

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS

VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



El problema de la indistinguibilidad en mecánica cuántica; un enfoque ontológico

*Martin Narvaja**

*Hoy, al cabo de tantos y perplejos
Años de errar bajo la varia luna,
Me pregunto qué azar de la fortuna
Hizo que yo temiera los espejos.
J.L.B.*

De acuerdo con su planteo usual (Post, 1963, Teller, 1998 y Van Fraassen 1998, entre otros), el problema de la “indistinguibilidad cuántica” puede resumirse en estos términos: las entidades cuánticas del mismo tipo son distintas sólo número, *i. e.*, violan la ‘Ley de Leibniz’. El propósito de este ensayo es esbozar una reinterpretación de tal problema. La misma supone el abandono del planteo usual y una reinterpretación de la naturaleza ontológica de los “sistemas cuánticos idénticos”. En particular, de la concepción de los sistemas cuánticos compuestos de dos o más “partículas idénticas”. Argumentaré que la “indistinguibilidad cuántica” o, para ser exactos, un símil de la misma se presenta en el mundo clásico, que ella puede eludirse con una caracterización adecuada de los sistemas a los que se pretende aplicar el Principio de Leibniz, y que lo mismo puede hacerse en el ámbito cuántico. Dos elementos serán cruciales en mi argumentación: la caracterización de sistema que provee la Interpretación Modal Hamiltoniana (MHI) de Castagnino & Lombardi (2008) y una observación ontológica sobre la simetría.

1. La identidad de los indiscernibles

El Principio de Identidad de los Indiscernibles, o Ley de Leibniz, puede expresarse del siguiente modo: si un objeto tiene una propiedad siempre y cuando otro objeto la tenga y viceversa, y esto es así para todas sus propiedades, ambos objetos son el mismo. Formalmente:

$$\forall P (Px \leftrightarrow Py) \rightarrow x = y \quad (1.A)$$

La Ley de Leibniz establece así una condición suficiente para la identidad de dos objetos. En la medida en que el rango de P , el dominio de las propiedades consideradas para evaluar la identidad o diversidad de los objetos, es mayor, la condición es más fuerte, más difícil de satisfacer y, en consecuencia, el principio resulta más débil. Dicho de otro modo, cuantas más

* Consejo nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Universidad de Buenos Aires (UBA), Universidad del Centro Educativo Latinoamericano (UCEL)

propiedades se exija que dos objetos tengan en común para declararlos como el mismo, menos frecuente será encontrar dos objetos putativos como el mismo objeto de acuerdo al principio. La versión más débil del principio (PII 1) sostiene que no es posible que existan dos objetos que sean indiscernibles respecto de la totalidad de sus propiedades y relaciones; una segunda versión (PII 2) excluye del conjunto anterior a las propiedades espacio-temporales; la más fuerte (PII 3) excluye también las propiedades relacionales. De acuerdo con esta última es imposible que dos objetos sean indiscernibles con respecto sus propiedades monádicas (French & Krause 2006). La secciones siguientes procuran establecer la validez del principio en la física, clásica y cuántica, en ese orden.

2. Indistinguibilidad en el contexto clásico

Se dice que dos partículas son “idénticas” (van Fraassen 1998) cuando comparten sus propiedades intrínsecas o características. En este sentido, dos átomos de cobre, o dos electrones (se los entienda clásicamente o no) son *idénticos*. Las partículas “idénticas” de la física clásica, del mismo tipo, son *distinguibiles* por sus propiedades extrínsecas o dinámicas. Ellas pueden ser distinguidas por sus estados e identificadas por sus propiedades espacio-temporales; siempre (Jauch 1968, p. 276).

Ya que pueden coincidir en todas sus propiedades monádicas siendo dos, las partículas clásicas violan, la versión más fuerte del PII (PII 3). Sin embargo, puesto que satisfacen la versión débil (PII 1) la violación resulta poco problemática.

