

# DETECCIÓN MULTIUSUARIO PARA CANALES CODIFICADOS CON SEÑALES EN EL ESPACIO EUCLIDIANO

# Facultad de Ciencias Exactas Fisicas y Naturales Universidad Nacional de Córdoba

Tesis presentada como requisito para la obtención del grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería Ing. Graciela Corral Briones Año 2006

## RESUMEN

Las técnicas de detección multiusuario para sistemas de transmisión con ancho de banda limitado prometen satisfacer el incremento continuo de la demanda de datos y utilizar de manera eficiente el espectro radioeléctrico. Para aumentar la eficiencia espectral del sistema manteniendo la complejidad del receptor en valores aceptables se han propuesto sistemas que emplean múltiples canales de banda angosta así como códigos trellis y espacio-temporales. El empleo de señales con mayor eficiencia espectral deteriora el desempeño de los detectores multiusuario, y hace necesario incorporar en el proceso de detección la información de codificación. Esto impone nuevas dificultades en el diseño de receptores multiusuarios. La manera más directa de mejorar el desempeño es incorporar la información de codificación en sucesivas iteraciones. Sin embargo, este enfoque incrementa los tiempos de decodificación y puede no resultar viable para aplicaciones del tipo interactivas de tiempo real. En esta Tesis se propone un nuevo receptor multiusuario que es capaz de alcanzar desempeños próximos al detector óptimo sin aumentar prácticamente los tiempos de decodificación. La complejidad computacional de la nueva arquitectura es función de un parámetro particular del canal de acceso múltiple que permite considerar la información de codificación de uno, algunos o todos los usuarios. La arquitectura propuesta presenta ventajas incluso cuando se emplea sólo la información de codificación de un único usuario.

Como una segunda contribución fundamental de este trabajo, se desarrolla una teoría de la detección y decodificación conjunta. Esta teoría permite obtener criterios de diseño del receptor y del sistema de comunicación. Para un sistema con codificación *trellis*, la teoría muestra que la información de codificación empleada en el proceso de detección permite mejorar significativamente el desempeño del sistema sobre todo cuando la principal causa de deterioro de la señal es el ruido y no la interferencia multiusuario. Para el canal con codificación espacio temporal, la teoría muestra que el receptor óptimo es capaz no sólo de obtener la ganancia de diversidad del código sino también la ganancia de codificación.

## ABSTRACT

In bandwidth-limited channels, multiuser detection techniques have a great potential to satisfy the constantly increasing demand on data communications and allow a much more efficient use of the always scarce spectrum resources. In this context, the use of multiple narrow-band channels with trellis and space-time codes has been proposed as an interesting alternative to increase the spectral efficiency of the system, while keeping the receiver complexity affordable. However, because high-spectral-efficiency transmissions reduce the performance of multiuser detectors, this would require to take into account the coding information in the process of multiuser detection, introducing a new difficulty in the design of these multiuser detectors. Due to the high complexity of the optimal solution, many suboptimal suboptimal schemes have been proposed. For example, the use of coding information in successive iterations is a direct and simple approach to improve the performance of multiuser detection in high-spectral-efficiency communications. However, this approach introduce an increase in the decoding delay that cannot be tolerated in real-time interactive applications. In this thesis, a new receiver architecture that performs close to the optimal solution without increasing the decoding delay is derived. The computational complexity of this new architecture takes advantage of a particular characteristic of the multiple-access channel: the possibility of improving the data detection by means of using the coding information of only one user, a selected group of users, or even all the participating users. It is worth noticing that even when the detection takes into account the coding information of only one user, the proposed receiver shows a significant performance improvement over others that do not exploit any kind of coding information.

As a second fundamental contribution of this thesis, a new theory is proposed for joint detection and decoding. With this theory, new design criteria for receivers and communication systems are analyzed. In presence of systems with trellis code modulation, this theory shows that the use of coding information in the detection significantly improves the system performance when the noise is the major source of distortion. Moreover, in presence of multiple-access systems with space-time coding, the theory shows that the optimal receiver is able to exploit (from the coding process) not only its diversity gain, but also its coding gain.

### RESUMO

As técnicas de detecção multi-usuário para sistemas de transmissão com limitação da largura de banda (bandwidth-limited channels) prometem satisfazer o incremento contínuo da demanda de dados e utilizar de maneira eficiente o espectro radioelétrico. Visando o aumento da eficiência espectral do sistema, mantendo a complexidade do receptor em valores aceptáveis, foi proposto o uso de sistemas que empregam múltiplos canais de banda estreita assim como também códigos trellis e espaço-temporais. O uso de sinais com maior eficiência espectral deteriora o desempenho dos detectores multi-usuário fazendo necessário icorporarar informação de codificação no processo de detecção. Isto impõe novas dificuldades no que diz respeito ao desenho de receptores multi-usuários. A maneira mais direta de melhorar o desempenho é incorporar a informação de codificação em sucessivas iterações. No entanto, esse enfoque incrementa os tempos de decodificação podendo não ser viável para aplicações do tipo interactivas em tempo real. Nesta tese, é proposto um novo receptor multi-usuário capaz de alcançar desempenhos próximos ao detector ótimo quase sem aumentar os tempos de decodificação. A complexidade computacional da nova arquitetura é função de um parâmetro particular do canal de acesso múltiplo que permite considerar a informação de codificação de um, alguns ou todos os usuários. A arquitetura proposta apresenta vantagens até quando é empregada só a informação de codificação de um único usuário.

Como uma segunda contribuição fundamental deste trabalho, é desenvolvida uma teoria da detecção e decodificação conjunta. Essa teoria permite obter critérios de desenho do receptor e do sistema de comunicação. No caso de um sistema com codificação trellis, a teoria mostra que a informação de codificação empregada no processo de detecção permite melhorar significativamente o desempenho do sistema, fundamentalmente, quando a principal causa de deterioro do sinal é o ruído. Para o canal com codificação espaço-temporal, a teoria mostra que o receptor ótimo é capaz não só de obter o ganho de diversidade do código, mas também o ganho de codificação.

# ÍNDICE GENERAL

| Re | esume  | n       |             |   | Ι    |
|----|--------|---------|-------------|---|------|
| Co | onteni | do      |             |   | VII  |
| In | dice d | e Tabla | S           |   | XI   |
| In | dice d | e Figur | as          |   | XIII |
| Li | sta de | Abrevi  | aturas      |   | XV   |
| 1. | Intro  | oducció | n           |   | 1    |
|    | 1.1.   | Objetiv | vos de la T | èsis  | 4    |
|    | 1.2.   | Contri  | buciones (  | Driginales de la Tesis                              | 5    |
|    |        | 1.2.1.  | Arquitec    | tura Propuesta                                      | 5    |
|    |        |         | 1.2.1.1.    | Receptor Integrado de Estados Reducidos             | 5    |
|    |        |         | 1.2.1.2.    | Receptor Integrado de Múltiples Caminos             | 6    |
|    |        |         | 1.2.1.3.    | Ventajas de los Sistemas Integrados                 | 7    |
|    |        | 1.2.2.  | Teoría de   | e la Probabilidad de Error del Receptor Integrado   | 7    |
|    |        |         | 1.2.2.1.    | Desempeño del Receptor GD                           | 8    |
|    |        |         | 1.2.2.2.    | Desempeño del Receptor RSE-GD                       | 9    |
|    |        |         | 1.2.2.3.    | Desempeño del Receptor GV-GD                        | 10   |
|    |        |         | 1.2.2.4.    | Criterios de Diseño del Receptor Integrado          | 10   |
|    |        | 1.2.3.  | Receptor    | es para Canales con Desvanecimiento Multitrayecto   | 10   |
|    |        |         | 1.2.3.1.    | Nuevos Algoritmos para Receptores Clásicos          | 11   |
|    |        |         | 1.2.3.2.    | Receptor para Códigos Espacio-temporales            | 11   |
|    |        |         | 1.2.3.3.    | Performance y Criterio de Diseño                    | 12   |
|    | 1.3.   | Conter  | ido de la ' | Tesis   | 13   |
| 2. | Rece   | eptores | Multiusua   | ario  | 15   |
|    | 2.1.   | Introdu | acción      |   | 15   |
|    | 2.2.   | Model   | o del Siste | ma  | 17   |
|    | 2.3.   | Recept  | or Multius  | suario Óptimo                                       | 20   |
|    | 2.4.   | Recept  | ores Mult   | iusuarios de Complejidad Reducida                   | 22   |
|    |        | 2.4.1.  | Receptor    | es Particionados                                    | 22   |
|    |        |         | 2.4.1.1.    | Supresión de Interferencia y Ganancia de Diversidad | 27   |
|    |        | 2.4.2.  | Receptor    | es Integrados                                       | 31   |

|    |             | 2.4.2.1. Decodificador Retroalimentado por Decisiones             | 32       |
|----|-------------|---|----------|
|    |             | 2.4.2.2. Decodificador por Grupo                                  | 35       |
|    | 2.5.        | Conclusiones  | 37       |
| 3. | Rece        | eptor Integrado deComplejidad Reducida                            | 39       |
|    | 3.1.        |   | 39       |
|    | 3.2.        | Canal Equivalente con Ruido Blangueado                            | 41       |
|    |             | 3.2.1. Receptor Óptimo  | 43       |
|    | 3.3.        | Receptores Integrados de Estados Reducidos                        | 44       |
|    |             | 3.3.1. Decodificador Grupal con Detector de Estados Reducidos     | 45       |
|    | 3.4.        | Desempeño de la Decodificación con Detección Integrada            | 47       |
|    |             | 3.4.1. Canal con Correlación Constante                            | 48       |
|    |             | 3.4.1.1. Caso A: Canal con Usuarios con Correlación Moderada      | 50       |
|    |             | 3.4.1.2. Caso B: Canal con Usuarios muy Correlacionados .         | 51       |
|    |             | 3.4.2. Canal CDMA de Banda Angosta                                | 53       |
|    | 3.5.        | Beneficio de la Decodificación Grupal                             | 56       |
|    | 3.6.        | Receptor Integrado de Múltiples Caminos Sobrevivientes por Estado | 57       |
|    | 3.7.        | Conclusiones  | 59       |
|    |             |   |          |
| 4. | Teor        | ía de la Probabilidad de Error                                    | 61       |
|    | 4.1.        | Introducción  | 61       |
|    | 4.2.        | Probabilidad de Error del Receptor GD                             | 62       |
|    |             | 4.2.1. El Canal de Dos Usuarios                                   | 65       |
|    | 4.3.        | Probabilidad de Error del Receptor RSE-GD                         | 68       |
|    |             | 4.3.1. Probabilidad de un Evento Error                            | 69       |
|    |             | 4.3.2. Probabilidad de una Secuencia de Eventos de Error          | 71       |
|    |             | 4.3.3. Desempeño del Receptor RSE-GD                              | 72       |
|    | 4.4.        | Análisis de Desempeño y Complejidad                               | 75       |
|    |             | 4.4.1. Canal de 2 Usuarios con Correlación Moderada               | 75       |
|    |             | 4.4.2. Canal de 2 Usuarios con Correlación Alta                   | 76       |
|    |             | 4.4.3. Influencia de la Fase de los Usuarios en el Desempeño      | 77       |
|    |             | 4.4.4. Efecto Lejano-Cercano                                      | 77       |
|    | 4.5.        | Criterios para el Diseño de Receptores                            | 77       |
|    | 4.6.        | Conclusiones  | 78       |
| 5. | Dete        | cción Multiusuario en Canales conCodificación Esnacio Temporal    | 79       |
|    | 51          | Introducción  | 79       |
|    | 5.2         | Canal de Acceso Múltiple con Codificación Espacio-Temporal        | 81       |
|    | 5.2.<br>5.3 | Receptor Multiusuario Óptimo                                      | 84       |
|    | 5.5.        | 5 3 1 Desempeño Asintótico y Criterio de Diseño de Códigos        | 88       |
|    |             | 5.3.1.1 Sistema Sincrónico de Banda Angosta                       | 80       |
|    |             | 5.3.1.2 Sistema CDMA Asincrónico sin Codificación                 | 80       |
|    |             | 5.3.1.2. Sistema Asinorónico Codificado                           | 80       |
|    | 5 /         | Detección y Decodificación Conjunta de Complajidad Paducida       | 09       |
|    | 5.4.<br>5.5 | Resultados Numéricos  | 91<br>Q/ |
|    | J.J.        |   | 24       |

|    |       | 5.5.1. Análisis de Complejidad y Desempeño         | 94  |
|----|-------|--|-----|
|    |       | 5.5.2. Consideraciones de Implementación           | 99  |
|    | 5.6.  | Conclusiones                                       | 102 |
| 6. | Con   | clusiones Finales                                  | 103 |
|    | 6.1.  | Extensión de los Resultados                        | 103 |
|    | 6.2.  | Trabajos Futuros                                   | 104 |
| Ap | éndic | ee A: Distancia de Evento Error                    | 107 |
| Ap | éndic | ee B: Distancia de Evento Error                    | 113 |
| Ap | éndic | e C: Implementación del Estimador de Interferencia | 115 |
| Re | feren | cias Bibliográficas                                | 117 |

# ÍNDICE DE CUADROS

| 3.1. | Complejidades computacionales | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | <br>• | • | • | • | • | • | • | • | • | 58  |
|------|-------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| 5.1. | Comparación de complejidades. |   |   | • |   |   | • | • |   |   | • | <br>• |   |   |   |   |   |   | • |   | 102 |

# ÍNDICE DE FIGURAS

|  |  | 18   |
|--|--|--|
| 2.2.   | Desempeño de esquemas particionados y óptimos con y sin codificación   | 25   |
| 2.3.   | Receptores multiusuarios en canales con desvanecimiento  | 26   |
| 2.4.   | Desempeño de Combinadores  | 31   |
| 2.5.   | Desempeño del esquema IDFE en el canal (2.30)  | 33   |
| 2.6.   | Desempeño del receptor WMF+IDFE en el canal (2.30)   | 34   |
| 2.7.   | Desempeño de receptores multiusuarios en el canal (2.30)   | 35   |
| 3.1.   | Modelo del canal multiusuario de tiempo discreto   | 43   |
| 3.2.   | Código Trellis   | 45   |
| 3.3.   | Diagrama de trellis del receptor GD(1).  | 47   |
| 3.4.   | Diagrama de trellis del receptor RSE-GD(1,8)   | 48   |
| 3.5.   | Diagrama de trellis del receptor RSE-GD(1,16)  | 49   |
| 3.6.   | Desempeño en un canal con correlación moderada   | 51   |
| 3.7.   | Desempeño en un canal con correlación alta   | 52   |
| 3.8.   | Desempeño de la arquitectura RSE-GD(1,s') en un canal CDMA   | 54   |
| 3.9.   | Desempeño de la arquitectura RSE-GD(1,s') para dos usuarios diferentes.  | 55   |
| 3.10.  | Desempeño en una situación lejana-cercana  | 57   |
| 3.11.  | Mejora debida al empleo de información de codificación   | 58   |
|  |  |  |
| 4.1.   | Espectro de distancias del código trellis  | 66   |
| 4.1.<br>4.2.   | Espectro de distancias del código trellis  | 66<br>67   |
| 4.1.<br>4.2.<br>4.3.   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada  | 66<br>67<br>68   |
| <ul><li>4.1.</li><li>4.2.</li><li>4.3.</li><li>4.4.</li></ul>  | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.   | 66<br>67<br>68<br>69   |
| <ol> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> </ol>   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta   | 66<br>67<br>68<br>69<br>70   |
| <ol> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> </ol>   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta<br>Regiones de decisión   | 66<br>67<br>68<br>69<br>70<br>71   |
| <ol> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> </ol>   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta<br>Regiones de decisión<br>Comparaciones de la teoría con las simulaciones  | 66<br>67<br>68<br>69<br>70<br>71<br>73   |
| <ol> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> </ol>   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta<br>Regiones de decisión<br>Comparaciones de la teoría con las simulaciones<br>Tasa de error de bits de los diferentes receptores  | 66<br>67<br>68<br>69<br>70<br>71<br>73<br>76   |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> </ul>   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta<br>Regiones de decisión<br>Comparaciones de la teoría con las simulaciones<br>Tasa de error de bits de los diferentes receptores  | 66<br>67<br>68<br>69<br>70<br>71<br>73<br>76<br>82   |
| 4.1.<br>4.2.<br>4.3.<br>4.4.<br>4.5.<br>4.6.<br>4.7.<br>4.8.<br>5.1.<br>5.2.   | Espectro de distancias del código trellis<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada<br>Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta<br>Regiones de decisión<br>Comparaciones de la teoría con las simulaciones<br>Tasa de error de bits de los diferentes receptores<br>Modelo del sistema.<br>Desempeño del MLMR   | 66<br>67<br>68<br>69<br>70<br>71<br>73<br>76<br>82<br>90   |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> </ul>   | Espectro de distancias del código trellis  | <ul> <li>66</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> <li>73</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>90</li> <li>93</li> </ul>   |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>5.4.</li> </ul>   | Espectro de distancias del código trellis  | <ul> <li>66</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> <li>73</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>90</li> <li>93</li> <li>94</li> </ul>                                     |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>5.4.</li> <li>5.5.</li> </ul>                             | Espectro de distancias del código trellisEspectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3Resultados teórico y simulados para correlación moderadaEspectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.Resultados teórico y simulados para correlación altaRegiones de decisiónComparaciones de la teoría con las simulacionesTasa de error de bits de los diferentes receptoresModelo del sistema.Desempeño del MLMRCódigo trellis espacio temporalReceptor GD(1,4) para un canal con 2 usuarios.Receptor GD(2,16) para un canal con 2 usuarios. | <ul> <li>66</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> <li>73</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>90</li> <li>93</li> <li>94</li> <li>95</li> </ul>                         |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>5.4.</li> <li>5.5.</li> <li>5.6.</li> </ul>               | Espectro de distancias del código trellis  | <ul> <li>66</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> <li>73</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>90</li> <li>93</li> <li>94</li> <li>95</li> <li>96</li> </ul>             |
| <ul> <li>4.1.</li> <li>4.2.</li> <li>4.3.</li> <li>4.4.</li> <li>4.5.</li> <li>4.6.</li> <li>4.7.</li> <li>4.8.</li> <li>5.1.</li> <li>5.2.</li> <li>5.3.</li> <li>5.4.</li> <li>5.5.</li> <li>5.6.</li> <li>5.7.</li> </ul> | Espectro de distancias del código trellis Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3<br>Resultados teórico y simulados para correlación moderada Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5.<br>Resultados teórico y simulados para correlación alta   | <ul> <li>66</li> <li>67</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> <li>73</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>90</li> <li>93</li> <li>94</li> <li>95</li> <li>96</li> <li>97</li> </ul> |

| 5.8.  | Desempeño en el canal de 2 usuarios con correlación $\rho = 0,3.$ |     | 98 |
|-------|---|-----|----|
| 5.9.  | Desempeño en el canal de 2 usuarios con correlación $\rho = 0,15$ |     | 99 |
| 5.10. | Desempeño de distintos receptores en un canal de 4 usuarios       | . 1 | 00 |
| 5.11. | Esquemas de implementación de los decodificadores                 | . 1 | 01 |

# LISTA DE ABREVIATURAS

| Ruido blanco Gaussiano aditivo (Additive White Gaussian Noise)  |
|---|
| Tasa de error de bit ( <i>Bit Error Rate</i> )  |
| Ecualizador retroalimentado por decisiones ( <i>Decision Feedback Equa-</i><br><i>lizer</i> )   |
| Acceso múltiple por división de código por secuencia directa ( <i>Direct</i>  |
| Acceso múltiple por división de frecuencia ( <i>Frequency Division Multi-</i><br><i>ple Access</i> )  |
| Tasa de error de trama (Frame Error Rate)   |
| Decodificación de grupo (Group Decoding)  |
| Viterbi generalizado con decodificación por grupo ( <i>Generalize Viterbi</i> with Group Decoding)  |
| Interferencia co-canal (Co-Channel Interference)  |
| Canal de acceso múltiple (Mutiple Access Channel)   |
| Máxima probabilidad a posteriori (Maximum Aposteriori Probability)  |
| Ecualizador multiusuario retroalimentado por decisiones ( <i>Multiuser Decision Feedback Equalizer</i> )                                    |
| Receptor multiusuario de máxima verosimilitud ( <i>Maximum Likelihood Multiuser Receiver</i> )  |
| Interferencia multiusuario ( <i>Multiuser Interference</i> )  |
| Probabilidad relacionada con el par ( <i>Pairwise Probability</i> )   |
| Ecualizador multiusuario de estados reducidos con decodificación por grupo ( <i>Reduced State multiuser Equalizer with Group Decoding</i> ) |
| Código espacio temporal ( <i>Space Time Code</i> )  |
| Decodificador de Viterbi con entradas blandas (Soft Viterbi Decoding)   |
| Código trellis espacio temporal (Space Time Trellis Code)   |
| Modulación con código trellis (Trellis Code Modulation)   |
| Acceso múltiple por división de tiempo ( <i>Time Division Multiple Access</i> )   |
|   |

# Capitulo 1 Introducción

Gracias al rápido avance de la tecnología de estado sólido, el progreso de la teoría de las comunicaciones tiene un potencial cada vez mayor para alcanzar el límite teórico fundamental de la capacidad del canal. La necesidad de utilizar eficientemente el ancho de banda del canal y la potencia a transmitir se pone de manifiesto de manera imperante en los canales inalámbricos, donde el constante incremento de la demanda de datos debe ser satisfecho utilizando un segmento finito del espectro radioeléctrico.

Las principales limitaciones físicas del canal inalámbrico de acceso múltiple son la interferencia co-canal y el desvanecimiento multitrayecto de la señal. Debido a ello, la capacidad de los sistemas comerciales como el sistema por división de código (*Code Division Multiple Access - CDMA*) y el de división de tiempo (*Time Division Multiple Access - TDMA*) está entre un 10% a un 20% de la capacidad teórica del canal. Si bien estos sistemas utilizan potentes códigos para mejorar su desempeño, el desaprovechamiento de la capacidad del canal se debe principalmente al empleo de receptores que consideran la interferencia co-canal como parte del ruido del canal. Esta suposición es simplista, en especial si se consideran sistemas de comunicaciones con mayor eficiencia espectral que los sistemas actuales. En este tipo de canales se debe emplear detección multiusuario, la cual toma en cuenta la estructura de la interferencia.

La mayoría de los trabajos que estudian el desempeño de receptores multiusuarios consideran códigos convolucionales. Sin embargo, se ha demostrado que el empleo de estos códigos cuando el sistema es limitado en banda no permite obtener una ganancia significativa respecto del sistema sin codificación [1,2]. Esto se debe a que el empleo de códigos convolucionales obliga a reducir la ganancia de expansión para mantener el mismo ancho de banda que el sistema sin codificación. Por el contrario, los códigos trellis y los espacio-temporales, que no requieren esta reducción en la ganancia de expansión, se desempeñan satisfactoriamente cuando se emplean detectores multiusuarios [1,2,3,4,5]. Estos códigos han sido propuestos para los próximos sistemas multiusuarios de banda angosta [1,2,3].

Para emplear eficientemente la codificación, es necesario incorporarla en el proceso de detección. Para ello, se han propuestos algoritmos iterativos o del tipo turbo [6,7].

Sin embargo, estos algoritmos incrementan los tiempos de decodificación y pueden no resultar viables para aplicaciones del tipo interactivo de tiempo real. En esta Tesis (i) se exploran nuevos esquemas de detección y decodificación multiusuario para canales codificados, (ii) se proponen esquemas que son especialmente adecuados para aplicaciones interactivas de tiempo real y (iii) se desarrolla una nueva teoría sobre el desempeño de estos receptores que permite deducir criterios para el diseño de sistemas de acceso múltiple.

El detector óptimo para canales CDMA, propuesto por Verdú [8], permite eliminar el efecto de la interferencia del canal. Para mejorar aún más el desempeño del sistema, cada usuario codifica la información. Los receptores multiusuario para canales codificados pueden clasificarse en dos grupos: *receptores particionados* y *receptores integrados*.

1-Receptores particionados: debido a la complejidad de los esquemas integrados, se recurre a ecualizar el canal y luego decodificar. Para obtener la mayor ganancia de codificación, el ecualizador debe proveer información blanda a los decodificadores [9, 10]. El detector multiusuario óptimo para este esquema es el detector de máxima probabilidad a priori (Maximum A Priori Probability - MAP) que suministra información de la probabilidad del símbolo codificado. El esquema óptimo particionado consiste entonces de un detector MAP seguido de un desentrelazador ideal y un decodificadores de Viterbi con entradas blandas. Para no incrementar excesivamente el retardo de decodificación, es posible utilizar un algoritmo no recursivo en la implementación del detector MAP. Sin embargo, la complejidad computacional de este algoritmo se incrementa de manera exponencial, no sólo con la cantidad de usuarios, sino también con la cantidad de bits de información por símbolo codificado. Para reducir la complejidad del detector MAP, se han propuesto detectores subóptimos con salidas blandas [11]. En canales con usuarios muy correlacionados, el detector multiusuario reatroalimentado por decisiones (Decision Feedback Equalizer - DFE) obtiene los mejores desempeños. Con este receptor se puede obtener algo de ganancia de codificación, pero su desempeño es muy inferior al del detector óptimo particionado. Es necesario, por lo tanto, explorar nuevas arquitecturas de baja complejidad que permitan obtener desempeños cercanos al detector particionado óptimo, utilizando sólo la información de codificación del usuario de interés. Esto último es necesario para mantener la ventaja de poder implementar la nueva arquitectura en un sistema donde sólo se conozca la codificación de un único usuario.

Para lograr desempeños cercanos al de un canal con un único usuario, el sistema particionado debe recurrir a iteraciones. De este modo se aprovecha la información de codificación de todos los usuarios en la detección en las iteraciones sucesivas [12, 13, 14]. El costo para lograr esta mejora se traduce en un incremento de la complejidad computacional y del tiempo de decodificación.

### Capítulo 1

2-*Receptores integrados*: el receptor óptimo propuesto por Giallorenzi [15] pertenece a este grupo. Este receptor ecualiza la interferencia co-canal y decodifica la información de los usuarios en forma conjunta. Para los sistemas CDMA de secuencia directa (*Direct Sequence CDMA - DS-CDMA*), el comportamiento del receptor óptimo se acerca al de un canal con un sólo usuario codificado. Es decir, el receptor óptimo es capaz de eliminar la interferencia co-canal (ICC) a costa de aumentar la complejidad computacional. Sin embargo, es posible encontrar soluciones de menor complejidad que permiten eliminar casi por completo la ICC en canales con usuarios poco correlacionados. Una de ellas es el detector multiusuario retroalimentado por decisiones [16,17], que integra la detección y decodificación de manera simple. Para canales con interferencia moderada a alta, el desempeño de estos esquemas se deteriora significativamente, a tal punto de encontrarse limitados por interferencia cuando la relación señal ruido aumenta. Por otro lado, el tiempo de decodificación de estos esquemas se incrementa de manera proporcional con el número de etapas.

