

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS

VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Un sistema formal para la modelización de una teoría de la preferencia no-extensional - El caso de Prospect Theory

*Silvia Lerner**

Resumen

La teoría de la utilidad esperada (EUT) presenta anomalías cuando es interpretada descriptivamente y testeada empíricamente. Prospect Theory (PT) muestra experimentos realizados que violan supuestos esenciales de EUT, tales como extensionalidad (o invariancia). El principio de extensionalidad constituye una condición esencial para una teoría normativa de la decisión: diferentes representaciones del mismo problema de decisión deberían conducir a la misma preferencia. Es decir, la preferencia entre opciones debería ser independiente de su descripción.

En este trabajo construimos una teoría formal, basada en una lógica intensional, adecuada para modelar el comportamiento preferencial de agentes PT. Pero el cambio de lógica, como veremos, resulta insuficiente y constituye, en realidad, una consecuencia de la extensión de la ontología.

Nos circunscribiremos a analizar el caso de la enfermedad asiática y la inversión de preferencias inducido por cambios en el marco de formulación de las opciones.

Incluiremos, además, algunas reflexiones filosóficas acerca del sistema adoptado.

1. Introducción

En "Rational Choice and the Framing of Decisions", Kahneman y Tversky sostienen que la teoría de la utilidad esperada no provee un fundamento adecuado para una teoría descriptiva de la toma de decisiones. En efecto, sostienen, la teoría de la decisión constituye un modelo normativo de un decidor ideal (en el que están ausentes consideraciones psicológicas), y no una descripción del comportamiento de personas reales.

La teoría de la utilidad esperada (EUT) presenta anomalías cuando es interpretada descriptivamente y testeada empíricamente. Prospect Theory (PT) muestra experimentos realizados que violan supuestos esenciales de EUT, tales como extensionalidad (o invariancia) y dominación. El principio de extensionalidad constituye una condición esencial para una teoría normativa de la decisión: diferentes representaciones del mismo problema de decisión deberían conducir a la misma preferencia. Es decir, la preferencia entre opciones debería ser independiente de su descripción.

* FCE-Universidad de Buenos Aires

A diferencia de los otros supuestos fundamentales de EUT que mencionan los autores, a saber: cancelación, transitividad y dominación, el supuesto de extensionalidad constituye un axioma lógico y no propio de la teoría. En efecto, las anomalías detectadas por PT no constituyen contraejemplos tradicionales: ningún axioma propio de la teoría resulta responsable de las mismas. Esta diferencia de estatuto no parece ser reconocida explícitamente por los autores. Sin embargo, afirman: "Este principio de invariancia es tan básico que se lo asume tácitamente en la caracterización de opciones, en lugar de establecerlo explícitamente como un axioma contrastable." (Kahneman y Tversky, 1986).

Esto sugiere la necesidad de un cambio en la lógica subyacente de la teoría.

En este trabajo construiremos una teoría formal basada en una lógica intensional, adecuada para modelar el comportamiento preferencial de agentes PT. Pero el cambio de lógica, como veremos, resulta insuficiente; deberemos también extender la ontología.

Nos circunscribiremos a analizar el caso de la enfermedad asiática y la inversión de preferencias inducido por cambios en el marco de formulación de las opciones.

Incluiremos, además, algunas reflexiones filosóficas acerca del sistema adoptado.

2. El caso de la enfermedad asiática

Imaginemos que Estados Unidos se está preparando para la aparición de una inusual enfermedad asiática, que se espera que mate a 600 personas. Se proponen los siguientes dos programas alternativos:

Problema 1

-Si se adopta el programa A, se salvarán 200 personas.

-Si se adopta el programa B, existe una probabilidad de $1/3$ de que se salven 600 personas, y una probabilidad de $2/3$ de que ninguna persona se salve.

Si se enmarca de este modo, la mayoría de las personas elige el programa A por sobre el B, mostrando aversión al riesgo.

Consideremos ahora la siguiente formulación de los programas alternativos:

Problema 2

-Si se adopta el programa el programa A', 400 personas morirán.

-Si se adopta el programa el programa B', existe una probabilidad de $1/3$ de que nadie muera, y una probabilidad de $2/3$ de que 600 personas mueran.

