Título: TEORÍA DE CONJUNTOS E INTRODUCCIÓN A FUNCIONES
Autores: Fernández Elina del Valle - Trevisson Valeria Luciana
Profesores de MOPE: Esteley Cristina - Gerez Cuevas José Nicolás
Carrera: Profesorado en Matemática
Fecha: 20-11-2014

Clasificación:

97 Mathematical Education

Palabras Claves:

Conjuntos – Operaciones entre conjuntos – Función – Interpretación de gráficos - Debate

Resumen:

El siguiente informe está elaborado en base a las prácticas educativas realizadas por Elina Fernández y Valeria Trevisson. Las mismas fueron realizadas en tercer año A y C de una institución de la ciudad de Córdoba. En este informe se tratan las siguientes cuestiones:

- NOCIONES BÁSICAS DE CONJUNTOS,
- OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS,
- INTRODUCCIÓN A FUNCIONES A TRAVES DE LA INTERPRETACION DE GRÁFICOS Y TABLAS.

Además se desarrolla la siguiente problemática desde una perspectiva teórica: ¿cómo y para qué dirigir una discusión en clases de matemática en el marco de la enseñanza de teoría de conjuntos y funciones en las condiciones del "escenario" propuesto en nuestras prácticas?

El Maestro Sufí contaba siempre una parábola al finalizar cada clase, pero los alumnos no siempre entendían el sentido de la misma...

- Maestro – lo encaró uno de ellos una tarde. Tú nos cuentas los cuentos pero no nos explica su significado...

-Pido perdón por eso. – Se disculpó el maestro – Permíteme que en señal de reparación te convide con un rico durazno.

- Gracias maestro.- respondió halagado el discípulo

- Quisiera, para agasajarte, pelarte tu durazno yo mismo. ¿Me permites?

- Sí. Muchas gracias – dijo el discípulo.

- ¿Te gustaría que, ya que tengo en mi mano un cuchillo, te lo corte en trozos para que te sea más cómodo?...

- Me encantaría... Pero no quisiera abusar de tu hospitalidad, maestro...

- No es un abuso si yo te lo ofrezco. Solo deseo complacerte…

- Permíteme que te lo mastique antes de dártelo…

- No maestro. ¡No me gustaría que hicieras eso! Se quejó, sorprendido el discípulo.

El maestro hizo una pausa y dijo:

- Si yo les explicara el sentido de cada cuento... sería como darles a comer una fruta masticada

JORGE BUCAY

INDICE:

INTRODUCCIÓN:

La intensión de este informe es realizar un análisis acerca de nuestras prácticas docentes y las observaciones realizadas previamente en los cursos correspondientes a tercer año, divisiones “A” y “C”.

Nuestro propósito es rescatar todos aquellos aportes que pueden ser de utilidad para otros docentes o futuros docentes, rescatando y compartiendo nuestras experiencias vividas y reflexiones personales.

La institución donde realizamos nuestras prácticas es una escuela bilingüe y bicultural. Tiene la particularidad de ser una escuela paritaria, esto significa que además de cumplir con todas las exigencias del Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, presenta una oferta formativa integral que responde a los requerimientos de las escuelas italianas. Por lo tanto, ofrece a sus egresados un título de valor legal reconocido en todos los países de la Unión Europea.

La escuela dispone de una página web, donde plasma sus objetivos institucionales: *brindar al estudiante una formación cultural amplia, una sensibilidad inter-cultural, una visión del mundo integral y articulado que se explicita a través de un proceso creativo, atendiendo al desarrollo de una personalidad crítica y consciente, integrada armónicamente en la realidad social. Esta meta puede ser alcanzada solamente si el estudiante «está bien en la escuela» y si es guiado en todas las dimensiones del propio crecimiento cognitivo, operativo y relacional.*

Por lo tanto la Institución:

- *Ofrece una formación bilingüe y bicultural que incorpora una perspectiva europea dirigida a ampliar las experiencias formativas de los alumnos y a predisponerlos hacia nuevas oportunidades;*
- *Tiende a promover las potencialidades individuales de cada estudiante, a través de una instrucción polivalente, armónica y atenta a las interconexiones entre los distintos idiomas y culturas;*
- *Tiene como objetivo prioritario la promoción de la lengua y de la cultura italianas dentro de la comunidad argentina, permitiendo al mismo tiempo, a los*

estudiantes de origen italiano, el redescubrimiento y la recuperación de las propias raíces lingüístico-culturales;

- *Promueve el respeto recíproco, la comprensión de los propios derechos y los de los demás, el constante interés por el estudio y la capacidad de pensar de manera crítica y creativa.*

Esta institución ofrece a sus estudiantes tres alternativas para el Ciclo Orientado: humanidades, gestión administrativa y turismo.

La escuela cuenta con una portería al ingreso de la institución, biblioteca, librería y fotocopiadora, una amplia sala de profesores, dos salones de usos múltiples, cantina con comedor, cocina y dos patios (uno al aire libre y otro cubierto).

La institución cuenta con nivel inicial, primario y secundario. El horario de ingreso del nivel secundario es a las 7:15, concluyendo la jornada escolar a las 15:55.

Dentro de los primeros 15 minutos posteriores al ingreso, los preceptores controlan la asistencia de los alumnos en las aulas de cada curso. En cuanto al cumplimiento con la normativa escolar sobre el uso del uniforme (unisex: pantalón jogging azul, remera institucional, buzo o campera gris; jumper azul institucional para las mujeres), todos los alumnos se visten acorde a los requerimientos de la institución.

En la institución está permitido que los alumnos posean celulares, pero dentro del aula está prohibido su uso.

En todas las materias, cada docente completa el libro de temas en el cual debe constar: el día de la semana, la fecha, el mes, el número de clase, el número de unidad, el tema de la clase del día, las actividades que se desarrollan, la firma del docente, y luego de un espacio correspondiente a observaciones, la firma de la autoridad que supervisó la clase, en caso que hubiese habido alguna.

En lo referente a los materiales didácticos necesarios para desempeñar la tarea áulica, el colegio dispone de pizarras de acrílico forrado y borradores para fibras. Cada docente debe llevar sus propios marcadores a su clase pero la institución se encarga de recargarlos con tinta.

En la institución funciona el “aula móvil”: un armario con ruedas donde están guardadas aproximadamente 20 notebook (con conexión a internet). Esto implica que se cuenta con una disponibilidad por curso de una computadora cada dos alumnos aproximadamente. Además, se cuenta con un cañón y parlantes. Los profesores que quieran hacer uso de alguno de estos recursos, , tienen que pedirlo con anterioridad al preceptor encargado, para así reservarlo.

La limpieza esta cuidadosamente lograda a través de la ubicación estratégica de numerosos cestos y gracias a una empresa privada que se encarga de mantenerla.

Los cursos donde realizamos las prácticas docentes cuentan con 25 alumnos en la división “A”, de los cuales 12 son varones y 13 mujeres, y 28 alumnos en la división “C”, de los cuales 13 son varones y 15 mujeres. Estos estudiantes no presentan problemas de inasistencia. Las clases de matemática en ambos cursos son dictadas por la misma profesora titular.

Las clases de matemática en 3° A son los días lunes de 10:25 a 11:45, martes de 10:25 a 11:45 y viernes de 11:05 a 11:45; y en 3°C los días lunes de 8:55 a 9:35, miércoles de 9:00 a 10:10 y viernes de 9:35 a 10:10.

Estas aulas tienen un ambiente iluminado, limpio, ventilado, donde no se hacen presentes ruidos molestos que provengan del exterior.

Ambos cursos son heterogéneos. Entre los diferentes alumnos podemos encontrar variadas personalidades: tímidos, participativos, verborrágicos, etc. En general, son alumnos que tienen una buena disciplina, son respetuosos, dan respuestas en tiempo y forma, y tienen una buena predisposición para participar en las distintas actividades planteadas.

La ubicación de los alumnos en el aula no es fija, aunque la mayoría mantiene diariamente un mismo lugar en todas las asignaturas. Los bancos son simples, sin embargo se sientas formando filas de a dos.

En el curso hay estudiantes denominados “paritarios” y otros “no paritarios”, es decir, alumnos que recibirán los dos títulos (el argentino y el título reconocido en todos los países de la Unión Europea) y otros que solo recibirán el titulo argentino. En algunas asignaturas los alumnos se dividen de acuerdo a que sean “paritarios” o “no paritarios" y cursan clases con diferente intensidad en el abordaje de los contenidos. Pero a todos se les ofrece una formación bilingüe y bicultural, que incorpora una perspectiva europea. Los alumnos "paritarios", a diferencia de los "no paritarios", rinden dos exámenes, uno al finalizar segundo año y otro al finalizar sexto año. Según el desempeño en los mismos, se les otorga el titulo avalado por la Unión Europea.

En las clases de matemática, en general es posible identificar una introducción, un desarrollo y un cierre. La profesora las organiza iniciando con una explicación de la teoría del tema a tratar, seguido de ejercicios, para los cuales los alumnos poseen libertad de trabajo en cuanto a la formación o no, de grupos para resolver los ejercicios propuestos.

Los alumnos utilizan carpetas, fotocopias y luego de haber desarrollado el primer bloque, donde trabajan con números enteros y racionales, se les permite hacer uso de la calculadora.

En una de las clases de matemática observamos una evaluación, que fue de integración. Esta no presentaba ni los objetivos de la docente, ni los puntajes asignados por ítems; los enunciados eran claros y se correspondían con lo trabajado en las clases. Estos ejercicios, teniendo en cuenta la clasificación de Ponte (2005), poseían un alto nivel de estructura y bajo nivel de desafío.

Queremos rescatar un suceso que nos llamó poderosamente la atención y que ilustra la relación entre la docente de matemática con sus alumnos:

Faltando 15 minutos para el recreo, como habían resuelto todos los ejercicios que se les había propuesto al empezar la clase, la profesora les asignó la realización de 5 ejercicios adicionales. Los alumnos comenzaron a quejarse porque querían salir al recreo; como eran cerca de las 12 del mediodía estaban un poco cansados. Ante las quejas de los alumnos la profesora negoció y les propuso que solo realizaran 3 de las actividades. Vale aclarar que los ejercicios eran de resolución rápida, por lo que era posible la tarea propuesta por la docente.

Los alumnos no resolvieron los ejercicios y empezaron a dialogar entre ellos; entonces la profesora optó, sobre la marcha, cambiar el modo de trabajo y los empezó a interrogar, resolviéndolos así colectivamente, de manera verbal.

Nos pareció interesante destacar este suceso como importante por el modo en que la profesora resolvió la situación sin dejar que los alumnos salgan o estén dispersos, ya que a esta profesora le gustaba aprovechar al máximo el tiempo del que disponía para su clase. Además, como en la mayoría de los casos sucede, los alumnos no se comportan de la misma manera con todos los docentes. Notamos que mostraban actitudes diferentes dependiendo de la modalidad y estilo de conducción del docente.

Cuando el docente y la materia se prestaban para el dialogo, los alumnos se desconcentraban con mayor facilidad y resultaba difícil mantener una clase ordenada. Sin embargo, pudimos notar que en este clima los alumnos tenían mayor participación, a diferencia de cuando el docente tenía un estilo autoritario y hasta intimidante donde los estudiantes se comportaban con un respeto absoluto, con una actitud más pasiva. Creemos que se puede crear un clima de trabajo y aprendizaje, en el que se intercambien ideas y se creen condiciones para aprender.

Los docentes durante el recreo se reúnen en la sala de profesores, son muy unidos, intercambian experiencias de clases, inquietudes, consultas, y también discuten de temas sindicales, mientras comparten café.

En general tanto, el ambiente físico como el humano, son muy gratos y propicios a la hora de efectuar la tarea docente.

DISEÑO DE LA PRÁCTICA E IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA

A continuación presentamos un análisis de la planificación anual correspondiente al año lectivo 2014 de tercer año, de la asignatura matemática. Dicha planificación era la siguiente:

- *EXPECTATIVAS DE LOGROS PARTICULARES:*

  - *Incorporar al lenguaje y modo de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática: numérica, gráfica, con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.*
  - *Establecer relaciones con los contenidos matemáticos y con los de otras disciplinas.*
  - *Analizar y utilizar, polinomios y funciones, para modelizar y resolver problemas.*
  - *Valorar el conocimiento matemático como formador de la personalidad en los planos cognitivo, afectivo y social.*
  - *Valorar el pluralismo de ideas como requisito tanto para el debate matemático como para la participación de la vida en sociedad.*
  - *Valorar el lenguaje preciso, claro y conciso de la matemática como organizador del pensamiento.*
  - *Responsabilidad en el cumplimiento de las tareas y respeto por las consignas de trabajo.*

- *CONTENIDOS CONCEPTUALES:*

*BLOQUE TEMÁTICO N° I: “**NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES**”*

- *Campos numéricos y recta numérica.*
- *Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencia y radicación.*
- *Propiedades. Propiedades de las potencias de igual base. Operaciones combinadas.*

- *Ecuaciones de primer grado, planteo y resolución.*
- *Regla de tres directa e inversa. Porcentaje.*
- *Razones y proporciones.*

*BLOQUE TEMÁTICO N° II: **"SEMEJANZA Y RAZONES TRIGONOMÉTRICAS"***

- *Teorema de Pitágoras. Propiedad de los ángulos de un triángulo.*
- *Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.*
- *Resolución de triángulos rectángulos.*
- *Teorema de Thales.*
- *Criterios de semejanza de triángulos.*

*BLOQUE TEMÁTICO N° III: **"TEORÍA DE CONJUNTOS"***

- *Idea de conjunto Términos primitivos. Representación de un conjunto: distintas formas. Pertenencia.*
- *Subconjuntos. Inclusión. Conjunto de partes y partición de un conjunto.*
- *Operaciones con conjuntos. Unión. Intersección. Diferencia. Complemento. Producto cartesiano.*

*BLOQUE TEMÁTICO N° IV: **"FUNCIONES"***

- *El plano cartesiano. Cuadrantes. Coordenadas de un punto.*
- *La función lineal. Representación gráfica de funciones empleando tablas.*
- *Función constante. Función creciente y decreciente.*
- *Ordenada al origen, pendiente y abscisa al origen.*
- *Puntos que pertenecen a una recta.*
- *Rectas paralelas y perpendiculares.*
- *Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Características. Constante de proporcionalidad. Tablas de proporcionalidad, fórmulas y gráficos. Regla de tres simple.*
- *Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.*

- *BIBLIOGRAFÍA:*

- *Matemática 4, de Editorial A-Z.*
- *Matemática I para Polimodal, de Editorial Santillana.*
- *Matemática 3 de Diana de Buteler.*
- *Carpeta de Matemática 1 Polimodal, de editorial Aique.*
- *Apuntes de la cátedra y carpeta completa del alumno.*

Considerando el texto "*La planificación de la Enseñanza*" de Gvirtz y Palamidessi (2008), dentro de las variables de la planificación propuesta por estos autores observamos que las metas, objetivos o expectativas de logro, figuran explícitamente en el programa brindado por la docente.

La segunda variable a tener en cuenta es la selección de los contenidos, en ella notamos que figuran contenidos como teoría de conjuntos, que actualmente no se encuentra en el diseño curricular de nivel secundario de la provincia de Córdoba por esta razón nos fue necesario tener consideración de la particularidad de esta institución que destacábamos al inicio del informe. En esta escuela se trabaja con los programas de Argentina e Italia en forma integrada, así que por esta razón que la planificación correspondiente al tercer año responde a los dos diseños curriculares.

Cotejando con el Diseño Curricular del Ciclo Básico de la provincia de Córdoba, esta propuesta correspondería a los temas y objetivos que se proponen para un tercer año. Cabe destacar que dentro de los objetivos propuestos en esta planificación está presente el tratamiento del tema polinomios, el cual no se halla dentro de los contenidos conceptuales definidos para el 3º año

En cuanto a la organización de los contenidos consideramos que está dada por disciplinas, ya que se priorizan los nexos lógicos desde el punto de vista de la docente. Y la secuenciación del contenido responde a las relaciones conceptuales, porque refleja las relaciones entre los conceptos siguiendo una estructura lógica.

Por ejemplo, notemos que en el bloque temático IV: "funciones", la docente considera un orden estructural: en primer lugar, trabajar con el plano cartesiano, cuadrantes y coordenadas de un punto; y seguido a esto, trabajar con función lineal y sus representaciones gráficas y en tablas. Consideramos que esta secuencia de contenidos ilustra la conexión lógica desde el punto de vista de la docente. Mientras que, a nuestro entender, si priorizamos los nexos lógicos desde el punto de vista de los alumnos, se debería trabajar con interpretación de gráficos y tablas de funciones antes de pasar a función lineal.

Las tareas y actividades no están presentes en la planificación, pero podemos aproximarnos a esta variable considerando que en el mismo documento se expresa bajo el titulo expectativas de logro que los alumnos entran en contacto con los contenidos a través de la modelización, resolución de problemas y relaciones de los contenidos matemáticos con los de otras disciplinas.

Luego de las observaciones realizadas, podemos decir que en las clases de matemática se aplicó la resolución de problemas.

En lo referente a la selección de los materiales y recursos, en la planificación no se aclara como se les va a presentar el contenido a los alumnos. Se considera explícitamente la bibliografía a utilizar.

Pero podemos decir, después de realizar las observaciones, que estos materiales no son requeridos como material que los alumnos deban tener, sino como material al que la profesora se dirige para realizar los apuntes que los alumnos utilizan en la clase. Notamos también que la escuela cuenta con tecnologías disponibles y en la planificación está ausente el uso de las mismas.

En esta planificación se les solicita a los alumnos una participación activa en cuanto al cumplimiento con las tareas y respeto por las consignas de trabajo. Sin embargo, pudimos notar que la participación que se les pide a los alumnos en la planificación tiene sus limitaciones puesto que no abarca la posibilidad de que puedan generar propuestas alternativas, o analizar y enriquecer el plan propuesto por la docente.

Tampoco, en la planificación se manifiesta el modo en que va a ser organizado el escenario ni cómo se les van a realizar las evaluaciones de los aprendizajes.

Nuestra practica se correspondió con la Bloque Temático número 3 “Teoría de conjuntos” y parte dela 4 “Funciones”.

La unidad “Teoría de conjuntos” fue desarrollada en su totalidad en nuestras prácticas. En esta oportunidad los estudiantes no poseían conocimientos previos acerca de conjuntos, solamente intuiciones básicas.

Los temas trabajados fueron: noción de conjuntos, conjuntos bien definidos, elementos de un conjuntos, pertenece, no pertenece, subconjuntos, incluido, no incluido, formas de representación, universal, y operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento.

De la unidad “funciones” solo introdujimos el tema mediante la interpretación y el análisis de gráficos y tablas; finalizando con una definición formal de función recuperando nociones de conjuntos vistas en la unidad 3. Los estudiantes poseían conocimiento del plano cartesiano, pares ordenados, ejes de ordenadas y abscisas, cuadrantes.

Veamos a continuación las secuencias de actividades propuestas en nuestras prácticas con comentarios de sucesos que consideramos relevantes destacar. Los mismos estarán enfatizados en cursiva y color azul.

Guía I: Conjuntos

Actividad 1: Concluye diciendo cuales de los siguientes conjuntos están bien definidos:

- Los alumnos de tercer año de esta institución.
- Los números pares.
- Los libros interesantes de nuestra biblioteca.
- Los niños simpáticos de primer año de esta institución.
- Las vocales.
- Los múltiplos de tres.
- Los planetas del sistema solar.
- Los jugadores más talentosos.
- Las ciudades más bellas de Italia.
- Los perros labradores de Cba.

Actividad 2: Considera los siguientes conjuntos y completa con $\in$ o $\notin$

El conjunto **A** formado por: perro, gato, caballo, vaca y pato

vaca……….A, elefante……….A, tigre……….A, caballo……….A, perro………A

El conjunto **B** formado por los múltiplos de 3

3………B, 8……….B, 9……….B, 23……….B, 27……….B

El conjunto **C** formado por las cifras del número 102.533

2.…….C, 7.…….C, 0.…….C, 6.…….C, 3.…….C

Actividad 3: Sea A, el conjunto formado por las notas musicales. A se puede representar:

Por extensión:

Por comprensión:

Gráficamente:

Actividad 4: Indica si los siguientes conjuntos son finitos o infinitos. En caso de que sean finitos, indica si son vacíos o no.

F= {x| x es múltiplo de 3}
G= {x| x es un numero natural comprendido entre 7 y 8}
H= {x| x es un dinosaurio que habita la Tierra en la actualidad}
I= {x| x es un diario cordobés}
J= {x| x es un número impar}

Actividad 5: indica un universal en cada caso:

- A= {x | x es un alumno de medicina}
  B= {y | y es un alumno de ingeniería}

- C= {cuaderno; lápiz; lapicera; goma}
  D= {regla; libro; plasticola}
  E= {tijera; hojas}

El modo en que se trabajó esta primera guía de actividades fue otorgándoles libertad en cuanto el modo de realizar la misma, dándole la posibilidad de que la discutan con el compañero de banco o en pequeños grupos. Luego de la breve teoría suficiente para realizar cada una de las actividades se les brindó cierto tiempo destinado para la resolución, la corrección se realizó de manera colectiva, a forma de debate.

Para la guía II de conjuntos: operaciones entre conjuntos, se incluyeron actividades para realizar con "sobres de bloques lógicos".

Cada sobre contenía 24 bloques de cartulina, estos bloques se diferenciaban entre ellos por tres variables:

- *Forma: Cuadrados, rectángulos, círculos y triángulos*
- *Color: rojo, azul y amarillo*
- *Tamaño: grandes y chicos*

Además, dentro de cada sobre se disponía también de unas pequeñas cuerdas.

El modo de trabajo que se implementó fue separarlos en grupos de 4 personas.

Los estudiantes fueron evaluados en esta instancia de trabajo grupal, y para ello utilizamos la rúbrica como herramienta (ver anexo). Según el desempeño de cada grupo, se les otorgó un punto adicional en la evaluación correspondiente a este tema; es decir, si un estudiante obtenía un 8 en la prueba escrita entonces la nota ascendía a un 9.

Guía II: Operaciones entre conjuntos.

1) Actividad para realizar con los bloques lógicos: Encierre con un redondel, formado con una cuerda, todos los bloques que sean cuadrados y solos estos. En el interior de otro redondel coloque solo los cuadrados de tamaño más pequeño.

Un error frecuente observado en los grupos al resolver esta actividad fue que plasmaban el primer conjunto de los cuadrados, luego quitaban de este los cuadrados pequeños para realizar el segundo conjunto.

Esta actividad nos dio lugar para introducir la noción de subconjunto. Es por esto que se siguió con las actividades que se muestran a continuación.

2) Considerando los conjuntos N y P, completa con el símbolo $\subset$ ó $\not\subset$

N= {n| n es un numero natural y $n \leq 10$}

P= {p| p es un numero natural par y $p \leq 10$}

N……….P P……….N

3) Considerando los conjuntos A , B y C, completa con el símbolo $\subset$ ó $\not\subset$

A= {a | a es una letra de la palabra "salsicce"}

B= {b | b es una letra de la palabra "sale"}

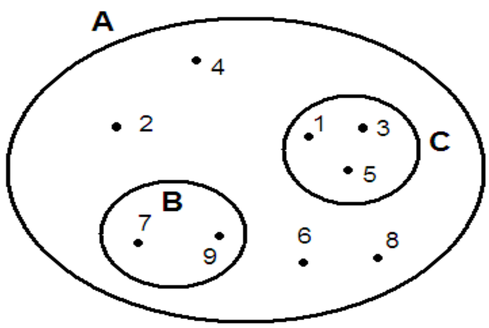
C= {c | c es una letra de la palabra "salsa"}

A…..B B…..C C…..A

B…..A C…..B A…..C

4) El siguiente gráfico representa el conjunto A y dos subconjuntos B y C.

Completa lo que está escrito a continuación:



A= {………………………………………….}

B= {………………………………………….}

C= {………………………………………….}

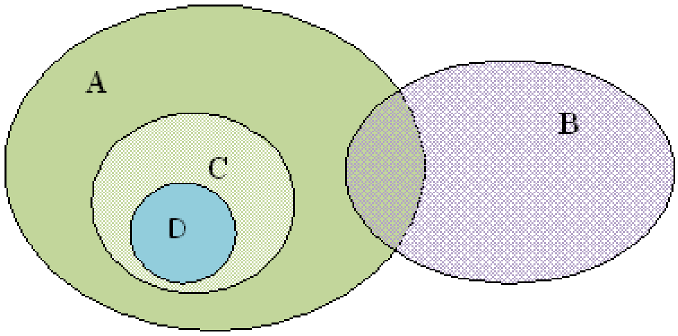
Complete utilizando los símbolos $\subset$ y $\not\subset$:

B……A

C……A

C……B

5) Observa la siguiente representación de los conjuntos A, B, C Y D y completa utilizando los símbolos $\subset$ y $\not\subset$



A…..B	C…..A	B…..A	D…..A
B…..C	C…..B	B…..D	C…..D

Estos ejercicios fueron de utilidad para aplicar la noción de subconjunto.

6) <u>Actividad para realizar con los bloques lógicos</u>: Encierre dentro de un redondel, todas las piezas que sean <u>círculos</u> y sólo estos. En el interior de otro redondel, coloque todas aquellas piezas que sean <u>azules</u> y sólo éstas. Reúna ahora, con una tercera cuerda, todas las piezas que sean <u>círculos o azules</u> y sólo éstas.

Conteste:

a. ¿Es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del tercer redondel?

b. ¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?

c. ¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?

d. ¿Si no es un círculo y está en el tercer redondel necesariamente es: _____

Si no es azul y está en el tercer redondel necesariamente es: ___________

e. ¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?

Observamos varias dificultades a la hora de encarar la actividad, entre ellas lograr la intersección de los conjuntos y diferenciar las nociones necesario de suficiente.

Análogamente a la actividad 1, esta actividad nos fue de utilidad para introducir unión de conjuntos.

7) Si I= {a; b; c; d; e; f} y L= {a; b; e; g; h}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es I∪L

a) I∪L= {a; b; c; d; e; f; g; h}

b) I∪L= {a; b; c; d; e; f; a; b; e; g; h}

c) I∪L= {a; b; e }

A los alumnos les resultó sencillo reconocer que tanto el ítem a como b son respuestas correctas. Aprovechamos este ejercicio para repasar la igualdad de conjuntos y la redundancia de escribir los elementos en un conjunto más de una vez.

8) Si D= {10; 20; 30; 40; 50} y C= {100; 200; 300; 400}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es D∪C

a) D∪C= {10; 20; 100; 200}

b) D∪C= ∅

c) D∪C= {10; 20; 30; 40; 50; 100; 200; 300; 400}

9) Completa la siguiente frase:

"Si A⊂B, entonces A∪B=………"

Debido a la incertidumbre de los alumnos, sugerimos la realización de una representación gráfica mediante diagramas de Venn para la realización de este ejercicio.

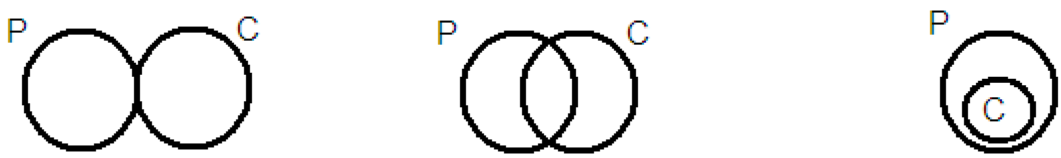
10) Si A=B, el conjunto A∪B es:

a) Vacío

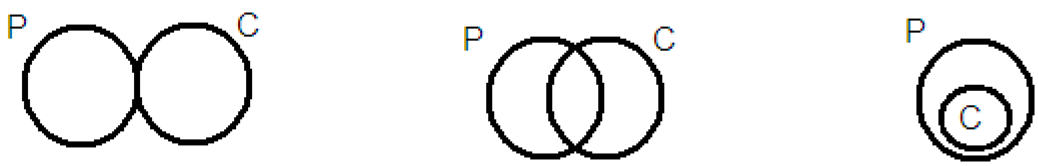
b) Es A o B

c) Es imposible determinarlo

11) Sea P= {p| p es una letra de la palabra “mamma”} y C= {c| c es una letra de la palabra “serpente”}. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego, sobre el diagrama correcto, pinte P∪C



12) Sea P= {pan; agua; leche; vino} y C= {pasta; carne; pan; verdura}. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego sobre el diagrama correcto pinte P∪C



13) Sea A= {a; b; c; d; e; f; h; i; l}, B= {a; b; c; d; e} y C= {a; e; i}. ¿Cuál de las siguiente igualdades son ciertas y cuales son falsas?

A∪B=B…….	A∪C=C……	A∪B∪C=A….
A∪B∪C=∅ ……	A∪B=A …..	B∪C=C…….
A∪C=∅ …….	A∪B∪C=B ……	B∪C=B …..

Nuevamente en la realización de esta actividad sugerimos la realización de la representación gráfica para aquellos alumnos donde este tipo de representación les facilita la comprensión de los conjuntos.

14) Dado T= {3; 6; 9; 12} y C= {5; 10; 15}. Representa el conjunto $T \cup C$ por extensión, por comprensión y gráficamente.

15) Dado R= {r| r es un numero natural y $10 \leq r \leq 20$} y O= { o| o es un numero natural y $o \leq 20$}. Representa el conjunto $R \cup O$ por extensión, por comprensión y gráficamente.

Debido a la necesidad de avanzar en el desarrollo de las clases, los ejercicios 14 y 15 no fueron realizados por los alumnos.

16) Actividad para realizar con los bloques lógicos: Encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean cuadrados y sólo estos. En el interior de otro redondel, coloque todas aquellas piezas que sean rojos y sólo éstos.

Conteste

a. ¿Es suficiente que un bloque sea cuadrado para estar dentro de los dos redondeles? ¿Es esto necesario?

b. ¿Es suficiente que un bloque sea rojo para estar dentro de los dos redondeles? ¿Es esto necesario?

c. ¿Es suficiente que un bloque sea cuadrado y rojo para estar en los dos redondeles? ¿Es esto necesario?

d. Si es un círculo y está en los dos redondeles necesariamente es: ________
Si es rojo y está en los dos redondeles necesariamente es: ______________

Esta actividad nos sirvió para introducir la operación intersección de conjuntos.

Debido a que los estudiantes ya habían realizado las actividades 1 y 6 no les resulto compleja la resolución de la misma, sin embargo para dar respuesta a las preguntas surgieron incertidumbres nuevamente relacionadas con las condiciones "necesario" y "suficiente".

17) Si E= {10; 100; 1000; 10000} e I= {20; 200; 2000}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es E∩I

a) E∩I = { 10; 20; 100; 200; 1000; 2000}

b) E∩I = { 20; 200; 2000}

c) E∩I = ∅

Pudimos notar en esta actividad que los estudiantes realizaban la representación gráfica de los conjuntos sin sugerencia del docente y sin que la consigna lo solicite.

18) Si A = {1; 2; 3; 4} Y B= {3; 4; 5} determina por extensión el conjunto A∩B. Dibuja el diagrama y ubica los números.

19) Calcula la intersección entre A y B

a) A = {1; 3; 5; 4} y B= {1; 2; 3; 5}

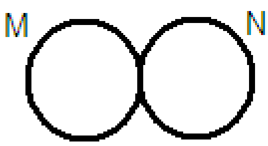
b) A = {0; 1; 3; 2} y B= {4; 5}

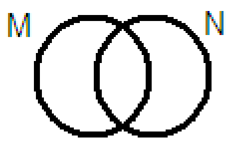
c) A = {x| x es un numero natural} y B= { x| x es un numero par}

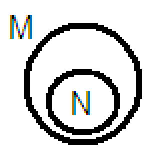
d) A= {x| x es una consonante} y B= {x| x es una vocal}

En esta ocasión algunos alumnos intentaban realizar la representación gráfica de los conjuntos detallados en el ítem "c"; esto les generó incertidumbre debido a que los conjuntos son infinitos. Aprovechamos esta oportunidad para comentarles a los alumnos que dependiendo del conjunto podemos decidir la representación más adecuada.

20) Sea M= {m| m es una letra de la palabra "mattone"} y N= { n| n es una letra de la palabra "matto"} }. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego sobre el diagrama correcto pinte M∩N







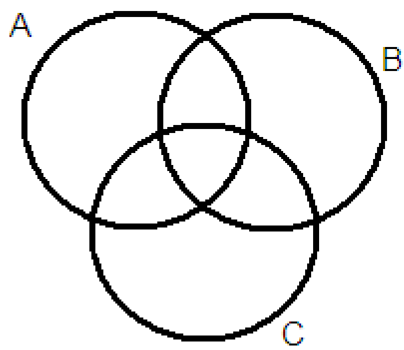
21) Completa la siguiente frase:

"Si A⊂B, entonces A∩B=………"

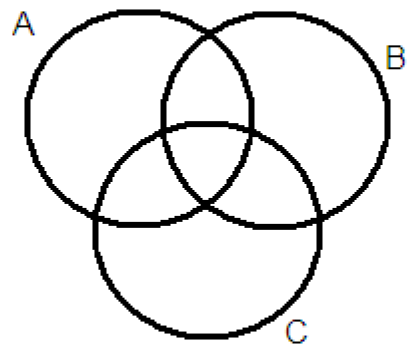
22) Dados los siguientes conjuntos, determina por extensión y gráficamente U∩A∩B

U= {1; 2; 3; 4; 5} A= {1; 2; 3; 4} B= {3; 4; 5}

23) Sombrea en cada esquema la zona que corresponde a la operación indicada.



