Título: EL USO DE MULTIPLES REPRESENTACIONES PARA LA ENSEÑANZA DE POLINOMIOS

Autores: Acosta Bazán, Alejandra Celestina y Romero, Ariel Alejandro
Profesor supervisor de MOPE: Esteley Cristina

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 20-11-2014

CLASIFICACIÓN

97 Mathematical Education

PALABRAS CLAVES

Polinomios

Fichas

Áreas

Debate

RESUMEN

En el presente informe se describen las prácticas realizadas en una escuela secundaria de la ciudad de Córdoba. Dichas prácticas se llevaron a cabo en dos divisiones de tercer año. Se abordó el estudio de Expresiones Polinómicas y sus operaciones, conectando aspectos geométricos a través de un "trabajo con fichas". Además, en este informe, se realiza un análisis poniendo énfasis en las problemáticas que emergieron al hacer uso de múltiples representaciones para la enseñanza de polinomios.

Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Matemática,

Astronomía y Física.

METODOLOGIA Y PRÁCTICA DE LA ENSEÑANZA

2014

<u>El uso de múltiples representaciones para la enseñanza de Polinomios</u>:

Problemáticas emergentes a partir de la construcción de sentidos

Contenido

Introducción

Para dar una mejor idea del trabajo realizado, decidimos organizar la sección de la introducción en dos partes. La primera parte corresponde a una descripción breve de la institución y de la organización general de los cursos donde transcurrieron nuestras prácticas. En la segunda parte explicitamos hechos sucedidos durante el periodo de las observaciones, que nos parecieron relevantes a la hora de pensar nuestras prácticas y decidir varias acciones. Esto es, las peculiaridades de los cursos que ilustran la cultura puesta en las aulas o los modos de vivir el aula.

I. La institución

La institución es pública de gestión privada y mixta. Alberga los tres niveles de enseñanza (Inicial, Primario y Secundario). Para el nivel secundario ofrece dos orientaciones, estas son: Cs Sociales y Cs Naturales.

El establecimiento tiene dos plantas que se conectan a través de una escalera que tiene una rampa para personas con dificultad motriz. En planta baja se encuentra la cantina, biblioteca, sala de profesores, administración, preceptoria, secretaria, dirección, dos patios, baños y aulas. En planta alta se ubica el laboratorio de computación, las aulas y los baños.

I.a. Los cursos

Nuestras prácticas fueron llevadas a cabo en dos secciones de tercer año con distintos profesores a cargo de cada sección. El curso 3°I (tercero primera sección) contaba con 14 varones y 19 mujeres haciendo así un total de 33 alumnos. Mientras que el otro tercero tenía 30 alumnos, de los cuales 22 eran mujeres y 8 eran varones.

A continuación, en la **Tabla nº1**, se detallan los días y horarios correspondientes a la asignatura matemática para tales cursos.

Horarios	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:30 a 8:10		**3ºI**		**3ºII**	
8:10 a 8:50					
8:50 a 9:00	*RECREO*				
9:00 a 9:40		**3°I**	**3ºI**		
9:40 a 10:20			**3ºI** **3ºII**		
10:20 a10:35	*RECREO*				
10:35 a 11:15			**3ºII**		**3ºII**
11:15 a 11:55					
11:55 a 12:05	*RECREO*				
12:05 a 12:45					
12:45 a 13:05					

Tabla nº1

Debido a tal organización de la agenda de clases de ambos terceros, en algunos momentos no pudimos estar en la misma aula.

I.b. Organización general del curso

Se pudo apreciar que en los dos cursos había escritorios dobles y sillas individuales (Véase Imagen nº1). Estos no se encuentran atornillados al suelo, y estaban distribuidos en cuatro filas. La ubicación de los alumnos no era permanente en la hora de Matemática por diversos motivos. El profesor, a veces, influía en esos cambios de acuerdo al tipo de actividad propuesta. Además pudimos apreciar en las observaciones de día completo que algunos alumnos mantenían su ubicación y otros no.

Debido a que los escritorios son dobles y no permite la movilidad de los mismos, los alumnos trabajaban en las actividades con el compañero de al lado, con el que estaba al frente y/o con el que se encontraba atrás.

Imagen nº1

II. Peculiaridades de los cursos

En 3ºI observamos que durante las clases de matemática, los alumnos se pusieron de pie para saludar a la docente que ingresaba al aula. Notamos además, que durante el transcurso de la clase, la docente después de explicar una actividad se quedaba en su escritorio y respondía las dudas de aquellos alumnos que se acercaban a ella, pero también en algunas ocasiones se acercaba a los escritorios de los alumnos a controlar como iban avanzando en sus actividades.

Observamos también, que la docente en múltiples ocasiones y con firmeza, les llamaba la atención a los alumnos para que hicieran silencio. En principio parecía que, a comparación del otro tercero, este curso parecía ser más problemático o inestable en relación con los modos de vincularse con su docente. En 3ºII observamos que los alumnos se ponían de pie para saludar a la docente que ingresaba al aula. Notamos que durante el transcurso de la clase, la profesora de Matemática se mantenía en constante movimiento en el aula tratando de responder a todas las dudas de los alumnos. Además para mantener el orden del curso, la docente se regía con las pautas de la asignatura. Estas pautas estaban escritas en la carpeta de los alumnos. Las cuáles nosotros pudimos acceder a ellas. En estas pautas, estaba explícito que los alumnos no podían usar el celular durante la clase y no debían dejar tiradas las mochilas en el medio del pasillo.

II.a. Recursos

En cuanto a materiales, ambas docentes entregaban fotocopias con lo que se iba a trabajar en esa clase o en las próximas. Estas fotocopias contenían definiciones y actividades.

En algunas clases, se usó la escuadra y la regla para realizar los gráficos en el pizarrón.

Cabe decir también que durante las clases observadas no se hizo uso de recursos tecnológicos.

II.b. Las clases observadas

A continuación mencionaremos hechos que tuvimos en cuenta a la hora de pensar en nuestras prácticas:

En 3ºI:

Para abordar el tema nuevo que era “Funciones”, la profesora del 3ºI entregó a los alumnos fotocopias con las actividades para empezar a trabajar. Después de haberse realizado la entrega de las fotocopias, la docente pedía primero que algún alumno la leyera y segundo que otro alumno tratara de explicar la situación recién leída.

Todas las tareas con las que se trabajaron en este curso entran en la categoría de problemas según la clasificación de Ponte (2005), debido a que había que comprender el enunciado y el alumno no disponía de un proceso o conocimiento inmediato para resolverlo.

En cuanto a los alumnos de este curso, se pudo observar que había constantes interrupciones y falta de escucha atenta ya sea para escuchar a otro compañero o para prestar atención a lo que enseñaba o aclaraba la profesora. Nos daba la sensación de que la clase no avanzaba, ya que mayormente los alumnos volvían hacer las mismas preguntas, sin importar que la profesora las hubiera respondido antes. En esas situaciones a veces la profesora optaba por retomar de nuevo esas preguntas, pero mayormente daba por terminada la actividad.

En 3ºII:

Mayormente los alumnos trabajaban con actividades que nosotros las ubicaríamos en el contexto de matemáticas puras y en el paradigma del ejercicio, acorde a la clasificación de Ole Skovsmose (2000). Por ejemplo una de esas actividades era la siguiente: “Plantear un sistema que sea incompatible. Resolver analíticamente y gráficamente”.

Para todos los ejercicios, la docente primero hacía leer la consigna y luego pedía que alguien pasara al pizarrón para mostrarle a sus compañeros como lo había resuelto. Posteriormente, preguntaba a los alumnos si estaba bien lo que se había escrito en el pizarrón. La mayoría de los alumnos trataban de responder a lo que la docente preguntaba, y además, como estaban atentos, detectaban si había algún error en el pizarrón. Por ejemplo, un alumno pasó al frente para construir la tabla de datos a partir de una fórmula, y varios alumnos se dieron cuenta que había hecho mal los cálculos.

Cabe decir también que observamos que la docente escuchaba a sus alumnos, y mientras que algún estudiante trabajaba en el pizarrón, ella iba circulando entre los bancos saldando las dudas.

La docente mayormente hacía preguntas relacionadas a la teoría, como por ejemplo: “¿Cuántos puntos se necesitan para trazar una recta? ¿Cuál es el término dependiente e independiente? ¿Cuándo un sistema es compatible?” Y en general, los alumnos trataban de responder a lo que la docente preguntaba.

Nos llamó la atención que los alumnos le entregaban la evaluación sobre funciones a la docente, para que les digiera si estaba bien lo que habían hecho o si tenían que revisar algún inciso de la prueba. Por dicho motivo, posteriormente nos acercamos a la docente y ella nos indicó que permitía dicho espacio de interacción con el fin de que los estudiantes tuviesen la oportunidad de obtener mejores notas. En ese mismo sentido, también, la docente recomendaba a los alumnos que revisaran su evaluación verificando los resultados. Podemos decir que las actividades que aparecían en la prueba fueron similares a lo que ya venían trabajando en clase, de modo similar a lo acontecido en 3ºI.

II.c. Observación de día completo 3ºI

Las materias que se observaron en ese día fueron Lengua Materna, Geografía y Estudio Dirigido. Durante todo el día, los alumnos permanecieron en los mismos lugares. Cabe destacar que en las distintas materias que transcurrieron ese día se producían los mismo llamados de atención que en la clase de Matemática y a veces en un mayor nivel[1].

La docente de Lengua Materna se dirigía a los alumnos por sus nombres y ellos la llamaban por su nombre. En todo el transcurso de la clase, la docente hizo uso del pizarrón y fotocopias.

Para Geografía, la docente trajo al curso un mapa planisferio para explicar el tema de esa clase. Cuando ingresó la docente de esta materia, no se levantaron a saludarla y ella esperó que hicieran silencio para hablar. En esta hora se pudo observar falta de conducta cuando una alumna se retiro del curso sin avisar y por dicha acción fue amonestada. Además hubo falta de respeto de los alumnos hacia la docente, ya que no la dejaron dar la clase, y hacia a aquellos alumnos que si querían aprender pero por constantes interrupciones no se pudo continuar.

II.d. Observación de día completo 3º II

Las materias que se observaron en ese día fueron Lengua Materna, Física, Estudio Dirigido e Historia. Durante todo el día, los alumnos permanecieron en los mismos lugares.

La profesora de Lengua Materna se dirigía a los alumnos por sus nombres y ellos la llamaban por su nombre. Además se pudo apreciar que cuando los alumnos necesitan hablar, levantaban la mano. En todo el transcurso de la clase, la docente hizo uso del pizarrón.

Para Física, los alumnos usaban un libro o fotocopias de éste. Cuando ingresó la docente de esta materia, no se levantaron a saludarla y ella esperó que hicieran silencio para hablar. Luego les dejó tarea y les permitió que estudiaran para otra materia. Lo mismo sucedió con la docente de estudio dirigido, no se pusieron de pie para saludarla y que, mientras los alumnos trabajaban en las consignas que fueron dictadas por la docente, ella organizaba el viaje que estaba por hacer ese curso. Además en esa clase, ingresó la preceptora para ayudar a la docente en dicha organización.

Y por último, tuvieron la evaluación de Historia. La profesora antes de entregar las evaluaciones, leyó pausadamente las consignas para que no quedaran duda al respecto. La evaluación fue individual y estaban plasmados los objetivos. Cuando un alumno tenía alguna duda, levantaba la mano y esperaba a que la docente se acercara a su banco. Cuando iban finalizando la prueba, los alumnos se retiraban del curso.

II.e. Contenidos trabajados en el aula antes de nuestras Prácticas

A partir del programa que se nos fue entregado, podemos decir que los contenidos están ordenados en cinco unidades, de los cuales no tienen títulos que anticipen el contenido de cada unidad. Antes de nuestras prácticas, en ambos terceros, se trabajó hasta la Unidad nº3 (Véase Anexo VII).

[1] Con mayor nivel nos referimos a apelar al libro de amonestaciones para sancionar a los alumnos.

Diseño e implementación de las prácticas profesionales

A esta sección decidimos dividirla en cuatro partes con el fin de poner en evidencia los cuatro momentos principales y las actividades que conformaron nuestras prácticas profesionales. En la primera se expone un análisis del programa diseñado por las profesoras a cargo de los cursos asignados. Mientras que, en la segunda parte se explícita la modalidad con la que se llevaron a cabo nuestras clases, organizando y secuenciándolas en diez momentos. La selección de la palabra "momento" se debió a la necesidad, surgida durante la planificación, de tener en cuenta el tiempo para hacer el corte o los cortes necesarios para realizar una presentación ordenada de los contenidos seleccionados. En cada momento se exponen el contenido a trabajar, los objetivos, las actividades propuestas y los recursos seleccionados para la implementación en el aula.

Con respecto a la tercera parte, se exponen la evaluación formativa y sumativa correspondientes al periodo de las prácticas. Se explicitan los criterios con los que se corrigieron y los resultados de dichas evaluaciones. Se presenta también un breve análisis tomando en cuenta la información presentada en gráficos estadísticos.

Y por último, destacamos y analizamos desde una perspectiva teórica lo que consideramos como una dificultad de los alumnos ante una propuesta nuestra.

I. Análisis del programa del curso asignado para la práctica

Realizamos el siguiente análisis basándonos en el texto "La planificación de la enseñanza" de Gvirtz & Palamidessi (2008) y en el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba para el Nivel Secundario (2011-2015).

Basándonos en el texto de Gvirtz & Palamidessi, podríamos indicar que la planificación que se nos entregó, es una serie ordenada de contenidos para lograr el proyecto áulico y si bien es de carácter público (ya que está al alcance de la comunidad), la misma corresponde a un programa y no a una planificación propiamente dicha, debido a los siguientes motivos:

- No está orientado en función de la acción, debido a que lo escrito no anticipa las posibles situaciones que se puedan dar en el aula y,
- En el escrito no están contempladas todas las variables de la planificación de la enseñanza. Está ausente la evaluación de aprendizajes, la organización del escenario, la participación de los alumnos y además, no presenta una sección de recursos ni de tareas y de actividades.

Análisis de los objetivos

A partir de la lectura de los objetivos que se encuentran expuestos en el programa, podemos decir que la mayoría de éstos están presentes, de manera explícita e implícita, en el Diseño Curricular (2011-2015) para el Ciclo Básico de la Educación Secundaria. Por ejemplo, en el programa aparece como objetivo "reconocer a la matemática en los procesos de la vida cotidiana para que permita el desarrollo de procedimientos básicos y resolver problemas", podemos afirmar que dicho objetivo correspondería al siguiente objetivo que aparece en la página 37 del Diseño Curricular: "resolver problemas extramatemáticos e intramatemáticos".

Podemos decir también, que el siguiente objetivo "hacer uso correcto de la ortografía" está presente en el programa de tercer año, de ambas secciones, pero no está presente como tal en el Diseño.

Análisis de la selección de los contenidos

En primer lugar, en el programa se explícita que los contenidos son tanto conceptuales como procedimentales. Mientras que en el Diseño Curricular no se distingue dichas categorías para clasificar los contenidos. Es de destacar que en el texto de Gvitrz & Palamidessi aparecen los dos tipos de contenidos, los procedimentales y conceptuales, porque concuerda con las miradas de los contenidos escolares vigentes en el año en qué fue publicado el texto.

Observamos que algunos contenidos de la unidad I, no aparecen en el Diseño Curricular para tercer año. Por ejemplo, la representación gráfica de números racionales, potenciación y radicación con números racionales, entre otros. Y lo mismo sucede con la unidad V, pues en esta unidad hay contenidos que no se encuentran en tercer año. Por ejemplo, gráficos circulares, de barra, etc. Pero cabe decir que tales contenidos en el Diseño Curricular aparecen en primero o segundo año.

Asimismo, hay contenidos del programa que no se encuentran en el Diseño Curricular, para el Ciclo Básico. Por ejemplo: Potenciación y radicación con números irracionales. Y más aún, en el programa hay una unidad referida a Monomios y Polinomios, pese a que la enseñanza de estos contenidos no está contemplada para el Ciclo Básico sino para Cuarto año del Ciclo de Especialización.

Observamos también que en la unidad II, el programa difiere en la mayoría de los aspectos con el Diseño Curricular. Mientras que en el Diseño Curricular, se aborda la noción de función a través del análisis de las relaciones entre variables, en esta unidad se trabaja con el concepto de función clásico, apelando a los siguientes conjuntos, el dominio e imagen de una función; entre otros.

Podemos decir además, que en concordancia con lo que recomienda el Diseño para tercer año, se encuentran como contenidos los siguientes: las ecuaciones con dos incógnitas, situaciones problemáticas, análisis de gráficos, entre otros.

Cabe decir, que la sección de Geometría y Medida del diseño curricular no fue contemplada en el programa. También hay contenidos que no aparecen en el programa, como por ejemplo, ecuación de segundo grado, propiedades ligadas a la divisibilidad en N.

Análisis de la organización y secuenciación de los contenidos

Los contenidos están ordenados en cinco unidades, las cuales no tienen títulos que anticipen de qué se trate cada unidad. Además, están secuenciados, por un lado, de acuerdo a las relaciones conceptuales, ya que, para entender un concepto es necesario haber entendido el anterior a éste. Como por ejemplo, para aplicar el Teorema del resto se necesita conocer la regla de Ruffini.

Se observa que en cada unidad del programa, aumenta la complejidad de los contenidos. De esta forma podríamos decir que los contenidos están secuenciados en función a una lógica del aprendizaje en la que se va de lo simple a lo complejo.

Análisis de la selección de materiales y recursos

En el programa, se encuentra explícita la bibliografía de la materia correspondiente al tercer año. Estas comprenden fotocopias con teórico y práctico entregadas por el docente, y un libro de matemática. Se asume, como se indica en la bibliografía, que son parte de los recursos a emplear en el aula.

II. Planificación de la Unidad Didáctica

Para llevar adelante nuestras prácticas, trabajamos con la unidad IV del programa brindado por las docentes a cargo de los terceros años. Tal unidad contiene los siguientes contenidos:

UNIDAD IV:

- Monomios y polinomios. Coeficiente principal y término independiente.
- Grado de un polinomio.
- Operaciones con monomios. Suma, resta, multiplicación y división.
- Operaciones con polinomios. Suma, resta, multiplicación y división.
- División de polinomios utilizando la regla de Ruffini.
- Raíces de un polinomio.
- Teorema del resto.
- Teorema de Gauss. Polinomios primos.
- Factorización de polinomios.
- Casos de factoreos: factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados.
- Resolución de problemas a través de polinomios. (Tomado del Programa asignado)

Con acuerdo de las profesoras del curso y en función del tiempo disponible, se decidió no abordar todos los contenidos que componen la Unidad IV, sino solo los siguientes:

- Monomios y polinomios. Coeficiente principal y término independiente.
- Grado de un polinomio.
- Operaciones con monomios. Adición, sustracción y multiplicación. Operaciones con polinomios. Adición, sustracción y multiplicación.
- Productos notables: factor común, cuadrado de un binomio y su relación con un trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados. Raíces de un polinomio: una exploración gráfica.

Y sumando a estos contenidos, se decidió agregar también "*valor numérico"* como otro objeto de enseñanza.

II.a. Nuestras clases

Primer Momento: Introducción a la noción de Monomios- Polinomios

Para este Primer Momento se plantearon como objetivo:

- Introducir nociones principales relacionadas con monomios y polinomios.
- Conectar aspectos geométricos y algebraicos.

- Dar soporte de cuasi realidad al planteo de polinomios apelando a cálculos geométricos.

Buscando que los estudiantes pudiesen experimentar con actividades en las que se hicieran evidentes los monomios o los polinomios.

Recursos: Diapositivas*, GeoGebra,* Guía de actividades nº1 (Ver Anexo I), computadoras y pizarrón.

Inicio

Se llevó a cabo durante los primeros 80 minutos de nuestras prácticas, en la sala de computación del colegio asignado. La sala de computación tiene la siguiente disposición (Véase Imagen nº2).

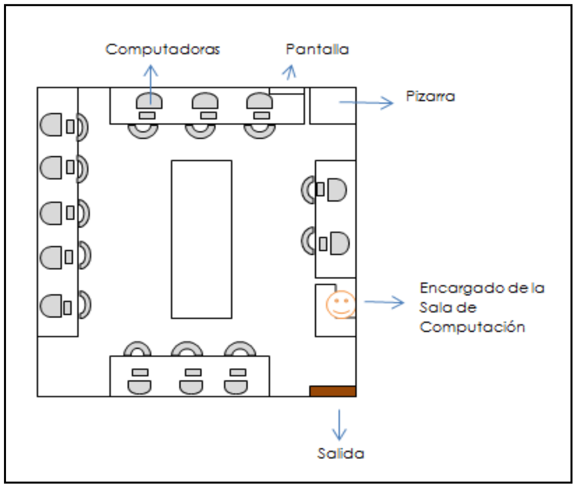


Imagen nº2

Se comenzó la clase mostrando a los alumnos diapositivas hechas por nosotros en Power Point. Dichas diapositivas contenían la introducción y presentación del tema, las actividades a realizar y la institucionalización de aspectos relevantes presentados.

En este primer momento, se informó a los estudiantes, que iban a ser evaluados en dos instancias. Primero con un trabajo práctico y segundo con una evaluación. Para mayor aclaración, se explicó que ambas notas se iban sumar obteniendo como máximo 10, ya que la escala del trabajo práctico iba del 0 a los 3 puntos, mientras que en la evaluación la escala era del 0 a 7 puntos.

Desarrollo

En ambos cursos, se comenzó partiendo de las expresiones numéricas debido a que se consideró acertado introducir los Monomios y los Polinomios a partir de cuestiones familiares. Se dijo a los alumnos que ellos ya estuvieron trabajando con algunos de éstos objetos matemáticos, pero no fueron presentados con esos nombres. Para respaldar dicha afirmación, se hizo recordar de manera grupal con qué tipos de expresiones numéricas y algebraicas estuvieron trabajando. Pero para lograr que los alumnos nombraran algunos, se recordó qué era una expresión. Se eligió definir expresión algebraica como *una expresión simbólica que se logra combinando números y letras a través de operaciones.*

A continuación, se resolvió de manera conjunta dos actividades que involucran expresiones algebraicas (ver las Actividades nº1 y nº2 del Anexo I). El propósito de estas actividades era construir con los alumnos ideas algebraicas a partir de situaciones geométricas.

Cabe decir, que se entregó a los alumnos una guía impresa que contenía las actividades y los temas a tratar.

En el curso 3ºI, se optó utilizar un simulador hecho en el software *GeoGebra* para discutir acerca de la noción de variable (Véase Imagen nº3).