En este último caso, la mayoría prefiere el programa B' a A', mostrando toma de riesgo.

Pero en ambos casos se describen las mismas opciones, ya que $A=A'$ y $B=B'$. La única diferencia radica en que en el primer caso las opciones se describen en términos de vidas salvadas (ganancia), mientras que en el segundo caso se describen en términos de vidas perdidas (pérdida)

Para agentes racionales, este cambio en la descripción del problema debería resultar irrelevante. Pero para agentes reales, el modo en que las opciones se describen parece ser más determinante que las opciones mismas.

3. Falla de extensionalidad en prospect theory

La teoría de la utilidad esperada está formalizada en la lógica de predicados de primer orden. La formalización de una teoría en lógica de primer orden implica agregar al sistema un conjunto de axiomas de la teoría: los llamados axiomas propios (a diferencia de los axiomas lógicos)

La teoría estandar de la preferencia racional, por ejemplo, cuenta con los axiomas propios de completud, continuidad y transitividad para la relación de preferencia.

El axioma de transitividad ha sido cuestionado en tanto axioma de una teoría descriptiva de la preferencia. En efecto, se dice que los agentes violan dicho axioma. Este hecho constituiría una anomalía de la teoría.

Pero la teoría de Kahneman y Tversky parece cuestionar algo más básico aún: no un axioma propio de la teoría sino la lógica subyacente de primer orden sobre la cuál ésta se construye, es decir, su núcleo lógico.

El caso de la sección 2. es uno de los casos estudiados en PT: el de la decisión bajo riesgo entre loterías según éstas sean descritas en términos de ganancia o de pérdida. Una lotería $(x_1, p_1, \dots, x_n, p_n)$ se define como un contrato que conduce al resultado x_i con probabilidad p_i , donde $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ (Tversky, A., y Kahneman, D. 1979).

Observamos que se producen inversiones de preferencias al cambiar la formulación de los problemas de decisión: existe una dependencia de las preferencias respecto de la descripción del problema. Aún cuando las descripciones resulten extensionalmente equivalentes, los individuos no eligen en general de la misma manera cuando una lotería es descripta en términos de ganancia que cuando es descripta en términos de pérdida. Estas inversiones obedecen a un patrón común.

Los autores localizan la causa de la anomalía en la falla del principio de extensionalidad. En efecto, EUT está formalizada en la lógica de primer orden, que es extensional.

Decimos que un enunciado es extensional con respecto a una expresión que ocurre en él, si la expresión es intercambiable (*salva veritate*) en ese lugar con toda otra expresión equivalente (idéntica, en el caso de expresiones individuales) a la misma (Carnap, 1956).

Así, podemos afirmar que la relación de preferencia en PT no es extensional respecto de descripciones de loterías. Pero la extensionalidad es una noción relativa a expresiones. Decimos que una expresión (por ejemplo, un nombre de la relación de preferencia) es extensional *con respecto* a otra expresión que ocurre dentro suyo. En nuestro análisis pondremos el acento no en la falla de la *relación* de extensionalidad, sino en una de las entidades de la cuál se predica: los nombres de descripciones. Es decir, introduciremos un cambio en el dominio de la teoría. Este cambio conducirá, a su vez, a un cambio de lógica.

En la siguiente sección presentaremos un sistema formal que restringe en ciertos casos la sustitución de idénticos para evitar consecuencias indeseadas, pero que además permite obtener teoremas e inferencias deseados de la teoría.

4. El sistema PT

El sistema está diseñado como un metalenguaje formal. Esta estrategia obedece a que consideramos que, según PT, los agentes no prefieren entre loterías, sino entre descripciones de loterías.

4.1 El lenguaje objeto LO

1. Símbolos individuales¹:

1.1. Constantes de individuo para loterías: $a, b, \dots, w, a_1, b_1, \dots, w_1, \dots$

1.2. Variables de individuo para loterías: $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_1, \dots$

2. Letras predicativas: P, Q, R, ... (posiblemente sub y supra-indicadas) para propiedades de loterías.

Las constantes lógicas son las conectivas, cuantificadores y el símbolo de identidad.