(A∪B)∩C



(A∩B)∪C

En esta actividad surgió la necesidad de realizarla en la pizarra debido a una cantidad considerable de resoluciones incorrectas. Creemos que esto sucedió debido a que es la primera actividad relacionada a regiones.

24) <u>Actividad para realizar con los bloques lógicos</u>: Encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean rectángulos y solo estos. Luego encierre dentro de otro redondel aquellos bloques que sean de menor tamaño.

Conteste

a. ¿Es suficiente que un bloque rectangular sea de tamaño grande para no pertenecer a los dos redondeles?

b. Si es un rectángulo y no pertenece a la intersección necesariamente es: ______

c. Si es un bloque pequeño y no pertenece a la intersección necesariamente es:__

Esta actividad no fue realizada por una cuestión de tiempo. Por esta razón la operación diferencia de conjuntos fue explicada mediante una representación gráfica en la pizarra.

Luego se resolvieron las siguientes actividades de aplicación.

25) Sean A= {a; b: c; d; e} y B= {b; c; f}

a) Determina: A – B y B – A

b) Dibuja el diagrama de Venn general y ubica las letras

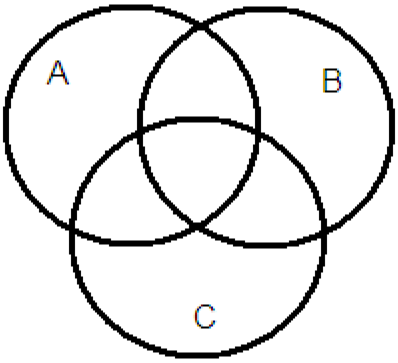
c) Dibuja el diagrama de Venn particular de cada operación y píntalo.

26) Sean los conjuntos C= {c| c es una sílaba de la palabra “panettone”} y D= {d| d es una sílaba de la palabra “torrone”}. Representa por extensión y gráficamente los conjuntos C-D y D-C

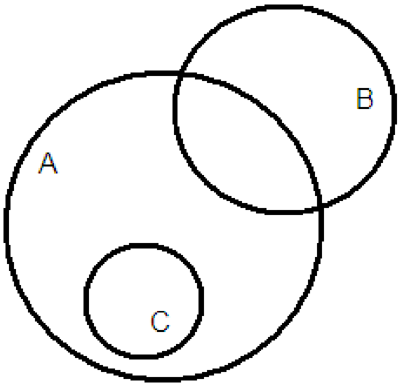
En esta actividad no consideramos el modo en que se separan las palabras en silabas en el idioma italiano, por ejemplo si separamos en silabas la palabra panettone nos queda pa-net-to-ne; a diferencia del español donde nos queda pa-ne-tto-ne. Esto ocasionó dos modos de realizar el ejercicio y nosotras sugerimos la resolución en el modo español.

27) Sean los conjuntos C= {c| c es un múltiplo de 3 y c<25} D= {d| d es un múltiplo de 4 y d<25}. Representa por comprensión y gráficamente los conjuntos C-D y D-C

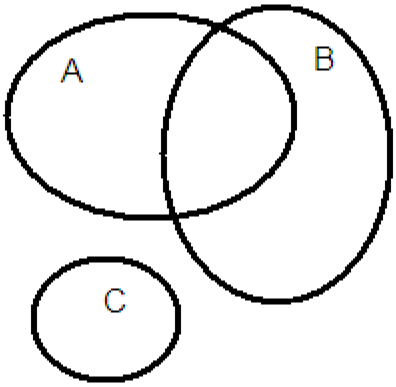
28) Sombrea en cada esquema la zona que corresponde a la operación indicada



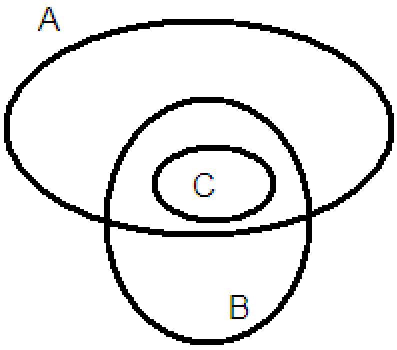
(A∩B)-C



(A-B)-C

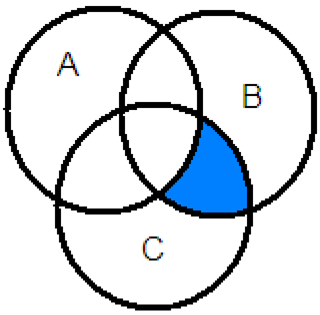


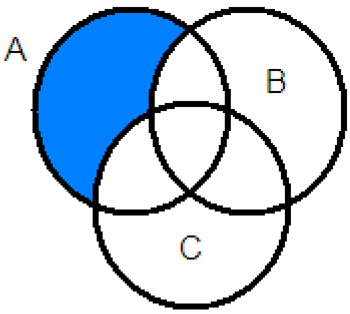
(A∪C)-B



A∩(B-C)

29) Escribe la operación indicada:





Las actividades 27, 28 y 29 no fueron realizadas por los alumnos, nuevamente por falta de tiempo

30) a) Define por comprensión los siguientes conjuntos:

A= {3; 4; 5} B= {5; 6; 7} C= {1; 3; 5; 7}

b) Representa los conjuntos gráficamente, ubica los números.

c) Defina por extensión:

a. (B∩C)-A

b. (A-B)-C

c. (A∩B)-C

En esta actividad surgieron inconvenientes a la hora de realizar la representación por comprensión ya que los alumnos no usaban de un modo fluido los signos "<" ">"

31) <u>Actividad para realizar con los bloques lógicos</u>: Encierre, dentro de un redondel, todas las piezas que <u>sean triángulos amarillos</u> y sólo éstas.

Conteste:

a. ¿Es necesario que un bloque sea, a la vez, no triangulo y no amarillo para estar fuera del redondel?

b. ¿Es suficiente que un bloque sea no triangular para estar fuera del redondel? ¿Es esto necesario?

c. ¿Es suficiente que un bloque no sea amarillo para estar fuera del redondel? ¿Es esto necesario?

d. Si es un triángulo y está fuera del redondel necesariamente es:

Si es amarrillo y está fuera del redondel necesariamente es:

e. ¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?

Esta actividad nos fue de utilidad para introducir la operación complemento de un conjunto. Dicho tema no fue incluido en el trabajo práctico, nuevamente por escases de tiempo, pero les aclaramos a los alumnos que tendríamos en cuenta la realización de las actividades correspondientes a la operación complemento para definir a qué grupos se les asignaría el punto extra a favor.

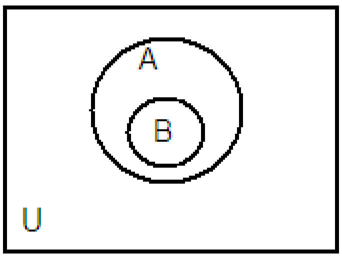
En esta oportunidad la noción de complemento de un conjunto fue construida en su totalidad por los alumnos.

32) Sabiendo que el universal U= {manzana; uva; pera; mango; melón; banana} y A= {manzana; banana; pera}. Indique A^c.

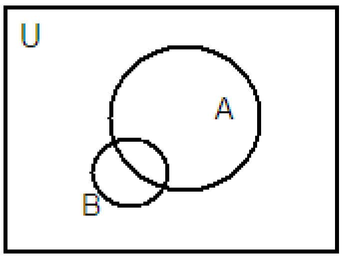
33) Si U= {x| x es un numero entero} y M= {x| x es un numero entero positivo}. Indique M^c

34) Si U= {1; 2; 3; 4; 5; 6}, A= {1; 2; 3} y B= {2; 3; 4; 5}. Representa los conjuntos gráficamente e indique $(A\cup B)^c$ y $(A\cap B)^c$

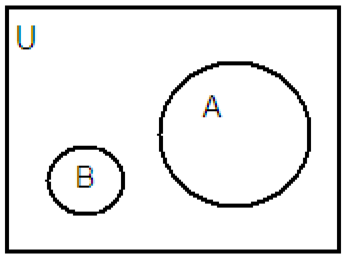
35) Colorea la región indicada:



$(A\cup B)^c$



$(A\cap B)^c$



$(A\cup B)^c$

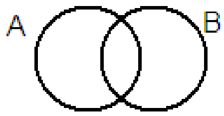
Guía de repaso

1) Dados los siguientes conjuntos U= {1; 2; 3; 4; 5}, A= {1; 2; 3; 4} y B={3; 4; 5}. Determina por extensión:

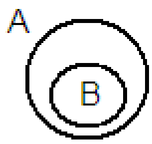
a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A - B$
d) A^c
e) B^c

2) Colorea la zona indicada

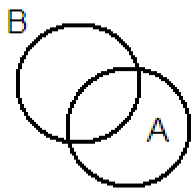
a) AUB



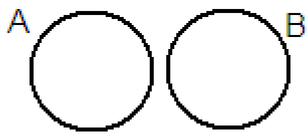
b) $A \cap B$



c) A-B



d) B-A



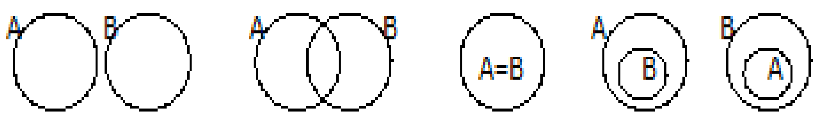
3) Dados los conjuntos A= {a; f; c; r; m; p}, B= {m; p} y C= {a; f; h; x}

a) Representa los conjuntos en diagrama de Venn
b) Completa:
   a) a……….B
   b) f………..C
   c) B……….A
   d) A……….C
   e) x……….C
   f) m……….C

c) Defina por extensión. Además dibuja el diagrama de Venn particular de cada operación y colorea la región indicada.

   a) $A \cup C$
   b) $A \cap B$
   c) $A \cap C$
   d) $A \cap B \cap C$
   e) (A-B)-C
   f) $(A \cup C)$-B

4) ¿Cuál de los siguientes esquemas me sirve para representar en cada una de las situaciones? ¿Cuál es el más conveniente en cada caso?



1º) A= {3; 8; 9; 1}   B= {3; 8}

2º) A= {x| x es una letra de la palabra "toma"}

B= {x| x es una letra de la palabra "mota"}

3º) A= {a; b; c}   B= {a; e; I; o; u}

4º) A= {x| x es un numero par y $x \leq 8$}   B= {1; 3; 5; 7}

5º) A= {a; b; c; d}   B={c; d; e}

6º) A= {Diego}   B= {Verónica; Diego}

5) <u>Actividad para realizar con los bloques lógicos:</u> Sea A= {a| a es un bloque amarrillo}, C={c| c es un bloque cuadrado} y G= {g| g es un bloque grande}

Define por comprensión:

a. $A \cup C \cup G$
b. $A \cap C \cap G$
c. $(A \cup C) \cap G$
d. $(A - C) \cup G$
e. $(C \cup A)^c$

Esta guía de repaso fue realizada antes de la actividad 31, ya que la utilizamos a modo de repaso para el trabajo practico. Recordemos que la operación complemento de conjuntos no ingresaba en dicho trabajo, por esta razón las actividades relacionadas a este tema no fueron realizadas.

Los ejercicios 1, a, b y c , el ejercicio 2 y 3 fueron realizados y corregidos en la clase de tercer año A.

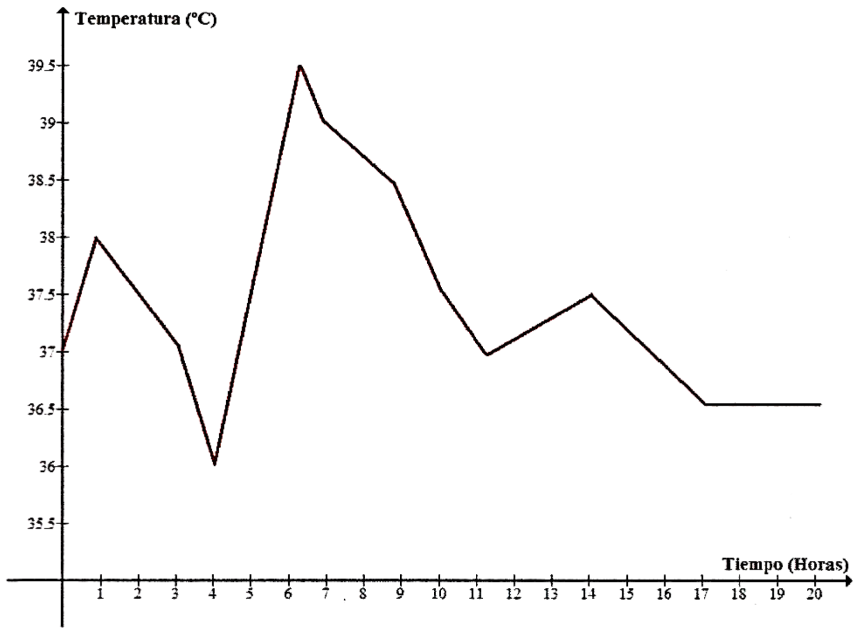
En tercer año C esta guía no fue realizada en clases. Los alumnos disponían de las soluciones de los ejercicios en fotocopiadora.

El modo de trabajo implementado en las siguientes actividades fue libre en cuanto la posibilidad de realizarla de manera individual o en pequeños grupos. Luego de cada actividad realizábamos una puesta en común colectiva para la corrección de las mismas.

Guía III: Funciones.

Actividad 1:

Patricio se levantó con fiebre, su hermana Sofía se encargó de tomarle la temperatura a distintas horas del día. El siguiente grafico representa la evolución de la misma durante ese día



a) ¿Cuáles son las magnitudes relacionadas en este problema? ¿En qué unidad de medida están expresadas?

b) ¿Durante qué periodo de tiempo se tomaron los datos de la temperatura?

c) ¿Entre qué valores osciló la temperatura de Patricio?

d) ¿Cuál fue la máxima temperatura y cuándo la alcanzo?, ¿cuál fue la mínima y cuándo se alcanzó?

e) ¿Cuándo la temperatura llego a 38°?

f) ¿Cuál era la temperatura transcurridas las 14hs?

El objetivo de esta actividad fue dar un primer paso a la interpretación de gráficos.

Los alumnos respondieron a las consignas propuestas con menores dificultades de las que esperábamos, utilizando nociones como: máximo, mínimo, magnitudes, entre otras. Además la resolvieron en menor tiempo del que considerábamos destinarle (40 min)

Actividad 2:

Carolina y Sabrina trabajan en la misma empresa. Carolina tiene auto y suele pasar a buscar a Sabrina para ir juntas a trabajar.

Observen el gráfico, que muestra como varia la distancia recorrida por Carolina desde que sale de su casa hasta que llega a la empresa, y contesten las preguntas:

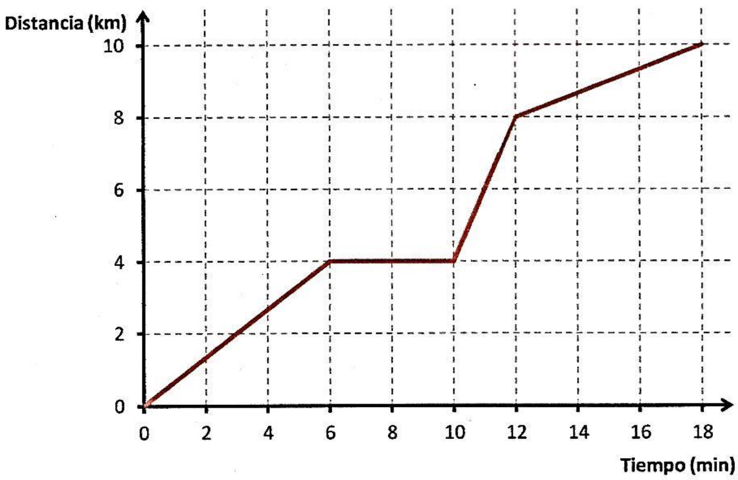
a) ¿Cuánto tarda en llegar a la casa de Sabrina? Expliquen cómo se dan cuenta en el grafico

b) ¿A qué distancia de la casa de Carolina se encuentra la de Sabrina?

c) ¿Cuánto tiempo la espera?

d) En una parte del trayecto van más rápido porque utilizan una autopista ¿Qué parte de la gráfica es la que corresponde a este tramo? Expliquen cómo se dan cuenta en el gráfico.

e) ¿A qué distancia se encuentra la empresa de la casa de Sabrina?



Debido a una dificultad en la interpretación del problema, o a una falta de atención en la lectura, muchos estudiantes no consideraron las paradas que realizaba Carolina, y suponían que el recorrido graficado era desde la casa de Carolina a la de Sabrina.

Otra de las dificultades que debimos afrontar fue que algunos alumnos consideraban de manera errónea, la gráfica como un mapa que representaba el camino desde la casa de Carolina hasta el trabajo.

Luego de esta actividad se continuó con la siguiente presentación de teoría, que los alumnos tenían a disposición en sus fotocopias.

Variables independientes y dependientes.

El tiempo, la distancia, la temperatura, el peso, el volumen, entre otras magnitudes que se pueden encontrar en los diferentes problemas, tienen el nombre de variables. Una variable es aquello que puede cambiar, que puede tomar diferentes valores. En los ejercicios anteriores se puede notar que entre las variables existe una relación."

En el gráfico, la variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente, a la que usualmente o también por convención matemática llamamos "x". Y la que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente, a la que usualmente llamamos "y". Como sus nombres los indican, "y" depende de "x".

Actividad 3:

En el Observatorio Meteorológico de la ciudad de Córdoba se midieron en distintos momentos del día 29 de julio las siguientes temperaturas:

Hora	Temperatura
0	2°
2	-1°
4	-1°
6	3°
8	8°
10	9°
12	13°
14	16°
16	15°
18	9°
20	5°
22	3°
24	1°

1) Realiza el gráfico correspondiente a los datos de la tabla
2) En función de la información presentada , responde:

a) ¿Cuál es la temperatura a las 10 hs? ¿Y a las 21 hs?
b) En un cierto momento del día la temperatura era de 9°, ¿se puede saber a partir de la tabla qué hora era?, ¿y si la temperatura hubiese sido de 7°
c) ¿En qué momentos del día la temperatura se mantuvo estable?
d) ¿En qué momentos del día la temperatura subió y en cuáles bajó?
e) ¿Cuál habrá sido la temperatura máxima de ese día y a qué hora?

En esta oportunidad la información, a diferencia de las anteriores, está dada en una tabla. Entre las preguntas hay algunas que no se pueden contestar de forma exacta y los alumnos debieron realizar ciertos suposiciones.

No presentaron dificultades en la realización del gráfico solicitado ya que intuitivamente se percataron que el fenómeno era continuo. Para graficar la situación hicieron uso de pares ordenados.

<u>Actividad 4:</u>

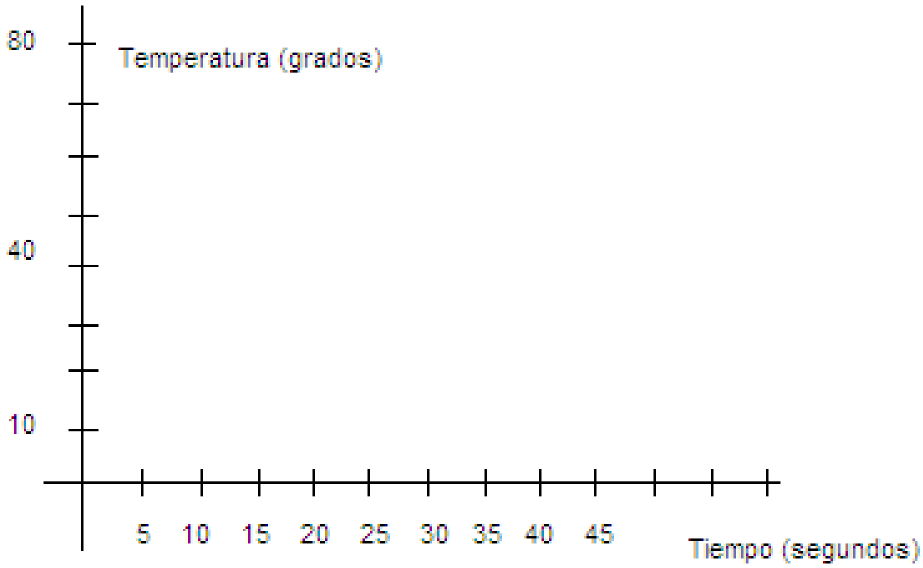
En una fábrica se están probando tres sistemas de regulación automática de la temperatura del agua de una ducha. En todas las duchas el agua sale inicialmente a 10º y se pretende que la temperatura del agua se estabilice en 40 º. Las personas que prueban los tres sistemas A, B y C dan los siguientes informes

A) Funciona muy bien. En 10s alcanza la temperatura adecuada (40º) sin altibajos y después se mantiene todo el rato igual.

B) El agua sale a 10º los 10 primeros segundos, para subir muy bruscamente hasta alcanzar los 80º a los 15 s exactos. Desde los 15 a los 20 segundos, la temperatura desciende sin altibajos hasta los 40º, que se mantienen constantes a partir de los 20 segundos.

C) No hay manera de ducharse. En los 5 primeros segundos la temperatura asciende sin altibajos hasta 40º pero no se mantiene. A partir de los 5 segundos, siempre pasa lo mismo: se enfría hasta 20º en otros 5 segundos, vuelve a subir hasta 40º en los 5 segundos siguientes, baja hasta 20º en los 5 segundos siguientes, vuelve a subir hasta 40º en los 5 segundos siguientes y así todo el tiempo restante.

1. Exprese en este sistema de ejes coordenados en diferentes colores, el funcionamiento de las tres duchas:



2. Si se ponen en marcha las tres duchas a la vez

a) ¿En qué instante estará el agua de las tres duchas a la misma temperatura?
b) ¿Podría ocurrir que las temperaturas de B y C sean iguales, pero distintas de la de A? De ser así, ¿para qué valores del tiempo t?
c) ¿Podría ocurrir que las temperaturas de A y C sean iguales pero distintas de la de B? De ser así, ¿para qué valores del tiempo t?
d) ¿Hay algún período de tiempo en el que la temperatura de C es superior a la de A y B?
e) ¿Hay algún período de tiempo en el que la temperatura de A es superior a la de B y a la de C? ¿Para qué valores del tiempo t?"

En esta ocasión hicimos uso del cañón para proyectar las diferentes soluciones posibles. De esta manera analizamos las respuestas a las preguntas de manera colectiva.

Seguido a esta actividad se continuó con la presentación de la noción de función, que los alumnos tenían a disposición en sus fotocopias.

Función.

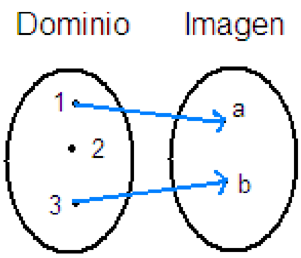
Llamaremos dominio a los valores que toma la variable independiente e imagen o codominio a los valores que toma la variable dependiente.

Una función es una relación entre un conjunto X (dominio) y otro conjunto Y (codominio o imagen de X) de forma que a cada elemento "x" del dominio le corresponde un único elemento "y" del codominio.

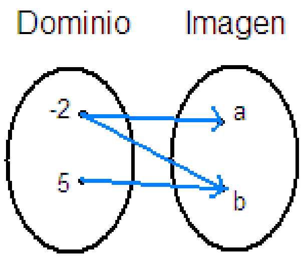
Diremos que y es imagen de x y lo representamos por *y = f(x)*

Luego de esta breve teoría analizamos algunas relaciones para fijar la noción.

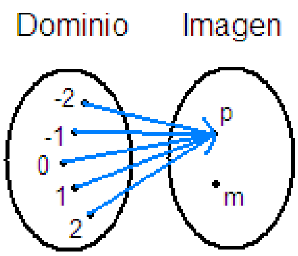
Análisis de relaciones.



Esta relación no es función pues existe un elemento del dominio (el "2") que no le corresponde ningún elemento del conjunto imagen



Esta relación no es función ya que existe un elemento del dominio al que le corresponde más de un elemento de la imagen



Esta relación es función, pues a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento de la imagen.

Actividad 5:

Con una soga de 20m se quieren formar diferentes rectángulos fijando previamente el largo del rectángulo a armar.

Completar la tabla con los anchos del rectángulo relacionados a los largos ya fijados

Largo (m)	1	0,5	3	5	7	9	10
Ancho (m)							

1) La relación, ¿es función? Si piensan que sí, indiquen el dominio. Si piensan que no, expliquen por qué.

2) ¿Cuáles de estas fórmulas relaciona el largo (L) y el ancho (A) de los rectángulos? Expliquen cómo lo pensaron.

A=20 – L   2L+ 2A=20   L=10-A   A=5-L

3) Realizar el grafico de la relación

4) ¿Qué variable utilizaron en el eje horizontal? ¿Cómo cambiaría el grafico si hubiesen tomado otra decisión?

En esta actividad surgió la necesidad de realizar el gráfico del rectángulo para comprender las dimensiones planteadas en la tabla. En esta instancia surgió la problemática cuando el largo del rectángulo era de 10 cm, ¿podía ser el ancho 0? ¿Sería ese un rectángulo?

Respondimos que debido al contexto planteado la función que me relaciona el 0 con el 10 representa un segmento.

Con respecto al inciso 2, la gran mayoría opto por la ecuación 2L+2A=20, sin notar que la ecuación L=10-A es equivalente.

Actividad 6:

A) Una pileta se vacía por una boca a ritmo constante. El gráfico muestra la cantidad de agua que queda en la pileta a medida que se realiza el proceso de vaciamiento

1) ¿Cuántos litros tenía la pileta antes de comenzar el vaciado?

2) ¿Existe algún momento en el que en la pileta haya 6000 litros? ¿Y 4000 litros?

3) ¿Cuáles son las variables relacionadas? Identifica cual es la variable dependiente y cual la independiente.

4) Indica el dominio y la imagen

B) Una segunda pileta que está vacía se llena con una bomba que larga agua a ritmo constante. Por olvido de quien controlaba el llenado, la cantidad de agua en la pileta superó el nivel estipulado para su uso. Entonces, se apagó la bomba y se inició un proceso de desagote hasta alcanzar el nivel deseado.

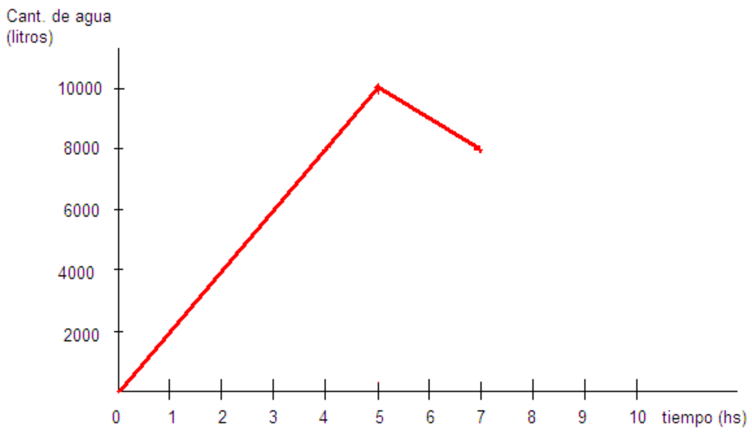
El gráfico que sigue muestra la cantidad de agua en la pileta a lo largo de todo el proceso detallado.

1) ¿En qué momento la pileta tenía 10000 litros?

2) ¿Cuál es el nivel deseado de llenado de la pileta?

3) ¿Hubo en algún momento 12000 litros de agua en la pileta?

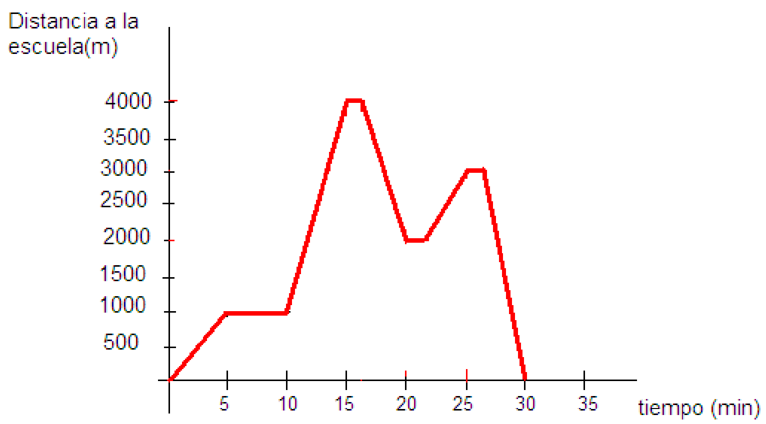
4) Indique el dominio y la imagen.



En esta ocasión para indicar el dominio y la imagen de las funciones recuperamos los modos de representación de teoría de conjuntos.

<u>Actividad 7:</u>

El siguiente gráfico muestra la distancia a la escuela de un transporte escolar.



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? ¿En qué unidad de medida están expresadas? Identifica las variables dependiente e independiente

b) ¿Cuántas paradas hizo el transporte? ¿De qué duración cada una?

c) ¿Cuál fue la parada más próxima a la escuela? ¿Y la más alejada?

d) ¿Cuánto tiempo dura el recorrido?

e) ¿A qué distancia de la escuela se encontraba luego de transcurridos 22 minutos?

f) ¿Cuánto tiempo fue el transcurrido cuando se encontraban a 500 m de la escuela?

g) Indica en que momentos la gráfica crece, decrece y en cuales es constante

h) Indica el conjunto dominio e imagen.

<u>Actividad 8:</u>

Camila se fue de viaje en su auto a una ciudad balnearia situada a 400 km de su lugar de residencia. El radar de la ruta registro la siguiente información sobre la posición del auto:

- A los 30 minutos paso por el Mojón del km 50
- A las 2horas de viaje estaba a mitad de camino
- Por el km 250 pasó a las 2 horas y media de viaje
- Llego a destino a las 3 horas y media

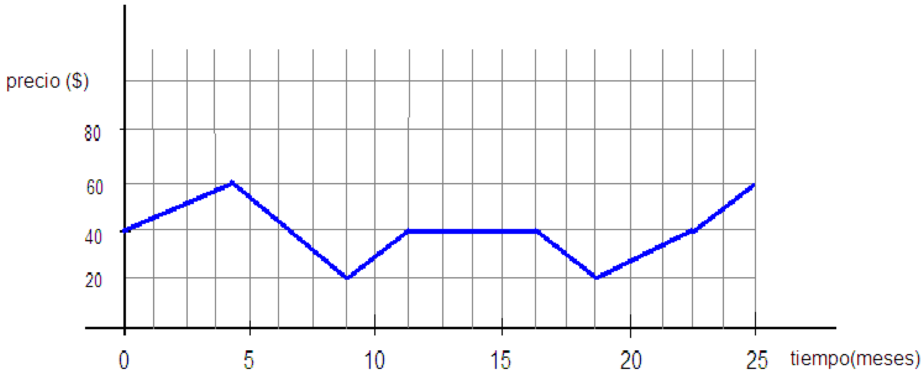
a) Realizar el grafico de una función que pueda representar la posición a la que se encuentra Camila de su ciudad de origen a lo largo del viaje.

b) ¿Cuáles son el dominio y el conjunto imagen de la función graficada?

c) Encontrar en forma exacta o aproximada el momento en que Camila paso por el Mojón del Km 100

Actividad 9:

Una empresa fabrica ropa. Observar el gráfico siguiente, que muestra el precio de confección de una camisa desde que la empresa comenzó su actividad, y responder a las preguntas.



a) ¿Cuál fue el precio de confección de una camisa a los 12 meses?

b) ¿En qué momento el precio fue de $60?

c) ¿En qué períodos el precio de confección fue en aumento?

d) ¿Cuál fue el precio más alto que alcanzó la confección de una camisa? ¿Cuándo lo alcanzó? ¿y cuál fue el precio más bajo?

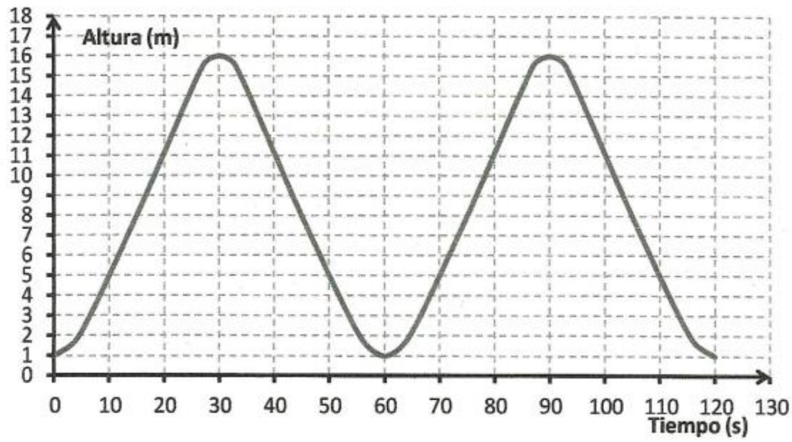
e) Indique la variable independiente y dependiente.

f) La relación representada en la gráfica, ¿es una función? De ser así indique el dominio y la imagen.