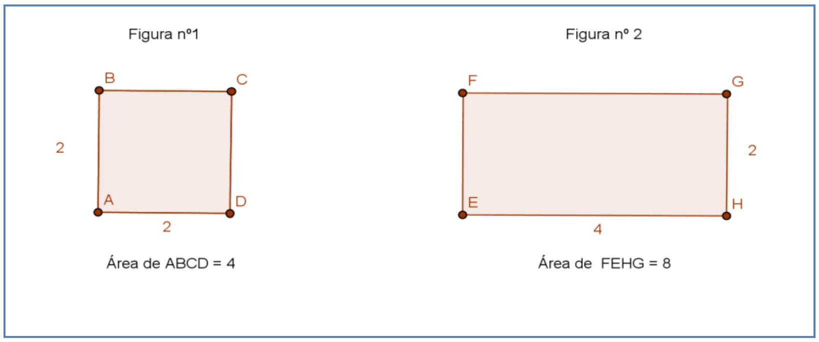
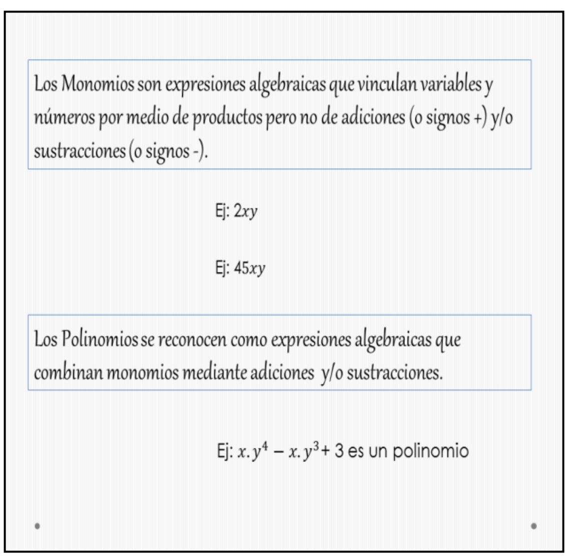


Imagen nº3

En los dos cursos, pese a que surgieron rápidamente las respuestas esperadas a las actividades, se recalcó que una variable es como una letra que puede ser remplazada por cualquier número racional según sea el problema a analizar.

Cabe destacar que los resultados obtenidos en la Actividad nº1 y nº2 fueron tenidas en cuenta para resolver la Actividad nº3 (Véase Anexo I).

Luego de finalizar dicha actividad, se procedió a leer las definiciones que iban apareciendo en las diapositivas. Estas diapositivas contenían las siguientes imágenes (Véase Imagen nº4, nº5, nº6 y nº7).



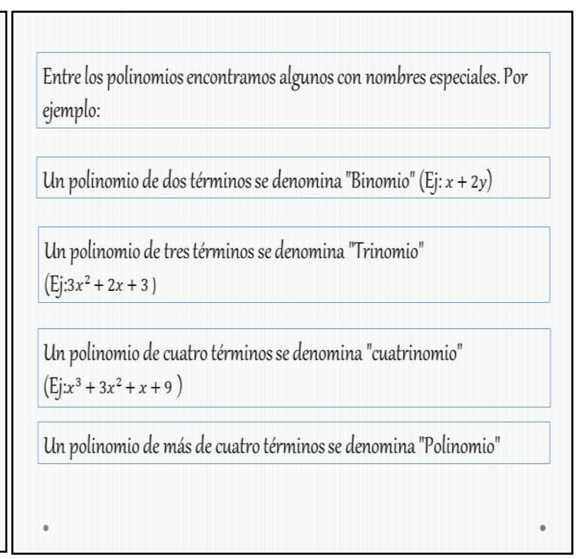
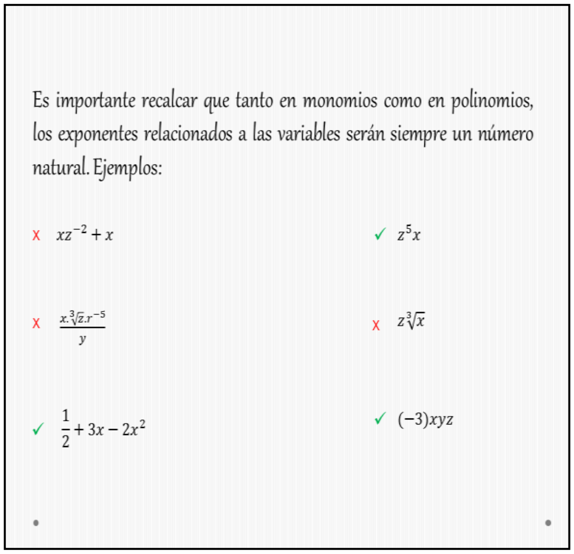


Imagen nº4 y nº5



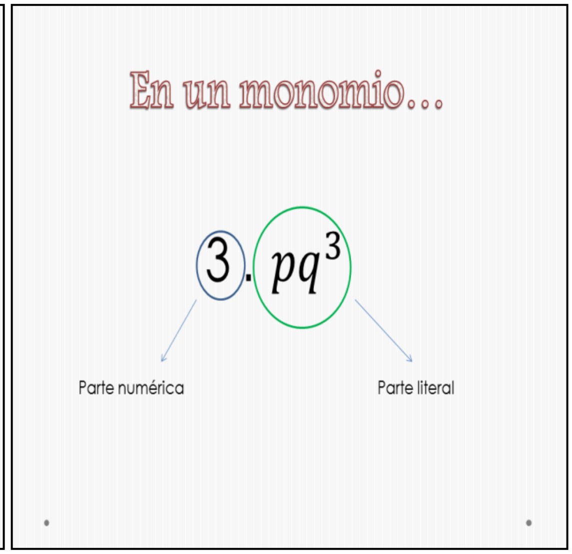


Imagen nº6 y nº7

Posteriormente se retomaron todos los resultados obtenidos en las Actividades nº1 y nº2, y se prosiguió a resolver de manera conjunta la Actividad nº3.

La mayoría de los alumnos reconocieron sin dificultad que las expresiones $z.z$ e $x.y$ son Monomios mientras que la expresión $x.x - z.z$ es un Polinomio.

Notamos que los alumnos tenían inconveniente de ver que $\sqrt[3]{x}$ es equivalente a $x^{\frac{1}{3}}$.

<u>Cierre</u>

Con el objetivo de poner en práctica lo que se estuvo trabajando, se prepararon la Actividad nº4, Actividad nº5 y Actividad nº6 (Véase Anexo I).

La Actividad nº6 fue hecha con el propósito de que a través de ella se pudiera introducir el siguiente tema: “Expresiones Semejantes”.

<u>Segundo Momento: Reconocer expresiones semejantes</u>

Para este Segundo Momento nos planteamos como objetivo:

- Introducir la noción de expresiones algebraicas semejantes.

Recursos: Diapositivas PP, proyector*,* fotocopias, marcadores de color y Guía nº1.

<u>Inicio</u>

Antes de introducir nuevas nociones en ambos cursos, siempre se iniciaba la clase preguntando a los alumnos qué fue lo trabajado en la clase anterior. Con esta actividad se buscaba poner en evidencia las conexiones entre los temas tratados y colocar en los alumnos un rol protagónico en relación con lo que se estaba trabajando.

A partir de esta instancia, las clases se concretaron en el aula. El aula de 3ºII tiene la siguiente estructura (Véase Imagen nº8).

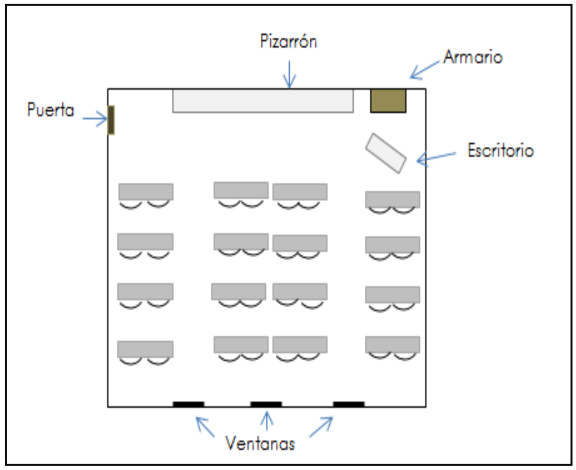


Imagen nº8

Desarrollo

Por motivos externos a la clase, el abordaje del nuevo tema fue distinto en los dos cursos.

En el 3ºI cuando se corregía la siguiente actividad, se prestó mayor atención en el inciso c) de la misma.

Actividad N°6: *Reconocer cuales de las siguientes expresiones algebraicas son monomios y cuales son polinomios escribiendo en el cuadro monomio o polinomio según corresponda:*

a) $2xyz$

b) $4x^2 + 7x$

c) $3a + a$

d) $3x - 2x$

e) $3y - 2x$

f) $6x + 7$

Como la mayoría de los alumnos de este curso resolvieron la adición $3a + a$, se aprovechó para transmitir la necesidad de verificar si el resultado estaba correcto. Por dicho motivo, se continuó mostrando una serie de diapositivas con las que se ilustra el sentido de “expresiones semejantes”.

Éstas contenían las siguientes imágenes (Véase Imagen nº9, nº10, nº11 y nº12).

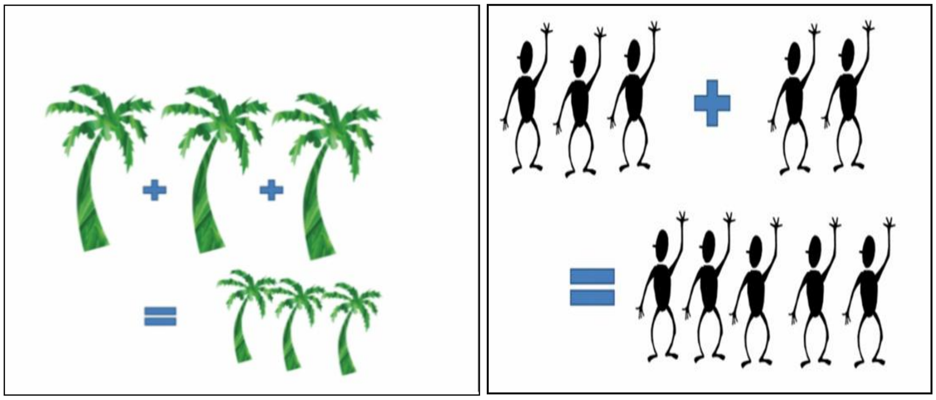


Imagen nº9 y nº10

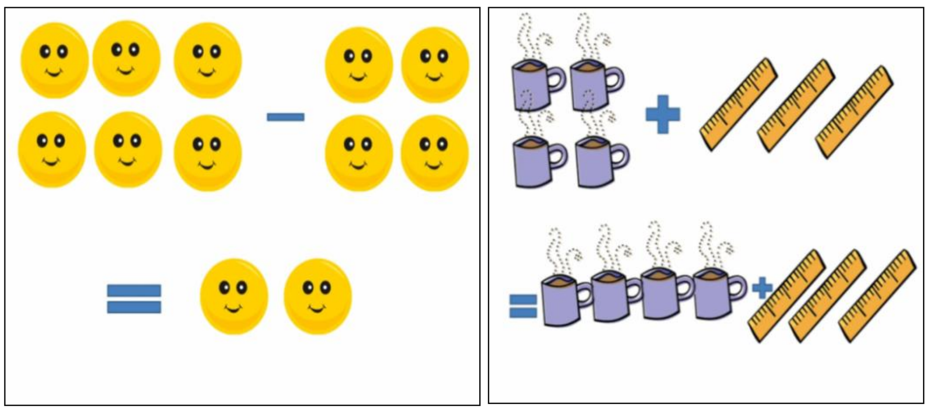


Imagen nº11 y nº12

En el otro tercero, debido a que no se pudo trabajar con proyector, no se pudo abordarlo de esa manera. Pero, al igual que en el 3ºI, se dio la siguiente definición de expresiones semejantes: *"Se llaman expresiones semejantes a aquellas que tienen la misma parte literal, es decir, que poseen las mismas letras y que los exponentes de esas letras son iguales".* Luego, se escribieron expresiones algebraicas en el pizarrón y se generó un debate acerca de cuáles eran semejantes y cuáles no lo eran, dando la justificación pertinente.

Además, en ambos cursos, se dejó en claro que cuando se tienen expresiones semejantes, se puede sumar o agrupar tales términos en uno solo semejante a los dados (como se ilustra en las Imágenes nº9, nº10 y nº11). Caso contrario se deja expresada la adición (como se ilustra en la imagen nº12).

Cierre

Con el propósito de afianzar la noción de expresiones semejantes, se confeccionaron la Actividad nº7 y nº8 (Véase Anexo I).

Tercer Momento: Introducción de la definición de expresión polinómica y de los elementos de un Polinomio.

Para este Tercer Momento nos planteamos como objetivo:

- Definir grado de una expresión polinómica, coeficiente principal y término independiente;

- Dar una definición formal de expresión polinómica.
- Definir Polinomio completo y Ordenado. Completar y/o ordenar polinomios de tal manera que queden expresados de modo completo y ordenado.

Recursos: Diapositivas PP, proyector, marcadores de color y Guía nº1.

Inicio

En los dos cursos, se dio la definición de Polinomio en una sola variable, y se recurrió al uso de ejemplos con el propósito de contribuir con la compresión de las ideas presentadas.

Desarrollo

En el curso 3ºII, se solicitó a un alumno que leyera la siguiente definición[2] de expresión polinómica en una sola variable: *"Se llama polinomio a una expresión algebraica del tipo $a_n.x^n + a_{n-1}.x^{n-1} +\ldots+ a_2.x^2 + a_1.x^1 + a_0.x^0$ donde $a_n,..,a_o$ son números reales cualesquiera y se denominan* ***coeficientes del polinomio,*** *x es la* ***variable del polinomio****, n, n-1, etc.,* ***son los exponentes a los que está elevada la variable (n es un número natural cualesquiera),*** *n es el* ***grado*** *del polinomio, a_n es el* ***coeficiente principal,*** *y a_0 es el* ***término independiente*** *del polinomio".*

Para interpretar dicha definición, en ambos cursos se escribió en el pizarrón una expresión polinómica y se pidió a los alumnos que identificaran las variables, los coeficientes, el exponente mayor, el número que multiplica a la variable de mayor exponente y el número que multiplica a la variable que está elevada a la 0. A partir de las respuestas de los alumnos, se iba introduciendo el grado, coeficiente principal y término independiente de un polinomio.

En 3ºI, se dio el siguiente ejemplo: $6x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ para que los alumnos distinguieran los elementos correspondientes.

Posteriormente en ambos terceros, se indicó cuándo un polinomio se llama completo y cuándo se dice que está ordenado. Se aclaró además que los exponentes podían estar ordenados de menor a mayor, como de mayor a menor. También se mostró cómo se tienen que completar y/o ordenar de tal manera que queden expresados de modo completo y ordenado.

Notamos que la mayoría de los alumnos tenían más dificultades en completar polinomios incompletos. Por ejemplo, cuando tenían el siguiente trinomio $4x + 3x^3$ +2 no agregaban el x^0 al lado del 2. Implícitamente les costaba asimilar que x^0 es 1.

Cierre

Para poner en práctica lo introducido y poder evaluar posibles dificultades al trabajar con estas ideas, expresiones y nociones nuevas tan complejas, se trabajaron con las Actividades nº9 y nº10 (Véase Anexo I).

Con el objetivo de preparar a los alumnos para el Trabajo Práctico, se decidió confeccionar y entregarles una Guía, pero por cuestiones de tiempo no se pudieron corregir las actividades que aparecían en ella(Véase Anexo II).

Cuarto Momento: Adición de Polinomios - Fichas

[2] Los alumnos leían las definiciones que estaban presentes en las guías que nosotros confeccionábamos para ellos. En particular, la definición de expresión polinómica aparece en la Guía nº1.

Para este Momento nos planteamos como objetivo:

- Introducir la adición de polinomios a través de una representación geométrica.

Recursos: Recortes de afiches, Guía nº1 y pizarrón.

Inicio

Actividad nº11:

Para dar comienzo a la siguiente actividad, se presentó a los alumnos una ficha en donde se le asignaba a los siguientes valores 1, -1, $x, -x, x^2$ $y - x^2$ una representación geométrica según el área y el color de ciertos rectángulos dados (Véase Imagen nº13).

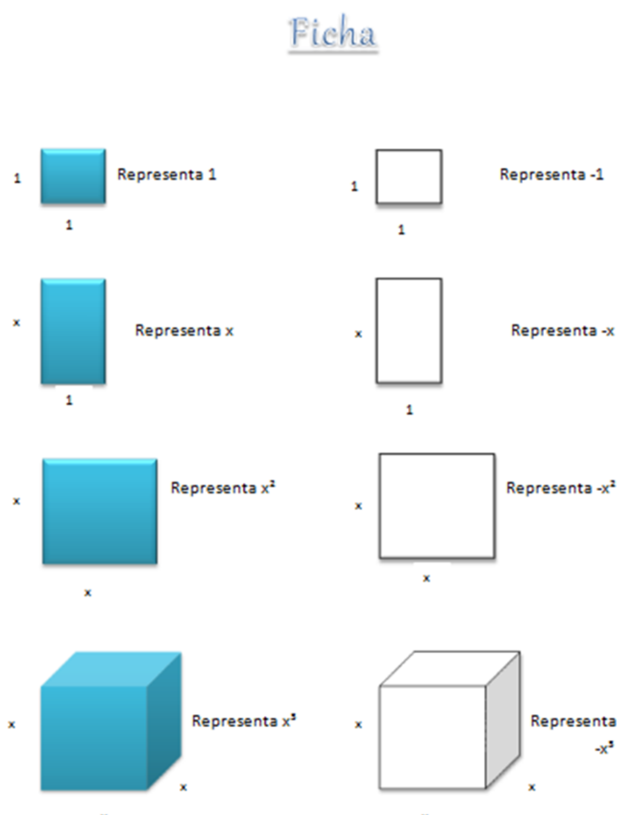


Imagen nº13

Por ejemplo, si el rectángulo tenía área igual a 1 y era de color celeste, entonces decíamos que representaba +1. Si el color hubiera sido blanco, éste representaba al -1.

Cabe aclarar que cuando se representaban las operaciones por medio de las fichas, se puede realizar las siguientes acciones:

1. Si en la representación de una operación hay dos fichas semejantes, una de color celeste y otra de color blanco, se sacan las dos, ya que una representa el opuesto de la otra. Por ejemplo (Véase Imagen nº14):

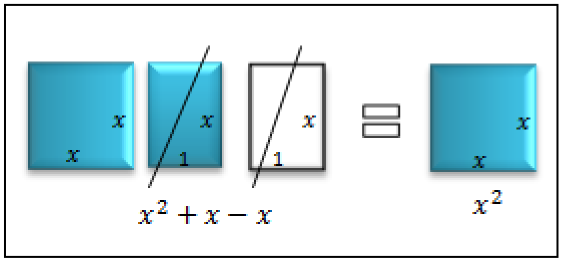


Imagen nº14

2. Por cada ficha de color celeste (respectivamente blanco), se puede reemplazar por una semejante de color blanco (celeste), agregando el signo menos adelante para mantener la igualdad. Por ejemplo (Véase Imagen nº15):

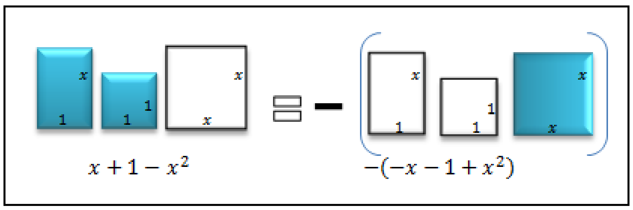


Imagen nº15

Además, se avisó que las fichas iban a ser imprescindible para llevar a cabo tanto esta Actividad como otras que iban a ir apareciendo más adelante.

La Actividad nº11 (Véase Anexo I) tenía como objetivo dar interpretación geométrica a la adición de expresiones polinómicas.

Cabe aclarar que durante el desarrollo de la Actividad nº11, los alumnos trabajaron con el compañero de al lado, teniendo a su disposición un sobre que contenía una cierta cantidad de rectángulos, hechos en papel afiche y/o cartulina para que ellos pudieran manipular y resolver así la actividad antes mencionada (Véase Imagen nº16).

Imagen nº16

<u>Desarrollo</u>

Se pidió a los alumnos que resuelvan la parta A de la Actividad nº11. La actividad a resolver era la siguiente:

Parte A: Para cada una de las siguientes expresiones, crea una representación usando solo las figuras de la ficha.

a) $2x$

b) -3

c) $2x^2 + 3$

d) $3x^3 - x^2 + 2$

A continuación se muestran imágenes que ilustran el uso que hicieron los alumnos de las fichas (Véase Imagen nº17, nº18, nº19 y nº20)

Imagen nº17

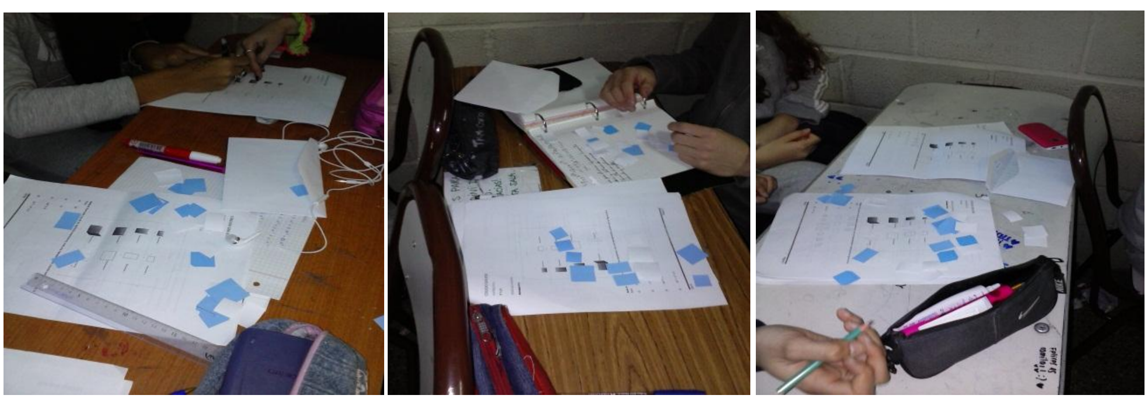


Imagen nº18, nº19 y nº20

Se destinó un cierto tiempo para que los alumnos trabajaran en dicha actividad y luego se procedió a corregirlas de la siguiente manera: Para cada ítem, se solicitó a un alumno que muestre con dibujos o usando las fichas de papel[3], la representación que creó, y luego de manera conjunta

[3] En 3ºII, para corregir dicha Actividad, se colocaban en el pizarrón recortes de papel afiche para cambiarlos de posición según sea la expresión en cuestión. Cada uno de estos recortes representaba una de las fichas, pero en un tamaño mayor.

se decidía si estaba bien o no esa representación pidiendo justificación a cada afirmación de los alumnos.

Luego, se procedió a solicitar a los alumnos que piensen como resolverían la siguiente adición: $(x^2 + x) + 2x$. Mientras que en el pizarrón se encontraba representado el siguiente esquema con los recortes de afiches (Véase Imagen nº21).[4]

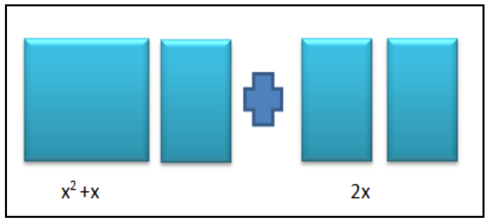


Imagen nº21

Se preguntó a los alumnos como resolverían esta adición. Pese a que surgió rápidamente la respuesta esperada, se procedió a resolver de manera geométrica. Primero se pidió a los alumnos que identifiquen en el esquema si hay rectángulos semejantes. Una vez que fueron identificados, se procedió a agruparlos y en forma paralela se fue escribiendo de manera algebraica (Véase Imagen nº22).

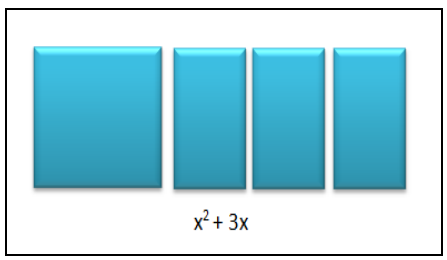


Imagen nº22

Luego, se procedió a decirles a los alumnos que resuelvan la Parte B, que contiene operaciones muy similares a la que se resolvió. Ésta es la siguiente:

Parte B:

a) Crea la representación de cada una de las expresiones usando la ficha.

b) Simplifique las expresiones.

c) *Escriba la expresión final*.