Las constantes individuales constituyen nombres, en el lenguaje formal, de loterías pertenecientes al dominio de interpretación. Los símbolos predicativos representan propiedades de loterías, tales como la relación de ser más riesgosa. En LO podemos expresar, por ejemplo, identidad entre loterías, relaciones de mayor, menor o igual riesgo entre loterías, etc. Ningún símbolo predicativo será interpretado en LO como la relación de ser preferido, ya que, como hemos establecido, la relación de preferencia no está definida entre loterías.

La definición de término, las reglas de formación e inferencia y los axiomas lógicos son los habituales para una teoría de primer orden con identidad².

En LO se pueden incorporar axiomas propios que no involucren a **P**.

4.2 El metalenguaje MT

MT está construido como una extensión sintáctica de LO.

4.2.1 Alfabeto adicional

La teoría contiene el siguiente vocabulario adicional (respecto de LO):

1 Símbolos individuales:

1.1. Constantes de individuo para nombres de loterías: $a_n, b_n, \dots, w_n, a_{1n}, b_{1n}, \dots, w_{1n}, \dots, a_{in}, b_{in}, \dots, w_{in}, \dots$

1.2. Variables de individuo para nombres de loterías: $x_n, y_n, z_n, \dots, x_{1n}, y_{1n}, z_{1n}, \dots, x_{in}, y_{in}, z_{in}, \dots$

2. Símbolos de función: $f_{g1}^1, f_{g2}^1, \dots, f_{11}^1, f_{12}^1, \dots$

“ f^1 ” se interpreta como la función “nombre de”. Así, de manera informal, interpretaríamos “ $f_{g1}^1 a$ ” como “el primer nombre en términos de ganancia de la lotería a ”. “ f^1 ” es una función que hace corresponder a una lotería dada, uno de sus nombres (consideramos una secuencia de nombres para cada lotería).

3 Símbolos de predicado: la teoría consta de un único símbolo predicativo “**P**” en MT.

“**P**” se interpretará en la teoría como la relación de preferencia.

Las constantes lógicas son las usuales.

4.2.2 Definición de término en MT

1. Las constantes y variables de individuo son términos.

2. Una letra funcional seguida de una constante o variable individual de LO es un término.

3. Ninguna otra cosa es término.

Las constantes individuales propias de MT y los términos funcionales denotan nombres (descripciones) de loterías pertenecientes al dominio de interpretación. Es decir, constituyen nombres, en el lenguaje formal, de nombres de loterías.

4.2.3. Reglas adicionales de formación de fórmulas atómicas

1. Si α y β son términos en negrita o funcionales (es decir, no pertenecientes a LO) de MT, entonces $P\alpha\beta$ es fórmula atómica.
2. Si α es un término en negrita o funcional, entonces $G\alpha$ y $L\alpha$ son fórmulas atómicas.

La relación de preferencia P no resulta significativa afirmada entre loterías, por lo tanto, $P\alpha\beta$ no constituye una fórmula bien formada cuando α y β son símbolos de loterías. Es decir, no todo término es un posible argumento para P : los nombres de loterías (pertenecientes a LO) no lo son. Sólo los nombres de nombres de loterías (es decir, los símbolos individuales pertenecientes al vocabulario adicional de MT) constituyen argumentos permitidos. Esta restricción refleja el hecho, que ya habíamos mencionado, de que las preferencias de los agentes se establecen entre nombres o descripciones de loterías, y no entre las loterías mismas.

G se interpreta informalmente como la propiedad de estar expresada en términos de ganancia y L como la propiedad de estar expresada en términos de pérdida. Ambas constituyen propiedades de descripciones de loterías.

Las reglas de formación para conectivas y cuantificadores son las usuales.

Se permiten cuantificadores seleccionados, es decir, cuantificadores cuyo dominio de cuantificación está restringido (en nuestro caso, al subconjunto de loterías del dominio D o al subconjunto de nombres de D) (Hodges, 1983).

De este modo, podemos expresar, por ejemplo:

$$\forall x P f_{g1}^1 x f_{l1}^1 a$$

que se lee: existe alguna lotería cuyo nombre, en términos de ganancia es preferido al nombre, en términos de pérdida de la lotería a . En este caso, "x" toma valores en el subconjunto de loterías del dominio, mientras que en el caso

$$\forall x P x f_{l1}^1 a$$

que se lee: existe algún nombre de lotería que es preferido al nombre_i en términos de pérdida de la lotería α , " x " toma valores en el subconjunto de nombres de loterías del dominio.