3. Indistinguibilidad cuántica

3.1 El origen de la Indistinguibilidad cuántica.

De acuerdo con la estadística clásica (Boltzmann), dadas N partículas a distribuirse en M niveles de energía, existen $W_c = M^N$ posibles distribuciones. En particular, dadas dos partículas a y b , pudiendo encontrarse en dos niveles de energía E_1, E_2 , existen cuatro posibles distribuciones, esto es, cuatro microestados posibles (Tabla 3.1).

	E_1	E_2
1	ab	
2	A	b
3	b	a
4		ab

Tabla 3.1 . distribución de dos partículas discernibles en dos niveles de energía

En el caso de la radiación de cuerpo negro, Planck supuso, desarrollando las ideas de Kirchhoff (McMahon, 2006) que la energía total se encontraba cuantizada debido a que era absorbida/

emitida por osciladores en las paredes de la cavidad, los cuales sólo podían intercambiar cantidades finitas de energía dadas por $\varepsilon = h\nu$ (Singh 2005). Así, la energía total U de un sistema vendría dada por $U = P\varepsilon = P h\nu$, siendo P la cantidad de elementos de energía. Planck debía calcular el número de modos de distribuir P elementos de energía $h\nu$ entre N osciladores, y encontró que, en lugar del valor W_c utilizado en la estadística clásica, convenía usar el valor W_Q :

$$W_Q = \frac{(N+P-1)!}{P!(N-1)!} \quad (3.A)$$

Si distribuimos dos elementos de energía ($P=2$) entre dos osciladores O_1 y O_2 ($N=2$), de acuerdo con la fórmula (3.A) hay sólo tres posibles distribuciones (Tabla 3.2).

	O_1	O_2
1	**	
2	*	*
3		**

Tabla 3.2: distribución de dos elementos de energía entre dos osciladores.

En la hipótesis de Planck, los cuantos de energía resultan indiscernibles, lo cual contradice no sólo las enseñanzas de la física estadística clásica, sino también, como observa Krause (2006), algunas ideas filosóficas muy básicas, el PII.

En 1924, inspirado en un trabajo que le había enviado Satyendra Bose, Einstein desarrolló el modo de contar los estados posibles de agregación de fotones que conduce a la *estadística de Bose-Einstein*, que hace uso de la fórmula (3.A). Einstein además amplió el resultado llevándolo más allá de los fotones². La consecuencia fundamental que extrajo Einstein del trabajo de Bose fue que hablar de entidades que responden a las estadísticas cuánticas es hablar de entidades que son estrictamente indiscernibles. *distintas sólo número* (Krause 2006).

3.2 Indistinguibilidad cuántica: estadística y simetría.

En la física estadística clásica las posibilidades 2 y 3 (Tabla 3.1) cuentan como distintas posibilidades, asignándoseles igual probabilidad. De este modo se obtiene $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=1/4$. Como hemos visto, este caso es diferente al cuántico. De acuerdo con la estadística de Bose-Einstein, las situaciones 2 y 3 deben contarse como una sola. Siendo las posibilidades equiprobables, llegamos a que $P(1)=P(2-3)=P(4)=1/3$

En el formalismo cuántico, un sistema compuesto de dos partículas —sistemas— a y b “idénticas” es representado por un espacio de Hilbert $H_{12} = H_1 \otimes H_2$, siendo H_1 y H_2 los espacios de Hilbert correspondientes a las partículas componentes. Si a y b se

