EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XIX JORNADAS

VOLUMEN 15 (2009)

Diego Letzen
Penélope Lodeyro

Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

El 'análisis de los caracteres', signos ambiguos y la idea de 'sustitución' según Leibniz

José Gustavo Morales[*] *y Sebastián del Valle Vega*[†]

1. Introducción

Nuestro propósito en este escrito será investigar el tema de la 'sustitución' en Leibniz en el contexto de lo que este autor denomina *ars inveniendi* (arte inventivo). Consideraremos, más específicamente, la utilización de algunas herramientas simbólicas empleadas en sus trabajos matemáticos a la luz de una serie de fragmentos filosóficos del autor inmediatamente posteriores a su estancia en Paris (1672 - 1676), período en el que se trazan las bases fundamentales del cálculo infinitesimal.

Nuestro trabajo presentará una exposición breve del problema a plantearse apelando a los siguientes textos leibnizianos: "El análisis de los lenguajes" (1678)[1], "Ensayos de análisis gramatical" (1683-1684)[2], "¿Qué es idea? (1678)"[3] y *De la méthode de l'Universalité*[4] (1675). Propondremos considerar la idea de 'sustitución' trasladándola al plano del análisis de los caracteres, reconociendo que según Leibniz "el análisis de los caracteres es indispensable para el descubrimiento de verdades"[5] (Leibniz, 1678). Este análisis, según el autor, consiste "... [en] que un carácter sustituya a muchos y que pocos caracteres sustituyan a un mayor número de ellos".[6]

La sustitución 'de unos muchos caracteres por unos pocos' tendría al menos dos objetivos en la instancia de la investigación en ciencia según Leibniz. El primero de ellos puede ser interpretado según un criterio de economía que tendría como fin el ahorro de 'esfuerzo mental'; el pensamiento por sí solo requiere, dirá Leibniz, el auxilio de caracteres sensibles a fin de no tener que depender de la fragilidad de la memoria y la volatilidad del pensamiento. El segundo objetivo toca un aspecto medular de su filosofía ya que está direccionado hacia la búsqueda de una notación que exprese la 'universalidad' o generalidad en la resolución de problemas, lo cual, como veremos, sólo será posible a través de la armonización de una variedad de casos en apariencia diferentes. Consideraremos aquí el reciente estudio de Emily Grosholz, *Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences*[7]. Con su auxilio abordaremos el problema de la expresión de la universalidad a través del análisis del papel que juegan ciertos 'signos ambiguos', cuyo uso preciso remite a la manipulación del usuario en clara dependencia de los aspectos contextuales. Veremos que para Leibniz 'generalidad' y 'rigor formal' son posibles por medio del recurso a determinados caracteres que en su configuración exhiben cierto tipo de ambigüedad, la cual, en virtud de una serie de sustituciones controladas permiten univocidad y lectura única de acuerdo con lo que en cada caso demande el contexto de uso.

2.1. La volatilidad del pensamiento y el empleo de caracteres sensibles

En "El análisis de los lenguajes" (Leibniz, 1678) Leibniz señala que "[e]l análisis de los pensamientos es necesario, para descubrir y demostrar verdades..."[8]; y prosigue afirmando:

---

[*] UNC
[†] UNC

Este análisis se corresponde con el análisis de los caracteres que empleamos para significar pensamientos, pues a cada carácter corresponde un pensamiento determinado.[9]

Cabe mencionar las importantes consideraciones de Leibniz acerca de lo mental y su relación con el empleo de caracteres. El análisis de los pensamientos debería ser, en términos leibnicianos, sensible; el pensamiento *humano*, por sí solo, parece requerir el auxilio de signos sensibles a causa de su 'debilidad':

> (...) resulta más fácil realizar esto mediante caracteres que abordar los pensamientos mismos, considerados aparte de toda relación con caracteres, pues nuestro entendimiento, debido a su debilidad, tiene que ser dirigido por algo así como un hilo mecánico[10].

Según se observa, existe aquí cierta separación entre pensamiento y lenguaje; sin embargo, a medida que el análisis avanza y se complejiza, dicho vínculo se haría más estrecho llegándose a identificar, aunque solamente en algunos pasajes de su obra[11], lenguaje y pensamiento.