I. $(x^2 + 2x) + (2x^2 + 4x) =$

II. $(x^2 - 4x - 1) + (x^2 - x - 1) =$

III. $(x^2 + x + 3) + (x^3 + 4) + (-2x^2 - x - 5) =$

[4]Si bien no se destaca en la imagen nº21, en todos casos se recordaba la medida de la base y la altura de cada rectángulo. Por ejemplo x^2 es un rectángulo de lado y altura x, mientras que el rectángulo x tiene base x y altura 1 esto mismo ocurre al trabajar, luego, con “el esquema de la multiplicación”.

A pesar de que se mostró otra alternativa, la mayoría de los alumnos se apegaba a lo algebraico para operar. Algunos no se tomaban el tiempo de interpretar lo que tenían y operaban mal.

Se corrigió la parte B, de la siguiente manera: Para cada ítem, se solicitó a un alumno que muestre con dibujos o usando las fichas de papel la representación que creó, luego que cuente el procedimiento que siguió y la expresión a la que llegó. Durante el desarrollo, se permitió y se pidió la participación de los alumnos. A continuación se muestra una imagen que ilustra la manera en que se empieza a abordar la corrección de la Parte B en 3ºII (Véase Imagen nº23).

Imagen nº23

Cierre

Además de resolver las adiciones de polinomios de esas dos maneras, los mismos se pueden escribir uno debajo de otro, colocando en una misma columna los términos semejantes. Y se dieron los siguientes ejemplos:

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 7.x^4 - 5.x^2 + 4.x \\ + \quad 3.x^4 + 2.x^2 - 9.x \\ \hline 10.x^4 - 3.x^2 - 5.x \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.x^3 \qquad\qquad + 12 \\ + \quad -2.x^3 + 7.x^2 - 12 \\ \hline 4.x^3 + 7.x^2 + 0 \end{array}$$

Luego se confeccionó la Parte D para afianzar lo trabajado en el primer y segundo momento de la Tercer Clase (Véase Anexo I).

Quinto Momento: Sustracción de polinomios en una sola variable - Ficha.

Para este Momento nos planteamos como objetivo introducir:

- La sustracción de polinomios a través de la representación geométrica.

Recursos: Recortes de afiches, Guía nº1 y pizarrón.

Inicio

Una vez que quedó claro la adición de polinomios, se preguntó a los alumnos que piensen cómo resolverían la siguiente: $(x^2 + 2x) - 2x$. Mientras que en el pizarrón se encontró representado el siguiente esquema con los recortes de afiches (Véase Imagen Nº24).

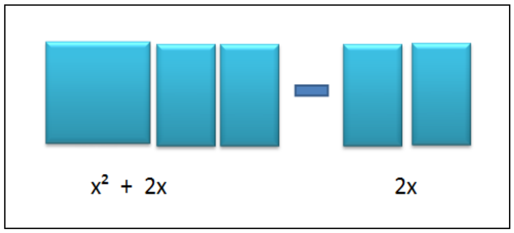


Imagen Nº24

Desarrollo

Para mayor comprensión, se cambió la resta por suma y se procedió siguiendo la siguiente secuencia (Véase Imagen Nº25). Esto se hizo recuperando el sentido de las fichas blancas ya discutido en clases anteriores.

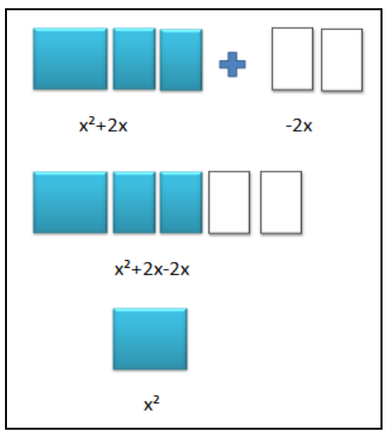


Imagen nº25

Luego, se pidió a los alumnos que resuelvan la Parte C (Véase Anexo I). Esta parte contiene operaciones muy similares a la que se resolvió a modo de ejemplo.

Esta actividad tenía como objetivo dar interpretación geométrica a la sustracción de expresiones polinómicas. Ésta es la siguiente:

Parte C:

a) *Crea la representación de cada una de las siguientes expresiones usando la ficha.*

b) *Simplifique las expresiones.*

c) *Escriba la expresión resultante.*

I. $3x - 4x =$

II. $(x^2 - 4x - 1) - (x^2 - x - 1) =$

III. $(x^2 + x + 3) + (x^3 + 4) - (-2x^3 - x - 6) =$

A continuación se muestra una imagen que ilustra la manera en que se empieza a abordar la corrección de la Parte C en 3ºII (Véase Imagen nº26).

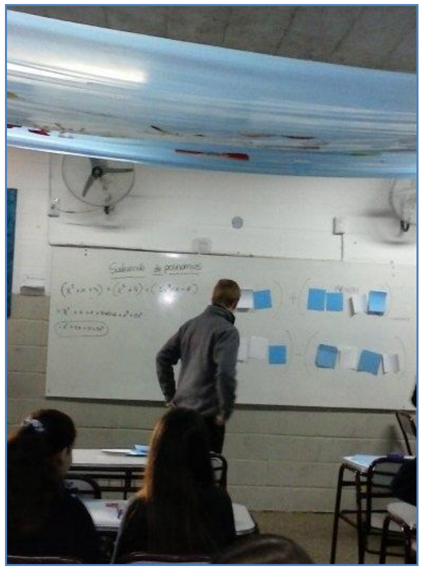


Imagen nº26

Cierre

Se pidió a los alumnos que resuelvan la Parte D.

Sexto Momento: Multiplicación de Monomios- Ficha

Objetivos para este tema nos planteamos:

- Introducir multiplicación de monomios a través de representaciones geométricas.
- Trabajar con multiplicaciones y adiciones entre monomios.
- Dar el método que se utiliza para llevar a cabo la multiplicación de monomios.

Recursos: Guía nº2, Pizarrón y afiches.

Inicio

Se anticipó a los alumnos, en ambos cursos, que el próximo tema es la “Multiplicación de monomios”.

Para abordar la multiplicación de monomios, se partió de ejemplos y se decidió confeccionar el “esquema de la multiplicación” (de fichas) con el propósito de contribuir con la compresión de los alumnos. En todos los casos, se usó la ficha presentada en el Cuarto Momento recuperando y ampliando el sentido de dicho material.

Desarrollo

Para introducir nuevamente las fichas como alternativa de aprendizaje, se lo relacionó con el cálculo de áreas de terrenos ya que desde el primer momento los alumnos venían haciéndolo.

Se resolvió, de manera conjunta, la siguiente operación $(2x).3$. En la resolución, la explicación estuvo centrada en decir que resolver esa multiplicación es equivalente a calcular el área de un rectángulo con base 3 y altura $2x$ (o al revés). Para ello, se tomaron tres fichas de áreas iguales a 1 por sus bases y se consideraron dos fichas de áreas x por sus alturas (Véase Imagen nº27). Cuando se construyó el rectángulo, se tomó como referencia las fichas de la siguiente manera: Para que la altura fuese $2x$ se juntó las alturas de las dos fichas de áreas iguales a x. Y para obtener base 3, se unieron las bases de las fichas de áreas iguales a 1. Y de esta manera, se armó el rectángulo (Véase Imagen nº28). Luego, se dijo que cómo no se tenía una referencia de ese rectángulo en la ficha, hay que descomponer ese rectángulo en términos de figuras que ya conocemos. Por ende se fue partiendo el rectángulo a conveniencia. A continuación se detallan los procedimientos de trabajo (Véase Imagen nº27, nº28, nº29, nº30, nº31 y nº32).

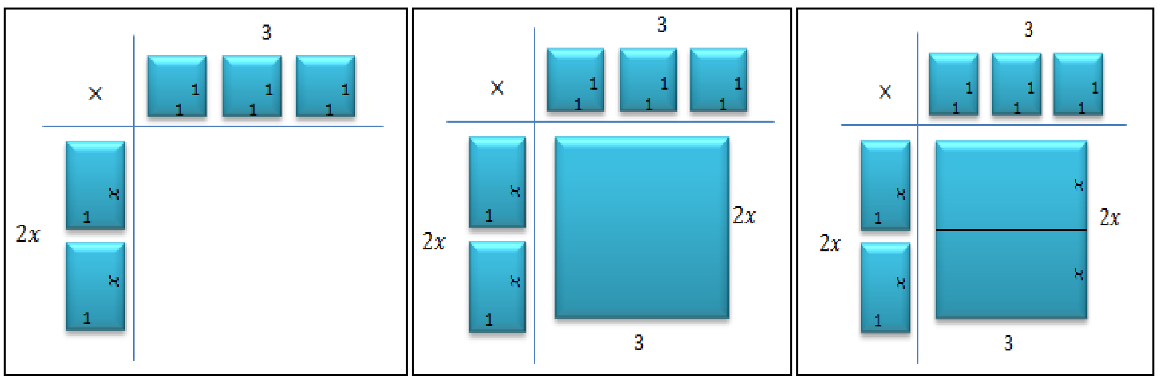


Imagen nº27, nº28 y nº29

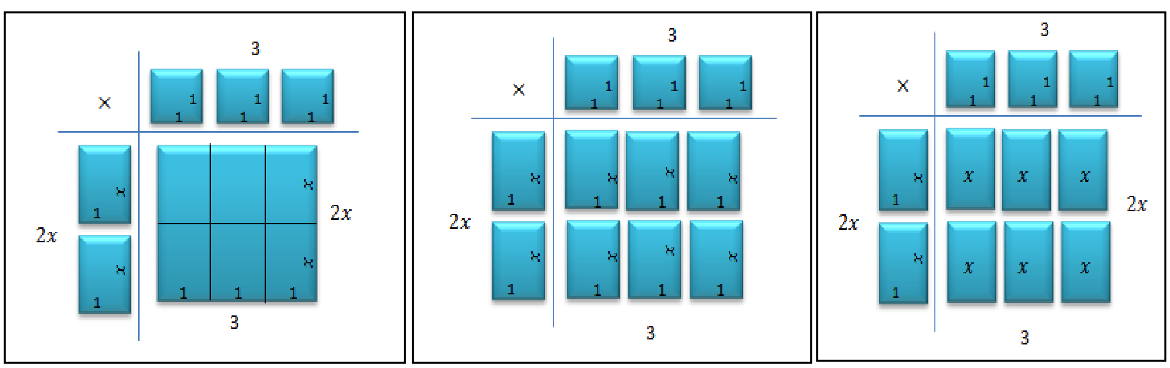


Imagen nº30, nº31 y nº32

En los dos cursos, se respetó la siguiente secuencia: Cuando surgió que $2x$ es equivalente a escribir $x + x$, se partió el rectángulo de base 3 y altura $2x$ en dos partes iguales. Obteniendo dos rectángulos con bases 3 y alturas x. Luego se hizo notar a los alumnos que no se tenía una referencia a qué representan estos últimos rectángulos, y tomando la decisión de partir cada rectángulo en tres partes iguales. Partición que se podía hacer ya que es conocido que 3 es lo mismo que 1+1+1.

Se concluyó que del rectángulo original se obtuvieron 6 rectángulos componentes de bases 1 y alturas x. Se hizo acordar a los alumnos que cuando se tiene un rectángulo de color celeste, de base 1 y altura x, el área es x. Concluyendo que como se tienen seis rectángulos componentes con esas características, la suma de sus áreas es igual a $6x$. Para concluir, se hizo acordar a los alumnos que esos rectángulos componentes, juntos forman el rectángulo de base 3 y altura $2x$. Y por lo tanto, el área de este último rectángulo es $6x$.

Posteriormente, se retomó la operación $2x.3$ y se resolvió de manera algebraica. Pero antes se solicitó a un alumno que leyera la siguiente definición que aparecía en la guía nº2: *"A partir de este caso podemos indicar que, en general, para multiplicar monomios se multiplican por un lado los coeficientes, y por el otro lado la parte literal. Dicho de otro modo, el producto entre dos monomios es otro monomio cuya parte numérica es el producto de las partes numéricas de los monomios dados y su parte literal es el producto de las partes literales de los monomios originales".* Luego con el objetivo de mostrar cómo se multiplican dos monomios, se retomó la operación y se llevó a cabo la siguiente secuencia: $(2x).3 = (2.3).(x^1.x^0) = 6x$. Se hizo énfasis que para obtener ese resultado solo se multiplicaron las partes numéricas que son el 2 y el 3, y la parte literal que es x^1 y x^0. Además se dijo que, como estos dos últimos factores tienen la misma base, los exponentes se suman.

Lo interesante fue que en 3ºI, cuando apenas se dice a los alumnos que se resolverá la operación de manera geométrica, automáticamente la mayoría de los alumnos manifestaron disconformidad diciendo que no veían la necesidad de recurrir a lo geométrico, ya que sabían que el resultado era $6x$. Pese a esta resistencia, dejaron a que continuara la clase. Cuando se finaliza la explicación, de nuevo manifiestan disconformidad con esta alternativa, que llevó a la intervención de la Profesora para decir de que ésta es una demostración de por que $2x.3$ es igual a $6x$.

Cabe destacar que esta resistencia de adoptar esta alternativa se vivenció de manera explícita en un curso e implícita en el otro. Vivencia distinta debida a las diferencias de los dos grupos.

En conclusión, en ambos cursos, se vieron dos maneras de resolver una multiplicación de monomios. Estas son: La manera algebraica y la manera geométrica. Además, se aclaró que la representación geométrica sirve para validar.

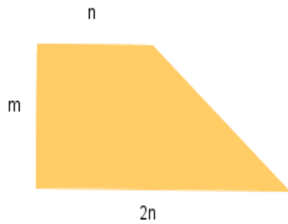
<u>Cierre</u>

Para afianzar, avanzar y consolidar este tema, se prepararon la Actividad nº12 y la Actividad nº13 (Véase Anexo III).

En particular, con respecto a la siguiente actividad:

Actividad Nº13: *Utilice lenguaje algebraico para expresar el área de las siguientes figuras.*

A=…………………………………



Nos pareció interesante señalar que un alumno de3ºI usó la fórmula para hallar el área de un trapecio y llegó a la siguiente expresión: $\ddot{A} = 2mn - (\frac{2n}{2} - n)$. Como esta última generó mucha confusión en el resto de sus compañeros, se tomó la decisión de partir de esa expresión y llegar a $A = mn + \frac{mn}{2}$, que era la expresión que todos habían escrito en sus cuadernos. Este trabajo se realizó con el objetivo de mostrarles que ambas expresiones eran equivalentes.

<u>Séptimo Momento: Propiedad Distributiva</u>

Objetivos: Para este tema nos planteamos:

- Introducir las ideas principales relacionadas con multiplicación entre polinomios en una variable.
- Presentar la propiedad Distributiva de la multiplicación con respecto a la adición de polinomios como una especial multiplicación entre monomios y polinomios.
- Trabajar con multiplicaciones y adiciones entre polinomios o monomios.
- Introducir la idea de factor común como acción recíproca a la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición de polinomios.

Recursos: Guía nº2, afiches y pizarrón.

<u>Inicio</u>

En los dos cursos, el tema en cuestión se abordó de distinta forma debido al ritmo de trabajo de los alumnos. Por ejemplo, en Tercero Primera Sección, se corrigió hasta el inciso d) de la Actividad nº12 (Véase Anexo III). En cambio, en el otro tercero, se decidió corregir todos los incisos sin hacer corte. Para llevar a cabo dicha corrección, se asignó a varios alumnos que escriban los resultados en el pizarrón, para luego preguntar al resto de la clase si todos compartían los mismos resultados. Posteriormente se validaba colocando una tilde.

<u>Desarrollo</u>

Para introducir la Propiedad Distributiva de la multiplicación con respecto a la adición de polinomios, en 3ºI se aprovechó la corrección del inciso e) de la Actividad nº12 para señalar que ésta se podía resolver aplicando una propiedad. De esta manera, se pudo introducir la Propiedad Distributiva. La mencionada actividad es la siguiente:

Actividad Nº12: *Multiplique y obtenga la expresión más sencilla posible.*

a) $\frac{2}{3}xy.\frac{3}{4}x =$

b) $a.3a.4a^2 =$

c) $(3x).(3.4)x =$

d) $(2x).(9x^2) =$

e) $(2x + x).5x =$

f) $2.(-2x) =$

g) $7x.(2x - 3x) =$

h) $(-2x).(-2x) =$

A partir de lo trabajado, se prosiguió dando la siguiente generalización: $a.(b + c) = a.b + b.c$, donde a, b y c son monomios-polinomios. Posteriormente, se resolvió la siguiente operación a modo de ejemplo: $2x.(2x + 2)$. Con la participación de los alumnos se llegó a la siguiente expresión $4x^2 + 4x$. Con el objetivo de consolidar lo visto anteriormente, se dio el siguiente ejemplo, $2x.(3x - 2y)$ y con ayuda de los alumnos se llegó al siguiente resultado $6x^2 - 4xy$. Durante el proceso de resolución, los alumnos expresaron las siguientes dudas: ¿El signo te queda igual al que estaba dentro del polinomio? ¿Se pueden sumar? Con respecto a la última duda y notando que los alumnos buscaban una única expresión, se resolvió indicando que la adición debe quedar indicada ya que no se puede resolver porque las partes literales son distintas. Luego, se remarcó que esta operación también se puede resolver de manera geométrica apelando a las fichas y se procedió a mostrar un afiche, explicando cómo fue resuelta usando el recurso geométrico.

A partir de esto, algunos alumnos mostraron rechazo a esta alternativa de abordaje geométrico dando como argumentos los siguientes: *No nos vamos a aprender de memoria las fichas y no nos vamos a dar cuenta de qué elegir como altura y cuál como base*. Cabe indicar que de ninguna manera se pretendía que los alumnos aprendan de memoria el sentido de las fichas.

En el otro tercero, para introducir la propiedad Distributiva, se asignó a un alumno para que lea lo siguiente: *"Veremos tres herramientas que podremos usar para resolver una multiplicación de polinomios. A continuación desarrollaremos una de esas herramientas".*

A continuación, se resolvió de manera geométrica la siguiente operación, $a.(b + c)$. Se contaba con la representación del "esquema de la multiplicación" en un afiche y con ese recurso, se siguió la secuencia de acciones según el orden ilustrado en Imagen nº33, nº34 y nº35.

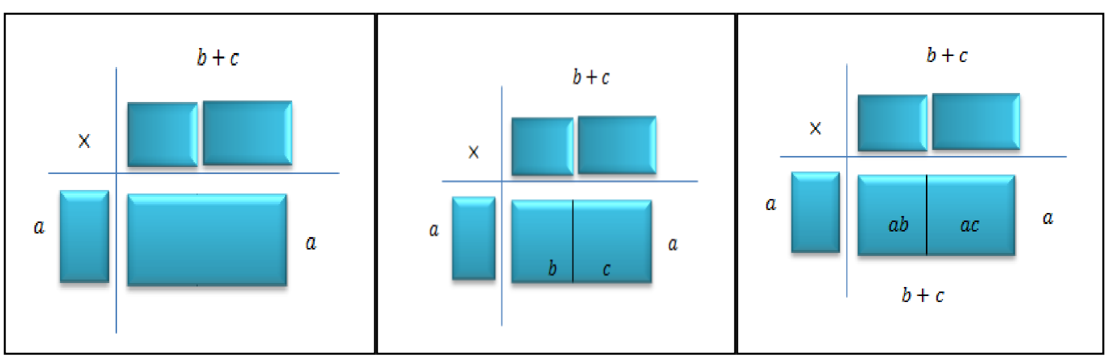


Imagen nº33, Imagen nº34 y Imagen nº35

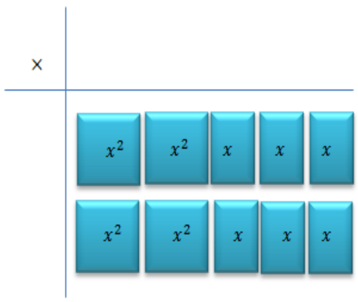
Una vez concluida dicha secuencia, se colocó la respuesta de $a.(b+c)$ que es $ab+ac$. Se cerró este proceso indicando que esta igualdad expresa la propiedad Distributiva de la multiplicación respecto de la adición.

En los dos cursos se recalcó que el resultado final de estas operaciones debe quedar expresado en su mínima expresión.

Para afianzar dicha propiedad se prepararon y trabajaron las Actividades nº14, nº15, nº16 y nº17 (Véase Anexo III).

En el $3^{\circ}\mathrm{II}$, la Actividad nº14 causó mucha perplejidad. La actividad trabajada es la siguiente:

Actividad Nº14: *Determina los factores que fueron multiplicados para obtener el siguiente esquema.*



Podríamos hipotetizar que los alumnos no entendían que respuesta pedía el enunciado. Dicho de otro modo, el origen de la dificultad de los alumnos era que no sabían qué tenían que hacer en la actividad.

Dificultad que era comprensible ya que dentro de las actividades resueltas en clase se daba una operación a realizar, por ejemplo: "$2x.(2x+3)=$". En ese caso, los estudiantes seguían la siguiente secuencia: En concordancia con esos dos factores, se construía un rectángulo que tuviera como base $2x$ y altura $(2x+3)$ ó viceversa, y luego se partía dicho rectángulo a conveniencia, hasta obtener rectángulos semejantes a las fichas, de las cuales se saben sus áreas. Luego se sumaban todas las áreas de cada componente, para encontrar así el área del rectángulo original, es decir, el resultado de dicha operación.

Pero en esta actividad se pedía la acción recíproca. Dicho de otro modo, se daba el rectángulo ya particionado en términos de las fichas, y los alumnos tenían que reconstruir el rectángulo original dando su base y su altura. Porque éstos eran los factores de la multiplicación buscada. Como ya se señaló anteriormente esta es una actividad poco frecuente en las clases de matemática.

Después de idas y venidas, lo que contribuyó para el esclarecimiento, fueron las preguntas hacia casos particulares. Por ejemplo: Se dispuso los recortes de afiches como en el siguiente esquema (Véase Imagen nº36).

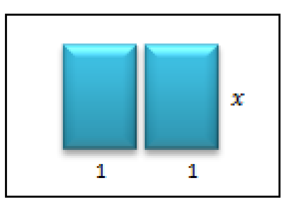


Imagen nº36

A partir del esquema, se preguntó cuál era la base y la altura del rectángulo que se origina uniendo esos dos rectángulos de bases 1 y alturas x. Las respuestas esperadas eran que la base es 2 y la altura x. Luego, se dijo que como el área de ese rectángulo es $(x.2)$, en ese caso, 2 y x eran los factores buscados. Cabe indicar que este tipo de trabajo buscaba contribuir con el trabajo posterior sobre la noción de "Factor común de un polinomio".

Después que los alumnos habían mostrado comprensión hacia lo que tenían que hacer, se encaró la actividad en cuestión de la siguiente manera:

- Se aclaró que todos los rectángulos que aparecen, juntos conforman un solo rectángulo. Y de ese rectángulo nuevo tienen que hallar su base y su altura, porque esos eran los factores solicitados (Véase Imagen nº37).

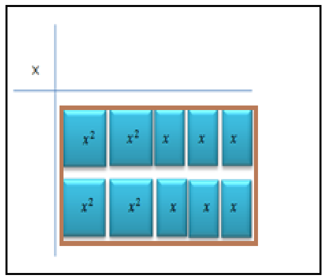


Imagen nº37

- Luego, se dijo que para hallar su base y altura, se debe conocer cuál es la base y altura de cada rectángulo que lo conforman. Con la participación de los alumnos, se llegaron a las siguientes conclusiones (Véase Imagen nº38).