Para reducir la complejidad del decodificador óptimo se propone en [18] y [19] considerar que sólo un grupo de usuarios transmite información codificada. Este tipo de esquema ha sido estudiado para canales con codificación convolucional, mostrando un desempeño próximo al decodificador óptimo, aún cuando los usuarios estén muy correlacionados. Sin embargo, el desempeño que se obtiene no toma en cuenta que la codificación convolucional disminuye la eficiencia espectral. En [2, 3] se muestra que cuando se emplean receptores multiusuarios, un sistema con codificación convolucional no otorga ventajas significativas respecto de otro sin codificación. *Por lo tanto, para un canal de acceso múltiple con codificación es necesario encontrar un receptor de complejidad reducida que use la información de codificación sin tener que incrementar el tiempo de decodificación.* 

Hasta aquí se analizó el comportamiento de los receptores en canales con interferencia de acceso múltiple y ruido. Sin embargo, los canales inalámbricos están sometidos además a desvanecimiento multitrayecto. Para disminuir el desvanecimiento del canal se recurre al uso de técnicas de diversidad. En los canales CDMA de banda ancha la diversidad multitrayecto se obtiene utilizando un receptor rastrillo (RR) (*rake*), el cual captura las señales que viajan por diferentes trayectos y arriban al receptor con una diferencia de tiempo igual o mayor que el periodo de un chip. Cuando el canal es de banda angosta, es posible obtener diversidad multitrayecto mediante el RR con reducción de resolución. Otra manera de obtener diversidad es mediante el empleo de múltiples antenas transmisoras y receptoras (diversidad espacial) separadas entre sí una distancia suficiente para que las réplicas de la señal transmitida sufran desvanecimientos independientes. También se puede obtener diversidad mediante el uso de entrelazadores y codificadores (diversidad temporal). Sin embargo, los códigos con entrelazadores no ofrecen ninguna protección cuando el canal tiene desvanecimiento muy lento. Esto se debe a que la codificación no es capaz de eliminar los errores en ráfaga que se producen debido al desvanecimiento del canal.

Tanto las señales obtenidas por el RR con reducción de resolución como las recibidas por las antenas de la estación base están correlacionadas. En el caso de las antenas de la estación base, dicha correlación se debe a la fuerte direccionalidad de la propagación de la señales en el entorno cercano a la misma. Por otro lado, la correlación no sólo es de la señal deseada sino también de las señales interferentes. Esta última correlación puede aprovecharse para reducir la potencia de interferencia mediante un filtro predictor. Es decir, la correlación tiene un efecto negativo en la ganancia de diversidad y otro positivo en la supresión de interferencia. *Por todo esto, es necesario evaluar en un canal de acceso múltiple de banda angosta el desempeño de los posibles esquemas de diversidad en la recepción, tomando en cuenta la inevitable correlación de las señales.* 

Cuando la diversidad espacial proviene de múltiples antenas transmisoras, el desempeño óptimo se obtiene mediante el empleo de códigos espacio-temporales. Tanto en canales con desvanecimiento muy lento (donde el uso de diversidad temporal requeriría de entrelazadores muy grandes) como en canales con desvanecimiento rápido, los códigos espacio-temporales proveen ganancia de diversidad y ganacia de codificación [20]. Estos códigos han sido propuestos para canales punto a punto. Sin embargo, para sistemas multiusuario, las antenas transmisoras múltiples incrementan la interferencia. *Por lo tanto, es necesario investigar las ventajas que ofrecen estos códigos en canales de acceso múltiple de ancho de banda eficiente y encontrar receptores de complejidad reducida que permitan sacar el mayor provecho de la codificación.* 

### 1.1. Objetivos de la Tesis

Para mejorar el desempeño y eficiencia de los sistemas de comunicación analizados en la sección anterior, se plantearon los siguientes objetivos:

- Investigar el desempeño de receptores multiusuarios en canales codificados de banda angosta con y sin desvanecimiento.
- Diseñar receptores integrados de complejidad reducida con bajos retardos de decodificación.
- Obtener criterios de diseño de receptores integrados y sistemas de transmisión multiusuario codificados.

### **1.2.** Contribuciones Originales de la Tesis

A continuación se presenta un resumen de los aportes principales de la tesis, detallándose las publicaciones realizadas sobre los mismo. La presente sección está organizada de la siguiente manera:

Sección 1.2.1: Arquitectura propuesta

Sección 1.2.2: Teoría sobre la probabilidad de error del receptor integrado en canales con codificación trellis

Sección 1.2.3: Receptor integrado para canales con codificación espacio temporal.

#### 1.2.1. Arquitectura Propuesta

#### 1.2.1.1. Receptor Integrado de Estados Reducidos

Utilizando el principio de partición de estados inherente a los códigos *trellis* y la información de codificación de un grupo de usuarios se diseñan nuevos *trellises* de estados reducidos. A continuación se aplica el algoritmo de Viterbi para decodificar de manera conjunta la información del grupo de usuarios y ecualizar el canal.

Un caso especial de la nueva arquitectura que es de interés cuando sólo se quiere decodificar un único usuario (e.g., receptor móvil), se analiza en [21,22,23] para canales con interferencia baja y alta. El receptor propuesto se identificará con la sigla RSE-GD(*s*) (proveniente de las palabras en inglés: *Reduced State Equalization and Group Decoding*), donde *s* es la cantidad de estados del receptor. El receptor RSE-GD(*s*) de menor complejidad tiene la misma cantidad de estado que el codificador (es decir, *s* es la cantidad de estados del codificador (es decir, *s* es la cantidad de estados del receptor RSE-GD(*s*) puede ser próximo al del receptor óptimo, siendo la complejidad del nuevo receptor comparable a la de un receptor convencional (el cual no hace cancelación alguna de interferencia). Comparaciones realizadas con otros receptores subóptimos propuestos por otros autores revelan que el desempeño del esquema integrado que decodifica a un único usuario es significativamente mejor para canales con niveles de interferencia moderados y altos.

En [22] se analiza el desempeño del receptor RSE-GD(s) para un sistema CDMA de banda angosta y gran eficiencia espectral. El sistema utiliza las secuencias de Gold para el acceso múltiple. En este trabajo se muestra que en un sistema práctico, el desempeño del receptor RSE-GD(s) depende de cada usuario en particular y puede variar significativamente de un usuario a otro. Este comportamiento se debe a las diferentes correlaciones entre las secuencias de acceso de los usuarios, e indica que la complejidad necesaria para decodificar todos los usuarios (este es el caso del receptor de una estación base) puede reducirse aún más si cada receptor RSE-GD(s) adapta la cantidad de estados a la matriz de correlación del canal. En dicho trabajo también se estudia como el problema lejanocercano afecta el desempeño del nuevo receptor. Los resultados presentados muestran que el desempeño del receptor RSE-GD(s) mejora rápidamente cuando la interferencia de los demás usuarios incrementa. Este comportamiento se debe a que un aumento en la interferencia permite estimar mejor la misma y cancelarla más eficientemente. Por otro lado, la mejoría que experimentan otros receptores es notablemente inferior a la del RSE-GD(s).

El receptor integrado propuesto en esta Tesis emplea un filtro blanqueador que elimina la parte no causal de la interferencia. Cuando la señal es causal, este modelo de receptor permite eliminar la interferencia cuando el nivel de la relación señal-ruido SNR (Signal-to-Noise Ratio) es lo suficientemente elevada. El filtro blanqueador se obtiene factorizando la transformada "Z" de la matriz de correlación del canal. Puesto que el canal puede variar rápidamente debido a la llegada y salida de usuarios, es importante considerar esquemas que eviten operaciones de inversión o factorización de la matriz del canal, ya que los mismos pueden incrementar considerablemente la complejidad computacional. En [23] se estudia el receptor RSE-GD(s) para un canal sin filtro blanqueador. La parte no causal de la señal debe cancelarse a partir de estimaciones obtenidas directamente del filtro apareado. Esta alternativa hace que el desempeño del receptor desmejore notablemente respecto del caso con filtro blanqueador. No obstante, en comparación con otras arquitecturas que también usan muestras del filtro apareado, el receptor RSE-GD(s) se desempeña mucho mejor, sobre todo cuando la interferencia multiusuario es la perturbación dominante del canal. En [23] también se muestra que es posible obtener la ganancia de codificación que se alcanza en un canal con un único usuario. Es decir, la ganancia del código se preserva cuando se utiliza un RSE-GD(s) sin filtro blanqueador de entrada.

#### 1.2.1.2. Receptor Integrado de Múltiples Caminos Sobrevivientes por Estado

Como una alternativa al incremento de estados del canal, se propone en [24] un receptor integrado que mantiene una lista de secuencias posibles mayor que la cantidad de estados del trellis (el algoritmo de Viterbi mantiene sólo una secuencia por estado y, por lo tanto, elige la secuencia de una lista con tamaño igual a la cantidad de estados del trellis). El esquema propuesto en [24] muestra un desempeño superior al del esquema con estados reducidos en los canales con fase no mínima (caso de un canal con filtro apareado) o fase débilmente mínima (caso de un canal con usuarios interferentes con igual potencia a la salida del filtro apareado) para un incremento inicial del tamaño de la lista y de los estados del canal, respectivamente. Sin embargo, el aumento del tamaño de

#### Capítulo 1

la lista tiende a cancelar asintóticamente solamente la propagación de errores, mientras que el incremento de los estados del canal permite obtener mayores ganancias.

#### 1.2.1.3. Ventajas de los Sistemas Integrados

Los esquemas particionados tienen la ventaja de poder utilizarse en sistemas de transmisión que incorporan entrelazadores después de los codificadores. En el receptor, los desentrelazadores que se colocan antes de los decodificadores cumplen la función de aleatorizar los errores en ráfagas que se producen a la salida de la detección. El detector particionado óptimo consiste de un detector (multiusuario) de símbolos MAP y de un desentrelazador ideal. La complejidad de este esquema está dominada por el bloque MAP y se incrementa en forma exponencial con la cantidad de usuarios y la dimensión del alfabeto de los símbolos codificados. En [25] se realiza un estudio comparativo del desempeño y de la complejidad computacional del esquema particionado óptimo y del detector integrado propuesto en esta Tesis. Se muestra que en el canal Gaussiano con codificación trellis, el desempeño del detector propuesto es superior al del receptor  $\delta p$ timo particionado con una complejidad computacional significativamente menor (para el ejemplo analizado en [25], la complejidad computacional es ocho veces menor). Los entrelazadores también se utilizan para obtener ganancia de diversidad en canales con desvanecimiento multitrayecto. Para ello, la profundidad del entrelazador debe ser mayor que el tiempo de coherencia del canal dado en símbolos. Si el desvanecimiento es rápido o muy lento, el empleo del entrelazador no provee ganancia de diversidad. En estos casos se recurre al empleo de múltiples antenas y codificadores que aprovechan la dimensión espacial. En [25] se estudia el comportamiento del receptor integrado y particionado óptimo para un canal con desvanecimiento Rayleigh rápido y codificación trellis. Se muestra que el receptor integrado con menor complejidad que el detector óptimo particionado tiene un desempeño cercano al de un receptor con un único usuario.

#### 1.2.2. Teoría de la Probabilidad de Error del Receptor Integrado

En esta sección se describe brevemente los principales fundamentos de la teoría del receptor integrado. Primero se obtiene una expresión aproximada de la probabilidad de error del detector con estados definidos solamente por los códigos del subconjunto de usuarios a decodificar. Este receptor se identifica con la sigla GD proveniente de las palabras en inglés *Group Decoding*. Seguidamente se extiende el resultado anterior al receptor integrado con estados definidos por el canal de acceso múltiple y por el subconjunto de usuarios a decodificar, que se identifica con la sigla RSE-GD. Por último, se obtiene la probabilidad de error asintótica del receptor integrado de múltiples caminos

sobrevivientes por estado, que se lo identifica con la sigla GV-GD (de las palabras en inglés *Generalized Viterbi and Group Decoding*), y se determinan los criterios de diseño del receptor integrado.

#### 1.2.2.1. Desempeño del Receptor GD

Los receptores GD permiten mejorar el desempeño del sistema multiusuario, especialmente cuando los usuarios están fuertemente correlacionados [25]. El desempeño del receptor GD en un canal sincrónico con codificación convolucional ha sido estudiado analíticamente en [18] mediante técnicas de límites basadas en la teoría de secuencias que no pueden ser descompuestas de Verdú [8]. Sin embargo, el desempeño del receptor GD en un sistema asincrónico está afectado inherentemente por la propagación de errores que genera la interferencia de acceso múltiple, la cual es tenida en cuenta en el cálculo de las métricas de las ramas del algoritmo de Viterbi utilizando decisiones previas. Una nueva teoría sobre la probabilidad de error de los receptores GD se presentó en [24, 26]. Esta demuestra entre otras cosas que la propagación de errores reduce la distancia mínima del detector de Viterbi con trellis variante en el tiempo. Este resultado difiere de los resultados obtenidos para trellis no variantes, en donde la propagación de errores no afecta la distancia mínima de los eventos error del algoritmo de Viterbi. Para el receptor GD, la probabilidad de error asintótica  $P_{\infty}$  puede expresarse a través de la función  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt$  de la siguiente manera

$$P_{\infty} \cong Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{N_o}}\right),\tag{1.1}$$

la cual queda caracterizada, convenientemente, por el parámetro distancia mínima equivalente  $d_{min}$  que está relacionado con una *secuencia* de eventos de error. Sin embargo,  $d_{min}$  (o  $d_{eq}$  para las demás secuencias de evento error) no representa en realidad una distancia en el espacio Euclidiano, y conserva el nombre de distancia por la analogía que guarda con el caso Gaussiano.  $N_o$  es la potencia de ruido a la entrada del detector. Por otro lado, se demuestra en [24] que la expresión matemática de la probabilidad de error basada solamente en eventos de distancia mínima (que se emplea comúnmente para códigos convolucionales) no es una buena aproximación del desempeño del receptor GD aún en el caso de operar a alta SNR. Para mejorar la aproximación, se obtiene una nueva expresión que toma en cuenta un conjunto de secuencias de eventos de error. La expresión de la probabilidad de error de bit viene dada por

$$P_b \cong \sum_{d_{eq} \in \mathcal{D}} A(d_{eq}) Q\left(\frac{d_{eq}}{2\sigma}\right), \tag{1.2}$$

donde  $\mathcal{D}$  es el conjunto *suficiente* de eventos de error,  $A(d_{eq})$  es el promedio de errores de bit en las secuencias de distancia  $d_{eq}$ . Por conjunto *suficiente* de eventos de error se entiende el conjunto de eventos de error que necesariamente ocurre cuando se produce un error de detección. Existen varios conjuntos posibles  $\mathcal{D}$  que aproximan tanto mejor la probabilidad de error cuanto menor es su cardinalidad. En [24] se propone un conjunto suficiente de eventos de error que permite obtener una aproximación a la probabilidad de error en todo el rango de interés práctico  $P_b \leq 10^{-3}$ . Esta información se usa en la expresión final de la  $P_b$  del receptor. Los resultados analíticos obtenidos han sido comparados con simulaciones por computadora y han mostrado una excelente aproximación en varios tipos de canales.

#### 1.2.2.2. Desempeño del Receptor RSE-GD

El desempeño del receptor GD mejora con la cantidad de información de codificación que se tiene en cuenta. Para el canal asíncrono existe además la posibilidad de incrementar los estados del canal de acceso múltiple para mejorar el desempeño del receptor integrado. Como se señaló oportunamente al comienzo de esta sección, el receptor integrado que emplea estados del canal se denomina RSE-GD. El desempeño de RSE-GD se estudia analíticamente en [27, 26]. El nuevo resultado analítico se obtiene introduciendo una mejora en la aproximación de la probabilidad de un evento de error. Típicamente, la probabilidad de un evento de error se aproxima suponiendo que sólo existe un par de secuencias posibles (una correcta y otra incorrecta); esta simplificación se conoce como probabilidad relacionada con el par (PRP) (en inglés: pairwise proba*bility*). El parámetro que caracteriza la PRP es la distancia entre el par de secuencias. En [27], la aproximación mejorada de la probabilidad de un evento error toma en cuenta más de una secuencia incorrecta, y también queda caracterizada de manera simple por un parámetro al cual se da el nombre de distancia equivalente mejorada  $d'_{eq}$ . Este resultado es particularmente importante cuando el incremento de estados del canal no modifica las secuencias de eventos de error con  $d_{min}$  en el GD (que sucede cuando la interferencia del canal es muy fuerte). En esos casos, las regiones de decisión (regiones de Voronoi) de los eventos de distancia no mínima que integran la secuencia de eventos error de distancia  $d_{min}$  son modificadas por los eventos que sí incrementan sus distancias con el aumento de estados del canal. Reemplazando  $d'_{min}$  y  $d'_{eq}$  en (1.1) y (1.2) respectivamente se obtiene la probabilidad de error de bit aproximada del receptor RSE-GD. Los resultados de simulaciones presentados en [27] confirman que la nueva teoría predice con gran exactitud la probabilidad de error del receptor integrado en todo el rango de interés práctico.

#### 1.2.2.3. Desempeño del Receptor GV-GD

El desempeño asintótico del receptor GV-GD se obtiene en [27] calculando la probabilidad que la secuencia correcta no se encuentre en la lista de secuencias candidatas. Utilizando nuevamente la PRP de los eventos de error de la lista se determina una distancia equivalente que permite estimar la ganancia asintótica del GV-GD.

#### 1.2.2.4. Criterios de Diseño del Receptor Integrado

El estudio de la relación costo beneficio (complejidad/desempeño) de los detectores integrados conduce a los criterios de diseño que se presentan en [28]. Cuando la perturbación dominante del canal es la interferencia, el incremento de estados del canal es más efectivo para mejorar el desempeño del receptor que el aumento de información de codificación de los usuarios. Sin embargo, cuando la propagación de errores se reduce por medio del algoritmo GV, un incremento adicional de la información de codificación permite mejorar significativamente el desempeño del receptor.

#### 1.2.3. Receptores para Canales con Desvanecimiento Multitrayecto

En esta sección se investigan receptores para canales afectados no sólo por interferencia de acceso múltiple y ruido, sino también por desvanecimiento multitrayecto. En principio se analizan dos arquitecturas clásicas que permiten obtener diversidad y atenuar interferencia de acceso múltiple en un sistema CDMA: el receptor rastrillo y el arreglo de antenas. El desempeño de estos esquemas se reduce drásticamente en canales de banda angosta con distribución no uniforme del ángulo de arribo de la señal (esto último, característico de la estación base). Para mejorarlo, se proponen dos algoritmos nuevos [29]. Sin embargo, puesto que la estructura de los esquemas clásicos no es óptima cuando hay interferencia de acceso múltiple y codificación, se propone un nuevo receptor que permite obtener desempeños próximos al de un receptor óptimo y con una complejidad computacional significativamente menor. El nuevo esquema utiliza los códigos trellis espacio-temporales. Estos códigos, no sólo permiten obtener de manera conjunta ganancia de diversidad y codificación, sino que además pueden ser integrados de manera sencilla en un receptor multiusuario. A diferencia de los esquemas clásicos que obtienen ganancia de diversidad mediante procesamiento de la señal en el receptor, el esquema integrado propuesto utiliza procesamiento en la transmisión para obtener ganancia de diversidad (diversidad en la transmisión). Esta alternativa permite obtener la máxima ganancia de diversidad en los enlaces de los móviles a la estación base (uplink), ya que las antenas de transmisión de los móviles se decorrelacionan a tan sólo media longitud de onda. Se demuestra que el receptor óptimo no sólo permite obtener la máxima ganancia de diversidad, sino que su desempeño asintótico es el de un receptor sin interferencias de acceso múltiple.

#### 1.2.3.1. Nuevos Algoritmos para Receptores Clásicos

Los sistemas CDMA han sido diseñados para canales en donde la dispersión temporal de la señal se procesa en un receptor rastrillo con el propósito de obtener ganancia de diversidad. Este receptor puede resolver (identificar) los caminos que arriban con una diferencia temporal igual o mayor que el intervalo del chip. En canales de banda angosta, la dispersión temporal es insuficiente para identificar caminos independientes por medio de un receptor rastrillo clásico. En [29, 30] se demuestra que en este tipo de canales es posible obtener ganancia de diversidad utilizando un receptor rastrillo con reducción de resolución y combinador de mínimo error cuadrático.

Otra manera de obtener diversidad en los canales de banda angosta es mediante un arreglo de antenas. Si el arreglo de antenas se colocada en la estación móvil, una separación de un cuarto de longitud de onda entre elementos es suficiente para obtener canales prácticamente no correlacionados. Debido a que el ángulo de arribo de la señal es de algunos grados en la estación base, se necesita una separación entre elementos de 10 a 20 longitudes de ondas para conseguir señales prácticamente no correlacionadas. Si bien la correlación entre elementos de antena disminuye la ganancia de diversidad, para un canal con interferencia de acceso múltiple esta propiedad tiene un efecto positivo ya que permite atenuar una parte de dicha interferencia. Esto se debe a que las señales de interferencia co-canal que arriban a las antenas pueden modelarse como ruido Gaussiano espacialmente correlacionado. En [30] se demuestra que en un canal de acceso múltiple con diversidad espacial provista por antenas correlacionadas, el combinador de mínimo error cuadrático medio permite obtener una ganancia de diversidad igual al de un combinador de máxima relación con señales no correlacionadas.

#### 1.2.3.2. Receptor Integrado para Códigos Espacio Temporales

Los códigos espacio-temporales permiten alcanzar tasas de transmisión elevadas y obtener diversidad espacial en forma simultánea. Para ello, la codificación del canal, la modulación y la diversidad espacial (provista por antenas múltiples de transmisión) se debe realizar de manera conjunta. En los canales de acceso múltiple, los códigos espacio temporales tienen la desventaja de aumentar la interferencia co-canal. En situaciones donde la tasa de transmisión es alta, la ganancia del proceso de expansión puede resultar insuficiente para obtener baja correlación entre las secuencias, produciendo una mayor interferencia de acceso múltiple.

La combinación de códigos espacio-temporales y detección multiusuario tiene el potencial suficiente para lograr importantes incrementos de la eficiencia espectral de los canales de acceso múltiple. Un detector multiusuario iterativo para sistemas sincrónicos de acceso múltiple con códigos espacio-temporales se presenta en [31]. El desempeño de dicho receptor se aproxima al de un canal sin interferencia de acceso múltiple a medida que aumenta el número de iteraciones, y consecuentemente, el tiempo de retardo en la decodificación. El desempeño de los receptores iterativos se deteriora significativamente para aquellas aplicaciones donde el retardo de decodificación máximo tolerable es del orden de 20 ms (e.g., aplicaciones de voz), y de 10-80 ms (servicios interactivos de tiempo real),

En [32,33] se propone un detector integrado para canales de acceso múltiple con código trellis espacio-temporal. Estos códigos permiten integrar la decodificación y detección multiusuario de manera directa. Esto permite reducir significativamente la complejidad del detector multiusuario óptimo cuya complejidad computacional se incrementa de manera exponencial con el número de antenas y de usuarios. Para el detector integrado que se propone en [32, 33], es posible alcanzar un desempeño próximo al de un canal con un usuario único mediante el empleo de códigos trellis espacio-temporales, con una complejidad computacional que crece de manera exponencial solamente con el numero de usuarios. Además, el receptor integrado propuesto permite implementaciones en arquitecturas de procesamiento paralelo, haciéndolo muy atractivo para aplicaciones de alta velocidad de transferencia de datos.

# 1.2.3.3. Performance del Receptor Óptimo y Criterios de Diseño de Códigos Espacio Temporales para Canales de Acceso Múltiple

Para conocer el potencial de una arquitectura integrada, en [33] se introduce un nuevo análisis teórico del desempeño del receptor óptimo para canales de acceso múltiple con codificación espacio-temporal.

En [34] se estudia la detección multiusuario para un canal de banda angosta. En dicho trabajo se demuestra que no hay pérdida de ganancia de diversidad cuando se emplea un detector óptimo. En [35] se propone un esquema de transmisión multiusuario y se analiza su desempeño para un sistema de banda angosta sincrónico. Se demuestra que el desempeño asintótico del esquema propuesto no está afectado por la interferencia cocanal. En [33] se investiga el desempeño del receptor óptimo para canales asíncronos de acceso múltiple con codificación espacio-temporal. Si bien el análisis se lleva adelante para un conjunto de usuarios *asíncronos* e independientes, el mismo es válido para sistemas sincrónicos. La señal conjunta de los usuarios se analiza utilizando el marco teórico de los códigos espacio temporales [20], lo cual permite construir la matriz conjunta de códigos. En base a esta matriz se deriva un criterio de diseño de códigos para canales de acceso múltiple. Cuando se satisface ese criterio se demuestra que el desempeño asintótico del receptor multiusuario óptimo no se ve afectado por la interferencia de acceso múltiple. Este análisis se confirma por simulaciones en computadora que muestran la excelente correspondencia entre la teoría propuesta y la práctica.

### **1.3.** Contenido de la Tesis

En el Capítulo 2 se presenta el modelo del sistema y se analizan en detalle las limitaciones de las arquitecturas propuestas hasta el momento para un sistema de banda angosta con codificación trellis. En el Capítulo 3 se presenta un nuevo receptor integrado y se realiza un estudio comparativo con otras arquitecturas. En el Capítulo 4 se presenta una nueva teoría sobre el desempeño de los receptores integrados y se derivan criterios de diseño. En el Capítulo 5 se analiza el canal de acceso múltiple con codificación espacio-temporal, se obtienen límites fundamentales sobre el desempeño de un receptor óptimo y se deriva criterios de diseños. Por último en el Capítulo 6 se presenta las conclusiones generales de esta Tesis.

Capítulo 1

14

# CAPITULO 2 Receptores Multiusuario

En este capítulo se deriva el receptor óptimo para el canal de acceso múltiple con codificación y se analiza su complejidad computacional. Se evalúan además las ventajas y desventajas de los receptores de complejidad reducida, tanto en canales Gaussianos como en canales con desvanecimiento multitrayecto.

## 2.1. Introducción

Cuando varios transmisores deben enviar información por un mismo canal de comunicación, se debe definir un método de acceso. El acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA) es una manera simple de permitir la coexistencia en tiempo de varias transmisiones. Este método asigna a cada usuario diferentes portadoras de frecuencia, de manera tal que el espectro resultante no contenga solapamientos. Otro método de acceso consiste en dividir el tiempo en ventanas, las cuales se asignan a las diferentes corrientes de datos disponibles en cada momento. Este método se conoce como Acceso Múltiple por División de Tiempo (TDMA). El principio de funcionamiento de estos dos métodos de acceso se basa en asignar a los usuarios señales mutuamente ortogonales.

Como consecuencia del empleo de señales ortogonales para el acceso al medio, la información recibida está libre de interferencia. Esta propiedad puede también obtenerse mediante el empleo de señales que se solapen tanto en tiempo como en frecuencia. Sea  $\beta_i(t)$  con i = 1, ..., K señales con tiempo de duración T y correlación mutua dada por

$$\langle \boldsymbol{\beta}_i(t), \boldsymbol{\beta}_j(t) \rangle = \int_T \boldsymbol{\beta}_1(t) \boldsymbol{\beta}_2(t) dt = 0, i \neq j$$
 (2.1)

Si a cada usuario k del sistema se le asigna un señal codificada  $\beta_k(t)$  (también llamada firma de usuario k), el método de acceso al medio se conoce con el nombre de acceso múltiple por división de código (CDMA). Tanto TDMA como FDMA pueden ser considerados como casos particulares de CDMA en donde las firmas de los usuarios se diseñan para que no se solapen en el dominio del tiempo o de la frecuencia, respectivamente. Por este motivo, siempre que se haga referencia a CDMA en este trabajo queda implícito que el análisis es válido también para los otros dos métodos de acceso.

La restricción de ortogonalidad de las firmas de los usuarios no es necesaria a los fines prácticos si se eligen las firmas de manera tal que la degradación que produce se mantenga en valores tolerables. Al eliminar la restricción de ortogonalidad de la firmas es posible aumentar la cantidad de usuarios que pueden acceder al canal de manera simultánea manteniendo la relación señal-interferencia en valores aceptables. Una consecuencia del empleo de secuencias no ortogonales es que el receptor basado en un filtro apareado deja de ser óptimo [36, 37]. Si el diseño del receptores se realiza tomando en cuenta la estructura de la interferencia de acceso múltiple es posible incrementar la eficiencia espectral, reducir la potencia requerida y aumentar la robustez del sistema cuando las señales llegan al receptor con potencias diferentes [38, 39, 40, 41]. El receptor óptimo para el canal multiusuario sincrónico fue estudiado por primera vez en [42, 43].