Aceptando la distinción tripartita entre lenguaje, pensamiento y conocimiento, se señala cómo los caracteres del lenguaje reemplazan una cadena de pensamientos – cuestión en la que nos detendremos en la sección siguiente. Se observa asimismo que en el lenguaje también es posible efectuar una serie de reemplazos o sustituciones con cierta o total autonomía respecto del pensamiento, lo que plantea un desplazamiento en el análisis que deja de centrarse en la relación lenguaje – pensamiento para centrase en el lenguaje mismo. El análisis leibniziano se centrará ahora en las sustituciones propias de lenguaje, es decir, la que se da entre distintos caracteres. Leibniz (1678) señala que:

> (...) el análisis de los caracteres consiste en la sustitución de unos caracteres por otros caracteres que, debido a su uso, equivalen a los primeros.[12]

Leibniz insiste en la importancia que tiene para el análisis la sustitución ininterrumpida de caracteres. La ejecución de sucesivas sustituciones entre caracteres a fin de conducir el pensamiento hacia el descubrimiento de verdades, se legitima primeramente por razones de economía. Leibniz dirá: "Lo único que hay que tener en cuenta es que un carácter sustituya a muchos y que pocos caracteres sustituyan a un mayor número de ellos..."[13] (Leibniz; 1678). De esta manera, el análisis de los caracteres, a través de sustituciones, se transforma en un método que impide que la ciencia dependa de la fragilidad y volatilidad de nuestro pensamiento.

2.2. La conexión entre los signos y las cosas según Leibniz

En esta sección consideraremos un aspecto de la concepción leibniciana de los signos que permite fundar el uso de diversas notaciones en una determinada concepción de la actividad mental y su interconexión con los objetos de la realidad.

M. Dascal en su artículo "Signs and thought in Leibniz's *Paris notes*" (1987) intenta elucidar en el período analizado la concepción leibniciana de los signos en relación a la problemática de su correspondencia con las ideas representadas por ellos. Esta cuestión no carece de relevancia para nuestro tema puesto que:

1) la sustitución de los pensamientos por caracteres (análisis de los pensamientos), y
2) la sustitución entre los caracteres mismos (análisis de los caracteres),

constituiría un procedimiento librado al arbitrario del usuario en la medida que no se pueda establecer algún tipo de correspondencia o conexión entre el sustituto y aquello que se sustituye. Dascal, parafraseando a Leibniz, comenta que entre pensamiento y caracteres "... there is always a correspondence, a relation of expression". Y luego continua: "And this relation of expression *may* certainly serve as a non-arbitrary foudation for a relation of representation".

Un tratamiento de esta cuestión encontramos en algunos textos breves de Leibniz inmediatamente posteriores a su estancia en París. Por ejemplo, en "¿Qué es idea?" Leibniz, tomando distancia del tradicional esquema de representación en el que se establece la correspondencia entre un objeto corpóreo y un determinado contenido mental –a través de la similitud entre las ideas y los objetos de la realidad–, fundamenta esta conexión en la noción de analogía. Según Leibniz existe una multiplicidad de formas de expresión. En el terreno de la notación simbólica se observa que distintas notaciones pueden expresar una misma cosa; Leibniz refiere al empleo de diferentes escalas –la decimal o duodecimal– para expresar una misma verdad respecto a los números. ¿Qué conexión existe entre los diferentes modos de expresión con aquello que se quiere expresar? En este texto el autor señala: "Se dice que *expresa* una cosa aquello en lo que hay respectos que responden a los respectos de la cosa que va a expresarse" (Leibniz, 1678 – Olaso, p. 209). No se exige el parecido o la semejanza entre la representación de un círculo y el círculo. Por ejemplo, la elipse expresa el círculo pero también una determinada ecuación puede hacerlo. Lo relevante no es el parecido visual que la imagen de la elipse tiene con la del círculo sino que cada punto de la elipse, dirá Leibniz, responda a algún punto del círculo que quiere expresarse; ciertas relaciones entre aquello que expresa y la cosa que quiere expresarse permanecen invariantes. Hay pues analogía, mas no identidad o semejanza:

De ahí resulta evidente que no es necesario que aquello que expresa sea igual a la cosa expresada, siempre que se conserve alguna analogía para los respectos. (Leibniz, 1678)

La analogía se cimienta en las relaciones que permanecen invariantes tanto entre la expresión y aquello que se quiere expresar, como entre los distintos modos de expresión. En nuestro caso, distintas notaciones que expresan una misma verdad guardan entre sí cierta estructura común, cierta proporción, cierto orden o medida, usando palabras de Leibniz. Por ello, en "Diálogo sobre la conexión entre las cosas y las palabras", el filósofo alemán comenta:

> (...) advierto que si los caracteres pueden aplicarse al razonamiento debe haber en ellos una construcción compleja de conexiones, un orden (...) aunque los caracteres sean arbitrarios, su empleo y conexión tiene, sin embargo, algo que no es arbitrario, a saber, cierta proporción entre los caracteres y las cosas y en las relaciones entre los diversos caracteres que expresan las mismas cosas.[14] (Leibniz, 1677).