Actividad 10:

En un parque de diversiones los asientos de una vuelta al mundo giran alrededor de su centro continuamente. La altura de uno de ellos desde que sube una persona hasta que se cumple su tiempo, y se baja del juego, va cambiando.

El siguiente grafico describe la variación de la altura del asiento con respecto al suelo, en dos vueltas completas



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? ¿en qué unidad de medida están expresadas? Identifique la variable independiente y la dependiente.

b) Indique dominio e imagen.

c) ¿A qué altura se encuentra el asiento en el momento en que la persona se sienta? ¿entre qué valores varia la altura?

d) ¿Cuál es la altura máxima? ¿Cuándo se alcanza?

e) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa?

f) ¿Qué altura alcanza a los 70 s?

g) ¿En qué instante alcanza una altura de 11m?

En tercer año C se alcanzó a trabajar hasta la actividad 7, luego se realizó un repaso que consistía en analizar relaciones (representadas mediante diagramas de Venn en la pizarra).

En cuanto a las actividades 8, 9 y 10 fueron entregadas en el material a los alumnos pero no realizadas en clases.

En tercer año A se lograron realizar todas las actividades antes de la evaluación.

Veamos a continuación el cronograma implementado en nuestras prácticas.

3° A		
FECHA	CONTENIDOS TRABAJADOS	ACTIVIDADES DESARROLLADAS
04/08/2014	Nociones básicas de conjuntos	Presentación de power point - guía I
05/08/2014	Subconjuntos	Guía II : actividad 1 - definición conceptual - actividades de la 2 a la 5
08/08/2014	Unión de conjuntos	Guía II : actividad 6 - definición conceptual - actividades de la 7 a la 13
11/08/2014	Suspensión de actividades por duelo	
12/08/2014	Unión de conjuntos. Intersección de conjuntos.	Corrección de actividades de la 7 a la 13 - actividad 16 - definición conceptual - actividades de la 17 a la 23.
15/08/2014	Diferencia de conjuntos.	Definición conceptual - Guía II : actividades 25, 26 y 30 - Guía de repaso.
18/08/2014	Feriado nacional	
19/08/2014	Evaluación de teoría de conjuntos -	
19/08/2014	Complemento de un conjunto	Guía II : actividad 31 - definición conceptual - actividades de la 32 a la 35
22/08/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividad 1
25/08/2014	Interpretación de gráficos y tablas de funciones. Variables independientes y dependientes	Guía III : actividades 2 y 3
26/08/2014	Interpretación de gráficos de funciones. Definición de función	Guía III : actividad 4 - Análisis de relaciones
29/08/2014	Relaciones. Dominio e imagen	Guía III : actividad 5
01/09/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividades 6, 7 y 8
02/09/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividades 9 y 10
05/09/2014	Evaluación de funciones	

3° C		
FECHA	CONTENIDOS TRABAJADOS	ACTIVIDADES DESARROLLADAS
04/08/2014	Nociones básicas de conjuntos	Presentación de power point - Guía I
06/08/2014	Universal. Subconjuntos	Corrección actividad 5 guía I - Guía II : actividad 1 - definición conceptual- actividad 2 y 3.
08/08/2014	Subconjuntos. Unión de conjuntos	Actividad 4 y 5 guía I- Guía II : actividad 6 - definición conceptual.
11/08/2014	Suspensión de actividades por duelo	
13/08/2014	Unión de conjuntos. Intersección de conjuntos.	Guía II: actividades de la 7 a la 13 - actividad 16 - definición conceptual.
15/08/2014	Intersección de conjuntos. Diferencia	Guía II: actividades de la 17 a la 21 - definición conceptual - actividades 25 y 26
18/08/2014	Feriado nacional	
20/08/2014	Evaluación de teoría de conjuntos	
20/08/2014	Complemento de un conjunto	Guía II : actividad 31 - definición conceptual - actividades de la 32 a la 35
22/08/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividad 1
25/08/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividad 2
27/08/2014	Interpretación de tablas de funciones. Variables	Guía III : actividades 3 y 4
29/08/2014	Definición de función.	Análisis de relaciones.
01/09/2014	Relaciones. Dominio e imagen	Guía III : actividad 5
03/09/2014	Interpretación de gráficos de funciones.	Guía III : actividades 6 y 7
05/09/2014	Evaluación de funciones	

EVALUACIÓN:

El diseño curricular de la provincia de Córdoba (2011- 2015) adopta la conceptualización de evaluación que proponen Stufflebeam y Shinkfield (1993, citado en “La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria”), quienes la caracterizan por el proceso de diseñar, recoger y analizar sistemáticamente cualquier información.

En base a estos tres pasos claves analizaremos e informaremos los procesos de evaluación y control que decidimos utilizar en nuestras prácticas docentes.

El primer modo de control que diseñamos fue una rúbrica o también llamada matriz de valoración, la cual utilizamos como herramienta para observar el desempeño de los grupos (organizados por nosotras) a la hora de realizar las actividades con los bloque lógicos.

Recordemos que dichas actividades fueron propuestas con el fin de introducir las operaciones entre conjuntos, por esta razón es que consideramos la necesidad de la rúbrica, la cual nos sirvió a la hora de concluir si las actividades planteadas colaborarían o no a la comprensión del tema trabajado.

A modo de ilustración, veamos a continuación una la actividad que sugería la unión de conjuntos (actividad 6) y su respectiva rúbrica:

“Encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean círculos y solo estos. En el interior de otro, coloque todas aquellas piezas que sean azules y solo estas. Reúna ahora, con una tercera cuerda, todas las piezas que sean círculos o azules y solo estas. Luego responda:

a. ¿Es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del redondel?

b. ¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?
¿Es esto necesario?

c. ¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del redondel?
¿Es esto necesario?

d. ¿Si no es un círculo y está en el redondel necesariamente es: _____

Si no es azul y está en el redondel necesariamente es: __________

e. ¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?

Rúbrica de la actividad 6

GRUPO: ALUMNOS:

ITEMS	BAJO	BASICO	ALTO
Comprenden y respetan la consigna	Preguntan a la docente a cargo o a la ayudante que se les explique la consigna y aunque se les hace releerla siguen sin entender que es lo que se solicita.	Preguntan a la docente a cargo o a la ayudante que se les explique la consigna y luego de que se les hace releerla entienden que es lo que se solicita.	Comprenden correctamente la consigna mediante debates y opiniones grupales
Logran la intersección del subconjunto	En el grupo no sale a la luz discusiones respecto a la contención de un conjunto en otro	En el grupo sale a la luz discusiones respecto a la contención de un conjunto en otro, sin embargo no concretan la actividad	Concretan la contención de un conjunto en el otro.
Logran un óptimo trabajo en grupo	Los integrantes no logran un trabajo dinámico. No se respetan las sugerencias individuales. Poseen una actitud negativa.	Los integrantes logran organizar el grupo e integran las sugerencias individuales de cada integrante.	Los integrantes logran una buena organización del grupo, buena integración de las sugerencias individuales y respeto mutuo. Trabajan con actitud positiva.
Responden a las preguntas/sacan conclusiones	Luego de las debidas intervenciones de la docente no concretan las respuestas correctas.	Luego de las debidas intervenciones de la docente logran concretar las respuestas correctas.	Sin necesidad de las intervenciones de la docente logran concretar correctamente las respuestas.

Todas las rúbricas que utilizamos en nuestras prácticas se encuentran disponibles en nuestros guiones conjeturales (ver anexo pág. 83 y 93)

El modo de trabajo que planteamos en nuestro guion conjetural consistía que cada practicante completará con una tilde en el casillero que más corresponda a lo observado de cada grupo. Además la rúbrica contaba con espacios en blancos en el caso que se quiera dejar asentado algún comentario u observación en particular.

Otra de las cuestiones que tuvimos en cuenta a la hora de diseñar este método de evaluación fue ofrecerles a los alumnos un incentivo que los motive a trabajar en grupo, método de estudio al cual no estaban acostumbrados en el área de matemática. De esta manera, les propusimos a los estudiantes la posibilidad de obtener 1 punto extra en la evaluación para todos aquellos que logren un óptimo trabajo en equipo, es decir, si el alumno obtenía un 8 en la prueba entonces la nota ascendería a un 9.

Al momento de completar las rúbricas nos encontramos con un escenario muy diferente al que habíamos planteado en nuestro guion conjetural. Los tiempos con el que disponíamos resultaron ser más acotados de lo esperábamos y debido a esto solo pudimos realizar anotaciones breves de cada grupo, como por ejemplo las dificultades de cada equipo.

Luego de la recopilación de las observaciones realizadas en las dos primeras actividades con los bloques lógicos (referidas a subconjunto y unión de conjuntos) vino el momento de decisión, momento en el cual, tras analizar la información obtenida respecto al desempeño de los alumnos concluimos que, a nuestro entender, las actividades colaboraban con el entendimiento de dichas operaciones entre conjuntos. Por esta razón, es que se decidió continuar con la utilización de los bloques lógicos.

Claramente podemos ultimar que esta herramienta nos sirvió para reorientar y continuar la planificación de nuestras prácticas educativas.

Decidimos, además, otorgar el punto extra a todos los alumnos de ambas divisiones, ya que consideramos que todos los grupos trabajaron adecuadamente, respetaron las ideas y aportes de todos sus compañeros y en mayor o menor medida obtuvimos la colaboración de todos los estudiantes

El segundo método de control que decidimos utilizar fue el siguiente trabajo referido al tema conjuntos. A continuación presentamos el documento idéntico en texto al que se les fue entregado a los alumnos.

<u>Trabajo Práctico de Matemática</u>

<u>Nombre y Apellido</u>: ……………………………………………………………………… <u>Curso</u>: 3° ………..
<u>Calificación:</u>
Con este trabajo práctico se busca evaluar las posibilidades de los alumnos para:
-Representar conjuntos apelando a diferentes modos reconocidos en matemática
-Reconocer si un elemento pertenece o no a un conjunto dado o si un conjunto está incluido o no en otro conjunto dado
-Operar con conjuntos y representar el conjunto resultante de la operación dada

1) Sean los conjuntos A= {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}, B= {1; 3; 5} y C= {2; 4; 6; 8}

a) Representa a cada uno de los conjuntos dados gráficamente y por comprensión.

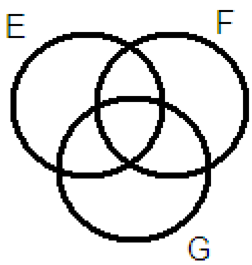
b) Acorde a la información dada complete los puntos suspensivos de abajo según corresponda. <u>*Sugerencia:*</u> *puede ayudarse con lo hecho en 1)a)*

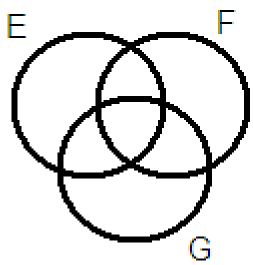
8……..C	C…….A	1……..A
10……B	C………B	4………B
A………C	B………C	5………A

c) Considerando los conjuntos dados, A, B y C del ítem 1, defina por extensión los siguientes conjuntos.

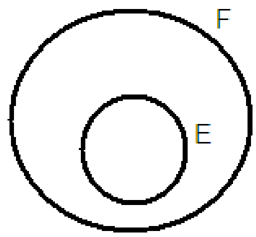
$B \cup C$	$A \cap C$
$B \cup A$	$A - C$
$B \cap C$	

2) En los diagramas dados a continuación, sombree los conjuntos indicados debajo de cada diagrama

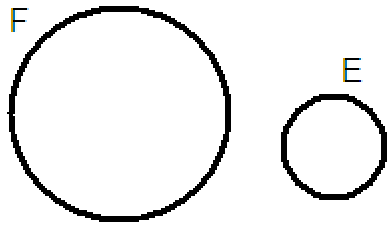




$E \cup F$ $E \cap G$



F – E



F – E

Si bien los alumnos no están acostumbrados a encontrar dentro de sus evaluaciones de matemáticas los objetivos planteados por la docente, consideramos pertinente incluir en este trabajo los propósitos requeridos por nosotras. De esta manera queríamos dejar en claro a donde apuntaban cada una de nuestras acciones y que pretendíamos de nuestros estudiantes.

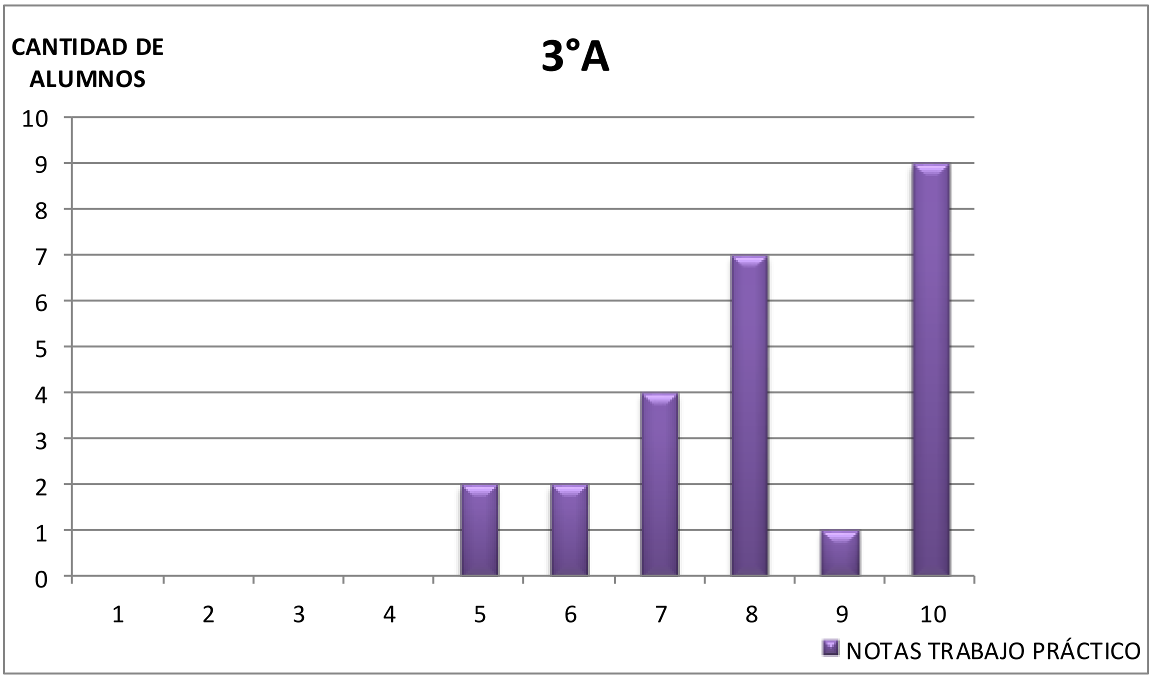
Decidimos diseñar este trabajo con la intención de recopilar los conocimientos que los alumnos poseían sobre conjuntos y consideramos que cada una de las actividades que les planteamos en él son representativas de lo realizado en clase.

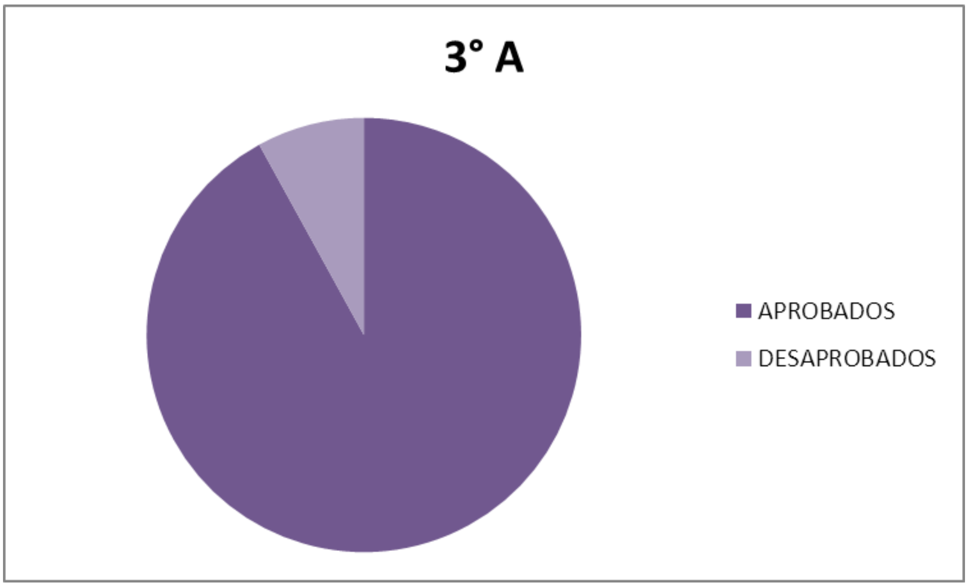
Una de las cuestiones importantes que deseamos resaltar fue la flexibilidad que debimos adoptar a la hora de corregir el ejercicio 1a) que solicita la representación grafica de los conjuntos A, B y C. Nuestra intensión con este ejercicio fue que los alumnos plantearan en un mismo diagrama la intersección que se presenta entre estos tres conjuntos. Sin embargo, y debido a una incorrecta redacción de la consigna, nos encontramos con resoluciones en donde se planteaban los diagramas de Venn por separados, sin considerar las respectivas intersecciones que existían. Decidimos ante esto, considerar este tipo de resoluciones como correctas aunque no correspondían con nuestro objetivo.

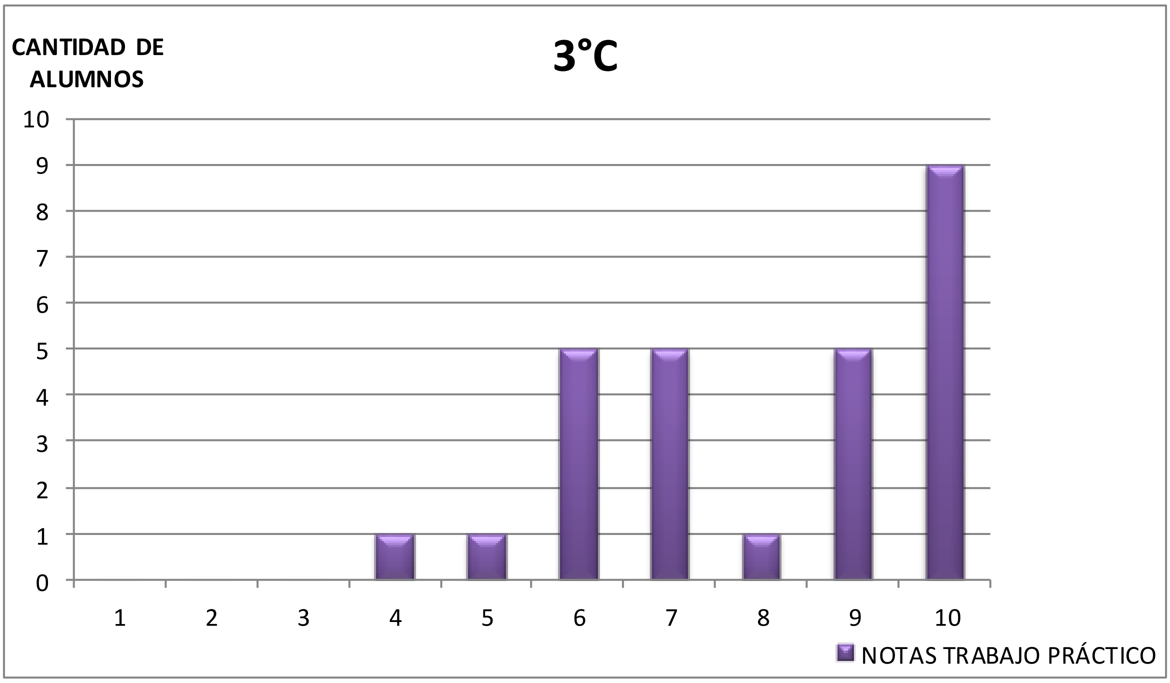
Las puntuaciones de cada ejercicio fueron:

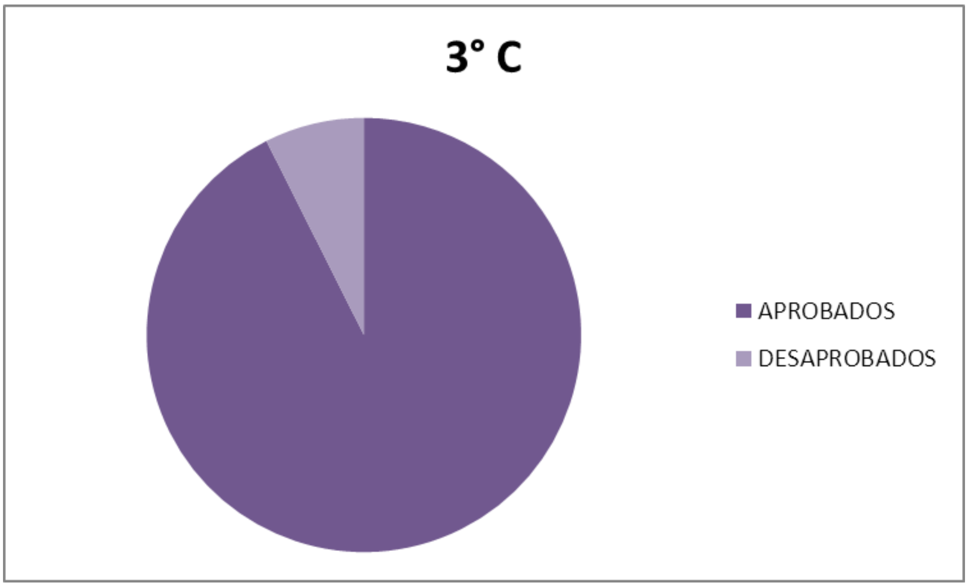
Ejercicio	Puntuación
1) A	2 puntos
1) B	2 puntos
1) C	2 puntos
2	4 puntos

Los resultados obtenidos fueron:






CANTIDAD DE ALUMNOS
3°C
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
NOTAS TRABAJO PRÁCTICO


3° C
APROBADOS
DESAPROBADOS

La tercera y última evaluación implementada correspondió al tema funciones y fue diseñada para ser completada por los estudiantes en 40 minutos. Nuevamente y de manera similar a lo realizado con el trabajo de conjuntos, incluimos los objetivos buscados. A continuación presentamos el documento idéntico en texto al que se les fue entregado a los alumnos.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

TEMA: Funciones

Nombre y Apellido: ……………………………………………………………….. Curso: 3° ……….

Calificación:

En esta evaluación se busca apreciar las posibilidades de los alumnos para:

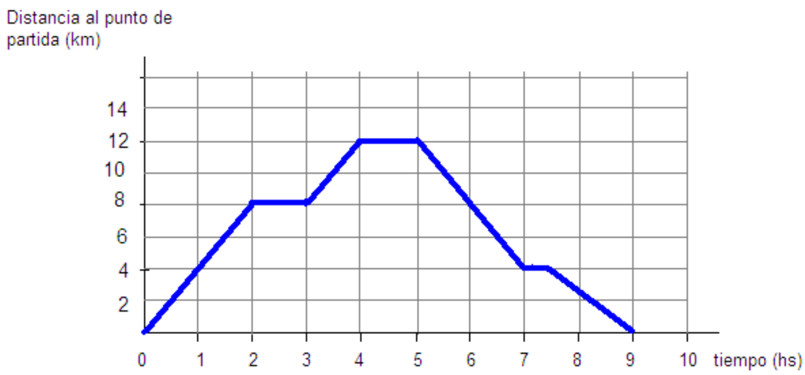
-Interpretar y leer gráficos de funciones

-Representar correctamente los conjuntos dominio e imagen apelando a diferentes modos reconocidos en matemática, vistos con anterioridad.

-Reconocer variables dependiente e independiente y magnitudes.

-Lograr identificar cuando una relación es o no función

1) El siguiente gráfico muestra como varia la distancia a la escuela durante una excursión.



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? Especifique cuál de estas es la variable independiente y cual la dependiente según corresponda. ¿En qué unidad de medida están expresadas estas variables?

b) ¿Cuántas paradas hizo el grupo? ¿de qué duración cada una?

c) ¿Cuánto duró la excursión en total?

d) Si salieron a las 8 de la mañana ¿a qué hora se detuvieron por primera vez?

e) ¿Cuántos km recorrieron en total?

f) ¿A qué distancia de la escuela se encontraban luego de transcurridas 4hs?

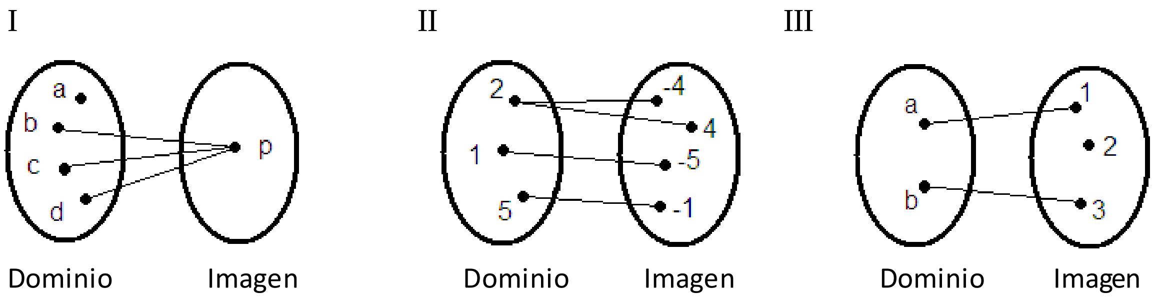
g) ¿En qué momento o momentos se encontraban a 8 km de la escuela?

h) ¿Durante qué periodo de tiempo el grupo se aleja de la escuela? ¿y durante qué periodo se acerca?

i) ¿El grupo regresa a la escuela?

j) Indique el conjunto dominio e imagen utilizando el modo de representación por comprensión.

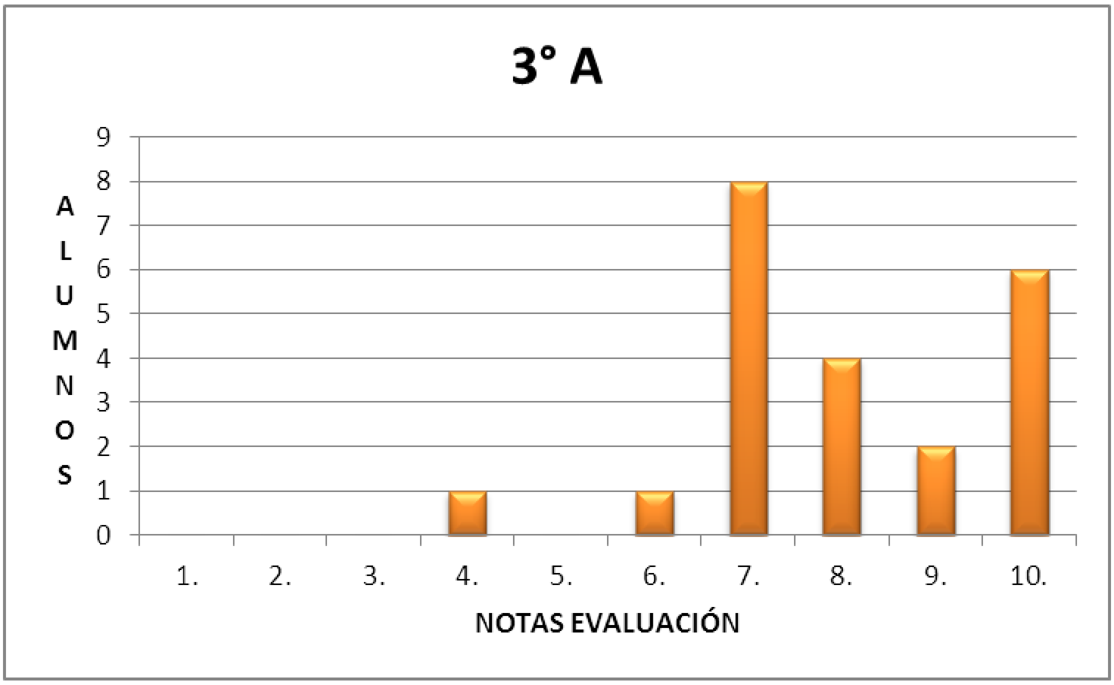
2) Indica si las siguientes relaciones son o no son funciones y justifica en todos los casos.

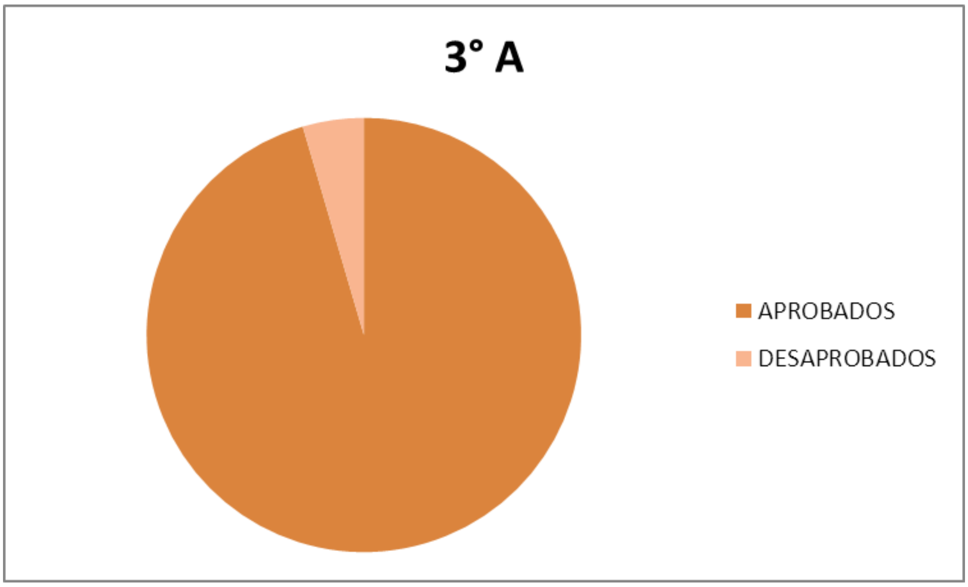


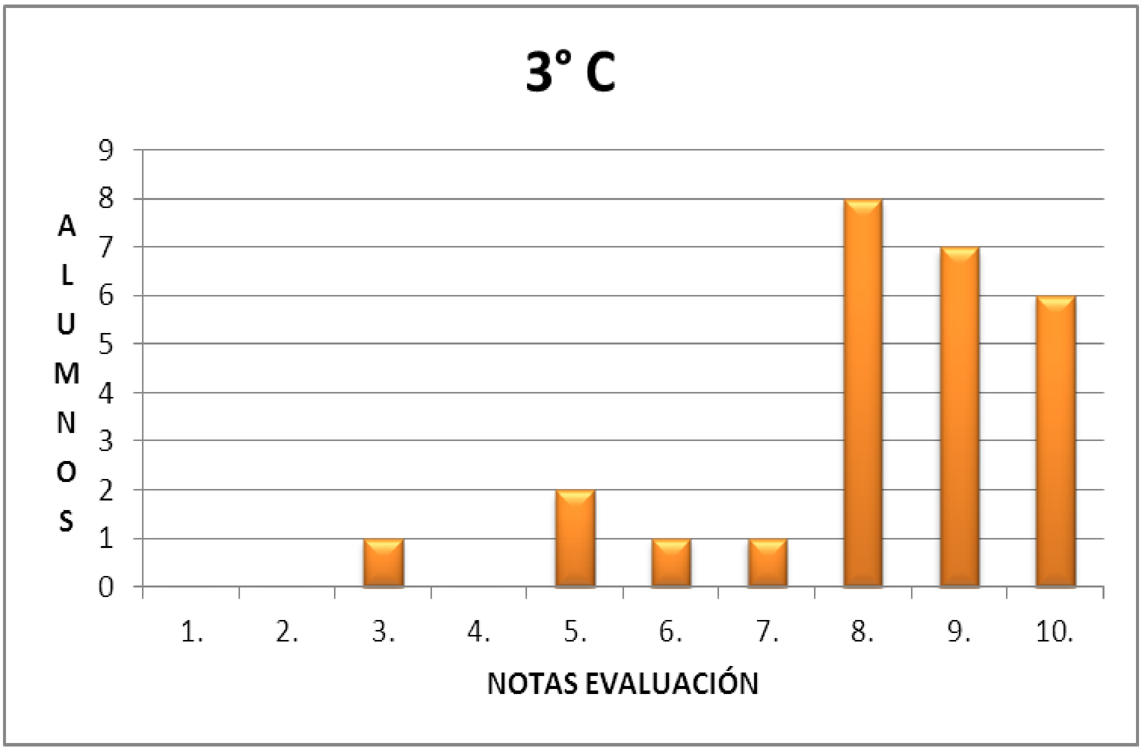
Las puntuaciones de cada ejercicio fueron:

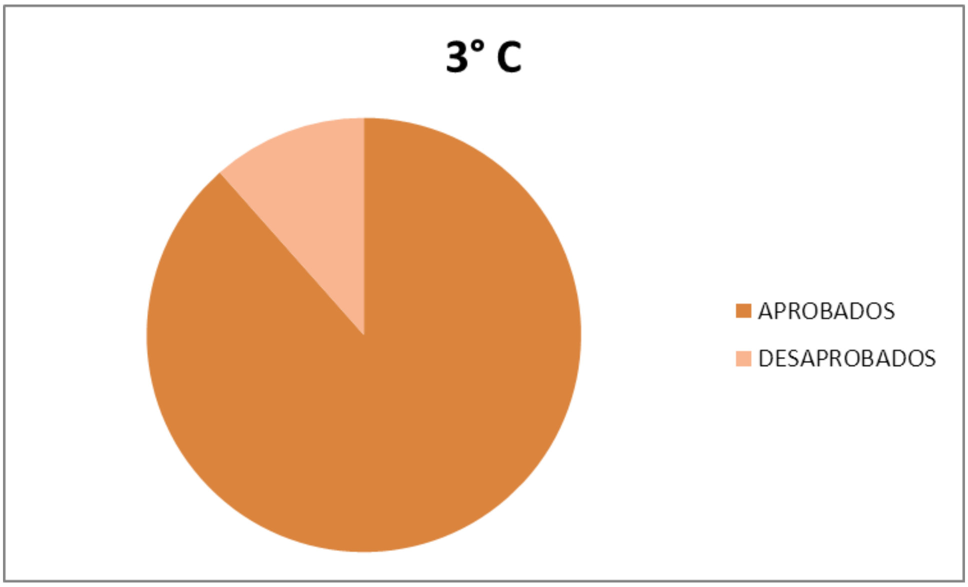
Ejercicio	Puntuación
1) A	1 punto
1) B, C, D, E, F, G, H, I	5 puntos
1) J	1 puntos
2	3 puntos

Los resultados obtenidos fueron:









En esta evaluación hubo tres alumnos ausentes en 3°A y un alumno ausente en 3°C. A estos alumnos la profesora del curso les tomó la evaluación la clase siguiente.

