máquinas desarrolladas en el período inmediatamente posterior a la Revolución Industrial sugirió el desarrollo de un sistema de símbolos, un "lenguaje" en el sentido de Condillac, capaz de describir su funcionamiento sin necesidad de ser explícitamente construidas. Dentro del cuadro de las ciencias exactas de esa época existía un antecedente interesante: la geometría descriptiva. Hacia fines del siglo dieciocho Gaspard Monge desarrolló un sistema muy especial capaz de reducir, en forma biunívoca, la descripción de objetos tridimensionales a la superposición de dos imágenes bidimensionales que reposan sobre un mismo plano.

Monge hizo un primer ensayo de construcción de un lenguaje para la descripción de las máquinas. Sin embargo, la propuesta más exitosa fue avanzada por J. M. Lanz, en un importante libro publicado por la *École Polytechnique* de París en 1808.

En este trabajo haré una referencia breve a lenguajes basados también en un criterio analítico que, partiendo de otras disciplinas, fueron precursores del de Lanz. Asimismo haré referencia a la interesante personalidad científica y humana de Lanz, que tuvo un contacto breve con nuestro país en un período temprano de la implantación de la ciencia moderna.

Finalmente, en base al impacto de la teoría de máquinas y sus extensiones, haré algunas reflexiones históricas acerca de la inserción y permanencia de algunas ideas de las ciencias exactas en los países de habla hispana.

Lenguajes de la geometría

La creciente complejidad de la maquinaria desarrollada desde fines del siglo dieciocho mostró la necesidad de elaborar una teoría general de las máquinas que pudiera ser utilizada como un auxiliar, como una forma de "lenguaje" (en el sentido de Condillac, como de un sistema de símbolos con reglas operativas definidas) en el diseño de maquinaria nueva y aún más compleja. Asimismo, tenía gran interés poder describir las partes y el funcionamiento de las máquinas en términos más precisos y más específicos que lo que permite el lenguaje común.

En los primeros tiempos de la revolución francesa, Gaspard Monge, uno de los más eminentes matemáticos de su tiempo, fue uno de los principales actores en un proceso que

* Imperial College, Londres

llevó a la creación en Francia de una escuela superior de ingeniería. Ese proyecto se concretó en 1794, en París, con la fundación de varias escuelas, de las cuales la *École Polytechnique* ha sido la que adquirió mayor prestigio. Características novedosas de esta nueva escuela fueron la institución de un examen de ingreso competitivo;¹ la introducción sistemática de prácticas de laboratorio de física y química, y la designación de profesores del más alto nivel académico, en principio con dedicación exclusiva a su disciplina, que sólo tenían la obligación de dictar un número limitado de clases públicas y contribuir a la formación de discípulos.

Monge es principalmente conocido como el creador y sistematizador de un capítulo nuevo de la geometría, la llamada geometría descriptiva. Esta disciplina, esbozada ya en forma visible en trabajos anteriores sobre fortificaciones, permite construir representaciones exactas de objetos sólidos, tridimensionales, volcándolos sobre dos superficies planas. La geometría de Monge es, pues, un lenguaje matemático para la descripción de los sólidos en términos de dos representaciones planas. Como diría Dupin:² “La géométrie descriptive est une langue imitative, qui a la double avantage de peindre et de parler aux yeux.”

Monge construyó esta rama nueva de la geometría a partir de la observación de que un punto queda perfectamente identificado en el espacio por su proyección perpendicular sobre dos planos. Esos dos planos, por comodidad, pueden ser luego rebatidos sobre un único plano.

La representación de la recta y el plano sigue inmediatamente teniendo en cuenta que estos elementos geométricos quedan definidos en términos de dos, y tres puntos respectivamente. Debido a que la proyección perpendicular sobre planos a lo sumo conserva, pero en general contrae, la distancia entre dos puntos, sucesivos puntos próximos de una curva definida en el espacio se proyectarán sobre los planos de representación elegidos como puntos también cercanos. Estas sucesivas “trazas” puntuales definen las proyecciones de la curva. Una superficie se genera mediante un sistema de curvas, y se representa de manera análoga. Para algunas superficies cuya generación obedece a reglas simples es posible simplificar este procedimiento: una esfera queda determinada por las proyecciones del centro y de su círculo mayor, un cilindro por la intersección o traza con uno de los planos de proyección y por las proyecciones de una sola de sus aristas. A estas construcciones elementales, en las que el punto es el elemento atómico, sigue una rica elaboración teórica que permite el trazado de líneas de intersección de superficies, y de tangentes, normales, y otros elementos geométricos a una curva o superficie dada.

Hacia fines del siglo dieciocho la geometría descriptiva era estimada principalmente por sus importantes aplicaciones a la construcción de fortificaciones, a diseños subterráneos, al corte de piedras, y las construcciones en madera. Por algún tiempo, hasta la creación de la *École Normale*, éste fue un saber reservado, comunicado preferentemente a los alumnos de escuelas militares.

Sin embargo, la doctrina geométrica de Monge tenía aplicaciones mucho más amplias y esto hizo que su uso se difundiera gradualmente más allá de los límites de la ingeniería militar. En paralelo con sus aplicaciones a las fortificaciones, la capacidad representativa de esta nueva rama de la geometría le hizo jugar un papel importante en una amplia gama de áreas de la ingeniería civil. Utilizando el lenguaje de la geometría descriptiva fue posible analizar con precisión las curvas y superficies de intersección de cuerpos sólidos, un problema de gran interés para diversas ramas de la arquitectura y de la técnica. Ese lenguaje

también hizo posible el análisis de los efectos de luz y sombra sobre cuerpos tridimensionales, que el arquitecto podía simular en detalle en el tablero de dibujo. Más aún, en el campo nuevo de la mecánica el lenguaje de la geometría descriptiva permitió comunicar con precisión detalles de piezas de máquinas (y, en general, de inventos mecánicos) necesariamente definidas en el espacio. De este modo, desde principios del siglo diecinueve, la geometría descriptiva se convirtió en el lenguaje natural de los ingenieros y, gradualmente, también en el de los técnicos e inventores. Por esta razón ha sido un tópico básico en la formación matemática del ingeniero por un período de tiempo muy prolongado, que llega prácticamente hasta mediados del siglo veinte.