2.3. El caso de la 'característica binaria'

En "Ensayos de análisis gramatical" (Leibniz, 1683 – 1684), Leibniz emplea el ejemplo de la característica binaria para mostrar cómo a través de diversas sustituciones se pueden percibir distintas propiedades de las cosas y hacer explícitas una serie de relaciones que permanecían ocultas antes de dicha sustitución.

Una sustitución se ve justificada en primer lugar por razones de economía en tanto hace sensible el pensamiento liberándolo de tener que volver a evocar las ideas que ahora gracias a su reemplazo por caracteres pueden desplegarse sobre el papel. La economía representa ante todo el ahorro de esfuerzo mental. El lenguaje ya no remite a un ámbito que le es ajeno, lo mental, sino que es posible trabajar con él con mayor autonomía. Por otra parte, Leibniz compara la sustitución de un sistema de caracteres por otros a fin de argumentar que hay sistemas de caracteres que poseen mayores virtudes epistémicas que otros.

Esto se puede observar en el caso de la 'característica binaria'. Leibniz sostiene que la aritmética binaria es 'más perfecta' en virtud de los signos que se emplean, los cuales posibilitan –a diferencia de la 'característica decimal', por ejemplo– explicitar un mayor número de pasos en cualquier operación que se realice, por más simple que ésta sea.

En binario, dice el autor, es posible mostrar 'por los caracteres mismos' que tres veces tres es nueve; y esto, dirá, no es posible en la aritmética decimal, ternaria o novenaria, debido a los caracteres empleados en el cálculo.

En decimal tres veces tres es nueve por la aplicación de una regla particular para ese caso. El carácter 3 al ser multiplicado por el carácter 3 da como resultado, por la aplicación de una regla particular, el carácter 9. El sistema decimal, para expresar cualquier cifra, emplea diez caracteres, a saber: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Para la operación de multiplicar cifras, el sistema decimal posee una gran cantidad de reglas expuestas básicamente en las tablas de multiplicar; una tabla para cada una de las diez marcas detalladas arriba.

En binario tres veces tres es nueve por la aplicación de una regla y una serie de pasos. En binario 3 (decimal) es II; y 9 (decimal) es I00I. En binario, para expresar cualquier número, se emplean sólo dos caracteres, a saber: I, 0. Para realizar la operación de la multiplicación, el sistema binario posee apenas dos reglas, a saber: I x I = I, y I x 0 = 0. Por último, en decimal tenemos: 3 x 3 = 9. En binario tenemos:

$$\begin{array}{c} \text{II} \\ \text{II} \\ \hline \text{II} \\ \text{II} \\ \hline \text{I00I} \end{array}$$

Vemos pues que se requieren una serie de pasos en la realización del cálculo en este último caso. Este aspecto es considerado positivamente por Leibniz, porque:

> (...) en la característica binaria se puede demostrar por los caracteres todo lo que se afirma acerca de los números, mientras que en la característica decimal no se puede. (Leibniz; 1683–1684).

A partir del ejemplo trabajado, vemos en primer lugar, que con la sustitución del sistema decimal por el sistema binario se avanza en profundidad sobre el análisis de los elementos y las relaciones que entre dichos elementos se pueden establecer. Mientras que en el sistema decimal se muestra cómo 3 x 3 = 9, en el caso del binario, se profundiza esa relación y se la demuestra al hacer explícito cómo es posible que II x II = I00I.

En segundo lugar, este ejemplo pone al descubierto el modo en que el análisis avanza. En el caso decimal, el análisis se detiene al arribar a elementos como 3 y 9 que son tomados como elementos mínimos; mientras que en el caso del binario tanto II como I00I pueden seguir siendo analizados y descompuestos, puesto que son considerados elementos complejos desde los cuales es posible arribar a los elementos mínimos que los configuran. Así, algo que es considerado como elemento ultimo o indemostrable en un caso, puede, en otro caso, ser demostrado conforme el análisis avanza y el ámbito de investigación lo demande.

