

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVI JORNADAS

VOLUMEN 12 (2006)

José Ahumada
Marzio Pantalone
Víctor Rodríguez
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



El Principio de Mach en la Relatividad General

*Olimpia Lombardi**

1.- Introducción

El Principio de Mach se vincula con el famoso debate filosófico relacionismo-absolutismo, y parece recoger el guante lanzado por Leibniz en cuanto a la interpretación relacional del espacio y del tiempo. No obstante, ideas relacionales pueden ya reconocerse en Aristóteles, con su concepción del tiempo como medida del movimiento. Algunos autores encuentran, incluso, rastros de relacionismo en autores modernos como Copérnico y Kepler (cfr. Barbour 1995a).

Sin embargo, el debate se instala con la controversia entre Leibniz y Newton, frecuentemente encarnada en el conocido ejemplo del balde: según Newton, las fuerzas inerciales –centrífugas– que actúan sobre el agua en un balde en rotación manifestarían la aceleración respecto del espacio absoluto. A fines del siglo XIX, Ernst Mach retoma el famoso ejemplo en su conocida obra *The Science of Mechanics* (1883), donde sostiene que el comportamiento del agua en el balde no prueba la existencia del espacio absoluto, puesto que las mismas fuerzas centrífugas se obtendrían con la rotación del resto de las masas del universo: lo único relevante es el movimiento relativo y, por tanto, rotación del balde y rotación del resto de las masas del universo son sólo dos formas diferentes de describir el mismo fenómeno físico.

Einstein admite explícitamente su adhesión a la concepción relacional de la inercia, a la que pretende respetar en su formulación de la relatividad especial y en las primeras versiones de su relatividad general. Sin embargo, a partir de 1918 su entusiasmo por el Principio de Mach empieza a ceder, iniciándose un proceso que culmina, cerca del final de sus días, en el rechazo del principio. A pesar de ello, actualmente siguen existiendo fervientes defensores del Principio de Mach, quienes consideran que la relatividad general puede y debe ser concebida como una teoría perfectamente machiana. El mejor representante de esta posición es Julian Barbour, con su propuesta de una reconstrucción pura y totalmente relacional de la teoría general de la relatividad. El propósito del presente trabajo consiste en evaluar la reconstrucción de Barbour y, con ello, reflexionar acerca de la posibilidad de interpretar la relatividad general en términos relacionales machianos. Pero para ello es necesario comenzar por recordar las afirmaciones del propio Mach a fin de establecer la real autoría del principio.

2.- ¿Quién es el autor del Principio de Mach?

Si bien la respuesta a esta pregunta parece trivial, no lo es tanto cuando se rastrean los textos de Mach en la búsqueda del famoso principio: las alusiones de Mach son vagas y a veces casi contradictorias y no existe una formulación clara del principio que permita establecer inequívocamente su contenido. Los pasajes relevantes de *The Science of Mechanics*, ponen de manifiesto que los esfuerzos argumentativos de Mach están más dirigidos a atacar las nociones

* CONICET - Universidad de Buenos Aires, Universidad Nacional de Quilmes.
Epistemología e Historia de la Ciencia, Volumen 12 (2006)

newtonianas de espacio, tiempo y movimiento absolutos que a formular un principio de alcance cosmológico y metafísico. Las críticas de Mach se fundan en su supuesto acerca de la naturaleza y los objetivos de la física, expresado por el *dictum* "La física es experiencia organizada en un orden económico" (Mach 1882, p.197). Si la física debe aspirar únicamente a suministrar descripciones económicas de la experiencia directa, las nociones newtonianas de espacio, tiempo y movimiento absolutos son meros excesos metafísicos que resultan totalmente superfluos a la luz del legítimo objetivo de la física.

John Norton (1995) se pregunta explícitamente si las afirmaciones de Mach deben interpretarse como la exigencia de una redescipción de la física newtoniana que prescinda de los términos 'espacio' y 'tiempo', o como la propuesta de un nuevo mecanismo físico para explicar las fuerzas inerciales. Según el propio Norton, es muy difícil encontrar en los escritos de Mach indicios de la defensa de un nuevo mecanismo físico; por el contrario, sus afirmaciones parecen apuntar a una mera redescipción, adecuada al supuesto de la primacía de lo observable y de la necesidad de erradicar la metafísica de la física. Por lo tanto, no habría en Mach la postulación de un principio relacional respecto del espacio, el tiempo y el movimiento.