El matemático español Don Andrés Antonio Gorbea era uno de los muchos decididos admiradores de la geometría descriptiva. Decía en Chile, en 1845, que “por sus métodos, un pliego de papel es suficiente para comunicar a las mayores distancias el invento más complicado, y ejecutarlo, siguiendo sus procedimientos, con tanta exactitud como si su mismo inventor la hubiese dirigido.”³

Los Lenguajes de las máquinas

Comenzaba así a quedar cubierta la descripción anatómica de las piezas básicas, o “atómicas,” de una máquina, pero no aún su interacción, su fisiología o, como se decía entonces, su composición. Nuevamente, fue en la innovadora *École Polytechnique* de París donde Monge propuso que se dictara un curso sistemático de dos meses sobre la teoría de las máquinas. En ese curso cada máquina era reducida a sus elementos más simples, y se analizaba también la posible composición de diferentes máquinas con el objeto de crear otras nuevas, capaces de realizar tareas mucho más complejas que las que eran capaces de realizar cada una de sus partes.

Cada una de esas piezas básicas, o átomos de maquinaria, es capaz de recibir un tipo específico de movimiento, y también de transmitir otro movimiento bien determinado, con el que se alcanza a una región perfectamente definida del espacio.⁴ Por ejemplo, una rueda montada sobre un eje que como entrada recibe movimientos rectilíneos, tangenciales a su contorno, devuelve como señal de salida rotaciones alrededor de ese eje. En este sentido, la ciencia de las máquinas puede estudiarse como una teoría abstracta, de entradas y salidas, o de “cajas negras,” que estudia relaciones establecidas entre diferentes regiones del espacio.

Ya Monge había esbozado una idea abstracta de máquina, definida simplemente como un artefacto capaz de alterar direcciones de movimiento, sin hacer referencia a las fuerzas que actúan sobre ella. Para él toda máquina compleja podía reducirse a acciones de cuatro agentes principales de movimiento: translación o rotación, que podía ser continua o recíproca, y que producía un movimiento en otra dirección y velocidad que nuevamente podía ser de translación o de rotación, continuo o recíproco. Estos daban lugar a diez clases de mecanismos.

El primer curso sobre esta disciplina fue bosquejado en forma de un programa de estudio por Jean Nicholas Pierre Hachette en 1806. Hachette era alumno de Monge, y fue luego su adjunto en las cátedras de la *École Normale* y de la *Polytechnique*. Fue también el editor de su tratado de geometría descriptiva, impreso mientras Monge participaba en la expedición al Egipto, al lado de Napoleón.

Hachette utilizó la clasificación de Monge en su programa. Pocos años después, publicó él mismo un tratado sobre las máquinas.⁵ En su obra incluyó ideas interesantes, que tratan

de penetrar más profundamente en la naturaleza de los elementos atómicos, a cuya interacción se trataba de reducir las máquinas complejas.

En 1808 la escuela de París, rebautizada con el nombre de *École Impériale Polytechnique*, publicó un libro titulado *Essai sur la Composition des Machines*, que fue finalmente adoptado como texto por esa importante institución. Sus autores eran José María de Lanz y Agustín de Betancourt, dos matemáticos de origen español que en ese momento se desempeñaban en París. Lanz era entonces profesor en la *Escuela de Ingenieros* de Madrid, con licencia en París.

En esta obra se dio un primer paso hacia la creación de un lenguaje específico para la descripción de máquinas. Cuando el *Essai* fue publicado, Betancourt se había trasladado ya a Rusia, donde pasó la parte final de su vida y creó la primera gran escuela de ingeniería de ese país.⁶ Lanz y Betancourt, posiblemente Lanz, que con justicia aparece como primer autor, invirtiendo el orden alfabético, identificó una serie de máquinas básicas, que definió como máquinas elementales. Es decir, hizo un primer intento de identificar las piezas atómicas, o irreductibles, con las que sería posible la representación de toda otra máquina como una combinación más o menos elaborada de aquellas. Lanz consideró movimientos rectilíneos, circulares o curvilíneos y, en cada uno de ellos, los que conservan su dirección de movimiento o la invierten (movimientos recíprocos o alternativos), que a su vez dan una salida que es rectilínea, circular o curvilínea y, que puede conservar su dirección de movimiento o invertirla. De este modo el número básico de máquinas se incrementó a veintuno.⁷ Esta clasificación permaneció en uso hasta, por lo menos, fines del siglo diecinueve.⁸

Ciencia y lenguaje en la concepción de Condillac y de la nueva escuela ideológica

Estos intentos trataban de llevar a la teoría de las máquinas una manera de pensar que ya Lineo había utilizado en la botánica y Lavoisier en la química, configurar un lenguaje (en el sentido de un sistema de símbolos, y de operaciones permisibles con ellos), capaz de "describir" esas ciencias sobre la base a un pequeño grupo de elementos básicos y sus combinaciones. En una forma distante, era un enfoque modelado en el que Euclides había dado a la geometría, con la axiomatización que presentó en sus *Elementos*.

Identificado el diccionario, sólo faltaba decodificar una colección de reglas de combinación. Es decir, una gramática adecuada. Con ella, pensaban estos autores, sería posible construir un lenguaje suficientemente abstracto como para poder describir los diferentes elementos que aparecen en cada ciencia particular.

La ciencia de fines del dieciocho estaba dominada en Francia por las ideas de colección, clasificación, y ordenamiento mediante el análisis. Estas ideas, que seguían las enseñanzas de Condillac, proclamaban que hacer el capítulo de una ciencia particular no era otra cosa que construir un lenguaje capaz de describirla. En su obra inconclusa *La langue des calculs*, de 1798, Condillac discutió en detalle el lenguaje del álgebra, con la intención de que, en analogía con este lenguaje sin contradicción ni ambigüedades, fuera posible algún día construir el lenguaje de la ciencia. Su obra se abre con las siguientes palabras, que identifican el lenguaje y el método analítico: "Toute langue est une méthode analytique, et toute méthode analytique est une langue."⁹