En los canales de acceso múltiple, las señales transmitidas se superponen generalmente de manera no intencional debido a efectos no ideales. Por ejemplo, debido a la propagación multitrayecto, las señales en un sistema de acceso TDMA que originalmente se encuentran en diferentes ventanas de tiempo, pueden solaparse en el receptor. El empleo de detectores multiusuario en sistemas TDMA se propone y analiza en [44,45,46,47,48]. En el caso de un sistema CDMA, la propagación por multiples trayectos destruye la sincronicidad y la correlación mutua entre las firmas de los usuarios deja de ser nula. Por este motivo, en la mayoría de los sistemas prácticos el acceso múltiple no es ortogonal y la interferencia mutua entre los usuarios juega un papel fundamental. Esta interferencia es la responsable de que los sistemas celulares en donde se emplean receptores convencionales (filtro apareado a la señal del usuario a detectar) requiera un control de potencia preciso y rápido [49, 50]. En [51, 52] se analizan receptores que toman en cuenta la interferencia que producen las firmas de los usuarios en los diferentes trayectos.

La teoría de la información provee otra motivación para contemplar los acceso múltiples no ortogonales. La misma revela que la cantidad de usuarios que puede compartir una canal se maximiza cuando se transmite señales mutuamente interferentes [53, 54]. Sin embargo, la principal limitación para alcanzar un mejor aprovechamiento del canal de acceso múltiple está puesto no sólo en el diseño de mejores esquemas de códigos de acceso, sino también en el diseño de un receptor capaz de decodificar el mensaje transmitido a partir de una señal ruidosa y con interferencia.

En un sistema de comunicación móvil, la naturaleza no coordinada de los usuarios que transmiten información a la estación base (enlace de subida) hace que el canal de acceso múltiple sea intrínsecamente asincrónico, y por lo tanto no ortogonal. El escenario que se considera en esta Tesis es el correspondiente a un enlace de subida, y está motivado principalmente por el potencial que existe en la estación base para aplicar técnicas

#### Capítulo 2

de procesamiento que aprovechen la información disponible de todos los usuario para cancelar o suprimir interferencia. Sin embargo, el análisis que se realiza y los resultados que se obtienen son válidos para otras situaciones de acceso múltiple no ortogonal (por ejemplo, un usuario móvil que recibe información de más de una estación base).

El receptor multiusuario óptimo para canal asincrónico no codificado fue obtenido por Verdú [55, 56]. Para el canal de acceso múltiple con codificación, receptores que realizan la detección y decodificación de manera conjunta se analizaron en [15, 57, 16, 48, 19]. Los receptores que emplean decisiones para cancelar la interferencia presentan la ventaja de poder integrar de manera natural la decodificación y la detección, a expensas de incrementar el retardo de decodificación. Receptores de este tipo han sido estudiados en [58, 16, 7, 17]. Receptores de estados reducidos que resuelven de manera conjunta la detección y decodificación sin incrementar apreciablemente los tiempos de decodificación son estudiados en [19, 18].

En este capítulo se presenta el modelo de canal de acceso múltiple codificado, a partir del cual se deriva el receptor óptimo. Puesto que la complejidad del receptor óptimo es excesiva, se analiza el desempeño de otras soluciones propuestas y se sacan conclusiones sobre la arquitectura más adecuada para un canal con mayor eficiencia espectral.

## 2.2. Modelo del Sistema

En la Fig. 2.1 se muestra el modelo de un sistema de acceso múltiple donde *K* usuarios transmiten información a la estación base. Cada usuario tiene asignado un código de acceso particular. Sea  $\beta_k(t)$  el código de acceso asignado al k-ésimo usuario. Los códigos de acceso se clasifican en cortos y largo. Se denominan códigos cortos a aquellos con duración igual a la duración del símbolo codificado *T*, mientras que se denominan códigos largos a aquello que duran más que *T*. Los códigos cortos tienen la ventaja de tener correlaciones periódicas, no haciendo necesaria la estimación de la interferencia del canal para símbolos diferentes. Esto último permite aplicar métodos de detección multiusuario muy eficientes. Los códigos largos, por otro lado, ofrecen mayor seguridad frente a posibles intrusos. Debido a que esta función puede ser provista de manera más eficiente por codificadores, se considera que  $\beta_k(t)$  es un código corto, y por lo tanto su valor es nulo fuera del intervalo *T*.

La información que transmite cada usuario se codifica por medio de un código trellis capaz de transmitir q bits/baudio. El símbolo codificado del *k-ésimo* usuario en el instante j ( $c_k[j]$ ) depende del vector de q bits  $\overline{b}_k[j]$  que entra al *k-ésimo* codificador y del



Figura 2.1: Modelo del sistema de acceso múltiple asincrónico

estado  $\sigma_k[j]$  de dicho codificador. Es decir,

$$c_k[j] = g\left(\overline{b}_k[j], \mathbf{\sigma}_k[j]\right). \tag{2.2}$$

Los símbolos codificados pertenecen a un alfabeto de símbolos complejos  $\Omega_C$ . La *jésima* señal que llega a la estación base proveniente del usuario *k* está dada por

$$x_k[j] = A_k[j]c_k[j],$$
 (2.3)

donde  $A_k[j]$  es la amplitud del canal que se supone constante durante el intervalo que dura el símbolo codificado. Las señales provenientes de los distintos usuarios llegan a la estación base con distintos retardos de tiempo. El retardo de tiempo del *k-ésimo* usuario se denomina  $\tau_k$  y viene dado por el tiempo relativo a un instante de referencia determinado. Puesto que los códigos de expansión son cortos,  $\tau_k$  está definido sobre el intervalo [0, T). Debido a la asincronicidad de las señales, los códigos de acceso deben garantizar correlaciones bajas para todo instante de tiempo. Un ejemplo de este tipo de código son las secuencias de Gold, las cuales han sido utilizadas frecuentemente a lo
Capítulo 2

largo de este trabajo. De este modo, la señal en banda base que llega al receptor es

$$s(t) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_k[j] \beta(t - jT - \tau_k) e^{j\phi_k} + v(t), \qquad (2.4)$$

donde  $\phi_k$  es la fase del usuario k y v(t) es ruido Gaussiano, blanco, complejo con densidad de potencia  $N_o$ . Supondremos que en el receptor se estima de manera perfecta las fases de la portadora, la amplitudes, los retardos y las señales de los códigos de expansión de todos los usuarios. La señal recibida se procesa por un banco de filtros apareados, en donde se convoluciona la señal con el código de acceso de cada usuario, y se muestrea luego cada T segundos. Las K salidas del banco de filtros en el instante j se indican a través del vector  $K \times 1$ 

$$\mathbf{u}[j] = [u_1[j], \cdots, u_K[j]], \tag{2.5}$$

el cual viene determinado por la siguiente expresión

$$\mathbf{u}[j] = \mathbf{G}[1]\mathbf{x}[j] + \mathbf{G}[0]\mathbf{x}[j] + \mathbf{G}[-1]\mathbf{x}[j+1] + \mathbf{w}[j], \qquad (2.6)$$

donde  $G[1], G[0] \ge G[-1]$  son matrices de correlaciones con elementos definidos por

$$G[m]_{k,l} = e^{j(\phi_l - \phi_k)} \int_{-\infty}^{\infty} \beta_k(t - \tau_k) \beta_l(t + mT - \tau_l) dt, \qquad (2.7)$$

y  $\mathbf{x}[j]$  es el vector dado por

$$\mathbf{x}[i] = [x_1[i], \cdots, x_K[i]] \tag{2.8}$$

y  $\mathbf{w}[j]$  es un vector  $K \times 1$  de ruido gaussiano coloreado. Suponiendo que los usuarios están ordenados según sus tiempos de arribo (i.e.,  $0 \le \tau_1 < \tau_2 < \cdots < \tau_K < T$ ),  $\mathbf{G}[0]$  es una matriz Hermitiana y  $\mathbf{G}[1] = \mathbf{G}^T[-1]$  es una matriz triangular superior con diagonal nula. La transformada Z del modelo vectorial de tiempo discreto (2.6) viene dada por

$$\mathbf{u}(z) = \mathbf{S}(z)\mathbf{x}(z) + \mathbf{w}(z), \qquad (2.9)$$

donde  $\mathbf{u}(z)$ ,  $\mathbf{x}(z)$ ,  $\mathbf{w}(z)$  son los vectores de transformada Z de  $\mathbf{u}[i]$ ,  $\mathbf{x}[i]$  y  $\mathbf{w}[i]$  respectivamente, y  $\mathbf{S}(z)$  es la matriz de espectro dada por

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{G}[1]z + \mathbf{G}[0] + \mathbf{G}[-1]z^{-1}.$$
 (2.10)

La densidad de espectro del ruido vectorial  $\mathbf{w}[i]$  es

$$\mathbf{S}_{\mathbf{w}}(z) = N_o \mathbf{S}(z). \tag{2.11}$$

El canal multiusuario puede modelarse también como un canal de un único usuario con interferencia intersímbolo variante en el tiempo de manera periódica. Sea i un nuevo índice de tiempo que indica el *i-ésimo* símbolo recibido por el receptor. Este nuevo índice está relacionado con el número de usuario k y el intervalo de tiempo j a través de las siguientes relaciones

$$k = \kappa(i) = (i \mod K) + 1 \tag{2.12}$$

$$j = v(i) = \lfloor i/K \rfloor \tag{2.13}$$

A partir del empleo del nuevo índice de tiempo, la señal a la salida del canal equivalente de tiempo discreto puede expresarse como

$$u_i = \sum_{l=K-1}^{K+1} g_{i,l} x_{i-l} + w_i, \qquad (2.14)$$

donde

$$u_i = u_{\kappa(i)}[\mathbf{v}(i)] \tag{2.15}$$

$$x_i = x_{\kappa(i)}[\mathbf{v}(i)] \tag{2.16}$$

y los coeficientes del canal equivalente  $g_{i,l}$  están definidos por:

$$g_{i,l} = \begin{cases} \mathbf{G}[0]_{\kappa(i),\kappa(i-l)} & \nu(i-l) = \nu(i) \\ \mathbf{G}[-1]_{\kappa(i),\kappa(i-l)} & \nu(i-l) = \nu(i) - 1 \\ \mathbf{G}[1]_{\kappa(i),\kappa(i-l)} & \nu(i-l) = \nu(i) + 1 \end{cases}$$
(2.17)

La expresión de la *i-ésima* señal que arriba al receptor puede ser entonces expresada por

$$x_i = A_i c_i, \tag{2.18}$$

donde

$$A_i = A_{\kappa(i)}[\nu(i)] \tag{2.19}$$

$$c_i = c_{\kappa(i)}[\mathbf{v}(i)]. \tag{2.20}$$

## 2.3. Receptor Multiusuario Óptimo

El detector convencional trata a la interferencia de los demás usuarios como ruido, lo que se traduce en un desempeño equivalente al de un sistema limitado por interferencia. Este detector tiene un buen desempeño en sistemas donde los códigos de acceso se diseñan para garantizar la ortogonalidad o bien minimizar la interferencia co-canal. En estos casos, la complejidad del sistema multiusuario está puesta en el diseño de las firmas de los usuarios. Por otro lado, en un canal inalámbrico sin control de potencia, las señales proveniente de usuarios cercanos a la estación base se reciben con un mayor nivel de potencia que las de los usuarios lejanos. Esta situación, conocida como problema lejano-cercano, tiene el inconveniente de volver prácticamente ininteligibles los mensajes transmitidos por los usuarios lejanos debido a la gran interferencia que los afecta. Estas limitaciones que impone el receptor convencional no están presentes en los receptores multiusuarios [59, 60, 41].

Para sistemas con codificación, el receptor óptimo utiliza además de la información del canal de acceso múltiple (correlaciones entre las firmas de los usuarios), la información de codificación de los usuarios. La función del decodificador óptimo para el canal asincrónico es encontrar la secuencia codificada  $\{\hat{c}_i\}$  que minimiza la función de métrica acumulativa:

$$\Delta(\{u_i\},\{\hat{c}_i\}) = \sum_i \Re\left\{A_i^* \hat{c}_i^* \left(2u_i - g_i A_i \hat{c}_i\right) - 2\sum_{l=1}^{K-1} g_{i,l} A_{i-l} \hat{c}_{i-l}\right\}.$$
(2.21)

La métrica anterior puede computarse recursivamente como

$$\Delta(\{u_i\}\{\hat{c}_i\}) = \Delta(\{u_{i-1}\},\{\hat{c}_{i-1}\}) + \Omega(u_i,\mu_i,\overline{b}_i), \qquad (2.22)$$

donde  $\Omega(\cdot)$  se conoce como métrica de la rama y está dada por

$$\Omega(u_i, \mu_i, \hat{\overline{b}}_i) = 2u_i - g_{i,0}A_i g(\sigma_i \hat{\overline{b}}_i) - \sum_{l=1}^{K-1} g_{i,l}A_{i-l}g(\sigma_{i-l}, \hat{\overline{b}}_{i-l}), \qquad (2.23)$$

у

$$\mu_i = (\sigma_i, \sigma_{i-1}, \cdots, \sigma_{i-K+1}; \hat{\overline{b}}_{i-1}, \hat{\overline{b}}_{i-2}, \cdots, \hat{\overline{b}}_{i-K+1})$$
(2.24)

representa el estado del sistema en el instante i con

$$\sigma_i = \sigma_{\kappa(i)}[\nu(i)] \tag{2.25}$$

$$\overline{b}_i = \overline{b}_{\kappa(i)}[\mathbf{v}(i)]. \tag{2.26}$$

Suponiendo que los codificadores de cada usuario tienen S estados, a partir de la ecuación (2.24) se verifica que el super-trellis requiere

$$S_{\rm opt} = S^K 2^{q(K-1)} \tag{2.27}$$

estados. La cantidad de transiciones por estados es  $2^q$  y el orden de complejidad es  $O(S^K 2^{q(K-1)})$ .

## 2.4. Receptores Multiusuarios de Complejidad Reducida

La complejidad de la solución óptima puede resultar excesiva e injustificada en la mayoría de los casos ya que existen soluciones de complejidad reducida capaces de lograr desempeños cercarnos al del decodificador óptimo.

## 2.4.1. Receptores Particionados

Los receptores particionados emplean un esquema que se basa en el principio de "divide y vencerás". Estos receptores resuelven primero el problema de la interferencia ignorando la información de codificación, para luego realizar la decodificación del mensaje suponiendo que la interferencia ha sido eliminada. Para que los decodificadores se desempeñen de manera óptima se requiere que el detector (o ecualizador) multiusuario provea información blanda y que exista un desentrelazador ideal entre el ecualizador y los decodificadores. En un canal Gaussiano, la principal función del desentrelazador es eliminar la correlación de la señal proveniente del ecualizador para garantizar que el ruido que afecta a la señal a decodificar sea blanco (los códigos correctores de errores se diseñan para reducir este tipo de perturbación del canal). El detector multiusuario óptimo para este esquema es un detector de máxima probabilidad a posteriori (MAP) que calcula la probabilidad de los símbolos detectados. El esquema particionado óptimo consiste entonces de un detector MAP seguido de un desentrelazador ideal y de decodificadores con algoritmo de Viterbi de entradas blandas (Soft Viterbi Algorithm - SVA). Este esquema se identificará de ahora en adelante con la sigla MAP+SVA. Los detectores MAP se implementan a partir del empleo de programación dinámica como la del algoritmo de Viterbi, y se clasifican básicamente en dos tipos [61]:

- 1. MAP Tipo I: algoritmos recursivos hacia delante y hacia atrás. Estos algoritmos están orientados a detectar un bloque de datos. Introducen un mayor retardo de detección que el algoritmo de Viterbi.
- 2. MAP Tipo II: sólo utilizan recursión hacia adelante y el retardo de detección es el mismo que el de un algoritmo de Viterbi. Son adecuados para detección continua.

Para no introducir retardos de decodificación mayores a los de un algoritmo de Viterbi se analizará la complejidad del algoritmo MAP Tipo II propuesto en [62]. La memoria

requerida por el MAP Tipo II viene dada por

$$M_{\rm MAP} = |X| + |X| (D_{\rm MAP} - K + 1)(Q - 1), \qquad (2.28)$$

donde  $|X| = Q^{K-1}$  es la cantidad de estados y  $D_{MAP} > K - 1$  es el retador de detección. Además, las operaciones requeridas por el MAP Tipo II son

$$O_{\rm MAP} = M_{\rm MAP} A_{\Gamma}, \tag{2.29}$$

donde  $A_{\Gamma}$  indica las operaciones requeridas para calcular la métrica de las ramas (|X| multiplicaciones y |X| sumas). Este algoritmo requiere además operaciones de exponenciación que incrementan notablemente su complejidad. No obstante, existen versiones subóptimas con un desempeño muy próximo al óptimo. Estas versiones subóptimas no requieren de operaciones de exponenciación y su complejidad viene dada por la cantidad de memoria (2.28) y de operaciones (2.29). La complejidad del MAP crece de manera exponencial no sólo con la cantidad de usuarios sino también con la cantidad de bits *m* por símbolo codificado. Esto hace que la complejidad del MAP sea excesiva para canales con alta eficiencia espectral, aún cuando la cantidad de usuario no sea demasiado grande. Del análisis anterior se desprende que la complejidad del receptor MAP+SVA está determinada fundamentalmente por la del detector MAP.

Para reducir la complejidad del detector MAP, se emplean detectores multiusuarios subóptimos. Entre los detectores con mejor nivel de desempeño en canales con fuerte interferencia se encuentra el detector multiusuario retroalimentado por decisiones que se denota con la sigla MDFE. Sin embargo, como se verá más adelante, el desempeño del MDFE no es satisfactorio en canales con codificación. En esta arquitectura, la salida del MDFE, que se toma de la señal que entra al detector de símbolos (que idealmente se encuentra libre de interferencias), se conecta primero a un desentrelazador y luego a los decodificadores de Viterbi con decisiones blandas. A este esquema se lo indentificará con la sigla MDFE+SVA.

A continuación se analizan los desempeños de los receptores MAP+SVA y DFE+SVA y se comparan los mismos con el desempeño del receptor óptimo con y sin codificación. El objetivo de incluir en las comparaciones el desempeño del receptor óptimo sin codificación es mostrar la ganancia que aporta la codificación al sistema. Se considera un canal limitado en banda CDMA con secuencias de Gold cortas de 7 chips por símbolo codificado. El espectro del canal multiusuario viene dado por

$$S(D) = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 7 & -4-D & 1+2D & -D \\ -4-D^{-1} & 7 & -4-D & 3 \\ 1+2D^{-1} & -4-D^{-1} & 7 & -2+D \\ -D^{-1} & 3 & -2+D^{-1} & 7 \end{bmatrix}.$$
 (2.30)

Los usuarios emplean codificación del tipo trellis en lugar de la codificación convolucional. Se ha demostrado que los receptores multiusuarios en sistemas con códigos convolucionales sólo mejoran levemente el desempeño del sistema sin codificación [1, 2]. Esto se debe a que el empleo de códigos convolucionales obliga a reducir la ganancia de expansión para mantener el mismo ancho de banda que el sistema sin codificación. Como contraparte, los códigos trellis se desempeñan satisfactoriamente sin requerir esta reducción en la ganancia de expansión. Por este motivo son apropiados para los próximos sistemas CDMA multiusuarios de banda angosta [3, 1, 2]. La Figura 2.2 muestra el desempeño de los esquemas anteriores. Se observa que el receptor MAP+SVA no puede capturar toda la ganancia de codificación disponible, la cual es aprovechada por el decodificador conjunto indicado en la gráfica como "ML con codificación". El desempeño del receptor MDFE+SVA es significativamente inferior al del receptor MAP+SVA, pero es capaz de mejorar el desempeño del sistema sin codificación.

El desempeño del detector MDFE+SVA se puede mejorar si se utiliza la información de codificación del usuario en la detección MDFE. Este versión de MDFE con decodificador integrado tiene la misma cantidad de estados que el decodificador convencional (puesto que el MDFE no tiene estados), y por lo tanto una complejidad computacional similar. Por otro lado, si en lugar del MDFE se integra al decodificador un detector con más cantidad de estados, el desempeño del esquema detector-decodificador integrado puede resultar superior al del receptor MAP+SVA. Para canales con interferencia intersímbolo, la integración de la ecualización con la decodificación ha demostrado excelentes resultados en términos de costo desempeño [63]. Para el canal con interferencia co-canal, la integración de la detección con la decodificación presenta un grado de libertad adicional, que se traduce en la posibilidad de emplear la información de codificación de uno, algunos o todos los usuarios. La integración de la detección con la decodificador son la decodificación con la decodificación de uno interferencia implementarse en sistemas descentralizados, donde sólo se conoce la información de codificación del usuario de interés.

Una ventaja de las arquitecturas particionadas es que las mismas pueden incorporar entrelazadores, los cuales son necesarios cuando el canal tiene desvanecimiento. Los códigos para canales con desvanecimiento y entrelazadores ideales son diseñados para obtener ganancia de diversidad temporal. La ganancia de diversidad del código viene



Figura 2.2: Desempeño de esquemas particionados y óptimos con y sin codificación

principalmente determinada por un parámetro que se conoce con el nombre de diversidad intrínseca de tiempo mínima (del inglés minimum built-in time diversity - MDT). La MDT viene dada por el evento error con camino más corto. El código que se empleó en este análisis tiene diversidad de orden 3, la cual se verifica en la Fig. 2.3 donde se muestra el desempeño de un sistema con un sólo usuario. La Fig. 2.3 muestra también el desempeño del sistema MAP+SVA, el cual se aproxima bastante al del receptor óptimo. Por otro lado, el desempeño del MDFE+SVA es significativamente peor que el MAP+SVA. Esta brecha en el desempeño entre ambos receptores motivó el estudio de propuestas que posibilitan reducir la complejidad del MAP+SVA sin deteriorar tanto su desempeño. Una manera natural de reducir la complejidad del detector MAP o del detector ML es usar las técnicas de reducción de estado empleadas en canales con interferencia intersímbolo [63, 64]. Debido a que las mismas emplean decisiones prematuras para estimar la interferencia, es necesario que la respuesta del canal equivalente a la entrada del detector sea de fase mínima para no incrementar excesivamente la propagación de errores. Esto requiere del empleo de un filtro blanqueador que elimina la parte no causal de la interferencia. Para evitar el filtro blanqueador, en [65] se propone utilizar



**Figura 2.3:** Desempeño de receptores multiusuarios particionados con entrelazadores ideales en el canal 2.30 con desvanecimiento Rayleigh.

decisiones tentativas obtenidas a la salida del filtro apareado para cancelar la parte no causal de la interferencia. Cuando la correlación entre los usuarios es baja, la arquitectura anterior reduce significativamente el problema de la propagación de errores. Una manera de controlar la propagación de errores en canales con fuerte correlación es mantener más de un camino por estado [66]. Esto permite mantener caminos con decisiones correctas que hubieran sido eliminados debido a decisiones prematuras y que pueden ser elegidos a posteriori.

Cuando el desvanecimiento es muy rápido (o muy lento), los entrelazadores no se usan por no aportar beneficio apreciable (o por producir un retardo inaceptable en la decodificación) para aplicaciones del tipo interactivas. Para el caso de desvanecimiento muy lento se necesitan otros tipos de diversidad como la diversidad en banda o la diversidad espacial. Dos arquitecturas clásicas que permiten obtener diversidad en un sistema CDMA son el receptor rastrillo y el arreglo de antenas. Sin embargo, el desempeño de estos esquemas se reduce drásticamente en canales de banda angosta (no dispersivos en el tiempo) [67] o con distribución no uniforme del ángulo de arribo de la señal (propio del enlace de subida en una estación base). Para mejorar el desempeño de estos esquemas, se analiza a continuación un algoritmo que obtiene diversidad y suprime interferencia de manera conjunta.

#### 2.4.1.1. Supresión de Interferencia y Ganancia de Diversidad

El receptor rastrillo es equivalente al receptor de filtro apareado (*matched filter re-ceiver*), que se aparea al canal de trayectos múltiples. Este receptor es óptimo cuando el deterioro de la señal se debe únicamente a la propagación por trayectos múltiples y al ruido blanco del canal. Sin embargo, en los sistemas CDMA la propagación multi-trayecto de la señal produce interferencia intersímbolo y co-canal, la cual viene coloreada por la respuesta del canal y la conformación de pulso del filtro de entrada en el receptor.

Para el canal CDMA de banda angosta el modelo de interferencia coloreada se aplica también cuando se emplea la técnica de reducción de resolución propuesta por Yang [68]. En aquellos canales donde la dispersión temporal es inferior al intervalo de chip de la secuencia de expansión, las señales de espectro expandido no permiten obtener ganancia de diversidad por efecto multitrayecto. En este tipo de canales, la técnica de reducción de resolución [68] puede emplearse en un esquema CDMA. Esta técnica consiste en utilizar un receptor rastrillo con espaciamientos menor al de un periodo de chip. En [68] se demuestra que el combinador de máxima relación puede conseguir ganancia de diversidad, aún cuando las señales a la salida del rastrillo están correlacionadas. Sin embargo, la reducción de resolución y la presencia del filtro de entrada provoca que el ruido (formado en parte por la interferencia co-canal) no es más blanco y por todo esto el combinador de máxima relación de ser óptimo.

Para el caso de un canal con diversidad espacial con múltiples antenas receptoras, una separación entre antenas de un cuarto de longitud de onda dá un coeficiente de correlación de 0.223 en las estaciones móviles. Este valor es más que aceptable para explotar gran parte de la ganancia de diversidad disponible con antenas no correlacionada. Para 900 Mhz, la separación que se requiere entre los elementos del arreglo de antenas es de 8 cm. En la estación base, debido a que el ángulo de arribo de la señal es de algunos grados, se necesita una separación de 10 a 20 longitudes de onda para obtener un coeficiente de correlación del mismo orden. Por lo tanto, es razonable suponer que la correlación entre las antenas de la estación base sea significativa. Las señales interferentes que llegan a las antenas pueden suponerse Gaussianas pero estarán también correlacionadas. Por todo esto, en este canal el combinador de máxima relación deja de ser óptimo.

Tanto el receptor rastrillo con reducción de resolución como el receptor con antenas correlacionadas debe emplear un combinador que permita aprovechar la correlación de ruido, buscando de este modo mejorar la SNR a decodificar. A continuación se estudia un modelo general que permite obtener el combinador óptimo para un modelo de interferencia del tipo Gaussiano no blanco.