4.2.4. Algunos axiomas de PT

El axioma de sustitución de idénticos debe ser restringido en MT. En efecto, no sabemos (la teoría no ofrece evidencia al respecto, y, en realidad, no es de su incumbencia) si el comportamiento preferencial de los agentes resulta extensional con respecto a nombres de loterías.

Esquema Axioma de sustitución:

$$\alpha = \beta \rightarrow (\theta \rightarrow \psi)$$

excepto dentro del alcance de " P "

donde:

- α y β son símbolos individuales cualesquiera de MT (para loterías o para nombres de loterías).
- θ es cualquier fórmula de MT.
- ψ es la fórmula que resulta de θ sustituyendo al menos una aparición de α en θ por β (con las restricciones habituales para variables).

Es decir, la sustitución de idénticos está permitida en cualquier fórmula, excepto dentro del ámbito de P . Esta restricción torna intensional al sistema en su totalidad. Pero la sustitución está permitida, por ejemplo, dentro de fórmulas de identidad o de fórmulas que expresan una relación de mayor o menor riesgo entre loterías, (ya que LO es extensional), o también dentro de fórmulas que expresan propiedades de nombres de loterías, como estar expresadas en términos de ganancia o pérdida).

Observemos que la restricción no altera al conjunto de teoremas de LO; por lo tanto, MT constituye una extensión de LO.

La teoría afirma ciertas regularidades o patrones, para cuya representación es necesario contar con nombres de entidades lingüísticas como los nombres de descripciones de loterías. Por ejemplo, para el caso de inversión de preferencias que constatamos en el problema de la sección 2.

Éste resultado establece que cuando las alternativas se expresan en términos de G las decisiones mayoritarias reflejan aversión al riesgo, mientras que cuando idénticas alternativas se expresan en términos de L las decisiones mayoritarias reflejan propensión al riesgo.

Podríamos atribuir a este enunciado el estatuto de axioma propio de PT. Su representación formal sería.

Esquema Axioma de inversión

$$\alpha = \gamma \ \& \ \beta = \delta \ \& \ G\alpha \ \& \ G\beta \ \& \ L\gamma \ \& \ L\delta \ \rightarrow (\beta > \alpha \ \& \ \delta > \gamma \ \rightarrow P\alpha \ \beta \ \& \ P\delta\gamma)$$

donde:

- α , γ , β y δ son variables para nombres de loterías (es decir, para símbolos individuales de LO).

- α , γ , β y δ son variables para nombres de nombres de loterías (es decir, para símbolos individuales adicionales de MT).

- $>$ es una relación definida en el subdominio de loterías.

- P , G y L están definidas en el subdominio de descripciones de loterías.

5. Semántica

El dominio de interpretación D de la teoría es el conjunto unión de dos conjuntos: un conjunto no vacío de loterías D_l y un conjunto no vacío de descripciones de loterías D_n . Este último, a su vez, incluye dos subconjuntos: el subconjunto ordenado de nombres de loterías en términos de G y el subconjunto ordenado de nombres de loterías en términos de L .

En toda interpretación adecuada de la teoría se asigna a P el conjunto de todos los pares ordenados (α, β) de nombres de loterías pertenecientes a D_n tales que α es preferido a β .

$P\alpha\beta$ es verdadero si, y sólo si, (α, β) pertenece al conjunto de pares ordenados de D_n que la interpretación asigna a P .

Se procede de manera análoga para los restantes predicados de la teoría.

Las condiciones de verdad para fórmulas moleculares y cuantificadas son las usuales.

6. Comparación con el modelo Bourgeois-Gironde - Giraud

En su artículo "Framing effects as violations of extensionality" (Bourgeois-Gironde y Giraud, 2009), los autores proporcionan un modelo formal para decisiones que violan el principio de extensionalidad.