La langue des calculs de Condillac, y aún más la obra de los Ideólogos de la nueva generación que fueron sus sucesores, se proponía echar las bases de una ciencia de las ideas. Estas concepciones tuvieron una repercusión importante en el mundo de habla hispana. *La langue des calculs* fue traducida al castellano por una dama española, Doña Vicenta Corvalán y Castro, Marquesa de Espeja, en 1805. Otras obras de Condillac, de interés estrictamente filosófico, fueron también traducidas al castellano antes del cierre del siglo dieciocho, tanto en España como en la América Hispánica. El tratado de ideología de Destutt de Tracy¹⁰ fue traducido en la segunda mitad de la década de 1810, también hubo traducciones libres de esa obra, como lo es el manual del matemático e ideólogo español Juan Justo García.¹¹ Entre nosotros, la ideología fue difundida en la *Universidad de Buenos Aires* por Juan Manuel Fernández de Agüero.¹²

Con un lenguaje de este tipo, soportado por el concepto de máquinas elementales¹³ identificadas por Lanz y Betancourt, sería teóricamente posible —se creía con cierto optimismo— describir y planear, sin necesariamente tener que construirla, toda maquinaria posible. Incluso super-máquinas capaces de complejas operaciones, o de secuencias de operaciones. La realidad no resultó ser tan simple.

Joseph de Lanz

El autor principal del *Essai*, José María de Lanz,¹⁴ o Joseph de Lanz, nació en Campeche, México, el 26 de Marzo de 1764. Su padre, Don Diego de Lanz, un funcionario real en aquella ciudad, era miembro benemérito de la *Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País*, entidad destinada al progreso de la educación y de la industria. Desde México, Don Diego contribuía a recaudar fondos para sostener las actividades de los *Amigos* de la *Sociedad*.¹⁵ Hacia fines de 1778¹⁶ envió a su hijo José María a España, a estudiar en una nueva institución creada por la *Sociedad*, el *Real Seminario de Vergara*. En este seminario, o colegio, se daba particular atención a la instrucción en ramas de las ciencias y la tecnología, las llamadas artes útiles. Sus alumnos incluían un grupo importante de jóvenes de la nobleza, o de rango equivalente. Entre sus profesores se contaron el gran químico francés Joseph Louis Proust, y los hermanos Fausto y Juan José de Elhuyar.

El *Seminario de Vergara*, donde la instrucción matemática era esmerada,¹⁷ había sido designado como un punto de acceso directo a la marina española. En esos años una buena parte de la mejor ciencia exacta y tecnología que se hacía en España se concentraba en la armada, más bien que en las universidades.

Lanz pasó del *Seminario* a la *Armada Real* como guardia marina.¹⁸ Allí le fueron asignadas tareas en el campo de la cartografía naval. Primero estuvo bajo las ordenes del afamado cartógrafo Vicente Tofiño y, más tarde, de Joseph de Mendoza Ríos.¹⁹ Aunque poco estudiado, Mendoza Ríos es una figura del mayor interés, quizás el matemático y astrónomo español que, en toda la historia de su país, recibió las más altas distinciones en el extranjero. Enviado oficialmente a París, a desempeñar una misión científica, Mendoza Ríos eligió a Lanz como su asistente. En París Lanz continuó avanzando en sus estudios de matemática.

En 1793, a pesar de ser llamado de regreso a España en un momento en que existía el peligro de un enfrentamiento armado con Francia, Lanz, atraído por el ambiente científico de París y no menos por las ideas de la revolución francesa, prefirió permanecer en Francia; a consecuencia de ello fue separado de la marina española. La desertión de Lanz fue atem-

perada; luego de intensas negociaciones quedó para la historia una versión según la cual su alejamiento se debía a que había contraído enlace con una joven de nacionalidad francesa sin tener los debidos permisos. Como veremos, esta no sería la única oportunidad en la que la esposa de Lanz serviría como excusa para explicar sus decisiones.

Aunque por diferentes razones, tampoco Mendoza Ríos regresó a su país. A partir de 1794 se estableció en Londres, donde vivió los últimos veinte años de su vida. Mendoza Ríos, que también fue separado de la marina española, se incorporó a los niveles más altos de la comunidad científica de Inglaterra, donde fue reconocido como uno de los creadores de la moderna astronomía náutica. Poco después de su llegada a Londres fue elegido miembro de la *Royal Society*, y es hoy considerado como uno de los principales astrónomos de la Gran Bretaña²⁰ en la primera mitad del siglo diecinueve.

En París, Lanz se desempeñó en la oficina del catastro francés bajo Gaspard de Prony,²¹ y como profesor en la *École des Géographes*. La relación entre Lanz y de Prony no se limitó solamente a las tareas propias del catastro, el segundo era también un conocido diseñador de máquinas, el "freno de Prony" ha hecho famoso su nombre.

Cambios en las rápidamente mutantes alianzas políticas de España, con o contra Francia o Inglaterra, le permitieron a Lanz regresar a España, donde permaneció entre 1802 y 1805.²² En esos años tuvo una participación activa en la creación de la que es hoy la *Escuela de Ingenieros* de Madrid. Inicialmente esta institución fue creada para la formación de personal técnico para la *Inspección General de Caminos*. El objeto de este establecimiento era "la enseñanza de la mecánica y la arquitectura hidráulica, con todas las aplicaciones necesarias a la construcción de caminos, puentes, canales y a las demás obras y objetos particulares que tiene conexión con ellos."²³ Fue en esta nueva estadía en Francia, hacia 1808, cuando Lanz publicó, en colaboración con Betancourt, el importante libro sobre la teoría de las máquinas al que he aludido más atrás.

A principios de 1795 el naturalista colombiano Francisco Antonio Zea, discípulo de José Celestino Mutis, fue exiliado a Cádiz bajo la sospecha correcta de que favorecía ideas independentistas. Su preparación científica y su talento fueron rápidamente reconocidos y en pocos años escaló altas posiciones académicas en España. Llegó a ser profesor de Botánica en la *Universidad de Madrid* y Director del *Jardín Botánico* de esa ciudad.

Bajo José Bonaparte, y con el patrocinio del Marqués de Almenara, Lanz y su amigo Zea desempeñaron funciones de gobierno que tenían relación con sus experiencias científicas o técnicas anteriores. Luego de una estadía relativamente breve en Córdoba, como prefecto, Lanz pasó a Francia al caer en España el gobierno de José Bonaparte.