encuentran en los estados puros $|\Psi_1\rangle$ y $|\Psi_2\rangle$ respectivamente, el sistema compuesto se encuentra en el estado $|\Psi_{12}\rangle = |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle$; si se encuentran en los estados puros $|\Psi_2\rangle$ y $|\Psi_1\rangle$ respectivamente, el sistema compuesto se encuentra en el estado $|\Psi_{21}\rangle = |\Psi_2\rangle \otimes |\Psi_1\rangle$. Pero, de acuerdo con las estadísticas cuánticas, los estados $|\Psi_{12}\rangle$ y $|\Psi_{21}\rangle$ deben expresar la misma situación física: la permutación de las partículas a y b no genera una nueva posibilidad. Esto es, para obtener las estadísticas cuánticas se requiere que las situaciones que sólo difieren por permutaciones de las partículas a y b sean la misma situación física (los estados $|\Psi_{12}\rangle$ y $|\Psi_{21}\rangle$ ser el mismo estado). Tal idea puede generalizarse en el *Postulado de Indistinguibilidad* (IP)³: Si un sistema S está compuesto de un conjunto de sistemas $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ “idénticos”, los estados dinámicos que difieren sólo por la permutación de tales sistemas “idénticos” no pueden ser distinguidos. Esta restricción conlleva que las permutaciones de partículas “idénticas” den lugar a estados simétricos, arrojando las estadísticas de Bose-Einstein, o anti-simétricos, llegando a las de Fermi-Dirac.⁴

3.3 Indistinguibilidad cuántica: interpretación.

La cuestión fundamental aquí es qué implica o supone que las estadísticas cuánticas sean como son. La lectura aparentemente ineludible es que la utilización de nombres propios o etiquetas para las entidades cuánticas es superflua desde el punto de vista de la mecánica cuántica. Los nombres se introducen por cuestiones enteramente formales, pero luego se “borran” mediante el IP (Krause 2006).

Veamos qué ocurre con la ley de Leibniz. La versión más fuerte de la misma (PII 3) fue abandonada al entrar al terreno de la física matemática: que dos sistemas físicos posean las mismas magnitudes intrínsecas no supone, en modo alguno, su identidad. La descripción mecánica clásica completa satisface (PII 1). En mecánica cuántica, las propiedades dinámicas, o dependientes del estado, no proveen una determinación de las propiedades espacio-temporales que garantice la individuación de los sistemas (Hughes 1994). Todo lo que los estados cuánticos dicen sobre las propiedades espacio-temporales de los objetos cuánticos, que es en principio todo lo que puede decirse, no alcanza para garantizar que sólo un sistema posea un conjunto de determinaciones espacio-temporales a la vez⁵. La función de estado puede asignar a más de un objeto cuántico exactamente los mismos valores esperados para todos sus observables, incluso para el observable posición. Los sistemas cuánticos no satisfacen tampoco (PII 1).

Esta perspectiva sobre la pérdida de la “identidad” de las entidades cuánticas conduce a lo que French y Krause (2006) han denominado ‘concepción heredada’. La misma

justifica el carácter superfluo de nombres o etiquetas para partículas cuánticas sobre la base ontológica de que en mecánica cuántica no tiene sentido hablar de individuos que pudieran ser nombrados o identificados (Post 1963, Teller 1983, 1995, 1998). No se afirma que el PII falle, sino que ni siquiera debe aplicarse (French y Krause 2006).

¿Cómo entender entonces las estadísticas cuánticas? Hesse (1963) y Teller (1998) proponen una analogía: la distribución de los sistemas cuánticos en estados es como la del dinero en cuentas bancarias, si uno se pregunta cómo puede distribuir 2 pesos en dos cuentas bancarias, sólo tiene tres posibilidades, un peso en cada cuenta, ambos en una o ambos en la otra. No tendría sentido decir: este peso está acá y aquél está allá.

Una interpretación diferente ha sido defendida por varios autores, entre ellos van Fraassen (1998), que destacan que la banalidad de las etiquetas desde el punto de vista físico no supone ni implica su superficialidad desde el punto de vista metafísico. Desde esta concepción, el IP se interpreta como imponiendo restricciones sobre los estados a los que pueden acceder los sistemas cuánticos, de manera que, una vez que un sistema “entra en un determinado subespacio”, ya no puede salir (las permutaciones serían observables, pero no son observadas porque no ocurren). Este tipo de simetría (simetría ante permutaciones) se interpreta como una constante de movimiento adicional del sistema compuesto (French y Krause 2006). En esta línea se encuentran los trabajos de Redhead y Teller (1992)⁶. Así las cosas hasta aquí.