Se indicará con  $(.)^{(l)}$  a la señal del *l-ésimo* camino de diversidad que se obtiene de las ramas del receptor rastrillo o de las antenas. Cuando cuenta con *L* caminos, cada usuario dispondrá de un banco de *L* filtros. La señal a la salida del banco de filtros del usuario  $k = \kappa(i)$  se indicará con la notación vectorial

$$\mathbf{u}_{i} = [u_{i}^{(1)}, u_{i}^{(2)}, \cdots, u_{i}^{(L)}]^{T},$$
(2.31)

donde  $u_i^{(l)}$  viene dado por

$$u_i^{(l)} = g_{i,o} A_i^{(l)} c_i + z_i^{(l)}$$
(2.32)

$$z_i^{(l)} = I_i^{(l)} + w_i^{(l)}, \qquad (2.33)$$

donde para el camino *l* del usuario  $k = \kappa(i)$ ,  $A_i^{(l)}$  representa el desvanecimiento del canal,  $I_i^{(l)}$  la interferencia del resto de los usuarios sobre el usuario k y  $w_i^{(l)}$  la componente de ruido Gaussiano. Sea  $\alpha_i^{(l)} = g_{i,o}A_i^{(l)}$  la amplitud del canal equivalente con distribución de Rayleigh. Invocando el teorema del límite central, la señal interferencia  $I_i^{(l)}$  se modela como una variable Gaussiana, donde considera que existe correlación entre las señales interferentes correspondientes a los diferentes caminos de diversidad. Por lo tanto, el ruido del canal más la señal interferente se modela como una variable aleatoria  $z_i^{(l)}$  correlacionada en *l*. Las *L* salidas de los filtros apareados correspondientes a cada usuario se envían a un combinador donde se obtiene la variable de decisión *d*. En lo sucesivo se omitirá el subíndice *i* por simplicidad de notación, ya que el análisis que se realiza es válido para cualquier usuario. La señal vectorial a la salida del banco de filtros, el vector de coeficientes del canal y la señal interferente se denotan de la siguiente manera

$$\overline{u} = [u^{(1)}, \cdots, u^{(L)}]^T,$$
 (2.34)

$$\overline{\boldsymbol{\alpha}} = [\boldsymbol{\alpha}^{(1)}, \cdots, \boldsymbol{\alpha}^{(L)}]^T, \qquad (2.35)$$

$$\overline{z} = [z^{(1)}, \cdots, z^{(L)}]^T.$$
 (2.36)

Considerando que en el receptor se conocen el vector de coeficiente  $\overline{\alpha}$  y el símbolo c, el vector  $\overline{u}$  es un vector Gaussiano de media  $\overline{\alpha}^T c$  y matriz de covariancia dada por

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} E\{z^{(1)}z^{(1)*}\} & E\{z^{(1)}z^{(2)*}\} & \cdots & E\{z^{(1)}z^{(L)*}\} \\ E\{z^{(2)}z^{(1)*}\} & E\{z^{(2)}z^{(2)*}\} & \cdots & E\{z^{(2)}z^{(L)*}\} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E\{z^{(L)}z^{(1)*}\} & E\{z^{(L)}z^{(2)*}\} & \cdots & E\{z^{(L)}z^{(L)*}\} \end{bmatrix}$$
(2.37)

## Capítulo 2

El combinador de ML para un usuario cualquiera, escoge la señal c que maximiza la probabilidad condicional  $p(\overline{u}/c)$ , es decir,

$$\hat{c} = \arg\max_{c} p(\overline{u}/c) \tag{2.38}$$

con

$$p(\overline{u}/c) = \frac{e^{-(\overline{\mathbf{u}} - \overline{\alpha}c)^{*}} \mathbf{Z}^{-1}(\overline{\mathbf{u}} - \overline{\alpha}c)^{*}}{\sqrt{2\pi\Delta_{\mathbf{Z}}}},$$
(2.39)

donde  $\Delta_{\mathbf{Z}}$  es el determinante de la matriz  $\mathbf{Z}$ . Reemplazando el valor de  $\overline{\mathbf{u}}$  y aplicando una serie de operaciones tenemos el siguiente resultado:

$$\arg\min_{c} p(\overline{u}/c) = \arg\min_{c} \left( \overline{\alpha}^{T} \mathbf{Z}^{-1} \overline{\alpha}^{*} |c|^{2} + \overline{u}^{T} \mathbf{Z}^{-1} \overline{u} - \overline{\alpha}^{T} \mathbf{W}^{-1} \overline{u}^{*} c + \overline{u}^{T} \mathbf{W}^{-1} \overline{\alpha}^{*} c^{*} \right).$$
(2.40)

Si se considera que se emplea un código de *módulo constante* se puede apreciar que el primer y segundo término de la ecuación anterior no depende de la decisión a tomar. Por esto,

$$\overline{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{W}^{-1} \overline{\boldsymbol{u}}^* = \overline{\boldsymbol{u}}^H (\overline{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{W}^{-1})^T$$
(2.41)

y dado que W es una matriz real y simétrica resulta que:

$$\arg \max_{c} p(\overline{u}/c) = \arg \max_{c} \Re \left( \overline{u}^{T} \mathbf{W}^{-1} \overline{\alpha}^{*} c^{*} \right)$$
$$= \arg \max_{c} \Re \left( dc^{*} \right), \qquad (2.42)$$

donde d es la señal de salida del combinador que se utiliza en la detección del símbolo. El coeficiente de ponderación del combinador ML viene dado por:

$$\overline{h}_{\rm MV} = \mathbf{W}^{-1} \overline{\alpha}^*. \tag{2.43}$$

En el Apendice 6.2 se demuestra que cuando el alfabeto de símbolo es de módulo constante el combinador de mínimo error cuadrático medio es el combinador ML.

Sea  $\delta_b$  la SNR de la señal *d* dada por

$$\delta_b = \overline{\alpha}^T \mathbf{W} \overline{\alpha} *, \qquad (2.44)$$

la cual puede expresarse como

$$\delta_b = \overline{\lambda}^T \mathbf{D} \overline{\lambda}^* \tag{2.45}$$

donde  $\overline{\lambda}$  es un vector aleatorio Gaussiano 1 × *L* con matriz de covariancia identidad y **D** es una matriz diagonal 1 × *L*. Sea  $f_{\delta_b}$  la función de distribución de  $\delta_b$ , la probabilidad de

error puede expresarse a partir de

$$P_e = \sum_{i=1}^{L} \int_{-\infty}^{\infty} Q(2\delta_b) f_{\delta_b}(\delta_b) d\delta_b, \qquad (2.46)$$

En el Apéndice 6.2 se obtiene la siguiente expresión cerrada para el cálculo de Pe:

$$P_e = \sum_{i=1}^{L} 0.5 p_i \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_i \overline{\delta}_c}{1 + \overline{\delta}_c}} \right]$$
(2.47)

$$p_{i} = \prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{L} \frac{d_{k}}{d_{k}-d_{i}}$$

$$(2.48)$$

donde  $d_i$  es el elemento *i-ésimo* de la matriz **D** y  $\overline{\delta}_c$  es la relación señal a ruido de la señal en cada camino de diversidad dada por la ecuación

$$\overline{\delta}_{c} = \frac{g_{i,o}^{2} E\{A^{(l)}A^{(l)*}\} E\{cc^{*}\}}{\sigma_{\tau}^{2}}, \qquad (2.49)$$

$$\sigma_z^2 = E\{z^{(l)}z^{(l)*}\} = \sigma_w^2 + \sigma_I^2, \qquad (2.50)$$

donde

$$\sigma_w^2 = E\{w^{(l)}w^{(l)}\}$$
(2.51)

$$\sigma_I^2 = E\{A^{(l)}A^{(l)*}\}\sum_{l=1}^{K-1} g_l^2.$$
(2.52)

En la Fig. 2.4 se puede apreciar la SNR necesaria para obtener una probabilidad de error de  $10^{-2}$  con el combinador de óptimo y el de máxima relación para un canal con un 20% de potencia de interferente respecto a la potencia de la señal deseada (i.e., $\sum_{l=1}^{K} g_{i,l}^2 = 0,2$ ) y dos caminos de diversidad con correlación  $\zeta = E\{A^{(1)}A^{(2)*}\}$  de 0.25 a 0.75. Se incluye también la curva del combinador óptimo para un canal sin interferencia, el cual viene representado en este caso por el combinador de máxima relación ya que el ruido *z* es blanco. Se observa adicionalmente que el combinador óptimo es capaz de obtener una ganancia significativa respecto al de máxima relación. No obstante, el desempeño del combinador óptimo es severamente afectado por la interferencia cuando la correlación de los caminos de diversidad aumenta por encima de 0.25.



**Figura 2.4:** Desempeño del combinador de máxima relación "–" y del combinador óptimo "-.-" en un canal con interferencia. La curva en linea continua representa el desempeño del combinador óptimo en un canal sin interferencia.

## 2.4.2. Receptores Integrados

En [69] se demuestra que es posible alcanzar los vértices de la región de capacidad del canal Gaussiano de acceso múltiple realizando la detección multiusuario y la decodificación de manera independientes. En ese artículo se demuestra que el detector puede ser un detector lineal de mínimo error cuadrático medio si el decodificador emplea cancelación sucesiva de interferencia. Sin embargo, este resultado no puede extenderse a esquemas prácticos de codificación que no empleen palabras códigos de longitud infinita [70]. En estos casos los receptores que integran la detección y decodificación permitirían alcanzar mayores eficiencias espectrales. En los esquemas integrados se utiliza la información de codificación para ecualizar la interferencia co-canal. El receptor óptimo estudiado por Giallorenzi [15] pertenece a este tipo de esquema de receptores integrados que realiza la decodificación conjunta de todos los usuario. El desempeño de este decodificador conjunto se acerca al de un decodificador que funciona en un canal con único usuario. Es decir que el receptor óptimo es capaz de eliminar la interferencia co-canal a costa de aumentar la complejidad computacional. Existen otros receptores integrados subóptimos que permiten alcanzar desempeños próximos al óptimo en determinados tipos de canales. A continuación se presenta una análisis de las principales arquitecturas integradas que se han propuesto.

#### 2.4.2.1. Detector y Decodificador Integrado Reatroalimentado por Decisiones

El detector multiusuario retroalimentado por decisiones permite integrar la detección y decodificación de manera simple. Esta arquitectura se denotará con la sigla IDFE para indicar que se trata básicamente de un DFE integrado. Para el canal sincrónico, las salidas del banco de filtros se llevan a un filtro matricial que convierte a la matriz R[0] en una matriz diagonal inferior. A la salida de este filtro, la señal del usuario 1 queda libre de interferencia, la del usuario 2 sólo se ve afectada por la interferencia del usuario 1, y en general la señal del usuario k es interferida sólo por las señales de los k - 1 usuarios anteriores a él. Puesto que en un canal síncrono el vector señal  $\overline{\mathbf{x}}[j]$  no es afectado por la interferencia de los símbolos enviados en las transmisiones j - 1 y j + 1, se puede decodificar al usuario 1 de manera independiente de los demás, y usar su información decodificada y vuelta a codificar para cancelar la interferencia que afecta al usuario 2. De este modo, el usuario 2 queda libre de interferencia y puede ser decodificado. De una manera similar, la información decodificada y vuelta a codificada del usuario 1 y 2 se emplea para cancelar la interferencia del usuario 3. Este procedimiento continúa hasta que se cancela totalmente la interferencia del último usuario.

La versión IDFE para canal asíncrono fue propuesta y estudiada por Giallorenzi en [16]. Esta arquitectura es de etapas múltiples. En la primera etapa se decodifica a los usuarios ignorando la interferencia del canal. En la segunda etapa, los símbolos decodificados en la primera son codificados y nuevamente empleados para estimar la interferencia que se substrae de la señal que llega del banco de filtros apareados. La nueva señal se envía a los decodificadores. Este procedimiento puede repetirse utilizando las decisiones que se obtienen de los decodificadores de la etapa anterior para estimar la interferencia multiusuario.

Tanto la versión sincrónica como la asíncrona del IDFE tienen un desempeño bastante bueno en canales con baja interferencia. Sin embargo, en presencia de canales con interferencia moderadas y altas, el desempeño de estos esquemas se deteriora significativamente al punto de verse limitados por interferencia. Por otro lado, el tiempo de decodificación de estos esquemas se incrementa de manera proporcional con el número de etapas.

Para mejorar el desempeño del IDFE en los canales donde la interferencia co-canal es alta, se puede:

Capítulo 2



Figura 2.5: Desempeño del esquema IDFE en el canal (2.30).

- cancelar parcialmente la interferencia en cada etapa, ó
- mejorar la detección de la primera etapa, empleando detectores multiusuarios seguidos de decodificador

La alternativa de cancelar parcialmente la interferencia ha sido estudiada por Divsalar en [71], donde se muestra que esta solución puede llegar a obtener desempeños cercanos a la solución óptima cuando se elije adecuadamente el porcentaje de interferencia a cancelar en cada etapa. La segunda alternativa recurre a emplear como primer etapa un detector multiusuario que permita reducir la interferencia antes de realizar la primera decodificación. De este modo se disminuye la propagación de errores que limita el desempeño de las etapas sucesivas. Esta alternativa tiene la ventaja de obtener un mejor desempeño que la primera cuando se emplean IDFE de no más de 2 o 3 etapas [10].

En la Fig. 2.5 se muestra el desempeño del IDFE para el canal (2.30). Para bajas SNR, el comportamiento de este esquema es bastante próximo al óptimo. Pero para SNR moderadas y altas, su desempeño desmejora notablemente siendo inferior al esquema particionado MDFE+SVA. Esto es debido a que el empleo de codificación en la



Figura 2.6: Desempeño del receptor WMF+IDFE en el canal (2.30).

cancelación de interferencia es eficaz cuando la principal fuente de distorsión de la señal es el ruido y no la interferencia. Cuando la interferencia predomina, el receptor produce un estimación incorrecta de la misma, este error se propaga en la etapas sucesivas limitando las mejoras que pueden obtenerse en las siguientes etapas. En la Fig. 2.6 se muestra el desempeño de un esquema receptor que emplea como primera etapa un detector MDFE+SVA seguido de dos o tres etapas con detección y decodificación integrada del tipo IDFE. Este esquema se denota como MDFE+SVA+IDFE. Comparando la Fig. 2.6 con la Fig. 2.5, se puede apreciar la importante mejora en el desempeño que se consigue con los receptores MDFE+SVA+IDFE de 2 y 3 etapas. Esto muestra la importancia de obtener en la primera etapa una mejor estimación de la interferencia.

El desempeño del receptor IDFE en un canal con usuarios con diferentes potencias (problema lejano-cercano) no presenta las ventajas de otros esquemas multiusuarios, con los cuales los usuarios que tienen baja potencia se benefician por una mejor cancelación de la interferencia correspondiente a los usuarios con potencias altas. Contar con este beneficio es muy importante para evitar que aquellos usuarios con baja potencia requieran un aumento de la misma para poder operar en el sistema, haciendo que la interferencia

Capítulo 2



Figura 2.7: Desempeño de receptores multiusuarios en el canal (2.30)

media del sistema de acceso múltiple aumente. Esto se aprecia en la Fig. 2.7, en donde un usuario del canal (2.30) se mantiene a 4 dB mientras el resto de los usuarios incrementan sus potencias. Se observa como el receptor IDFE de 2 etapas no mejora su desempeño, mientras que el DFE+SVA lo hace levemente.

## 2.4.2.2. Decodificador por Grupo

Para reducir la complejidad del decodificador óptimo en [18] y [19] se propone considerar que sólo un grupo de usuarios transmite información codificada.

En el canal sincrónico analizado en [18], la métrica acumulativa (2.21) se simplifica debido a que sólo los *j-ésimos* símbolos transmitidos por los K usuarios se interfieren entre sí. Esto permite calcular las métricas de la siguiente manera

$$\Delta(\{\mathbf{u}[j]\},\{\hat{\mathbf{c}}[j]\}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=j*K}^{j*K+K-1} \Re\left\{A_i^* \hat{c}_i^* \left(2u_i - g_i A_i \hat{c}_i\right) - 2\sum_{l=1}^{K-1} g_{i,l} A_{i-l} \hat{c}_{i-l}\right\}, \quad (2.53)$$

donde

$$\mathbf{c}[j] = [c_1[j], \cdots, c_K[j]]. \tag{2.54}$$

puede calcularse recursivamente como:

$$\Delta(\{\mathbf{u}[j]\},\{\hat{\mathbf{c}}[j]\}) = \Delta(\{\mathbf{u}[j-1]\},\{\hat{\mathbf{c}}[j-1]\}) + \sum_{i=j*K}^{j*K+K-1} \Re\left\{A_i^*\hat{c}_i^*\left(2u_i - g_iA_i\hat{c}_i\right) - 2\sum_{l=1}^{K-1}g_{i,l}A_{i-l}\hat{c}_{i-l}\right\} (2.55)$$

Para el caso de que los usuarios empleen codificadores con *S* estados, la cantidad de estados del decodificador conjunto es  $S^K$ , la cantidad de transiciones por estado es  $2^{qK}$  y, por lo tanto, el orden de complejidad por símbolo decodificado es  $O(S^K 2^{qK})$ , igual al caso asincrónico.

Si se considera la codificación de un sólo usuario, mientras se supone (erróneamente) que el resto de los usuarios no están codificados, la cantidad de estados es *S* y la cantidad de transiciones por estados es  $2^q$ . Debido a que el canal sincrónico puede considerarse bloque a bloque, cuando el código empleado por los usuarios es *convolucional* con tasa q/p se requieren  $p2^{K-1}$  métricas por cada transición. Es decir que, en un canal sincrónico y con un banco de *K* decodificador por grupo, la complejidad por símbolo decodificado es del orden  $O(KS2^qp2^{K-1})$  para codificación convolucional, y  $O(KS2^q2^{p(K-1)})$ para codificación TCM (*Trellis Code Modulation*. Si el canal es asincrónico con codificación convolucional o TCM, el orden de complejidad es de  $O(KS2^q2^{p(K-1)})$ , en donde la cantidad de estados es  $KS2^{p(K-1)}$  y las transiciones por estados es  $2^q$ .

Se muestra en [18] que el desempeño del decodificador por grupo en canales con codificación convolucional puede ser próximo al decodificador óptimo, aún cuando los usuarios estén muy correlacionados. En el estudio que se presenta en [18] no se toma en cuenta la reducción de la eficiencia espectral que introduce la codificación convolucional. Para valorar la ventaja de un decodificador multiusuario es necesario tomar en cuenta la reducción de la tasa de transmisión que introduce el código, ya que la codificación también puede usarse directamente para reducir la correlación del canal asignando a cada usuario una secuencia de expansión más larga con mejores propiedades de correlación mutua. De este modo, el desempeño del sistema con un receptor sencillo (del tipo filtro apareado) puede resultar igual al del sistema codificado con un receptor más complejo. En [2, 3] se muestra que cuando se emplean receptores multiusuario, un sistema con codificación convolucional no otorga ventajas significativas respecto de otro sin codificación. Mientras que con codificación TCM se puede obtener la ganancia del código. *Es decir que, el potencial de la detección multiusuario para canales codificados se pone de manifiesto cuando la codificación es del tipo TCM*.

Para reducir la complejidad del decodificador por grupo en un canal con codificación TCM se puede recurrir a reducir estados usando el criterio de partición de la constelación empleada en la codificación TCM. Este método introducido por Eyubuglu y Qureshi, ha sido utilizado con éxito en la ecualización de estados reducidos [63]. El caso límite de reducción de estados deriva en un receptor con estados definidos únicamente por los códigos, en donde las decisiones prematuras obtenidas en cada estado son utilizadas por ecualizadores retroalimentados [72].

Para controlar el desempeño y complejidad de un detector por grupo se puede proceder de dos maneras:

- Elegir los usuarios cuya codificación se tendrá en cuenta
- Reducir los estados correspondientes al canal de acceso múltiple

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo se estudió el decodificador óptimo para un canal de acceso múltiple. Debido a la complejidad de la solución óptima se analizaron receptores subóptimos. Se mostró que los receptores particionados no son capaces de capturar toda la ganancia del código cuando el canal tiene usuarios muy correlacionados. Por otro lado, se mostró que la complejidad del esquema particionado óptimo limita su aplicación cuando las señales codificadas pertenecen a constelaciones mayores, mientras que los esquemas particionados subóptimos sacan muy poco beneficio de la codificación. De los receptores integrados analizados, el que realiza la detección y decodificación en una sola etapa tiene potencial para decodificar usuarios muy correlacionados. Este permite explotar una característica particular del sistema de acceso múltiple: usar la información de codificación de uno, varios o todos los usuarios. En el próximo capítulo se propone un decodificador nuevo que realiza de manera conjunta la detección y decodificación.

Capítulo 2

# CAPITULO 3 RECEPTOR INTEGRADO DE COMPLEJIDAD REDUCIDA

En el presente capítulo se propone un nuevo receptor multiusuario para sistemas de acceso múltiple con codificación. Utilizando el principio de partición de estados inherente a los códigos trellis y la información de codificación de un grupo de usuarios, se diseñan nuevos trellises de estados reducidos, para luego aplicar el algoritmo de Viterbi para decodificar de manera conjunta la información del grupo de usuarios y ecualizar el canal. Como una alternativa al incremento de estados del canal, se analiza un receptor integrado que mantiene una lista de secuencias posibles mayor a la cantidad de estados del trellis (el algoritmo de Viterbi mantiene sólo una secuencia por estado y, por lo tanto, elige la secuencia de una lista con tamaño igual a la cantidad de estados del trellis). Se compara el desempeño y complejidad computacional de las arquitecturas propuestas con las de otros receptores integrados y particionados analizados en la literatura.

## 3.1. Introducción

Los sistemas de acceso múltiple que emplean receptores convencionales están limitados por la interferencia. Para mejorar el desempeño de estos sistemas se debe recurrir al empleo de receptores multiusuarios. Posteriormente el desempeño del sistema se mejora aún más mediante el empleo de códigos de control de errores. El receptor óptimo para canales de acceso múltiple codificados fue introducido por Giallorenzi y Wilson [15]. Debido a que la complejidad del receptor óptimo es prohibitiva, se han propuesto varias estructuras subóptimas. Las técnicas subóptimas siguen básicamente dos propuestas: la propuesta particionada y la propuesta integral. Básicamente la diferencia radica en que en la primera se ecualiza primeramente la interferencia multiusuario y luego se efectúa la decodificación de los usuarios, mientras que en la propuesta integral se realiza la ecualización de la interferencia y la decodificación de todos los usuarios al mismo tiempo.

La propuesta integral [18, 19, 73] permite mejorar el desempeño del canal de acceso múltiple con codificación convolucional y usuarios fuertemente correlacionados. Para un

sistema con ancho de banda eficiente, la complejidad de esta arquitectura se incrementa de manera exponencial con la cantidad de bits de información por palabra código. En estos canales, los receptores propuestos son del tipo particionado y requieren de iteraciones múltiples para conseguir desempeños aceptables. Estos receptores incrementan los tiempos de decodificación y no resultan viables para aplicaciones interactivas de tiempo real. Esta limitación motiva a investigar nuevos algoritmos de mayor simplicidad computacional que no recurran a iteraciones múltiples para lograr mejores desempeños.

En este capítulo se propone un nuevo receptor integrado de estados reducidos. El nuevo receptor integrado utiliza la información de codificación de un subconjunto de usuarios, (el cual, en el caso de complejidad más baja, se reduce a un sólo usuario), y el principio inherente a la partición de la constelación de la codificación trellis para la construcción de nuevos *trellises* con estados reducidos. A diferencia del propuesto en [18, 19, 73], la detección multiusuario utiliza la técnica de reducción de estados propuesto en [63] para disminuir la cantidad de estados correspondientes al canal de acceso múltiple. De esta manera, se emplea el algoritmo de Viterbi para, en forma conjunta, decodificar los códigos de un subconjunto de usuarios y ecualizar la interferencia multiusuario del canal. El enfoque empleado permite obtener una familia de decodificadores con diferentes relaciones de costo desempeño fácilmente adaptables a diferentes condiciones del canal.

Se presentan resultados de desempeño para canales con alta y baja interferencia. En ambos casos, se demuestra que se puede lograr un desempeño aproximado al del canal con un solo usuario codificado mediante el nuevo receptor de complejidad reducida. Además, se compara el desempeño del receptor propuesto con aquellos de los esquemas subóptimos presentados anteriormente. Se llega a la conclusión de que el nuevo esquema se desempeña significativamente mejor que los otros. Estas mejoras se obtienen sin aumento del retardo de decodificación. Los resultados que se presentan muestran que en la región de baja SNR a ruido se obtiene un mejor desempeño usando la información de codificación de más usuarios que incrementando la cantidad de estados correspondientes al canal de acceso múltiple. También se analiza una variante del algoritmo propuesto que incrementa la lista de caminos probables en lugar de la cantidad de estados. Este algoritmo presenta ventajas en canales con fase débilmente mínima. Capítulo 3

## 3.2. Canal Equivalente con Ruido Blanqueado

De acuerdo a lo visto en el Capítulo 2, las salidas de los K filtros apareados en el tiempo i se pueden expresar de la siguiente manera

$$\mathbf{u}[j] = \mathbf{G}[1]\mathbf{x}[j] + \mathbf{G}[0]\mathbf{x}[j] + \mathbf{G}[-1]\mathbf{x}[j+1] + \mathbf{w}[j].$$
(3.1)

Suponiendo que los usuarios están ordenados de acuerdo a sus respectivos retardos,  $\mathbf{G}[0]$  es una matriz hermitiana  $K \times K$  y  $\mathbf{G}[1]$  es una matriz superior. La transformada z del vector de tiempo discreto (3.1) es

$$\mathbf{u}(z) = \mathbf{S}(z)\mathbf{x}(z) + \mathbf{w}(z), \qquad (3.2)$$

donde  $\mathbf{S}(z)$  es la matriz de espectro dada por

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{G}[1]z + \mathbf{G}[0] + \mathbf{G}[-1]z^{-1}, \qquad (3.3)$$

y  $\mathbf{u}(z)$ ,  $\mathbf{x}(z)$  y  $\mathbf{w}(z)$  son, respectivamente, las transformaciones Z de las secuencias vectoriales de salida del filtro apareado, de los símbolos transmitidos y del ruido aditivo. El espectro del ruido es coloreado, y está dado por

$$\mathbf{S}_{\mathbf{w}}(z) = N_0 \mathbf{S}(z) \tag{3.4}$$

En (2.2) se deriva el algoritmo óptimo de estimación de la secuencia de máxima verosimilitud (MLSE) para el modelo de canal multiusuario con ruido coloreado (3.1). Siguiendo la propuesta de Forney [74], la detección MLSE se puede derivar para el modelo de ruido blanco [75]. En este caso, las salidas del banco de filtros apareados son alimentadas a un filtro blanqueador definido como

$$\mathbf{H}(z) = [\mathbf{F}^{T}[0] + \mathbf{F}^{T}[1]z]^{-1}, \qquad (3.5)$$

donde  $\mathbf{F}[0]$  y  $\mathbf{F}[1]$  se determinan factoreando la matriz de espectro, es decir

$$\mathbf{S}(z) = \left[\mathbf{F}^{T}[0] + \mathbf{F}^{T}[1]z\right] \left[\mathbf{F}[0] + \mathbf{F}[1]z^{-1}\right].$$
(3.6)

 $\mathbf{F}[0]$  es una matriz triangular inferior y  $\mathbf{F}[1]$  es una matriz superior con diagonal nula. Si bien el filtro blanqueador ideal tiene memoria infinita (i.e., respuesta al impulso infinita), este puede ser aproximado de manera eficiente por un filtro con memoria de tamaño moderado, como se muestra en [76,77]. Por esto, la secuencia de salida del filtro blanqueado resulta en

$$\mathbf{r}[j] = \mathbf{F}[0]\mathbf{x}[j] + \mathbf{F}[1]\mathbf{x}[j-1] + \mathbf{n}[j], \qquad (3.7)$$

donde  $\mathbf{r}[j] = [r_1[j], r_2[j], \dots, r_K[j]]$ , y  $\mathbf{n}[j]$  es el vector de ruido Gaussiano con espectro y componentes independientes dados por

$$S_{\mathbf{n}}(z) = N_0 \mathbf{I}_K \tag{3.8}$$

donde  $\mathbf{I}_k$  es la matriz identidad de dimensión  $K \times K$ .

El modelo del sistema multiusuario definido por (3.7) puede interpretarse como un canal de un solo usuario con interferencia intersímbolo variante en el tiempo de manera periódica, donde el *i-ésimo* símbolo transmitido está vinculado con el *j-ésimo* símbolo del usuario *k* a través de las siguientes ecuaciones:

$$k = \kappa(i) = (i \mod K) + 1,$$
  

$$j = \nu(i) = \lfloor i/K \rfloor.$$
(3.9)

En consecuencia, la salida del filtro apareado blanqueador

$$r_i = r_{\kappa(i)}[\nu(i)] \tag{3.10}$$

se puede expresar como

$$r_i = y_i + n_i = \sum_{l=1}^{K-1} f_{i,i-l} x_{i-l} + n_i, \qquad (3.11)$$

donde  $n_i$  es ruido Gaussiano complejo y blanco con densidad de potencia  $N_o$ ,  $x_i = A_{\kappa(i)}c_i$  se obtiene de la misma manera que (3.11)

$$x_i = x_{\kappa(i)}[\mathbf{v}(i)] \tag{3.12}$$

$$c_i = c_{\kappa(i)}[\nu(i)], \qquad (3.13)$$

Los coeficientes del canal equivalente  $f_{i,l}$  están definidos por

$$f_{i,l} = \begin{cases} \mathbf{F}[0]_{\kappa(i),\kappa(l)} & \kappa(l) \le \kappa(i) \\ \mathbf{F}[1]_{\kappa(i),\kappa(l)} & \kappa > \kappa(i) \end{cases}$$
(3.14)

En la Figura 3.1 se muestra un diagrama del modelo del sistema descripto por (3.11).