El traslado de Lanz a Buenos Aires

En París Lanz hizo contacto con el ministro Bernardino Rivadavia, que lo contrató para enseñar matemáticas en Buenos Aires.²⁴ En Argentina permaneció menos de un año, entre 1816 y 1817. Pueden apuntarse razones de orden práctico para la contratación de Lanz en un período tan crítico de la historia argentina; sin embargo, es posible que factores de orden filosófico, inspirados en la visión de los Ideólogos franceses, que atribuían a la matemática una posición especial dentro del cuadro general de las ciencias, hayan contribuido a esa decisión.²⁵ De todas maneras, ella subraya el énfasis puesto en el desarrollo de la matemática en Argentina en el período fundacional.

En los planes de estudio que Lanz delineó se trataban temas y se recomendaban obras de estudio de gran modernidad que, sin duda, contribuyeron a encaminar a esa escuela en condiciones sumamente favorables. Con diferentes denominaciones, el instituto que él ayudó a crear ha sido uno de los centros de investigación matemática de mayor importancia en Argentina.

Por decreto del 17 de agosto de 1816, se designó a "José María de Lanz, de París," profesor de matemáticas en Buenos Aires, con un sueldo \$ 1,500 anuales. Renunció a su cargo el 23 de enero de 1817 y regresó a Europa. Juan María Gutiérrez nos dice²⁶ que el regreso de debió a que su esposa no se aclimató suficientemente al ambiente social de Buenos Aires. En su correspondencia Lanz lo explica de otro modo: no estaba satisfecho con los conflictos internos que detectó en los grupos políticos locales y que en su opinión minaban los objetivos que habían motivado la lucha por la independencia. De regreso a París, llevando la noticia de la declaración de la independencia, se unió a quienes gestionaban en ese momento una reconciliación entre España y sus antiguas colonias que, sin embargo, respetara la independencia.²⁷

Mientras residía en Buenos Aires,²⁸ Lanz hizo la traducción del volumen de aritmética del moderno tratado de Sylvester François Lacroix, que desde su primera publicación en 1799 había sido frecuentemente actualizado. La traducción, basada en la decimotercera edición, fué anunciada para la suscripción por la prensa local en Septiembre de 1816,²⁹ pero no parece haberse editado en Buenos Aires. Sin embargo, el impacto de la visita de Lanz no desapareció con su regreso a Europa. Cinco años más tarde, la *Imprenta de la Independencia* publicó en Buenos Aires los elementos de geometría de Lacroix.³⁰ La influencia de la obra de Lacroix es evidente en las obras de Avelino Díaz, publicadas en 1830 y reimprimadas nuevamente al reorganizarse la *Universidad de Buenos Aires*, después de 1852, con lo que la influencia de esos textos se propagó hasta el tercer cuarto del siglo diecinueve.³¹

Lanz en la década de 1820

Entretanto, su amigo el naturalista Zea se había unido a la campaña de Simón Bolívar y hacia 1822 desempañaba la vicepresidencia de la Gran Colombia. Zea fue enviado a París y Londres como ministro plenipotenciario para gestionar el reconocimiento de la independencia de la antigua Nueva Granada y obtener créditos para continuar con las luchas por la independencia. En París, luego de consultar con Arago, Cuvier, y Humboldt, Zea organizó una comisión científica encargada de impulsar las tareas de la descripción física de la Gran Colombia y promover estudios superiores. La cuestión de definir con mayor precisión el caudal de riquezas naturales de ese país podría abrir un contacto más firme con los mercados de Europa.

Lanz fue invitado a ocupar la posición de mayor responsabilidad dentro de un grupo que integraban científicos jóvenes, principalmente franceses. Algunos de ellos, particularmente, el químico Jean B. Boussingault, alcanzaron gran notoriedad internacional y llegaron a ocupar las más altas posiciones dentro del cuadro de la ciencia francesa de la mitad del siglo diecinueve.³²

Lanz llegó a Caracas en 1822 y de allí pasó a Bogotá. Durante ésta, su segunda estadía en América, levantó un mapa de secciones de la Gran Colombia y colaboró en la reestructuración de instituciones educativas y académicas en ese país; una de ellas fue la *Academia de Ciencias*. Más tarde, su mapa fue publicado por el Secretario del Interior de ese país, Don

José Manuel Restrepo, como parte de un detallado estudio histórico-político sobre la Gran Colombia.³³ Lanz trazó también un mapa de la boca del río Orinoco;³⁴ posteriormente, este mapa jugó un papel importante en discusiones sobre los límites internacionales de Venezuela.

En Buenos Aires, Lanz se granjeó el respeto y la confianza de Rivadavia, Juan Martín de Pueyrredón, Manuel Belgrano y otros encumbrados personajes de la época. Lo mismo ocurrió en Bogotá, donde la personalidad de Lanz atrajo la atención de Francisco de Paula Santander y de Bolívar. En Colombia, y posiblemente también en Argentina, fue encargado del diseño de claves criptográficas, que fueron utilizadas para la transmisión de documentos oficiales de alta confidencialidad.

En 1824³⁵ el gobierno de la Gran Colombia le confió una misión diplomática reservada en París,³⁶ que tenía por objeto realizar gestiones al más alto nivel para lograr el reconocimiento de la independencia colombiana. En el campo de la diplomacia su misión en Europa jugó un papel similar y paralelo al que cupo a los generales de los grandes ejércitos en los campos batalla. Lanz mantuvo repetidas entrevistas con los dos ministros más importantes del gobierno de Francia de esa época. Sus gestiones abrieron las puertas para un futuro reconocimiento de la independencia.

Al término de su misión Lanz, con su salud seriamente resentida, se estableció nuevamente en París. Por intermedio de sus amigos solicitó al gobierno de la Gran Colombia la pensión que le correspondía. Entre tanto, la situación política interna de la Gran Colombia había cambiado y Bolívar, que veía en Lanz un aliado de Santander, aconsejó cortar contactos con él y puso reparos a que le fuera concedida la pensión que solicitaba.

En 1835, amparándose en la amnistía política, Lanz intentó regresar a España. Su aplicación para un cargo de profesor en temas de su especialidad, que había abierto el recientemente creado *Conservatorio de Artes y Oficios* de Madrid, fue rechazada. Datos sobre su vida posterior son escasos. En base a la información que suministra un documento de Lanz,³⁷ relacionado con un péndulo de características muy especiales, es plausible que en París haya estado vinculado con el importante establecimiento de relojería de precisión de su amigo Louis-Antoine Breguet,³⁸ hijo y sucesor del famoso relojero de origen suizo Abraham-Louis Breguet,³⁹ que fabricaba cronómetros para la navegación.