Los resultados obtenidos en esta instancia fueron los esperados en función a nuestros objetivos planteados.

PROBLEMÁTICA:

Durante el avance de nuestras prácticas notamos cierta falta de atención de algunos alumnos en el proceso de discusión durante la corrección y/o validación de las actividades ya realizadas en instancias de trabajo grupal o individual. Cabe destacar que estos procesos de discusión a los cuales nos estamos refiriendo, se dieron en instancias generales, es decir, con todo el curso. Es por esta razón que decidimos investigar acerca de lo observado y plantearnos la siguiente cuestión: **¿cómo y para qué dirigir una discusión en clases de matemática en el marco de la enseñanza de teoría de conjuntos y funciones en las condiciones del "escenario" propuesto en nuestras prácticas?**

Para abordar esta pregunta decidimos trabajar con dos actividades propuestas en nuestras prácticas. Una referida a teoría de conjuntos y la otra al tema funciones. Estas actividades no fueron seleccionadas al azar, sino que tuvimos presente dos cuestiones importantes para tal selección, una de ellas es la cantidad de registros disponibles de lo sucedido en clases en la interacción con estas actividades, y la otra, es que en ambas, el conocimiento o saber central primero se trabajó implícitamente y luego la practicante lo institucionalizó en instancia de debate con el curso completo.

Coincidimos con la noción de debate en la clase de matemática que propone Quaranta y Wolman (2003):

> *Los momentos de discusión conforman una de las modalidades que adquiere la interacción entre pares en el aula: se trata de un intercambio entre todos los alumnos de la clase conducido por el docente. De ninguna manera constituyen "eventos naturales" de la vida en el aula: las discusiones no pueden quedar libradas a las contingencias de una clase o a la espontaneidad de los alumnos* (...) (pág. 190)

Del mismo modo Patricia Sadovsky (2005) indica:

> *El debate se organiza en dos etapas: Una primera de trabajo en pequeños grupos en el que los alumnos trabajan analizando cada uno de los*

procedimientos, definiendo con que aspectos coinciden y con cuáles no y pensando en eventuales modificaciones; la segunda etapa es la del debate propiamente dicho (…)" (pág. 70)

Para ilustrar lo expresado, observemos el primer ejercicio mencionado anteriormente, el cual se trabajó con los bloques lógicos:

Encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean círculos y solo estos. En el interior de otro, coloque todas aquellas piezas que sean azules y solo estas. Reúna ahora, con una tercera cuerda, todas las piezas que sean círculos o azules y solo estas. Luego responda:

a. *¿Es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del tercer redondel?*
b. *¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?*
c. *¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?*
d. *¿Si no es un círculo y está en el tercer redondel necesariamente es: _____*
   Si no es azul y está en el tercer redondel necesariamente es: __________
e. *¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?*

Vale aclarar que para el trabajo de operaciones entre conjuntos los alumnos trabajaron en grupos de 3 o 4 integrantes utilizando los sobres con los bloques lógicos.

Si bien es una actividad muy similar a la que se realizó en un primer momento con subconjuntos, en esta oportunidad es evidente que los redondeles tenían que superponerse para colocar los círculos azules, de tal forma, que estén en el interior de los dos redondeles. Esto generó un reto interesante para los grupos.

A nuestro criterio, esta actividad corresponde a un ambiente de aprendizaje que conjuga un escenario compatible con el paradigma del ejercicio con referencia a la semirrealidad, según lo propuesto por Ole Skovmose (2000).

Con la utilización de este ambiente pretendíamos que los estudiantes comprendieran con claridad las operaciones entre conjuntos, sin embargo, nos podríamos haber enfrentado a una cierta resistencia si los estudiantes nos planteaban la practicidad de "unir círculos con bloques azules" ya que eventualmente en la vida cotidiana esto no va a ser un hecho.

En nuestro guion conjetural consideramos de importancia que esta deducción salga de su propia producción, de sus debates y discusiones. Por esta razón, es que decidimos e intentamos, intervenir lo menos posible en esta etapa del trabajo.

Notemos un caso en el que pusimos de manifiesto nuestra intención: uno de los grupos de tercer año "C" no lograban representar la intersección de los conjuntos y planteaban a los círculos azules como elementos pertenecientes al conjunto de los bloques azules y no al de los círculos. En esta ocasión una de las practicantes les sugirió que presten atención a los elementos de cada conjunto, que hay un detalle que se les estaba pasando por alto. Con este comentario o intervención se buscó que el grupo repiense las características de cada conjunto y así lograran percatarse que los círculos azules pertenecían a ambos conjuntos.

Decidimos introducir la noción de unión entre conjuntos mediante este problema ya que consideramos que los alumnos construyen los conocimientos partiendo de su uso frente a los problemas y la reflexión en torno a ellos en el sentido que:

> *La situación de resolución conjunta entre alumnos es positiva porque facilita colaboraciones en el proceso de buscar juntos soluciones, mediante la coordinación de los procedimientos para alcanzar un objetivo determinado. Este proceso requiere tener en cuenta lo que dicen otros compañeros, las sugerencias que hacen, explicitar y justificar las elecciones, provocando intercambios cuya riqueza radica en que posibilitan tomar consecuencia sobre algún aspecto no considerado del problema, reformularlo, descubrir nuevos aspectos, cuestionar otros, etc. (Quaranta y Wolman, 2003, pág 195)*

Distinguimos en esta ocasión la primera etapa de la que habla Sadovsky: el debate en los pequeños grupos. La importancia de esta instancia se relaciona con lo citado anteriormente de Quaranta y Wolman ya que estos autores asumen lo positivo de la resolución conjunta, la búsqueda de soluciones entre pares, la necesidad de argumentar e intercambiar ideas.

Verificando el guion conjetural nos percatamos que algunas de las dificultades que dieron lugar a debates en los grupos, habíamos logrado anticiparlas. Entre ellas y el que se presentó con mayor frecuencia fue la dificultad de los alumnos al lograr la intersección de los conjuntos y la diferencia entre las nociones "necesario" y "suficiente":

> *El inciso a) pregunta si es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del tercer redondel. Suponemos que en este momento varios alumnos se encontraran confundidos con la noción de "necesario" y se realizarán preguntas del tipo ¿Qué significa que algo sea necesario? (…)*
>
> *Creemos que la pregunta b) también generará un poco de incertidumbre en los grupos, pues utiliza la noción de "suficiente" y nuevamente los alumnos se preguntarán el significado de esta palabra. (…) (Citado del Guion Conjetural, Anexo pág. 92)*

Estas predicciones nos ayudaron a lograr nuestro objetivo: dar respuestas guiadoras y no definitivas, de manera que los alumnos logran la construcción del conocimiento con mayor autonomía.

> *En este momento será fundamental la intervención de la docente o ayudante para explicar que "al preguntar si es necesario que el bloque sea un círculo azul para estar dentro del tercer redondel, se está queriendo preguntar si, sí o sí necesitamos que la figura sea un círculo azul para estar en dicho conjunto". Creemos que este comentario bastará para entender el significado de necesario, matemáticamente hablando (…..) Procederemos a aclarar este concepto (*noción de suficiente*) haciendo comentarios del tipo "suficiente quiere decir si alcanza, es decir que, si les pregunta si es suficiente que el bloque sea circular para estar dentro de conjunto en realidad está preguntando si alcanza con eso para que esté dentro del conjunto. (Citado del Guion Conjetural, Anexo pág. 92)*

Claramente la situación que les planteamos a nuestros alumnos aparece como motivación e introducción al tema unión entre conjuntos. La resolución de este problema, analizada desde el punto de vista de Wolman y Quaranta (2003), por sí sola no genera automáticamente aprendizaje matemático. Por esta razón es que surge la necesidad de una segunda instancia, un segundo debate para formalizar el nuevo conocimiento que hasta el momento se encuentra implícito.

Por esta razón, luego de que todos los grupos consiguieron la resolución correcta de la actividad, la practicante a cargo se ubicó al frente y les pidió a los grupos que definan el conjunto de todos los círculos y el conjunto de los bloques azules. Escribió en la pizarra lo que le dictaron. Debido a que los alumnos ya venían trabajando con las distintas formas de expresar los conjuntos no se encontraron inconvenientes al definir dicho conjunto. De esta forma quedó plasmado en la pizarra:

A= {x| x es un círculo}

B= {x| x es un bloque azul}

Luego se realizó el siguiente comentario: "El tercer conjunto, el de los bloques circulares o azules, es el resultado de unir el conjunto A con el conjunto B" y escribió:

La unión de los conjuntos A y B da como resultado un tercer conjunto y se denota A∪ B

$$C = A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Consideramos que esta instancia corresponde a la segunda etapa planteada por Patricia Sadovsky. Lo consideramos como tal puesto que hacemos uso de sus producciones para definir unión de conjuntos, permitiéndoles así, una participación activa a los alumnos.

Debido a la investigación realizada y a la bibliografía consultada queremos concluir que la primera interacción con el conocimiento fue una instancia rica y profunda, tal vez por esta razón, cuando institucionalizamos el conocimiento ya no hizo falta seguir discutiendo el tema pues ya estaba comprendido por los estudiantes y para ellos no había nada más que discutir. En aquel momento, esto pudo ser interpretado por nosotras como desgano de parte de los alumnos.

La segunda actividad que seleccionamos para trabajar en este informe es la siguiente:

En el Observatorio Meteorológico de la ciudad de Córdoba se midieron en distintos momentos del día 29 de julio las siguientes temperaturas:

Hora	Temperatura
0	2°
2	-1°
4	-1°
6	3°
8	8°
10	9°
12	13°
14	16°
16	15°
18	9°
20	5°
22	3°
24	1°

1. Realiza el gráfico correspondiente a los datos de la tabla

2. En función de la información presentada , responde:

a. ¿Cuál es la temperatura a las 10 hs? ¿Y a las 21 hs?

b. En un cierto momento del día la temperatura era de 9°, ¿se puede saber a partir de la tabla qué hora era?, ¿y si la temperatura hubiese sido de 7°

c. ¿En qué momentos del día la temperatura se mantuvo estable?

d. ¿En qué momentos del día la temperatura subió y en cuáles bajó?

e. ¿Cuál habrá sido la temperatura máxima de ese día y a qué hora?

Observemos que esta actividad corresponde al paradigma del ejercicio con referencia a la semirrealidad puesto que acordamos con Skovsmose cuando afirma:

> *La semirrealidad está descrita de manera completa en el texto del ejercicio. Ninguna otra información es relevante para resolver el ejercicio. Por lo tanto es innecesaria información adicional pues el único propósito de la presentación del ejercicio es encontrarle una solución. (Skovsmose, 2000, pag.11)*

Creemos oportuno destacar que podríamos haber modificado tal ejercicio de manera que se corresponda con otro escenario, por ejemplo si los alumnos completaban la tabla con datos tomados por ellos, o bien que investiguen los datos de alguna tabla según el observatorio meteorológico, en el que ellos se encuentren con datos que no son necesarios para la resolución del ejercicio. En este caso estaríamos en presencia de un escenario de investigación con referencia a la realidad según los escenarios planteados por Skovsmose (2000). Esta decisión no se tomó debido a las condiciones de tiempo impuestas por condiciones institucionales

El primer momento de trabajo con la actividad fue una instancia individual, donde se podían consultar o ayudar con el compañero de banco, pero no estaba planteada como una actividad a realizar en grupos. Creíamos interesante que los alumnos relacionen sus cuestiones con aquello que es significativo para ellos y apelen a representaciones que los ayuden a entender la situación, para luego, en un segundo momento, tomar todas las "formas de pensar el ejercicio".

Bajo esta experiencia personal consideramos pertinente incorporar a la primera etapa que plantea Patricia Sadovsky (2005), el trabajo individual, ya que en esta instancia los estudiantes pueden pensar íntimamente, en borrador, ensayar y explorar. Sobre este tipo de trabajo haremos hincapié más adelante en la importancia del trabajo individual y el porqué de incorporarlo en esta etapa. *(...) no todo lo que un estudiante piensa al abordar una cuestión es rico, útil o interesante para los otros estudiantes (...)* (Sadovsky, 2005, pág. 91)

Luego de esta primera instancia, pasamos a un momento de corrección, de validación. A este momento lo consideramos el debate propiamente dicho.

> *(...) Las instancias de discusión posibilitan momentos de reflexión conjunta en la clase a propósito de lo realizado. Sin embargo, sí nos parece condición que los alumnos hayan enfrentado previamente la tarea de manera relativamente autónoma; de lo contrario, "¿sobre qué se discutiría sino hubiera una resolución de los alumnos por sí mismos? (Quaranta y Wolman, 2003, pág. 198)*

En el objetivo de esta actividad consideramos la posibilidad de que surgieran cuestiones ricas para discutir, de tal manera que se formule un debate beneficioso ya que hay preguntas que no se pueden contestar exactamente, sino de manera aproximada, por ejemplo ¿cuál fue la temperatura a las 21hs?

Como antes de dar respuesta a las preguntas se requería la elaboración del grafico correspondiente, hubo alumnos que pudieron responder sin inconveniente alguno. Dentro del mismo los estudiantes consideraron la posibilidad de hacer ciertos supuestos acerca del comportamiento de la temperatura, ya que dicho fenómeno es continuo. Este postulado sobre la información fue realizado de manera implícita. Valió aclararles a los chicos esta situación, y además que en la tabla también podríamos haber realizado los mismos supuestos pero que el gráfico es una herramienta que nos ayuda a ver de otra manera la información que poseemos.

A la hora de definir funciones, retomamos este problema con la idea de encarar otro tipo de debate, esta vez no desde la actividad propiamente dicha.

Recordemos la definición utilizada en este contexto:

Una función es una relación entre un conjunto X (dominio) y otro conjunto Y (codominio o imagen *de X) de forma que, a cada elemento "x" del dominio le corresponde un único elemento "y" del codominio.*

Diremos que y es imagen de x y lo representamos por y = f(x) (Citado del Guion Conjetural, Anexo pág. 125)

Nuestra intervención en esta ocasión consistió en formular preguntas que constituyeran para los alumnos nuevos problemas en relación con la resolución del ejercicio que se había estudiado anteriormente. Las mismas fueron del tipo:

- ¿Puede suceder que a una determinada hora, hubiese dos o más temperaturas distintas, si la temperatura es tomada en un mismo lugar?
- ¿Puede suceder que a una determinada hora del día no haya temperatura alguna?

Nuestra intención con estas preguntas fue aproximar a los estudiantes una noción de función acorde a lo solicitado en el diseño curricular de la provincia de Córdoba (2011-2015), donde se tiene como uno de los objetivos que los alumnos utilicen y analicen funciones para resolver problemas extramatemáticos e intramatemáticos, recurriendo cuando sea posible al uso reflexivo de recursos tecnológicos y reconociendo el límite del modelo para comprender el problema. Es por esta razón que acordamos con los autores del texto "Las funciones en los gráficos cartesianos" cuando afirman que:

> *(…) no se trata de que un muchacho de 13 años llegue al máximo alcance del concepto de función. (…) No obstante, esta idea de función debe (…) empezarse, naturalmente, por representaciones gráficas de funcion*es concretas y sencillas que permitan advertir caracteres de los fenómenos que estudia." *(Cuestionarios del plan 1953 - tomado de Lacasta y Pascual, 1998, pág.57)*

Consideramos que en esta instancia fue positivo trabajar con fenómenos naturales como el clima, ya que logramos en los alumnos una comprensión de la noción de función más pegada a la realidad, y mediante este ejemplo facilitamos la institucionalización de este conocimiento.

La importancia del debate en esta instancia fue que gracias a él pudimos apartar a los alumnos del ejemplo y comprender una noción de función generalizada y llevada a otras situaciones.

Finalmente concluimos que los momentos de debate colocan a los alumnos en la necesidad de volver sobre sus procesos, sobre sus acciones y de esta manera tomar conciencia de los recursos que disponen y de su validez, además de confrontarlos con los procedimientos de sus compañeros. Por esta razón es que nos parece interesante analizar a la hora de encarar un debate en matemáticas, las instancias que rescatamos de Patricia Sadovsky ya que pueden servirnos de guía para dirigir una discusión rica de sentidos.

REFLEXIONES FINALES.

Ponerse a reflexionar acerca de las prácticas nos lleva a rescatar vivencias personales difíciles de olvidar, pues es el primer paso del largo camino que hemos elegido recorrer.

Consideramos a las prácticas educativas como una etapa gratificante, la cual, más allá de algunas complicaciones, nos enseñó la importancia del trabajo en equipo. Equipo no solo conformado por nosotras, si no también con el docente supervisor Nicolás Jerez Cuevas, a quien queremos agradecerle por su buena predispoción, sus consejos y sugerencias, pero por sobre todo, por la confianza que nos brindó en todo momento, confianza la cual nos sirvió a la hora de pararnos frente a la clase con mayor seguridad. Y a la docente Cristina Esteley por su acompañamiento constante y sus aportes desde la experiencia.

Esta vivencia nos permitió crecer en confianza y fue de gran ayuda a la hora de introducirnos en la cultura escolar, comprendiendo así, la alta complejidad de la tarea docente. Sin embargo, consideramos que nos queda mucho por aprender y mejorar, por ejemplo, cuestiones como el control de la disciplina de los alumnos, que debido al contexto particular de la escuela y la docente titular del curso no pudimos lograr un desempeño autónomo.

Nos llevamos un grato recuerdo de la institución donde realizamos nuestras prácticas educativas y de la docente a cargo, ya que nos hizo sentir como unas más de los suyos, brindándonos la posibilidad de darles clases a sus alumnos.

También estamos agradecidas al grupo de alumnos, personitas de buen corazón y valores muy anclados, los cuales nos ayudaron a afirmar y deseamos poder afirmarlo durante toda nuestra vida, que los niños y adolescentes por naturaleza, son buenos. Sí, son buenos y sólo son negativos los prejuicios que los adultos les enseñamos.

Todas las experiencias hermosas que hemos vivido en ese mes de prácticas nos han ayudado a reafirmar nuestra vocación. Siempre vamos a atesorar esta experiencia, este primer paso hacia nuestro futuro, hacia ese proceso constante de estudio, de reflexión y discusión que nos permitirá ser mejores profesores para nuestros alumnos.

ANEXO:

GUION CONJETURAL:

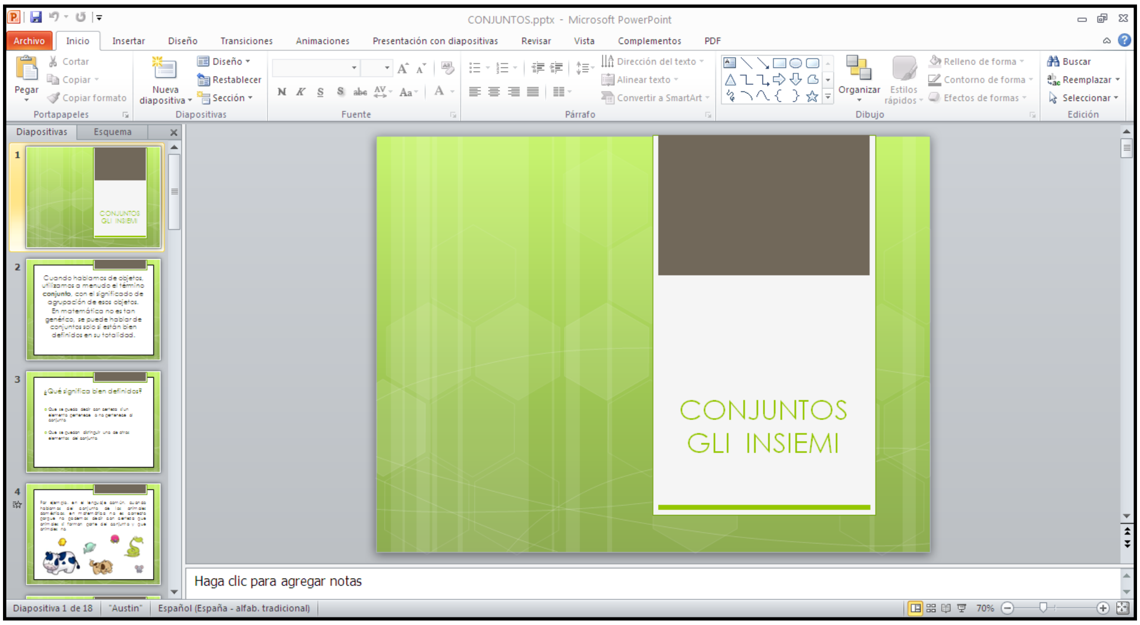
Para la realización de nuestros guiones conjeturales tuvimos en cuenta que nuestras clases serán destinadas a los alumnos de 3° año A y C de la escuela Dante Alighieri situada en la provincia de Córdoba y el tema a trabajar será conjuntos en primera instancia, para lo cual vamos a considerar que los alumnos nunca antes trabajaron con el tema. Y luego vamos a hacer introducción al tema funciones, a través de relaciones entre variables, interpretación de gráficos, situaciones problemáticas y para finalizar, recuperamos los aportes de la Teoría de Conjuntos vista anteriormente.

Los alumnos de la división C tienen menos carga horaria debido a que este curso tiene una hora de geometría en italiano para lo cual vamos a tener consideración.

Primera clase: (división “A”: 80 minutos, división “C”: 40 minutos)

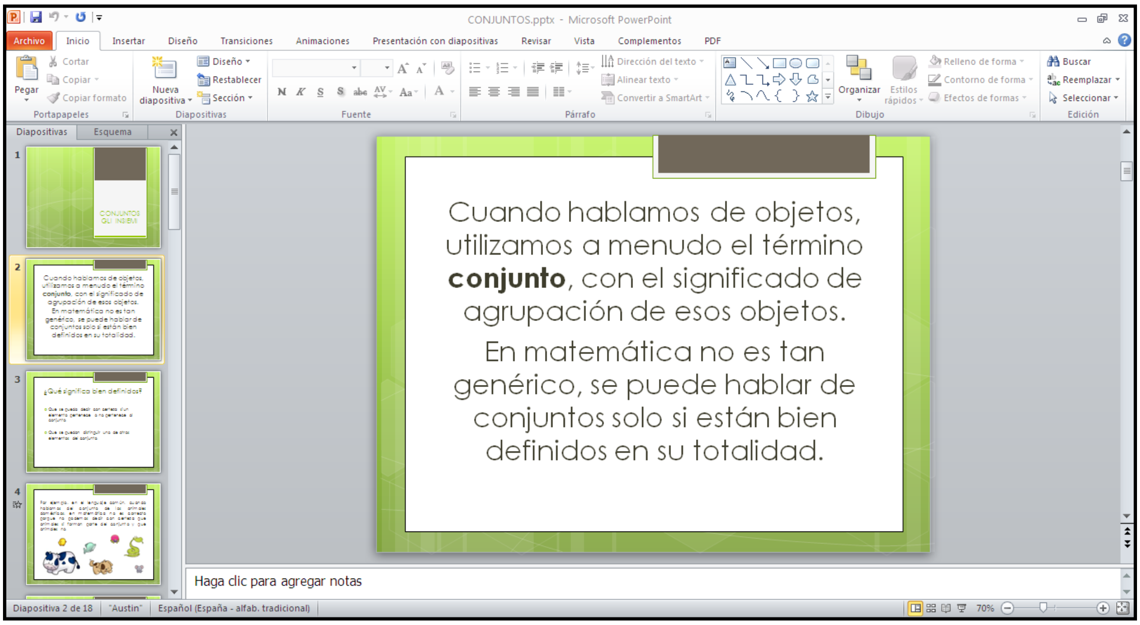
Comenzaremos la clase preguntándoles a los alumnos si sacaron las copias que con anterioridad dejamos en fotocopiadora. Esperamos que hayan cumplido con el pedido, ya que observamos que son alumnos responsables, de no ser así, no haremos que la vallan a sacar sino que trabajen con el compañero.

Luego les diremos a los alumnos que vamos a trabajar el tema conjuntos y que vamos a usar el cañón. Pondremos la presentación y dejaremos en la primer día positiva la misma.

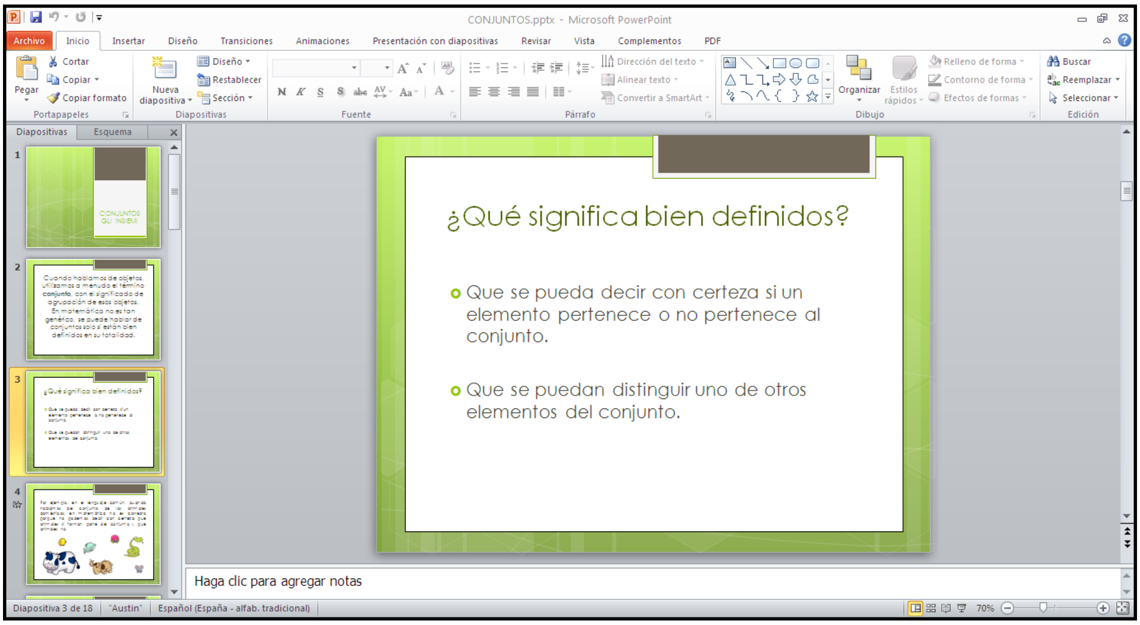


Les preguntaremos a los alumnos ¿qué es para ellos un conjunto? y les propondremos hacer entre todos una definición de dicho termino. Esperamos que los alumnos nos digan que para ellos un conjunto es "una colección de objetos", "una reunión de objetos", "una agrupación de objetos", entre otras. Anotaremos estas nociones en el pizarrón y preguntaremos: ¿y que es "una colección de objetos", "una reunión de objetos", "una agrupación de objetos"? Y así hasta llegar a aclarar que si pretendemos definir la palabra conjunto vamos a entrar en un retroceso infinito o en un círculo vicioso. Entonces vamos a decir que el concepto de conjunto es un concepto primitivo, es decir un concepto, necesario, fundamental, aceptado por la matemática.

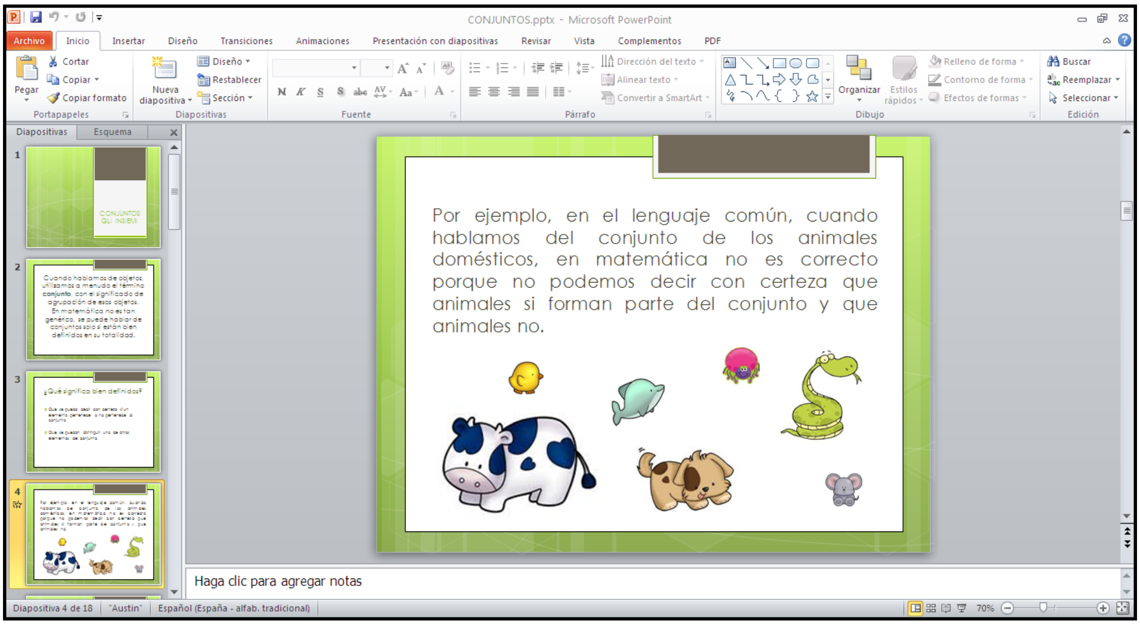
Continuaremos pasando la siguiente diapositiva de nuestra presentación.

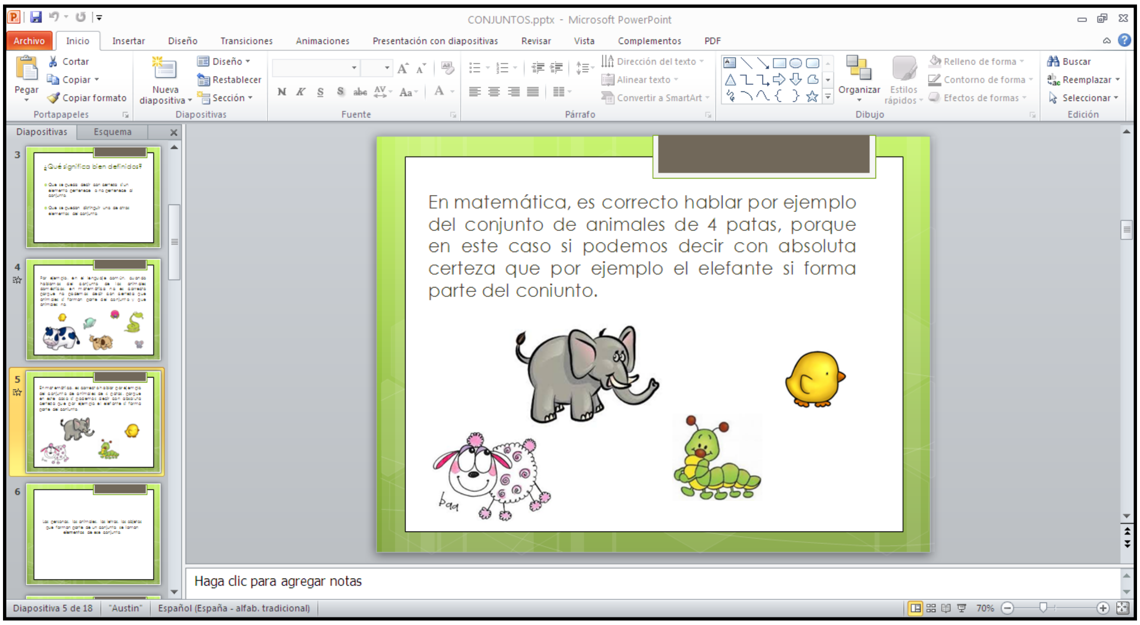


Luego de leer esta última les pediremos a los alumnos que nos digan elementos del conjunto "materias fáciles" y nosotras escribiremos en la pizarra lo que los alumnos nos vallan dictando. Pensamos que en esta instancia se va a crear un gran debate ya que algunos alumnos tendrán más facilidad para algunas materias y otros para otras. De esta manera destacaremos qué significa que un conjunto este bien definido.