4. Ontología, simetría e indistinguibilidad

Hemos visto que lo característico de la indistinguibilidad cuántica reside en la naturaleza simétrica de los estados que corresponden a los sistemas compuestos de partículas idénticas. Las dos interpretaciones mencionadas hasta aquí toman como entidades primitivas a las partículas idénticas que constituyen a los sistemas compuestos.⁷ En la próxima sección propondremos una inversión de esta prioridad. En la presente, esbozaremos su motivo.

Max Black sostuvo alguna vez (1962), repitiendo a Samuel Clarke, que un universo completamente simétrico, con dos esferas “idénticas” en el sentido físico, sería un universo con dos esferas distintas pero indiscernibles⁸. El argumento presupone que la versión fuerte (PII 3) del principio es falsa pues, de no ser así, se vería expuesto a la crítica de que nunca hubo dos objetos para empezar. Aceptado esto, el mismo pone en cuestión la validez de la versión (PII 2). En un universo simétrico que sólo contuviera estas esferas, llamémoslas a y b , todas las propiedades relacionales de las esferas serían idénticas, formalmente. $\forall P (Pab \leftrightarrow Pba)$. En consecuencia, de acuerdo con la versión (PII 2) de la Ley de Leibniz, y aceptando que a y b poseen las mismas propiedades intrínsecas, llegamos a que $a = b$: las dos esferas serían en realidad

un solo objeto, con dos nombres. Pero, en la medida en que el universo con las *dos* esferas es posible, físicamente hablando⁹ y distinto de un universo con una sola esfera, el ejemplo muestra la contingencia del PII (2)¹⁰.

Aceptando la naturaleza relacional del espacio, la versión más débil del principio (PII 1), la que incluye las propiedades espacio-temporales, también cae bajo el peso del argumento de Black. Si las propiedades espaciales de las esferas simétricas son relacionales, resultarán ellas mismas simétricas y, por tanto, aplicables a ambas, con lo cual tampoco distinguirán entre ambas.

Quisiera ahora proponer otro ejemplo, más económico: imaginemos un universo con una única esfera. Parece evidente que tal ejemplo no representa desafío alguno para el PII. Después de todo, es un único objeto. Dividamos a la esfera en dos. Llamemos con un nombre distinto a cada una de sus mitades. Estamos ahora en el caso anterior. Las mitades de la esfera son completamente análogas en sus propiedades intrínsecas y todas sus propiedades relacionales son simétricas. Ellas violan el PII en el mismo sentido que lo hacían las esferas de Black. La violación del PII proviene de considerar como objetos las partes de un objeto que posee una simetría interna.

¿Es este ejemplo un caso de violación del PII? Depende. Si la esfera es el objeto legítimo y sus partes no tienen entidad más que como abstracción del objeto total, no. Si, en cambio, las partes tienen prioridad y la esfera, con su simetría interna, *viene luego*, sí.

Pasemos a un tercer ejemplo. Sea "R" un cuerpo rígido de la mecánica clásica caracterizado por dos puntos a los que se adjudica igual masa. Los estados dinámicos del cuerpo rígido pueden ser descriptos tomando como base del sistema de coordenadas cualquiera de los dos puntos. Las descripciones de tales estados serán necesariamente simétricas. Si este cuerpo estuviera aislado y sólo tuviéramos sus ecuaciones dinámicas, tendríamos dos opciones. Considerar que hay dos objetos que violan el PII, completamente indistinguibles pero dos, que se mantienen a distancia constante, o bien que se trata de un solo objeto, el cuerpo rígido.

¿Es este ejemplo un caso de violación del PII? Depende. Si el cuerpo rígido es el objeto legítimo (una barra de hierro, por ejemplo) y sus partes no tienen entidad más que como abstracción del objeto total, no. Si las partes tienen prioridad y el cuerpo rígido *viene luego*, sí.