3.1 La búsqueda de una notación para la expresión de la universalidad

El concepto de sustitución fue planteado desde el punto de vista del ahorro de esfuerzo mental, desde el punto de vista de un lenguaje que a través de sustituciones de 'unos caracteres por otros' hace sensible el pensamiento. También se vio que el análisis de los caracteres puede ser una herramienta fructífera para el avance de la ciencia en la medida en que a través de la sustitución de caracteres es posible el despliegue y visualización de una serie de relaciones que, dependiendo del ámbito de investigación en que se esté trabajando, permitirían un tratamiento riguroso de un problema. Nótese que el 'ahorro de esfuerzo mental' –o, como también lo hemos llamado, criterio de economía– no se reduce al mero ahorro en la cantidad de caracteres empleados en la investigación sino en la utilización más conveniente de un conjunto caracteres para el tratamiento de una cuestión.

No obstante, la noción de sustitución en Leibniz no se agota en los aspectos que hemos trabajado hasta el momento; pensamos que esta noción se relaciona –y esta será una cuestión que intentaremos plantear problemáticamente– con un aspecto medular de su filosofía: la resolución de problemas a través de la búsqueda de una forma única que permita el tratamiento de una multiplicidad de casos. Como bien apunta A. Lamarra[15], es importante subrayar que en su escrito de 1675:

> (...) [Leibniz] places the problem definitely on the plane of symbolic formalization so that the investigation at once becomes concrete on the numerical plane in the search for the general equation (or rule) which includes within itself the multiplicity of all possible particular solutions (...).[16]

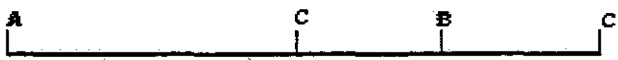
Es plausible sostener que la búsqueda de este objetivo se vio motivada por los estudios matemáticos de Leibniz durante su estadía en París (1672 – 1676); específicamente, el estudio de la nueva geometría de Descartes (1637) habría inspirado estas inquietudes. Puesto que el objetivo del análisis en el siglo XVII se concibe como la resolución de problemas, la preocupación de Leibniz se centra en la búsqueda de un método general que permita la armonización de una variedad de casos en una fórmula única. Este proyecto que busca llegar al diseño de una forma de expresión de la universalidad se va desarrollando, por así decir, a través de la experimentación, en este caso, el ámbito de experimentación es la matemática misma; las herramientas empleadas, caracteres sensibles.[17]

Ahora bien, cabe preguntarse cómo es posible la expresión de la generalidad, y qué papel desempeña la sustitución de unos caracteres por otros. La expresión de la generalidad requiere la implementación de una notación que permita armonizar cuestiones de naturaleza diferentes de un modo riguroso. Esta notación contiene un tipo de caracteres que Leibniz llama 'signos ambiguos'.[18] La sustitución de caracteres pasaría a desempeñar una función específica en cuanto al manejo de esta forma de notación. Veamos en qué consiste esta notación ambigua.

3.2. Uso de caracteres ambiguos y búsqueda de generalidad

Retomamos aquí el trabajo de Grosholz (2007). En su estudio Grosholz señala que para Leibniz "A good characteristic allows us to discern the harmony of cases, which is the key to the discovery of general methods; but such a characteristic must then be ambiguous"[19]. La autora recupera, previamente a su estudio de los caracteres ambiguos, diversos pasajes de Leibniz donde se vislumbran intentos de 'armonización de lo diverso'. En ese contexto Grosholz señala cómo Leibniz, por medio de un supuesto fundamental de su filosofía –a saber, el Principio de Continuidad–, establece una relación entre cuestiones tan dispares como el reposo y el movimiento, el punto y la línea, postulando diferencias infinitamente pequeñas que tienden a desvanecer: "…rest can be treated as if it were evanescent motion and the point as if it were an evanescent line, an infinitely small line".[20] Esta estrategia es posible porque en su trabajo matemático así como en el diseño de sus herramientas formales –como lo es el caso del presente tema de los caracteres ambiguos– Leibniz se guía por el Principio de Continuidad.