Figura 3.1: Modelo del canal multiusuario de tiempo discreto.

## 3.2.1. Receptor Óptimo

El detector óptimo de secuencia para el canal CDMA asincrónico con codificación se presenta en [15]. En dicho trabajo cada usuario emplea un códigos convolucional. De manera similar a [15], el decodificador óptimo para sistemas asincrónicos con TCM selecciona la secuencia codificada  $\{\hat{c}_i\}$  que reduce al mínimo la métrica acumulativa

$$\Delta(\{\hat{c}_i\}) = \sum_i \left\| r_i - f_{i,i} A_{\kappa(i)} \hat{c}_i - \hat{I}_i \right\|^2, \qquad (3.15)$$

donde  $\hat{I}_i$  es la interferencia muliusuario (MUI) estimada dada por

$$\hat{I}_{i} = \sum_{l=1}^{K-1} f_{i,i-l} A_{\kappa(i-l)} \hat{c}_{i-l}.$$
(3.16)

Debido a que  $c_i = g(\overline{b}_{\kappa(i)}[v(i)], \sigma_{\kappa(i)}[v(i)])$ , de la ecuación (3.15) se verifica que los estados del receptor óptimo  $\Gamma_i$  están definidos por

$$\Gamma_{i} = \left(\left\{\sigma_{j}[\mathbf{v}(i)]\right\}_{1 \le j \le \kappa(i)}, \left\{\sigma_{j}[\mathbf{v}(i)-1]\right\}_{\kappa(i) < j \le K}; \overline{b}_{i-1}, \dots, \overline{b}_{i-K+1}\right)$$
(3.17)

Suponiendo que cada usuario tiene un decodificador con *s* estados, la cantidad de estados del supertrellis es

$$s_{opt} = s^K 2^{q(K-1)},$$

que es la misma cantidad de estados del receptor óptimo sin filtro blanqueador presentado en la Sección 2.3. La ventaja de derivar el receptor óptimo a la salida del filtro blanqueador se pone en evidencia cuando se disminuye la complejidad del mismo mediante alguna técnica de reducción de estados. Otra forma alternativa de expresar los estados del supertrellis viene dado por

$$\Gamma_{i} = \left( \left\{ \sigma_{j}[v(i)] \right\}_{1 \le j \le \kappa(i)}, \left\{ \sigma_{j}[v(i) - 1] \right\}_{\kappa(i) < j \le K}; c_{i-1}, \cdots, c_{i-K+1} \right).$$
(3.18)

## 3.3. Receptores Integrados de Estados Reducidos

La complejidad del decodificador óptimo se puede reducir usando la información de codificación de un grupo de usuarios, suponiendo (erróneamente) que el resto de los usuarios transmiten símbolos no codificados, independientes y equiprobables [19, 18]. Sea  $U = \{u_1, u_2, ..., u_p\}$  con  $p \le K$  un subconjunto de usuarios ordenados de acuerdo a sus retardos crecientes, i.e.,  $\tau_{u_1} \le \tau_{u_2} \le ... \le \tau_{u_p}$ . Considerando solamente la información de codificación de los usuarios del subconjunto U, se obtiene un trellis con estados definidos por

$$\Gamma'_{i} = \left( \left\{ \sigma_{u_{j}}[\mathbf{v}(i)] \right\}_{1 \le j \le \kappa(i)}, \left\{ \sigma_{u_{j}}[\mathbf{v}(i) - 1] \right\}_{\kappa(i) < j \le p}; c_{i-1}, \cdots, c_{i-1+K} \right).$$
(3.19)

El receptor de complejidad reducida elije la secuencia de símbolos  $\hat{c'}_i$  definida por

$$\widehat{c'}_{i} = \begin{cases} \widehat{c}_{i} = g(\widehat{\overline{b}}_{i}, \sigma_{i}) \quad \kappa(i) \in U \\ cualquier \ smbolo \ de \ \Omega_{x} \quad \kappa(i) \notin U \end{cases},$$
(3.20)

que minimiza la métrica acumulativa

$$\Delta\left(\{\hat{c}_{i}^{\prime}\}\right) = \sum_{i} \left\| r_{i} - f_{i,i}A_{\kappa(i)}\widehat{c'}_{i} - \widehat{l'}_{i} \right\|, \qquad (3.21)$$

con

$$\widehat{I'}_{i} = \sum_{l=1}^{K-1} f_{i,l} A_{\kappa(i-l)} \widehat{c}'_{i-l}.$$
(3.22)

Si el tamaño del alfabeto de símbolos codificados es  $|\Omega_c| = 2^m \text{ con } m = 1, 2, \cdots$ , este receptor subóptimo requiere de  $s^{p}2^{qp}2^{m(K-1-p)}$  estados. Se puede observar que para el caso de un canal binario no codificado con s = 1, q = 1 y m = 2, la complejidad computacional se reduce a  $O(2^{(K-1)})$ , que es precisamente la complejidad del detector multiusuario óptimo estudiado por Verdú [56]. Sin embargo, el número de estados debido a los usuarios no codificados, dado por  $2^{m(K-1-p)}$ , se vuelve un factor limitante cuando se emplean códigos del tipo TCM y STC. Para reducir la cantidad de estados en este tipo de canales, se puede emplear algoritmos que usan información de la historia de los caminos que *sobreviven* en cada estado (del inglés, per-survivor algorithm).

Capítulo 3



**Figura 3.2:** (a) Codificador trellis de 4 estados (b) Constelación de la señal y partición de la constelación 4-PSK.

## 3.3.1. Decodificador Grupal con Detector de Estados Reducidos

La cantidad de estados asociados al canal de acceso múltiple, i.e., los estados asociados a la memoria del canal y no a la memoria de los codificadores, se puede reducir aplicando el principio de partición de conjunto de TCM [63]. Sea  $s_{ch}$  el número de estados del canal de acceso múltiple bajo consideración. El nuevo trellis tiene  $s' = s^p s_{ch}$  estados y es variante en el tiempo con período K. Este receptor con ecualizador de estados reducido y decodificador de grupo integrado se denomina con la sigla RSE-GD(p, s'), (del inglés, *Reduced State Equalizer and Group Decoding*).

A continuación se muestra la forma de construir los trellises variantes y la forma de calcular las métricas correspondientes. Para ello se considera un canal de cuatro usuarios que emplean el mismo tipo de codificador. Este canal se muestra en la Figura 3.2 y consiste en un codificador convolucional de 4 estados seguido por un modulador que usa una constelación de señales de 4 símbolos. Las Figuras 3.3, 3.4 y 3.5 muestran los trellises cuando se utiliza la información de codificación de un sólo usuario y diferentes estados reducidos del canal de acceso múltiple. Aunque estos trellises tienen período 4, las transiciones de estado están representadas solamente por dos tipos de trellises: un trellis para las entradas codificadas y otro trellis para las entradas sin codificar. El receptor RSE-GD con menos complejidad posee 4 estados y emplea un ecualizador retroalimentado por decisiones en cada estado, tal cual puede apreciarse en la Fig. 3.3. Se identifica con la sigla GD(p) al receptor que integra el ecualizador retroalimentado por decisiones con el decodificador de un grupo de p usuarios, quedando implícito que la cantidad de estados es  $s^p$ . En estas figuras, la señal recibida  $r_i$  se expresa también como  $r_k[j]$  empleando la

conversión de índice definida por (3.9). La historia del camino sobreviviente asociada con cada estado se usa para estimar la MUI (3.22), la cual se sustrae de la métrica de las ramas (3.21). La Figura 3.4 muestra el trellis cuando los estados se encuentran definidos por

$$\Gamma'_{i} = (\sigma_{1}[v(i)]; a(c_{i-1})), \qquad (3.23)$$

donde  $a(c_{i-1})$  indica el orden de partición al cual  $c_{i-1}$  pertenece (en este caso una partición de orden 2). Por lo tanto, este esquema tiene un trellis de 4x2=8 estados y se denomina RSE-GD(1,8). Obsérvese nuevamente que las transiciones de estados están representadas por dos tipos de trellises. Si cada usuario emplea un RSE-GD(1,8), el número total de estados necesarios para decodificar los cuatro usuarios es de 32 estados. Finalmente, para el receptor de 16 estados (i.e., RSE-GD(1,16)), de la Figura 3.5, los estados se encuentra definido por

$$\Gamma'_{i} = (\sigma_{1}[v(i)]; a(c_{i-1}), a(c_{i-2})), \qquad (3.24)$$

donde tanto  $c_{i-1}$  como  $c_{i-2}$  pertenecen a un partición de orden 2. El número de estados necesarios para decodificar los cuatro usuarios con RSE-GD(1,16) es de 64. Vale la pena destacar que para decodificar estos 4 usuarios el decodificador óptimo requiere  $4^3x^{2^2} = 256$  estados.

Es importante considerar que la memoria requerida por el recepto RSE-GD(1,s') es (K + D)s', donde D es la profundidad de decisión del decodificador Viterbi convencional. En sistemas prácticos, tales como sistemas celulares, un número típico de usuarios simultáneos puede ser de 10 para cada celda/sector. Sin embargo, el número de usuarios no influye considerablemente en la memoria requerida por el receptor RSE-GD(1,s'). La complejidad es dominada por las operaciones de las métricas de las ramas, las cuales necesitan calcular la MUI en cada estado. Para cada símbolo decodificado, el algoritmo de Viterbi realiza K transiciones y la complejidad computacional del receptor RSE-GD(1,s') es proporcional a K. Afortunadamente, el cálculo de las métricas de las ramas se puede efectuar en forma paralela y se puede implementar a bajo costo a partir del empleo de filtros de respuesta al impulsos finita.

El desempeño y la complejidad computacional del receptor RSE-GD depende de la cantidad de estados. Para decodificar K usuarios con un receptor RSE-GD(1,s'), se requieren de K receptores. Si se emplea un receptor RSE-GD(p,s'), se necesitará en general D receptores paralelos para decodificar los K usuarios. Por lo tanto, el número



Figura 3.3: Diagrama de trellis del receptor GD(1).

total de estados necesarios para decodificar los K usuarios es

$$s_{RSE-GD} = \sum_{d=1}^{D} s_{ch}^{(d)} s^{p_d}, \qquad (3.25)$$

donde  $s_{ch}^{(d)}$  y  $p_d$  son, respectivamente, la cantidad de estados del canal (que depende de las particiones utilizadas para definir el estado del canal de acceso múltiple) y la cantidad de usuarios a decodificar por el *d-ésimo* receptor paralelo. Si bien la cantidad de operaciones es proporcional a  $s_{RSE-GD}$ , se debe tener en cuenta que para el cálculo de las métricas del trellis es necesario estimar la MUI de cada estado que depende del número de símbolos estimados de los caminos sobrevivientes. En el peor de los casos, la estimación de MUI requerirá de  $K^2 \times s$  operaciones. Afortunadamente, el cálculo de las métricas se puede efectuar en forma paralela y se puede implementar a bajo costo a partir del empleo de filtros de respuesta al impulso finita o con tablas de consulta (en inglés *lookup tables - LUT*).

## 3.4. Análisis de Desempeño y Complejidad Computacional de la Decodificación con Detección Integrada RSE-GD(1,s')

En la presente sección se analiza el desempeño de la arquitectura propuesta para el caso especial en que sólo se emplea la información de codificación de un único usuario. Es decir que se analizará el subconjunto de receptores de complejidad reducida del tipo GD(1,s') y RSE-GD(1,s') con el propósito de evaluar la ventaja que se obtiene al integrar un decodificador y un MDFE, se compara al receptor GD(1,s') con el MDFE+SVA. Adicionalmente se realizan comparaciones entre el IDFE y con el MAP+SVA. Vale la pena destacar que este último provee el mejor desempeño que es posible alcanzar sin tomar en cuenta la información del código del único usuario a decodificar en la detección.



Figura 3.4: Diagrama de trellis del receptor RSE-GD(1,8)

## 3.4.1. Canal con Correlación Constante

En esta sección se consideran primeramente dos canales de acceso múltiple, donde la interferencia entre cada par de usuarios a la salida del filtro de blanqueo es constante. Vale la pena destacar que este es uno de los más desfavorables para la estimación de la interferencia con decisiones previas, ya que un error en la estimación de un símbolo no se atenúa a medida que progresa el algoritmo, y puede producir una propagación de errores que deteriore severamente el desempeño del receptor.

En esta parte se simula un sistema de acceso múltiple asincrónico de cuatro usuarios en un canal con ruido aditivo y Gaussiano y blanco (Additive Wite Gaussian Noise -AWGN) con interferencia alta y moderada. Cada usuario emplea un codificador 4-PSK TCM de cuatro estados tal cual se puede apreciar en la Fig. 3.2. Se consideran receptores de estados reducidos con 4, 8, 16 y 32 estados. El decodificador con 4 estados corresponde al caso de truncamiento completo de los estados de MUI y opera en el trellis de la Fig. 3.3. Para los decodificador de 8 y 16 estados, el canal de MUI tiene 2 y 4 estados



Figura 3.5: Diagrama de trellis del receptor RSE-GD(1,16)

Las líneas resaltadas representan transiciones paralelas.

definidos respectivamente por

$$\Gamma_{i}^{'} = (\sigma_{i}; a(x_{i-1})),$$
(3.26)

$$\Gamma_{i}^{''} = (\sigma_{i}; a(x_{i-1}), a(x_{i-2}),)$$
(3.27)

donde tanto  $a(x_{i-1})$  como  $a(x_{i-2})$  corresponden a una partición de orden 2. Los trellises del receptor RSE-GD(1,8) y RSE-GD(1,16) se pueden apreciar en las Figuras 3.4 y 3.5, respectivamente. En estos decodificadores se calcula la MUI utilizando los tres símbolos más recientes almacenados en la historia del camino asociado a cada estado. Se analizan también dos esquemas propuestos previamente: el ecualizador retroalimentado por decisiones integradas (IDFE) y un ecualizador retroalimentado por decisiones seguido por un decodificador de Viterbi de decisión blanda (MDFE+SVA) [16]. En el presente capítulo se analiza un IDFE de 2 y 3 etapas, similar al investigado por Giallorenzi y Wilson [16]. El DFE+SVA sigue la propuesta particionada y utiliza un ecualizador multiusuario retroalimentado por decisiones para detectar la señal codificada. La MUI se estima y se sustrae de la señal recibida. La señal resultante se decodifica mediante el algoritmo de Viterbi de decisión blanda. Todos los receptores analizados en este trabajo usan el filtro apareado blanqueador definido en (3.5). También se supone que todos los usuarios tienen potencias iguales.

#### 3.4.1.1. Caso A: Canal con Usuarios con Correlación Moderada

Se considera el canal descripto por (3.11) con  $f_{k,l} = 0,23$  para  $k \neq l$  y  $f_{k,k} = 0,92$ . La Fig. 3.6 muestra las curvas de BER del receptor MDFE+SVA y el receptor IDFE de 2 y 3 etapas. Para un régimen de SNR elevada se puede apreciar que el IDFE de 2 etapas tiene un desempeño más pobre que el MDFE+SVA. Este resultado concuerda con el presentado en [16,78], donde se demuestra que el MDFE+SVA puede proporcionar mejores estimaciones a los decodificadores que el IDFE de 2 etapas a alta SNR. Cabe tener en cuenta que a una BER= $10^{-6}$ , el receptor GD(1,4) puede recuperar la ganancia de 0.3 dB que pierde el receptor DFE+SVA. Los receptores RSE-GD(1,8) y RSE-GD(1,16) ganan 0.5 dB y 0.8 dB respecto del DFE+SVA, respectivamente (nótese que el desempeño del RSE-GD(1,16) se aleja aproximadamente 0.4 dB del de un solo usuario con codificación trellis). Para un BER inferior a  $10^{-6}$ , el IDFE de 2 etapas posee un desempeño inferior al GD(1,4). En la Figura 3.6 no se muestra la curva del IDFE de 3 etapas por razones de claridad ya que dicha curva coincide con la curva correspondiente al receptor IDFE de 2 etapas por debajo de 7 dB. Por encima de los 7 dB la diferencia entre estas curvas se hace evidente. Sin embargo, vale la pena destacar que el desempeño del RSE-GD(1,8) es aún superior al del IDFE de 3 etapas. Es interesante comparar el desempeño del sistema con codificación trellis con el del receptor multiusuario óptimo sin codificación. En Figura 3.6 se observa que una BER de  $10^{-6}$ , el receptor RSE-GD(1,16) logra una mejora de 3.8 dB sobre el sistema sin codificación. Debido a que la ganancia asintótica de codificación del código de trellis es 4 dB, se puede apreciar que el receptor RSE-GD(1,16) preserva (en forma aproximada) la ganancia de codificación del TCM. Este resultado concuerda con el presentado por Marinkovic y Vucetic [2], donde se analiza un receptor de mínimo error cuadrático retroalimentado por decisiones con codificación trellis para un canal CDMA sincrónico. En dicho trabajo se observó que los códigos trellis logran una ganancia similar a la obtenida en un canal AWGN de un sólo usuario.



Figura 3.6: Desempeño de receptores multiusuario en un canal con usuarios con correlación moderada.

#### 3.4.1.2. Caso B: Canal con Usuarios muy Correlacionados

Considérese el sistema multiusuario descrito por (3.11) con  $f_{k,l} = 0,49 \forall k, l$ . En la Fig. 3.7 se muestran los resultados de desempeño de varios receptores sobre este canal. A una BER de  $10^{-6}$  el receptor GD(1,4) tiene una ganancia de prácticamente 1 dB respecto del receptor MDFE+SVA. Con los receptores RSE-GD(1,8), RSE-GD(1,16) y RSE-GD(1,32) se obtienen respectivamente ganancias de 1.3, 1.6, y 2.2 dB respecto del receptor MDFE+SVA. Se verifica que el desempeño del IDFE de 3 etapas se ve degrada severamente cuando el nivel de interferencia alta del canal multiusuario es alto (nótese que el desempeño del receptor multiusuario sin codificación es mejor que el del receptor IDFE de 3 etapas para alta SNR). Para un mismo ancho de banda, el receptor RSE-GD(1,32) gana aproximadamente 2.5 dB respecto del receptor multiusuario óptimo sin codificación y se aleja 1.5 dB de la cota de un solo usuario.

Finalmente, se analiza el comportamiento de los receptores en canales con baja y alta interferencia a una BER de  $10^{-6}$ . En el canal con interferencia alta, el desempeño del receptor IDFE de 3 etapas y del receptor DFE+SVA desmejora en 2.7 dB y 2.3 dB,



Figura 3.7: Desempeño de receptores multiusuario en un canal con usuarios muy correlacionados.

respectivamente. El desempeño del RSE-GD(1,16) en canales con alta interferencia es solamente 1.4 dB inferior al del canal con baja interferencia. Se puede concluir, que el comportamiento integral del esquema propuesto es superior al de los receptores IDFE con 2 y 3 etapas y al del receptor DFE+SVA.

Como conclusión de esta parte podemos decir que:

- Integrar el DFE con el decodificador permite mejorar el desempeño sin incrementar demasiado la complejidad.
- El desempeño de los receptores IDFE es inferior al de los receptores RSE-GD.
   Esto se debe principalmente a los errores que se producen en la primera etapa al estimar la interferencia mediante una decodificación individual de los usuarios que ignora la interferencia del canal.

#### 3.4.2. Canal CDMA de Banda Angosta

A continuación se analiza el desempeño de la familia de receptores RSE-GD(1,s') para un canal CDMA de gran eficiencia espectral, y se compara su rendimiento con el receptor MAP+SVA (que es precisamente el receptor particionado óptimo). Cuando sólo se persigue decodificar un único usuario, el receptor MAP+SVA provee el mejor desempeño que es posible alcanzar con una arquitectura particionada. Para la comparación de complejidades, se considera el algoritmo I de detección MAP [61] el cual no introduce un retardo de decodificación mayor que el de un decodificador RSE-GD y un desentrelazador de (30,30). La comparación de complejidades es pesimista para el esquema nuevo debido a que se ignora la memoria y las operaciones requeridas por los decodificadores individuales en el esquema MAP+SVA. También se realiza un análisis de desempeño en presencia del efecto cercano-lejano. Se considera un sistema DS-CDMA asincróni-co para 4 usuarios. Cada usuario emplea el mismo codificador de cuatro estados de la Fig. 3.2. Se considera una secuencia Gold de longitud corta con 7 chips por símbolo codificado. Los retardos relativos de los usuarios permanecen constantes durante toda la comunicación. El espectro del canal multiusuario está dado por

$$S(z) = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 7 & -4-z & 1+2z & -z \\ -4-z^{-1} & 7 & -4-z & 3 \\ 1+2z^{-1} & -4-z^{-1} & 7 & -2+z \\ -z^{-1} & 3 & -2+z^{-1} & 7 \end{bmatrix}$$
(3.28)

La complejidad del receptor MAP en su versión no recursiva se detalla en la Sección 2.4.1, en donde se muestra que es equivalente a tener que actualizar 256 estados.

Los receptores RSE-GD(1,s') empleados son los mismos receptores de la Sección 3.4.1 y sus desempeño se muestran en la Figura 3.8. A una BER de  $10^{-5}$ , el desempeño del GD(1,4) es 0.4 dB superior al del receptor MDFE+SVA. Con el receptor RSE-GD(1,8) y el receptor RSE-GD(1,16) se obtienen ganancias adicionales de 0.5 y 0.8 dB respectivamente. Obsérvese que la ganancia de 0.9 dB respecto del receptor MDFE+SVA se obtiene con sólo duplicar la cantidad de estados del receptor. Para una BER de  $10^{-5}$ , el receptor RSE-GD(1,16) se comporta igual que el receptor MAP+SVA y requiere de 64 estados para decodificar los 4 usuarios. Por otro lado, se observa que el receptor RSE-GD(1,16) se encuentra 1 dB alejado del decodificador óptimo el cual requiere de  $4^4 \times 2^3 = 2048$  estados.

Es importante observar que el desempeño de cada usuario con un mismo receptor RSE-GD(1,s') es significativamente diferente. Esto se debe a que cada usuario vé un canal con distintos niveles de interferencia debido a la matriz de correlación (3.28). Las



Figura 3.8: Desempeño de la arquitectura RSE-GD(1,s') en un canal CDMA

Figuras 3.9-a y 3.9-b muestran las curvas de BER en función de la SNR para el usuario 1 y 2. Para el usuario 1, el empleo del receptor GD(1,4) no obtiene ventaja de desempeño respecto del receptor MDFE+SVA. Sin embargo, el desempeño de este usuario alcanza el de un canal codificado sin interferencia cuando se usa un receptor RSE-GD(1,8). Para el usuario 2, se obtiene una ganancia de 1 dB respecto del MDFE+SVA cuando se emplea un receptor GD(1,4), mientras que con un receptor RSE-GD(1,16), el desempeño del usuario 2 se encuentra 1.2 dB alejado del límite inferior que establece el canal codificado sin interferencia. De esta observación se concluye que la complejidad del esquema que se propone se puede reducir aún más si cada usuario adapta la cantidad de estados de su receptor a la matriz de correlación del canal.

A continuación se analiza el desempeño en un canal con efecto cercano-lejano. En este análisis es de esperar que el desempeño de todos los receptores considerados mejoren debido al efecto cercano-lejano, ya que un aumento en la potencia de la señal interferente permite mejorar la estimación de la interferencia multiusuario y por añadidura la estimación de la señal a decodificar. Este fenómeno es similar al observado en el detector de cancelación de interferencias sucesivas. La desproporción de los niveles


**Figura 3.9:** Desempeño de la arquitectura RSE-GD(1,s') para dos usuarios diferentes. La curva de desempeño inferior corresponde al canal sin interferencia

de potencia aumenta la probabilidad de una correcta detección para los usuarios con potencias elevadas. De esta manera, las señales detectadas pueden utilizarse exitosamente para suprimir la interferencia, y aumentar la probabilidad de una correcta decodificación para los usuarios con potencias más bajas. En la Fig. 3.10 se muestra la BER de un usuario en función de la SNR del resto de los usuarios para este análisis. La SNR de uno de los usuarios se mantiene constante en 4 dB. Para obtener un valor representativo del efecto cercano-lejano en los cuatro usuarios, se considera el promedio geométrico de la BER de los cuatro participantes. Suponiendo cancelación perfecta de la interferencia multiusuario, la SNR a la entrada de los decodificadores se define como  $SNR_{ef}$ . Para los receptores IDFE y MDFE+SVA, la  $SNR_{ef}$  es

$$SNR_{\rm ef} = \frac{f_{k,k}^2}{2N_o},\tag{3.29}$$

mientras que para el receptor MAP+SVA la SNRef viene dada por

$$SNR_{\rm ef} = \frac{f_{k,k}^2 + f_{k+1,k+1}^2 + f_{k+2,k+2}^2 + f_{k+3,k+3}^2}{2N_o}.$$
(3.30)

En la Fig. 3.10 se observa que el desempeño asintótico del receptor MAP+SVA es superior al correspondiente al receptor IDFE y MDFE+SVA (en consecuencia con sus valores de  $SNR_{ef}$ ). No obstante, tanto los receptores IDFE, MDFE y MAP+SVA experimentan sólo una leve mejoría en sus desempeños al aumentar la SNR del resto de los usuarios. Por el contrario, para los receptores GD(1,4) y RSE-GD(1,8) se observa que el desempeño mejora significativamente. Nótese que el desempeño del receptor RSE-GD(1,8) llega a ser mejor que el del receptor MAP+SVA. Resulta interesante notar que la brecha de desempeño entre el receptor RSE-GD(1,8) y el receptor MAP+SVA aumenta a medida que aumentan las SNRs de los usuarios interferentes (lo cual dá como resultado un MUI que afecta particularmente a los usuarios con potencias más bajas). Una explicación para este comportamiento es que el código es más efectivo para combatir los errores debido al ruido del canal, el cual representa la principal causa de distorsión de la señal recibida cuando la probabilidad de estimar correctamente la MUI es alta. Para cuantificar la mejora que se puede obtener con los receptores propuesto se requiere un análisis de los eventos de errores más probables. Este análisis se realiza en el siguiente capítulo.

En [6] se analiza el desempeño de un receptor iterativo en un sistema sincrónico con eficiencia espectral similar al del sistema analizado en esta sección (7 usuarios con codificación convolucional 1/2 y secuencia de expansión 7). El receptor allí propuesto emplea un detector de mínimo error cuadrático medio que permite obtener un desempeño superior al del receptor que cancela interferencia de manera sucesiva. Sin embargo, el desempeño de esta arquitectura iterativa se encuentra 1 dB por arriba del límite inferior del canal con un único usuario, que es aproximadamente lo que se pierde con el receptor analizado en esta sección. El desempeño en un canal con efecto cercano-lejano es similar para ambos receptores.

# 3.5. Mejorando la Relación Desempeño/Complejidad con Decodificación Grupal

Para mejorar el desempeño del receptor RSE-GD se puede:

- Incrementar la cantidad de estados correspondiente al canal de acceso, múltiple o
- Usar información de codificación de otros usuarios.

En la Fig. 3.8 se puede apreciar que el receptor RSE-GD(1,16) tiene prácticamente el mismo desempeño que el receptor MAP+SVA. El receptor RSE-GD(1,32) no consigue mejorar apreciablemente el desempeño del receptor RSE-GD(1,16). La Fig. 3.11 muestra que el desempeño del receptor RSE-GD(2,32) es mejor que el del receptor RSE-GD(1,16). Esto muestra que en algunos casos el empleo de mayor cantidad de información de codificación en el receptor puede resultar más provechoso que aumentar la cantidad de estados del canal de acceso múltiple.

Capítulo 3



Figura 3.10: Desempeño en una situación lejana-cercana.