Cualquier objeto con una simetría intrínseca, y esta es la observación que considero crucial, puede ser utilizado para conformar ejemplos como el de Black. La interpretación que se otorgue cada caso particular depende de la ontología que aceptada como primitiva. De este modo incluso, podemos responder al ejemplo de las dos esferas concibiéndolas como un único objeto con una simetría interna, aunque allí la solución parece arbitraria.

5. Un enfoque ontológico de la indistinguibilidad cuántica

La moraleja que he pretendido extraer de la sección anterior es la siguiente. Casos pretendidamente no problemáticos para el PII, como el de una esfera o un cuerpo rígido, pueden encontrarse violando incluso las formas más débiles del principio si se toma como objetos a las partes simétricas de los objetos básicos (la esfera, el cuerpo rígido). La clave reside en poder precisar cuáles son los objetos legítimos y cuáles no.

¿Cómo se vincula esto con el problema de la indistinguibilidad en mecánica cuántica? La respuesta que pretendo ofrecer es sencilla. Los sistemas cuánticos compuestos de “partículas indistinguibles” *parecen presentar una violación al PII*, pero si se toma a los sistemas compuestos como básicos y a las “partículas indistinguibles” como abstracciones, en algún sentido, o como derivadas de aquel, tal violación no existe. Las aparentes “partículas indistinguibles” serían sólo “aparentes partículas indistinguibles”. La cuestión es si el caso de las “partículas indistinguibles”. Aquí es donde entra en juego la MHI de Castagnino y Lombardi (2008)

Pertenciente a la familia de interpretaciones modales (Cfr. Bacciagaluppi y Dickson 1999, Bene y Dieks 2002), la MHI provee una caracterización precisa de la noción de sistema. Un sistema cuántico es definido por un conjunto de Observables pertenecientes a un espacio de Hilbert entre los cuales se destaca un elemento (un observable), el Hamiltoniano del sistema. De acuerdo con esta definición, el sistema compuesto de partículas indistinguibles es un sistema cuyas simetrías vienen dadas por su Hamiltoniano. Un sistema como el ejemplificado en la tabla (3.2) es un único sistema, con simetrías internas y tres estados posibles. Que podamos abstraer partes a partir de la simetría y llegar a violaciones del PII no debería resultar sorprendente. Como en los ejemplos de la sección anterior, el problema se revela aparente con la ontología adecuada

Conclusión

Si la argumentación que hemos desarrollado es correcta, el problema de la indistinguibilidad cuántica proviene parcialmente de un problema ontológico previo: la ausencia de un criterio adecuado para clasificar las entidades del dominio cuántico, es decir, la ausencia de una definición precisa de sistema. La carencia de tal criterio conduce a la indistinguibilidad siempre y cuando se den objetos simétricos y se tome a sus partes como objetos legítimos. En el caso de la mecánica cuántica, al adoptar la noción de sistema provista por la MHI, los casos de partículas idénticas indistinguibles pueden ser interpretados como casos de sistemas complejos con simetrías internas. Esta lectura, conservando la representación matemática usual, ofrece una nueva interpretación al cambiar la concepción de lo que se estaba representando (v. g. no se trataría de dos electrones, sino de un sistema cuyas partes simétricas semejan dos electrones) Soy consciente, naturalmente,

de que una reformulación ontológica de este estilo puede resultar sospechosa. Creo, no obstante, que ello no la hace objetable *per se* y que en su sencillez esconde algo de verdad y de belleza.