Los historiadores de la física coinciden en afirmar que el principio fue en realidad formulado por Einstein, quien utilizó por primera vez el término 'Principio de Mach' en un artículo de 1918 sobre teoría general¹. Sin embargo, en los escritos de Einstein pueden hallarse referencias previas y su formulación del principio atribuido a Mach fue variando a través de los años. La primera alusión se encuentra en un artículo de 1912 (*cf.* Norton 1995; Hoefler 1995), donde el principio se formula como la exigencia de que la inercia de una masa puntual sea el efecto de la presencia de todas las restantes masas. Esta alusión es seguida por una nota a pie de página donde Einstein, muy poco inclinado a las referencias en sus escritos, menciona explícitamente a Mach y el segundo capítulo de su *The Science of Mechanics*. Según Einstein, la teoría especial de la relatividad no cumplía aún las exigencias impuestas por el principio puesto que aún distinguía los sistemas inerciales como sistemas de referencia privilegiados; Einstein se propone, entonces, generalizar la relatividad de modo de asegurar la inexistencia de sistemas de referencia privilegiados. En este camino hacia la relatividad general, cuya formulación definitiva aparece en 1916, en 1914 Einstein asimila el Principio de Mach al principio de equivalencia entre inercia y gravedad: las fuerzas inerciales son producidas por la interacción con las otras masas del universo (*cf.* Hoefler 1995). A su vez, en 1918 Einstein considera el principio de equivalencia como un caso particular del requisito general de covariancia de las ecuaciones dinámicas y, por tanto, la covariancia pasa a ser la expresión matemática del principio de Mach².

En el mismo artículo de 1918 Einstein también identifica el principio con la condición de que la métrica del espacio-tiempo (representada por el tensor métrico $g_{\mu\nu}$) se encuentre totalmente determinada por la distribución de materia-energía en dicho espacio-tiempo (representada por el tensor de energía-momento $T_{\mu\nu}$). Pero el propio Einstein tenía claro desde 1916 que tal requisito no era satisfecho por sus ecuaciones de campo en la medida en que tales ecuaciones tienen solución para un espacio-tiempo vacío ($T_{\mu\nu}=0$) que corresponde al espacio-tiempo plano de Minkowski. el espacio-tiempo de Minkowski es el espacio-tiempo más anti-

machiano posible, puesto que posee una estructura métrica e inercial bien definida sin masa alguna que pudiera ser considerada como aquello que determina tal estructura. Por este motivo, Einstein comienza a evaluar la necesidad de condiciones de contorno machianas que, suplementando las ecuaciones de campo, bloquearían las soluciones no-machianas como el espacio-tiempo de Minkowski o la solución de Kerr de un universo en rotación respecto de condiciones de contorno minkowskianas en el infinito.

Según Carl Hofer (1995), la disminución del entusiasmo de Einstein por el Principio de Mach puede explicarse por dos motivos: por un lado, la dificultad de formular el principio de modo que la teoría general de la relatividad resultase perfectamente machiana; por otra parte, el creciente interés de Einstein en las teorías unificadas de campo, donde se presupone una actitud realista respecto del campo métrico.

3.- Julian Barbour: la relatividad general como teoría perfectamente machiana

Durante las últimas décadas, Julian Barbour junto a un grupo reducido de colaboradores se ha propuesto demostrar que la relatividad general es una teoría perfectamente machiana. Pero, para ello, debe comenzar por brindar una adecuada formulación del Principio de Mach que tan elusivo se mostró a los intentos de Einstein.