El modelo se construye interpretando los elementos de un álgebra de Boole como proposiciones. El modelo de decisión extensional de Bolker-Jeffrey, que los autores toman como base para luego introducir modificaciones que permiten evitar la extensionalidad, considera, en efecto, que los objetos de preferencia son estados de cosas denotados por enunciados. En este sentido, el lenguaje es similar al adoptado por G. H. von Wright (1967) en su libro seminal "La lógica de la preferencia".

En nuestro sistema, por el contrario, los objetos de preferencia son objetos determinados del dominio, denotados por letras de individuo. Este tratamiento se asemeja más a los actuales modelos de preferencia, y permite también expresar extensionalidad.

Girone y Giraud, por otra parte, no consideran al principio de invariancia como la contraparte en teoría de la decisión del principio lógico de extensionalidad. El principio de invariancia, para ellos, es más general, y no involucra sólo al concepto de verdad. “El principio de invariancia establece entonces una restricción acerca de lo que debe contar como trozos o estados de información equivalentes desde el punto de vista de la elección racional”

Los autores siguen, en este sentido, los lineamientos de investigación de autores como Ahn y Ergin (2007)

Esto les permite deducir en el sistema condiciones formales para que una descripción (*frame*) de un evento resulte preferida a otra.

La estrategia adoptada exige introducir en el modelo una definición formal de invariancia. Nuestro sistema, en cambio, está construido como una formalización de una teoría (Prospect Theory) en una lógica intensional.

El principio de invariancia es también expresable y constituye simplemente un caso del axioma de sustitución de idénticos. Si construyéramos una formalización de EUT en lógica de primer orden, el principio se obtendría naturalmente como teorema, sin necesidad de introducirlo como axioma o definición.

Por último, consideramos que Prospect Theory, contrariamente a lo que afirman los autores, permite predecir el comportamiento en algunos casos no sólo dentro de un *frame* (ganancia o pérdida) sino también a través de *frames*.

El axioma de inversión (que hemos formalizado) constituye un ejemplo.

7. Conclusiones

El formalismo que hemos construido resulta adecuado para modelar casos de la teoría empírica de las decisiones bajo riesgo de Kahneman y Tversky (por ejemplo, el caso de la enfermedad asiática). Hemos diseñado para ello una teoría formal basada en una lógica intensional. Es decir, proponemos un cambio de lógica respecto de la lógica de primer orden presupuesta en EUT.

Esto queda reflejado formalmente mediante la introducción de restricciones al axioma de sustitución de idénticos. Dichas restricciones evitan la obtención de consecuencias indeseadas. En el sistema, “ $P \sim$ ” (donde “ P ” simboliza la relación de preferencia) constituye un contexto no extensional, dentro del cuál no es válida la regla de sustitución. Quine explica este fenómeno diciendo que dentro de dichos contextos (contextos opacos) las apariciones de nombres no son referenciales, es decir, no denotan a su objeto. Sin embargo, la relación de preferencia es

considerada en el sistema como una relación metalingüística entre nombres de loterías y no, como podría esperarse, entre loterías. En este aspecto, el sistema difiere de otros sistemas (como algunas lógicas modales), en los que las restricciones al axioma de sustitución se introducen a nivel lingüístico. Esta estrategia refleja el hecho de que en PT el modo en que las opciones se formulan resulta más importante para la toma de decisiones que las opciones mismas. Se decide sobre descripciones de loterías, no sobre loterías.

De no haber extendido el sistema LO y haber introducido restricciones al axioma de sustitución a nivel lingüístico, habríamos podido evitar las anomalías bloqueando consecuencias indeseadas, pero el sistema resultante habría carecido de capacidad expresiva como para poder formalizar ciertos patrones de la teoría y poder obtener consecuencias deseadas que dependen del modo en que se formulan las opciones de preferencia. Para ello es necesario contar con entidades lingüísticas y propiedades pertenecientes a MT, como en el caso del axioma de inversión.

En definitiva, al modificar la lógica estamos tratando al principio de extensionalidad de la lógica estándar "como un axioma contrastable" (en palabras de Kahneman y Tversky) y no como un principio intocable.