Notas

- 2 En 1926, Fermi y Dirac dedujeron, en el contexto del formalismo cuántico, un segundo tipo de estadística cuántica que se aplica a sistemas de spin semi-entero. Tal estadística obedece a lo que se denomina 'Principio de Exclusión de Pauli'. En este caso no se obtienen diferencias significativas asignando nombres (Cfr. Krause 2006)
- 3 La elección de las siglas no obedece a un anglicismo. La razón de designar el Principio de Indistinguibilidad como IP y no como PI procura evitar confusiones entre sus siglas y las del PII
- 4 Con un mayor número de partículas "idénticas", las permutaciones dan lugar también a estados parcialmente simétricos. Sobre este punto: Ballentine 1998, p. 471-2.
- 5 En el caso de los fermiones, el principio de exclusión parece evitar esta conclusión. Por otra parte, esta idea presenta numerosas dificultades (Teller, 1983).
- 6 Esta última perspectiva ha sido criticada por varios motivos. Referimos al lector interesado a Huggett 1995 y en defensa de la posición, van Fraassen 1991 y 1998.
- 7 Así en el ejemplo anterior $|\Psi_{21}\rangle = |\Psi_2\rangle \otimes |\Psi_1\rangle$ los estados elementales serían los correspondientes a los de los sistemas a y b, es decir, $|\Psi_1\rangle$ y $|\Psi_2\rangle$ y el estado del sistema compuesto sería sólo un derivado.
- 8 La misma idea es discutida por Leibniz y Clarke en su correspondencia.
- 9 Sobre el concepto de posibilidad física puede consultarse Earman (1986).
- 10 Una respuesta a tal argumento se halla en Hacking (1975)

Bibliografía

- Bacciagaluppi, G & Dickson, M. (1999) "Dynamics for modal interpretations", *Foundations of Physics*, 29, 1165-1201.
- Ballentine, L. (1998) *Quantum Mechanics. A modern Development*, World Scientific, Singapur
- Bene, G. & Dieks, D. (2002) "A perspectival version of the modal interpretation of quantum mechanics and the origin of macroscopic behavior", *Foundations of Physics*, 32, 645-671
- Black, M. (1962) "The identity of indiscernibles", *Mind*, 61, 153-64.
- Castagnino, M. & Lombardi, O. (2008), "A modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics", *Studies in History and Philosophy of Science*, 39, 380-443
- Earman, J. (1986) *A Primer on Determinism*, Reidel Publishing Company, Boston
- Einstein, A. (1924) "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases", *Berliner Berichte*, 22, 261-267
- French, S. & Krause, D. (2006) *Identity in Physics: A Formal, Historical and Philosophical Approach*, Oxford University Press, Oxford.
- Hacking, I. (1975). "The identity of indiscernibles", *Journal of Philosophy*, 72, 249-256.
- Hesse, M. (1963) [1966] *Models and Analogies in Science*, Sheed and Ward, Londres.
- Huggett, N. (1995) "What are quanta, and why does it matter?", *PSA 1994 (Proceedings of the 1994 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association)* Vol. 2, Philosophy of Science Association, East Lansing: 69-76.
- Hughes, R. (1989) [1994] *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*, Harvard University Press, Cambridge Mass.
- Jauch, J. (1968), *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison Wesley, Reading Mass.

- Krause, D. (2006) "Einstein y la indiscernibilidad", *Praxis Filosófica, Nueva Serie*, 22. 113-130.
- McMahon, D. (2006) *Quantum Mechanics Demystified*, McGraw-Hill, New York.
- Post, H. (1963) "Individuality and physics", *Listener*, 70: 534-537.
- Redhead, M. & Teller, P. (1992) "Particle labels and the theory of indistinguishable particles in quantum mechanics", *British Journal for the Philosophy of Science*, 43. 201-218.
- Singh, V. (2005) "Einstein and the quantum", *Current Science*, 89: 2101-2112.
- Teller, P. (1983) "Quantum physics, the identity of indiscernibles and some unanswered questions", *Philosophy of Science*, 50: 309-319.
- Teller, P. (1995) *An Interpretive Introduction to Quantum Field Theory*, Princeton University Press, Princeton.
- Teller, P. (1998) "Quantum mechanics and haecceities", en E. Castellani (ed.), *Interpreting Bodies. Classical and Quantum Objects in Modern Physics*, Princeton University Press, Princeton. 114-141.
- Van Fraassen, B. (1991) *Quantum Mechanics. An Empiricist View*, Clarendon Press, Oxford.
- Van Fraassen, B. (1998). "The problem of indistinguishable particles", en E. Castellani (ed.). 73-92.