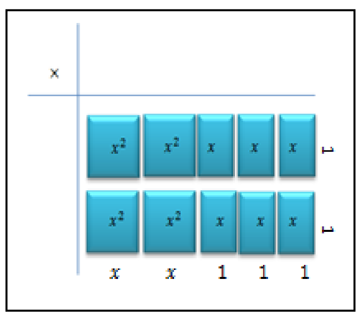


Imagen nº38

Posteriormente se recordó a los alumnos que el color de las fichas determina el signo del número y de la letra. Y se prosiguió hacer el siguiente paso (Véase Imagen nº39).

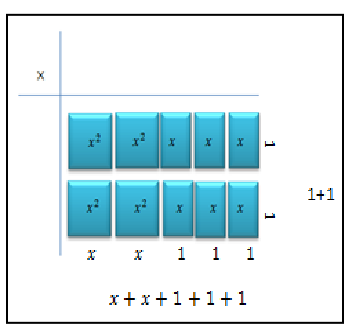


Imagen nº39

- Concluyendo que la base es $2x + 3$ y la altura es 2. Y luego se hizo ver a los alumnos, que estas expresiones eran los factores que se solicitaban.

Después de esta dificultad, se explicitó a los alumnos cuál era el objetivo de esta actividad diciéndoles que se estaba aplicando la propiedad Distributiva en su sentido contrario, y que dicha aplicación se llama "factoreo de expresiones algebraicas". Además, se les adelantó que ellos lo verán más detenidamente con sus profesoras.

El objetivo de la Actividad nº15, era introducir la propiedad Distributiva con respecto a la sustracción de polinomios.

Con respecto a la Actividad nº17, una vez que llegaron a la siguiente expresión $(a + b).(c + d) = ac + ad + bc + bd$, se dijo que se aplicó dos veces la propiedad Distributiva. Además, se les mostró un afiche que contenía la resolución de manera geométrica.

Cierre

Para afianzar esta última técnica se preparó la Actividad nº 18 (Véase Anexo III).

Octavo Momento: Productos Notables

Objetivos para esta clase nos planteamos:

- Introducir el cuadrado de un binomio como caso particular de productos de polinomios.
- Abordar el producto de la adición de dos números por su sustracción.
- Reconstruir un binomio a partir de un trinomio cuadrado perfecto.

Recursos: Fotocopias, afiches, Guía nº2 y pizarrón.

Inicio

En ambos cursos, se dijo que se iban a ver dos productos que tienen el nombre de "productos notables" debido a su rol importante en la búsqueda de raíces de un polinomio, al realizar gráficos y en la factorización de polinomios.

Desarrollo

Se continuó presentando los dos productos que se iban a ver detenidamente, que eran el cuadrado de un binomio y el producto de la adición de dos números por su sustracción. Luego se desarrolló estos productos acorde a la siguiente secuencia:

$$(a + b)^2 = (a + b).(a + b)(a + b).(a - b) = a.(a - b) + b.(a - b)$$
$$= a.(a + b) + b.(a + b) = a.a - a.b + b.a - b.b$$
$$= a.a + a.b + b.a + b.b = a^2 - b^2$$
$$= a^2 + 2.a.b + b^2$$

Se dijo que el desarrollo del cuadrado de un binomio es equivalente a un trinomio cuadrado perfecto. Y además, el producto entre la adición de dos números por la diferencia entre ellos se transforma en una diferencia de cuadrados. Posteriormente se mostró un afiche donde estaban resueltos estos productos de manera geométrica.

Cabe resaltar que en3ºI se dio dos ejemplos para que los alumnos aplicaran estas reglas. El primer ejemplo fue resolver $(x+1)^2$. Con la participación de los alumnos se concluyó que esto es equivalente a $x^2+2.x+1$. Y el otro ejemplo fue resolver la siguiente operación: $(x-2).(x+2)$.

Es rescatable también que en ese curso, se ofreció a los alumnos el siguiente trinomio x^2+3x+9 y se preguntó a los mismos cuál será el binomio tal que al elevarlo al cuadrado se obtenga esa expresión. Algunos alumnos propusieron el siguiente binomio $x+3$. Entonces se decidió retomar esa expresión, mostrando que el trinomio al cual es equivalente no es ese, sino x^2+6x+9. Concluyendo así que x^2+3x+9 no es un trinomio cuadrado perfecto. Cabe aclarar, que este debate también se generó en el otro tercero pero en otra instancia.

Cierre

Con el objetivo de poner en práctica lo aprendido y que susciten dudas o inquietudes, se crearon las Actividades nº19, nº20, nº21 y nº22 (Véase Anexo III).

Noveno Momento: Valor numérico

Objetivos para esta clase nos plantemos:

- Dar la definición de valor numérico.
- Definir raíz, a través del gráfico de una función polinómica[5].
- Discutir la necesidad de escribir el polinomio en su forma factorizada.

Recursos: Guía Actividades Integradoras, afiche y pizarrón.

Inicio

Para introducir el tema al aula, se solicitó a los alumnos que resuelvan la siguiente actividad que corresponde a la guía de Actividades Integradoras (Véase Anexo IV):

Actividad nº11: *Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos depende de la cantidad de pares de zapatos que fabrica entre otras variables y están dado por la función P(x)=1000x-2x^2, donde x es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes. Calcule los ingresos mensuales si en cada mes fabrica los siguientes pares de zapatos:*

I. *Primer mes, 125 pares*
II. *Segundo mes, 375 pares*
III. *Tercer mes, 600 pares*
IV. *Cuarto mes, 250 pares*

[5] Como los alumnos ya habían visto antes funciones y por ende sabían cómo graficar algunas de ellas, se decidió representar gráficos de funciones polinómicas.

Se procedió a mostrar un afiche en donde aparecía la siguiente definición de valor numérico: "*El valor numérico de un polinomio, cuando x=a, es el valor que se obtiene para el polinomio al sustituir la variable x por un número a".* Luego, se trató de explicar la definición a partir de la actividad. Es decir, se dijo cuando a=125, el valor numérico se obtiene al reemplazar x en el polinomio por a. Se continuó mostrando el gráfico de este polinomio, éste se encontraba en otro afiche. Además, se aprovechó para introducir el concepto de raíz.

Cabe aclarar que la denominada guía de Actividades Integradoras, fue confeccionada con el propósito de relacionar, a través de las actividades, todos los contenidos vistos. De esta manera, se presentaba ante el alumno, actividades donde se involucraba más de un contenido.

<u>Desarrollo</u>

Posteriormente, en3ºII, se destinó tiempo para que los alumnos hicieran la Actividad nº10 (Véase Anexo IV), y se asignó a tres alumnos para que escribieran en el pizarrón el procedimiento y el resultado de cada inciso, para una posterior discusión y corrección.

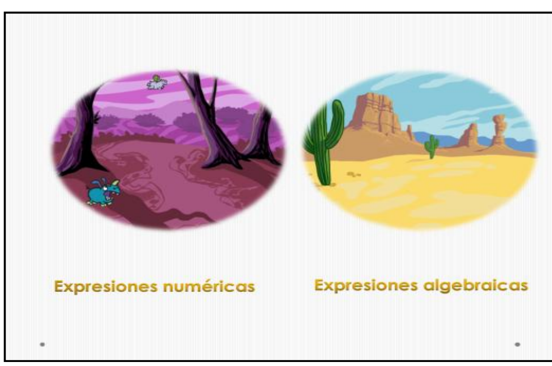
Mientras que en el otro tercero, antes de corregir dicha Actividad, se presentó el siguiente polinomio $P(x) = -x^2 + 5x$, y se preguntó: ¿cuál es el valor numérico cuando$x$ es 1? y ¿cuando x es 4?

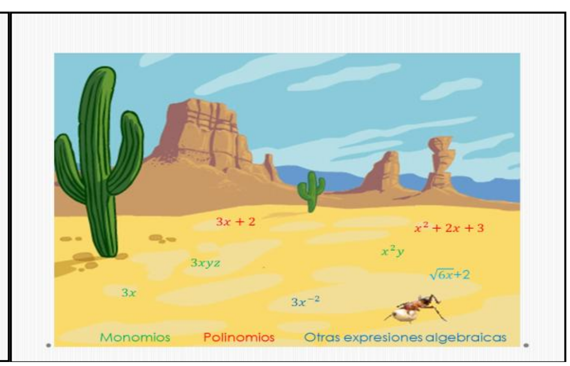
<u>Cierre</u>

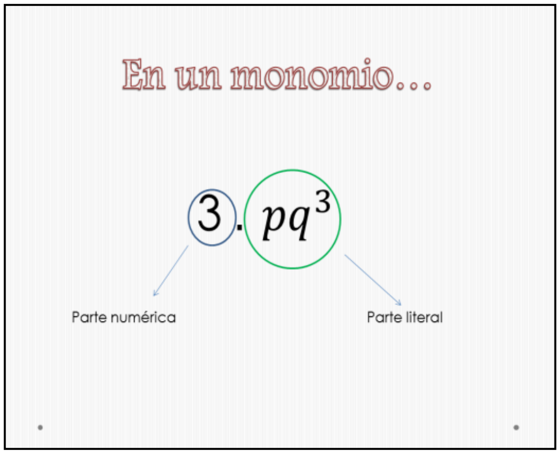
Luego, se procedió a mostrarle el gráfico de este polinomio.

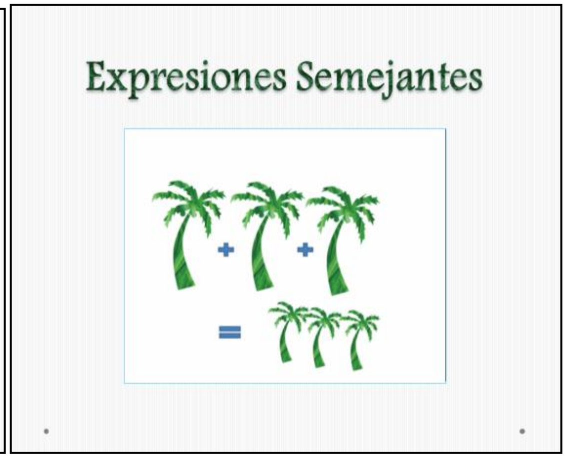
<u>Décimo Momento: Resumen</u>

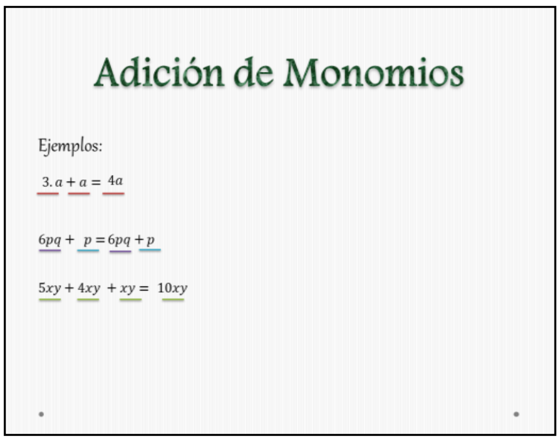
Se decidió que en la clase anterior a la evaluación, se mostraría a los alumnos una serie de diapositivas que sintetizaran los temas o ideas esenciales que se estuvieron trabajando. Rescatando aquellos temas que causaron dificultad y aquellos que iban a ser evaluados. Además se tenía como propósito, recordarles lo que se estuvo trabajando en el primer día de nuestras clases, mostrar los avances y anticiparles algunos contenidos que ellos verán más adelante. Con el objetivo de establecer así una relación con lo que ellos verán con sus correspondientes profesoras a futuro. Para tal fin, se destinó veinte minutos, aproximadamente, para mostrar un PP que contenía las siguientes imágenes:

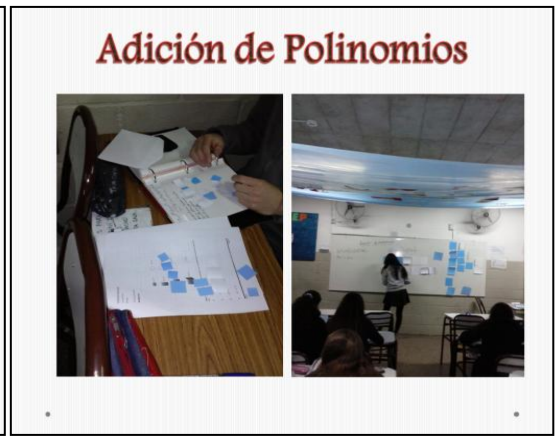


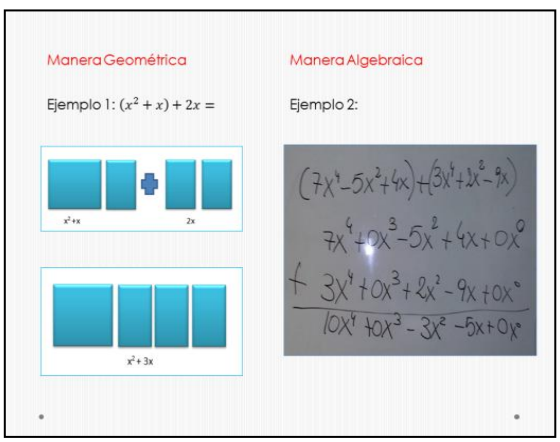


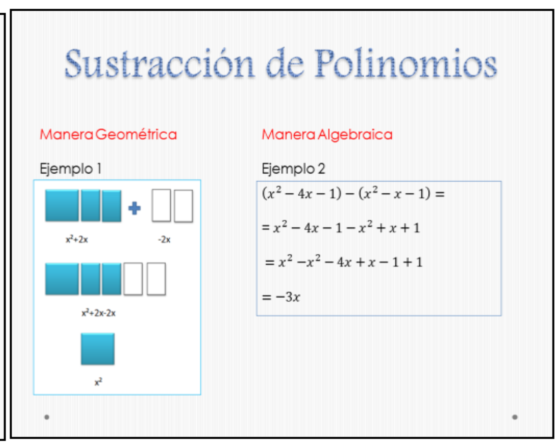

En un monomio…
$3 . pq^3$
Parte numérica
Parte literal

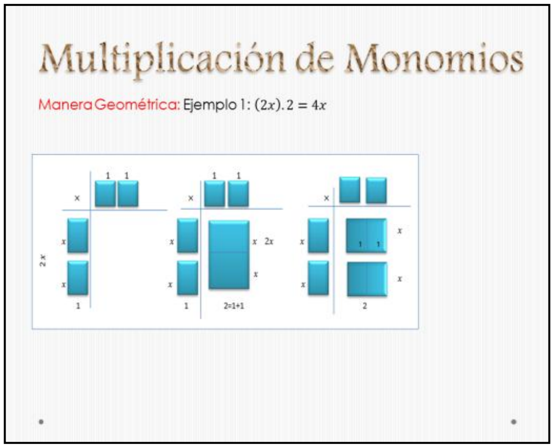

Expresiones Semejantes

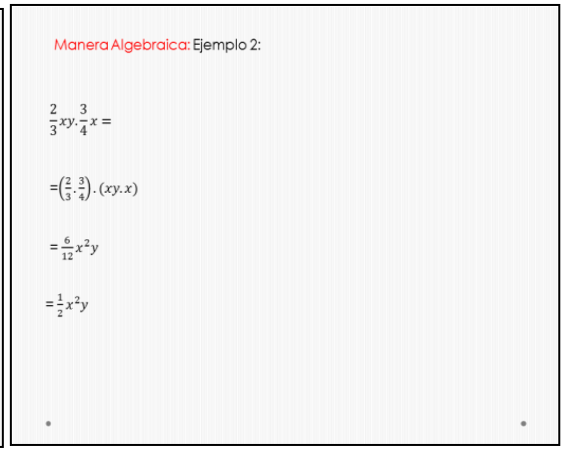

Adición de Monomios
Ejemplos:
$3.a + a = 4a$
$6pq + p = 6pq + p$
$5xy + 4xy + xy = 10xy$

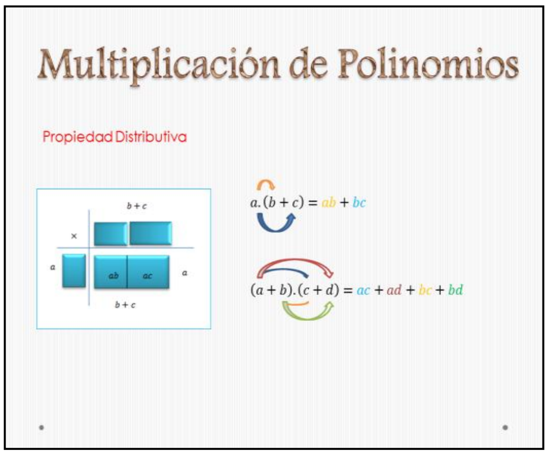

Adición de Polinomios

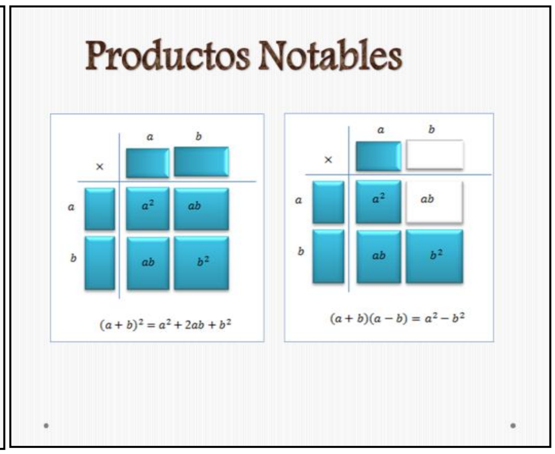

Manera Geométrica
Ejemplo 1: $(x^2 + x) + 2x =$
x^2+x
$2x$
x^2+3x
Manera Algebraica
Ejemplo 2:
$(7x^4-5x^2+4x)+(3x^4+2x^2-9x)$
$7x^4+0x^3-5x^2+4x+0x^0$
$+ 3x^4+0x^3+2x^2-9x+0x^0$
$10x^4+0x^3-3x^2-5x+0x^0$

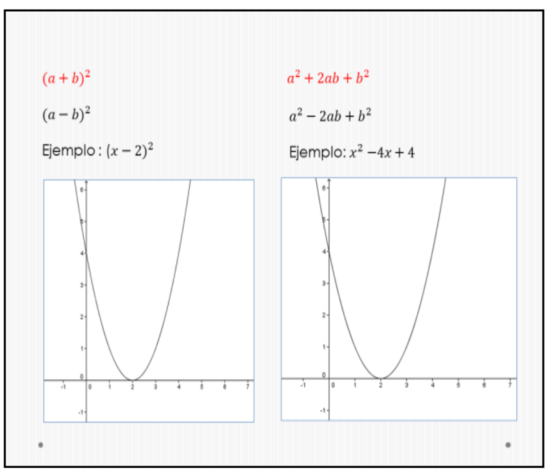

Sustracción de Polinomios
Manera Geométrica
Ejemplo 1
x^2+2x
$-2x$
$x^2+2x-2x$
x^2
Manera Algebraica
Ejemplo 2
$(x^2 - 4x - 1) - (x^2 - x - 1) =$
$= x^2 - 4x - 1 - x^2 + x + 1$
$= x^2 - x^2 - 4x + x - 1 + 1$
$= -3x$

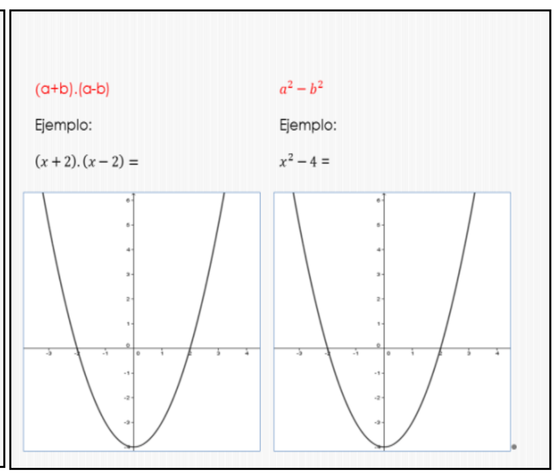

Multiplicación de Monomios
Manera Geométrica: Ejemplo 1: $(2x).2 = 4x$

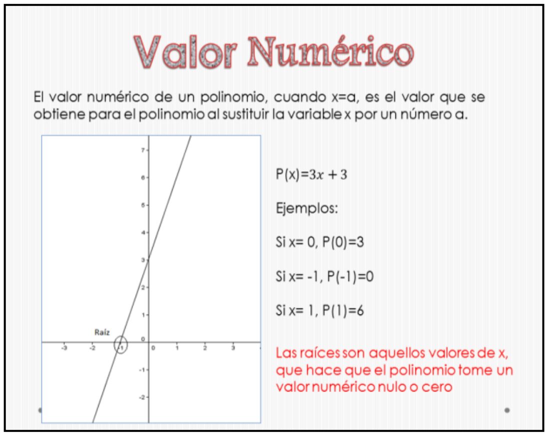

Manera Algebraica: Ejemplo 2:
$\frac{2}{3}xy.\frac{3}{4}x =$
$=\left(\frac{2}{3}.\frac{3}{4}\right).(xy.x)$
$=\frac{6}{12}x^2y$
$=\frac{1}{2}x^2y$

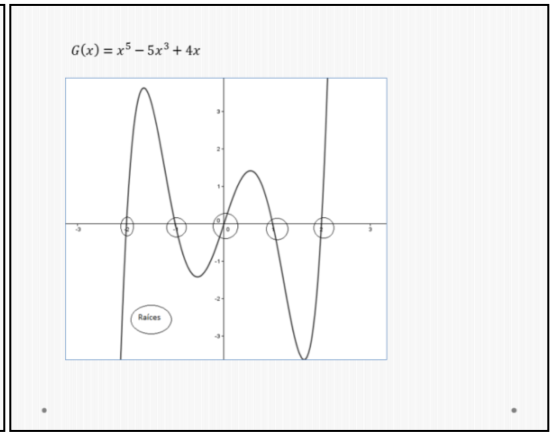

Multiplicación de Polinomios
Propiedad Distributiva
$a.(b+c) = ab + bc$
$(a+b).(c+d) = ac + ad + bc + bd$


Productos Notables
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$


$(a+b)^2$
$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2$
Ejemplo : $(x-2)^2$
Ejemplo: $x^2 - 4x + 4$


(a+b).(a-b)
$a^2 - b^2$
Ejemplo:
Ejemplo:
$(x+2).(x-2) =$
$x^2 - 4 =$





Con las tres primeras imágenes, se pretendía hacer recordar a los alumnos los objetos matemáticos presentados como “Monomios y Polinomios”, y después que reconozcan entre los ejemplos dados, cuáles de ellos son monomios, cuáles son polinomios ó cuáles no corresponde a ninguna de las dos anteriores.

El propósito de mostrar las ocho imágenes siguientes, era recordar las grandes temáticas tratadas, ilustrando con ejemplos la modalidad de trabajo y destacando la participación de los alumnos.

Las cuatro últimas imágenes se centran en la multiplicación de polinomios, enfatizando en los productos notables, valor numérico y raíz. La intención de estas imágenes era justificar, a través de los gráficos, la validez de igualdades de productos, e introducir el concepto de raíz de un polinomio. Se tomó la decisión de introducir valor numérico por medio de gráficos, porque los alumnos ya habían estudiado funciones con las profesoras del curso. Además cierran ideas pero abren a otras problemáticas a seguir desarrollando a lo largo del curso.