De este modo, le daremos mayor importancia a la primera característica y a la segunda la retomaremos mucho más adelante. Nos ayudaremos de otros ejemplos a través de la presentación, donde también se pone en juego la primera característica.





Luego de que este bien claro el concepto les daremos a los alumnos 5 minutos para que hagan la actividad n°1 de la fotocopia para luego discutirla entre todos.

Daremos libertad en cuanto el modo de realizar la misma, dándole la posibilidad de que la discutan con el compañero de banco.

La actividad n°1 es la siguiente:

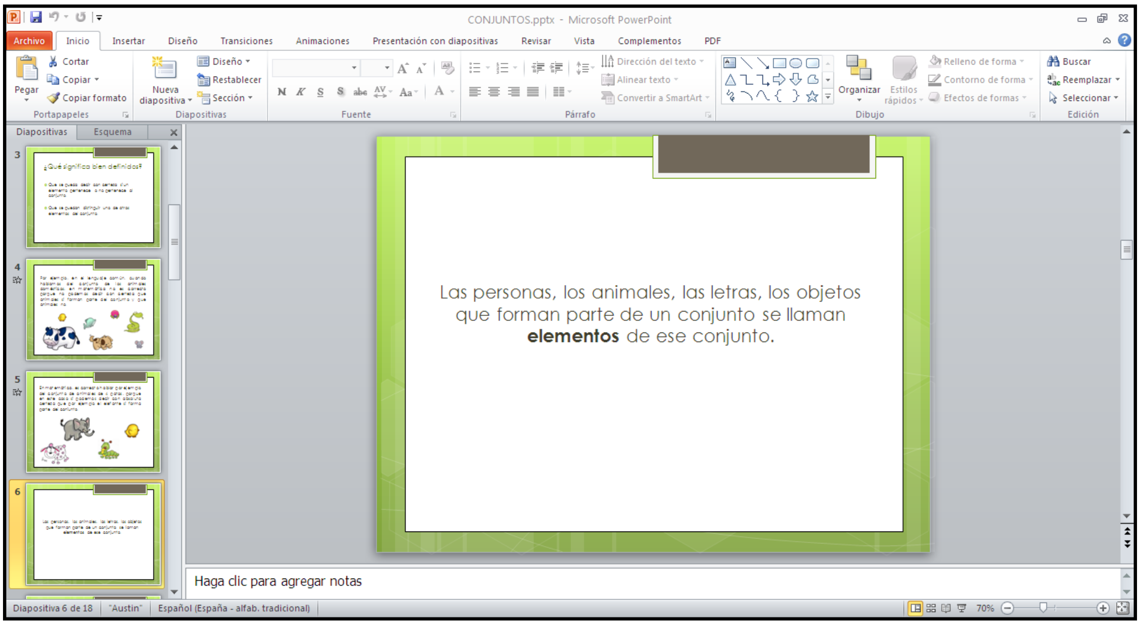
<u>Actividad 1:</u> Concluye diciendo cuales de los siguientes conjuntos están bien definidos:

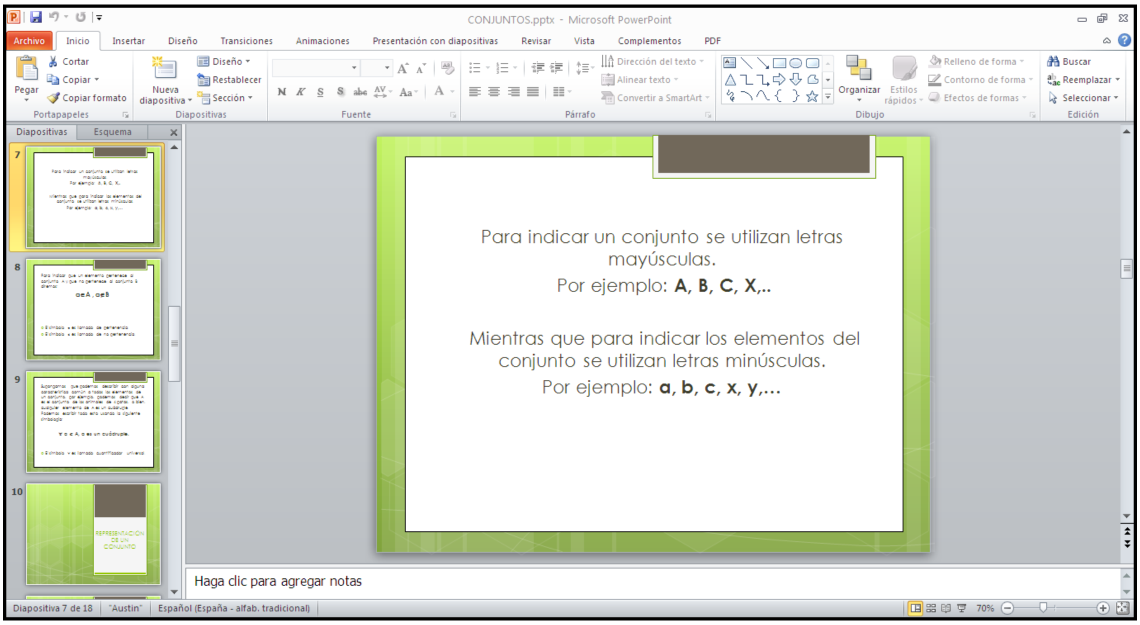
- ✓ Los alumnos de tercer año de esta institución
- ✓ Los números pares
- ✓ Los libros interesantes de nuestra biblioteca
- ✓ Los niños simpáticos de primer año de esta institución
- ✓ Las vocales
- ✓ Los múltiplos de tres
- ✓ Los planetas del sistema solar
- ✓ Los jugadores más talentosos
- ✓ Las ciudades más bellas de Italia
- ✓ Los perros labradores de Cba.

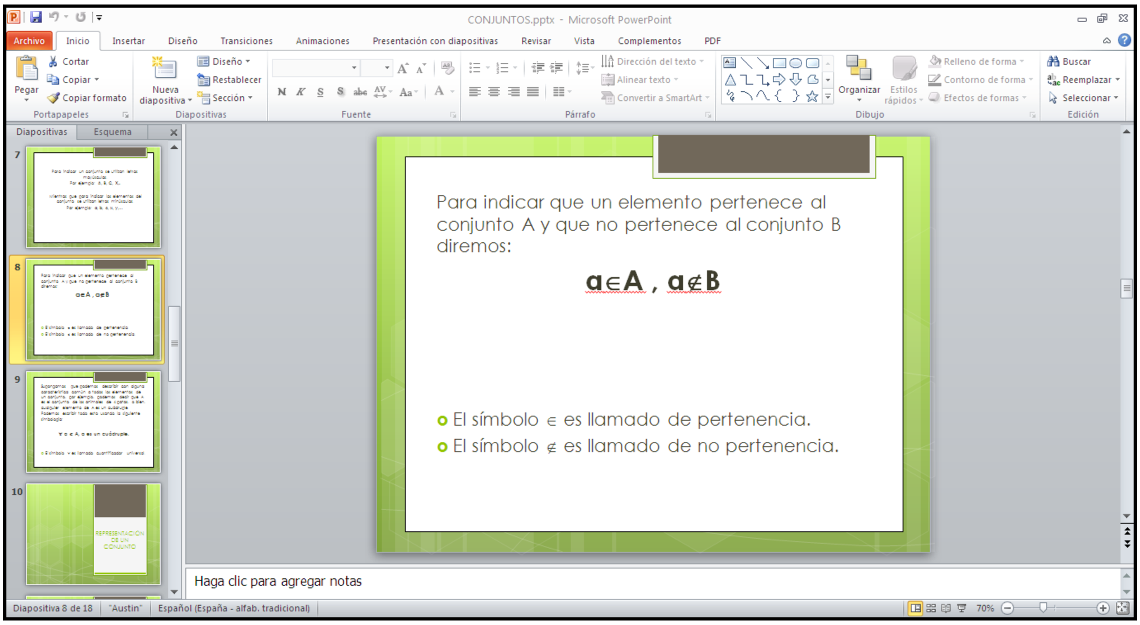
Consideramos en esta actividad el modo de enunciarla, ya que en un primer momento estaba enunciado como: "concluye diciendo cuales de los siguientes son conjuntos o no". Luego pensamos que todos son conjuntos. Entonces decidimos colocar: "concluye diciendo cuales de los siguientes son o no conjuntos en matemática". Y creemos que los alumnos pueden pensar la actividad como cuáles conjuntos tienen relación con los números, a lo que responderían que solo son conjuntos en matemática los números pares y los múltiplos de tres. Así que acordamos en utilizar: "Concluye diciendo cuales de los siguientes conjuntos están bien definidos" que es el término que previamente habíamos discutido.

Pasados los 5 minutos pediremos a algún alumno al azar que lea la actividad y entre todos discutiremos uno a uno los conjuntos, haciendo participar a toda la clase, preguntando a diferentes alumnos que colocaron y que les parece a cerca de las respuestas de sus compañeros. Creemos que esta actividad no generaría inconvenientes mayores a los alumnos, ya que la misma no presenta grandes dificultades.

Pasado esto continuaremos con la presentación para que los alumnos sigan apropiándose de la teoría. Les contaremos que los componentes de un conjunto se llaman elementos, les hablaremos de notación, y les introduciremos la simbología de $\in$ y $\notin$







Luego para que los alumnos apropien esta teoría les haremos que respondan a la consigna 2 de la fotocopia, la cual es la siguiente:

<u>Actividad 2:</u> Considera los siguientes conjuntos y completa con $\in$ o $\notin$

El conjunto **A** formado por: perro, gato, caballo, vaca y pato

Vaca……….A, elefante……….A, tigre……….A, caballo……….A, perro………A

El conjunto **B** formado por los múltiplos de 3

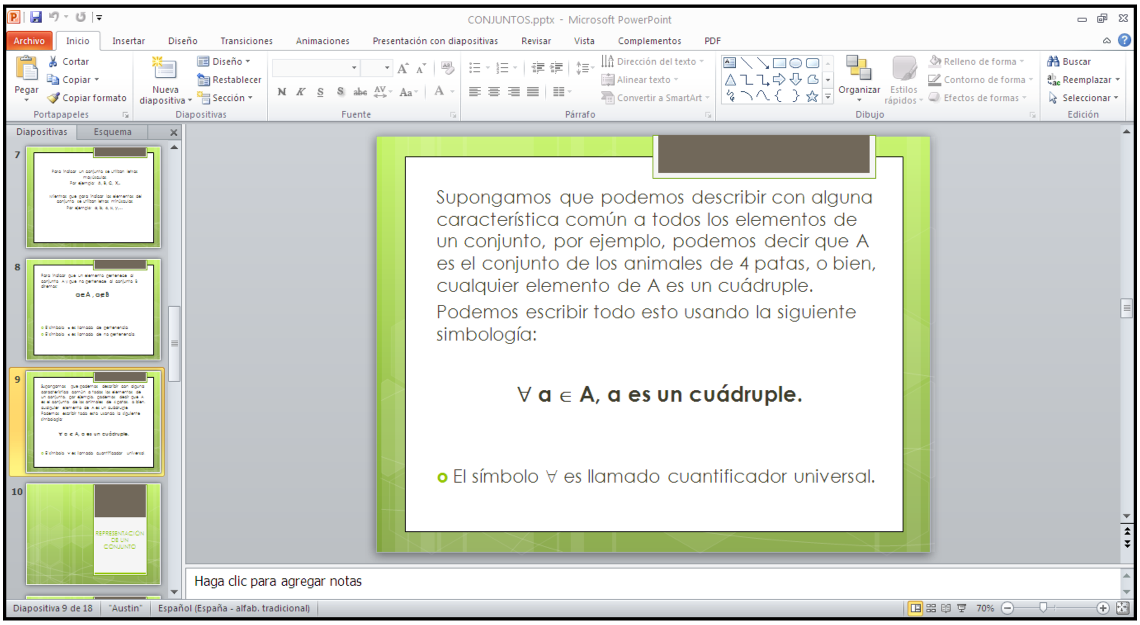
3………B, 8……….B, 9……….B, 23……….B, 27……….B

El conjunto **C** formado por las cifras del número 102.533

2……..C, 7……..C, 0……..C, 6……..C, 3……..C

Nuevamente les daremos 5 minutos a los alumnos para que realicen la actividad del mismo modo que se realizó la primera y el modo de corrección será el mismo, es decir colectivamente y oralmente.

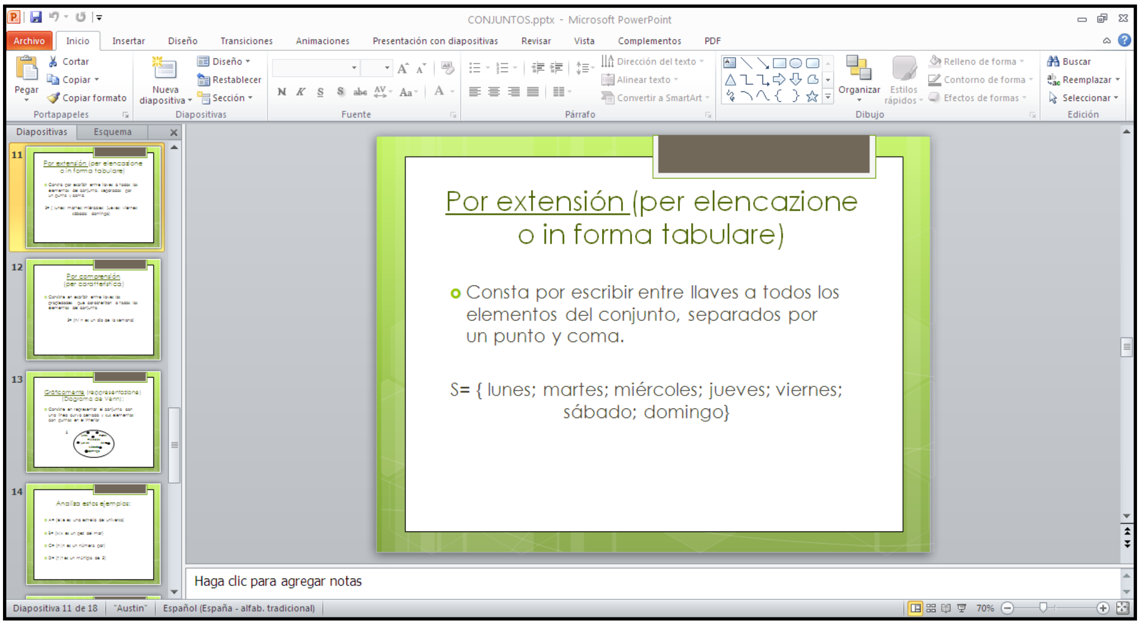
Luego a modo de que los alumnos sepan de este concepto les incorporaremos el símbolo $\forall$ pero no se realizaran actividades haciendo aplicación del mismo.

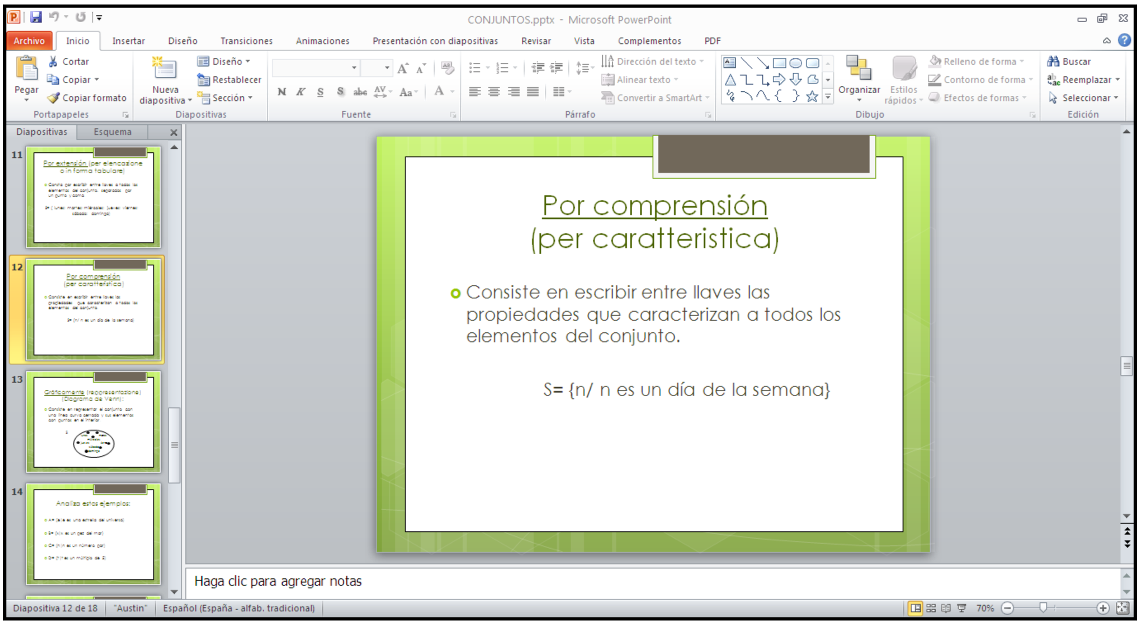


Consideramos que en la división C se va a llegar solo hasta aquí, quedando pendiente para la clase siguiente los nociones que continúan. El día miércoles se comenzara recordando oralmente lo visto hasta aquí y se retomara la presentación.

En el caso que nos sobre tiempo se continuara con la presentación de la teoría.

Luego llegaremos a las diferentes formas de representación de los conjuntos. Una vez más les introduciremos la teoría a través de las diapositivas.





Seguido a esto les diremos que respondan a la actividad 3, la cual es la siguiente:

Actividad 3: Sea A, el conjunto formado por las notas musicales. A se puede representar:

Por extensión:

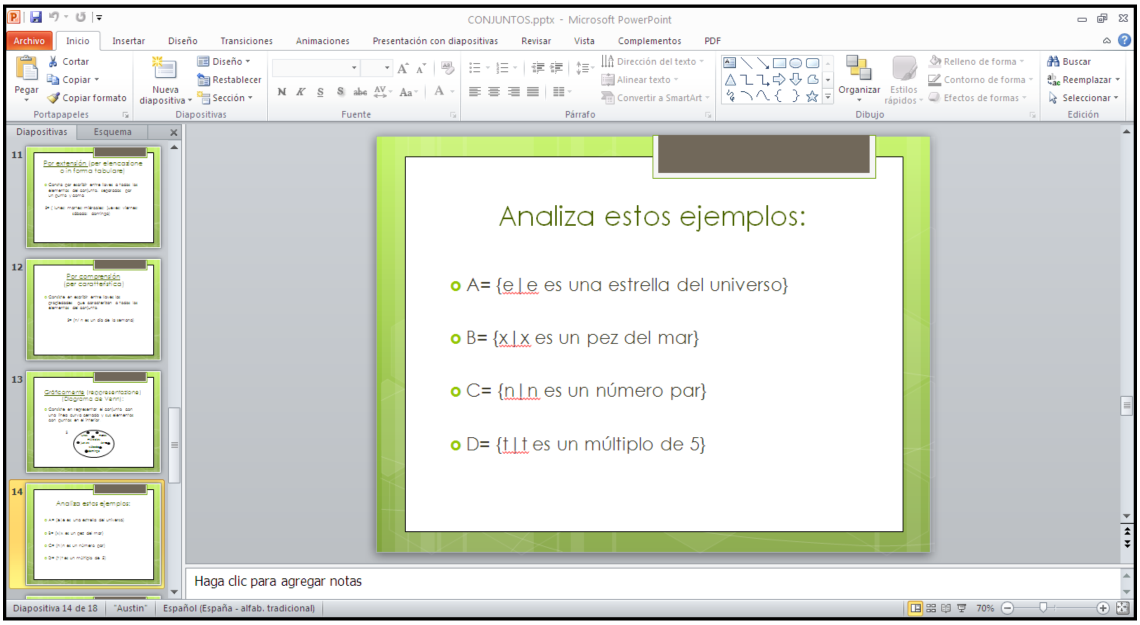
Por comprensión:

Gráficamente:

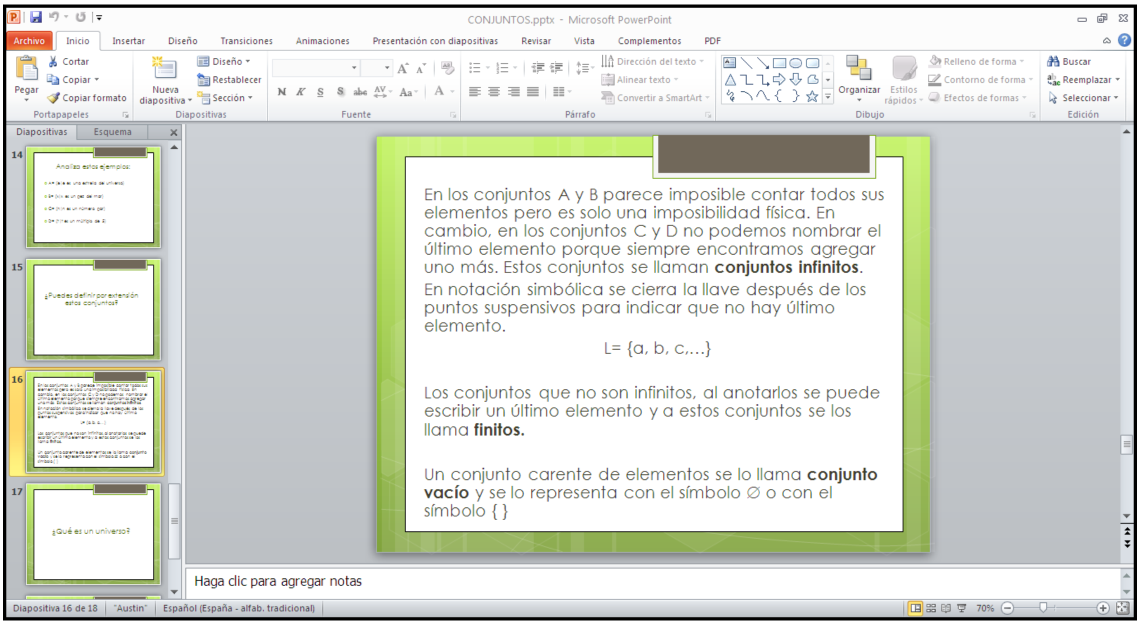
Pensamos que en esta actividad no surgirán problemas. De no ser así lo veremos particularmente con los estudiantes que tengan la dificultad ya que en esta instancia iremos recorriendo el aula y observando a los alumnos. Creemos que posiblemente el modo de representación que más les cueste es el por comprensión y se cometan errores del tipo: {las notas musicales} {n las notas musicales} {n son las notas musicales}. Vamos a tomar esto como erróneo por más que logren reconocer la característica común y vamos a aclararles que el modo correcto es: {n| n es una nota musical}

Seguido a esto vamos a añadirles a los alumnos cuando los conjuntos son finitos, infinitos y vacíos y seguiremos con el modo de trabajo que venimos aplicando, es decir que después de la teoría se resuelvan ejercicios para precisar el concepto.

Les vamos a mostrar a los alumnos la siguiente diapositiva para discutir con ellos si les parece que podemos representar por extensión estos conjuntos.



Esperamos que ellos nos digan que estos conjuntos no se pueden representar de esa manera. Entonces nosotras explicaremos que los dos primeros, por una imposibilidad física no podemos nombrar a todos los elementos, pero que en algún momento se acaban, a diferencia de los dos últimos que si son infinitos porque en estos conjuntos nunca podemos encontrar un último elemento, siempre vamos a encontrar otro y otro más. Y pondremos la siguiente diapositiva.



La actividad correspondiente a será la siguiente:

<u>Actividad 4:</u> Indica si los siguientes conjuntos son finitos o infinitos. En caso de que sean finitos, indica si son vacíos o no.

F= {x| x es múltiplo de 3}

G= {x| x es un numero natural comprendido entre 7 y 8}

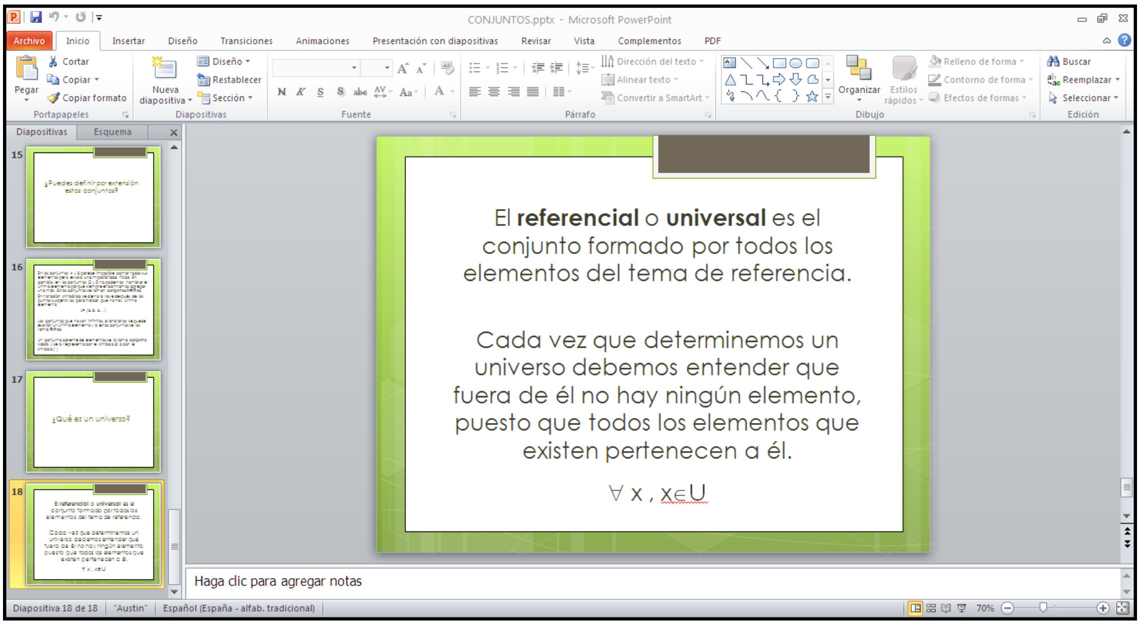
H= {x| x es un dinosaurio que habita la Tierra en la actualidad}

I= {x| x es un diario cordobés}

J= {x| x es un número impar}

A modo de cierre instauraremos una discusión acerca de que es un universo para llegar a la noción del universal

Esperamos que los chicos nos digan q un universo es el conjunto de planetas, estrellas, etc., tenemos en cuenta que una definición de diccionario es: "el conjunto de todas las cosas creadas". Luego de esta discusión se les aclara el término en matemática mostrándoles la siguiente diapositiva:



Para finalizar, la actividad de cierre del trabajo acompañado de la presentación será la siguiente:

<u>Actividad 5:</u> indica un universal en cada caso:

A= {x | x es un alumno de medicina}

B= {y | y es un alumno de ingeniería}

C= {cuaderno; lápiz; lapicera; goma}

D= {regla; libro; plasticola}

E= {tijera; hojas}

En esta actividad esperamos encontrarnos con diversos conjuntos universales, es decir con varias respuestas correctas.

A continuación se presenta la clase respectiva a los últimos 40´ de clase del día miércoles 06/08 del 3 C y el comienzo de la clase del martes 05/08 respectiva a 3 A (2hrs cátedras)

Se les presentaran los “sobres de bloques lógicos” y se les contará que cada sobre contiene 24 bloques de cartulina y que estos bloques se diferencian entre ellos por tres variables:

-Forma: Cuadrados, rectángulos, círculos y triángulos

-Color: rojo, azul y amarillo

-Tamaño: grandes y chicos

Además, dentro de cada sobre encontrarán también cuerdas.

Se les explicará a los alumnos que algunos ejercicios de la guía de actividades deberán resolverse utilizando los bloques lógicos y que el modo de trabajo que vamos a implementar será separarlos en grupos de 4 personas.

Además se les comentara que serán “observados” en esta instancia (solo en las actividades para trabajar con los bloques) y a los grupos que logren un óptimo trabajo en equipo (en donde todos colaboren y las ideas de cada integrante sean respetadas) se les sumará a cada alumno del grupo 1 punto en la evaluación, es decir, si un estudiante obtiene un 8 en la prueba entonces la nota ascenderá a un 9.

Cabe destacar que los alumnos serán observados en todo momento, solo que en esta instancia de trabajo se completará una rúbrica que se detallará más adelante. Mientras que lo observado en cuanto al trabajo individual de cada alumno será detallado en papel una vez finalizada la clase. De esta manera podremos obtener un en detalle un seguimiento de cada estudiante y su progreso.

La profesora de lengua de 3º C le comentó a Elina en su observación de día completo, que a ella le resultaba productivo armar los grupos de modo tal que no quedarán “amistades” en el grupo. De esta forma se evitaban las conversaciones que no eran referidas al tema de trabajo. Por esta razón es que decidimos que la practicante a cargo (Elina o Valeria) armara los grupos siguiendo este patrón (debido a las observaciones realizadas ya tenemos conocimientos de los grupos de amistades que se encuentran en cada curso).

Seguido a esto se procederá a designar los integrantes de cada grupo, llamándolos por sus nombres e indicándoles el lugar donde se pueden ubicar. Será una buena oportunidad, además, para preguntar aquellos nombres que todavía no hayamos podido aprender. Suponemos destinar a esto no más de 10 minutos.

Cuando los grupos ya se encuentren acomodados procederemos a entregar un sobre de bloques lógicos por grupo y se les pedirá que realicen solo la primera actividad de la guía "operaciones entre conjuntos". Esta dice lo siguiente:

"Encierre con un redondel, formado con una cuerda, todos los bloques que sean cuadrados y solos estos. En el interior de otro redondel coloque solo los cuadrados de tamaño más pequeño"

Es evidente que el redondel que encierra los cuadrados más pequeños deberá quedar contenido en aquel que encierra a todos los cuadrados, sin embargo entendemos que esta actividad puede resultar desafiante para los alumnos.

Creemos que si bien algunos alumnos comprenderán la consiga correctamente y buscarán armar los dos redondeles en simultaneo, puede llegar a haber alumnos que interpretarán la consigna erróneamente, suponiendo que deben encerrar dentro de un redondel todos los cuadrados, desarmar luego este conjunto, para después encerrar en el interior de otro redondel los cuadrados de menor tamaño. Sin embargo y frente a esta posible confusión decidimos no agregar más indicaciones a la consigna con la intención de generar en los alumnos un poco de incertidumbre y debate entre ellos. Creemos fuertemente que los grupos que procedan a realizar el "camino" equivocado, luego de desarmar el primer conjunto y armar el segundo se quedarán pensando entre ellos que la consigna pareciera no conducir a nada, que quizás deberían volver a leerla.

Mientras tanto la practicante a cargo y la ayudante circularán entre los grupos para escuchar los debates, conclusiones, preguntas y ver el procedimiento de cada grupo.

Cada practicante contará con una rúbrica por grupo que deberá completar. Esta será la siguiente:

GRUPO: ALUMNOS:

ITEMS	BAJO	BASICO	ALTO
Comprenden y respetan la consigna	Preguntan a la docente a cargo o a la ayudante que se les explique la consigna y aunque se les hace releerla siguen sin entender que es lo que se solicita.	Preguntan a la docente a cargo o a la ayudante que se les explique la consigna y luego de que se les hace releerla entienden que es lo que se solicita.	Comprenden correctamente la consigna mediante debates y opiniones grupales
Logran la contención del subconjunto	En el grupo no sale a la luz discusiones respecto a la contención de un conjunto en otro	En el grupo sale a la luz discusiones respecto a la contención de un conjunto en otro, sin embargo no concretan la actividad	Concretan la contención de un conjunto en el otro.
Logran un óptimo trabajo en grupo	Los integrantes no logran un trabajo dinámico. No se respetan las sugerencias individuales. Poseen una actitud negativa.	Los integrantes logran organizar el grupo e integran las sugerencias individuales de cada integrante.	Los integrantes logran una buena organización del grupo, buena integración de las sugerencias individuales y respeto mutuo. Trabajan con actitud positiva.

Cada practicante completará con una tilde en el casillero que más corresponda a lo observado del grupo. Además la rúbrica contara con espacios en blancos en el caso que se quiera dejar asentado algún comentario u observación en particular. Las practicantes completarán una rúbrica por grupo con las intenciones de compararlas al finalizar la clase.

La practicante a cargo enumerará los grupos y colocará los alumnos que los integran, para luego respetar esa enumeración a la hora de completar las rubricas que se plantearán más adelante sin la necesidad de escribir nuevamente todos los integrantes del grupo.

En el supuesto caso que el grupo no comprenda la consigna, la docente incitará a releerla. Si los alumnos siguen sin comprender los procedimientos de la actividad se les dirá que deben quedar plasmados los dos redondeles al mismo tiempo, es decir en simultaneo. Se espera que de este modo puedan proceder a realizar la contención del subconjunto.

Una vez que todos los grupos hallan conseguido la resolución correcta de la actividad la docente a cargo se ubicara al frente y les pedirá a los grupos que definan el conjunto de todos los cuadrados. Escribirá en el pizarrón lo que le dicten. Debido a que los alumnos ya vienen trabajando con las distintas formas de expresar los conjuntos suponemos que no se encontraran inconvenientes al definir dicho conjunto. De esta forma quedará plasmado en la pizarra:

A= {x| x es un cuadrado}

En esta planificación le llamamos A al conjunto pero entendemos que los alumnos pueden sugerir otro nombre, se tendrá total flexibilidad en este caso.