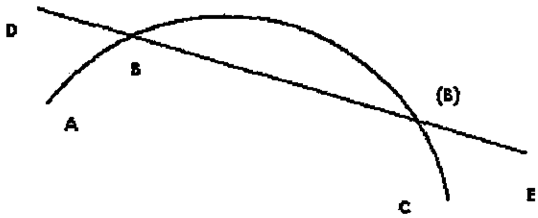
Nótese que al plantearse la búsqueda de la generalidad a través de la armonización de una serie casos diferentes, se está procurando explotar –de un modo que intentaremos explicar en lo que sigue– una forma de ambigüedad altamente estructurada y controlada que permitirá el nivel de precisión requerido en cada contexto de uso. Más sorprendente aún es la fuerza que este planteo adquiere en el ámbito de las ciencias formales. En este caso, la ambigüedad para Leibniz es un componente necesario para la expresión de lo general; en las matemáticas se ha de buscar el método general que permita armonizar una serie de resultados y problemas concretos por medio del uso de caracteres que lleven a usos fructíferos excluyendo usos equívocos de los signos por incluir especificaciones rigurosas en cada contexto de uso. En *De la Méthode de l'Universalité*[21] Leibniz realiza un tratamiento sostenido del punto en cuestión. El autor distingue allí dos tipos de ambigüedades; una en la que el signo propiamente dicho es ambiguo; ellos poseen una doble función puesto que son operadores para la adición y la sustracción como se ejemplifica en el segmento siguiente, donde el punto C, a diferencia A y B que son puntos fijos, se posiciona tanto a la izquierda como a la derecha de B.



Leibniz expresa esta situación con la ecuación $AC=AB\neq BC$, la cual emplea el *signo ambiguo* '$\neq$'.

El otro tipo de ambigüedad que Leibniz explica en *De la Méthode de l'Universalité* es la *ambigüedad de las letras*, en la que el signo no es notacionalmente ambiguo como en el anterior caso; se trata de una ambigüedad donde la lectura del signo está sujeta consideraciones pragmáticas propias de la práctica matemática y su contexto. Leibniz diferencia usos de signos ambiguos que en su lectura dejan lugar para equívocos y usos de signos ambiguos altamente controlados donde el usuario en cada contexto de uso especifica su univocidad.[22] Aquéllos tienen que ser eliminados debido a que pueden conducir a errores; en cambio, los usos controlados de signos ambiguos que permiten trabajar en diversos contextos y en forma rigurosa son de gran utilidad para el objetivo de Leibniz. Aquellos usos de caracteres ambiguos que garantizan la univocidad en su aplicación son necesarios para la expresión de lo general, y son los que posibilitan un tratamiento riguroso de cada caso particular que se quiera trabajar o resolver; esto es así ya que en cada contexto específico tales caracteres adquieren una función precisa. Este es precisamente el caso de la segunda clase de ambigüedad –*ambigüedad de las letras*. Trataremos de ilustrar seguidamente este punto.

En la figura vemos el trazado de la curva AB(B)C intersecada por la recta DB(B)E. Según Leibniz este es un ejemplo de ambigüedad virtuosa. La figura admite diversas lecturas de acuerdo a si las líneas son finitas, infinitas o infinitesimales. Por ejemplo, si la distancia entre los puntos B(B) es infinitesimal, entonces es claro que la recta DE es una tangente a la curva; si los puntos B(B) definen una recta finita, entonces la recta DE es una secante a la curva. El ejemplo representa para Leibniz una muestra del valor de la ambigüedad para la búsqueda de la generalidad. En él la armonización de casos diferentes es posible en virtud de la ambigüedad del carácter B(B).



Grosholz señala la importancia de los aspectos contextuales en la práctica matemática. La autora asegura que lejos de constituir un defecto a eliminar, los aspectos contextuales son inherentes a las ciencias y las matemáticas no son la excepción. En la figura trabajada el factor contextual posibilita la lectura unívoca del carácter ambiguo B(B) en cada uno de los casos bajo consideración –i.e., la distancia entre los puntos será finita o infinitesimal dependiendo del contexto en que se esté trabajando. La recta DE será leída pues como una tangente a la curva –o no– de acuerdo a lo que el contexto demande en cada caso.

Nótese por último que el rigor formal para el desarrollo y resolución de un problema dado se halla en función del contexto. La consecución de rigor formal surge toda vez que el uso de caracteres ambiguos –que en su configuración permiten expresar generalidad– admite una lectura única y precisa, lo cual es posible por la intervención del usuario en cada contexto específico de uso.