Según Barbour, si bien Einstein brindó diversas formulaciones del principio, fue Poincaré quien estableció un criterio inequívoco para la mecánica no-relativista de partículas, según el cual el estado de un sistema debe venir dado por las distancias entre partículas y sus derivadas, de modo tal que el estado del sistema en un instante determine su estado en cualquier otro estado. Sobre la base de esta idea, Barbour formula dos "*criterios de machianidad*" considerados como el verdadero contenido del Principio de Mach (Barbour 1995b):

Primer requisito machiano: La evolución dinámica del universo como un todo debe poder predecirse unívocamente sobre la base de condiciones iniciales puramente relativas.

Segundo requisito machiano: El tiempo externo no existe; la evolución dinámica del universo es una secuencia de sus configuraciones relativas.

El primer requisito recoge el criterio de Poincaré. El segundo requisito introduce un elemento propio del relacionismo leibniciano pero generalmente ausente en las discusiones acerca del Principio de Mach: no sólo el espacio sino también el tiempo debe ser relacional.

Barbour y sus colaboradores aplican estos criterios de machianidad a la reconstrucción de la mecánica clásica (Barbour y Bertotti 1982) sobre la base de la formulación de una "*dinámica intrínseca*". En lugar de trabajar en el espacio de configuraciones habitual, definido respecto de un cierto sistema de referencia, la idea central consiste en trabajar en un "*espacio de configuraciones relativas*", donde cada configuración viene dada por las distancias relativas entre partículas. Con ello se recoge el carácter relacional del espacio. Pero dado que el tiempo "externo" al sistema no existe, la evolución no puede definirse como la secuencia temporal de tales configuraciones. Por lo tanto, la dinámica se recupera mediante un ordenamiento basado en el criterio de "*mejor correspondencia*" ("*best matching*"), según el cual dos configuraciones son inmediatamente adyacentes en el ordenamiento cuando su diferencia intrínseca (su "distancia" en el espacio de configuraciones) es mínima. La evolución del sistema resulta,

entonces, la secuencia de configuraciones ordenadas por el criterio de mejor correspondencia. De este modo se respeta el carácter relacional del tiempo. Según diversos autores, la dinámica intrínseca de Barbour y Bertotti es una teoría genuinamente relacional con ciertas ventajas sobre la teoría newtoniana (*cf.* Pooley y Brown 2002).

El paso siguiente de Barbour consiste en aplicar la misma estrategia de reconstrucción a la relatividad general. En este caso, cada configuración viene dada por una variedad diferencial tridimensional Σ dotada de una métrica h_{ij} ($i, j=1, 2, 3$). Pero desde una perspectiva relacionalista deben identificarse todas las variedades que sólo difieren en el modo en la métrica h_{ij} se “ubica” sobre Σ (*cf.* Pooley 2002). De este modo se obtienen las configuraciones intrínsecas o relativas y se construye el espacio de configuraciones relativas correspondiente a la relatividad general. A partir de aquí, la estrategia es similar a la utilizada en el caso clásico: la historia del universo se reconstruye como la evolución de las geometrías tridimensionales sobre la base de una dinámica intrínseca basada en el criterio de mejor correspondencia (*cf.* Barbour 1999a, b). Según Barbour (1995b), esta reconstrucción machiana de la relatividad general evita el problema de los modelos supuestamente no-machianos, en particular el problema de los espacio-tiempos carentes de materia: según el autor, incluso el espacio-tiempo aparentemente más anti-machiano, el espacio-tiempo de Minkowski, admite ser interpretado como la evolución dinámica de geometrías tridimensionales.

4.- ¿Es la relatividad general una teoría perfectamente machiana?

Si bien parece existir un consenso acerca de las virtudes de la reconstrucción relacional de la mecánica clásica llevada a cabo por Barbour y Bertotti, en su aplicación a la relatividad general el programa de Barbour ha sido objetado desde diversos frentes. Por ejemplo, se ha señalado que, cuando se acepta que las entidades básicas descritas por la teoría son las variedades tridimensionales Σ con sus correspondientes métricas h_{ij} y que la geometría puede definirse incluso en el caso de vacío de materia, entonces la teoría se convierte en una teoría relacional respecto del tiempo pero que trata al espacio desde una perspectiva sustancialista (*cf.* Pooley 2002). También se señala que, mientras la relatividad general admite diferentes foliaciones del espacio-tiempo (esto es, distintas formas de definir las variedades tridimensionales) y las evoluciones definidas por tales foliaciones son todas igualmente legítimas, en la teoría de Barbour existe una foliación privilegiada que define la historia del universo (*cf.* Kuchař 1995). Sin embargo, existe un argumento mucho más básico para objetar el programa de Barbour como reconstrucción machiana de la relatividad general: tal argumento se refiere a la posibilidad de foliación del espacio-tiempo.