Dicho de otro modo, lo descripto y analizado pretendió dar cuenta de lo trabajado en nuestras prácticas mientras que el siguiente cronograma sintetiza las ideas y actividades distribuidas en el tiempo.

II. b. Cronograma

<table>
<tr><td colspan="2">Fecha</td><td rowspan="2">Contenidos trabajados</td><td rowspan="2">Actividades desarrolladas</td></tr>
<tr><td>3ºI</td><td>3ºII</td></tr>
<tr><td>5/08
Martes
120 min</td><td>6/08
Mié
80 min</td><td>Nociones iniciales de Monomios-Polinomios</td><td>-Resolución y control de actividades de la Guía nº1.
-Debatir acerca si una expresión es un monomio, un polinomio o ninguna de las dos.
-Identificar la parte numérica y literal de un monomio.
-Clasificar a los polinomios. Es decir si es un binomio, trinomio, etc.</td></tr>
<tr><td>6/08
Mié
80 min</td><td>7/08
Jue
80 min</td><td>Expresiones Semejantes</td><td>-Reconocer expresiones semejantes.
-Resolución y control de actividades de la Guía nº1.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">12/08
Martes
120 min</td><td>8/08
Vie
40 min</td><td>Definición de expresión polinómica y de los elementos de un Polinomio.</td><td>-Interpretar la definición de polinomio.
-Reconocer los elementos de un polinomio dado.
-Resolución y control de actividades de la Guía nº1.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">13/08
Mié
80 min</td><td></td><td>-Distinguir si un polinomio esta ordenado y/o completo.
-Ordenar y completar polinomios.</td></tr>
<tr><td>Adición de polinomios</td><td>-Resolución y control de actividades de la Guía nº1.
-Interpretación de las fichas.
-Resolver adiciones de polinomios usando las fichas y el método algebraico.
-Resolver adiciones usando el método por columnas.</td></tr>
</table>

13/08 Mié 80 min	14/08 Jue 80 min	Adición de polinomios Sustracción de polinomios	-Control de actividades de la Guía nº1. -Resolver sustracciones a través de las fichas y el método algebraico.
	15/08 Vie 40 min	Trabajo Práctico Evaluable	
19/08 Martes 120 min	14/08 Jue 80 min	Adición y sustracción de polinomios.	-Resolución y control de actividades de Guía nº1.
	20/08 Mié 80 min	Multiplicación de Monomios	-Resolución y control de actividades de Guía nº2. -Resolver multiplicaciones usando las fichas.
20/08 Mié 80 min		Multiplicación de Monomios Propiedad Distributiva	-Control de Actividades de Guía nº2. -Resolución y control de actividades.
26/08 Martes 120 min		Propiedad Distributiva	-Resolución y control de actividades.
	21/08 Jue 80 min	Productos Notables	-Resolución y control de actividades. -Decidir si un trinomio es un cuadrado perfecto. -Reconstruir el binomio a partir de un trinomio cuadrado perfecto (Solo en 3ºI).
27/08 Mié 80 min	22/08 Vie 40 min	Productos Notables	-Control de actividades.
	27/08 Mié 80 min	Valor numérico	-Resolución de actividades.
2/09 Martes		Valor numérico	-Control de actividades.

120 min			
	28/08 Jue 80 min	Actividades Integradoras	-Resolución y control de actividades
3/09 Mié 80 min	3/09 Mié 80 min	Evaluación	

Este cronograma también anticipa las principales ideas que fueron objeto de la evaluación que se presenta a continuación.

III.Evaluación

Consideramos a la evaluación como un proceso continuo, donde evaluar no debería ser una causa por la cual los alumnos sientan un misterio o incertidumbre, sino que tiene que servir para mejorar la enseñanza. Es por eso que decidimos evaluar en dos instancias distintas. Primero se evaluó a través de un trabajo práctico y luego, por medio de una evaluación. La nota final, es decir la nota que fue directo a las libretas de los alumnos, estuvo dada por la suma entre la nota del trabajo práctico y la nota de la evaluación. Para ello decidimos establecer las siguientes escalas:

- El escala para el TP: 0 a 3 puntos;
- El escala para la Evaluación: 0 a 7 puntos.

Como se explicita en la sección II.a del informe, los alumnos fueron informados sobre la existencia de dichas escalas.

A continuación describimos y discutimos aspectos relevantes del Trabajo Práctico y de la Evaluación.

a. Trabajo Práctico

La modalidad de este trabajo fue escrita e individual, y se evaluaron los siguientes contenidos:

- Monomios y polinomios. Coeficiente principal y término independiente.
- Grado de un polinomio.
- Clasificación de polinomios- Ordenado y completo.
- Operaciones con monomios. Adición, sustracción y multiplicación.

Con este trabajo práctico se esperaba evaluar las posibilidades de los estudiantes para trabajar y operar al:

- Construir ideas algebraicas a partir de situaciones geométricas.
- Reconocer expresiones semejantes.
- Resolver adición y sustracción de monomios.
- Distinguir elementos de un polinomio.
- Reconocer cuándo un polinomio está ordenado y completo.
- Reconstruir un polinomio que no esté ordenado y/o completo.

Cabe señalar que estos objetivos fueron explícitos en el encabezado de dicho trabajo práctico.

Para confeccionar las actividades que integraron el trabajo práctico, tuvimos en cuenta los objetivos mencionados anteriormente, la Guía nº1 y las Actividades Extras. A continuación, transcribimos dichas actividades.

Actividad 1: Realicen las siguientes adiciones y sustracciones de monomios. Indicar si el resultado de cada ítem es un monomio o un polinomio.

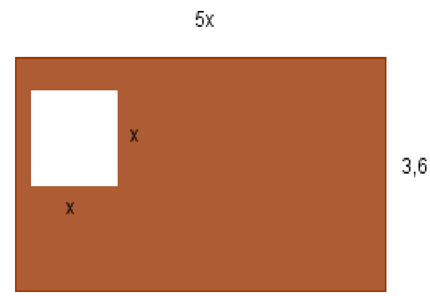
a) $x5 + 2x^2 - 6x^2 + \frac{1}{2}x^4 =$

b) $-5a^2bc^3 + 3a^3b - 2b + a^3b$ =

c) $4x^3 - 3x - 4x + x$=

d) $x + 5x - 3x$ =

Actividad 2: Un problema que enfrentaban los egipcios era que el río Nilo se desbordaba cada invierno, inundando los campos cultivados. La parte sombreada que se representa a continuación es la parte que se puede cultivar (Véase cuadro N°1).



Cuadro N° 1

a) ¿Cuál será el área del terreno que se puede sembrar?

b) La expresión obtenida en el inciso a), ¿es un monomio o un polinomio? Justifique su respuesta.

c) Indicar:

   i. Grado, coeficiente principal y término independiente.

   ii. Si está ordenado. Caso contrario ordenarlo.

   iii. Si está completo. Caso contrario completarlo.

Actividad n°3: A partir de la información dada, completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	GRADO	COEFICIENTE PRINCIPAL	TERMINO INDEPENDIENTE	¿Está ordenado?	¿Es completo?
$4x^3 + 6x^2 - 3x$					
$\frac{1}{2}+x$					
$-7x^3+3$					
$-6x^3+ 2x^2 +2x$					

En general todos los alumnos obtuvieron aunque sea 1 punto en el trabajo práctico, lo cual era bastante bueno y generaba buenas expectativas a futuro, tanto por parte de los alumnos como para nosotros por ser la primera vez que evaluábamos. Aquellos que tuvieron específicamente 1 punto en el trabajo práctico, tendrían que esforzarse más durante las clases para pasar con éxito la evaluación ya que la nota final era promediada.

Durante la corrección de los trabajos prácticos, observamos que la mayoría de los alumnos cometían algunos de los siguientes errores:

-Expresaban mal el área de la Actividad nº2, por ende sus respuestas en los demás incisos eran erróneas. Por ejemplo, muchos de los alumnos expresaban el área de la siguiente manera $5x.3{,}6 - x.x$, y concluían que el grado era 1, el coeficiente principal era 5 o $-x$, y el término independiente era 3,6.

-Un polinomio no lo consideraban ordenado, si sus exponentes iban de menor a mayor. Por ejemplo, en la Actividad nº3 el polinomio $\frac{1}{2} + x$ para algunos de los alumnos no está ordenado, siendo que estaba ordenado de menor a mayor.

-Tanto el coeficiente principal como el término independiente, para ellos era una letra y no un número. Pese a lo trabajado en clase. Por ejemplo, en la Actividad nº3 el polinomio $\frac{1}{2} + x$ algunos alumnos de expresaban que el coeficiente principal era x.

Para determinar la distribución de puntos, nos basamos en los objetivos mencionados anteriormente. A continuación se mostrará, a través de un cuadro, como se llevo a cabo dicha distribución.

Consigna			A evaluar:	Puntaje Parcial	Puntaje Total
Actividad nº1	Inciso (a). b). c). d).		Resolver las operaciones	c/u 0,125p	0,5p
Actividad nº2	Inciso a)		Identificar el área del terreno	0,2p	1,5p
	Inciso b)		Determinar si es un monomio o polinomio	0,3p	
	Inciso c)	Inciso I.	Indicar grado, coeficiente principal y término independiente	0,4p	
		Inciso II.	Indicar si está ordenado	0,1p	
			Ordenar un polinomio	0,2p	
			Indicar si está completo	O,1p	
			Completar un polinomio	0,3p	
Actividad nº3			Completar el cuadro		1p

b. Evaluación

La evaluación fue escrita e individual, y se evaluaron los siguientes contenidos:

- Operaciones con polinomios: adición, sustracción y multiplicación.
- Productos notables: factor común, cuadrado de un binomio y diferencia de cuadrados.
- Raíces y valor numérico de un polinomio.

Con esta evaluación se esperaba evaluar las posibilidades de los estudiantes para trabajar y operar al:

- Resolver multiplicación de monomios.
- Resolver adiciones, sustracciones y multiplicación con polinomios
- Reconocer productos notables. Binomio Cuadrado y Diferencia de cuadrados.
- Usar las representaciones geométricas (fichas) como otro método de validación aparte del método algebraico.
- Distinguir el valor numérico de un polinomio a partir de una situación problemática.
- Aplicar Valor Numérico de un Polinomio en problemas

Cabe señalar que estos objetivos mencionados anteriormente se encontraban explícitos en la introducción de dicha evaluación.

Además se elaboraron tres modelos de evaluación: Tema A, Tema B y una evaluación para los alumnos integrados.

Para confeccionar las actividades que integraron la evaluación, tuvimos en cuenta: los objetivos propuestos para el curso, la Guía nº2 y las Actividades Integradoras.

A continuación, transcribimos las actividades que conforman la evaluación.

Actividad nº1: Dados los polinomios mostrados a continuación, resuelve las operaciones indicadas en los ítems I a IV. En todos los casos, expresa el resultado final en su mínima expresión. En el ítem II resuelve las operaciones de manera vertical y escribe el resultado final como un polinomio ordenado y completo.

$P_1=(-2.x)-x^2$ $P_2=3.x^2+x^3$ $M_1=5.x.z^2$ $M_2=12.x.z^2$ $M_3=3.x$

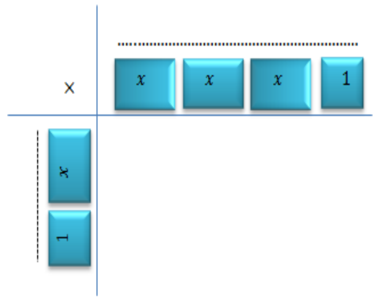
I. M_2-M_1 y M_2+M_3 **II. P_1+P_2 y P_1-P_2**

III. P_1.M_1 y P_2.M_3 IV. P_1.P_1 y P_1.P_2

Durante la evaluación, la mayoría de los alumnos tuvieron dificultades para interpretar la notación utilizada en la Actividad nº1. Un hecho que nos sorprendió ya que no era la primera vez que se usaba tal notación. Sin embargo, se decidió explicar a que nos referíamos con dicha notación. En el 3ºII, aunque los alumnos después de la aclaración la habían entendido, se notó que priorizaban resolver rápido los incisos de dicha actividad porque creemos que ellos pensaban que no iban a llegar y la veían como una actividad larga y tediosa.

Actividad nº2: A partir de la representación dada abajo:

I. Escribe algebraicamente las expresiones o factores que se están por multiplicar.



II. Resuelve esta operación geométrica y algebraicamente. Verifique que ambos resultados coincidan.

Actividad nº3: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener la mínima expresión.

I. $(2x-6)^2 =$

II. $(2x+9)^2 =$

III. $(6x-3).(6x+3) =$

IV. $(x^3+7).(x^3-7) =$

La mayoría de los alumnos en esta actividad aplicaban de manera correcta los Productos Notables, en conclusión aplicaban bien la Propiedad Distributiva de polinomios con respecto a la adición y sustracción.

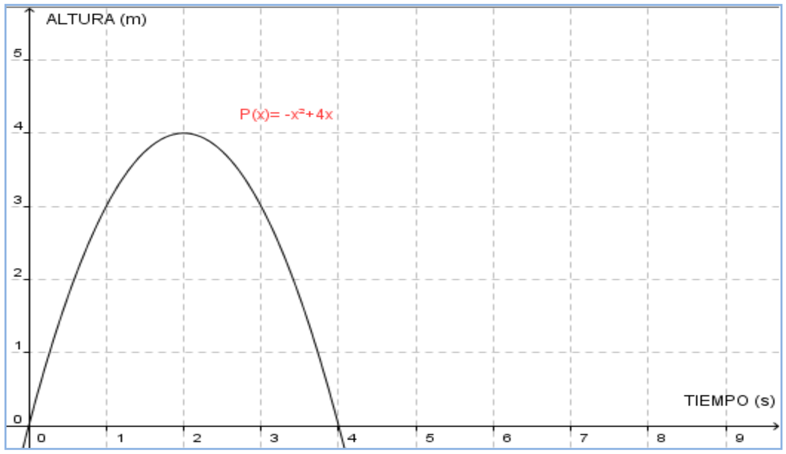
Actividad nº4: A) La altura que alcanza una pelota arrojada hacia arriba en función del tiempo se representa mediante el siguiente polinomio $P(x) = 4x - x^2$ donde x es el tiempo (en segundos) que trascurre desde que se patea la pelota y P es la altura que alcanza la pelota (en metros). Determine a qué distancia se encuentra la pelota en él:

I. Tiempo, $x = 1\ seg.$

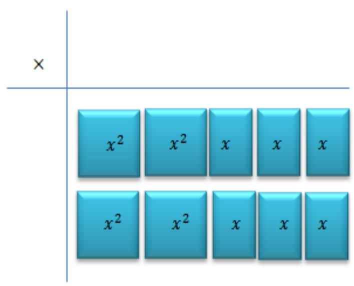
II. Tiempo, $x = 2seg.$

III. Tiempo, $x = 3seg.$

B) A partir de la información dada en el gráfico del polinomio tal, $P(x) = x.(4-x)$, indica cuáles son sus raíces. Justifica tus respuestas.

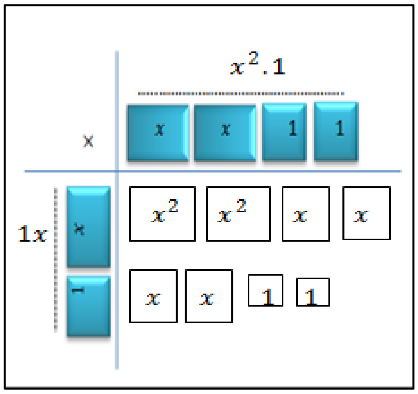
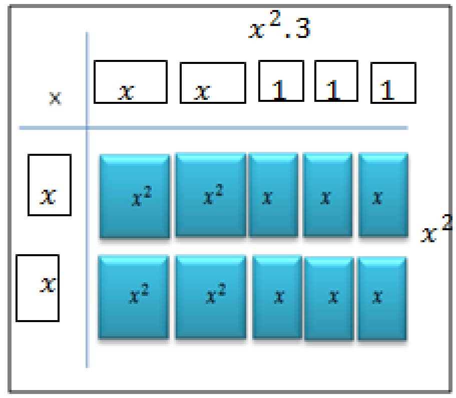


Actividad nº5: A partir del diagrama presentado, determina los factores que fueron multiplicados para obtener tal esquema.



Cuando se procedió a corregir dichas evaluaciones, se evidenció que había varios alumnos seguían sin entender la lógica de las fichas. Observamos que se cometían algunos de los siguientes errores:

-Tanto en la Actividad nº2, inciso I. como en la Actividad nº5 se hizo una traducción errónea de las fichas. Por ejemplo resaltamos las siguientes producciones dos alumnos:

Alumno n°1	Alumno n°2
	

En lo hecho por el alumno n°1, uno de los motivos de esa mala traducción es que no contemplaron el color de las fichas. Cabe resaltar que en las evaluaciones, las fichas aparecían en color negro por la impresión y eso imposibilitó que asociaran el color celeste con el signo más. En esta actividad, se esperaba que escribieran $(2x + 2)$ y $(x + 1)$.Además se observó que en la Actividad nº2 inciso II) escribían el resultado, obtenido algebraicamente y después a ese resultado lo expresaban en términos de fichas.

Otro ejemplo de lo dicho antes es el trabajo producido por el alumno n°2. Si bien este alumno identifica correctamente las fichas, escribe de manera errónea las expresiones. Acá se esperaba que escribieran las siguientes expresiones: $2x$ y $2x + 3$.

Para determinar la distribución de puntos, nos basamos en los objetivos expuestos en la evaluación. A continuación se mostrará, a través de un cuadro, como se llevó a cabo dicha distribución.

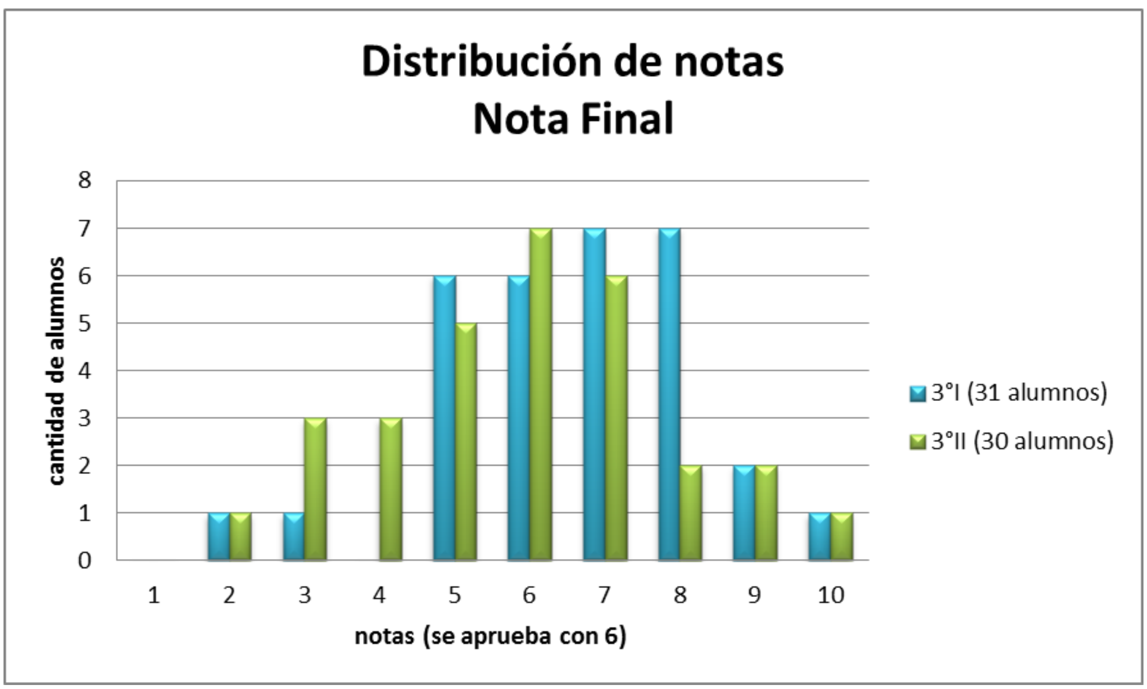
Tema B				
Consigna		A evaluar:	Puntaje Parcial	Puntaje Total
Actividad nº1	Inciso I. II. III. IV.	Resolver las operaciones	c/u 0,3 p	1,20p
Actividad nº2	Inciso I.	Identificar las figuras	0,3p	
		Escribir la expresión	0,2p	
	Inciso II.	Resolver de manera Geométrica	0,5p	1,5p

		Resolver de manera algebraica	0,5p	
Actividad nº3	Inciso I. II. III. IV.	Resolver de manera algebraica	c/u 0,5p	2p
Actividad nº4	Inciso A): I. II. III.	Determinar el valor numérico	c/u 0,25p	1,5p
	Inciso B)	Determinar las raíces	c/u 0,375	
Actividad nº5		Identificar las fichas	O,5p	0,8p
		Escribir la expresión	0,3p	

Cabe aclarar, que no hacemos la distribución para el Tema A, ya que son las mismas consignas pero cambiadas de orden.

c. Notas finales

A continuación, a través de un gráfico, ilustramos la distribución de las notas finales (la nota del TP más la nota de la evaluación) que obtuvieron los alumnos de los dos terceros.



A partir de las notas de los dos terceros, concluimos que:

Datos Estadísticos	3° I	3° II
Mediana	7	6
Dispersión	1.7	1.9
Media	6,4	5,9

En ambos terceros, hubo un solo alumno que obtuvo como nota final 10 (diez), eso nos dice que tanto el trabajo práctico como en la evaluación se podía lograr alcanzar las máximas puntuaciones. De la evaluación particularmente rescatamos que hacer uso de las fichas era una tarea difícil tal como se presentó durante las prácticas, pero se podía alcanzar la máxima nota si se prestaba atención a lo trabajado en clase y a las Guías de estudio. Cabe resaltar que si se resolvía de manera incorrecta la Actividad nº5 y parte de la Actividad nº2 de la evaluación, solo se perdían dos puntos de los 10 que era la nota total (particularmente 2 de 7 que se podían obtener en la evaluación). Por ende, saber usar las fichas no era una condición necesaria para aprobar la evaluación y la unidad.

Sin embargo, manejar bien las técnicas algebraicas como la propiedad Distributiva era una condición suficiente para aprobar. Es por eso que hubo más aprobados en el 3ºI que en el otro curso. Ya que en el primer curso tenían un buen manejo de lo algebraico por ende resolvieron correctamente las actividades donde había que ponerlas en juego. Esto se puede observar en el gráfico haciendo, por ejemplo, la siguiente lectura: 7 alumnos de 3ºI obtuvieron 8 (ocho) mientras que en el otro tercero solo 2 alumnos tuvieron esa nota.

La mayoría que desaprobó en el 3ºII hizo incorrectamente la Actividad nº1 de la evaluación.

A partir de las dificultades mencionadas en la sección II, concluimos que la selección de esa notación para la Actividad nº1 en la evaluación, y las fichas sin el color celeste, puede haber contribuido a que hubiese un grado más alto de dificultad.

IV.El uso de múltiples representaciones para la enseñanza de Polinomios: Problemáticas emergentes a partir de la construcción de sentidos

Uno de nuestros objetivos referido a la enseñanza de polinomios en tercer año y esencial para iniciar el diseño de nuestra práctica, era contribuir con la comprensión (de polinomios) y motivación de los alumnos por medio de un modelo geométrico. Este objetivo luego inspira la formulación del problema a analizar.