La comparación de complejidades, obtenida en base a (2.28) y (2.29), se muestra en la Tabla 3.1 para un retardo de detección del algoritmo MAP igual a cinco veces la memoria del canal (i.e.,  $D_{MAP} = 15$ ), y un retardo de decodificación del receptor RSE-GD igual a cinco veces la memoria del código del trellis (i.e.,  $D_V = 10$ ). En este caso se emplean tres receptores RSE-GD(2,32) para decodificar a los cuatro usuarios. Esto corresponde al peor de los casos. Es decir, el empleo de receptores RSE-GD(2,32) requiere un incremento de complejidad (respecto del RSE-GD(1,16)) menor que el empleo de receptores RSE-GD(1,32), y permite además conseguir una nivel de ganancia de desempeño imposible de obtenerse si se utilizan receptores RSE-GD(1,32).

# 3.6. Receptor Integrado de Múltiples Caminos Sobrevivientes por Estado

En el receptor GD no se tiene en cuenta en el diseño del trellis del decodificador la interferencia co-canal, pero sí en el cálculo de las métricas de las ramas. Es decir, se emplea un procesamiento basado en los símbolos sobrevivientes de los caminos asocia-



**Figura 3.11:** Mejora del desempeño al incluir información de codificación de otro usuario.

|              | unidades de memoria    | operaciones por símbolo          |
|--------------|------------------------|----------------------------------|
| MAP          | $4^4 \times 12 = 3072$ | $3072 \times A_{\Gamma}$         |
| RSE-GD(1,16) | 64 × 13                | $64 \times 4 \times A_{\Gamma}$  |
| RSE-GD(1,32) | $128 \times 13$        | $128 \times 4 \times A_{\Gamma}$ |
| RSE-GD(2,32) | 96 × 13                | $96 \times 4 \times A_{\Gamma}$  |

Cuadro 3.1: Complejidades computacionales

dos a cada estados (en inglés: *per-survivor processing*). Por lo tanto, el desempeño de este receptor se ve afectado por la propagación de errores. Para reducir este fenómeno característico de canales con fuerte interferencia intersímbolo (especialmente en aquellos canales de fase mínima débil), una alternativa que ha demostrado ser eficiente es el algoritmo de Viterbi Generalizado (GV) (del inglés: *Generalized Viterbi*) [66]. Este algoritmo conserva más de un camino sobreviviente por estado. Motivados por la similitud entre la interferencia intersímbolo y la interferencia co-canal, se propone combinar el algoritmo GV con el GD. Este esquema se denota con GVl-GD(u,s'), en donde el nuevo parámetro *l* indica los cantidad de camino sobrevivientes por estado. La descripción recursiva del algoritmo es la siguiente:

- Condición inicial: al final de cada iteración, el algoritmo retiene sólo *l* caminos por estados.
- Extensión de la lista de caminos: se extiende la lista de los *l* caminos sobrevivientes en la iteración anterior con los caminos provenientes de las otras ramas del trellis.
- Selección de caminos: la lista extendida de caminos se ordena de manera creciente con el valor de las métricas. Para cada estado, los *l* caminos con mejor métrica se eligen como caminos sobrevivientes para la próxima iteración.

El algoritmo descripto corresponde a la versión de GV paralela que mantiene una lista por cada estado, y su complejidad se incrementa linealmente con el tamaño de la lista. En [79] se propone una versión de GV que requiere una lista única, y que presenta una complejidad computacional menor que la versión paralela.

El esquema propuesto en [24] muestra un desempeño superior al del esquema con estados reducidos en los canales con fase no mínima (i.e., con filtro apareado) o fase mínima débil (caso de un canal con usuarios interferentes con igual potencia a la salida del filtro apareado), a expensas de un incremento inicial del tamaño de la lista y de los estados del canal. Sin embargo, el aumento de tamaño de la lista tiende a cancelar asintóticamente solamente la propagación de errores, mientras que el incremento de estados del canal permite obtener mayores ganancias.

### 3.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una nueva familia de receptores multiusuario de complejidad reducida para canales asincrónicos con codificación TCM. Se ha considerado primeramente el esquema que decodifica un sólo usuario y ecualiza la interferencia multiusuario del canal. El desempeño de este esquema ha sido estudiado en canales con correlación moderada y alta, donde quedó claramente evidenciado que es posible conseguir desempeños próximos al receptor óptimo a una complejidad computacional significativamente menor. Cuando la correlación es moderada se logra un desempeño próximo al receptor óptimo con cuatro veces el número de estados del codificador trellis. En canales con usuarios muy correlacionados, el esquema RSE-GD(1,16) se aleja aproximadamente 1 dB de la cota de un solo usuario con codificación trellis para una BER<  $10^{-6}$ . Se comparó también la estructura propuesta con otra arquitectura subóptima, mostrándose que el nuevo esquema receptor tiene un desempeño superior. En situación cercana-lejana los receptores GD y RSE-GD logran un desempeño significativamente superior al de los esquemas previamente propuestos. Una importante ganancia en el desempeño se registra cuando el número de estados aumenta de 4 a 8. Por otro lado, en lugar de aumentar la cantidad de estados del canal para mejorar el desempeño del receptor RSE-GD se puede emplear la información de codificación de otros usuarios. Se ha mostrado que el empleo de mayor cantidad de información de codificación puede ser en algunos canales más efectiva que el incremento de estados del canal. En el próximo capítulo se formula una nueva teoría de la probabilidad de error de los receptores GD y RSE-GD que no sólo es capaz de predecir el desempeño de estos esquemas, sino que también permite derivar criterios de diseño para lograr una mejor relación costo beneficio.

# Capitulo 4 Teoría de la Probabilidad de Error del Receptor Integrado

En el capítulo anterior se propuso una familia de receptores de complejidad reducida que resuelve de manera conjunta la ecualización de interferencia y la decodificación de un grupo de usuarios, y se muestra que estos esquemas son una alternativa atractiva para mejorar el desempeño de los sistemas de acceso múltiple en canales de banda angosta. En este capítulo se deriva una nueva teoría sobre el desempeño de estos receptores que tiene en cuenta el efecto de propagación de errores, el cual es crítico cuando el canal es asíncrono. El nuevo análisis que se presenta permite obtener nuevos criterios de diseño de receptores con buenos rendimientos en términos de costo/desempeño.

# 4.1. Introducción

En el decodificador por grupo propuesto en [18] y [19], los estados del receptor toman en cuenta la interferencia de los usuarios que se suponen (erróneamente) no codificados. Es decir, las métricas de las ramas son función de la señal recibida, del estado inicial y del símbolo vinculado a la transición de estados. La expresión matemática del desempeño de este receptor se obtiene en [18] para el canal de acceso múltiple (*Multiple Access Channel - MAC*) sincrónico con codificación convolucional. En el receptor por grupo propuesto en el capítulo anterior, las métricas de las ramas son función de la historia de los caminos vinculados a los estados (*per-survivor processing*) y, por lo tanto, el desempeño del receptor está afectado por la propagación de errores. A diferencia de lo que sucede en un receptor basado en DFE para canales con interferencia intersímbolo, la propagación de errores en el receptor integrado limita el desempeño asintótico del mismo (i.e., el desempeño cuando la *SNR*  $\rightarrow \infty$ ).

El desempeño del receptor integrado mejora a medida que se decodifica un grupo de usuarios más grande y/o se utilizan más estados correspondientes a los usuarios no codificados. El análisis teórico que se presenta permite derivar criterios de diseño y conocer los costos y beneficios de incrementar estados vinculados a usuarios codificados o no codificados.

### 4.2. Probabilidad de Error del Receptor GD

En el presente análisis por simplicidad se considera que el receptor utiliza la información de codificación de un solo usuario. Posteriormente, se muestra como el mismo puede extenderse fácilmente a un receptor que utilice la información de codificación de más de un usuario.

Sin pérdida de generalidad, se analizará la probabilidad de error del usuario 1. Sea  $\hat{c}_i$ y  $\hat{\Gamma}_i$  las estimaciones de la señal  $c_i$  y del estado  $\Gamma_i$ , respectivamente. Cuando un evento error E ocurre entre  $i_o$  y  $i_f$ , entonces se verifica que  $\hat{c}_{i_o} \neq c_{i_o}$  con los estados  $\Gamma_{i_o} = \hat{\Gamma}_{i_o}$ y  $\Gamma_{i_f} = \hat{\Gamma}_{i_f}$ . Obsérvese que un evento error puede ser un evento error de símbolo (que corresponde al caso de transiciones paralelas en el diagrama de trellis) o un evento error con por lo menos un estado diferente de la secuencia correcta (i. e.,  $\Gamma_i \neq \hat{\Gamma}_i$  para  $i_o < i < i_f$ ). A diferencia del algoritmo de Viterbi tradicional, la probabilidad que suceda un evento error entre  $i_o$  y  $i_f$  depende del camino de la secuencia estimada

$$\hat{c}_o^{i_o-1} = (\hat{c}_o, \hat{c}_1, \cdots, \hat{c}_{i_o-1}) \tag{4.1}$$

asociada al estado inicial  $\Gamma_{i_o}$ . Supongamos que al camino de la secuencia estimada  $\hat{c}_o^{i_f}$  le corresponden *L* eventos de error entre el instante 0 y  $i_f$ , i. e.,

$$\hat{c}_{o}^{i_{f}} \to \mathbf{E}^{(L)} = E^{(1)}, \cdots, E^{(L)}$$
(4.2)

con al menos un evento de error  $E^{(L)}$  asociado con un *error de decodificación* del usuario 1. Empleando la regla de la cadena, se puede expresar la probabilidad de la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$  de la siguiente manera:

$$P(\mathbf{E}^{(L)}) = P(E^{(0)}) \prod_{l=1}^{L} P(E^{(l)} | \mathbf{E}^{(l-1)}),$$
(4.3)

donde  $E^{(0)}$  es el evento error nulo y  $P(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)})$  es la probabilidad del evento de error  $E^{(l)}$  condicionada a que la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(l-1)}$  haya sucedido.

Puesto que es difícil encontrar un expresión exacta para  $P(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)})$ , se derivará una cota superior que resulta de considerar el evento error de par (en inglés: *pair-wise error event*) asociado con  $E^{(l)}$ , el cual se denota como  $E_{PW}^{(l)}$ . Sea  $\mathbf{n}^{(l)}$  el vector que representa las componentes de ruido asociadas con el evento error de par  $E_{PW}^{(l)}$ . Puesto que  $P(E^{(0)}) \leq 1$  y los eventos de error de par  $E_{PW}^{(1)} \cdots E_{PW}^{(l-1)}$  son sólo funciones de las componentes de ruido  $\mathbf{n}^{(1)}, \cdots, \mathbf{n}^{(l-1)}$  (las cuales a su vez son estadísticamente independientes de  $\mathbf{n}^{(l)}$ ), la interferencia residual debida a las decisiones previas al evento error  $E_{PW}^{(l)}$  es

#### Capítulo 4

estadísticamente independiente de  $\mathbf{n}^{(l)}$ . Por lo tanto,

$$P(\mathbf{E}^{(L)}) \le P(\mathbf{E}_{PW}^{(L)}) = \prod_{l=1}^{L} Q\left(\frac{d(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)})}{2\sqrt{N_o}}\right),\tag{4.4}$$

donde la distancia del evento de error  $E^{(l)}$  afectado por la propagación de errores ( $\mathbf{E}^{(l-1)}$ ) está dada por (ver Apéndice B-12)

$$d(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)}) = d(E^{(l)}) + 2\rho(E^{(l)}, \mathbf{E}^{(l-1)}),$$
(4.5)

donde  $d(E^{(l)})$  es la distancia convencional del evento de error  $E^{(l)}$  [74] y  $\rho(E^{(l)}, \mathbf{E}^{(l-1)})$ es el término que tiene en cuenta el efecto de la propagación de errores. Este último término puede ser negativo, indicando que la distancia convencional se reduce por la propagación de errores. Bajo el supuesto que por lo menos K - 1 símbolos anteriores al evento de error  $E^{(l)}$  son correctos, la distancia  $d(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)})$  se reduce a la distancia convencional  $d(E^{(l)})$ . Utilizando las desigualdades Q(x) < 1 para x < 0, y

$$Q(x) \le \frac{1}{2}e^{-x^2/2}, \quad x \ge 0,$$
(4.6)

en (4.4), se define la siguiente distancia equivalente para la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$ 

$$\left(d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)})\right)^2 = \sum_{l=1}^{L} \max^2 \{0, d(E^{(l)}|\mathbf{E}^{(l-1)})\}.$$
(4.7)

Una aproximación razonable para el caso de canales con poca interferencia es considerar sólo los eventos de error con distancia mínima. La mínima distancia equivalente total  $d_{min}$  está dada por

$$d_{min} = \min_{\substack{\mathbf{E}^{(L)}:\\\mathbf{F}^{(L)}\in\mathscr{A}}} d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)}).$$
(4.8)

donde  $\mathscr{A}$  es el conjunto de eventos secuencias de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$  con las siguientes características:

- 1. Cada evento de error es seguido por a lo sumo de K-2 transiciones libres de error
- 2. El primer evento de error  $(E^{(1)})$  es un evento de error de símbolo precedido por al menos K 1 transiciones libres de errores.
- 3. El último evento de error  $(E^{(L)})$  está asociado con un error de decodificación correspondiente al usuario 1.

Nótese que  $d(E^{(1)}) < d(E^{(L)})$  para  $\mathbf{E}^{(L)} \in \mathscr{A}$  ya que la información de codificación con-

diciona al evento de error  $E^{(L)}$ , pero no condiciona al evento de error de símbolo  $E^{(1)}$ . Esto justifica la situación en que la mínima distancia equivalente  $d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)})$  es menor a la distancia  $d(E^{(L)})$ . Por esto, el desempeño *asintótico* puede ser deteriorado irreversiblemente por la propagación de errores. Este efecto no está presente en los receptores del tipo trellis más conocidos, como por ejemplo los de estados reducidos para canales con interferencia intersímbolo estudiados por Eyuboglu y Qureshi [63], debido a que los mismo son *trellis invariantes en el tiempo*.

La probabilidad de error del usuario 1 tomando en cuenta el efecto de la propagación de errores queda dada por

$$P_b = \sum_{\mathbf{E}^{(L)}} w(E^{(L)}) P'(\mathbf{E}^{(L)}) P(\mathbf{E}^{(L)}), \qquad (4.9)$$

donde  $w(E^{(L)})$  es el número de errores de bit del usuario 1 asociado con  $E^{(L)}$ ,  $P'(\mathbf{E}^{(L)})$ es la probabilidad de que el camino correcto pueda dar lugar a la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$ , y  $P(\mathbf{E}^{(L)})$  es la probabilidad de que el decodificador de Viterbi escoja el camino asociado a la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$  en lugar del camino correcto. Vale la pena aclarar que en (4.9) la suma se realiza sobre todas las secuencias de eventos de errores  $\mathbf{E}^{(L)}$  posibles. Sea el subconjunto definido como

$$\mathscr{B}(d_{eq}, \mathbf{d}_{1}^{L}) = \{ \mathbf{E}^{(L)} \in \mathscr{A} : d(E^{(l)} | \mathbf{E}^{(l-1)}) = d_{l} \text{ para } 1 < l \leq L, d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)}) = d_{eq} \},$$
(4.10)

el cual consta de secuencias de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)} \in \mathscr{A}$  con distancias  $\mathbf{d}_1^L = (d_1, \dots, d_L)$ tales que  $\sum_{l=1}^L (\max\{0, d_l\})^2 = d_{eq}$ . Sea  $A(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L)$  el promedio de errores de bits del subconjunto  $\mathscr{B}(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L)$  dado por

$$A(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L) = \sum_{\mathbf{E}^{(L)} \in \mathscr{B}(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L)} P'(\mathbf{E}^{(L)}) w(E^{(L)})$$
(4.11)

Luego una cota superior del desempeño asintótico P. está dada por

$$P_{\infty} \leq \sum_{L=1}^{K} \sum_{\substack{\mathbf{d}_{1}^{L}:\\ \sum_{l=1}^{L} (\max\{0, d_{l}\})^{2} = d_{\min}^{2}}} A(d_{\min}, \mathbf{d}_{1}^{L}) \prod_{l=1}^{L} Q\left(\frac{d_{l}}{2\sqrt{N_{o}}}\right).$$
(4.12)

Para el caso de interferencia moderada y fuerte, el límite asintótico (4.12) puede no ser una buena aproximación del desempeño ya que ignora eventos de errores con distancias próxima a la mínima. Para mejorar la exactitud de la estimación analítica, se construye un nuevo límite que tome en cuenta la contribución de otros eventos errores:

$$P_{b} \leq \sum_{d_{eq} \in \mathscr{D}} \sum_{L=1}^{K} \sum_{\substack{\mathbf{d}_{1}^{L}:\\ \sum_{l=1}^{L} (\max\{0, d_{l}\})^{2} = d_{eq}^{2}}} A(d_{eq}, \mathbf{d}_{1}^{L}) \prod_{l=1}^{L} Q\left(\frac{d_{l}}{2\sqrt{N_{o}}}\right),$$
(4.13)

donde  $\mathscr{D}$  es el espectro de distancias  $d_{eq}$ .

El espectro de distancias se puede determinar mediante un método semi-analítico basado en el algoritmo de List Viterbi [79]. Con este algoritmo se pueden calcular de manera automática las distancias  $d_{eq}$  y  $\mathbf{d}_1^L$ , y aproximar  $A(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L)$  a través de la frecuencia de ocurrencia de las secuencias  $\mathbf{E}^{(L)} \in \mathscr{B}(d_{eq}, \mathbf{d}_1^L)$  ponderadas por el número de errores de bit. Este algoritmo permite también aproximar el promedio de errores de bit para eventos de error de distancia  $d_{eq}$  respecto de la secuencia correcta, i.e.,

$$A(d_{eq}) = \sum_{\mathbf{E}^{(l)}: d_{eq}(\mathbf{E}^{(l)}) = d_{eq}} P'(\mathbf{E}^{(l)}) w(E^{(l)}).$$
(4.14)

#### 4.2.1. El Canal de Dos Usuarios

El análisis del canal de 2 usuarios permite ganar intuición en el desempeño del receptor GD. Para este caso, la distancia equivalente (4.7) para una secuencia  $\mathbf{E}^{(2)} = (E^{(1)}, E^{(2)})$  viene dada por

$$d_{eq} = \left(d(E^{(1)})\right)^2 + (\max\{0, d(E^{(2)}|E^{(1)})\})^2$$
(4.15)

Vale la pena destacar que  $d(E^{(2)}|E^{(1)})$  y  $d(E^{(1)})$  son las distancias del eventos de error del usuario 1 (asociado con un error de decodificación) y del evento de error de símbolo del usuario 2, respectivamente. Por lo tanto,  $d(E^{(1)}) < d(E^{(2)})$ . Para valores altos de SNR, el desempeño del receptor estará dominado por el término que depende de la mínima distancia total  $d_{min} = mín_{\mathbf{E}^{(2)}} \{d_{eq}(\mathbf{E}^{(2)})\}$ . Para verificar la proximidad del límite (4.13) al desempeño del receptor GD, se presentan a continuación ejemplos numéricos para este canal. El receptor que se analiza es el receptor GD(1,4) con diagrama de trellis dado por las dos primeras etapas de la Fig. 3.3.

Ejemplo 1: Matriz de correlación del canal dada por

$$\mathbf{G}[0] = \begin{bmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} \mathbf{G}[1] = \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{4.16}$$



Figura 4.1: Espectro de distancias del código trellis

con a = 0.3. Los usuarios codifican la información utilizando el código trellis mostrado en la Fig. 3.2. En la Fig. 4.1 se muestra el espectro de distancias convencionales del código trellis, mientras que en la Fig. 4.2 se puede apreciar el espectro de distancias del receptor GD(1,4) con y sin propagación de errores. En primer lugar se observa que, debido a la propagación de errores, la mínima distancia  $d_{min}^2 = \min_{\mathbf{E}^{(2)}} \left( d_{eq}(\mathbf{E}^{(2)}) \right)^2 =$ 4,3, la cual es 0,68 veces el cuadrado de la distancia mínima sin propagación de errores (de la Fig. 4.2-b se puede ver que mín<sub>E<sub>0</sub></sub>  $(d(E^{(2)}))^2 = 6,3$ . Por lo tanto, el desempeño del receptor GD(1,4) se ve afectada severamente por la propagación de errores para valores altos de SNR. Se observa que el espectro de distancias de receptor GD(1,4) para el canal que estamos analizando es muy denso. Si se considera las distancias de la Fig. 4.2-a tales que  $d_{eq}^2 \le 2d_{min}^2$ , se verifica que las cota del receptor GD (4.13) para una BER = $10^{-8}$  se encuentra todavía 0.5 dB alejada de la cota que sólo considera los eventos de errores de distancias mínimas. La Fig. 4.3 muestra los resultados de simulaciones junto con las cotas (4.13) y (4.12). Esta figura muestra que el límite (4.13) es una excelente aproximación de la probabilidad de error del receptor GD(1,4). Por lo contrario, el límite que solamente toma en cuenta los eventos de errores de distancias mínimas no es una buena aproximación, aún para valores altos de SNR.

Para el canal de dos usuarios con a = 0,5, la propagación de errores es más severa y trae aparejado una reducción de la distancia mínima hasta un valor igual a la mitad del cuadrado de la distancia sin propagación de errores ( $d_{min}^2 = 2$  y  $d^2(E^{(2)}) = 4$ ). De

![](_page_84_Figure_1.jpeg)

(b) Sin propagación de errores

**Figura 4.2:** Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.3. El promedio de error de bits de los eventos (4.14) de igual distancia se indica en ordenada con la letra A.

la Fig. 4.4 se puede observar que el espectro de distancias es menos denso que el correspondiente al canal anterior y, por lo tanto, el límite asintótico (4.12) es una buena aproximación del desempeño del receptor GD(1,4) para BER menores a  $10^{-4}$ . Este resultado se confirma en la Fig. 4.5, donde se muestran resultados de simulaciones junto con las cotas (4.13) y (4.12).

![](_page_85_Figure_1.jpeg)

**Figura 4.3:** Comparaciones entre resultados teórico y simulados del receptor GD(1,4). Canal con dos usuarios y correlación 0.3.

# 4.3. Probabilidad de Error del Receptor RSE-GD

El empleo de una mayor cantidad de estados en la estimación de la interferencia multiusuario cambia las regiones de decisión (i.e., regiones de Voronoi) asociadas a las diferentes secuencias. La probabilidad de que una señal pertenezca a una región de decisión particular se suele acotar superiormente mediante la probabilidad de error de un par de secuencias. Vale la pena destacar que esta cota superior puede ser demasiado holgada para algunos eventos de error de distancias no mínimas. Si bien esto puede resultar opuesto a la intuición, hay que tomar en cuenta que las secuencias de eventos de error de distancias por eventos de error de distancias mayores que la mínima. En esta sección se deriva una nueva cota superior para la probabilidad de ocurrencia de un evento de error, la cual resulta más ajustada que la cota que se obtiene al considerar un solo par de secuencias por vez. Utilizando la nueva cota de la probabilidad de ocurrencia de una evento de error, se logra mejora la cota superior de la probabilidad de ocurrencia de una secuencia de eventos de error (que

![](_page_86_Figure_1.jpeg)

(b) Sin propagación de errores

**Figura 4.4:** Espectro de distancias para el canal de dos usuarios con correlación 0.5. El promedio de error de bits de los eventos (4.14) de igual distancia se indica en ordenada con la letra A.

toma en cuenta la propagación de error), y se obtiene una nueva distancia equivalente.

# 4.3.1. Cota Superior Mejorada de la Probabilidad de Ocurrencia de un Evento Error

En lo que resta del presente capítulo se denotará con **a** a la secuencia  $\{a_j\}$  y con  $\mathbf{a}_i^J$ a la secuencia  $a_i, \ldots, a_j$ . Sea *E* un evento de error asociado a una secuencia de señales

![](_page_87_Figure_1.jpeg)

**Figura 4.5:** Comparaciones entre resultados teórico y simulados del receptor GD(1,4). Canal con dos usuarios y correlación 0.5

correctas **y** y a una secuencia de señales incorrectas **ỹ**. La cota superior que se obtiene al considerar sólo eventos de error de par de secuencias ignora la posibilidad de que ocurran eventos diferentes de *E*, y calcula la probabilidad de que la señal recibida  $\mathbf{r} = \mathbf{y} + \mathbf{n}$  se encuentre en la región sombreada mostrada de la Fig. 4.6-a, i.e.,

$$P(E_{PW}) = Q\left(d(E) / \left(2\sqrt{N_o}\right)\right). \tag{4.17}$$

Supóngase que existe un evento de error E' con distancia d(E') menor que E. Sea  $\tilde{\mathbf{y}}'$  la secuencia de señales asociada con el evento de error E' y supóngase que  $\tilde{\mathbf{y}}'$  está localizado cerca de  $\tilde{\mathbf{y}}$ . Esta situación se muestra en la Fig. 4.6-b, donde el nivel de ruido necesario para que la señal  $\mathbf{r}$  caiga en la región sombreada (indicada por d'(E,E')/2) es mayor que d(E)/2. De este modo, se puede verificar de manera simple que

$$P(E) \le P\left(E_{PW}, E'\right) = Q\left(\frac{d'(E, E')}{2\sqrt{N_o}}\right) \le P\left(E_{PW}\right).$$

$$(4.18)$$

![](_page_88_Figure_1.jpeg)

**Figura 4.6:** (a) Regiones de decisión cuando hay solamente dos señales. (b) Regiones de decisión cuando hay tres señales.

Si la secuencia  $\tilde{\mathbf{y}}$  está asociada a una secuencia de eventos de *distancia mínima*, esta secuencia debe incluir al menos un error de decodificación. Es posible encontrar una cota más ajustada que la (4.18) si se consideran otras secuencias  $\tilde{\mathbf{y}}'$  que no estén restringidas a tener al menos un error de decodificación. Nótese que la cota superior (4.18) tiende a  $Q(d(E)/(2\sqrt{N_o}))$  si la secuencia  $\tilde{\mathbf{y}}'$  asociada a E' está cerca de  $\mathbf{y}$ , o bien si se cumple que d(E') > d(E).