Como es bien sabido, la relatividad general reemplaza la concepción de ‘espacio a través del tiempo’ por el concepto de espacio-tiempo donde el tiempo se convierte en una dimensión de una variedad cuatridimensional que se curva a gran escala como consecuencia de la presencia de masas. Por lo tanto, muchas topologías diferentes son consistentes con las ecuaciones de campo. En particular, el espacio-tiempo puede curvarse a lo largo de la dimensión espacial de modo tal que sus secciones espaciales se conviertan en análogos tridimensionales de una cinta de Moebius; en términos técnicos, se dice que el espacio-tiempo es no temporalmente orientable. Un espacio-tiempo es *temporalmente orientable* si puede

definirse sobre él un campo vectorial tipo-tiempo (*timelike*) respecto de su métrica. Esta definición implica que, en un espacio-tiempo no temporalmente orientable, es posible convertir un vector tipo-tiempo que apunta hacia el futuro en un vector tipo-tiempo que apunta hacia el pasado a través de una transformación continua; por lo tanto, la distinción entre semiconos pasados y futuros no puede establecerse a nivel global (*cf.* Castagnino y Lombardi 2004a,b).

Pero aún si el espacio-tiempo es temporalmente orientable, puede poseer características tales que impiden particionar el conjunto de todos los eventos en clases de equivalencia tales que: (i) cada una de las clases sea una hipersuperficie tipo-espacio (*spacelike*), y (ii) las hipersuperficies puedan ser ordenadas temporalmente. Esto sucede cuando existen curvas temporales cerradas o, incluso sin ellas, cuando es imposible definir una función que asigne a cada evento un número, que representa el tiempo del evento, tal que el número asignado a e_1 sea inferior al asignado a e_2 cuando existe una señal causal propagable de e_1 a e_2 . En tales casos, no existe una partición global en hipersuperficies espaciales, cada una de las cuales contiene todos los eventos simultáneos entre sí (*cf.* Sklar 1974). Es posible definir una jerarquía de condiciones que, aplicadas a un espacio-tiempo temporalmente orientable, evitan estas situaciones "anómalas". En particular, un espacio-tiempo (M, g) , donde M es una variedad cuatridimensional diferenciable y g es su métrica, posee una *función tiempo global* si existe una función $t: M \rightarrow \mathbb{R}$ cuyo gradiente es tipo-tiempo en todo punto de M (*cf.* Hawking y Ellis, 1973). Esto significa que existe una función cuyo valor aumenta en el mismo sentido a lo largo de cualquier curva temporal; la existencia de tal función garantiza que el espacio-tiempo es particionable en hipersuperficies de simultaneidad ($t=const.$) que definen una *foliación* (*cf.* Schutz, 1980).

Resulta claro que la existencia de tiempo global y, por tanto, la posibilidad de foliación impone restricciones topológicas significativas al espacio-tiempo. En casos completamente generales no es posible definir un tiempo global en términos del cual la historia del universo como un todo puede concebirse como la secuencia temporal de sus estados instantáneos. Pero ésta es precisamente la situación que surge de la reconstrucción relacional de Barbour: al partir de variedades tridimensionales Σ , Barbour presupone desde el comienzo la existencia de un tiempo global, es decir, la foliabilidad del espacio-tiempo en hipersuperficies tipo-espacio cuya secuencia define la historia del universo. En otras palabras, la propuesta de Barbour brinda una reconstrucción relacional del tiempo de la física clásica, concebido como el parámetro de evolución de los sistemas físicos, pero *no del tiempo-dimensión* de la relatividad general. Y esta cuestión no es menor cuando se considera que tal vez el mayor obstáculo para lograr la unificación entre relatividad general y mecánica cuántica y formular así una gravedad cuántica consistente resida en la diferencia en el concepto de tiempo utilizado en ambas teorías (*cf.* Isham 1992, 1999).