Resonancia de la obra de Lanz en España

Don Leonardo Torres y Quevedo, el conocido matemático e ingeniero español, estudió la teoría de máquinas, conocida ya como teoría de mecanismos, en la *Escuela de Ingenieros* de Madrid. El análisis de los primeros diseños de máquinas de calcular de Torres Quevedo tiene un interés considerable, ya que en esas máquinas se combina la geometría con el movimiento. No entraré aquí en este tema, que he discutido con cierta extensión en otra parte.⁴⁰ La importancia de las contribuciones de Torres Quevedo en el campo del cálculo con máquinas mecánicas y electro-mecánicas ha sido estudiada en cierto detalle por su contemporáneo y amigo, el matemático francés Maurice d'Ocagne, profesor en la *École Polytechnique* de París. En la frase final de su libro sobre la evolución de las máquinas de calcular⁴¹ el eminente geómetra francés no vaciló en señalar a Torres Quevedo como un científico de imaginación prodigiosa.

Interesa destacar aquí un aspecto más particular de su obra que la relaciona muy directamente con la de Lanz y Betancourt. Me refiero a sus trabajos sobre la formulación de un

lenguaje (una "notación," según la llama Torres Quevedo) para la descripción del funcionamiento de máquinas, que él aplicó a la descripción de complejas máquinas de cálculo.

Torres Quevedo eligió la teoría de las máquinas como tema para su discurso de incorporación a la *Academia de Ciencias* de Madrid, en 1901. En su discurso siguió, críticamente, el punto de vista de Robert Willis,⁴² pero dejando de lado las velocidades y refiriéndose solamente a los espacios recorridos, que considera más accesibles a la medida. De este modo separó también el tiempo de sus consideraciones, colocándose en una posición cinematográfica aún más ortodoxa.⁴³ Torres Quevedo caracterizó el concepto de máquina en los siguientes términos.⁴⁴

Vemos ahora ya a la máquina imponiendo, de una manera mecánica, cierta dependencia entre los valores simultáneos de dos ángulos variables, lo mismo que una ecuación expresa, en lenguaje algebraico, cierta dependencia entre los valores simultáneos de dos variables abstractas.

Interesa destacar la modernidad del enfoque de Torres Quevedo, particularmente si lo contrasta con las definiciones de función corrientemente dadas en los textos españoles de matemáticas de la época.

Una vez sentado este concepto abstracto de máquina, se abría la posibilidad de utilizar las máquinas en una forma en cierto modo recíproca, como máquinas de calcular. Para calcular valores funcionales bastaría construir una máquina mecánica específica, cuya entrada y salida obedezcan a la relación funcional que se desea tabular. Francisco de Paula Arrillaga, encargado por la *Academia* de contestar el discurso de Torres Quevedo, observó con agudeza que "... él [TQ] inversamente aplica a la Matemática la Cinemática. Claro que lo hace a beneficio de ser ésta casi pura matemática."⁴⁵

Torres Quevedo volvió sobre el tema de la teoría algebraica de máquinas en 1906, en un trabajo sobre notaciones y símbolos para la descripción de máquinas,⁴⁶ publicado también por la *Academia*. En este trabajo reconsideró el problema del lenguaje e hizo referencia a la dificultad de utilizar la geometría como herramienta para la descripción de los órganos y conexiones internas de una máquina. En este artículo citó trabajos anteriores de Charles Babbage⁴⁷ y de Franz Reuleux⁴⁸ sobre la construcción de lenguajes para el análisis de la composición de máquinas mecánicas, e introdujo un grupo básico de símbolos, y de fórmulas de composición definidas sobre esos símbolos. Una máquina de multiplicar le sirvió como ejemplo para ilustrar sus ideas. En ese trabajo Torres Quevedo explicó más específicamente su metodología.

"... [he] formulado *algunas reglas* y he dibujado *algunos símbolos* de los más usuales; pero sería necesario un trabajo más minucioso y detenido para completar la *gramática* y el *diccionario* de esta nueva lengua."⁴⁹

Condillac y Lanz hubieran estado satisfechos de este lejano discípulo, en cuyas ideas es todavía posible discernir la influencia de los preceptos de la filosofía de los Ideólogos franceses.⁵⁰

El impacto en Argentina

El impacto de los problemas que abrió la teoría de máquinas se hizo sentir también, y con cierta intensidad, en el Río de la Plata. Claro Cornelio Dassen, ingeniero y matemático, profesor de Teoría de Mecanismos en la *Universidad de Buenos Aires* es, quizás, el caso de

mayor interés. Dassen compartió el dictado de la cátedra de teoría de máquinas con la enseñanza de cursos de matemáticas superiores para los escasos alumnos del doctorado en Matemáticas.

Dassen hizo un esfuerzo serio por estar bien informado, leía las lenguas clásicas y un buen número de lenguas europeas modernas. A lo largo de una vida dedicada al estudio, reunió una biblioteca personal⁵¹ de un valor excepcional, rica en obras matemáticas clásicas, que más tarde donó a la *Sociedad Científica Argentina*. Es posible que la suya sea la biblioteca más importante de la América Latina en el área de la historia y filosofía de la matemática, hasta principios del siglo veinte. Sin duda, se destacaría también en Europa por su calidad. Esta donación, en caso de conservarse íntegra, colocaría a la *Sociedad Científica* en una posición de privilegio como centro para el estudio de la historia y filosofía de las ciencias matemáticas. Igualmente Dassen adquirió para su uso personal valiosos instrumentos científicos: un moderno analizador diferencial mecánico y un potente telescopio; algunas de estas piezas fueron también donadas a la *Sociedad Científica*.

Desde su tesis de doctorado,⁵² Dassen, se orientó muy definitivamente hacia el análisis abstracto de los conceptos de cantidad y de composición de operaciones matemáticas, lo que lo llevó luego a estudiar problemas relativos a los fundamentos de la matemática. Su trabajo lo colocó en una dirección moderna y abstracta para su ambiente y para su tiempo. En sus estudios la naturaleza física de los conceptos que él utilizó, fueran éstos representables o no por máquinas mecánicas, dejó ya de tener la relevancia central que tuvo en años anteriores. En trabajos posteriores Dassen se interesó por la consideración de las relaciones entre la lógica y la matemática.