Cabe señalar que, en los actuales Diseños Curriculares para la Provincia de Córdoba (Versión 2011-2015), la enseñanza de los contenidos relacionados a Monomios y Polinomios no está contemplada para el Ciclo Básico. La enseñanza de estos contenidos corresponde al Cuarto año del Ciclo de Especialización ya que, en principio, se espera que los alumnos realicen previamente un avance más profundo en las nociones de números reales o complejos para poder operar con Polinomios. Esto es así pues el Teorema Fundamental del Álgebra se puede aplicar en el caso que se admitan raíces complejas para los polinomios. En ese sentido, para nosotros constituyó un importante desafío enseñar Monomios y Polinomios para un tercer año. Como primer modo para superar aquel desafío, decidimos apelar a contextos geométricos como medio para motivar el trabajo. A partir de este y otros aportes recurrimos en un principio al cálculo de tierras cultivables en el Antiguo Egipto.

Sin embargo ahora, y a partir de la lectura del texto de Kieran (1992), podemos decir que el desafío no radicaba solamente en la enseñanza de estos contenidos, sino en hacer que los estudiantes reconozcan a las expresiones algebraicas como objetos matemáticos sobre los cuales se ejecutan ciertas operaciones y no mera combinación de letras que en el fondo siguen representando solo números. Como dice la autora: “los estudiantes deben darse cuenta pronto de que los objetos con los que están operando son expresiones algebraicas y no solamente números” (pág. 5). Hacemos alusión a esto, ya que en el período de nuestras prácticas observamos que varios alumnos seguían trabajando como si solo tuvieran manejando números. Por ejemplo: algunos alumnos evaluaban las letras por un valor numérico, otros directamente las ignoraban y había casos que las eliminaban, por ejemplo la sustracción de monomio como este: $2yz - 2y = z$.

Kieran (1992) al hacer mención de los trabajo de Lesh, Post y Behr para destacar que en Álgebra un problema requiere “describir primero y luego calcular” (en Kieran, 1992, pág. 6).

Hacemos esa breve introducción, ya que al pensarlo como un desafío, nuestro trabajo adquirió las siguientes características: Se decidió trabajar con dos tipos de representaciones: La que hemos denominado algebraica, es decir la convencional, y la que hemos denominado geométrica. Ésta última fue una propuesta nuestra, para cuya confección nos basamos en ideas desarrolladas en un trabajo presente en la siguiente página web (http://www.sophia.org/tutorials/math-9-polynomials). Nuestra propuesta consistió en resolver ciertas adiciones, sustracciones y multiplicaciones de polinomios haciendo uso de un recurso material al que hemos denominado “ficha” o “trabajo con fichas” (Véase página 17 del Informe).

El uso de estas fichas tuvo la característica de desempeñar en el aula distintos roles en adiciones, sustracciones y multiplicaciones de polinomios. Cabe señalar que si bien no se utilizaron en todos los ejercicios o problemas, fue posible observar que su uso se tornó para los alumnos más transparente[6] en la adición y sustracción de polinomios, y menos transparente en la multiplicación.

[6]Con transparente nos referimos a que los alumnos no necesitaban dedicarle tiempo para comprender el modelo, sino era fácil de interpretar tan solo prestando atención.

Pudimos observar que varios alumnos, de manera explícita e implícita, mostraron dificultades en el uso de las mencionadas fichas para resolver operaciones que involucraban multiplicaciones de polinomios.

Es por eso que nosotros, a partir de lo trabajado en el aula, decidimos focalizarnos en ciertas cuestiones que emergieron en el uso de las fichas. (Véase página 45 del Informe).

Concluimos que resolver de manera geométrica operaciones como por ejemplo $2x.(3x-2)$ se convirtió en una opción engorrosa para los alumnos, y por ende algunos optaban usar técnicas algebraicas. Por ejemplo, el Alumno 1 (Véase página 43 del Informe), como no sabía resolver de manera geométrica la operación $(x+1).(2x+3)$, decidió resolverla de manera algebraica y luego escribir el resultado obtenido en términos de las fichas.

Ahora nosotros nos preguntamos: ¿Por qué se convirtió en una opción difícil para los alumnos? A partir de la lectura del texto de Abraham Arcavi (2007) y de lo vivenciado en el aula, proponemos las siguientes como posibles causas a tal cuestión:

-Este tipo de actividad puede ser percibido por los alumnos como no remunerable en la cultura del aula de la que ellos provienen. Prefieren tener un camino seguro, un plan bien diseñado, que incluye procedimientos simbólicos a seguir, y es eso lo que consideran que supuestamente se *debe* hacer. Emplear el sentido común y buscarle sentido al uso de las fichas no entraban entre sus primeras opciones.

-Resolver de manera geométrica una multiplicación de polinomios, implica no abalanzarse sobre los símbolos en un primer momento, sino hacer una lectura de la operación a realizar, esbozar una representación usando las fichas, tomar decisiones referidas a cuánto o cómo conviene particionar el rectángulo para llegar a obtener rectángulos conocidos, producir o aplicar razonamientos (como por ejemplo que el área de un rectángulo puede pensarse como la suma de las áreas de rectángulos que conforman sus partes), hacer el pasaje de lo geométrico a lo algebraico. Por ende, era imprescindible que los alumnos interpretaran correctamente dicha representación. Pero interpretar, como dice el autor, es una destreza no trivial e implica despegarse de ciertos hábitos.

-Para desarrollar ciertas competencias matemáticas como utilizar, interpretar, apreciar, discutir, transformar y traducir representaciones, se necesita tiempo. Y su desarrollo está fuertemente ligado a la cultura del aula que lo apoya o lo suprime. Dicho de otro modo, se requiere tiempo para analizar las características de la representación, su complejidad y las dificultades que suscita, como así también, considerar la eficacia de sus usos y apreciar sus potenciales ventajas y desventajas. Tiempo para que los alumnos desarrollen competencias como, por ejemplo, transformar una representación dada o traducir ideas de una representación a otra.

Tiempo que era necesario darles a estos alumnos, pues ellos no estaban acostumbrados a trabajar con múltiples representaciones, y por ende implicaba un cambio en su cultura referida al trabajo en clases de matemática.

Concluimos a partir de este análisis que, si hubiéramos tenido más tiempo para generar una discusión acerca de esta representación o para promover que los alumnos se cuestionen en las direcciones antes señaladas, los resultados podrían haber sido más satisfactorios.

Aunque contamos con poco tiempo, es importante rescatar que en el lapso que duró nuestras prácticas pudimos hacer explícitos algunos sentidos del uso de estas fichas. Por ejemplo, los alumnos sabían que $2x \times 3 = 6$ entonces el sentido que se le dio al uso de la ficha fue la de recurso para la verificación y comprobación de este resultado.

También en varias actividades, se solicitaba a los alumnos que resuelvan ciertas operaciones de manera geométrica y algebraica, y luego tenían que comparar los resultados. Se esperaba que concluyan que los resultados eran iguales o equivalentes, y de esta manera iban a establecer una conexión entre ambas representaciones.

Otro sentido que se le dio al uso de las fichas, evidenciada en clase, es que con ella se podía hacer la operación inversa a una dada. Es decir, se dio a los alumnos una representación con fichas y ellos tenían que decir algebraicamente que operación entre dos polinomios estaba representada.

Mencionamos estos posibles sentidos del uso de fichas, que son algunos, para evidenciar que con las mismas se podía generar un trabajo potente.

Por otra parte del texto de Schoenfeld (1992) extraemos una causa más que puede contribuir con nuestro análisis:

-Ante estas dos maneras de resolver una actividad, ya sea a través de lo geométrico como lo algebraico, la postura de la mayoría de los alumnos era esperar que se les provea una regla a memorizar y aplicar lo aprendido mecánicamente sin necesariamente comprenderlo.

También queremos resaltar un hecho que consideramos importante y, por ende, no puede ser obviado de este análisis. Usualmente, el álgebra y la geometría conviven en la escuela de manera distanciada. Carmen Sessa (2005), sostiene que: “Pensar la geometría como herramienta para validar leyes y resolver problemas algebraicos y concebir al álgebra como herramienta para resolver problemas geométricos constituyen dos facetas de un “juego de marcos” que permitiría a los alumnos la construcción de sentidos potentes para ambos campos. Es por tal motivo que consideramos que este tipo de trabajo sería deseable para la escuela” (pág. 63).

Y por último, dicha autora termina su reflexión, preguntándose sobre las condiciones generales de la enseñanza en las cuales se podría incorporar estas dimensiones al aula del secundario.

¿Por qué nosotros rescatamos estos dichos? Porque para nosotros la geometría, por medio de las fichas, constituyó una herramienta para validar y resolver problemas. Una herramienta donde no era necesaria la utilización de fórmulas sino que era un medio para generar ideas. Podemos afirmar, basándonos en las actividades propuestas por nosotros, que nuestro trabajo implicaba una relación Álgebra-Geometría y por ende, puede ser considerada deseable.

Pero para que se aprovechen mejor sus ventajas, se debería empezar destinando más tiempo, apoyo y actividades que fortalezcan la relación Geometría-Álgebra y que dicho modo de trabajo se instale desde momentos tempranos en las clases de matemática para el Nivel Secundario.

Consideraciones finales

Para concluir con este trabajo, destacamos los siguientes puntos:

- A partir de la lectura de varios textos, de lo vivenciado en el aula y de los resultados obtenidos en las evaluaciones en ambos cursos, podemos decir que nosotros hemos transitado por varias problemáticas, y eso dificultó en la elección de una de ellas. Nos hemos encontrado con Problemáticas centradas: en el Álgebra escolar, en la relación Álgebra-Geometría y en el uso de las representaciones. Pese a que nos enfocamos más en la última, decidimos incluir en nuestro análisis a las otras dos, pero dándole menos protagonismo. Aunque el uso de las representaciones fue nuestra problemática más evidente e importante por la dificultad que ocasionó, sostenemos que las otras problemáticas también contribuyeron con dicha dificultad.

- Pese a que puede ser considerado difícil implementar una propuesta con estas características, seguimos sosteniendo que no puede ser considerada desechable, ya que nos parece importante la siguiente afirmación de Abraham Arcavi: “las representaciones también ocupan un lugar central como instrumentos de conocimiento”. Es por eso que, si se quiere avanzar en esa dirección, se puede refinar y repensar propuestas como éstas. Estamos convencidos de que, si se le destina más tiempo en el aula para su implementación, y si se apoya el uso de representaciones como ésta, no en su parcialidad, los resultados serian más satisfactorios.

Rescatamos la siguiente idea de Abraham Arcavi para reflexionar sobre si tuvo algún sentido haber implementado esta propuesta durante nuestras prácticas: “uno debe desarrollar suficiente paciencia para convivir en armonía con la comprensión parcial y con la idea de que a veces los significados emergerán de lo que no tiene significado para nosotros”. A partir de esta frase, podemos finalizar diciendo que aunque el uso de la ficha para algunos careció de significados, les mostramos a los alumnos, tal vez no siendo nuestro propósito, que existen varias representaciones de un mismo objeto matemático. Podemos decir además, que según las circunstancias, ellos apreciaban más una representación por encima de la otra. Y poder apreciar, tal como lo sostiene Abraham Arcavi, es una competencia matemática.

Bibliografía

Arcavi Abraham (2010) Representaciones y competencias matemáticas en Inés María Gómez Chacón (coord.) (2010) *Competencia matemáticas: instrumentos para las Ciencias sociales y naturales* págs. 39-65. Editores: Ministerio de Educación Cultura y Deporte, Secretaría General Técnica: Ministerio de Educación Cultura y Deporte, Subdirección General de Documentación y Publicaciones. España.

Arcavi A. (1994) Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematcs. For the Learning of Mathematics, 14 (3), 24-35.

Editorial Aique, Buenos Aires.

Gvirtz, S. & Palamidessi, M. (2008) El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza.

Kieran, Carolyn (1992). The learning and teaching of school algebra. En Grouws, Douglas A. (Ed), (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics.* , (pp. 390-419). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

Luis Garaventa-Nora Legorburu-Patricia Rodas-Claudio Turano (2007), Carpeta de Matemática 8. Editorial Aique, Ciudad de Buenos Aires.

Notas del curso de Didáctica de la Matemática sobre el texto de Alan Schoenfeld, Aprender a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición y compresión en matemática.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Sadovsky, P. (2005) Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. (pp.63). Libros del Zorzal, Buenos Aires.

Sessa, C. (2006) Iniciación al estudio didáctico del algebra: orígenes y perspectivas. Libros Del Zorzal, Buenos Aires.

Skovsmose, O.(2000). Escenarios de Investigación Revista EMA 2000, VOL. 6, Nº 1, 3-26.

Documentos y páginas web

Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2015.

Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria – Documento de apoyo curricular 2011.

Página sobre polinomios: http://www.sophia.org/tutorials/math-9-polynomials. Consultada en junio del 2014.

ANEXO I

Guía de actividades

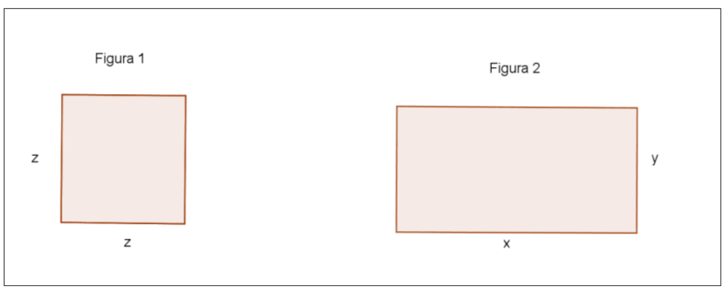
Introducción a la noción de Monomios-Polinomios

A continuación presentamos un conjunto de conceptos y actividades matemáticas que nos permitirán entrar en el estudio de monomios y polinomios. Las expresiones presididas por un trébol ♣corresponden a los conceptos mientras que las actividades se reconocen pues se designan como tales.

♣ En este curso trabajaremos con dos tipos de expresiones, las expresiones numéricas y las expresiones algebraicas. Estas últimas son expresiones que se logran combinando números y letras a través de operaciones, como por ejemplo x+2.

Para poder trabajar con estas nuevas ideas les pedimos que comiencen resolviendo las siguientes actividades matemáticas.

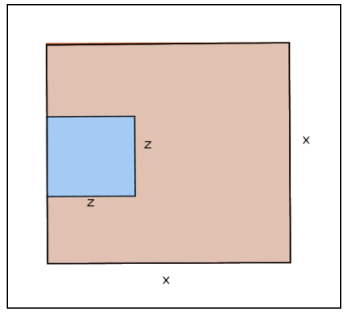
Actividad nº1: Calcular el área de las figuras del Cuadro N°1:



Cuadro N°1

Actividad nº2: El cálculo de áreas de figuras era una actividad muy importante para los antiguos egipcios. Este pueblo, cultivaba la estrecha franja de tierra junto al río Nilo, que atraviesa el desierto del Sáhara. Un problema que enfrentaban era que el río Nilo se desbordaba cada invierno, inundando los campos cultivados. De este modo, año tras año, los egipcios tenían que delimitar de nuevo sus parcelas. Por eso se convirtieron en excelentes topógrafos.

La figura que se presenta (ver Cuadro N°2), representa una parcela de terreno de modo tal que el cuadrado de lado x representa el terreno que se va a cultivar, mientras que el cuadrado de lado z representa el terreno que fue arrasado por la crecida del río en el invierno. Con esa situación, los egipcios se preguntaban ¿cuál sería el área real de terreno que dispondrían para sembrar?



Cuadro nº2

A partir de lo trabajados podemos indicar que:

♣ Los Monomios son expresiones algebraicas que vinculan variables y números por medio de productos pero no de adiciones (o signos +) y/o sustracciones (o signos -), mientras que en el caso de los Polinomios se reconocen expresiones algebraicas que combinan monomios mediante adiciones y/o sustracciones. Es importante recalcar que tanto en monomios como en polinomios, los exponentes relacionados a las variables será siempre un número natural. Cabe aclarar que en este curso solo se trabajará con polinomios en una sola variable.

Ejemplos: Las expresiones xz^{-2} y $\frac{x.\sqrt[3]{z}.r^{-3}}{y}$ no son monomios;

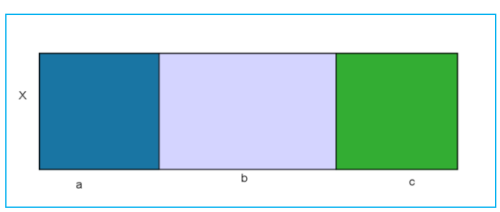
La siguiente expresión $x.y^4 - x.y^3 + 3$ es un polinomio pero no es de una sola variable.

En un monomio, las variables comprenden la parte literal y los números corresponden a la parte numérica. Por ejemplo: En el monomio $3pq^3$, la parte literal es pq^3 y la parte numérica es 3.

Tomando como herramienta la noción de monomio recién desarrollada, resuelvan las actividades 3 a 6.

Actividad nº3: Distinguir cuáles de las expresiones obtenidas en las Actividades nº1 y nº2 son monomios y cuáles son polinomios.

Actividad n°4: El faraón Kefrén tenía un terreno en forma rectangular, el cual lo dividió de tal manera que el lado más angosto lo llamó x mientras que al lado más largo lo dividió en tres partes para hacer tres tipos distintos de siembras. A cada una de las partes en que quedó dividido el lado mayor, las llamó a, b y c. En el Cuadro N°3, se ilustra esta situación de modo tal que la parte azul representa el cultivo de trigo, el gris el terreno cultivado con cebada y el verde con avena.



Cuadro N°3

Según la información dada, responde:

a) ¿Cuál serían las expresiones que representen el área del terreno sembrado con trigo, cebada y avena?

b) Las expresiones obtenidas en el inciso a, ¿son monomios o polinomios? Justifique su respuesta.

Actividad N°5: Unir con flechas las expresiones dadas en lenguaje coloquial con sus correspondientes expresiones dadas en lenguaje simbólico.

El triple de un número a	n^2+1
La mitad de la suma entre a y b	(x-1)+2.y
El siguiente del cuadrado de n	3. a
El anterior de un número más el doble del otro número	(a+b):2
El doble de un número, más el siguiente de dicho número	2.x+(x+1)

Actividad N°6: Reconocer cuales de las siguientes expresiones algebraicas son monomios y cuales son polinomios escribiendo en el cuadro monomio o polinomio según corresponda:

a) 2.x.y.z

b) $4.x^2+7.x$

c) 3.a+a

d) 3.x-2.x

e) 3.y-2.x

f) 6.x + 7

Así como cuando trabajaron con números no solo fueron capaces de identificarlos sino también avanzaron operando con esos números, desde ahora operaremos también con monomios. Para eso, introduciremos una idea muy útil que es la de “expresiones semejantes”.

<u>Expresiones semejantes</u>

♣ Se llaman expresiones semejantes a aquellas que tienen la misma parte literal, es decir, que poseen las mismas letras y que los exponentes de esas letras sean iguales.

Ejemplos:$2yx^2$ y $3x^2y$ son expresiones semejantes.

$6xy^3$ y $6xy^2$ no son expresiones semejantes.

♣ Cuando se tienen expresiones semejantes, se puede sumar o agrupar tales términos en uno solo semejante a los dados. Caso contrario se deja expresada la adición.

Ejemplos: 3a + a = 4

$6pq + p = 6pq + p$

Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 7 a 8.

Actividad nº7: Encierre con un círculo los términos que sean semejantes a $3x$.

$2.x$ $x.2$ $3.y$ x $3x.y.p.2$ $x.34.a$ $\frac{1}{4}y$

Actividad nº8: Resuelva las siguientes operaciones.

a. $2x + 3x =$

b. $y^3 + 3y^3 =$

c. $2x^2 + 2x =$

d. A + B + C =

e. 8pq + 3pq - 6pq =

f. 9c - 2c + 3m =

g. $23x$ + 10 =

h. $6x^3 + 3x^2 - 3 =$

Como ustedes vieron, en algunas expresiones, no siempre se pueden sumar dos o más monomios, sin embargo, esas expresiones son importantes y, en ese sentido son reconocidas dentro de la matemática y se las denomina en general "polinomios". Nosotros solo trabajaremos con un tipo especial de polinomios denominados "polinomios en una variable" que se definen del siguiente modo:

♣ Se llama *polinomio en una variable,* a una expresión algebraica del tipo $a_n.x^n + a_{n-1}.x^{n-1} + \dots + a_2.x^2 + a_1.x^1 + a_0.x^0$ donde $a_{n,\dots,}a_0$ son números reales cualesquiera y se denominan **coeficientes del polinomio,** x es la **variable del polinomio, n, n-1, etc., son exponentes al que está elevada la variable x (n es un número natural cualesquiera),** n es el **grado** del polinomio, a_n es el **coeficiente principal,** y a_0 es el **término independiente** del polinomio.

Tomemos a modo de ejemplo la siguiente expresión: $4x^3 + 2x^2 - 7$. Como el exponente mayor de este polinomio es 3, se dice que este polinomio es de grado 3. Además, por otro lado, al número 4 se le asigna el nombre de coeficiente principal ya que acompaña, multiplicando, a la variable de mayor exponente. Y por último, como -7 es el término que acompaña a la variable de exponente 0, se le dice que es el término independiente del polinomio.

♣ Un polinomio se llama completo si figuran en él todas las potencias de x menores que la de mayor exponente.

Ejemplo: El polinomio $5x^4 - 3x^2 + 4$ está incompleto porque no a parecen las potencias 3 y 1 de x. Para completarlo, se agrega el coeficiente 0 ya que no modifica la expresión, obteniendo la siguiente:$5x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 0x^1 + 4$. Además, este polinomio está ordenado ya que los exponentes del polinomio respetan un orden, en este caso va decreciendo.

Como verán, si bien hay demasiados nombres nuevos, ellos no son difíciles de recordar y pronto los podrán utilizar con soltura. Para ayudar a consolidar estas ideas los invitamos a resolver las actividades 9 a 10.

Actividad n°9: En cada caso,a partir de la información dada:

i. Completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	GRADO	COEFICIENTE PRINCIPAL	TERMINO INDEPENDIENTE	¿Está ordenado?	¿Es completo?
$6x^2$-$4x$					
4,3+x					
$-7x^3$					
-$5x^3$+ $6x^2$ +$2x$-4					
	2	-4	0,5		
	1	2,7	0		
$4x + 3x^3 + 4$					

ii. En el inciso anterior, aquellos polinomios que no estén completos y/o ordenados, escríbalos de tal manera que cumplan la propiedad ausente.

Actividad n°10: Coloca una cruz (x) en los casilleros de las expresiones algebraicas que son polinomios.