4. A modo de conclusión

Si consideramos que la inclusión de los aspectos contextuales es inherente al análisis de los caracteres, la sustitución pasaría a formar parte de las herramientas que permiten la manipulación controlada de los caracteres ambiguos garantizando la fijación precisa del sistema de signos empleado. Mientras habría sustituciones que tienen como fin –como se muestra en el caso de la característica binaria– reemplazar unos caracteres por otros para poder de esa manera explicitar *más* aspectos de una misma cuestión i.e., develar relaciones estructurales que antes de dicha sustitución permanecían ocultas, la manipulación de caracteres ambiguos que requieren fijación contextual en cada caso permitiría subsumir una diversidad de casos bajo la formulación y resolución de un problema –el tema de investigación problemático. En otros términos, las sustituciones podrían verse como estrategias propias de distintos contextos de trabajo con sus garantías de precisión y rigor, en tanto que los caracteres ambiguos tendrían como fin principal - gracias a su "flexibilidad"- la armonización de los diferentes casos bajo consideración. Una característica tal sería útil para la expresión de lo universal sin pretender reducir diversas formas de representación (discursivas y diagramáticas) a una única característica que sea independiente de su manipulación por parte del científico en los diversos contextos de uso.

Notas

[1] *G. W. Leibniz – Escritos Filosóficos*, Ezequiel de Olaso (trad./ed.), Ed., Machado Libros, Madrid (2003) pág. 211-215 En lo que sigue esta colección de textos se citará como De Olaso (2003).

[2] Ibid., pp. 216-218.

[3] Ibid., pp. 208-210.

[4] Couturat, L. : 1903, *Opuscules et fragments inedits de Leibniz*, pp. 97 - 143

[5] Leibniz (1678) en De Olaso (2003), p. 211

[6] *Ibid.*

[7] Grosholz, E.. 2007. *Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences*, Oxford: Oxford University Press.

[8] Leibniz (1678) en De Olaso (2003), p. 211.

[9] Ibid.

[10] Leibniz (1678) en De Olaso (2003), p. 212.

[11] Por ejemplo, en "Signos y Cálculo Lógico" (1684), Leibniz afirma que "(...) en verdad esta admirable ventaja la ofrecen hasta aquí únicamente los signos empleados por quienes se dedican a la aritmética y al álgebra, en donde todo *razonamiento consiste en el uso de caracteres y donde el error de la mente es igual al del cálculo*. De Olaso (2003), p. 221, (cursivas añadidas).

[12] Leibniz (1678) en De Olaso (2003), p. 211.

[13] *Ibid.*

[14] Leibniz (1678) en De Olaso (2003), p. 205

[15] Lamarra, A.: 1978, "The Development of the theme of the 'logica inventiva' during the stay of Leibniz in Paris", Leibniz a Paris, Vol. II, *Studia Leibniziana* Supp. XVIII, Stuttgart: Steiner Verlag.

[16] Op. cit., p. 64.

[17] Goethe, N.B. (2008), "Las virtudes epistémicas del simbolismo según Leibniz y la transformación de una idea", en Lorenzano & Miguel (2008), p. 205

[18] Leibniz (1675), en De Olaso (2003).

[19] Grosholz (2007), p. 209.

[20] Según Grosholz, Leibniz también formula el principio de continuidad cuando sostiene que la ecuación puede entenderse como una desigualdad infinitamente pequeña. Grosholz (2007), p. 205

[21] Leibniz (1675), en *Opuscules et fragments inedits de Leibniz* (1903 , Ed. Couturat), pp. 100-110.

[22] Ibid. (p. 119).

Bibliografía

Couturat, L.: 1903 (ed.): *Leibniz, Opuscules et fragments inédits*, Paris, 1903 Alcan. Reedición Hildesheim. Olms, 1961

Leibniz, G.W.: *Escritos Filosóficos.*, De Olaso (Ed y trad.), Madrid. Machado Libros, 2003. Citado como De Olaso (2003).

Goethe, N.B. (2008): "Las virtudes epistémicas del simbolismo según Leibniz y la transformación de una idea" en. Filosofía e Historia de la Ciencia en el Cono Sur, Vol. 2, P. Lorenzano y H. Miguel (eds.), 2008, pp. 203-212.

Grosholz E.: 2007. *Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences*, Oxford. New York.

Grosholz, E. (2008): "Productive Ambiguity in Leibniz's Representation of Infinitesimals", en *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, Editado por Ursula Goldenbaum and Douglas Jesseph, (Walter de Gruyter · Berlin · New Cork).

Lamarra, A.: 1978, "The development of the theme of the 'logica inventivoa' during the stay of Leibniz in Paris", Leibniz a Paris, Vol. II *Studia Leibniziana* Supp. XVIII, Stuttgart: Steiner Verlag, p. 55-71.

Dascal, Marcelo. 1987: "Signs and thoughy in Leibniz's Paris Notes", A collection of Essays (Amsterdam: Johon Benjamins).