La tesis de Dassen, lleva el número seis dentro del elenco de las tesis de doctorado en Ciencias Físico-Matemáticas de la *Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* de Buenos Aires.⁵³ Cuatro de las cinco tesis anteriores, de Ildefonso P. Ramos Mejía,⁵⁴ Félix Amoretti,⁵⁵ Carlos María Morales,⁵⁶ e Ignacio Aztiria,⁵⁷ se ocupan del análisis de métodos y problemas de la geometría en sus relaciones con la dinámica, la cinemática, o el álgebra vectorial. Estos temas, que ligan el álgebra, la geometría y el movimiento, no son ajenos a los que planteaba la teoría de las máquinas.

El tercer capítulo del trabajo de Dassen de 1901 está dedicado a la discusión de las paradojas del infinito y contiene referencias breves a la teoría de conjuntos de Cantor, sobre la que Dassen tenía reservas. Esta actitud era compartida entonces por un buen número de distinguidos matemáticos europeos. Paul du Bois-Raymond, en cuyos trabajos de la década de 1880 están parcialmente basados los argumentos de Dassen, era uno de ellos.

El libro de Dassen no ha recibido la atención que merece desde el punto de vista de la historia de la filosofía de la matemática en Argentina. Sin embargo, en su momento, ese estudio atrajo la atención de algunos de los principales especialistas extranjeros interesados en aquella disciplina.

En una carta a Bertrand Russell, fechada el 17 de Marzo de 1902, Louis Couturat⁵⁸ le aconsejaba leer el trabajo de Dassen. Decía Couturat a Russell: "Je viens de vous envoyer, recommandé, le livre de M. Dassen: vous le lirez sans doute facilement."

Russell respondió señalando que "Je ne sais pas l'espagnol, mais je voit que par l'aide du français, du latin et de l'italien on doit pouvoir le déchiffrer. J'amairais beaucoup recevoir la brochure dont vous me parlez. Je ne savais pas que l'Amerique du Sud s'occupait de pareilles choses."⁵⁹

Dos años después de presentar su tesis de doctorado, Dassen escribió un pequeño volumen en el que discutió la noción de cantidad, y de cantidades dirigidas en espacios de dos a cuatro dimensiones, ocupándose de los vectores y cuaterniones de Hamilton. Estos últimos habían sido introducidos en Argentina por su antiguo profesor, el ingeniero y matemático Valentín Balbín. La obra fue publicada en París en 1903.⁶⁰

Dassen estuvo muy fuertemente influido por el logicismo de Couturat, autor con el que sostuvo un contacto epistolar.⁶¹ Luego de la muerte de Couturat, Dassen escribió un largo y documentado estudio biográfico sobre ese filósofo.

Conclusión

A partir del trabajo de Lanz y de sus contemporáneos en los primeros años del siglo diecinueve, que he historiado brevemente en las primeras páginas de este trabajo, la noción de máquina pasó a ser un objeto de investigación académica y ha estimulado una corriente de ideas cada vez más abstractas y generales que ha enriquecido la ciencia con imágenes y conceptos nuevos. Las máquinas han sido consideradas, formalmente, como sistemas generados por un cierto número de elementos básicos capaces de interactuar siguiendo reglas específicas de operación, o composición. A la vez, dentro de los estudios sobre esa teoría ha habido un intento por revisar con mayor detalle y precisión la noción de elemento fundamental o atómico en el dominio de la maquinaria lo que, gradualmente, ha llevado a una comprensión más profunda, y también más abstracta, del concepto de máquina como elemento transformador, despojándola más y más de sus atributos físicos originales.

En la primera mitad del siglo diecinueve estudios sobre la teoría de las máquinas mecánicas tuvieron un impacto en la discusión de las relaciones entre la mecánica y la geometría, y fueron esenciales para el desarrollo de una nueva rama de aquella ciencia, la cinemática. En la segunda mitad de ese siglo y en parte del veinte, capítulos avanzados del álgebra han sido sistemáticamente utilizados, y en ocasiones ampliados, en relación con esos estudios. Gradualmente, estas investigaciones han ido perdiendo contacto con los problemas específicos de las máquinas mecánicas, y aún con máquinas basadas en principios más generales que exceden el marco estrecho de la mecánica, concentrándose en el análisis de complejas redes de procesos y requiriendo a menudo el estudio de aspectos fundamentales de la matemática.

Lanz incorporó a España, y luego a algunos países de la América Latina, una línea nueva de investigación elaborada por él y por un grupo que incluía a algunos de los matemáticos más destacados de las primeras décadas del siglo diecinueve, Monge entre ellos. Esa línea de investigación continuó reverberando, en diferentes formas, en la atmósfera intelectual del mundo hispánico hasta tiempos relativamente recientes.

El impacto del estudio de la teoría de máquinas en el mundo de habla hispana, que he tratado de mostrar a través de dos ejemplos históricos característicos, pero no únicos, Torres Quevedo y Dassen, invita a reflexionar sobre el impacto de la incorporación de ciertas ideas nuevas en el mundo de las ciencias exactas en esos países. La historia de la teoría de máquinas destaca una característica peculiar en el desarrollo de la historia de las ciencias exactas en esa región que también se desprende del análisis de la importación de algunas otras teorías. Por ejemplo, del procedimiento de Graffe en el caso del álgebra superior.

Pareciera que la tradición científica, lo que antes ha sido valorado por la comunidad científica local, aunque visitado desde ángulos diversos, conserva en ella un peso conside-

nable. Esta circunstancia, a la vez que evoca características de escuelas científicas relativamente bien estructuradas, donde ciertos temas son re-visitados con un enfoque nuevo por sucesivas generaciones de especialistas, ilustra también sobre la existencia de una cierta inercia para la incorporación de temas nuevos. Esta última peculiaridad contraría la inestabilidad que a menudo se ha señalado como una supuesta característica de esa comunidad científica durante el siglo diecinueve y la primera mitad del veinte.