☐ $P_1 = \frac{3}{4}.x^3 - \frac{1}{2}$

☐ $P_2 = \frac{4}{9}$

☐ $P_3 = \frac{16}{x} + x^2$

☐ P$_4$=$(x+1)^{-5}$

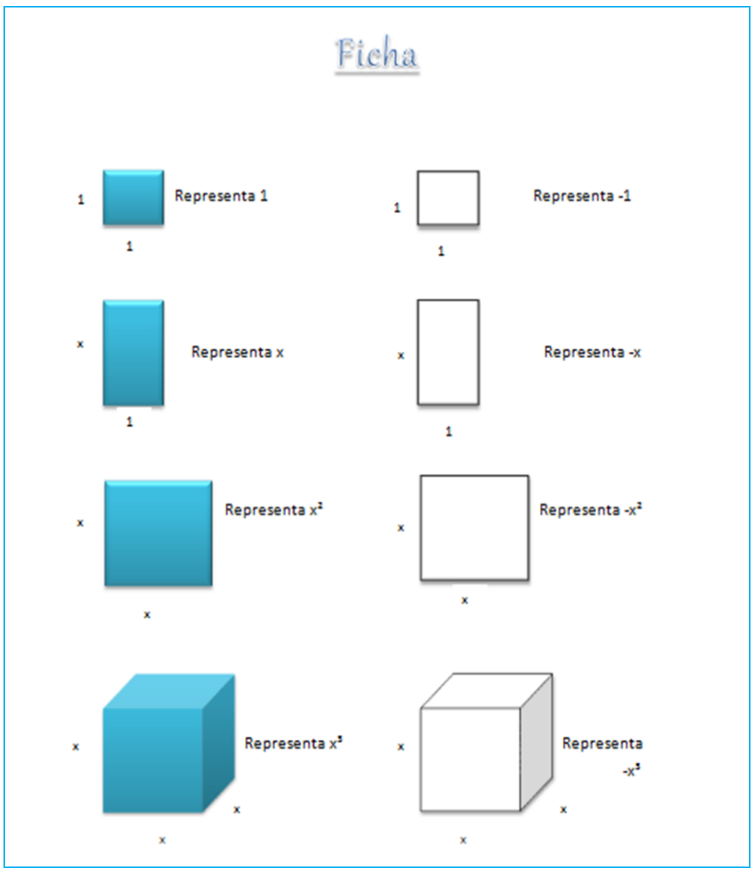
☐ P$_5$=$4.x^4 - 6.x^3 + 9$

☐ P$_6$=$\sqrt[3]{6x}+2$

Del mismo modo que antes operamos con monomios, introduciremos ahora algunas operaciones con polinomios. Comenzaremos con adición de polinomios. Para este fin hemos preparado una ficha que podrá ayudar en un comienzo con la adición.

<u>Adición de polinomios</u>

Actividad nº11:



Parte A: Para cada una de las siguientes expresiones, crea una representación usando solo las figuras de la ficha.

a) $2x$

b) -3

c) $2x^2+3$

d) $3x^3-x^2+2$

Parte B: Para las expresiones que se dan abajo:

a) Crea la representación de cada una de ellas usando la ficha.

b) Simplifique las expresiones.

c) Escriba la expresión final.

I. $(x^2 + 2x) + (2x^2 + 4x) =$

II. $(x^2 - 4x - 1) + (x^2 - x - 1) =$

III. $(x^2 + x + 3) + (x^3 + 4) + (-2x^2 - x - 5) =$

Una operación próxima a la adición es la sustracción de polinomios, para trabajar sobre las sustracciones, resuelvan la Parte C a continuación.

<u>Sustracción de polinomios</u>

Parte C: Para las expresiones dadas en I, II y III:

a) Crea la representación para cada una de ellas usando la ficha.

b) Simplifique las expresiones.

c) Escriba la expresión resultante.

I. $3x - 4x =$

II. $(x^2 - 4x - 1) - (x^2 - x - 1) =$

III. $(x^2 + x + 3) + (x^3 + 4) - (-2x^3 - x - 6) =$

Tanto en la adición como en la sustracción, se pueden escribir los polinomios uno debajo de otro, colocando en una misma columna los términos semejantes.

Ejemplo:

$$+\begin{array}{r} 7.x^4 - 5.x^2 + 4.x \\ 3.x^4 + 2.x^2 - 9.x \\ \hline 10.x^4 - 3.x^2 - 5.x \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 6.x^3 \qquad\qquad + 12 \\ -2.x^3 + 7.x^2 - 12 \\ \hline 4.x^3 + 7.x^2 + 0 \end{array}$$

Parte D: Resuelve las operaciones colocando a los polinomios en columna, como se mostró anteriormente.

I. $(7x^2 - 8x) + (3x^2 - 7x)$=

II. $(8x^4 - 5x^3 + 4) - (x^4 + 5x^3 - 3x^2) =$

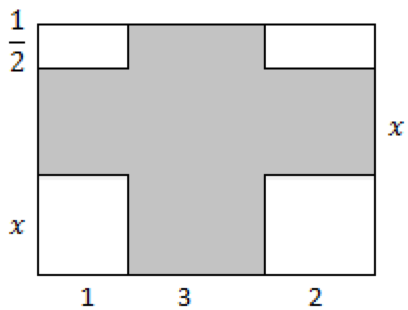
III. $(7x^3 - 8x + 3) + (-4x^3 + 9x^2 - 5x - 3) =$

ANEXO II

Actividades Extras

Actividad nº1:

i. Hallar el área de la región sombreada:



ii. La expresión obtenida en el inciso i. ¿Es un monomio o un polinomio? Justifique su respuesta.

Actividad nº2:

i. Construir un rectángulo que se cumpla, en simultáneo, las siguientes condiciones:

Condición 1: La base mide "n" (n es un número natural cualquiera).

Condición 2: La altura mide "uno más el cuadrado de n"

ii. Con estas condiciones, determine el área de dicho rectángulo.

iii. La expresión obtenida en el inciso ii., ¿Es un monomio o un polinomio? Justifique su respuesta.

Actividad nº3: Sean las siguientes expresiones:

$M_1=3xy$ $M_2=5x^2y$ $M_3= 3xz^{-2}$ $M_4= 12xy$ $M_5=\sqrt[2]{2x}$

Responder:

i. ¿Cuáles de estas expresiones dadas no son monomios? Justifique su respuesta.
ii. ¿Cuáles expresiones son semejantes?
iii. ¿Cuál es el coeficiente y la parte literal de M_2?
iv. ¿Cuánto es $M_1 + M_4$?
v. ¿Cuánto es $M_3 - M_2$?
vi. La expresión obtenida en el inciso v., ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.

Actividad nº4: Dada la siguiente expresión $\frac{1}{2}x^3 + 6x^4 + 2x$, resolver o responder:

i. ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.
ii. Si es polinomio, identifique su grado, coeficiente principal y término independiente.
iii. ¿Está completo? Si no está completo, complételo
iv. ¿Está ordenado? Si no está ordenado, escríbalo de tal manera que quede ordenado.

ANEXO III

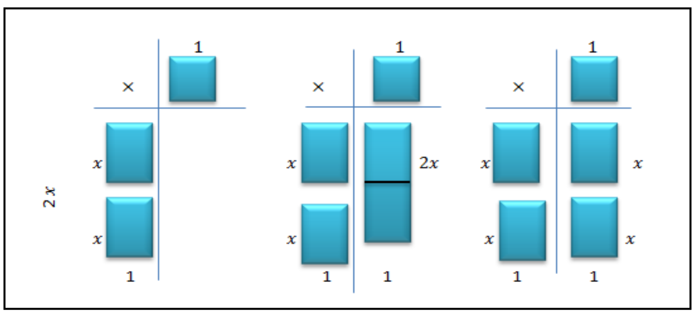
Guía de actividades

Multiplicación de Monomios

En esta guía, al igual que en la anterior, presentamos un conjunto de conceptos y actividades matemáticas. Las expresiones presididas por un trébol ♣corresponden a los conceptos mientras que las actividades se reconocen pues se designan como tales.

Para abordar la multiplicación de Monomios, nosotros realizaremos un esquema para facilitarnos en la compresión de esta operación.

Por ejemplo si quisiéramos resolver la operación $(2x).1$ usando este esquema. Tenemos que calcular el área de un rectángulo con base 1 y altura $2.x$ (o al revés). Ahora, al no tener una referencia única sobre qué representa ese rectángulo en la ficha, se tratará de establecer una relación con un rectángulo con base 1 y altura x, que es una figura que ya conocemos. A continuación se detallan con cuidado los modos de encarar tal cuestión (Véase cuadro nº1).



Cuadro Nº1

Luego partimos dicho rectángulo en dos partes iguales, obteniendo dos rectángulos de bases 1 y alturas x. Luego, usando la ficha, sabemos que estos rectángulos representan área igual a x. Y como el área del rectángulo original es igual a la suma de las áreas de los rectángulos de bases 1 y alturas x, tenemos como resultado $2x$.

En resumen, vimos que $2x.1 = 2x$

♣ Como norma general, al multiplicar dos monomios, se obtiene un nuevo monomio cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes dados, y la parte literal es el producto de la parte literal de los monomios dados.

Ejemplos:$3x.5x = (3.5).(x.x) = 15.x^2$

$3ab.5ab^2 = (3.5).(ab.ab^2) = 15.(a.a).(b.b^2) = 15a^2b^3$

Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 12 a 13.

Actividad Nº12: Multiplique y obtenga la expresión más sencilla posible.

a) $\frac{2}{3}xy.\frac{3}{4}x =$

b) $a.3a.4a^2 =$

c) $(3x).(3.4)x =$

d) $(2x).(9x^2) =$

e) $(2x + x).5x=$

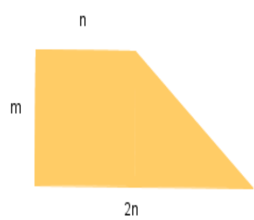
f) $2.(-x)=$

g) $7x.(2x - 3x)=$

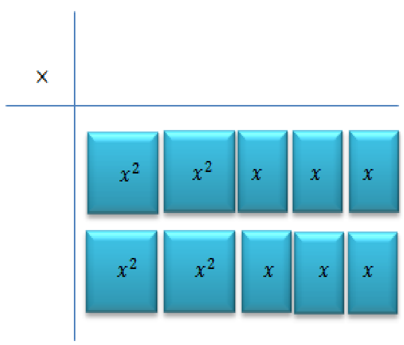
h) $(-2x).(-2x)=$

Actividad Nº13: Utilice lenguaje algebraico para expresar el área de las siguientes figuras.

A=……………………………….



Actividad Nº14: Determina los factores que fueron multiplicados para obtener el siguiente esquema.



***Multiplicación de Polinomios*-Propiedad Distributiva**

Veremos tres herramientas que podremos usar para resolver una multiplicación de polinomios. A continuación desarrollaremos una de esas herramientas.

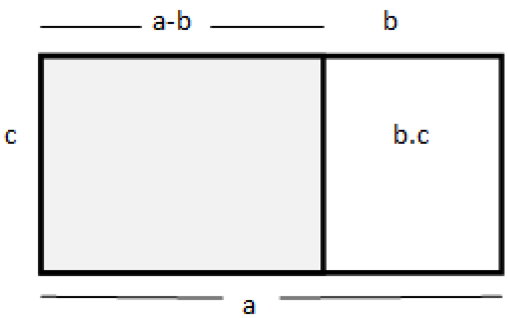
♣ La siguiente igualdad $a.(b + c) = ab + bc$expresa la *propiedad distributiva* de la multiplicación respecto de la adición.

Tomando como herramienta la noción de dicha propiedad, resuelvan las actividades 15 a 18.

Actividad Nº15:

Observen la figura y expresen el área sombreada de dos maneras distintas.

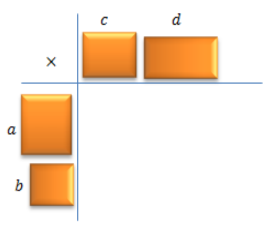
…………………………. = ……………………………….



Actividad Nº16: Apliquen la propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones.

i. $2(3x + 2y) =$
ii. $(p - 2q)r =$
iii. $(a - b)3 =$

Actividad Nº17: Resuelve



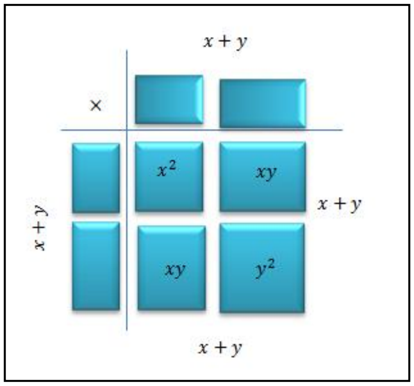
Actividad nº18: Aplique la propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones.

a) $(2x + y).(x + 3y) =$
b) $(5mp - 3n).(2p - mn) =$

***Productos con nombre propio*-Cuadrado de un Binomio**

♣ Para desarrollar el cuadrado de una adición de dos términos, lo pensemos como el producto de la adición por sí misma y aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplo: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$



Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 19 a 20.

Actividad Nº19: Desarrolle los siguientes cuadrados.

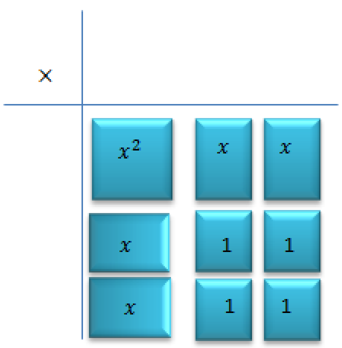
a) $(3+x)^2 =$

b) $(2a+3b)^2 =$

c) $(2xy-y)^2 =$

d) $(1-3ab)^2 =$

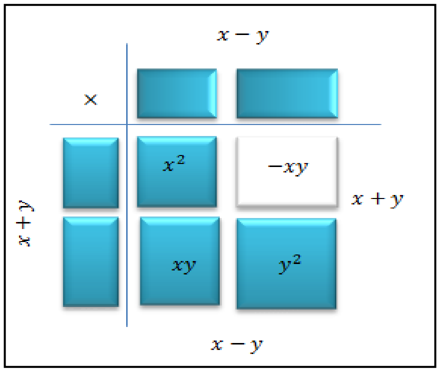
Actividad Nº20: A partir del esquema, ¿Cuál es el binomio?



<u>Productos de adición por diferencia</u>

♣ Para desarrollar el producto de la adición de dos números por la diferencia entre ellos, aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplo: $(x+y).(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2$



Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 21 a 22.

Actividad Nº21: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener una diferencia de cuadrados.

i. $(\mathrm{mn}-\mathrm{p}^2).(\mathrm{mn}+\mathrm{p}^2)=$

ii. $(3\mathrm{ab}-\mathrm{c}).(3\mathrm{ab}+\mathrm{c})=$

iii. $(2+\mathrm{a}).(2-\mathrm{a})=$

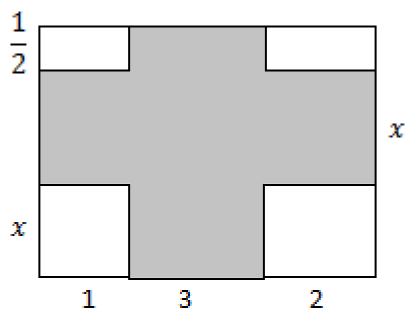
Actividad Nº22: A un cuadrado de lado a se le aumentan 2 cm en la base y se le reducen 2cm en la altura para transformarlo en un rectángulo. Encuentre una expresión de dos términos que permita calcular su área.

ANEXO IV

Actividades Integradoras

Actividad nº1:

i. Hallar el área de la región sombreada:



ii. La expresión obtenida en el inciso i. ¿Es un monomio? ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.

iii. Indicar: Coeficiente principal, término independiente y grado.

iV. ¿Está completo? ¿Está ordenado?

Actividad nº2: Sean las siguientes expresiones:

$M_1=4xy$ $M_2=5x^2y$ $M_3= 3xz^{-2}$ $M_4= 12xy$ $M_5=\sqrt[2]{2x}$ $M_6=4z$

Responder:

i. ¿Cuáles de estas expresiones dadas no son monomios? Justifique su respuesta.

ii. ¿Cuáles de las expresiones dadas son semejantes?

iii. ¿Cuál es el coeficiente y la parte literal de M_2?

iv. Resuelve $M_1 + M_4$?

v. Resuelve $M_3 - M_2$?

vi. La expresión obtenida en el inciso v., ¿es un polinomio? Justifique su respuesta.

vii. ¿Cuál es el producto entre M_1 y M_2?, ¿y entre M_2 y M_6?

Actividad nº3: Dada la siguiente expresión $-2+\frac{1}{2}x^3 - 6x^4$, resolver o responder:

i. ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.

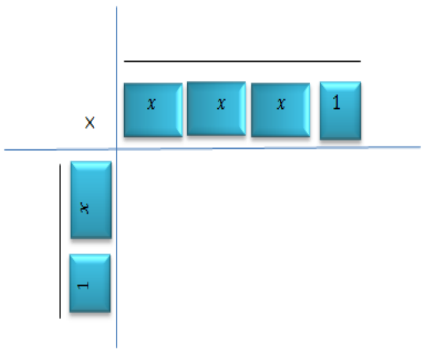
ii. Si es polinomio, identifique su grado, coeficiente principal y término independiente.

iii. ¿Está completo? Si no está completo, complételo.

iv. ¿Está ordenado? Si no está ordenado, escríbalo de tal manera que quede ordenado.

Actividad nº4: A partir de la representación dada abajo:

i. Escribe algebraicamente las expresiones o factores que se están por multiplicar.



ii. Resuelve ésta operación geométricamente y algebraicamente. Verifique que ambos resultados coinciden.

Actividad Nº5: Resuelve los ítems I a VI para las siguientes expresiones:

$P_1 = \frac{1}{2}x^2 + 2$ $P_2 = 2x - 3$ $P_3 = 7x^2 - 8x$ $M_1 = 6xy$ $M_2 = 3x$ $M_3 = 2x$

En los ítems II a VI expresa el resultado de las operaciones indicadas en su mínima expresión

I. ¿M_1 y M_3 son semejantes? Justifica tu respuesta.

II. M_2-M_3

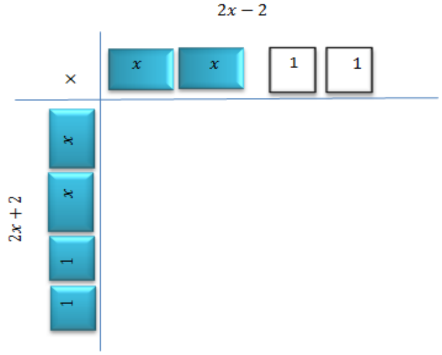
III. $M_2.M_3$ y $M_1.M_2$

IV. $P_1 + P_2$ y $P_1 - P_2$

V. $P_3.M_1$ y $P_2.M_2$.

VI. $P_1.P_2$ y $P_1.P_1$.

Actividad nº6: Resuelve geométricamente y algebraicamente la siguiente operación.



Actividad nº7: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener la mínima expresión.

I. $(x^2 + 6).(x^2 - 6) =$

II. $(x + 6)^2 =$

III. $(5x - 3)^2 =$

IV. $(x + 2)(x - 2) =$

Actividad nº8: Observa los siguientes trinomios, ¿cuál de ellos son trinomios cuadrados perfectos? Justifica tu respuesta.

1. $x^2 + 3x + 9 =$
2. $x^2 + 10x + 25 =$
3. $x^2 - 8x + 16 =$

Actividad nº9: Dados los siguientes trinomios cuadrados perfectos, transfórmalos en cuadrados de un binomio.

I. $x^2 + 2x + 1 =$

II. $x^2 + 12x + 36 =$

Actividad nº10: Calcule el valor numérico de los siguientes polinomios

I. $P(x) = 3x + 3$ para $x = 2, 3$y -1.

II. $P(x) = 2x^2 + 4$para $x = -2$.

III. $P(x) = x^3 + x^2 + 3$ para $x = 0{,}5$.

Actividad nº11: Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos depende de la cantidad de pares de zapatos que fabrica entre otras variables y están dado por la función P(x)=1000x-2x^2 , donde x es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes. Calcule los ingresos mensuales si en cada mes fabrica los siguientes pares de zapatos:

1. Primer mes, 125 pares
2. Segundo mes, 375 pares
3. Tercer mes, 600 pares
4. Cuarto mes, 250 pares

ANEXO III

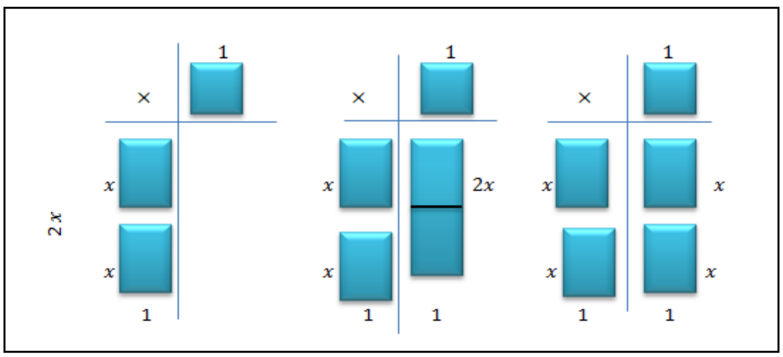
Guía de actividades

Multiplicación de Monomios

En esta guía, al igual que en la anterior, presentamos un conjunto de conceptos y actividades matemáticas. Las expresiones presididas por un trébol ♣corresponden a los conceptos mientras que las actividades se reconocen pues se designan como tales.

Para abordar la multiplicación de Monomios, nosotros realizaremos un esquema para facilitar la compresión de esta operación.

Por ejemplo, si quisiéramos resolver la operación $(2x).1$ usando este esquema. Tenemos que calcular el área de un rectángulo con base 1 y altura $2.x$ (o al revés). Ahora, al no tener una referencia única sobre qué representa ese rectángulo en la ficha, se tratará de establecer una relación con un rectángulo con base 1 y altura x, que es una figura que ya conocemos. A continuación se detallan con cuidado los modos de encarar tal cuestión (Véase cuadro nº1).



Cuadro Nº1

Partimos dicho rectángulo en dos partes iguales, obteniendo dos rectángulos de bases 1 y alturas x. Luego, usando la ficha, sabemos que estos rectángulos representan área igual a x. Y, como el área del rectángulo original es igual a la suma de las áreas de los rectángulos de bases 1 y alturas x, tenemos como resultado $2x$.

En resumen, vimos que $2x.1 = 2x$

♣ A partir de este caso podemos indicar que, en general, para multiplicar monomios se multiplican por un lado los coeficientes, y por el otro la parte literal. Dicho de otro modo, el producto entre dos monomios es otro monomio cuya parte numérica es el producto de las partes numéricas de los monomios dados y su parte literal es el producto de las partes literales de los monomios originales.

Ejemplos:$3x.5x = (3.5).(x.x) = 15.x^2$

$3ab.5ab^2 = (3.5).(ab.ab^2) = 15.(a.a).(b.b^2) = 15a^2b^3$

Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 12 a 13.

Actividad Nº12: Multiplique y obtenga la expresión más sencilla posible.

a) $\frac{2}{3}xy.\frac{3}{4}x =$

b) $a.3a.4a^2 =$

c) $(3x).(3.4)x =$

d) $(2x).(9x^2) =$

e) $(2x + x).5x$=

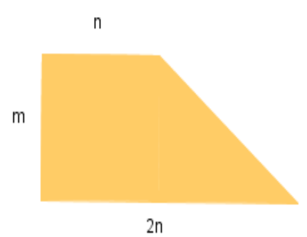
f) $2.(-2x) =$

g) $7x.(2x - 3x)$=

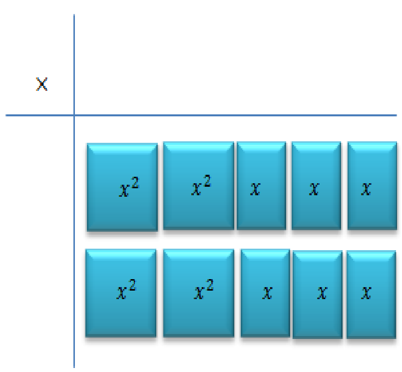
h) $(-2x).(-2x)$=

Actividad Nº13: Utilice lenguaje algebraico para expresar el área de las siguientes figuras.

A=……………………………….



Actividad Nº14: Determina los factores que fueron multiplicados para obtener el siguiente esquema.



Multiplicación de Polinomios-**Propiedad Distributiva**

Veremos tres herramientas que podremos usar para resolver una multiplicación de polinomios. A continuación desarrollaremos una de esas herramientas.