Seguido a esto se les pedirá que definan ahora el conjunto de los cuadrados pequeños y se lo expresará en el pizarrón:

B= {x| x es un cuadrado pequeño}

Nuevamente aclaramos que el nombre de dicho subconjunto será en definitiva el que le pongan los alumnos.

Luego realizaremos la pregunta “¿Qué paso con los conjuntos?”, suponemos que los alumnos dirán frases como “B quedo adentro de A” o “quedo uno adentro de otro”.

Seguido de los aportes de los alumnos la docente dirá que eso es correcto y escribirá en la pizarra:

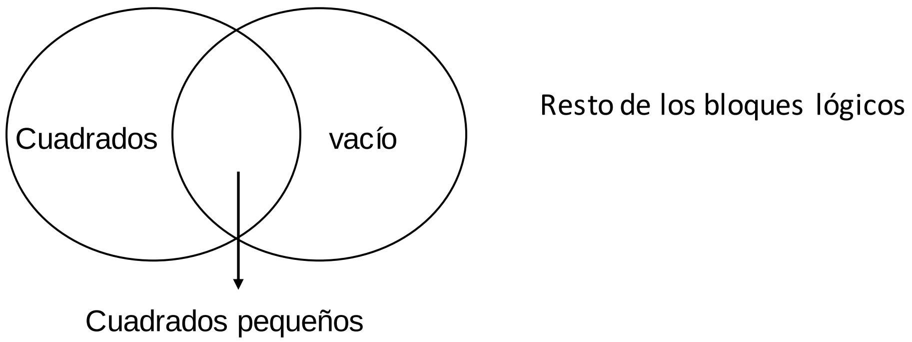
"Diremos que un conjunto C es un subconjunto de D, si todo elemento de C pertenece a D"

Esto se denota C $\subseteq$ D y se lee "C está incluido en D"

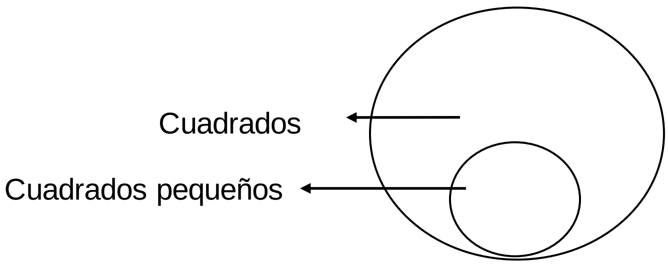
Luego la practicante le preguntará a la clase, si podemos afirmar que B $\subseteq$ A, es decir ¿los cuadrados pequeños pertenecen al conjunto formados por todos los cuadrados?, esperamos para esto una respuesta positiva. Luego escribirá:

En este caso en particular, podemos decir que B es un subconjunto de A ya que los cuadrados pequeños pertenecen al conjunto formado por todos los cuadrados.

Además, la practicante hará una puesta en común sobre una representación similar a la siguiente (en el caso que algún grupo haya planteado esta solución la puesta en común se hará anterior a definir subconjuntos):



Se les hará saber a los alumnos que la siguiente representación también es una forma correcta de dar solución a la actividad, pero que, por una cuestión de convención la forma correcta de representar los subconjuntos es la siguiente:



La practicante les pedirá a los estudiantes que dibujen el gráfico en sus carpetas.

Seguido a esto se procederá a explicar y dejar asentada la definición y un ejemplo de igualdad en la teoría de conjuntos. Escribirá:

"Diremos que dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos"

Por ejemplo, si $C=\{a; b; c; c; a\}$ y $D=\{a; b; c\}$

Se le preguntará a la clase si estos conjuntos son iguales, es decir, si ambos tienen los mismos elementos.

Esperamos de esta forma, aclarar que no es necesario repetir los elementos que forman parte del conjunto, ya que deberán poner en juego esta noción al momento de interpretar los elementos de conjuntos como {a| a es una letra de la palabra "salsicce"} ó {x| x es una cifra del número "101"}.

De esta manera la practicante a cargo concluirá en la pizarra:

C=D pues tienen los mismos elementos

Se les planteará entonces a la clase que miren el conjunto D para preguntarles ¿D es un subconjunto de D? Es probable que esta pregunta les genere incertidumbre, por ello le sugeriremos que revisen de nuevo la definición de subconjunto.

De esta forma y basándonos en dicha definición podremos concluir que todo elemento de D pertenece a D entonces $D \subseteq D$.

Luego se escribirá en la pizarra:

Si M es un conjunto entonces:

$M \subseteq M$ *(para cualquier conjunto M)*

Por convención también diremos $\varnothing \subseteq M$

Luego se procederá a dar otra definición, la de subconjunto propio:

"diremos que M es un subconjunto propio de P si:

M es un subconjunto de P

$M \neq P$, es decir que existe un elemento de M que no pertenece a P

La practicante recordará los conjuntos A y B que se habían definido en la actividad de los bloques lógicos y preguntará a sus alumnos ¿Podemos decir que B es un subconjunto propio de A? Les recordará que ya dijimos que B es un subconjunto de A, por lo tanto el primer ítem se cumpliría, y se les explicará que, nos quedaría por verificar si se cumple o no el segundo ítems, es decir ¿existe un elemento de A que no pertenece a B?. Esperamos ante esto que los estudiantes contesten positivamente aclarando que los cuadrados grandes no pertenecen a B.

Así se podrá concluir en la pizarra:

B es un subconjunto propio de A, ya que B es un subconjunto de A y $B \neq A$

También le comentará a la clase que, así como se utiliza un símbolo para especificar cuando un conjunto está incluido en otro, existe un símbolo para especificar lo contrario, es decir, cuando un conjunto no está incluido en otro. Seguido a esto anotará:

Para denotar que un conjunto M no está contenido en un subconjunto P se utiliza el símbolo $M \not\subset P$

Seguido a esto se les pedirán a los grupos que realicen de la actividad 2 a la 5 que son ejercicios donde deberán aplicar la noción recién aprendida.

Ellos son:

6) Considerando los conjuntos N y P, completa con el símbolo $\subset$ ó $\not\subset$

N= {n| n es un numero natural y $n \leq 10$}

P= {p| p es un numero natural par y $p \leq 10$}

N……….P P……….N

7) Considerando los conjuntos A , B y C, completa con el símbolo $\subset$ ó $\not\subset$

A= {a | a es una letra de la palabra “salsicce”}

B= {b | b es una letra de la palabra “sale”}

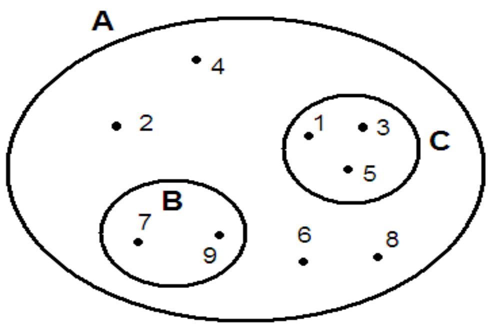
C= {c | c es una letra de la palabra “salsa”}

A…..B B…..C C…..A

B…..A C…..B A…..C

8) El siguiente gráfico representa el conjunto A y dos subconjuntos B y C.

Completa lo que está escrito a continuación:



A= {……………………………………………..}

B= {……………………………………………..}

C= {……………………………………………..}

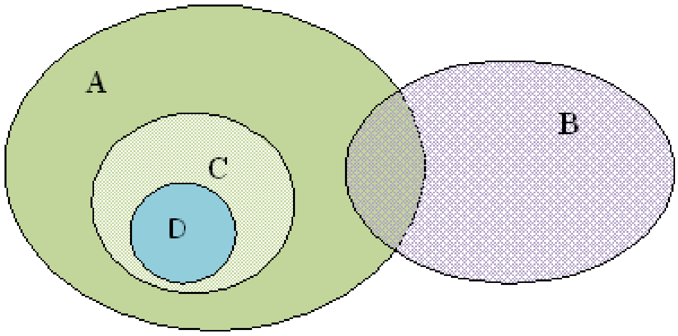
Complete utilizando los símbolos $\subset$ y $\not\subset$:

B……A

C……A

C……B

9) Observa la siguiente representación de los conjuntos A, B, C Y D y completa utilizando los símbolos $\subset$ y $\not\subset$



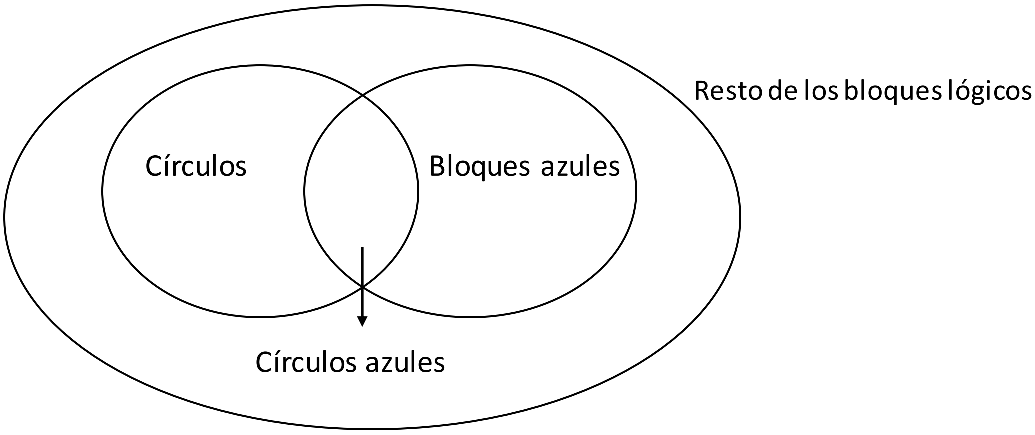
A…..B	C…..A	B…..A	D…..A
B…..C	C…..B	B…..D	C…..D

Una vez que los distintos grupos hayan realizado todos los ejercicios de aplicación y estos sean controlados al frente con los aportes de todos, se estaría dando finalización a la clase del miércoles 06/08 respectiva a 3 C.

Para continuar la clase del martes 05/08 de 3 A y dar comienzo a la clase del día viernes 08/08 de 3 C (1 hora cátedra) la practicante a cargo, les pedirá a los alumnos que realicen la actividad 6 de la guía, la cual es para realizar con los bloques lógicos.

Veamos el enunciado de dicho ejercicio: "Encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean círculos y solo estos. En el interior de otro, coloque todas aquellas piezas que sean azules y solo estas. Reúna ahora, con una tercera cuerda, todas las piezas que sean círculos o azules y solo estas"

Si bien es una actividad muy similar a la primera que se realizó con los bloques lógicos, en esta oportunidad es evidente que los redondeles tendrán que superponerse para colocar los círculos azules, de tal forma, que estén en el interior de los dos redondeles. Es decir la representación debe quedar de la siguiente manera:



Mientras los grupos de trabajo comienzan a resolver la actividad tanto la docente a cargo, como la ayudante de la docente rondarán por el aula para observar y escuchar a los estudiantes.

Suponemos que los alumnos, al ya haber realizado la actividad 1, comprenderán correctamente la consigna y será un reto para el grupo entender que los círculos azules pertenecen a los dos conjuntos que pide la consigna. Es de nuestro interés que esta deducción salga de su propia producción, de sus debates y discusiones. Por esta razón, es que intentaremos, en la medida de lo posible, intervenir lo menos que se pueda.

En el supuesto caso que notemos la falta de interés o atención en algún integrante del grupo dicha docente le llamará la atención y le pedirá que le explique la consigna, también le podrá pedir opiniones sobre la posible forma de resolución.

Si el grupo no logra concluir que los conjuntos se superponen recibirán, ahora si, ayuda de la docente o ayudante. Esta será del tipo: “Presten atención a los elementos de cada conjunto, me parece que hay un detalle que se les está pasando por alto”, seguido a esto se los dejará trabajar nuevamente solos para ver si ellos pueden descubrir la intersección de los conjuntos. Esta docente que les prestó ayuda a dicho grupo estará atenta al progreso del mismo. Si al cabo de unos minutos los alumnos siguen sin notar que los círculos azules pertenecen a los dos conjuntos, la docente les hará comentarios como “¿Qué paso con los círculos azules? ¿No notan algo extraño?, ¿son círculos entonces pertenecen al primer conjuntos pero además son azules…?. Creemos que después de esta intervención, el grupo procederá, ahora sí, a superponer los conjuntos.

Seguido a esto, la actividad pide que se reúnan ahora, con una tercera cuerda, las piezas que sean círculos o azules. Claramente esta actividad nos ayudará a introducir la noción de unión de conjuntos y lograr, además, un pasaje gradual de lo concreto de esta noción a lo abstracto.

Una vez que los alumnos ya tengan los bloques y conjuntos ordenados adecuadamente como lo solicita la consigna deberán proceder a responder las siguientes preguntas:

a. ¿Es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del tercer redondel?
b. ¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?
c. ¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del tercer redondel? ¿Es esto necesario?

¿Si no es un círculo y está en el tercer redondel necesariamente es: _____
Si no es azul y está en el tercer redondel necesariamente es: __________

¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?

El inciso a) donde se pregunta si es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del tercer redondel. Suponemos que en este momento varios alumnos se encontraran confundidos con la noción de "necesario" y se realizarán preguntas del tipo ¿Qué significa que algo sea necesario? En este momento será fundamental la intervención de la docente o ayudante para explicar que "al preguntar si es necesario que el bloque sea un círculo azul para estar dentro del tercer redondel, se está queriendo preguntar si, sí o sí necesitamos que la figura sea un círculo azul para estar en dicho conjunto". Creemos que este comentario bastará para entender el significado de necesario, matemáticamente hablando. Claramente la respuesta es NO, pues dentro del tercer redondel encontraremos, por ejemplo el círculo amarrillo, o el triángulo azul.

Las docentes estarán dando vueltas por el aula, también con la intención de ir viendo las respuestas de los grupos, pues puede pasar que el grupo no considere preguntar a qué se refiere dicha pregunta y por lo tanto puedan interpretarla incorrectamente.

De esta forma, además, no será necesaria la corrección de las respuestas al frente. Logrando de esta manera atender a las necesidades particulares de cada grupo y también un ahorro de tiempo.

Creemos que la pregunta b) también generará un poco de incertidumbre en los grupos, pues utiliza la noción de "suficiente" y nuevamente los alumnos se preguntarán el significado de esta palabra. Si bien podríamos cambiar la pregunta, de forma tal, se comprenda fácilmente lo solicitado, es de nuestro interés que los alumnos comiencen a comprender a que nos referimos al hablar de condiciones necesarias y suficientes en matemática.

Recordemos la pregunta "¿Es suficiente que un bloque sea circulo para estar dentro del tercer redondel? En forma análoga a la anterior procederemos a aclarar este concepto haciendo comentarios del tipo "suficiente quiere decir si alcanza, es decir que, si les pregunta si es suficiente que el bloque sea circular para estar dentro de conjunto en realidad está preguntando si alcanza con eso para que esté dentro del conjunto". Claramente la pregunta es Si, pues recordemos que el tercer redondel encierra aquellos bloques que sean círculos o azules.

Los incisos c) y d) son preguntas muy relacionadas con lo explicado anteriormente, mientras que el ítem e) pide que se especifiquen las piezas que quedan por fuera del tercer conjunto. La respuesta a esta pregunta será inmediata pues los alumnos están viendo que por fuera les han quedado los triángulos, rectángulos y cuadrados, ya sean de color rojo o amarrillo. Seguido a esto, el ítem e) pregunta ¿Qué propiedades tienen?, el objetivo de esta pregunta es que respondan "son no círculos y no azules" y de esta forma comenzarlos a introducir levemente en el concepto de complemento. Sin embargo no es el objetivo de esta actividad en particular, por lo tanto, no haremos mucho hincapié (momentáneamente) en este inciso. Es decir, si hay grupos que responden nuevamente “son triángulos, rectángulos y cuadrados, de color amarrillo y rojo” la docente hará comentarios como “sería más breve si dijera lo que no son, no son círculos ni bloques azules”.

Es esta oportunidad ambas practicantes completaremos una nueva rúbrica, igual a la anterior pero con una fila más:

ITEMS	BAJO	BASICO	ALTO
Responden a las preguntas/sacan conclusiones	Luego de las debidas intervenciones de la docente no concretan las respuestas correctas.	Luego de las debidas intervenciones de la docente logran concretar las respuestas correctas.	Sin necesidad de las intervenciones de la docente logran concretar correctamente las respuestas.

Una vez que todos los grupos hayan terminado de responder las preguntas, la docente a cargo pasará al frente y de forma similar a como se procedió en la primera actividad le pedirá a los alumnos que definan el primer y el segundo conjunto. De esta forma quedará plasmado en la pizarra

$$A = \{x \mid x \text{ es un bloque circular}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es un bloque azul}\}$$

Luego hará el siguiente comentario: “El tercer conjunto, el de los bloques circulares o azules, es el resultado de unir el conjunto A con el conjunto B” y escribirá:

La unión de los conjuntos A y B da como resultado un tercer conjunto y se denota $A \cup B$

$$C = A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Se les pedirá a los alumnos que anoten esto en sus carpetas junto con el diagrama resultante de la actividad y se proseguirá a indicarles que deben realizar del ejercicio 7 al 15 inclusive.

Ellos son:

7. Si I= {a; b; c; d; e; f} y L= {a; b; e; g; h}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es I∪L

d) I∪L= {a; b; c; d; e; f; g; h}

e) I∪L= {a; b; c; d; e; f; a; b; e; g; h}

f) I∪L= {a; b; e }

8. Si D= {10; 20; 30; 40; 50} y C= {100; 200; 300; 400}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es D∪C

a) D∪C= {10; 20; 100; 200}

b) D∪C= ∅

c) D∪C= {10; 20; 30; 40; 50; 100; 200; 300; 400}

9. Completa la siguiente frase:

“Si A⊂B, entonces A∪B=………”

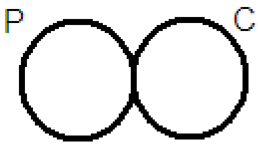
10. Si A=B, el conjunto A∪B es:

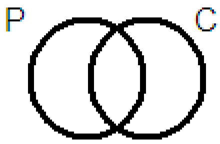
a) Vacío

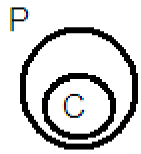
b) Es A o B

c) Es imposible determinarlo

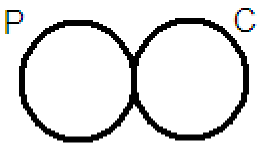
11. Sea P= {p| p es una letra de la palabra “mamma”} y C= {c| c es una letra de la palabra “serpente”}. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego, sobre el diagrama correcto, pinte P∪C

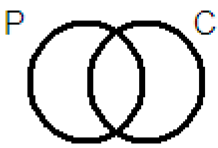


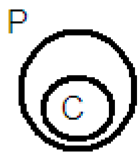




12. Sea P= {pan; agua; leche; vino} y C= {pasta; carne; pan; verdura}. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego sobre el diagrama correcto pinte P∪C







13. Sea A= {a; b; c; d; e; f; h; i; l}, B= {a; b; c; d; e} y C= {a; e; i}. ¿Cuál de las siguiente igualdades son ciertas y cuales son falsas?

A∪B=B …….	A∪C=C ……
A∪B∪C=∅ ……	A∪B=A …..
A∪C=∅ …….	A∪B∪C=B ……
B∪C=B …..	B∪C=C …….
A∪B∪C=A……	

14. Dado T= {3; 6; 9; 12} y C= {5; 10; 15}. Representa el conjunto T∪C por extensión, por comprensión y gráficamente.

15. Dado R= {r| r es un numero natural y 10≤r≤20} y O= { o| o es un numero natural y o≤20}. Represента el conjunto R∪O por extensión, por comprensión y gráficamente.

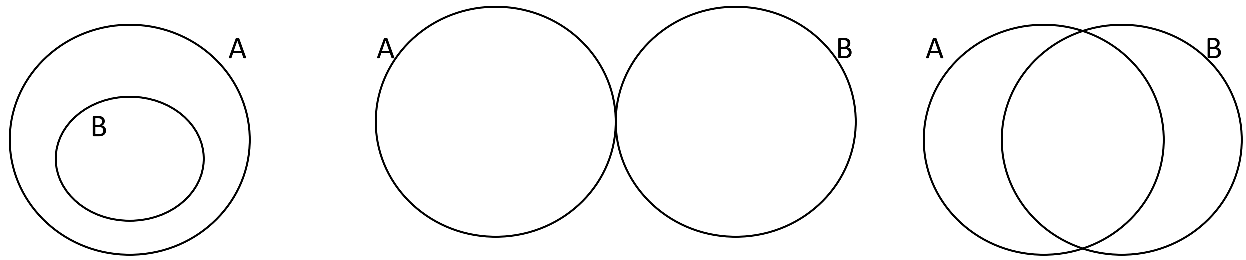
Pasado este tiempo se hará la corrección al frente. Consideramos importante aclarar la resolución del ejercicio 7. La practicante a cargo le explicará a la clase que, los conjuntos indicados por el ítem a) y b) son iguales, pero que el modo correcto de expresar un conjunto es mencionando una sola vez a cada elemento, por lo cual la respuesta al ejercicio es la a).

Con esto, se estaría dando finalización a ambas clases, tanto la del martes 05/08 (3 A) como la del viernes 08/08 (3 C). Una vez que tengamos las rubricas de cada grupo referidas a la actividad 1 y 2 compararemos y analizaremos el progreso de los alumnos y de cada grupo en particular para rever distintas cuestiones.

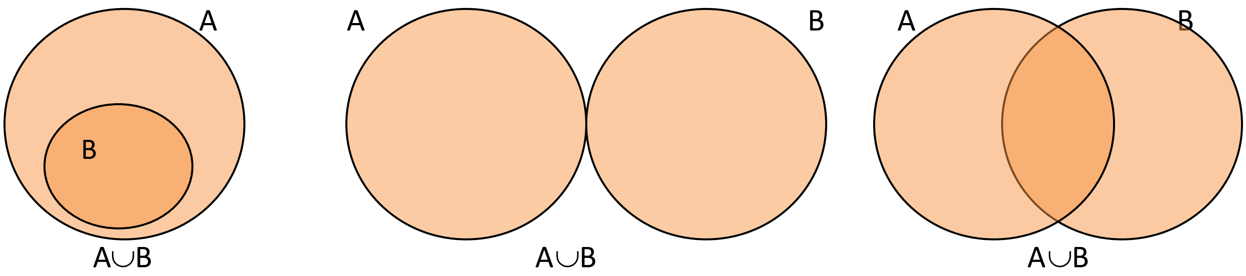
La más importante es la actividad en sí misma y junto con ella la utilización de los bloques lógicos, es decir, si los alumnos han logrado comprender la noción de subconjuntos y unión de conjuntos, y si las actividades propuestas han facilitado esa comprensión. En el supuesto caso que esto no suceda, se considerará dictar nuevamente esta clase utilizando otro método y se desestimará toda la planificación que sigue a continuación.

Si consideramos que las actividades con los bloques lógicos están cumpliendo con su objetivo pasaremos a rever si es necesario realizar cambios entre los integrantes de los grupos, ya sea por falta de interés u otras razones que consideremos de relevancia en su momento.

Para comenzar las clases de los días viernes 08/08 (3 A) y lunes 11/08 (3 C), ambas de 1 hora cátedra, practicante a cargo hará un breve repaso sobre subconjunto y unión. Dibujará en la pizarra:

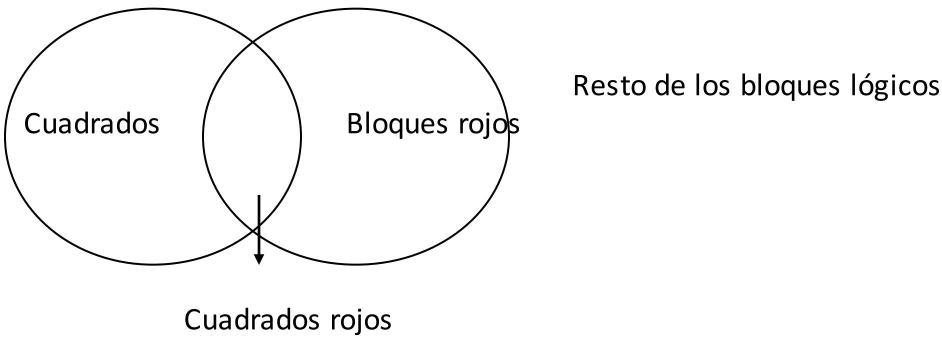


Y les pedirá a los alumnos que le indiquen donde tiene (la practicante) que pintar, si quiere colorear el conjunto $A \cup B$. De esta manera y con la colaboración de todos los estudiantes la practicante terminará su repaso coloreando los gráficos anteriores. Le quedará de la siguiente forma



Luego, se les pedirá a los alumnos que se organicen en los grupos así continúan resolviendo la guía de actividades. Se les hará entrega de los bloques lógicos y se les dirá que deben realizar la actividad número 16: "Encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean cuadrados y sólo estos. En el interior de otro redondel, coloque todas aquellas piezas que sean rojos y sólo éstos"

Veamos como quedarían plasmados los siguientes conjuntos:



Estamos en condiciones de decir que esta actividad pasó a ser un ejercicio sin dificultades para los alumnos. Ahora el desafío se encuentra en comprender que para responder a las preguntas relacionadas a la actividad van a tener que contemplar solo el subconjunto formado por la intersección de los conjuntos, es decir el subconjunto de los cuadrados rojos.

Consideramos que será necesario hacer un breve repaso del significado de las palabras “necesario” y “suficiente”. Una vez que la practicante a cargo note que todos los grupos ya expresaron los conjuntos con los bloques lógicos y estén queriendo comenzar a responder las preguntas, podría preguntar a toda la clase “¿Qué significaba que algo fuera necesario y que algo fuera suficiente? Considerando que los alumnos son muy colaborativos suponemos que algunos de ellos van a responder la pregunta, en el caso que esto no suceda la practicante le pedirá a algún alumno en particular que responda.

Recordemos la pregunta a) referida a esta actividad: “¿Es suficiente que un bloque sea cuadrado para estar dentro de los dos redondeles? ¿Es esto necesario?”.

Los alumnos ya se han encontrado con una situación similar en la actividad de unión de conjuntos donde los círculos azules pertenecían a dos conjuntos: el conjunto de los bloques azules y el conjunto de los bloques circulares; Por esta razón suponemos que los alumnos comprenderán (quizás luego de un debate entre ellos) que la pregunta va dirigida al subconjunto formado por los cuadrados rojos, pues estos bloques pertenecen a los dos conjuntos.

Nuevamente ambas practicantes estarán rondando por el aula para atender a las dudas de los grupos y escuchar sus conclusiones. Además, cada practicante tendrá una rúbrica igual a la trabajada en la actividad de unión con el propósito de dejar asentado por escrito el progreso de los grupos.

En el supuesto caso que los alumnos pidan ayuda para contestar las preguntas las practicantes harán comentarios del tipo “¿Qué bloques están dentro de los dos redondeles? o ¿qué bloques pertenecen a los dos conjuntos?”. Recordemos que los alumnos van a tener en su mesa la representación de Venn de los conjuntos y su respectiva intersección, es por esta razón es que creemos que no se van a encontrar grandes dificultades en esta actividad.

Una vez que todos los grupos hayan terminado de responder las preguntas, la practicante a cargo, de una forma similar a como se trabajó en la actividad de subconjunto y de unión de conjuntos, pasará al frente les pedirá que se definan los conjuntos trabajados en esta oportunidad. De esta forma plasmará en la pizarra:

A= {x: x es un bloque cuadrado}

B = {x: x es un bloque rojo}

Le comentará a la clase que el conjunto de los cuadrados rojos, está formado por los bloques que pertenecen tanto al conjunto A de cuadrados como al conjunto B de rojos y anotará

El conjunto formado por los cuadrados rojos se denota $A \cap B$ y se lee:

"A intersección B".

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Se les dirá a los estudiantes que junto con esta definición realicen el dibujo de los conjuntos trabajados en la actividad.

Así, les pedirá a los grupos que continúen trabajando con las actividades de la guía, de la 17 a la 23. Luego la corrección de estos ejercicios de aplicación se hará al frente y con la colaboración de todos los alumnos.

17. Si E= {10; 100; 1000; 10000} e I= {20; 200; 2000}, indique con una tilde cuál de los siguientes conjuntos es $E \cap I$

d) $E \cap I$ = { 10; 20; 100; 200; 1000; 2000}

e) $E \cap I$ = { 20; 200; 2000}

f) $E \cap I = \varnothing$

18. Si A = {1; 2; 3; 4} Y B= {3; 4; 5} determina por extensión el conjunto $A \cap B$. Dibuja el diagrama y ubica los números.

19. Calcula la intersección entre A y B

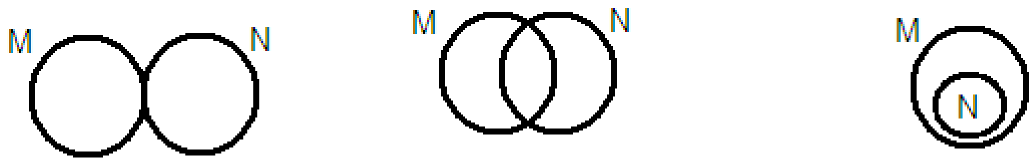
A = {1; 3; 5; 4} Y B= {1; 2; 3; 5}

A = {0; 1; 3; 2} Y B= {4; 5}

A = {x| x es un numero natural} Y B= { x| x es un numero par}

A= {x| x es una consonante} B= {x| x es una vocal}

20. Sea M= {m| m es una letra de la palabra “mattone”} y N= { n| n es una letra de la palabra “matto”} }. Identifica cuál de los siguientes gráficos representan a los conjuntos, luego sobre el diagrama correcto pinte M∩N



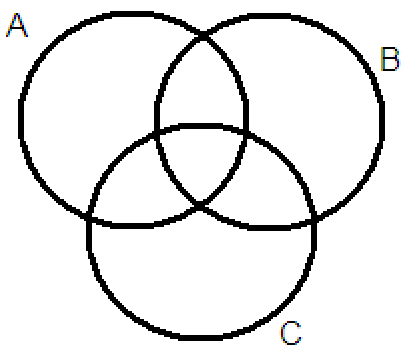
21. Completa la siguiente frase:

“Si A⊂B, entonces A∩B=………”

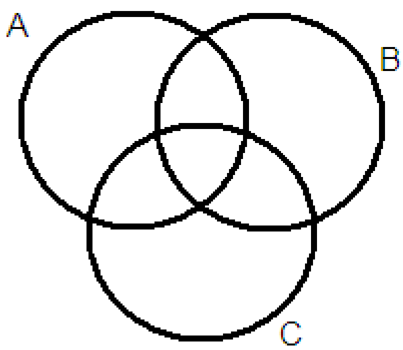
22. Dados los siguientes conjuntos, determina por extensión y gráficamente U∩A∩B

U= {1; 2; 3; 4; 5}   A= {1; 2; 3; 4}   B= {3; 4; 5}

23. Sombrea en cada esquema la zona que corresponde a la operación indicada.



(A∪B)∩C



(A∩B)∪C

Con estos ejercicios de aplicación se estaría finalizando ambas clases.

El día lunes 11/08 (3 A) y miércoles 13/08 (3 C, ambas clases de 2 horas cátedras), se procederá a realizar un repaso similar al que se realizó en la clase anterior, se dibujaran los 3 casos anteriormente dibujados y se pintara en ambos, el conjunto formado por la intersección de los conjuntos.

A continuación la practicante les pedirá a los alumnos que realicen la actividad 24 de la guía la cual nos ayudará a introducir la diferencia de conjuntos. Para esta actividad se utilizará nuevamente los bloques lógicos.

La actividad solicita:

Encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean rectángulos y solo estos. Luego encierre dentro de otro redondel aquellos bloques que sean de menor tamaño. Conteste:

¿Es suficiente que un bloque rectangular sea de tamaño grande para no pertenecer a los dos redondeles?

¿Es necesario que un bloque sea pequeño para no pertenecer a los dos redondeles?

Si es un rectángulo y no pertenece a la intersección necesariamente es:

Si es un bloque pequeño y no pertenece a la intersección necesariamente es:

Creemos fuertemente que esta actividad ya no representa ningún tipo de desafío en los alumnos puesto que ya han trabajado anteriormente con estructuras y preguntas similares. Sin embargo queremos insistir en la utilización de los bloques lógicos y este tipo de procedimientos ya que pensamos que ayuda a los estudiantes a interpretar las operaciones de conjuntos desde un aspecto concreto y colabora en el pasaje gradual hacia lo abstracto, aspecto que ayuda al alumno a la hora de realizar los ejercicios de aplicación que se les presenta después de cada actividad con los bloques lógicos.

Por la razón detallada anteriormente suponemos que no se van a presentar dudas en los alumnos, sin embargo las practicantes realizan una nueva rúbrica, (igual a la detallada anteriormente) con el objetivo de ser analizada al finalizar la clase y corroborar que los grupos están progresando y respondiendo positivamente a las actividades planteadas con los bloques lógicos. Recordemos nuevamente que en el caso en que los grupos no estén resolviendo y sacando las conclusiones deseadas se reverá la actividad y se planteará la posibilidad de cambiar el método con el que presentamos las operaciones de los conjuntos.