Pero en nuestra formalización no sólo cambiamos la lógica; también extendemos el dominio. Es decir, no estamos cambiando la lógica para evitar un cambio de teoría. Ahora no sólo hay loterías en el dominio de interpretación de la teoría, sino también descripciones de loterías; esta extensión nos permite representar axiomas de PT que dependen de cómo se formulan las opciones (y no de las opciones mismas). Y este cambio en el dominio de la teoría implica un cambio ontológico.

Si bien nuestro formalismo constituye, en su totalidad, un sistema no extensional, la no-extensionalidad se localiza exclusivamente en los contextos de preferencia (y, por lo tanto, respecto de nombres de descripciones de loterías).

La teoría refleja la óptica de un observador externo neutral (un teórico), capaz de reconocer la identidad de loterías bajo nombres arbitrariamente distintos. Dicho observador describe el comportamiento preferencial de agentes *intensionales* (representado en el formalismo por las fórmulas-P). El predicado "P" debe entenderse, por lo tanto, relativamente a dichos agentes PT (que no aparecen representados explícitamente en la simbolización, pero que podrían representarse, por ejemplo, mediante la incorporación de un subíndice a "P").

Finalmente, dado que la teoría descriptiva de Kahneman y Tversky habla de un alto porcentaje de decididores, y no de la totalidad de los mismos, resultaría adecuada una formulación *default* de los axiomas de la teoría. De este modo, la teoría reflejaría cómo deciden *en general* los individuos en ciertos contextos, admitiendo excepciones. Esta formulación, por supuesto, invalidaría la semántica propuesta.

Notas

- 1 Obviamos descripciones definidas en el lenguaje formal para mayor simplicidad. En el lenguaje usado (el castellano) utilizamos indistintamente los términos “nombre” o “descripción”
- 2 El axioma de sustitución de idénticos, como veremos, deberá ser restringido en MT, pero no cambia el conjunto de teoremas de LO. Podemos afirmar, entonces, que LO constituye una parte propia de MT.
- 3 Convenimos en referirnos al n -ésimo nombre de una lotería a mediante α_n . También podríamos haber diferenciado los símbolos individuales de LO de los de MT colocándoles diferentes subíndices indicativos del subconjunto del dominio en el que toman valores. Análogamente, mediante la variable x_n nos referimos al n -ésimo nombre de una lotería indeterminada x .
- Es posible referirse al nombre n ($n \in \mathbb{N}$) de una lotería, dado que el conjunto de nombres es numerable.
- 4 Las variables son seleccionadas, están restringidas a nombres.
- 5 α y β son variables metametalingüísticas para nombres de nombres de loterías.

Referencias

- Bourgeois-Gironde, S and Giraud, R. (2009). “Framing effects as violations of extensionality”, *Theory and Decision* Vol 67 pp 385-404
- Carnap, R. (1947). *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Model Logic*. The University of Chicago Press. Chicago and London.
- Hodges, W. (1983). “Elementary Predicate Logic” en *Handbook of Philosophical Logic* Vol 1 D Reidel Publishing Company Dordrecht, Holland
- Kahneman, D. and Tversky, A. (1979), “Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk” *Econometrica*, Vol 47, No. 2 pp 263-292. The Econometric Society.
- Quine, W.V.O., *Two Dogmas of Empiricism*, *The Philosophical Review* 60 (1951), 20-43. Reprinted in W.V.O. Quine, *From a Logical Point of View* (Harvard University Press, 1953)
- Quine, W.V.O., (1966) “Three Grades of Modal Involvement”, *The Ways of Paradox and Other Essays*. Random House. New York.
- Starmer, Chris, (2000), “Developments in Non-Expected Utility Theory: The Hunt for a Descriptive Theory of Choice under Risk”, *Journal of Economic Literature*, Vol., XXXVIII, pp. 332-382.
- Tarski, A. (1956), “The Concept of Truth in Formalised Languages, in Tarski” *Logic, Semantic and Metamathematics*. Oxford University Press
- Tversky, A., and Kahneman, D. (1981), “The Framing of Decisions and the Psychology of Choice” *Science, New Series*, Vol 211, No. 448. pp 453-458. American Association for the Advancement of Science.
- Tversky, A., and Kahneman, D. (1986), “Rational Choice and the Framing of Decisions” *The Journal of Business*, Vol 59, No. 4 pp S251-S278. The University of Chicago Press.