#### 4.3.2. Cota Superior Mejorada para una Secuencia de Eventos de Error

A continuación se utilizará la cota superior (4.18) para ajustar la probabilidad de ocurrencia de una secuencia de eventos de error afectada por la propagación de errores. A partir del empleo de (4.7) se puede acotar superiormente la probabilidad de ocurrencia de la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}^{(L)}$ , i.e.,

$$P(\mathbf{E}^{(L)}) \le P(\mathbf{E}_{PW}^{(L-1)}, E_{PW}^{(L)}) = Q\left(\frac{d_{eq}(\mathbf{E}^{(L-1)})}{2\sqrt{N_o}}\right) \cdot Q\left(\frac{d(E^{(L)}|\mathbf{E}^{(L-1)})}{2\sqrt{N_o}}\right), \quad (4.19)$$

donde  $\mathbf{E}_{PW}^{(L-1)} = E_{PW}^{(1)}, \dots, E_{PW}^{(L-1)}$ . Nótese que si la secuencia  $\mathbf{E}^{(L)}$  tiene distancia mínima, i.e.,  $d_{min} = d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)})$ , no existe otro evento de error E' con distancia  $d(E'|\mathbf{E}^{(L-1)})$  menor que  $d(E^{(L)}|\mathbf{E}^{(L-1)})$ . Sin embargo pueden existir secuencias de error  $\mathbf{E}'$  con distancia  $d_{eq}(\mathbf{E}')$  menor que  $d_{eq}(\mathbf{E}^{(L-1)})$  (por supuesto,  $d_{eq}(\mathbf{E}', E^{(L)})$  es mayor que  $d_{eq}(\mathbf{E}^{(L)})$ ). De este modo, la cota superior de  $P(\mathbf{E}^{(L)})$  se puede ajustar teniendo en cuenta distintas secuencias posibles de error  $\mathbf{E}'$ . Sean  $\tilde{\mathbf{c}}$  y  $\tilde{\mathbf{c}}'$  secuencias incorrectas asociadas con  $\mathbf{E}^{(L-1)}$  y  $\mathbf{E}'$ , respectivamente. Supóngase que  $\tilde{\mathbf{c}}'$  diverge de la secuencia  $\tilde{\mathbf{c}}$  en el instante  $i_a$  y converge nuevamente en el instante  $i_b < i_f$  (si  $i_b = i_a$ , la secuencia con un único símbolo  $\tilde{\mathbf{c}}_{i_a}^{,i_a}$  corresponde a una transición paralela). El evento de error  $\mathbf{E}'$  ocurre cuando la métrica de la secuencia  $\tilde{\mathbf{c}}_{i_a}^{i_b}$ es menor que la de la secuencia  $\tilde{\mathbf{c}}_{i_a}^{,i_b}$ . Por esto, una cota superior más ajustada para de  $P(\mathbf{E}^{(L)})$  viene dada por la probabilidad conjunta de la secuencia de eventos de errores de par  $\mathbf{E}_{PW}^{(L)}$  y del nuevo evento  $\mathbf{E}'$ , i.e.,

$$P(\mathbf{E}^{(L)}) \le P(\mathbf{E}_{PW}^{(L)}, \mathbf{E}').$$
(4.20)

Como las condiciones para la ocurrencia de los eventos de error  $\mathbf{E}_{PW}^{(L-1)}$ ,  $E^{(L)}$ , y  $\mathbf{E}'$  son funciones de variables de ruido por lo general no independiente en forma estadística, la probabilidad conjunta de los eventos de error de pares (4.20) no poseen una solución cerrada. No obstante, se puede calcular de manera sencilla una cota superior que permite definir una nueva distancia equivalente  $d'_{eq}(\mathbf{E}^{(L)}, \mathbf{E}') = d'_{eq}$  a partir la desigualdad (4.6).

#### 4.3.3. Cota Superior Mejorada para el Desempeño del Receptor RSE-GD

En base al espectro D' de distancias de  $d'_{eq}$ , se obtiene la siguiente cota superior para el receptor RSE-GD

$$P_{b} \leq \sum_{d'_{eq} \in \mathscr{D}'} \sum_{L=1}^{K} \sum_{\substack{\mathbf{d}_{1}^{L}, d':\\ d'_{eq}(\mathbf{d}_{1}^{L}, d') = d'_{eq}}} A(d'_{eq}, \mathbf{d}_{1}^{L}) P_{PW}(\mathbf{d}_{1}^{L}, d').$$
(4.21)

Se puede apreciar que la cota (4.21) se reduce a (4.13) cuando  $P_{PW}(\mathbf{d}_1^L, d')$  se reemplaza por la probabilidad conjunta de los eventos de error de par, la cual es igual a  $P_{PW}(\mathbf{d}_1^L) = \prod_{l=1}^{L} Q(d_l/2\sqrt{N_o})$ .

**El Canal de Dos Usuarios** Para entender conceptualmente el comportamiento de estos receptores en término de desempeño se presenta a continuación un estudio del espectro de distancias de los receptores GD y RSE-GD para un canal de dos usuario. Con este propósito se analizará el efecto que tiene el aumento de estados correspondientes al canal sobre los eventos de menor distancia del GD(1,4), i.e., como cambian estos eventos cuando utilizamos un receptor RSE-GD(1,8). Los receptores GD y RSE-GD que se analizan en este ejemplo tienen trellises descriptos por las dos primeras etapas mostradas en la Figuras 3.3 y 3.4, respectivamente.

El receptor GD(1,4) tiene dos tipos de secuencias de evento de error con distancia

![](_page_90_Figure_1.jpeg)

**Figura 4.7:** Comparaciones de la BER teórica y simulada para un canal de dos usuarios con correlación alta. Para la cota superior se emplean distancia equivalentes  $(d'_{eq})^2 < 2.5 (d'_{min})^2$ . Mientras que para el límite asintótico se utiliza  $d'_{eq} = d'_{min}$ . La simulación es Montecarlo y se indica con (s).

 $d_{min}$ :

$$\mathbf{E}_{\alpha} = (E_{\alpha}^{(1)}; E_{\alpha}^{(2)}) = (2; 0, -2, 2, -1 + j, 1 - j, -2)$$
(4.22)

у

$$\mathbf{E}_{\beta} = (E_{\beta}^{(1)}; E_{\beta}^{(2)}) = (1+j; 0, -2, 2, -1+j, 1-j, -2), \tag{4.23}$$

donde los primeros elementos de las secuencias corresponden al mismo instante de tiempo. Debido a la propagación de errores, la distancia mínima es  $d_{min}^2 = 2$  para  $\gamma = 0,5$  (i.e., la mitad del cuadrado de la distancia mínima sin propagación de errores). En este caso particular no hay otro evento de error del tipo **E**' que permita encontrar un distancia  $d_{min}$ mayor. Por lo tanto, la propagación de errores deteriora severamente el desempeño del receptor GD(1,4) cuando la SNR es elevada. Para calcular la cota superior de la BER, se deben obtener de manera similar a  $d_{min}$ , las distancias más significativas que satisfagan la condición  $d_{eq}^2 < 2.5d_{min}^2$ . A partir de esta información se computa la probabilidad de ocurrencia de las secuencias de eventos de error utilizando la cota superior (4.13). Para obtener la cota superior del receptor RSE-GD(1,8) se analizará primero la influencia de los estados del canal en las secuencias de eventos de error de distancia  $d_{min}$ del receptor GD(1,4). Si bien la secuencia de eventos de error  $\mathbf{E}_{\alpha}$  no varía al emplear el RSE-GD(1,8), ahora su probabilidad depende de la secuencia de eventos:

$$\mathbf{E}' = (1 \pm j, 0), \tag{4.24}$$

que es la que produce la distancia *máxima*  $d'_{eq}$ . El primer elemento de **E**' coincide también en el tiempo con la secuencia **E**<sub> $\alpha$ </sub> y comienza en el instante de tiempo  $i_o - 1$ . Cuando ocurre el evento de errores **E**' se verifica la siguiente condición:

$$z' = \Re e \left\{ \mathbf{n}_{i_o-1}^{i_o} \left( f_{22}(1+j), f_{21}(1-j) \right)^H \right\} > d'/2, \tag{4.25}$$

donde

$$d'(\mathbf{E}_{\alpha}, \mathbf{E}') = \frac{\sqrt{|f_{21}|^2 + |f_{12}|^2} \left( \left\| E_{\alpha}^{(1)} \right\|^2 - \left\| \mathbf{E}' \right\|^2 \right)}{\left\| E_{\alpha}^{(1)} - \mathbf{E}' \right\|},$$
(4.26)

y  $\|\cdot\|$  denota la distancia Euclidiana. Nótese que d' > 0 debido a que el conjunto de partición de la distancia intra-set es mayor que la distancia inter-set, i.e.,  $\left\|E_{\alpha}^{(1)}\right\| > \|\mathbf{E}'\|$ . Para un canal con coeficientes con correlación cruzada  $\gamma = 0,5$  (i.e.,  $f_{ij} = 0,707 \forall i, j$ ) se tiene  $d' = \sqrt{2}$ . se muestra en [27] a partir del empleo de las condiciones necesarias para que suceda el evento de error  $\mathbf{E}'$  y el evento de error de par correspondiente a  $\mathbf{E}_{\alpha}$ , que la distancia equivalente resulta  $d'_{ea}(\mathbf{E}_{\alpha}, \mathbf{E}) = \sqrt{2,66}$ .

El segundo tipo de secuencia de eventos de error del receptor GD(1,4), i.e., $\mathbf{E}_{\beta}$ , cambia a un evento de error con distancia 2 cuando se emplea un receptor RSE-GD(1,8). Debido a que la segunda distancia mínima del receptor GD(1,4) es  $d_{eq} = \sqrt{2,66}$ , el desempeño asintótico del receptor RSE-GD(1,8) está dominado por  $d'_{min} = d'_{eq}$ . Esto hace que la ganancia asintótica del receptor RSE-GD(1,8) respecto del receptor GD(1,4) sea por lo menos de 1.3 dB. Este comportamiento se confirma por los resultados de simulación que se muestran en la Fig. 4.7: para una BER=10<sup>-7</sup>, el desempeño del receptor RSE-GD(1,8) es 1.7 dB superior al del receptor GD(1,4). Para el cálculo de la cota superior (4.13), las distancias  $d'_{eq}$  más significativas, i.e.,  $(d'_{eq})^2 < 2,5(d'_{min})^2$ , se obtienen de manera similar a  $d'_{min}$ . La Fig. 4.7 muestra que la cota superior propuesta es una excelente aproximación del desempeño del receptor RSE-GD(1,8) para niveles de SNR moderadas y altos. Además la cota que sólo toma en cuenta las secuencias de eventos de error con distancias  $d'_{min}$  es precisa para valores de SNR muy altos.

### 4.4. Análisis de Desempeño y Complejidad

En esta sección se analiza el desempeño de los receptores GD y RSE-GD en canales con diferentes grados de correlación. El objetivo es analizar la relación costo-beneficio que implica representar el canal con más estados versus la posibilidad de emplear más información de codificación de los usuarios. En el presente análisis se emplea el canal de dos usuarios con potencias iguales. Los usuarios se suponen asincrónicos y cada uno utiliza codificación TCM de 4 estados con modulación 4-PSK tal cual se puede apreciar en la Fig. 3.2. Para tomar en cuenta las diferentes fases de los usuarios, se obtiene un promedio de las cotas superiores de desempeño para 16 fases uniformemente distribuidas en el intervalo  $[0, 2\pi)$ .

Para analizar la mejora que se logra en el sistema a partir del empleo de codificación TCM cuando se consideran receptores de complejidad reducida, se obtiene también el desempeño del sistema sin codificación con detección óptima (ML-UC). Nótese que la ganancia de desempeño del receptor óptimo para canales codificados respecto del ML-UC es a lo sumo igual a la ganancia del código. Por esto en las siguientes curvas sólo se muestra el desempeño del sistema ML-UC. La bondad de los diferentes esquemas de decodificación está dada por la ganancia de desempeño respecto del ML-UC.

Las complejidades computacionales de los diferentes esquemas se comparan en base a sus cantidades de estados. Si todos los usuarios deben decodificarse, la cantidad de estados se debe multiplicar por la cantidad de receptores paralelos que se necesitan para decodificar a todos los usuarios.

#### 4.4.1. Canal de 2 Usuarios con Correlación Moderada

La Fig. 4.8-a muestra los desempeños de los receptores GD y RSE-GD en presencia de un canal con  $\gamma = 0,3$ . La influencia de los eventos de error de mínima distancia en el desempeño de los receptores no es dominante para el rango de BER mostrado en la figura. Por esto, el desempeño de los esquemas propuestos no se puede predecir a través de la ganancia asintótica del código para las BER que se analizan. Al respecto, es importante destacar que el receptor GD(1,4) obtiene una ganancia de codificación de 1 dB para BER>  $10^{-8}$ . No obstante el mismo tiene una ganancia de codificación asintótica prácticamente despreciable. Con el receptor RSE-GD(1,8) se puede obtener un incremento adicional de ganancia.

Para mejorar aún más el desempeño, se tiene dos posibles alternativas:

1. Emplear información de codificación del otro usuario

![](_page_93_Figure_1.jpeg)

**Figura 4.8:** Tasa de error de bits de los diferentes receptores para el canal de 2 usuarios. (a) Canal con correlación  $\gamma = 0,3$ . (b) Canal con correlación  $\gamma = 0,5$ 

### Incrementar la cantidad de estados con que se representa al canal de acceso múltiple.

Se puede observar que el enfoque más efectivo es utilizar la información de codificación del otro usuario (i.e., emplear el receptor GD(2,16)). Esto se explica por la correlación moderada del canal, la cual produce un MUI baja en relación con la potencia del ruido. Es importante notar que el receptor GD(2,16) es capaz de capturar toda la ganancia provista por el código para valores de SNR moderados y altos. La ganancia del código trellis es de 3 dB para una BER= $10^{-3}$  y prácticamente 4 dB para niveles de BER $< 10^{-5}$ .

#### 4.4.2. Canal de 2 Usuarios con Correlación Alta

La Figura 4.8-b muestra el desempeño de los receptores GD y RSE-GD para el canal con  $\gamma = 0.5$ . Se puede observar que los receptores GD(1,4) y RSE-GD(1,8) no obtienen ganancias de desempeño respecto del ML-UC. Los receptores GD(2,16) y RSE\_GD(1,16) tampoco pueden capturar la ganancia asintótica del código. No obstante,

#### Capítulo 4

GD(2,16) es capaz de obtener la ganancia de la codificación trellis para una  $BER = 10^{-3}$ . Por otro lado, el receptor RSE-GD(2,16) se desempeña peor que el GD(2,16) para valores de BER moderadas, pero posee desempeño asintótico superior al receptor GD(2,16).

El receptor óptimo para los usuarios codificados tiene 32 estados. Si se deben decodificar los dos usuarios, entonces el receptor GD(2,16) es un buen candidato para BER superior a  $10^{-4}$ . Cuando sólo se necesita decodificar un único usuario, el decodificador más adecuado para valores de BER muy bajos es el receptor RSE-GD(1,16).

#### 4.4.3. Influencia de la Fase de los Usuarios en el Desempeño

Las Figuras 4.7 y 4.8-b muestran el efecto de la fases de los usuarios en el desempeño de los esquemas propuestos. Se observa que el desempeño de los receptores GD(1,4) y RSE-GD(1,8) se deterioran notablemente debido a la fase con que llegan las señales de los diferentes usuarios. Para los valores de BER de interés, el desempeño del GD(2,16) no es perjudicado por las diferentes fases de los usuarios.

En modulación binaria, el peor desempeño de la detección multiusuario se registra cuando la diferencia de fases entre los usuarios es nula [80]. Por el contrario, el desempeño de la detección multiusuario cuando se emplea modulación compleja se deterior notablemente cuando la fase entre los usuarios no es nula [81]. El hecho de que el desempeño del GD(2,16) no se deteriore apreciablemente cuando los usuarios tienen fases diferentes pone de manifiesto el beneficio de integrar la detección y decodificación cuando se considera un canal con ancho de banda eficiente.

#### 4.4.4. Efecto Lejano-Cercano

El análisis que se realizó es válido para el caso de usuarios con amplitudes diferentes. El presencia de usuarios interferentes con mayor nivel de potencia que los usuarios codificados tiene por efecto reducir la propagación de errores. Para valores altos de la SNR, el desempeño estará dominado por los eventos de error y no por secuencias de eventos de error. Es decir, la propagación de errores tiende a desaparecer y las distancias de los eventos de error se calcula siguiendo el procedimiento clásico de [74].

# 4.5. Criterio para el Diseño de Receptores Multiusuarios en Canales Codificados

Si bien el canal con dos usuarios es un caso muy simple de interferencia de acceso múltiple, el mismo nos permite entender conceptualmente la importancia de la relación que existe entre la característica del canal (representada por el grado de correlación entre las señales interferentes y el nivel de la potencia de ruido) y el tipo de algoritmo de detección que presenta las mejores prestaciones. Para lograr una buena relación costobeneficio se debe prestar atención a los siguiente criterios de diseño:

- Cuando se desea una BER muy baja para canales con usuarios fuertemente correlacionados, es conveniente representar al canal de acceso múltiple con más cantidad de estados. Esto permite obtener una mejora en el desempeño superior al que se obtiene al utilizar la información de codificación de una mayor cantidad de usuarios.
- En la región donde la BER es moderada y el ruido es la principal fuente de distorsión de la señal deseada, se debe explotar la información de codificación de los otros usuarios para mejorar el desempeño de los receptores.

## 4.6. Conclusiones

En el este capítulo se presentó una nueva teoría para el cálculo del desempeño de los receptores GD y RSE-GD. La misma permite analizar conceptualmente el problema de la propagación de errores en trellis variantes en el tiempo. La teoría que se presentó caracteriza el fenómeno de propagación de errores mediante una distancia equivalente que puede ser utilizada como una medida del desempeño asintótico. Para valores de SNR moderados y bajos, el desempeño de los esquemas debe tomar en cuenta un histograma de distancias. Para este nivel de SNR toma importancia la cantidad de eventos de error que pueden ocurrir, un fenómeno que se observa también en los códigos turbos [82], donde el criterio de diseño no busca aumentar la distancia mínima, sino reducir la cantidad de eventos de error con las menores distancias.

Se derivó también un criterio para el diseño de los receptores GD y RSE-GD que toma en cuenta el tipo de canal y la BER que se quiere alcanzar. Al respecto, es interesante destacar que para valores moderados de BER el empleo de información de codificación permite conseguir un mejor nivel de desempeño que el empleo de una detección con una mayor cantidad de estados del canal.

# CAPITULO 5 DETECCIÓN MULTIUSUARIO EN CANALES CON CODIFICACIÓN ESPACIO TEMPORAL

En este capítulo se extiende la arquitectura integrada propuesta en la Sección 3 para canales con codificación trellis a canales de acceso múltiple con codificación espaciotemporal. Para conocer el potencial de una solución integrada se introduce un nuevo análisis teórico del desempeño del receptor multiusuario óptimo para sistemas de acceso múltiple con codificación espacio temporal. Este análisis, válido tanto para usuarios sincrónicos como asincrónicos, permite formular un nuevo criterio de diseño para la construcción de códigos espacio-temporal. Se demuestra que el desempeño asintótico del receptor óptimo en un canal de acceso múltiple con codificación espacio-temporal. Se demuestra que el desempeño asintótico del receptor óptimo en un canal de acceso múltiple con codificación espacio-temporal es igual que en un canal de un solo usuario cuando se cumple el criterio propuesto. Se presentan resultados de simulaciones Monte Carlo que muestran una estrecha concordancia con la teoría. A continuación se muestra que la arquitectura integrada de complejidad reducida obtenida a partir de la solución óptima logra reducir significativamente la complejidad computacional sin sacrificar ganancia de diversidad. Por último se presenta un estudio de implementación práctica del receptor propuesto que muestra las ventajas del mismo respecto de un receptor convencional.

## 5.1. Introducción

En los sistemas CDMA de banda angosta, la señal de espectro extendido no tiene el ancho de banda necesario para obtener ganancia de diversidad por múltiples trayectos. Si además el desvanecimiento del canal es muy lento tampoco es posible obtener ganancia de diversidad temporal mediante el empleo de entrelazadores. En esta situación, se puede obtener ganancia de diversidad usando técnicas de reducción de resolución [29] o antenas múltiples de transmisión/recepción. El desempeño de un enfoque multiusuario para comunicaciones celulares de banda angosta con antenas múltiples en la transmisión y recepción ha sido investigado por Caire et al. en [34]. En ese trabajo se demuestra que la ganancia de diversidad que se obtiene en un canal de un solo usuario puede ser obtenida en un canal de acceso múltiple si se utiliza el receptor MLMR. En [35], se propone

y analiza una estructura de señal multiusuario para sistemas con usuarios independientes sincronizados, donde se demuestra que usando la estructura de señal propuesta se logra un desempeño libre de interferencias.

Es sabido que los sistemas de comunicación basados en múltiples antenas de transmisión tienen la posibilidad de integrar los métodos de diversidad de transmisión y codificación de canal mediante el uso de técnicas de codificación espacio temporal (STC) [20,83], con la ventaja de aumentar la eficiencia del ancho de banda del sistema. Sin embargo, para comunicaciones de acceso múltiple, el empleo de STC aumenta la interferencia multiusuario (MUI) degradando la capacidad del sistema [33,84,85]. Para superar este inconveniente, se debe usar la combinación de técnicas de STC y detección de multiusuario.

La detección multiusuario para sistemas sincrónicos CDMA con codificación espacio temporal CDMA ya se ha descripto en [31, 86]. Por ejemplo, en [86] se demuestra que los códigos espacio temporales designados para los canales de un solo usuario, aún pueden proporcionar la misma diversidad en canales sincrónicos multiusuarios. En este capítulo se demuestra que esta ventaja también está presente en un sistema asincrónico.

El desempeño del MLMR para sistemas CDMA asincrónicos de banda angosta con codificación espacio-temporal trellis se analiza en este capítulo empleando el mismo marco teórico de los códigos espacio-temporales presentado en [20]. Para ello, se considera de manera conjunta las señales codificadas de todos los usuarios, y se construye la matriz de distancia de la código conjunto correspondiente. Esta matriz se reduce a la matriz de distancia de la palabra código de un sólo usuario para el canal punto a punto [20]. Basado en la nueva matriz de distancia, se formula un criterio de desempeño de códigos espacio-temporales en canales de acceso múltiple. Análisis teóricos y simulaciones en computadora demuestran que el MLMR logra el mismo desempeño asintótico en un canal de acceso múltiple con codificación trellis espacio-temporal que en el canal con un sólo usuario cuando se cumple el criterio propuesto. Es decir que no sólo es posible lograr la misma ganancia de diversidad que en el canal con un sólo usuario sino que también se puede eliminar el efecto perjudicial de la interferencia.

Aunque se demuestra que los beneficios potenciales de los receptores multiusuario en canales con STC son importantes, la complejidad para poner en práctica dichos sistemas se considera todavía una limitación significativa. Trabajos previos han propuesto estructuras de receptores subóptimos utilizando STC y detección multiusuario para usuarios con datos sincrónicos [31, 86]. Estos esquemas requieren algoritmos iterativos basados en el principio turbo para alcanzar desempeños comparables a los logrados en un canal con un sólo usuario. Un inconveniente de los algoritmos turbos es el incremento en la demora de decodificación que puede hacer su aplicación dificultosa en diversas

#### Capítulo 5

situaciones, como por ejemplo, en servicios de video interactivo. En este capítulo, se extiende el receptores no iterativo de complejidad reducida propuesto en el Capítulo 3 a un sistema multiusuario con codificación trellis espacio-temporal. La complejidad se reduce usando la ventaja que ofrece el hecho de que al descomponer el trellis óptimo en un conjunto de trellises que decodifican subconjuntos de usuarios, la cantidad total de estados que se requiere es menor. Ajustando el número de usuarios decodificados por cada trellis, se logran diferentes relaciones entre desempeño y complejidad. El desempeño del esquema nuevo se compara con aquel derivado de receptores convencionales (por ejemplo, un receptor que utiliza un detector de un solo usuario, el cual ignora por completo la MUI, seguido por un decodificador). Los resultados que se obtienen muestran que el esquema propuesto permite un desempeño significativamente mejor que el de receptores convencionales, sin requerir un aumento de complejidad computacional excesivo. Además se demuestra que el desempeño del nuevo esquema puede ser próximo al de la solución óptima, en canales donde el receptor convencional no es eficiente. Esta ventaja se logra a expensas de aumentar la complejidad de manera proporcional con el cuadrado del número de usuarios decodificados (en vez del incremento exponencial en la complejidad del receptor óptimo).

Este capítulo se organiza de la siguiente manera: primero, en la Sección 5.2, se formula el modelo matemático del sistema. En la Sección 5.3 se presenta un estudio analítico del desempeño del receptor óptimo y se deriva el criterio de diseño para el código espacio-temporal multiusuario. Un receptor de complejidad reducida se analiza en la Sección 5.4 y en la Sección 5.5 se estudia su desempeño y complejidad tomando en cuenta consideraciones de implementación práctica. Finalmente, en la Sección 5.5 se presentan las conclusiones de este capítulo.

# 5.2. Canal Asincrónico de Acceso Múltiple con Codificación Espacio Temporal

En la Fig. 5.1 se muestra el sistema de acceso múltiple asincrónico con K usuarios que se considera en este capítulo. Debido a que es más efectivo utilizar las antenas de la estación base para cancelar interferencia que para obtener ganancia de diversidad, se prefiere emplear las mismas para conformar múltiples haces fijos. Cada haz puede considerarse como una celda individual con una única antena. Esto justifica trabajar con un modelo del sistema que considere una sola antena receptora en la estación base.

La señal de cada usuario se codifica con códigos trellis espacio- temporales (STTC) de N antenas de transmisión y se utiliza la misma secuencia de expansión en las N antenas. Se considera que los elementos del arreglo de antenas experimentan un des-

![](_page_99_Figure_1.jpeg)

Figura 5.1: Modelo del sistema.

vanecimiento Rayleigh independiente. La suposición de desvanecimiento independiente está justificada en la estación móvil, en donde se necesita una separación de menos de un cuarto de longitud de onda para obtener coeficientes de correlación prácticamente despreciables. Cada usuario transmite una trama de longitud *M*, por lo tanto  $i = 1, 2, \dots, M$ . La señal de banda base en el receptor es

$$r(t) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} \sqrt{\frac{E_s}{N_o}} \mathbf{h}_k^T(i) \mathbf{c}_k(i) s_k(t - iT - \tau_k) + n(t),$$
(5.1)

donde

$$\mathbf{h}_{k}(i) = (h_{k}^{1}(i), \dots, h_{k}^{N}(i))^{T}$$
(5.2)

es el vector de ganancia del canal formado por los coeficientes  $h_k^{(j)}(i)$  que corresponden al camino que recorre la señal de la j-ésima antena transmisora del usuario k a la antena receptora de la base en el instante *i*,

$$\mathbf{c}_{k}(i) = (c_{k}^{1}(i), \dots, c_{k}^{N}(i))^{T}$$
(5.3)

es el vector de código con componentes  $c_k^{(l)}(i)$  que identifican la antena transmisora *l* del usuario *k* en el instante *i*,  $\frac{E_s}{N}$  es la potencia que se aplica en cada antena transmisora,  $s_k(t)$ es la firma del usuario *k*, la cual se considera nula fuera del intervalo codificado *T*,  $\tau_k$ representa el intervalo de tiempo transcurrido para el usuario *k* relativo a algún tiempo de referencia y n(t) es un proceso de ruido Gaussiano blanco complejo con densidad espectral de potencia  $N_o$ . Los usuarios se ordenan de acuerdo a sus demoras relativas  $0 \le \tau_1 < \tau_2 < \cdots < \tau_K < T$ . Las fases de las señales de los usuarios se absorben en los coeficientes de canal  $h_k^{(j)}(i)$ , los cuales se modelan como variables aleatorias Gaussianas complejas con media cero y varianza 0,5 por dimensión. Las *K* salidas del banco de filtros apareados en el instante *i* se pueden expresar como en [8]

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{R}[-1]\mathbf{x}(i+1) + \mathbf{R}[0]\mathbf{x}(i) + \mathbf{R}[1]\mathbf{x}(i-1) + \mathbf{n}(i),$$
(5.4)

donde

$$\mathbf{y}(i) = [y_1(i), \dots, y_K(i)]^T$$
(5.5)

es el vector de señal a la salida del banco de *K* filtros con componentes  $y_k(i)$  que corresponden a la salida del *k-ésimo* filtro en el instante *i*, y

$$\mathbf{x}(i) = (x_1(i), \dots, x_K(i))^T$$
(5.6)

con  $x_k(i) = \sqrt{\frac{E_x}{N}} \mathbf{h}_k^T(i) \mathbf{c}_k(i)$ . Con n(i) se representa el vector de ruido Gaussiano coloreado a la salida del filtro apareado de media cero, mientras que  $\mathbf{R}[0]$ ,  $\mathbf{R}[1]$  y  $\mathbf{R}[-1]$  son matrices  $K \times K$  de correlación cruzada con elementos dados por

$$\mathbf{R}[i]_{kl} = \int_{\infty}^{\infty} s_k (t - \tau_k) s_l (t + iT - \tau_l) dt.$$
(5.7)

Nótece que debido al orden de los usuarios,  $\mathbf{R}[1]$  es una matriz triangular superior. Las salidas del filtro apareado (5.4) correspondiente a los instantes i = 1, ..., M se agrupan en un vector  $M \times K$ 

$$\mathbf{y} = \left(\mathbf{y}^{T}(1), \mathbf{y}^{T}(2), \dots, \mathbf{y}^{T}(M)\right)^{T}.$$
(5.8)

Con el propósito de encontrar una expresión por trama de las salidas del filtro apareado se define el super-vector de canal  $\mathbf{h}_s$  y la super-matriz de codificación  $\mathbf{C}_s$  de la siguiente manera

$$\mathbf{h}_{s} = \left(\mathbf{h}_{1}^{T}(1), \dots, \mathbf{h}_{K}^{T}(1), \dots, \mathbf{h}_{1}^{T}(M), \dots, \mathbf{h}_{K}^{T}(M)\right)^{T} , \qquad (5.9)$$

$$\mathbf{C}_s = diag(\mathbf{C}^T(1), \dots, \mathbf{C}^T(M)), \tag{5.10}$$

con componentes matriciales definidas como

$$\mathbf{C}(i) = diag(\mathbf{c}_1^T(i), \dots, \mathbf{c}_K^T(i))$$
(5.11)

Las salidas del filtro apareado pueden expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}_s \mathbf{C}_s \mathbf{h}_s + \mathbf{n}_s, \tag{5.12}$$

donde **R** es una super-matriz  $MK \times MK$  de correlación cruzada del tipo Toeplitz de bloques, dada por

$$\mathbf{R}_{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}[-1] & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}[-1] & \cdots \\ & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & & \ddots & & \\ & \cdots & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}[-1] \\ & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] \end{bmatrix}.$$
(5.13)

y  $\mathbf{n}_s$  es el super-vector de ruido Gaussiano dado por

$$\mathbf{n}_{s} = \left(\mathbf{n}^{T}(1), \mathbf{n}^{T}(2), \dots, \mathbf{n}^{T}(M)\right)^{T}$$
(5.14)

con media cero y matriz de correlación  $E\{\mathbf{n}_s\mathbf{n}_s^H\} = N_o\mathbf{R}_s$ .