Notemos, además, que la actividad planteada utiliza términos ya conocidos y trabajados por los estudiantes, como "necesario, suficiente e intersección".

De forma similar a como se viene trabajando con estos ejercicios, la practicante a cargo pasará al frente una vez que los grupos hayan resuelto todas las preguntas y están hayan sido controladas. Se les pedirá a los alumnos que definan el conjunto formado por los rectángulos y el conjunto formado por los bloques de menor tamaño, de esta manera quedara expuesto en la pizarra:

A= {x| x es un bloque rectangular}

B = {x| x es un bloque pequeño}

Le comentará a la clase que el conjunto de los rectángulos grandes, está formado por los bloques que pertenecen tanto al conjunto A pero no al conjunto B.

Un tercer conjunto formado por los rectángulos grandes se denota A-B ó A\B y se lee: "A menos B"

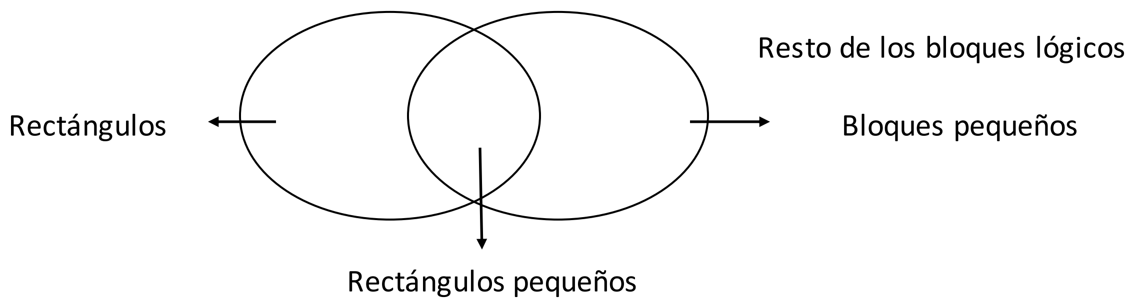
$$A\backslash B = A-B = \{x|\ x \in A \wedge x \notin B\}$$

La practicante, además comentará que al conjunto formado por los bloques de menor tamaño que no son rectangulares también lo podemos mirar como la diferencia entre conjuntos y anotará en el pizarrón:

El conjunto formado por los bloques de menor tamaño que no son rectangulares es el conjunto B-A

$$B \setminus A = B - A = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$$

Se les pedirá a los alumnos que junto con sus anotaciones realicen el diagrama de la actividad. Este le quedará de la siguiente forma:



Acto seguido se les pedirá a los grupos que realicen las actividades 25, 26, 27, 28, 29 y 30 de la guía. Ellos son:

25. Sean A= {a; b: c; d; e} y B= {b; c}

    Determina: A – B y B – A

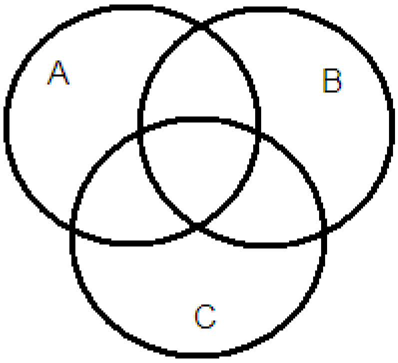
    Dibuja el diagrama de Venn general y ubica las letras

    Dibuja el diagrama de Venn particular de cada operación y píntalo.

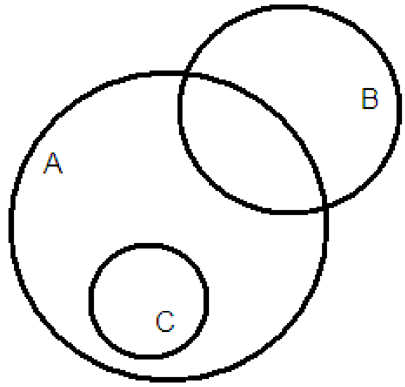
26. Sean los conjuntos C= {c| c es una sílaba de la palabra “panettone”} y D= {d| d es una sílaba de la palabra “torrone”}. Representa por extensión y gráficamente los conjuntos C-D y D-C

27. Sean los conjuntos C= {c| c es un múltiplo de 3 y 3<25} D= {d| d es un múltiplo de 4 y d<25}. Representa por comprensión y gráficamente los conjuntos C-D y D-C

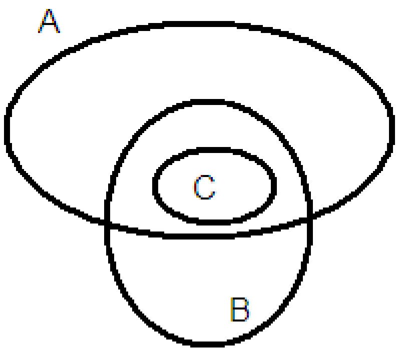
28. Sombrea en cada esquema la zona que corresponde a la operación indicada



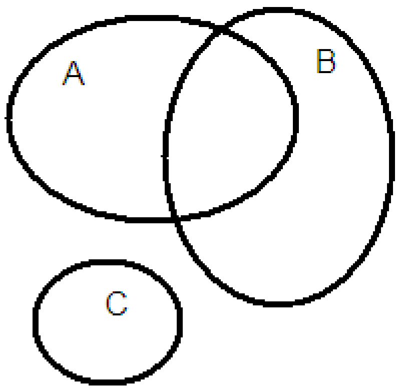
(A∩B)-C



(A-B)-C

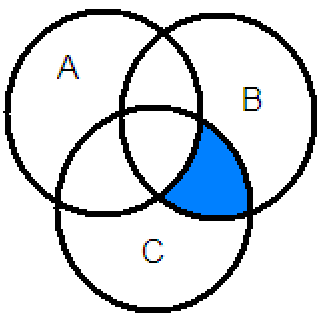


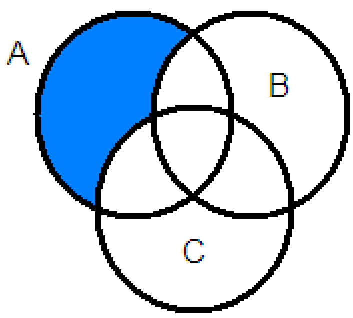
(A∪C)-B



A∩(B-C)

29. Escribe la operación indicada:





30. a) Define por comprensión los siguientes conjuntos:

A= {3; 4; 5} B={5 ; 6; 7} C={1; 3; 5 ;7}

b) Representa los conjuntos gráficamente, ubica los números.

c) Defina por extensión:

i. $(B \cap C)-A$

ii. (A-B)-C

iii. $(A \cap B)-C$

Para finalizar con la teoría de conjuntos la practicante a cargo dará comienzo a la actividad 31 una vez que se hayan controlado todos los ejercicios de aplicación. La actividad solicita: “encierre dentro de un redondel, todas las piezas que sean triángulos amarillos y solo estos”

Las preguntas respectivas a dicha actividad son:

¿Es necesario que un bloque sea, a la vez, no triangulo y no amarillo para estar fuera del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea no triangular para estar fuera del redondel? ¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque no sea amarillo para estar fuera del redondel? ¿Es esto necesario?

Si es un triángulo y está fuera del redondel necesariamente es: _______

Si es amarrillo y está fuera del redondel necesariamente es: ____________

¿Qué piezas quedan por fuera? ¿Qué propiedad tienen?

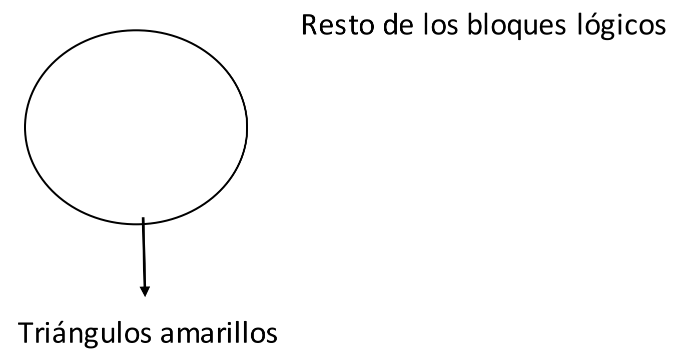
Una vez completadas todas las rúbricas de cada grupo y que los mismos hayan completado sus respuestas la practicante procederá a definir el conjunto formado por los triángulos amarillos y escribirá

A= {x| x es un triángulo amarrillo}

El conjunto formado por los bloques que no son triángulos amarillos se denota A^c y se lee "A complemento"

$$A^c = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$$

El grafico que deberán incluir los estudiantes a sus carpetas será un esquema muy similar al siguiente:



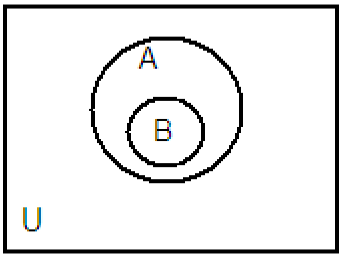
Con esta teoría los alumnos ya estarán en condiciones de terminar la guía de actividades y poder aplicar los conceptos aprendidos.

32. Sabiendo que el universal U= {manzana; uva; pera; mango; melón; banana} y A= {manzana; banana; pera}. Indique A^c.

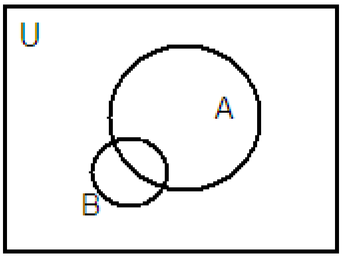
33. Si U= {x| x es un numero entero} y M= {x| x es un numero entero positivo}. Indique M^c

34. Si U= {1; 2; 3; 4; 5; 6}, A= {1; 2; 3} y B= {2; 3; 4; 5}. Representa los conjuntos gráficamente e indique $(A \cup B)^c$ y $(A \cap B)^c$

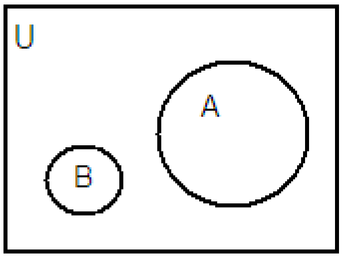
35. Colorea la región indicada:



$(A \cup B)^c$



$(A \cap B)^c$



$(A \cup B)^c$

De esta manera se estaría dando finalización a las clases especificadas anteriormente. El día martes 12/08 los alumnos de 3º A tienen 2 horas cátedras de clases, a diferencia de 3 C, que por el motivo de tener clases de geometría no poseen esta clase “extra”. Para dicho día, se les pedirá a los alumnos que realicen la siguiente guía de actividades a modo de repaso para la evaluación.

Esta guía la puede resolver en grupos, o no, en excepción del ejercicio 5 que es para trabajar con los bloques lógicos y por lo tanto en grupo, pero con la diferencia que esta vez, pueden organizarse en grupos como ellos lo deseen.

Esta guía de actividades es la siguiente:

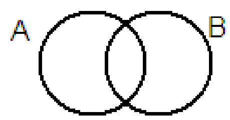
<u>GUIA DE REPASO</u>

1) Dados los siguientes conjuntos U= {1; 2; 3; 4; 5}, A= {1; 2; 3; 4} y B={3; 4; 5}.
Determina por extensión:

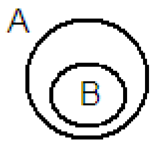
a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A - B$
d) A^c
e) B^c

2) Colorea la zona indicada

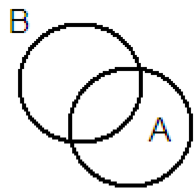
a) AUB



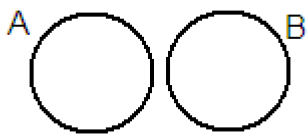
b) A∩B



c) A-B



d) B-A



3) Dados los conjuntos A= {a; f; c; r; m; p}, B= {m; p} y C= {a; f; h; x}

a) Representa los conjuntos en diagrama de Venn

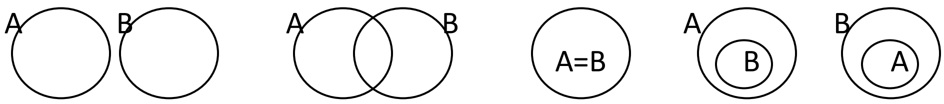
b) Completa:

   a) a……….B
   b) f………..C
   c) B……….A
   d) A……….C
   e) x……….C
   f) m……….C

c) Defina por extensión. Además dibuja el diagrama de Venn particular de cada operación y colorea la región indicada.

a) $A\cup C$
b) $A\cap B$
c) $A\cap C$
d) $A\cap B\cap C$
e) $(A-B)-C$
f) $(A\cup C)-B$

4) ¿Cuál de los siguientes esquemas me sirve para representar en cada una de las situaciones? ¿Cuál es el más conveniente en cada caso?



1º) A= {3; 8; 9; 1}   B={3; 8}

2º) A= {x| x es una letra de la palabra "toma"}

B= {x| x es una letra de la palabra "mota"}

3º) A= {a; b; c}   B= {a; e; I; o; u}

4º) A= {x| x es un numero par y $x\leq 8$}   B= {1; 3; 5; 7}

5º) A= {a; b; c; d}   B={c; d; e}

6º) A= {Diego}   B= {Verónica; Diego}

5) <u>Actividad para realizar con los bloques lógicos:</u> Sea A= {a| a es un bloque amarrillo}, C={c| c es un bloque cuadrado} y G= {g| g es un bloque grande}

Define por comprensión:

a. $A\cup C\cup G$
b. $A\cap C\cap G$
c. $(A\cup C)\cap G$
d. $(A-C)\cup G$
e. $(C\cup A)^c$

La practicante a cargo realizará la corrección colectivamente y como lo venía haciendo con las guías anteriores.

La clase siguiente será el día de evaluación, viernes 12/08 en ambos cursos y dicha clase contará de 1 hora cátedra. Para esto, las practicantes ya se habrán reunido para comparar rúbricas y decidir que estudiantes obtienen el punto extra en la evaluación. De esta forma los alumnos serán informados antes de la prueba quienes son los beneficiados.

Debido una sugerencia de la profesora del curso, es que decidimos realizar la entrega de los trabajos prácticos (referidos a conjuntos) 5 minutos antes de finalizar la clase. De esta forma se evitan las distracciones en los alumnos y la pérdida de tiempo, para de ésta manera, comenzar el tema nuevo.

Esta entrega será realizada el día que los trabajos sean controlados.

Se les explicará a los alumnos que, en las próximas dos semanas haremos una introducción al tema funciones. Para ello trabajaremos con actividades que serán de utilidad para aprender a leer e interpretar gráficos y tablas. Dichas actividades son extraídas de la realidad, con relaciones y sucesos que pasan cotidianamente. De esta manera, además, se le dará un sentido al repaso que hicieron de ejes de coordenadas y pares ordenados.

Se les comentará, que si bien la practicante les tomará una evaluación respecto a este tema, después lo continuarán con la profesora del curso.

En las siguientes actividades que corresponden al tema funciones pensamos destinar en cada una de ellas 40 minutos aproximadamente, es decir una hora catedra. En el supuesto caso que los alumnos lleven a cabo la actividad en menos tiempo, procederemos con el ejercicio inmediato.

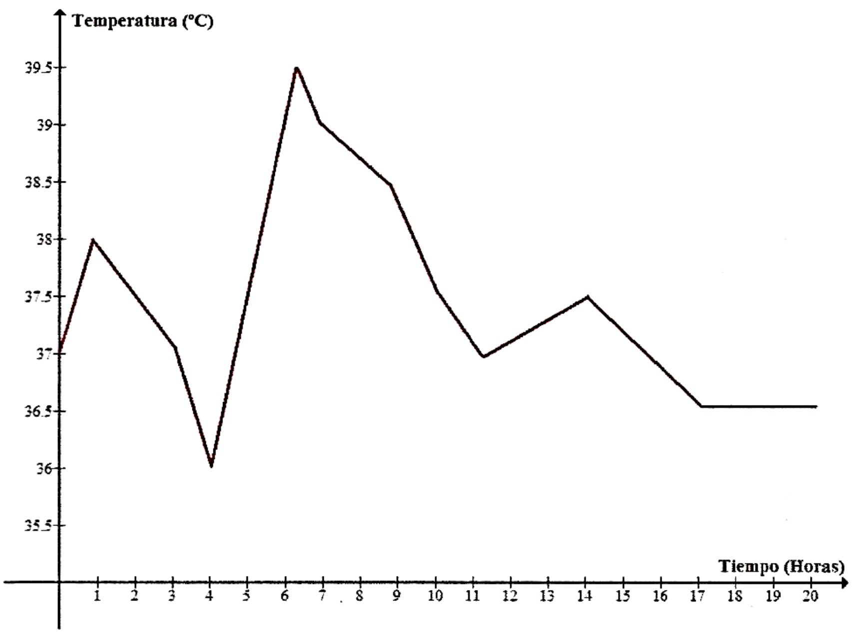
Con la intención de introducir a los alumnos en el trabajo de interpretación de gráficos es que decimos comenzar con la siguiente actividad.

Dicho problema estará disponible para los alumnos en una fotocopia que les será entregado por las practicantes.

Consideramos darles 15 minutos para que lo lean e intenten responder a las preguntas propuestas.

Actividad 1:

Patricio se levantó con fiebre, su hermana Sofía se encargó de tomarle la temperatura a distintas horas del día. El siguiente grafico representa la evolución de la misma durante ese día



a) ¿Cuáles son las magnitudes relacionadas en este problema? ¿En qué unidad de medida están expresadas?

b) ¿Durante qué periodo de tiempo se tomaron los datos de la temperatura?

c) ¿Entre qué valores osciló la temperatura de Patricio?

d) ¿Cuál fue la máxima temperatura y cuándo la alcanzo?, ¿cuál fue la mínima y cuándo se alcanzó?

e) ¿Cuándo la temperatura llego a 38°?

f) ¿Cuál era la temperatura transcurridas las 14hs?

Una vez pasado los 15 minutos se colocará en la pizarra el gráfico hecho en un afiche blanco, y realizará un debate grupal sobre las respuestas logradas. Este debate se realizará de igual forma a la que se trabajó con conjuntos.

En cuanto a la pregunta a) que solicita las magnitudes relacionadas con el problema, esperamos que los alumnos logren, sin complicaciones ni confusiones, dicha respuesta. Es una pregunta que los estudiantes a la que deben estar acostumbrados a responder en asignaturas como física, donde se relacionan diferentes magnitudes y medidas.

Para el ítem b) se requiere que observen el eje de las abscisas (recordemos que a los alumnos, en semanas anteriores se les recordó la noción de par ordenado, ejes de coordenadas: abscisas y ordenada al origen) y, a través de la misma, reconozcan el tiempo durante el cual se tomó la temperatura. Notemos que en este caso el tiempo está, en su totalidad, representado en el eje de las abscisas: desde un primer momento hasta la hora 20, por lo cual, con solo mirar el último número representado nos da la respuesta a la pregunta.

En el apartado c) se requiere que observen el eje de las ordenadas para dar respuesta a la pregunta. En este caso, a diferencia del ítem anterior, no solo basta con reconocer donde se ubica la temperatura, si no interpretar que ésta no oscila entre 35.5 °C y 39 °C (como muestra la representación del eje de las y) si no entre 36 °C y 39 °C (como lo muestra la gráfica). Creemos que los alumnos, guiados por lo realizado en el ítem anterior, cometerán dicho error.

Los ítems d, e y f los ayudarán a ir aprendiendo a "leer" una gráfica. Esperamos que les genere incertidumbre y dudas, es por esta razón que decidimos que los alumnos trabajen en grupo o con su compañero de banco. Las practicantes irán recorriendo el aula para responder las particularidades de cada grupo. En el debate grupal se hará un profundo hincapié en la resolución de estas consignas.

Luego de este debate, procederemos con la siguiente actividad:

Actividad 2:

Carolina y Sabrina trabajan en la misma empresa. Carolina tiene auto y suele pasar a buscar a Sabrina para ir juntas a trabajar.

Observen el gráfico, que muestra como varia la distancia recorrida por Carolina desde que sale de su casa hasta que llega a la empresa, y contesten las preguntas:

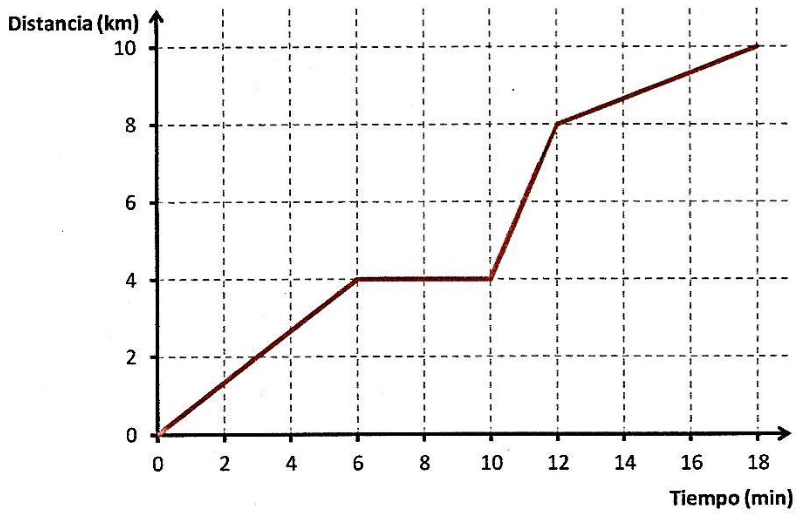
a) ¿Cuánto tarda en llegar a la casa de Sabrina? Expliquen cómo se dan cuenta en el grafico

b) ¿A qué distancia de la casa de Carolina se encuentra la de Sabrina?

c) ¿Cuánto tiempo la espera?

d) En una parte del trayecto van más rápido porque utilizan una autopista ¿Qué parte de la gráfica es la que corresponde a este tramo? Expliquen cómo se dan cuenta en el gráfico.

e) ¿A qué distancia se encuentra la empresa de la casa de Sabrina?



Pediremos a los alumnos que resuelvan las preguntas con su compañero de banco o en grupo, dándoles de esta manera libertad de trabajo y favoreciendo las discusiones que se puedan generar.

Mientras la practicante a cargo recorre el aula respondiendo las dudas de los alumnos, su par pedagógico realizará el gráfico en la pizarra.

Se les preguntará qué dice el problema a modo de que toda la clase logre una buena comprensión del mismo, y que todos sepan a qué se corresponde el grafico y se pueda comenzar a dar respuesta a las preguntas.

Como el problema comienza diciendo que Carolina pasa a buscar a Sabrina para ir juntas a trabajar, puede pasar que los alumnos, en primer momento consideren que el gráfico es desde la casa de Carolina hasta la de Sabrina, de ser así, o ante cualquier otra mala interpretación del problema, les pediremos a los alumnos que vuelvan a leer el problema.

Suponemos que los alumnos van a considerar que el gráfico muestra la trayectoria de la casa de Carolina hacia el trabajo de la misma, es decir como el "camino" que ella recorre, teniendo en mente la funcionalidad de un mapa.

Creemos que a los alumnos les costará notar en el gráfico cuándo Carolina llega a la casa de Sabrina. De ser así les diremos que observen ¿qué pasa con la distancia a lo largo del gráfico? ¿En algún momento Carolina se "queda quieta" y el tiempo sigue transcurriendo? Esperamos que los alumnos respondan que a los 4km Carolina se "queda quieta", entonces les preguntaremos ¿qué creen que paso en ese momento? Y esperamos que de esa manera se den cuenta de que en ese momento está pasando a buscar a Sabrina y así logren dar respuesta a la consigna.

Una vez respondida la consigna anterior, y luego de nuestra ayuda creemos que en los apartados b y c no va a haber complicaciones, ya que la interpretación necesaria para estos ítems era similar a la del ítem anterior, solo quedan cuestiones relacionadas con la lectura del gráfico.

En el ítem d los alumnos van a tener que volver a recurrir a la interpretación. En este caso puede pasar que los alumnos comiencen a calcular velocidades en cada tramo del trayecto para luego compararlas, y saber así cuándo fue más rápido. No consideraremos esta respuesta como mal. Sí les explicaremos que se puede hacer de manera más simple analizando y comparando la cantidad de kilómetros recorridos y el tiempo empleado en los diferentes tramos.

Por último, el ítem e requiere nuevamente una buena lectura del gráfico.

Con la idea de que los chicos usen vocabulario matemático, y también facilitarles la comprensión de los gráficos les haremos leer de sus fotocopias:

"el tiempo, la distancia, la temperatura, el peso, el volumen, entre otras magnitudes que se pueden encontrar en los diferentes problemas, tienen el nombre de variables. Una variable es aquello que puede cambiar, que puede tomar diferentes valores. En los ejercicios anteriores se puede notar que entre las variables existe una relación."

En el gráfico, la variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente, a la que usualmente o también por convención matemática llamamos "x". Y la que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente, a la que usualmente llamamos "y". Como sus nombres los indican, "y" depende de "x".

A continuación presentaremos actividades con tablas para que los alumnos comiencen a realizar determinadas relaciones entre variables y mediante la interpretación de la tabla puedan dar respuesta a las preguntas.

En este problema, a diferencia de las actividades anteriores, la información está dada por una tabla, y los alumnos, en esta oportunidad, deberán ser capaces de realizar un gráfico con la información brindada.

<u>Actividad 3:</u> en el Observatorio Meteorológico de la ciudad de Córdoba se midieron en distintos momentos del día 29 de julio las siguientes temperaturas:

Hora	Temperatura
0	2°
2	-1°
4	-1°
6	3°
8	8°
10	9°
12	13°
14	16°
16	15°
18	9°
20	5°
22	3°
24	1°

1) Realiza el gráfico correspondiente a los datos de la tabla
2) En función de la información presentada , responde:

a) ¿Cuál es la temperatura a las 10 hs? ¿Y a las 21 hs?

b) En un cierto momento del día la temperatura era de 9°, ¿se puede saber a partir de la tabla qué hora era?, ¿y si la temperatura hubiese sido de 7°

c) ¿En qué momentos del día la temperatura se mantuvo estable?

d) ¿En qué momentos del día la temperatura subió y en cuáles bajó?

e) ¿Cuál habrá sido la temperatura máxima de ese día y a qué hora?

Aquí hay preguntas que no se pueden contestar exactamente, sino de manera aproximada, por ejemplo ¿cuál fue la temperatura a las 21hs?

Posiblemente los alumnos no vean la posibilidad de darle respuesta alguna por que solicitamos la creación del gráfico correspondiente. Dentro del mismo vamos a considerar la posibilidad de hacer ciertos supuestos acerca del comportamiento de la temperatura, ya que dicho fenómeno es continuo. Les vamos a aclarar a los chicos que en la tabla también podríamos haber realizado los mismos supuestos pero que el gráfico es una herramienta que nos ayuda a ver de otra manera la información que poseemos.

Luego del debate grupal sobre la resolución de la actividad, la practicante hará una puesta en común con los alumnos para resaltar las distintas opciones de representar la misma información.

Notemos que hay personas con varias formas de captación de información, algunas se caracterizan por lo visual y en este caso es conveniente ver la información por gráficas. Mientras que otras, preferirán las tablas porque así no solo se concentran en la manera cómo han enfocado la información sino que incluso verán más información que la que está en la tabla, realizando ciertos supuestos, porque su cerebro ya encontró algunas piezas adicionales que a simple vista no resaltan (como por ejemplo máximos, mínimos, regularidades, etc.)

A continuación, les daremos las siguiente actividad con la finalidad de que los alumnos realicen el proceso inverso del que venían haciendo, en este caso, mediante una narrativa deberán dibujar la gráfica que lo representa.

<u>Actividad 4:</u>

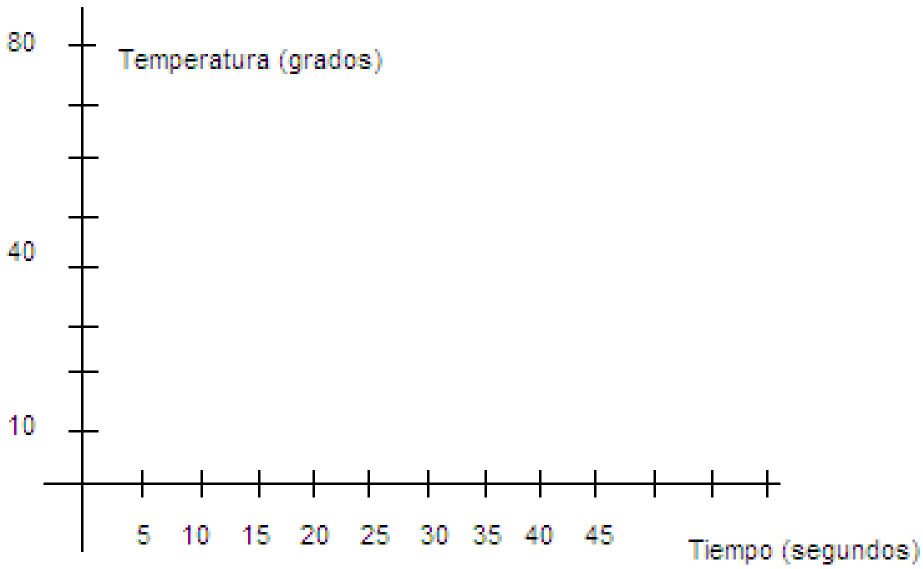
En una fábrica se están probando tres sistemas de regulación automática de la temperatura del agua de una ducha. En todas las duchas el agua sale inicialmente a 10º y se pretende que la temperatura del agua se estabilice en 40 º. Las personas que prueban los tres sistemas A, B y C dan los siguientes informes

A) Funciona muy bien. En 10s alcanza la temperatura adecuada (40º) sin altibajos y después se mantiene todo el rato igual.

B) El agua sale a 10º los 10 primeros segundos, para subir muy bruscamente hasta alcanzar los 80º a los 15 s exactos. Desde los 15 a los 20 segundos, la temperatura desciende sin altibajos hasta los 40º, que se mantienen constantes a partir de los 20 segundos.

C) No hay manera de ducharse. En los 5 primeros segundos la temperatura asciende sin altibajos hasta 40º pero no se mantiene. A partir de los 5 segundos, siempre pasa lo mismo: se enfría hasta 20º en otros 5 segundos, vuelve a subir hasta 40º en los 5 segundos siguientes, baja hasta 20º en los 5 segundos siguientes, vuelve a subir hasta 40º en los 5 segundos siguientes y así todo el tiempo restante.

1. Exprese en este sistema de ejes coordenados en diferentes colores, el funcionamiento de las tres duchas:



2. Si se ponen en marcha las tres duchas a la vez

a) ¿En qué instante estará el agua de las tres duchas a la misma temperatura?

b) ¿Podría ocurrir que las temperaturas de B y C sean iguales, pero distintas de la de A? De ser así, ¿para qué valores del tiempo t?

c) ¿Podría ocurrir que las temperaturas de A y C sean iguales pero distintas de la de B? De ser así, ¿para qué valores del tiempo t?

d) ¿Hay algún período de tiempo en el que la temperatura de C es superior a la de A y B?

e) ¿Hay algún período de tiempo en el que la temperatura de A es superior a la de B y a la de C? ¿Para qué valores del tiempo t?”

En una primera instancia habíamos pensado en la posibilidad de trabajar únicamente con dos duchas, teniendo en cuenta que es la primera vez que los alumnos construirían gráficas basadas en un relato. Luego decidimos no modificar el ejercicio porque nos parece interesante el desafió que éste propone, ya que a nuestro entender, los alumnos cuentan con las herramientas necesarias y/o suficientes para dar respuesta al problema.

Les aclararemos a los alumnos que el problema consta de dos actividades y que comenzaremos leyendo la primer parte del problema.

Una vez leída la parte 1) del ejercicio, le preguntaremos a los alumnos ¿De qué se trata el ejercicio?, ¿qué me está pidiendo que haga?, ¿de qué manera? Esperamos que después de esta discusión verbal quede claro que hay que graficar en un mismo sistema de coordenadas el funcionamiento de las tres duchas. Les haremos el siguiente comentario: “piensen lo que venimos haciendo, pero esta vez es al revés, ustedes tienen que hacer el gráfico”.

Para resolver esta primera actividad vamos a llevar un afiche blanco con los ejes de coordenadas y su respectiva cuadrícula, donde el tiempo tendrá una escala que va de 5 en 5 unidades y la temperatura de 10 en 10 unidades, de manera que este afiche sea una ampliación del presentado en la fotocopia.

Esto lo realizaremos con la intención de ahorrar tiempo y buscar la mayor precisión posible. Además, llevaremos cinta de papel para pegar dicho afiche en la pizarra, tizas de colores y un trapo, ya que comprobamos que se puede escribir y borrar la tiza del afiche con un trapo seco.

Preguntaremos si alguien se ofrece a pasar al frente para realizar el gráfico de la ducha, si bien la actividad será resuelta colectivamente (entre toda la clase), este alumno será el encargado de escribir la respuesta que todos acuerden; además de obviamente intervenir en las discusiones. Si nadie se ofrece estaremos obligadas a elegir a algún alumno de forma aleatoria.

A continuación, preguntaremos ¿por dónde comenzamos? Pensamos que en este momento los alumnos leerán la consigna nuevamente pero de manera individual y surgirán preguntas del tipo:

¿Qué significa sin altibajos? Ante la cual haremos un pequeño análisis con ejemplos en la pizarra para esclarecer el concepto.