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento a los organizadores de las *XII Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia* por haberme invitado a dictar una conferencia plenaria en esa reunión y también, muy especialmente, a Norma S. Horenstein, y a Hernán Severgnini. Asimismo, debo agradecer a la *Academia Nacional de Ciencias*, y a su presidente, Dr. Alberto P. Maiztegui, por haberme invitado a visitar Córdoba en los días de esas *Jornadas*; también a la *Royal Society*, Londres, y la *Guggenheim Foundation*, Nueva York, por su apoyo mientras realizaba investigaciones previas a la redacción de este trabajo.

Notas

¹ Ese requerimiento no fue inicialmente necesario para el ingreso a la *École Normale*. De este modo se satisfacía el postulado de igualdad, proclamado por la revolución, sin afectar la necesidad de entrenar un grupo reducido de alumnos al más alto nivel académico, cosa que se hacía en la *École Polytechnique*.

² Ch Dupin, *Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge*, Paris, 1819, p. 176.

³ Antonio Gorbea, en el Prólogo del *Tratado de Geometría Descriptiva, acompañado de los planos de acotación de la teoría de los engranajes cilíndricos y cónicos, con una colección de depurados compuesta de 69 láminas, escrita en francés por C. F. A. Leroy traducida de la segunda edición por D. Andrés Antonio de Gorbea, Director del Cuerpo de Ingenieros Civiles, Decano de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Chile, profesor de estas mismas ciencias en el Instituto nacional y Director del Museo de Historia Natural de esta República*, Tomo I, texto, Santiago, Imprenta del Progreso, 1845, las láminas ocupan el Tomo II.

⁴ Dupin, 1819, p. 25.

⁵ J. N. P. Hachette, *Traité des machines*, Paris, 1811.

⁶ Alekséi Bogoliúbov, *Un héroe español del progreso. Agustín de Betancourt*, Madrid, 1973.

⁷ Lanz y Betancourt, *Essai*, p. 1. Algunos de estos movimientos son reducibles, dejando finalmente sólo doce.

⁸ F. Reuleaux, *The Kinematics of Machinery, outlines of a theory of machines*, Londres, 1876, p. 10.

⁹ Oeuvres de Condillac, *La langue des calculs*, Paris, An VI (1798), p. 1.

¹⁰ Antoine Luis Claude, Comte Destutt de Tracy, *Éléments d'Idéologie*, I-V, Paris, 1801-1815.

¹¹ J. J. García, *Elementos de Ideología*, Madrid, 1821.

¹² J. M. Fernández de Agüero, *Principios de Ideología*, Buenos Aires, 1824, reimpresión, Buenos Aires, 1940.

¹³ Elementales en el sentido de realizar ciertas transformaciones básicas de movimientos.

¹⁴ Un resumen de la biografía de Lanz, construida con nuevos materiales de archivo, puede consultarse en E. L. Ortiz y P. Bret, *José María de Lanz and the Paris-Cádiz axis*, in *Naissance d'une communauté internationale d'ingénieurs*, Musée de La Villette, Paris, 1997, pp. 56-77, y en las referencias indicadas en ese trabajo.

¹⁵ Sobre la contribución americana a los fondos de la sociedad ver Juan Vidal Abarca, *Estudio sobre la distribución y evolución de los socios de la RSBAP en Indias (1765-1793)*, en *La Real Sociedad Bascongada y América*, III Seminario de Historia de la Real Sociedad Bascongada de Amigos del País, San Sebastián, 1992, y Emilio de Felipe y Lorenzo, *El Real Seminario Bascongado y sus alumnos de ultramar*, en *Presencia Vasca en América*, San Sebastián, pp. 225-235.

¹⁶ La Junta de Ordenanza de día 15 de Diciembre de 1778 registra la recepción de Lanz como Seminarista; dejó el Seminario en 1781; Archivo Municipal de Bergara, Bergara, 2 I.02, 1776-1782.