Al describir el espacio-tiempo que respondería al Principio de Mach, diversos autores asumen implícitamente su foliabilidad. Por ejemplo, Earman (1989) define el *espacio-tiempo machiano* como una variedad cuatridimensional diferenciable que puede particionarse en una familia de hipersuperficies tridimensionales de simultaneidad; tal definición, aplicada al caso de la relatividad general, conduce a un espacio-tiempo foliable. Por su parte, Isenberg (1995) se refiere al Principio WEM (Wheeler-Einstein-Mach) como un principio que sólo puede

satisfacerse en un espacio-tiempo describable como una variedad $M^4 = \Sigma^3 \times \mathbf{R}$, cuya estructura es *establemente causal*; pero dado que la condición de estabilidad causal es equivalente a la condición de existencia de tiempo global (*cf.* Hawking y Ellis 1973), el requisito impuesto por Iserberg equivale nuevamente a la foliabilidad del espacio-tiempo.

La necesidad de foliabilidad no suele ser discutida como limitación del programa de Barbour (una excepción es Butterfield 2001). Sin embargo, esta cuestión conceptual resulta central cuando el problema consiste en evaluar la posibilidad de reconstruir la relatividad general como una teoría completamente machiana. El supuesto de foliabilidad del espacio-tiempo adoptado por Barbour en su propuesta pone de manifiesto que su teoría posee *menos modelos* que la relatividad general y, por tanto, no puede ser considerada como una efectiva reconstrucción de la teoría de Einstein: la teoría general de la relatividad sigue mostrándose esquiva a la interpretación totalmente machiana que pretende Barbour.

5.- Conclusiones

Si la teoría de Barbour no puede ser considerada como una adecuada reconstrucción de la relatividad general, se impone la pregunta epistemológica general acerca de las motivaciones del autor. Si su meta es demostrar que la relatividad general es una teoría perfectamente machiana, tal como se infiere de muchos de sus escritos, parece claro que no ha conseguido cumplir su objetivo, puesto que su teoría sólo recoge un subconjunto de los modelos de la teoría einsteniana. Si su interés es brindar una teoría de la gravedad adecuada para el desarrollo de la gravedad cuántica, sus esfuerzos resultan injustificados en la medida en que ya desde hace tiempo existen diversos enfoques teóricos para ello (ADM, geometrodinámica, etc.).

Sin embargo, la motivación central de Barbour podría no fundarse en cuestiones técnicas de la física sino tener raíces filosóficas basadas en una posición metafísica profundamente relacionista. Por supuesto, tal motivación no disminuye la relevancia de su propuesta; por el contrario, el intento de reformular la física fundamental en términos puramente relacionales resulta un esfuerzo valioso desde el punto de vista filosófico. Sin embargo, si esta fuera su verdadera motivación, Barbour debería admitir que su programa apunta al *reemplazo* de la teoría general de la relatividad de Einstein por una nueva teoría consistente con el espíritu machiano, pero ésta es una postura tan fuerte que muy pocos están dispuestos a adoptar.

Notas

¹ Antes de la formulación de la relatividad general, el llamado "Principio de Mach" fue considerado como una idea marginal, en general rechazada por quienes se convertirían en los más fervientes defensores de las teorías de Einstein. Con excepción de unos pocos físicos como Immanuel y Benedict Friedlaender y August Föppl, la comunidad científica se mostró muy poco interesada en un principio no testeable por vía empírica. Por otra parte, en la comunidad filosófica el principio no parece haber sido un foco de debate. Incluso los miembros del Círculo de Viena, para quienes Mach constituía una inspiración intelectual, no recibieron con entusiasmo las ideas sugeridas por el principio. Por ejemplo, Philipp Frank, defensor de la relatividad einsteniana, rechazaba la propuesta de un nuevo mecanismo físico para explicar la inercia que él creía encontrar en los trabajos de Mach. A su vez, Moritz Schlick criticaba explícitamente a Mach por ignorar la diferencia entre cuestiones cinemáticas y dinámicas, y consideraba que la propuesta de Mach se había convertido en un ejercicio de física *a priori*, contradiciendo las enseñanzas centrales del propio autor (*cf.* Norton 1995).