Suponemos que luego dirán que en 10 segundos alcanza la temperatura adecuada, que son 40º. Ante esto creemos que pueden surgir dos situaciones diferentes, la primera que se tienda a trazar una recta que conecte el segundo 0 y la temperatura 0º con el segundo 10 con la temperatura 40º.

La segunda situación posible es que se proponga marcar solo el punto que une el segundo 10 con la temperatura 40º.

Analizaremos por separado nuestro proceder en cada situación.

Ante la primera haremos la siguiente pregunta "¿A qué temperatura sale el agua en el segundo 0, es decir apenas abro la ducha?, suponemos que como los alumnos vienen trabajando con interpretación de gráficos no surgirán inconvenientes a la hora de responder que, según el gráfico, el agua está saliendo a temperatura 0º. A lo que repreguntaremos ¿Y puede el agua a 0º salir de la ducha? ¿En qué estado está el agua cuando está en 0º? Esperamos ante esta pregunta que se percaten de que se está cometiendo un error al graficar. Seguido a esto le pediremos a algún alumno que lea nuevamente el problema desde la introducción. Cuando llegue a la frase "En todas las duchas el agua sale inicialmente a 10º ..." lo cortaremos y preguntaremos ¿qué me está diciendo ahí? Esperamos de esta forma que puedan corregir el error ocasionado (conectando así el punto (0,10) con el punto (10,40).

Ante la segunda situación preguntaremos ¿Qué pasó los primeros 10 segundos? Suponemos que leerán nuevamente lo correspondiente a la ducha A y harán comentarios del tipo “-no nos dice nada-”, ante lo cual repreguntaremos ¿y es posible que no pase nada? De manera análoga a la primera situación (es decir releyendo desde el enunciado) quedará graficado correctamente esos 10 primeros segundos correspondientes a la ducha A.

En el caso real de que un/los alumno/s se den cuenta la forma de graficarlo correctamente desde el principio, toda esta explicación carecería de sentido y se podría evitar. En este caso indagaremos a él/los alumno/s preguntándole/s el porqué de esa respuesta, y también podemos decirle que nosotras opinamos diferente, dándole/s una respuesta incorrecta y pidiéndole/s las justificaciones del porqué de lo que afirma/n, si para nosotras es de otro modo. Luego explicaremos porqué la respuesta del/los alumno/s es verdadera, y la nuestra falsa; para, de este modo no generar confusiones. Preguntaremos si están todos de acuerdo.

En caso contrario, es decir, en el caso de que los alumnos no participen, iremos interrogándolos personalmente, por ejemplo:

- Lucia, ¿qué puedo hacer?
-Juan, ¿cómo puedo empezar?
-chicos, ¿se entiende la consigna?

Y sino, también haremos expresiones alentadoras para que se animen, como por ejemplo: "¡vamos a ustedes les va a salir!”, "den vuelta páginas y fíjense en lo que hacíamos", "lean de nuevo el enunciado".

A continuación, para terminar con este primer gráfico preguntaremos qué significa para ellos “se mantiene todo el rato igual” como ellos ya vienen interpretando gráficos suponemos que esto va a ser graficado correctamente.

Terminado este gráfico pasará otro alumno a realizar el gráfico de la ducha B (en otro color) en cual creemos que en caso de que surjan inconvenientes serán de índole similar a los ocurridos anteriormente con la ducha A y se tendrá el mismo tratamiento, es decir releer la consigna interpretando palabras del tipo “subir bruscamente", "desciende" ,"altibajos" "mantienen constantes". Análogamente para la ducha C.

Nosotras dispondremos de tres documentos con gráficas (nuestra intención es poder proyectarles a los alumnos los siguientes gráficos:

(Ver gráficos al final del guion conjetural)

Suponemos que los alumnos representarán los gráficos que describen el funcionamiento de las duchas con funciones lineales a trozos. Es decir que les estaría quedando el grafico1.

En este caso, proyectaremos el grafico 2 y 3 junto con la producción de los alumnos, con la intención de discutir si son también, posibles representaciones de las situaciones planteadas.

En el caso que los alumnos hayan hecho una representación similar al gráfico 2, se presentarán el grafico 1 y 3 como posibles soluciones a analizar. De la misma manera, si los alumnos lograron la gráfica 3.

Se dará finalización a esta primera parte del problema haciendo un análisis de todas estas posibles soluciones.

Para la segunda parte del problema (responder las consignas planteadas) cambiaremos el método de trabajo, ya que anteriormente trabajaron con la interpretación de gráficos y les vamos a proponer que si quieren pueden discutirlo con el compañero de banco y la lectura del ejercicio quedará a cargo de cada grupo o alumno. Nosotras recorreremos el aula para responder a sus dudas y orientarlos.

Esperamos que algunas cuestiones que surjan sean:

- Que no se considere al segundo 0 como un instante en el que las tres duchas están a la misma temperatura. Decimos esto ya que a varios de nuestros compañeros les sucedió.
- Que al tomar los valores en el que las temperaturas de las duchas B y C son iguales, se den cuenta que, según el grafico que miren este valor estará más o menos cercano a 10. En este caso realizaremos el siguiente aporte "ya que los 3 gráficos son posibles soluciones no podemos dar con exactitud ese segundo, pero si lo

podemos aproximar”. De esta forma le recordaremos el uso de los signos “<” “>” indicándoles que una manera correcta de precisar ese momento seria de la forma: $10 < x < 15$. Esta aclaración les servirá para responder también el ítem c.

Debido a que no sabemos con precisión el tiempo que nos llevará la resolución de la primer parte destinaremos el tiempo restante de la clase para esta actividad. En el caso de no lleguen a completarla quedará de tarea para la clase siguiente.

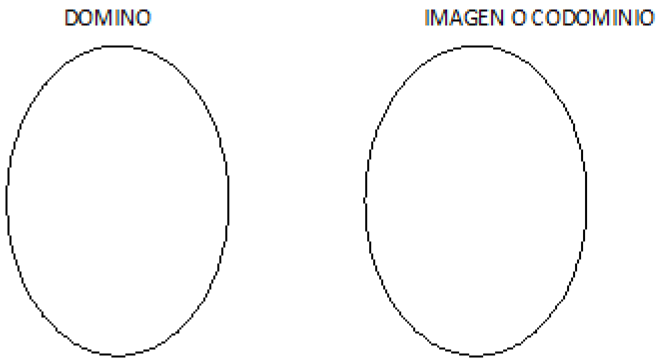
Para enseñar las nociones respectivas a función (definición de función, relación, dominio, imagen, etc), pensamos destinar 80 minutos de clase, es decir dos horas cátedra.

Comenzaremos recuperando el problema correspondiente a las mediciones de las temperaturas en diferentes momentos del día.

Les preguntaremos a los alumnos si a ellos les parece coherente pensar que a la hora 10, por ejemplo, la temperatura haya sido de 9°C y de 20°C. Esperamos que los alumnos nos digan que eso sería incoherente, pues no puede ocurrir que en un mismo momento del día haya dos temperaturas distintas. Previo a esto les aclararemos que la temperatura va a estar tomada en un mismo lugar, pues puede ocurrir que alguno suponga que se toman en lugares diferentes y eso sí sería coherente. De esta manera haremos notar que, para el caso en estudio, a un valor de la variable independiente “x” no le pueden corresponder dos valores diferentes de la variable independiente “y” pues si esto sucediera no sería razonable.

Luego haremos pie en otra cuestión. Preguntaremos si les parece coherente qué a alguna hora del día no haya temperatura alguna, esperando que los alumnos nos respondan que siempre hay una temperatura. Entonces les aclararemos a los chicos que a los valores de la variable independiente “x” siempre le corresponde algún valor de la variable dependiente “y”, es decir no pueden quedar valores de la variable independiente que no estén relacionados con valores de la variable dependiente.

La practicante les pedirá a los alumnos que busquen en sus carpetas los datos del problema y dibujará en la pizarra el siguiente gráfico:

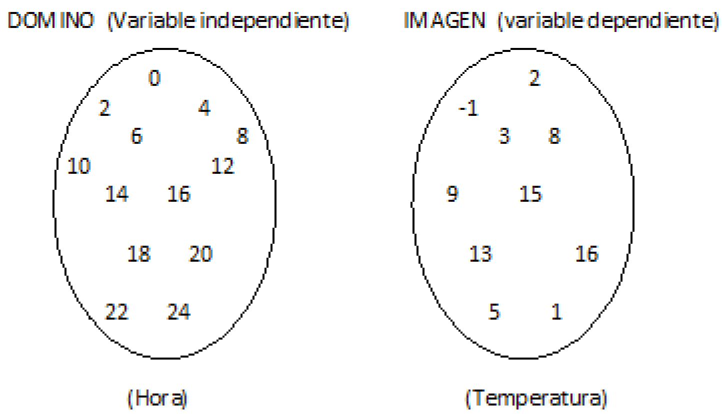


La practicante les pondrá nombre a los conjuntos dibujados: dominio e imagen y les explicará a los alumnos que el dominio son los valores que toma la variable independiente y la imagen los valores que toma la variable dependiente.

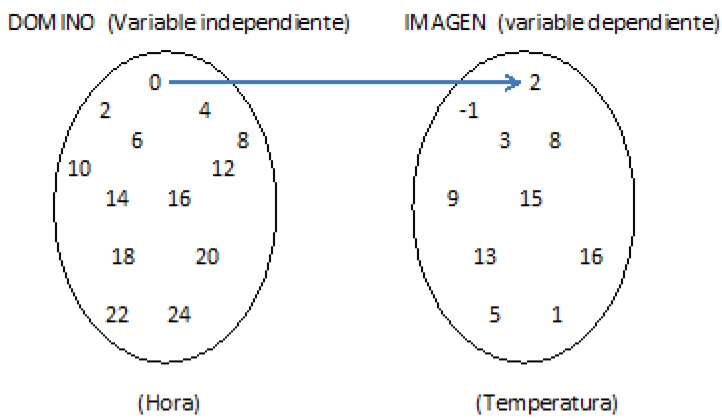
Recordemos que la noción de variable dependiente e independiente no es nueva para los alumnos, ya que anteriormente se trabajó con esta idea.

De esta manera la practicante les preguntará a los estudiantes cuál era la variable independiente en este caso y cuál era la dependiente, pudiendo así completar los conjuntos que anteriormente había dibujado.

De esta forma el diagrama de la pizarra estaría quedando muy similar al siguiente:



La practicante procederá a comunicarles a los chicos que marcará con flechas la relación entre los elementos de cada conjunto. Dirá, por ejemplo, "a la hora 0 hacía 2°" mientras dibuja una flecha que conecte estos números.



De esta manera y con la colaboración de los alumnos se terminará de representar la relación entre los conjuntos planteados.

La practicante a cargo procederá entonces a explicar la definición de "función" que los alumnos poseen en sus fotocopias. Esta es la siguiente:

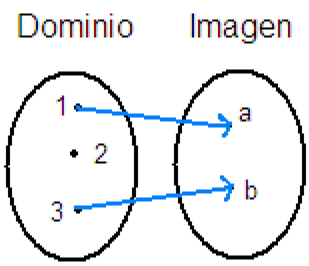
Una función es una relación entre un conjunto X (dominio) y otro conjunto Y (codominio o imagen de X) de forma que, a cada elemento "x" del dominio le corresponde un único elemento "y" del codominio.

Diremos que y es imagen de x y lo representamos por y = f(x)

Entendemos que quizás una definición tan formal puede ser confusa y carente de sentido para los alumnos, es por eso que con el fin de esclarecer esta noción recurrimos anteriormente al ejemplo señalado.

Luego la practicante a cargo, haciendo referencia a la definición de función explicará que el ejemplo anterior representa claramente una función. Pues tenemos una "relación" que vincula la hora del día con la temperatura y ya revisamos las dos cuestiones importantes de la definición: la primera, que "a cada elemento del dominio le corresponda un elemento del conjunto imagen", es decir "que no exista un elemento del dominio que no esté relacionado con uno de la imagen". Y la segunda cuestión a verificar es que "cada uno de estos elementos x del dominio esté relacionado con un único elemento de la imagen, no con más"

La practicante, entonces procederá a realizar los siguientes diagramas en la pizarra, con el fin de asentar la noción de función mediante adaptaciones de los diagramas de Venn:



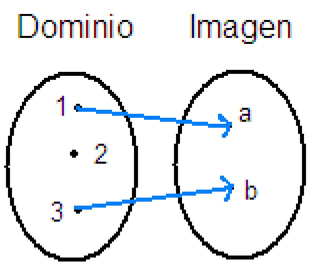
En este caso se les preguntará a los alumnos si este diagrama representa una relación, a lo cual esperamos que los alumnos respondan positivamente pues ambos conjuntos están relacionados entre sí y ésta relación se la ve representada por una flecha. Seguido a esto se les preguntará a la clase si esta relación es una función y se les pedirá que antes de contestar lean nuevamente la definición de función.

Es probable que la respuesta no sea inmediata debido a que el concepto es muy reciente, en el caso que la demora se prolongue la practicante recordará las dos cuestiones a tener en cuenta para definir cuándo una relación era o no función.

Preguntará entonces, ¿a cada elemento del dominio le corresponde un elemento de la imagen? Claramente el elemento "2" no está relacionado con ninguno de la imagen y esto los chicos lo notarán fácilmente.

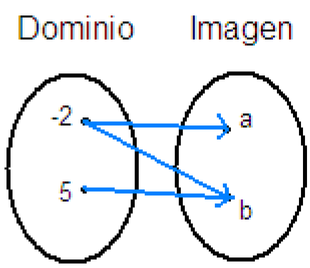
Seguido a esto les comentará a los alumnos que como esta condición no se cumple no es necesario verificar la segunda cuestión (que a cada elemento del dominio le corresponda solo un elemento de la imagen), con que solo una de estas condiciones falle ya nos alcanza para afirmar que esa relación no función.

Escribirá entonces en la pizarra, tomando los ejemplos que los alumnos tienen en la fotocopia:



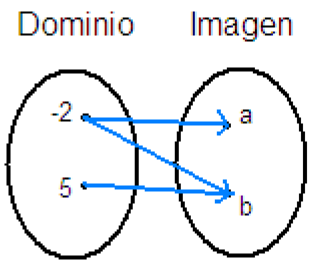
Esta relación no es una función pues existe un elemento del dominio (el "2") que no le corresponde ningún elemento del conjunto imagen

Otro ejemplo de relación que la practicante dibujará en la pizarra es el siguiente:



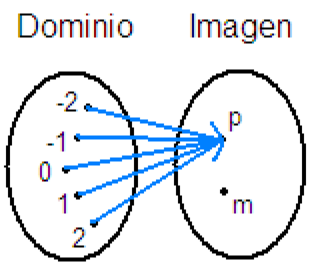
Se realizará, entonces, la misma pregunta que realizó anteriormente ¿Es esta relación una función? ¿Cumple las condiciones que se necesitan para clasificarla como tal?

Creemos que en esta oportunidad los alumnos podrán procesar más rápido la pregunta e identificar el análisis que deben realizar. Si bien a cada elemento del dominio le corresponde uno de la imagen, al elemento "-2" le corresponden dos elementos de la imagen, el "a" y el "b". Por lo tanto esta relación no es función



Esta relación no es función ya que existe un elemento del dominio al que le corresponde más de un elemento de la imagen

Por último, se les presentará a los alumnos la siguiente relación con la finalidad de analizarla y concluir que es función.



Esta relación es función, pues a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento de la imagen.

Retomando la interpretación de gráficos y a modo de concluir con la noción de función, les daremos a los alumnos un ejemplo de una relación que no es función.

Trabajaremos para ello, la actividad que informa la cantidad de gasolina que se encuentra en el tanque de un auto y como ésta varía según los kilómetros recorridos. En este caso, y como lo muestra la gráfica, en determinada distancia recorrida el auto se detiene a cargar gasolina, produciéndose de esta manera, una relación que no corresponde a una función.

Las siguientes actividades corresponden al día viernes 29, para ser dadas en los 40 minutos de clases correspondientes a tercero A y C.

Actividad 5:

Con una soga de 20m se quieren formar diferentes rectángulos fijando previamente el largo del rectángulo a armar.

Completar la tabla con los anchos del rectángulo relacionados a los largos ya fijados

Largo (m)	1	0,5	3	5	7	9	10
Ancho (m)							

1) La relación, ¿es función? Si piensan que sí, indiquen el dominio. Si piensan que no, expliquen por qué.

2) ¿Cuáles de estas fórmulas relaciona el largo (L) y el ancho (A) de los rectángulos? Expliquen cómo lo pensaron.

A=20 – L

2L+ 2A=20

L=10-A

A=5-L

3) Realizar el grafico de la relación

4) ¿Qué variable utilizaron en el eje horizontal? ¿Cómo cambiaría el grafico si hubiesen tomado otra decisión?

Al solicitarles a los alumnos que completen la tabla presentada en 1) esperamos que hayan reconocido con anterioridad el perímetro de un rectángulo. De no ser así les recordaremos dicha cuestión.

De esta manera creemos que van a reconocer, por ejemplo, que si el largo del rectángulo es de 1metro y la soga es de 20 metros, entonces el ancho correspondiente es de 9 metros.

Suponemos que para responder al ítem 2) donde se pregunta si la relación es función, los estudiantes van a pensar en realizar dicho gráfico y para ello tendrán la necesidad de localizar la variable dependiente e independiente. Tanto si consideran que el ancho del rectángulo es dependiente del largo o viceversa, la relación existente responde a una función.

Otra cuestión que puede suceder es que los alumnos intenten verificar que se cumplen las condiciones de una función, es decir que para cada valor del largo exista algún valor correspondiente al ancho y solo uno, o viceversa.

Creemos que para indicar el dominio los alumnos van a colocar solo los valores que están en la tabla, ya que por el momento no han realizado el gráfico del mismo. En este caso les haremos notar que el largo del rectángulo, así como toma el valor 3 m, puede tomar el 4m, el 4,5m, 4,6m entre otros hasta el 10. Les preguntaremos, además, ¿Qué pasa con el ancho si consideramos el largo del rectángulo de 11m? De esta manera notarán que eso no puede suceder y esta cuestión nos ayudará a determinar el dominio ({x|x es un número del 0 al 10}).

En cuanto al ejercicio 3, en el que se pide seleccionar la fórmula que corresponda a la relación trabajada consideramos que no surgirán inconvenientes ya que anteriormente se completó la tabla. De no ser así les sugeriremos que se ayuden de la tabla que completaron ya que al completar la tabla, intuitivamente utilizaron dicha fórmula.

La realización del gráfico no presentará inconvenientes en los alumnos ya que anteriormente se viene trabajando con las realizaciones de gráficos a partir de tablas.

En el ítem 5) nos les realizaremos la siguiente aclaración a los alumnos pero notemos que la función trabajada es biyectiva, es decir que existe la función inversa y por lo tanto cualquiera de las variables puede depender de la otra. Además, ambas variables toman valores del 0 al 10 .Por esta razón es que el grafico no les cambiará utilicen la variable que sea en el eje horizontal.

Actividad 6:

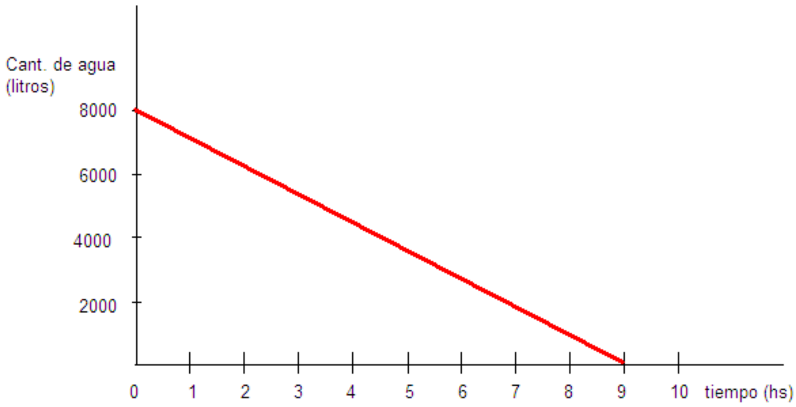
A) Una pileta se vacía por una boca a ritmo constante. El gráfico muestra la cantidad de agua que queda en la pileta a medida que se realiza el proceso de vaciamiento

1) ¿Cuántos litros tenía la pileta antes de comenzar el vaciado?

2) ¿Existe algún momento en el que en la pileta haya 6000 litros? ¿Y 4000 litros?

3) ¿Cuáles son las variables relacionadas? Identifica cual es la variable dependiente y cual la independiente.

4) Indica el dominio y la imagen



B) Una segunda pileta que está vacía se llena con una bomba que larga agua a ritmo constante. Por olvido de quien controlaba el llenado, la cantidad de agua en la pileta superó el nivel estipulado para su uso. Entonces, se apagó la bomba y se inició un proceso de desagote hasta alcanzar el nivel deseado.

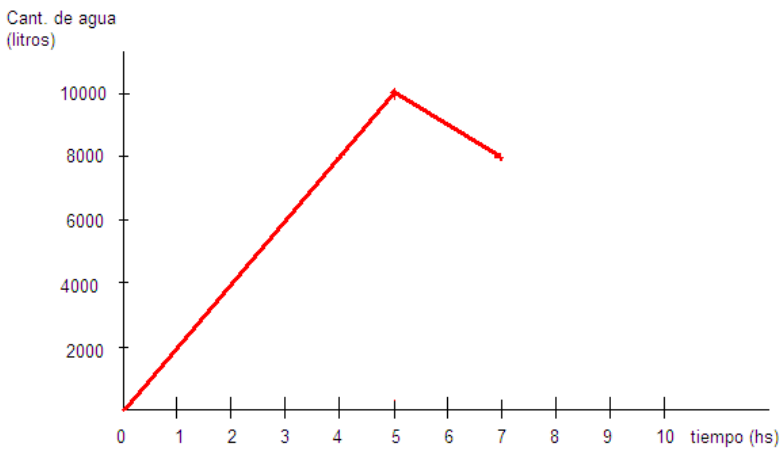
El gráfico que sigue muestra la cantidad de agua en la pileta a lo largo de todo el proceso detallado.

1) ¿En qué momento la pileta tenía 10000 litros?

2) ¿Cuál es el nivel deseado de llenado de la pileta?

3) ¿Hubo en algún momento 12000 litros de agua en la pileta?

4) Indique el dominio y la imagen.



Consideramos que los alumnos notarán a partir del gráfico presentado en a) que en la pileta había 8000 litros y que tardó en vaciarse un poco más de 9 horas. Debido a que el vaciado de la pileta se realiza en forma continua, desde los 8000 a los 0 litros debe haber existido un momento en que la cantidad de litros fue de 6000 y de 400.

Las preguntas c) y d) se realizan con la intencionalidad de aplicar la teoría aprendida, que la variable independiente es representada en el eje de abscisas mientras que la variable dependiente es representada en el eje de ordenadas.

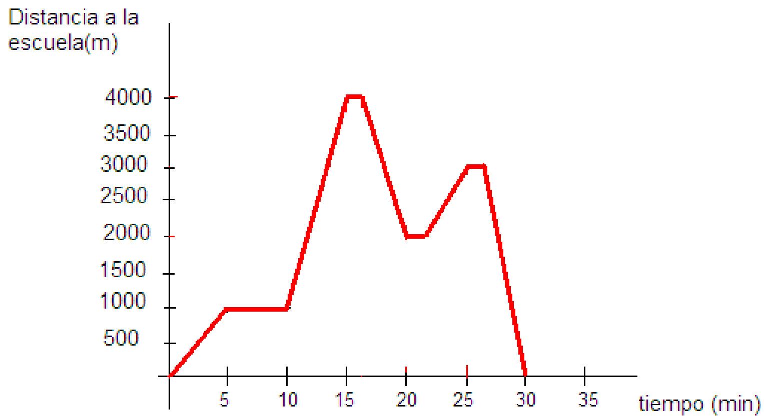
Para responder la pregunta 1) del ítem b) hay que interpretar el gráfico. Mediante la observación del mismo se puede notar que a las 5 horas la pileta tenía 10000 litros. Recordemos que los alumnos vienen trabajando con este tipo de interpretaciones.

Para contestar la consigna 2) es posible interpretar que el nivel deseado es 8000 litros por que es el momento que se apagó la bomba de desagote. En caso que existan alumnos que respondan diferente, por ejemplo 10000 litros, les haremos observar que una vez llegado a ese nivel se comienza a desagotar por que ese no era el nivel deseado.

Para la pregunta 3) alcanzará que los alumnos lean correctamente el grafico y observen que nunca hubo en la pileta 12000 litros, ya que la máxima cantidad de agua que hubo en la pileta fue de 10000 litros-

Actividad 7:

El siguiente gráfico muestra la distancia a la escuela de un transporte escolar.



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? ¿En qué unidad de medida están expresadas? Identifica las variables dependiente e independiente

b) ¿Cuántas paradas hizo el transporte? ¿De qué duración cada una?

c) ¿Cuál fue la parada más próxima a la escuela? ¿Y la más alejada?

d) ¿Cuánto tiempo dura el recorrido?

e) ¿A qué distancia de la escuela se encontraba luego de transcurridos 22 minutos?

f) ¿Cuánto tiempo fue el transcurrido cuando se encontraban a 500 m de la escuela?

g) Indica en que momentos la gráfica crece, decrece y en cuales es constante

h) Indica el conjunto dominio e imagen.

En cuanto a los primeros seis ítems creemos que los alumnos no presentarán dificultades ya que son cuestiones que se vienen trabajando con anterioridad. Por lo tanto consideramos, que estas preguntas no son desafiantes para los estudiantes ya que cuestiones de esta índole (como por ejemplo, ¿Cuántas paradas hizo el transporte?) fueron aclaradas en otros problemas.

Nuestro principal objetivo con esta actividad es que los estudiantes reconozcan dominio e imagen y logren una escritura correcta de los mismos, recuperando las formas de representación vistas en teoría de conjuntos.

<u>Actividad 8:</u>

Camila se fue de viaje en su auto a una ciudad balnearia situada a 400 km de su lugar de residencia. El radar de la ruta registro la siguiente información sobre la posición del auto:

- A los 30 minutos paso por el Mojón del km 50
- A las 2horas de viaje estaba a mitad de camino
- Por el km 250 pasó a las 2 horas y media de viaje
- Llego a destino a las 3 horas y media

a) Realizar el grafico de una función que pueda representar la posición a la que se encuentra Camila de su ciudad de origen a lo largo del viaje.

b) ¿Cuáles son el dominio y el conjunto imagen de la función graficada?

c) Encontrar en forma exacta o aproximada el momento en que Camila paso por el Mojón del Km 100

Esta actividad originalmente se constituía, además, por los siguientes ítems:

d) En el gráfico propuesto, ¿hay algún período en que el auto anduvo a velocidad constante?

e) A partir de la información dada en el enunciado del problema realizar una tabla de valores que dé la siguiente información:

"Distancia a la que se encuentra el auto de Camila de la ciudad balnearia a lo largo del viaje"

f) A partir de la tabla realizada, representar gráficamente una función que indique la distancia a la que se encuentra el auto de la ciudad balnearia.

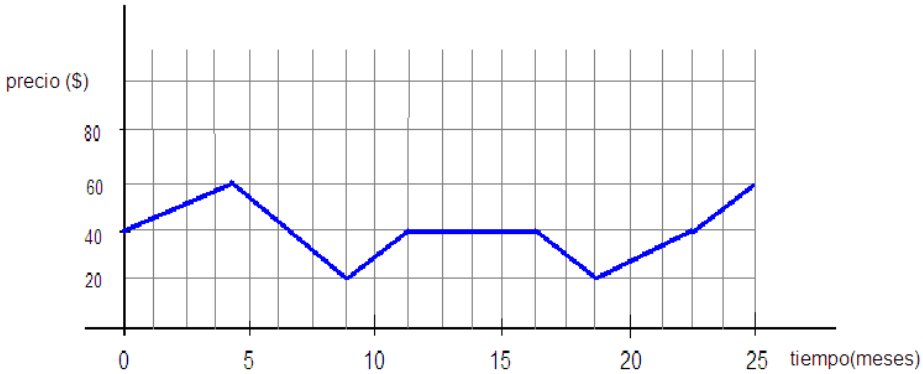
Hemos decidido modificarla ya que consideramos, basándonos en las sugerencias recibidas, que pueden generar ciertas incertidumbres en los alumnos innecesaria debido a que esta actividad seria realizada un día antes de la evaluación.

Con respecto a los ítems seleccionados, consideramos que realizar un gráfico mediante una narrativa puede presentar para los alumnos un alto grado de dificultad ya que solo existió un ejercicio de esta índole. Para solventar esta dificultad iremos recorriendo el aula para ayudar las cuestiones particulares y se realizará una puesta en común.

El objetivo de esta actividad es que los alumnos sean capaces de construir una gráfica mediante una narrativa, ya que este hecho completa el proceso de interpretación.

Actividad 9:

Una empresa fabrica ropa. Observar el gráfico siguiente, que muestra el precio de confección de una camisa desde que la empresa comenzó su actividad, y responder a las preguntas.



a) ¿Cuál fue el precio de confección de una camisa a los 12 meses?

b) ¿En qué momento el precio fue de $60?

c) ¿En qué períodos el precio de confección fue en aumento?

d) ¿Cuál fue el precio más alto que alcanzó la confección de una camisa? ¿Cuándo lo alcanzó? ¿y cuál fue el precio más bajo?

e) Indique la variable independiente y dependiente.

f) La relación representada en la gráfica, ¿es una función? De ser así indique el dominio y la imagen.

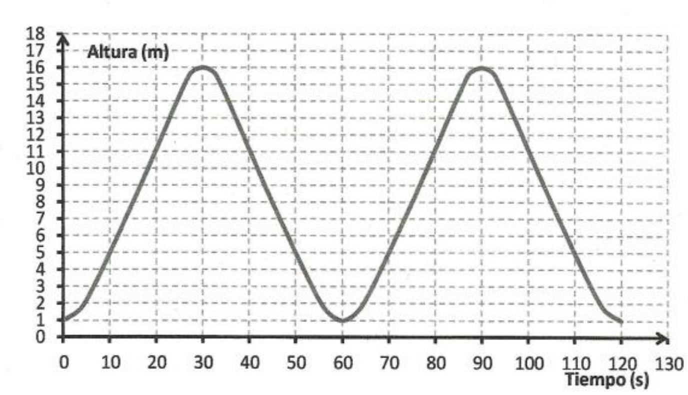
Nuevamente, como en la actividad anterior los primeros cuatro ítems representan un desafío bajo, ya que son ejercicios de estilo rutinarios para los estudiantes.

En los dos últimos ítems los alumnos deberán poner en juego las nociones teóricas explicadas en las clases anteriores, con las que ya vienen trabajando. Una vez más pretendemos que utilicen los modos de representación de conjuntos vistos en teoría de conjuntos de modo que se escriba correctamente el Dominio y la imagen.

Actividad 10:

En un parque de diversiones los asientos de una vuelta al mundo giran alrededor de su centro continuamente. La altura de uno de ellos desde que sube una persona hasta que se cumple su tiempo, y se baja del juego, va cambiando.

El siguiente grafico describe la variación de la altura del asiento con respecto al suelo, en dos vueltas completas



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? ¿en qué unidad de medida están expresadas? Identifique la variable independiente y la dependiente.

b) Indique dominio e imagen.

c) ¿A qué altura se encuentra el asiento en el momento en que la persona se sienta? ¿entre qué valores varia la altura?

d) ¿Cuál es la altura máxima? ¿Cuándo se alcanza?

e) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa?

f) ¿Qué altura alcanza a los 70 s?

g) ¿En qué instante alcanza una altura de 11m?

Como nuestro mayor objetivo con este problema es resaltar las nociones de magnitudes, variables, dominio e imagen, fue que decidimos adicionar con respecto al original que indiquen el dominio e imagen, y también, alteramos el orden de las preguntas respecto a las actividades anteriores persiguiendo el mismo propósito.

Con las últimas cuatro preguntas buscamos perfeccionar a los alumnos en lectura e interpretación de gráficos.

BIBLIOGRAFIA:

- GVIRTZ, S.; PALAMIDESSI, M. (2008) El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza, Editorial Aique. Buenos Aires.

- QUARANTA, M y WOLMAN, S. (2003) Discusiones en las clases de matemática: qué, para qué y cómo se discute En Panizza Mabel (compiladora). “Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB, Análisis y propuestas”. Editorial Paidós SAICF. Buenos Aires. p. 189-243

- LACASTA, E. y PASCUAL, J. (1998) Las funciones en los gráficos cartesianos Editorial Síntesis. Madrid

- PONTE, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM.

- SADOVSKY, P. (2005) Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

- SKOVSMOSE O. (2000) “Escenarios de investigación” Revista EMA. Vol.6 n°1,3-26

- STUFFLEBEAM, D. y SHINKFIELD, A. (1993) Evaluación sistemática. Guía teórica y práctica (3° edición). Editorial Paidós. Barcelona, España. (Tomado de “La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria, Documento de apoyo curricular. Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba)

DOCUMENTOS:

- Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria (2011-2015) Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba. www.igualdadycalidadcba.gov.ar (Consultado en noviembre 2014)

- La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria, Documento de apoyo curricular. Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba. www.igualdadycalidadcba.gov.ar (Consultado en noviembre del 2014)

- Página web de la institución (Consultado en noviembre 2014)