- ¹⁷ Los programas de estudios matemáticos en el seminario, diseñados con vistas a las necesidades de la marina, pueden verse en Archivo Municipal de Bergara, Bergara, 2.4.02 y los temas de examen en la colección del Fondo Prestamero, Bergara, 3C10, 3C11.
- ¹⁸ Archivo del Museo Naval, Madrid, Lanz: Foja de Servicios.
- ¹⁹ E. L. Ortiz, Joseph de Mendoza y Ríos. Teoría, observación y tablas, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, IV, No. 1, 2001, pp. 155-183.
- ²⁰ E. L. Ortiz, Joseph de Mendoza y Ríos, FRS, in *New Dictionary of National Biography*, Oxford, en prensa.
- ²¹ P. Bret, P. y E. L. Ortiz, Dos documentos sobre el matemático José María de Lanz en París, en la última década del siglo XVIII, *Revista de Obras Públicas*, No. 3305, 1991, 63-66.
- ²² Sobre la actuación de Lanz y de Betancourt en España son particularmente relevantes los importantes trabajos de José-Antonio García Diego, *En busca de Betancourt y Lanz*, Madrid, 1985, y Antonio Rumeu de Armas, *Ciencia y Tecnología en la España ilustrada*, Madrid, 1980.
- ²³ *Gaceta de Madrid*, No. 85, Octubre 19, Madrid, 1802, p. 1059.
- ²⁴ Archivo General de la Nación, Buenos Aires, Sección Gobierno, Inglaterra, 1814-1820; Rivadavia a Manuel García, Febrero 1, 1816.
- ²⁵ E. L. Ortiz, Una red internacional de científicos extranjeros en Hispano-América a comienzos de la era post-colonial, 1810-1825, in A. Mendoza, ed., *Del tiempo y de las ideas*, Buenos Aires, 2000, pp. 313-336. Con posterioridad a la publicación de este trabajo, el autor ha localizado correspondencia de Destutt de Tracy en Argentina.
- ²⁶ J. M. Gutiérrez, *Origen y desarrollo de la enseñanza superior en Buenos Aires*, Buenos Aires, 1915, p. 576. La página de Gutiérrez sobre Lanz se basa en los recuerdos de su alumno Marcos Chiclana, con cuya familia Lanz trabó amistad.
- ²⁷ Archivo General de Indias, Sevilla, Estado, 99, N. 152(a), nota fechada en París en 12 de Septiembre de 1817, dirigida al Embajador Conde de Fernán Nuñez.
- ²⁸ E. L. Ortiz, Mathematics in the Iberic world. Spain, Portugal and Ibero-America, en *Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, I. Grattan-Guinness, ed., 2 vols., Londres, 1993, II, pp. 1505-1511.
- ²⁹ *La Crónica Argentina*, No. 19, Septiembre 19, 1816, p. 77. *La Crónica Argentina* ha sido reproducida en *Biblioteca de Mayo*, Vol. VII, Periodismo, Buenos Aires, 1960, p. 6327.
- ³⁰ Gutiérrez, 1915, p. 392.
- ³¹ E. L. Ortiz, The nineteenth-century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery, en *L'Europe Mathématique*, J. Gray, C. Goldstein y J. Ritter, eds., Paris, 1996, pp. 321-344.
- ³² En J. Boussingault, *Mémoires*, 5 vols., Paris, 1892-1903, se encuentran algunas noticias sobre Lanz, estas memorias, posiblemente construidas sobre la base de notas del autor, no son enteramente confiables.
- ³³ J. M. Restrepo, *Historia de la Revolución de la República de Colombia*, Paris, 10 volúmenes, 1827.
- ³⁴ Existe copia en el Archivo del Almirantazgo, Londres.
- ³⁵ Archivo General de la Nación, Bogotá, Fondo del Ministerio de Relaciones Exteriores, Noviembre 19, 1824.
- ³⁶ Sobre este tema ver Cadena, Pedro Ignacio, *Anales diplomáticos de Colombia*, Bogotá, 1878, *Anales Diplomáticos y Consulares de Colombia*, Bogotá, tomo 2, 1901; Villanueva, Carlos A. *La monarquía en América*, Vol. III. *La Santa Alianza*, Paris 1911-1913 (4 vols.); Diego Mendoza, Misión de José María Lanz, *Hispania*, Vol. III, 1913; República de Colombia, *Anales Diplomáticos y Consulares de Colombia*, Antonio José Uribe, editor fundador, Tomo III, Bogotá, 1914; Urrutia, Francisco José, *Política internacional de la Gran Colombia*, Bogotá, 1941, y el interesante y reciente estudio de Edmundo A. Heredia, José de Lanz, un Mexicano al servicio de las Provincias Unidas del Río de la Plata y de la Gran Colombia, *Anuario de Estudios Americanos*, XLVII, 1990, pp. 497-538.
- ³⁷ J.-A. García-Diego y E. L. Ortiz, On a mechanical problem of Lanz, *History of Technology*, 5, 1988, pp. 301-313.
- ³⁸ En sus citas en el *Essai* de 1808, y en reediciones posteriores, Lanz hace referencias a su "amigo Breguet."
- ³⁹ Excepto por el documento citado, no hemos encontrado otra documentación sobre Lanz en el Archivo Breguet, París.
- ⁴⁰ Sobre papel de la geometría en el diseño de las máquinas de calcular de Torres Quevedo ver E. L. Ortiz, *Leonardo Torres Quevedo y Julio Rey Pastor: el cálculo geométrico y el cálculo mecánico en la escuela matemática*

española, Conferencia de apertura del II Simposio Leonardo Torres Quevedo, *Actas del II Simposio Leonardo Torres Quevedo*, Cantabria, 1991, pp. 55-81

⁴¹ M. d'Ocagne, *Vue d'ensemble sur les Machines a Calculer*, Paris, 1922, p. 62.

⁴² R. Willis, *Principles of mechanism, designed for the use of students in the universities and for engineering students generally*, Londres, 1841

⁴³ Recordemos las observaciones de Maxwell al tratado de Tompson y Tait, donde se trata al desplazamiento como concepto primario.

⁴⁴ L. Torres Quevedo, *Máquinas algébricas*, Madrid, 1901

⁴⁵ Torres Quevedo, 1901, p. 48.

⁴⁶ L. Torres Quevedo, *Sobre un sistema de notaciones y símbolos destinados a facilitar la descripción de las máquinas*, Madrid, 1906.

⁴⁷ En el proceso de construcción de su máquina analítica, Babbage se enfrentó con el difícil problema de registrar sus ideas sobre la interacción de diversos mecanismos de su máquina. Ello lo motivó para diseñar un lenguaje que no ha sido estudiado aún en profundidad. Los cuadernos de notas de Babbage, donde se encuentra la descripción de ese lenguaje se conservan en el Science Museum, Londres.

⁴⁸ Este último autor hizo depender la teoría de máquinas del concepto de barras articuladas, que permite analogías abstractas del mayor interés, y anticipa la consideración de compuestos químicos como complejos sistemas de reticulados.

⁴⁹ Torres Quevedo, 1906, p. 14

⁵⁰ Su preocupación por las relaciones entre las máquinas y los lenguajes, lo llevaron a interesarse también por el problema de la creación de un lenguaje internacional, particularmente dentro del marco de la *Asociación Internacional de Academias*, de la que Torres Quevedo fue delegado por la *Academia de Ciencias* de Madrid en la primera década de este siglo. Archivo de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid

⁵¹ Varios otros científicos argentinos reunieron bibliotecas importantes, ver E. L. Ortiz, Presentación, en *Catálogo de la colección Garnica*, Logroño, 1994, pp. 7-54

⁵² C. C. Dassen, *Metafísica de los Conceptos Matemáticos Fundamentales (Espacio, Tiempo, Cantidad, Límite)*, Buenos Aires, 1901

⁵³ M. R. Candiotti, *Bibliografía Doctoral de la Universidad de Buenos Aires y Catálogo Cronológico de las tesis en su Primer Centenario, 1821-1920*, Buenos Aires, 1929

⁵⁴ De 1886.

⁵⁵ De 1889

⁵⁶ También de 1899

⁵⁷ De 1901, como la tesis de Dassen.

⁵⁸ Couturat, a Russell, Marzo 17 de 1902, Archivo Couturat, La-Chaux-de-Fonds.

⁵⁹ Deseo expresar mi agradecimiento a Dr. Anne Françoise Schmid, que en este momento está compilando el archivo Couturat para su publicación, por haberme facilitado el acceso a esta correspondencia.

⁶⁰ C. C. Dassen, *Étude sur les quantités mathématiques, grandeur dirigée, et Quaternions*, Paris, 1903

⁶¹ Couturat puede haber sido el vehículo para la publicación de su obra en Paris.