² Hoy resulta claro que este razonamiento confunde sistemas de referencia con sistemas de coordenadas, y que el requisito puramente formal de covariancia general no se relaciona con el principio de equivalencia (cf: Norton 1993).

Bibliografía

- Barbour, J. (1995a), "Mach before Mach", en J. Barbour y H. Pfister (eds.) (1995).
- Barbour, J. (1995b), "General Relativity as a Perfectly Machian Theory", en J. Barbour y H. Pfister (eds.), (1995).
- Barbour, J. (1999a), "The Development of Machian Themes in the Twentieth Century", en J. Butterfield (ed.) (1999).
- Barbour, J. (1999b), *The End of Time. The Next Revolution in Our Understanding of the Universe*, Weidenfeld & Nicholson, Londres.
- Barbour, J. y Bertotti, B. (eds.) (1982), "Mach's Principle and the Structure of Dynamical Theories", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, **382**, 295-306.
- Barbour, J. y Pfister, H. (eds.) (1995), *Mach's Principle. From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, *Einstein Studies Vol. 6*, The Center for Einstein Studies, Birkhäuser.
- Butterfield, J. (ed.) (1999), *The Arguments of Time*, Oxford University Press, Oxford.
- Butterfield, J. (2001), "The End of Time?", *Los Alamos Archive*, arXiv: gr-qc/0103055
- Castagnino, M. y Lombardi, O. (2004a), "The Generic Nature of the Global and Non-Entropic Arrow of Time and the Double role of the Energy-Momentum Tensor", *Journal of Physics A (Mathematical and General)*, **37**, 4445 - 4463.
- Castagnino, M. y Lombardi, O. (2004b), "The Global Non-Entropic Arrow of Time: from Global Geometrical Asymmetry to Local Energy Flow", *Synthese*, a aparecer en número a designar.
- Earman, J. (1989), *World Enough and Space-Time*, The MIT Press, Cambridge MA.
- Einstein, A. (1918), "Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie", *Annalen der Physik*, **55**, 241-244.
- Hawking, S. y Ellis, G. (1973), *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hofer, C. (1995), "Einstein's Formulations of Mach's Principle", en J. Barbour y H. Pfister (eds.), (1995).
- Isham, J. (1995), "Wheeler-Einstein-Mach Spacetimes", en J. Barbour y H. Pfister (eds.), (1995).
- Isham, C. (1992), "Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time", *Los Alamos Archive*, arXiv: gr-qc/9210011
- Isham, C. (1999), "On the Emergence of Time in Quantum Gravity" en J. Butterfield (ed.) (1999).
- Kuchař, K. (1995), intervención en "General Discussion: What is the Machian Program?", en J. Barbour y H. Pfister (eds.), (1995).
- Mach, E. (1882) [1943], "The Economical Nature of Physical Inquiry", en *Popular Scientific Lectures*, 5ta. Edición, Open Court, Illinois.
- Mach, E. (1883) [1960], *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of Its Development*, 6ta. Edición, Open Court, Illinois.
- Norton, J. (1993), "General Covariance and the Foundations of General Relativity", *Reports on Progress in Physics*, **56**, 791-858.
- Norton, J. (1995), "Mach's Principle before Einstein", en J. Barbour y H. Pfister (eds.), (1995).
- Pooley, O. (2002), "Relationalism Rehabilitated? II: Relativity", *Pittsburgh PhilSci Archive*
- Pooley, O. y Brown, H. (2002), "Relationalism Rehabilitated? I: Classical Mechanics", *The British Journal for the Philosophy of Science*, **53**, 183-204.
- Schutz, B. (1980), *Geometrical Methods of Mathematical Physics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Sklar, L. (1974), *Space, Time and Spacetime*, University of California Press, Berkeley