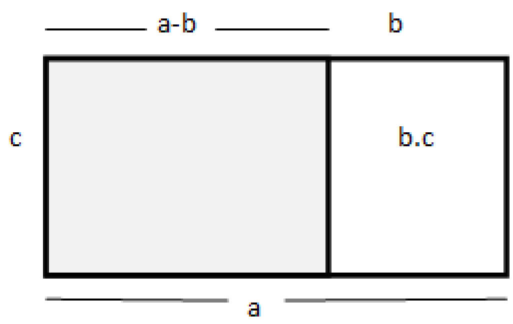
♣ La siguiente igualdad $a.(b + c) = ab + bc$expresa la *propiedad distributiva* de la multiplicación respecto de la adición.

Tomando como herramienta la noción de dicha propiedad, resuelvan las actividades 15 a 18.

Actividad Nº15:

Observen la figura y expresen el área sombreada de dos maneras distintas.

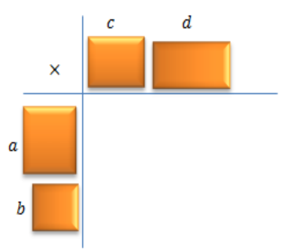
…………………………… = ……………………………….



Actividad Nº16: Apliquen la propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones.

i. $2.(3x + 2y) =$
ii. $(p - 2q).r =$
iii. $(a - b).3 =$

Actividad Nº17: Resuelve la multiplicación indicada.



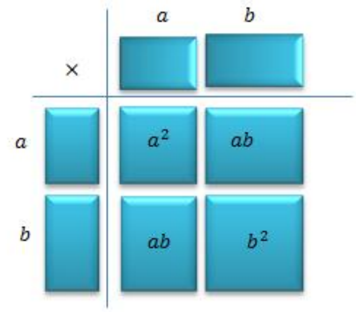
Actividad nº18: Aplique la propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones de polinomios.

a) $(2x + y).(x + 3y) =$
b) $(5mp - 3n).(2p - mn) =$

Productos con nombre propio-**Cuadrado de un Binomio**

♣ Para desarrollar el cuadrado de una adición de dos términos, lo resolvemos como el producto de la adición por sí misma y, apelando a la ficha, aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplo: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 19 a 20.

Actividad Nº19: Desarrolle los siguientes cuadrados.

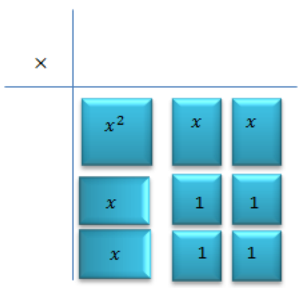
a) $(3 + x)^2 =$

b) $(2a + 3b)^2 =$

c) $(2xy - y)^2 =$

d) $(1 - 3ab)^2 =$

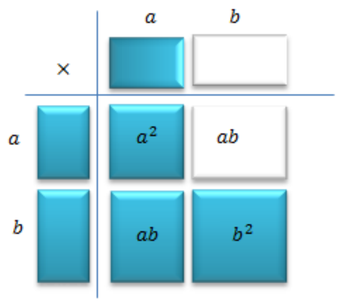
Actividad Nº20: A partir del esquema dado, ¿Cuál es el binomio que origina esa distribución?



<u>Productos de adición por diferencia</u>

♣ Para desarrollar el producto de la adición de dos números por la diferencia entre ellos, aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplo: $(a + b).(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2$



$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Atendiendo a lo expresado antes, resuelve las actividades 21 a 22.

Actividad Nº21: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener una diferencia de cuadrados.

i. $(\mathrm{mn}-\mathrm{p}^2).(\mathrm{mn}+\mathrm{p}^2)=$

ii. $(3\mathrm{ab}-\mathrm{c}).(3\mathrm{ab}+\mathrm{c})=$

iii. $(2+\mathrm{a}).(2-\mathrm{a})=$

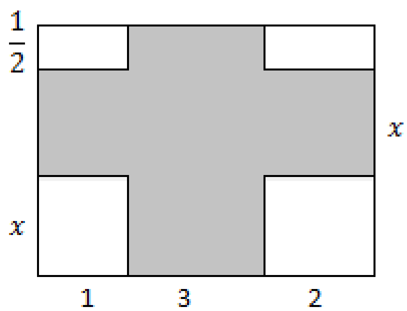
Actividad Nº22: A un cuadrado de lado a se le aumentan 2 cm en la base y se le reducen 2cm en la altura para transformarlo en un rectángulo. Encuentre una expresión de dos términos que permita calcular su área.

ANEXO IV

Actividades Integradoras

Actividad nº1:

i. Hallar el área de la región sombreada:



ii. La expresión obtenida en el inciso i. ¿Es un monomio? ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.

iii. Indicar: Coeficiente principal, término independiente y grado.

iv. ¿Está completo? ¿Está ordenado?

Actividad nº2: Sean las siguientes expresiones:

$M_1=4xy$ $M_2=5x^2y$ $M_3= 3xz^{-2}$ $M_4= 12xy$ $M_5=\sqrt[2]{2x}$ $M_6=4z$

Responder:

i. ¿Cuáles de estas expresiones dadas no son monomios? Justifique su respuesta.

ii. ¿Cuáles de las expresiones dadas son semejantes?

iii. ¿Cuál es el coeficiente y la parte literal de M_2?

iv. Resuelve $M_1 + M_4$?

v. Resuelve $M_3 - M_2$?

vi. La expresión obtenida en el inciso v., ¿es un polinomio? Justifique su respuesta.

vii. ¿Cuál es el producto entre M_1 y M_2?, ¿y entre M_2 y M_6?

Actividad nº3: Dada la siguiente expresión $-2+\frac{1}{2}x^3 - 6x^4$, resolver o responder:

i. ¿Es un polinomio? Justifique su respuesta.

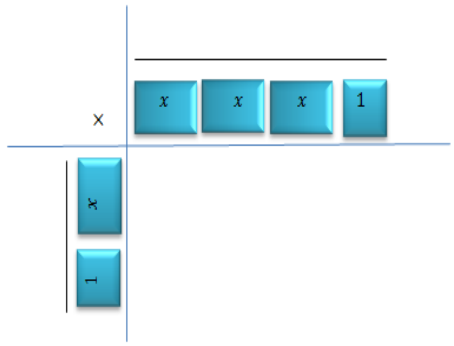
ii. Si es polinomio, identifique su grado, coeficiente principal y término independiente.

iii. ¿Está completo? Si no está completo, complételo.

iv. ¿Está ordenado? Si no está ordenado, escríbalo de tal manera que quede ordenado.

Actividad nº4: A partir de la representación dada abajo:

i. Escribe algebraicamente las expresiones o factores que se están por multiplicar.



ii. Resuelve ésta operación geométricamente y algebraicamente. Verifique que ambos resultados coinciden.

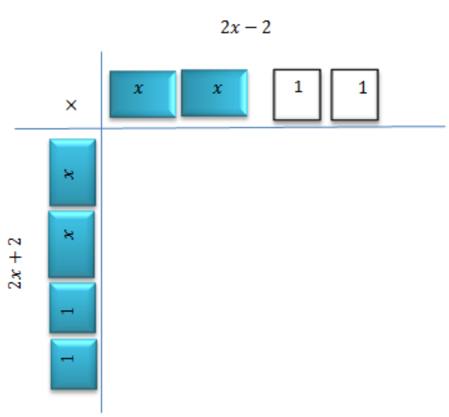
Actividad Nº5: Resuelve los ítems I a VI para las siguientes expresiones:

$P_1=\frac{1}{2}x^2+2$ $P_2=2x-3$ $P_3=7x^2-8x$ $M_1=6xy$ $M_2=3x$ $M_3=2x$

En los ítems II a VI expresa el resultado de las operaciones indicadas en su mínima expresión

I. ¿M_1 y M_3 son semejantes? Justifica tu respuesta
II. M_2-M_3
III. $M_2.M_3$ y $M_1.M_2$
IV. P_1+P_2 y P_1-P_2
V. $P_3.M_1$ y $P_2.M_2$
VI. $P_1.P_2$ y $P_1.P_1$

Actividad nº6: Resuelve geométricamente y algebraicamente la siguiente operación.



Actividad nº7: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener la mínima expresión.

I. $(x^2 + 6).(x^2 - 6) =$
II. $(x + 6)^2 =$
III. $(5x - 3)^2 =$
IV. $(x + 2)(x - 2) =$

Actividad nº8: Observa los siguientes trinomios, ¿cuál de ellos son trinomios cuadrados perfectos? Justifica tu respuesta.

1. $x^2 + 3x + 9 =$
2. $x^2 + 10x + 25 =$
3. $x^2 - 8x + 16 =$

Actividad nº9: Dados los siguientes trinomios cuadrados perfectos, transfórmalos en cuadrados de un binomio.

I. $x^2 + 2x + 1 =$
II. $x^2 + 12x + 36 =$

Actividad nº10: Calcule el valor numérico de los siguientes polinomios.

I. $P(x) = 3x + 3$ para $x = 2, 3$y -1.
II. $P(x) = 2x^2 + 4$para $x = -2$.
III. $P(x) = x^3 + x^2 + 3$ para $x = 0{,}5$.

Actividad nº12: Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos están dados por la función P(x)=1000x-2x^2 , donde x es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes. ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican :

I. 125 pares de zapatos?
II. 375 pares?
III. 600 pares?
IV. 250?

ANEXO V

Trabajo Práctico-Colegio San José Secundario

Apellido y Nombre: ………………………………………………. Fecha: ……………………….

Importante:

Con este trabajo práctico se espera evaluar las posibilidades de los estudiantes para trabajar y operar al:

- Construir ideas algebraicas a partir de situaciones geométricas.
- Reconocer expresiones semejantes.
- Resolver adición y sustracción de monomios.
- Distinguir elementos de un polinomio.
- Reconocer cuándo un polinomio está ordenado y completo.
- Reconstruir un polinomio que no esté ordenado y/o completo.

Aspectos a tener en cuenta: Prolijidad, escribir respuestas y resultados con lapicera, las respuestas deben ser completas.

Actividades

Actividad 1: Realicen las siguientes adiciones y sustracciones de monomios. Indicar si el resultado de cada ítem es un monomio o un polinomio.

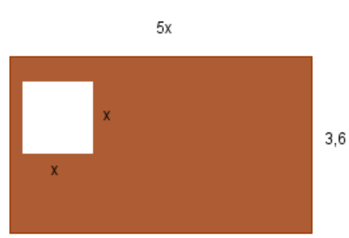
a) $x5 + 2x^2 - 6x^2 + \frac{1}{2}x^4 =$

b) $-5a^2bc^3 + 3a^3b - 2b + a^3b =$

c) $4x^3 - 3x - 4x + x=$

d) $x + 5x - 3x =$

Actividad 2: Un problema que enfrentaban los egipcios era que el río Nilo se desbordaba cada invierno, inundando los campos cultivados. La parte sombreada que se representa a continuación es la parte que se puede cultivar (Véase cuadro N°1).



Cuadro N° 1

a) ¿Cuál será el área del terreno que se puede sembrar?

b) La expresión obtenida en el inciso a), ¿es un monomio o un polinomio? Justifique su respuesta.

c) Indicar:

   i. Grado, coeficiente principal y término independiente.

   ii. Si está ordenado. Caso contrario ordenarlo.

   iii. Si está completo. Caso contrario completarlo.

Actividad n°3: A partir de la información dada, completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	GRADO	COEFICIENTE PRINCIPAL	TERMINO INDEPENDIENTE	¿Está ordenado?	¿Es completo?
$4x^3 + 6x^2 - 3x$					
$\frac{1}{2}+x$					
$-7x^3+3$					
$-6x^3+ 2x^2 +2x$					

ANEXO VI

Evaluación tercer año-Colegio San José Secundario

Apellido y Nombre:

Fecha: **TEMA B**

Importante: Con esta evaluación se espera evaluar las posibilidades de los estudiantes para trabajar y operar al:

- Resolver multiplicación de monomios.
- Resolver adiciones, sustracciones y multiplicación con polinomios
- Reconocer productos notables. Binomio Cuadrado y Diferencia de cuadrados.
- Usar las representaciones geométricas (fichas) como otro método de validación aparte del método algebraico.
- Distinguir el valor numérico de un polinomio a partir de una situación problemática.
- Aplicar Valor Numérico de un Polinomio en problemas

Aspectos a tener en cuenta: prolijidad, escritura de respuestas y resultados con lapicera, y respuestas completas y claras.

Actividades

Actividad nº1: Dados los polinomios mostrados a continuación, resuelve las operaciones indicadas en los ítems I a IV. En todos los casos, expresa el resultado final en su mínima expresión. En el ítem II resuelve las operaciones de manera vertical y escribe el resultado final como un polinomio ordenado y completo.

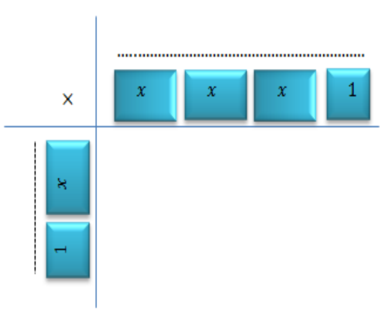
$P_1=(-2.x)-x^2$ $P_2= 3.x^2+x^3$ $M_1= 5.x.z^2$ $M_2= 12.x.z^2$ $M_3= 3.x$

I. M_2-M_1 y M_2+M_3 **II. P_1+P_2 y P_1-P_2**

III. P_1.M_1 y P_2.M_3 IV. P_1.P_1 y P_1.P_2

Actividad nº2: A partir de la representación dada abajo:

I. Escribe algebraicamente las expresiones o factores que se están por multiplicar.



II. Resuelve esta operación geométrica y algebraicamente. Verifique que ambos resultados coincidan.

Actividad nº3: Desarrolle cada uno de los siguientes productos hasta obtener la mínima expresión.

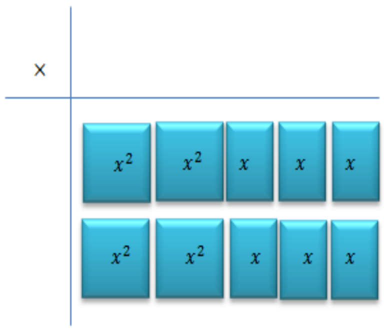
I. $(2x-6)^2 =$

II. $(2x+9)^2 =$

III. $(6x-3).(6x+3) =$

IV. $(x^3+7).(x^3-7) =$

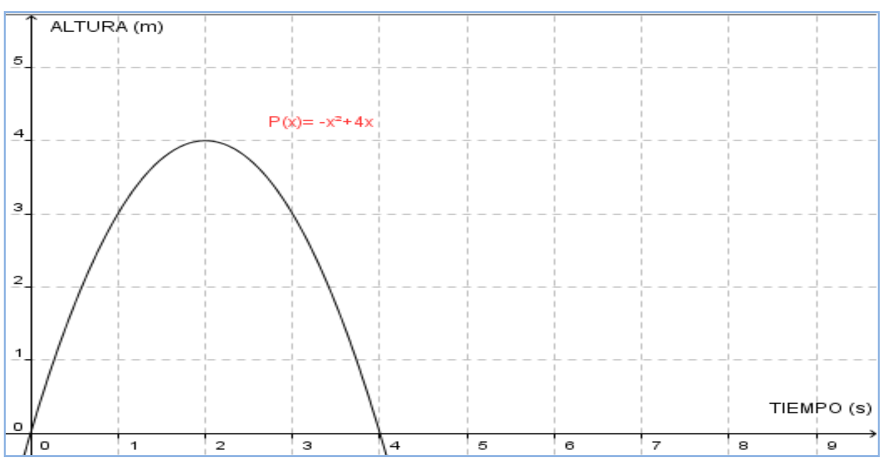
Actividad nº4: A partir del diagrama presentado, determina los factores que fueron multiplicados para obtener tal esquema.



Actividad nº5: A) La altura que alcanza una pelota arrojada hacia arriba en función del tiempo se representa mediante el siguiente polinomio $P(x) = 4x - x^2$ donde x es el tiempo (en segundos) que trascurre desde que se patea la pelota y P es la altura que alcanza la pelota (en metros). Determine a qué distancia se encuentra la pelota en él:

I. Tiempo, $x = 1\ seg.$ II. Tiempo, $x = 2seg.$ III. Tiempo, $x = 3seg.$

B) A partir de la información dada en el gráfico del polinomio tal, $P(x) = x.(4-x)$, indica cuáles son sus raíces. Justifica tus respuestas.



Evaluación tercer año-Colegio San José Secundario

Apellido y Nombre:

Fecha: **TEMA A**

Importante: Con esta evaluación se espera evaluar las posibilidades de los estudiantes para trabajar y operar al:

- Resolver multiplicación de monomios.
- Resolver adiciones, sustracciones y multiplicación con polinomios
- Reconocer productos notables. Binomio Cuadrado y Diferencia de cuadrados.
- Usar las representaciones geométricas (fichas) como otro método de validación aparte del método algebraico.
- Distinguir el valor numérico de un polinomio a partir de una situación problemática.
- Aplicar Valor Numérico de un Polinomio en problemas

Aspectos a tener en cuenta: prolijidad, escritura de respuestas y resultados con lapicera, y respuestas completas y claras.

Actividades

Actividad nº1: Dados los polinomios mostrados a continuación, resuelve las operaciones indicadas en los ítems I a IV. En todos los casos, expresa el resultado final en su mínima expresión. En el ítem III resuelve las operaciones de manera vertical y escribe el resultado final como un polinomio ordenado y completo.

$P_1=(-4.x)-x^2$ $P_2=5.x^2+x^3$ $M_1=3.x.z^2$ $M_2=12.x.z^2$ $M_3=2.x$

I. M_2-M_1 y M_2+M_3

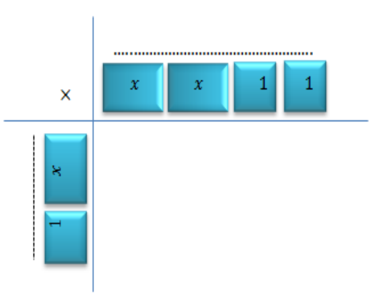
II. P_1.M_1 y P_2.M_3

III. P_1+P_2 y P_1-P_2

IV. P_1.P_1 y P_1.P_2

Actividad nº2: A partir de la representación dada abajo:

I. Escribe algebraicamente las expresiones o factores que se están por multiplicar.



II. Resuelve esta operación geométrica y algebraicamente. Verifique que ambos resultados coincidan.

Actividad nº3: Desarrolla cada uno de los siguientes productos hasta obtener la mínima expresión.

I. $(4x-3)^2 =$

II. $(2x+10)^2 =$

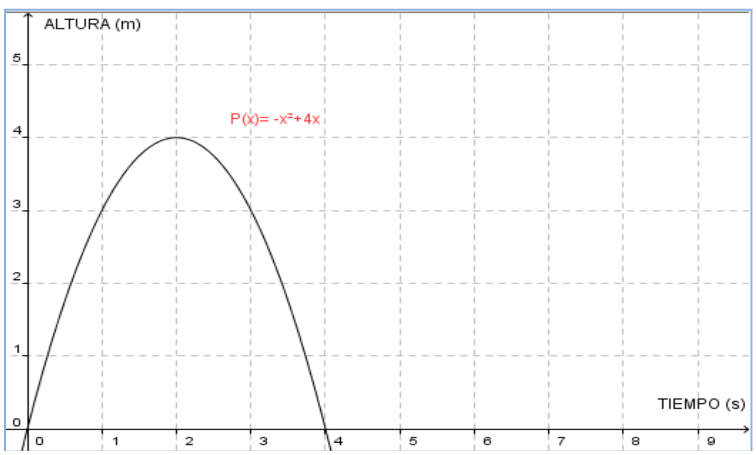
III. $(9x-3).(9x+3) =$

IV. $(x^3+7).(x^3-7) =$

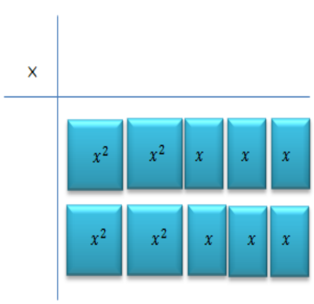
Actividad nº4: A) La altura que alcanza una pelota arrojada hacia arriba en función del tiempo se representa mediante el siguiente polinomio $P(x) = 4.x - x^2$ donde x es el tiempo (en segundos) que trascurre desde que se patea la pelota y P es la altura que alcanza la pelota (en metros). Determine a qué distancia se encuentra la pelota en él:

I. Tiempo, $x = 1\ seg.$ II. Tiempo, $x = 2\ seg.$ III. Tiempo, $x = 3\ seg.$

B) A partir de la información dada en el gráfico del polinomio tal, $P(x) = x.(4-)$, indica cuáles son sus raíces. Justifica tus respuestas.



Actividad nº5: A partir del diagrama presentado, determina los factores que fueron multiplicados para obtener tal esquema.



ANEXO VII

Programa de Tercero

Asignatura: Matemática

Carga Horaria: 5 horas semanales

Curso y división: tercer año ambas secciones

Ciclo lectivo: 2014

Objetivos generales:

- Reconocer a la matemática en los procesos de la vida cotidiana para que permita el desarrollo de procedimientos básicos y resolver problemas.
- Alcanzar un cierto grado de autonomía que permite plantear y crear estrategias para resolver problemas.
- Valorar el rigor del lenguaje matemático y apropiarlo para poder expresarse.
- Reconocer conceptos y propiedades matemáticas.
- Hacer uso correcto de la ortografía.

Contenidos conceptuales y procedimentales:

UNIDAD I:

- Números racionales.
- Representación gráfica de números racionales.
- Potenciación y radicación con números racionales.
- Operación con números racionales.
- Propiedades de las operaciones.
- Utilización de los números racionales para describir situaciones concretas y resolver problemas.
- Números irracionales.
- Potenciación y radicación con números irracionales.
- Propiedades de las operaciones.

UNIDAD II:

- Ecuaciones y sistemas.
- Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Métodos de resolución: igualación y sustitución.
- Clasificación de sistemas: compatibles (determinados e indeterminados) e incompatibles.
- Construcción de modelos lineales.
- Resolución de problemas.

UNIDAD III:

- Concepto de funciones.
- Modelos lineales y funciones lineales.
- Dominio e imagen de una función.
- Gráficos de funciones.
- Ecuación de la recta.
- Pendiente y ordenada al origen de una función línea.
- Gráficos.
- Rectas paralelas y perpendiculares.
- Sistema de ecuaciones lineales. Intersecciones.
- Interpretación del concepto pendiente.
- Análisis de gráficos.
- Situaciones problemáticas.
- Construcción de modelos lineales que permitan la resolución de los problemas.

UNIDAD IV:

- Monomios y polinomios. Coeficiente principal y coeficiente independiente.
- Grado de un polinomio.
- Operaciones con monomios. Suma, resta, multiplicación y división.
- Operaciones con polinomios. Suma, resta, multiplicación y división.
- División de polinomios utilizando la regla de Ruffini.
- Raíces de un polinomio.
- Teorema del resto.
- Teorema de Gauss. Polinomios primos.
- Factorización de polinomios.
- Casos de factores: factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados.
- Resolución de problemas a través de polinomios.

UNIDAD V:

- Nociones elementales de la estadística.
- Porcentaje.
- Población. Frecuencia y frecuencia acumulada.
- Variables discretas y continuas.
- Gráficos circulares, de barra.
- Histogramas.

- Medidas de posición: media, moda y mediana.
- Medidas de dispersión.
- Utilización de la estadística como herramienta para la toma de decisiones en situaciones problemáticas.

Bibliografía para el alumno:

- Fotocopias de teórico y practico entregadas por el docente.
- Lógicamente, Libros de matemática a medida. Tomo III y IV. Ediciones lógikamente.