# 5.3. Receptor Multiusuario Óptimo

Cuando se conoce perfectamente el canal en el receptor, el super-vector de salida del filtro apareado y dado por (5.8) es Gaussiano con media  $\mathbf{R}_s \mathbf{C}_s \mathbf{h}_s$  y matriz de covariancia  $N_o \mathbf{R}_s$ . Por lo tanto, la función de densidad de probabilidad condicional de y dada  $\mathbf{R}_s$  y  $\mathbf{h}_s$  tiene la siguiente expresión

$$f(\mathbf{y} \mid \mathbf{R}_{s}\mathbf{h}_{s}) = (\pi^{MKN}N_{o} \mid \mathbf{R}_{s} \mid)^{-1} \times exp\left(-(\mathbf{y} - \mathbf{R}_{s}\mathbf{C}_{s}\mathbf{h}_{s})^{H}(N_{o}\mathbf{R}_{s})^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{R}_{s}\mathbf{C}_{s}\mathbf{h}_{s})\right).$$
(5.15)

La regla para la decodificación de la secuencia multiusuario de máxima verosimilitud es

$$\widehat{\mathbf{C}}_{s} = \arg \max_{\mathbf{C}_{s}} f(\mathbf{y} \mid \mathbf{R}_{s} \mathbf{h}_{s})$$
(5.16)

Para simplificar la notación se define la siguiente variable

$$Q_{\mathbf{C}_s} = -(\mathbf{y} - \mathbf{R}_s \mathbf{C}_s \mathbf{h}_s)^H (N_o \mathbf{R}_s)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{R}_s \mathbf{C}_s \mathbf{h}_s).q$$
(5.17)

La probabilidad de decodificar  $\hat{\mathbf{C}}_s$  cuando se transmite  $\mathbf{C}_s$  es

$$P(\mathbf{C}_s \to \widehat{\mathbf{C}}_s \mid \mathbf{R}_s) = P(X > 0 \mid \mathbf{R}_s)$$
(5.18)

donde

$$X = Q_{\mathbf{C}_s} - Q_{\widehat{\mathbf{C}}_s} = \mathbf{h}_s^H (\mathbf{C}_s - \widehat{\mathbf{C}}_s)^H \mathbf{R}_s (\mathbf{C}_s - \widehat{\mathbf{C}}_s) \mathbf{h}_s$$
(5.19)

es la forma cuadrática en la variable  $\mathbf{h}_s$  que representa la respuesta del canal. Se supone que la respuesta del canal permanece constante durante una trama. Esta suposición se conoce como desvanecimiento por bloque y es razonable en canales con desvanecimiento muy lento. Considerando que

$$\mathbf{h} = (\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_K^T)^T \tag{5.20}$$

es posible demostrar que (5.19) puede reescribirse como

$$X = \mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h},\tag{5.21}$$

con matriz A dada por

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{M} \mathbf{B}^{H}(i-1)\mathbf{R}[-1]\mathbf{B}(i) + \mathbf{B}^{H}(i)\mathbf{R}[0]\mathbf{B}(i) + \mathbf{B}^{H}(i+1)\mathbf{R}[1]\mathbf{B}(i),$$
(5.22)

donde

$$\mathbf{B}(i) = \mathbf{C}(i) - \widehat{\mathbf{C}}(i), \qquad (5.23)$$

con C(i) dada por (5.11). Cada término de (5.22) puede expresarse como

$$\sum_{i=1}^{M} \mathbf{B}^{H}(i-1)\mathbf{R}[-1]\mathbf{B}(i) = \mathbf{R}[-1] \odot \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \mathbf{B}_{2}^{H} \overrightarrow{\mathbf{B}}_{1} & 0 & \cdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{3}^{H} \overrightarrow{\mathbf{B}}_{1} & \mathbf{B}_{3}^{H} \overrightarrow{\mathbf{B}}_{2} & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_{K}^{H} \overrightarrow{\mathbf{B}}_{1} & \cdots & \mathbf{B}_{K}^{H} \overrightarrow{\mathbf{B}}_{K-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.24)$$

$$\sum_{i=1}^{M} \mathbf{B}^{H}(i) \mathbf{R}[0] \mathbf{B}(i) = \mathbf{R}[0] \odot \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1}^{H} \mathbf{B}_{1} & \mathbf{B}_{1}^{H} \mathbf{B}_{2} & \cdots & \mathbf{B}_{1}^{H} \mathbf{B}_{K} \\ \mathbf{B}_{2}^{H} \mathbf{B}_{1} & \mathbf{B}_{2}^{H} \mathbf{B}_{2} & \cdots & \mathbf{B}_{2}^{H} \mathbf{B}_{K} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{K}^{H} \mathbf{B}_{1} & \mathbf{B}_{K}^{H} \mathbf{B}_{2} & \cdots & \mathbf{B}_{K}^{H} \mathbf{B}_{K} \end{bmatrix},$$
(5.25)

$$\sum_{i=1}^{M} \mathbf{B}^{H}(i+1)\mathbf{R}[1]\mathbf{B}(i) = \mathbf{R}[1] \odot \begin{bmatrix} 0 & \overrightarrow{\mathbf{B}}_{1}^{H}\mathbf{B}_{2} & \overrightarrow{\mathbf{B}}_{1}^{H}\mathbf{B}_{K} \\ \vdots & 0 & \overrightarrow{\mathbf{B}}_{2}^{H}\mathbf{B}_{3} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0 & \overrightarrow{\mathbf{B}}_{K-1}^{H}\mathbf{B}_{K} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

donde  $\odot$  denota el producto Schur (elemento a elemento) y

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{C}_k(i) - \widehat{\mathbf{C}}_k(i) \tag{5.27}$$

es la matriz de error del usuario k.  $C_k$  es la matriz de palabra código del usuario k definida por

$$\mathbf{C}_{k} = \begin{bmatrix} c_{k}^{1}(1) & \cdots & c_{k}^{N}(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{k}^{1}(M) & \cdots & c_{k}^{N}(M) \end{bmatrix},$$
(5.28)

y  $\overrightarrow{\mathbf{B}}_{k}^{T}$  es la versión desplazada a la derecha de la matriz de error. La nueva matriz se denomina matriz de distancia de palabra código conjunta a la nueva matriz **A**, donde

$$\mathbf{A}_{kk} = \mathbf{B}_k^H \cdot \mathbf{B}_k \tag{5.29}$$

es la matriz de distancia de palabra código definida en [20]. Vale la pena destacar que la matriz **A** es hermitiana, y sus elementos para k < l están dados por

$$\mathbf{A}_{kl} = \mathbf{R}[0]_{kl}\mathbf{B}_k^H\mathbf{B}_l + \mathbf{R}[1]_{kl}\overrightarrow{\mathbf{B}}_k^H\mathbf{B}_l.$$
(5.30)

Una cota superior que aproxima bastante bien la probabilidad de transmitir y decidir a

favor de  $\widehat{\mathbf{C}}_s$  viene dada por

$$P\left(\mathbf{C}_{s} \to \widehat{\mathbf{C}}_{s} \mid \mathbf{R}_{s}\right) \leq \frac{1}{\prod_{j=1}^{KN} \left(\frac{E_{s}}{4N_{o}}\lambda_{j}+1\right)},$$
(5.31)

donde  $\lambda_j$  son los valores propios de la matriz **A**. A medida que la SNR= $\frac{E_s}{N_o}$  aumenta, la expresión (5.31) puede aproximarse por

$$P\left(\mathbf{C}_{s} \to \widehat{\mathbf{C}}_{s} \mid \mathbf{R}_{s}\right) \leq \left(\frac{E_{s}}{N_{o}}\right)^{-r} \left(\prod_{j=1}^{r} \lambda_{j}\right)^{-1},$$
(5.32)

donde r es el rango de A.

De la ecuación (5.32) se derivan los siguientes parámetros de diseño para el código multiusuario espacio-temporal:

- Ganancia de diversidad  $D_g = r_{min}$ , donde  $r_{min}$  es el rango mínimo de A
- Ganancia de codificación C<sub>g</sub> = Π<sup>r<sub>min</sub><sub>j=1</sub> λ<sub>j</sub> es equivalente al producto más pequeño de todos los valores característicos no nulos de la matriz conjunta A.
  </sup>

Con el propósito de comprender los conceptos fundamentales del receptor multiusuario óptimo en un canal con codificación espacio-temporal se analiza a continuación un canal de 2 usuarios. La extensión del mismo a canales con *K* usuarios se puede realizar de manera directa. Considérese el caso de dos usuarios con codificación trellis espacio-temporal de dimensión *N* (i.e., ganancia de diversidad *N*). La matriz  $\mathbf{R}[0]$ ,  $\mathbf{R}[1]$ y **A** están dadas por:

$$\mathbf{R}[0] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{R}[1] = \begin{bmatrix} 0 & \rho_{21} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (5.33)$$

y

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^H \mathbf{B}_1 & \rho_{12} \mathbf{B}_1^H \mathbf{B}_2 + \rho_{21} \overrightarrow{\mathbf{B}}_1^H \mathbf{B}_2 \\ \rho_{12} \mathbf{B}_2^H \mathbf{B}_1 + \rho_{21} \mathbf{B}_2^H \overrightarrow{\mathbf{B}}_1 & \mathbf{B}_2^H \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}.$$
 (5.34)

Los pares de palabras de código conjunto con errores perteneciente a un sólo usuario, i.e.,

experimentan la ganancia de diversidad mínima, la cual es igual a la del STC en un canal de un solo usuario (i.e., la ganancia de diversidad es *N*). Vale la pena destacar que este resultado concuerda con el reportado por Caire en [34], donde se muestra que asintóticamente no hay pérdida de ganancia de diversidad en presencia de interferencia co-canal si se utiliza la detección multiusuario ML.

El efecto de la interferencia co-canal se manifiesta en los elementos de la matriz **A** que se encuentran fuera de la diagonal principal. Obsérvese que cuando se utiliza señalización ortogonal (i.e., cuando  $\mathbf{A}_{kl} = 0$  para  $k \neq l$ ) sólo los eventos de error del tipo (5.35) experimentan ganancia de diversidad mínima. Los otros eventos error presentan un orden de diversidad 2*N* y una ganancia de codificación igual al producto de las ganancias de decodificación de los eventos de error individuales.

#### 5.3.1. Desempeño Asintótico y Criterio de Diseño de Códigos

Para tener en cuenta el efecto de la MUI en canales de acceso múltiple con señalización no ortogonal se deben considerar los pares de palabras de código conjunto con errores pertenecientes a ambos usuarios. En esta sección se demuestra que si estos eventos de error tienen una matriz de distancia de código conjunto de rango mayor a N, entonces solamente el evento de error  $\{\mathbf{B}_2 = 0, \mathbf{B}_1 \neq 0\}(\{\mathbf{B}_1 = 0, \mathbf{B}_2 \neq 0\})$  limita el desempeño del sistema para niveles de (SNR) elevados. Por esto el desempeño asintótico (SNR  $\rightarrow \infty$ ) de cualquier usuario es el mismo que en el caso de un sólo usuario.

Sin perder generalidad, se calculará la probabilidad de error del *i-ésimo* bit del primer usuario  $P_b(i)$  (que es el usuario de referencia). Sea  $P_{b,\infty}$  la probabilidad de error de bit del primer usuario en un canal sin interferencia. Utilizando la cota de unión, la probabilidad de error de bit del usuario de referencia puede definirse como

$$P_{b,\infty}(i) \le P_b(i) \le P_{b,\infty}(i) + \sum_{\widehat{\mathbf{C}}_s(i) \in \mathscr{C}_{r=N}^1} P(\mathbf{C}_s \to \widehat{\mathbf{C}}_s) \sum_{\widehat{\mathbf{C}}_s(i) \in \mathscr{C}_{r>N}^1} P(\mathbf{C}_s \to \widehat{\mathbf{C}}_s), \quad (5.36)$$

donde  $\mathscr{C}_{r=N}^1$  y  $\mathscr{C}_{r>N}^1$  denotan los conjuntos de eventos de error conjunto con matrices A con rango r = N y r > N, respectivamente. La probabilidad de error de par se expresa como  $q_r(E_s/N_o)^{-r}$ , donde  $q_r$  es una constante y r es el rango de la matriz **A**. Teniendo en cuenta estos conceptos, la ecuación (5.36) se puede volver a expresar como

$$P_b(i) \le P_{b,\infty}(i) + p_N q_N (E_s/N_o)^{-N} + \sum_{r>N} p_r q_r (E_s/N_o)^{-r},$$
(5.37)

donde  $p_r(p_N)$  es una constante que depende de la cantidad de pares de palabras código,

las cuales tienen una matriz **A** con rango r(N). La probabilidad de error de bit de un sólo usuario puede también expresarse como  $q_N(E_s/N_o)^{-N}$  cuando el nivel de SNR es bajo [20]. Si la matriz de distancia de eventos de error { $\mathbf{B}_1 \neq 0, \mathbf{B}_2 \neq 0$ } es de rango r > N (i.e.,  $p_N = 0$ ), la ecuación (5.37) conduce a la siguiente expresión de desempeño asintótico:

$$\lim_{N_o \to 0} \frac{P_b(i)}{P_{b,\infty}(i)} = 1,$$
(5.38)

Esta expresión pone de manifiesto que el desempeño asintótico del sistema se acerca al del canal libre de interferencias. Basándonos en el análisis que se ha presentado podemos enunciar

Criterio de rango: *Con el objeto de suprimir la interferencia co-canal* a niveles de SNR elevados, la matriz de distancia de código conjunto debe tener rango mayor que N para los eventos de error { $\mathbf{B}_1 \neq 0, \mathbf{B}_2 \neq 0$ } y { $\mathbf{B}_1 \neq 0, \mathbf{B}_2 \neq 0$ }.

#### 5.3.1.1. Sistema Sincrónico de Banda Angosta.

Para estos sistemas donde  $\rho_{21} = 0$  y  $\rho_{12} = 1$  la matriz **A** se reduce a la obtenida en [35]. Se puede verificar fácilmente que en este caso hay una mayor cantidad de eventos de error con orden de diversidad N que en el caso de un solo usuario. Por lo tanto, el desempeño asintótico en este caso no tiende al que se consigue en un canal con un solo usuario.

#### 5.3.1.2. Sistema CDMA Asincrónico sin Codificación

En los canales CDMA asincrónicos con N = 1 la matriz A se reduce a la obtenida por Zvonar y Brady en [87]. Estos autores han demostrado que el desempeño del detector multiusuario en un canal con desvanecimiento Rayleigh y un solo camino se aproxima asintóticamente al de un canal libre de interferencia.

#### 5.3.1.3. Sistema Asincrónico Codificado

A continuación se demuestra que el desempeño asintótico del decodificador óptimo de código espacio-temporal en el canal asincrónico de acceso múltiple alcanza la cota de un sólo usuario cuando se satisface el nuevo criterio. Para esto se utilizará una propiedad de la matriz de distancia de código conjunto que fue demostrada en [88]. La ecuación de la matriz de distancia de código conjunto (5.22) puede calcularse iterativamente de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}(i) = \mathbf{A}(i-1) + \widetilde{\mathbf{A}}(i), \tag{5.39}$$

![](_page_107_Figure_1.jpeg)

Figura 5.2: Desempeño del MLMR

donde  $\mathbf{A}(i)$  representa la matriz de distancia de los primeros *i* símbolos de código conjunto y  $\widetilde{\mathbf{A}}(i)$  es la actualización de la matriz conjunta que es sólo función del símbolo transmitido en el instante *i*. La expresión recurrente de la matriz de distancia **A** tiene la siguiente propiedad: *El rango de la matriz de distancia es monotónico, i.e.*,

$$\operatorname{rank}(\mathbf{A}(i)) \ge \operatorname{rank}(\mathbf{A}(i-1)) \tag{5.40}$$

Esta propiedad implica que la extensión de la secuencia de símbolos código no reduce el rango de la matriz de distancia. Es decir, el mínimo rango para la matriz de distancia de código conjunto se obtiene aplicando la recursión (5.39) hasta obtener un orden de diversidad total o llegar al final de la trama.

A continuación se evalúa el desempeño del detector óptimo en un canal con 2 usuarios codificados según [20] con un STTC de 4 estados con dos antenas de transmisión y una de recepción. En este caso, el canal de acceso múltiple está dado por (5.34). Utilizando la propiedad de recursión 5.39 se calcula el rango de la matriz **A**. Para un tiempo i = 2 existen tres posibles eventos de error por cada usuario y consecuentemente nueve
posibles combinaciones de eventos de error { $\mathbf{B}_1 \neq 0$ ,  $\mathbf{B}_2 \neq 0$ } en el canal de dos usuarios. Mediante un simple cálculo algebraico se puede verificar fácilmente verificar que las nueve matrices  $\mathbf{A}(2)$  tienen rango 2 cuando los coeficientes de correlación cruzada satisfacen la desigualdad  $|\rho_{12}| + |\rho_{21}| < 1$ . En la Fig. 5.2 se puede apreciar el desempeño del MLMR y la cota de desempeño en presencia de un sólo usuario para un canal con coeficientes de correlación cruzada  $\rho_{12} = \rho_{21} = 0,49$ . En dicha figura se puede observar claramente que el desempeño del esquema óptimo se aproxima bastante a la cota de un solo usuario, tal cual fue expresado oportunamente en la conclusión anterior.

## 5.4. Detección y Decodificación Conjunta de Complejidad Reducida

La complejidad de cálculo del MLMR crece exponencialmente con el producto del número de usuarios y la longitud de la memoria de los codificadores de los usuarios. Para reducir la complejidad computacional del MLMR se deriva en esta sección un algoritmo subóptimo que realiza de manera conjunta la decodificación de grupo y la detección multiusuario. Dicho esquema se deriva de la estructura del MLMR propuesta en la Sección 5, pero en lugar de considerar las salidas del filtro apareado, se utilizará las salidas del filtro apareado blanqueadas.

Sea  $v_k(i)$  la señal de salida del filtro apareado y blanqueador de ruido correspondiente al usuario k en el instante i. El problema de encontrar la secuencia de código conjunto para el canal asincrónico multiusuario con codificación espacio-temporal se puede expresar de la siguiente manera: Encontrar la secuencia codificada  $\{\hat{c}_k(i)\}$  que minimice la siguiente métrica acumulativa:

$$\Omega = \sum_{i=0}^{M} \sum_{k=1}^{K} \left\| v_k(i) - \sum_{l=1}^{K} \mathbf{F}[0]_{kl} \mathbf{h}_l^T(i) \widehat{\mathbf{c}}_l(i) - \mathbf{F}[1]_{kl} \mathbf{h}_l^T(i) \widehat{\mathbf{c}}_l(i-1) \right\|.$$
(5.41)

Sea  $\mathbf{b}_k(i)$  el vector de q bits a la entrada del codificador k en el instante i. El vector codificado correspondiente  $\mathbf{c}_k(i)$  depende de  $\mathbf{b}_k(i)$  y del estado  $\sigma_k(i)$  del codificador, i.e.,  $\mathbf{c}_k(i) = g(\mathbf{b}_k(i), \sigma_k(i))$  con  $c_k^j \in \Omega_x$  (donde  $\Omega_x$  es el alfabeto de símbolos complejos). Si suponemos que el codificador de cada usuario tiene S estados, la expresión (5.41) verifica que el súper-trellis requiere  $S_{opt} = S^K 2^{q(K-1)}$  estados. Para reducir el número de estados, se analiza el esquema subóptimo propuesto en la Sección 3, el cual emplea la información de codificación de un subconjunto de usuarios. Dicho esquema ecualiza la MUI de un subconjunto  $\mathcal{N}$  de  $m = |\mathcal{N}| \leq K$  usuarios y decodifica un subconjunto  $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{N}$  de  $m = |\mathcal{M}|$  usuarios. La secuencia de símbolos  $\widehat{\mathbf{c}'}_k(i)$  estimada queda definida

por

$$\widehat{\mathbf{c}'}_{k}(i) = \begin{cases} \widehat{\mathbf{c}}_{k}(i) = g(\widehat{\mathbf{b}}_{k}(i), \mathbf{\sigma}_{k}(i)) & k \in \mathcal{M} \\ \text{cualquier símbolo de } \Omega_{x} & k \notin \mathcal{M} \end{cases},$$
(5.42)

la cual minimiza la métrica acumulativa

$$\Omega' = \sum_{i=0}^{M} \sum_{k \in \mathcal{N}} \left\| v_k(i) - \mathbf{F}[0]_{kk} \mathbf{h}_k^T(i) \widehat{\mathbf{c}'}_k(i) - \widehat{I'}_k(i) \right\|.$$
(5.43)

En cada estado se utiliza la historia del camino para estimar la MUI definida por

$$\widehat{I'}_{k}(i) = \sum_{l \neq k} \mathbf{F}[0]_{kl} \mathbf{h}_{l}(i) \widehat{\mathbf{c'}}_{l}(i) + \mathbf{F}[1]_{kl} \mathbf{h}_{l}^{T}(i) \widehat{\mathbf{c'}}_{l}(i-1).$$
(5.44)

Debido a la causalidad de la señal  $v_k(i)$ , la MUI puede cancelarse efectivamente utilizando las secuencias de símbolos estimadas en cada estado. Sea G la cantidad de receptores paralelos que se necesitan para decodificar K usuarios. Cada receptor utiliza la información de codificación de  $m_g$  usuarios y ecualiza la interferencia de  $n_g$  usuarios. Si la ecualización de los usuarios se realiza considerando todos los estados posibles [18, 19], la cantidad de estados es  $\sum_{g=1}^{G} S^{m_g} S^{qNn_g}$ . Si en cada receptor se utiliza la información de codificación de un usuario adicional manteniendo la misma cantidad de receptores G, la cantidad de estados de la nueva configuración será  $\sum_{g=1}^{G} S^{m_g} S^{qNn_g} S2^{-qN}$ . Los códigos espacio-temporales conocidos que ofrecen la mejor relación entre tasa de transmisión, ganancia de diversidad, complejidad del trellis (determinada por la cantidad de estados) y tamaño de la constelación de símbolos cumplen con la relación  $S < 2^{-qN}$  [20]. Por lo tanto, se concluye que desde el punto de vista de la complejidad computacional es más conviene incrementar la información de codificación que aumentar la cantidad de estados asociados a la ecualización de los usuarios no codificados. Este fenómeno se acentúa más a medida que se emplean códigos con mayor número de antenas transmisoras, ya que las misma producen un incremento exponencial del tamaño de la constelación de símbolos codificados. Esta consideración justifica principalmente el análisis del desempeño de los receptores del tipo GD. Con este tipo de receptor el número total de estados necesario para decodificar los K usuarios está dado por

$$S_{GD} = \sum_{g=1}^{G} S^{m_g},$$
(5.45)

mientras que los estados del g – simo receptor quedan definidos por

$$\mu_g = \left(\sigma_{g_1}, \sigma_{g_2}, ..., \sigma_{g_{m_g}}\right), \qquad (5.46)$$



**Figura 5.3:** Código trellis espacio temporal. a) Constelación QPSK. b) Diagrama trellis

donde  $\sigma_{g_i}$  es el estado del codificador del usuario  $g_i$  con  $g_i \in \{1, 2, ..., K\}$ . Suponiendo que cada usuario emplea el STTC de la Fig. 5.3, los trellises de los receptores GD(1,4) y GD(2,16) que ecualizan 2 usuarios se pueden apreciar en la Fig. 5.4 y Fig. 5.5, respectivamente.

La complejidad computacional de estos dos esquemas es proporcional al número total de estados (5.45). Para decodificar dos usuarios con un receptor GD(2,16) se requiere  $S^2 = 16$  estados, con dos receptores GD(1,4) se requieren 8 estados, mientras que con el MLMR se requieren  $4^2 * 2^2 = 64$  estados. Los estados de los receptores GD(2,16) y GD(1,4) están dados por  $\mu_{\text{GD}(2)} = (\sigma_1, \sigma_2)$  y  $\mu_{\text{GD}(1)} = (\sigma_i)$ , con i = 1, 2, respectivamente. La señal recibida  $y_1(i)$  se utiliza para calcular las métricas de las ramas correspondientes a la primera etapa de los trellises cuyas transiciones de estado modifican solamente el primer componente del estado de  $\mu_{GD(2,16)}$  de receptor GD(2) (i.e., el estado del codificador  $\sigma_1$ ) y el estado  $\sigma_1$  del receptor GD(1,4) del usuario 1. En la segunda etapa las métricas de la rama utilizan la señal  $y_2(i)$  y las transiciones de estado modifican el segundo componente del estado  $\mu_{GD(2,16)}$  del receptor GD(2,16) y el estado  $\sigma_2$  del receptor GD(1,4) del usuario 2. Aunque los trellises varían periódicamente en el tiempo, es importante resaltar que su estructura modular puede aprovecharse para reducir la complejidad de implementación en hardware. Por ejemplo, el mismo hardware podría utilizarse para implementar cada uno de los cuatro módulos del receptor GD(2,16) y de los dos módulos de los dos receptores GD(1,4). La Fig. 5.6 muestra los desempeños de los receptores anteriores y del MLMR en función del coeficiente de correlación cruzada  $\rho = \rho_{12} = \rho_{21}$  para el canal de dos usuarios cuando la SNR se mantiene constante en 18 dB. En esta figura se puede observar que el desempeño del receptor GD(2,16) es superior al del receptor GD((1,2)) cuando el coeficiente de correlación entre los usua-



Figura 5.4: Receptor GD(1,4) para un canal con 2 usuarios.

rios es alto ( $\rho = 0.5$ ). El desempeño de ambos receptores se aproxima bastante al del receptor óptimo para coeficientes de correlación inferiores a 0.3. En la próxima sección se mostrará que el desempeño del receptor convencional es muy inferior al del receptor GD(1,4), aún para un canal con coeficiente de correlación inferior a  $\rho = 0.3$ .

### 5.5. Resultados Numéricos

En esta sección se compara la complejidad y el desempeño de diferentes esquemas de receptores GD con la complejidad y desempeño correspondiente pare el receptor convencional en diferentes canales multiusuarios. El límite que pone la STTC de un solo usuario se muestra también para apreciar el impacto de la MUI en el desempeño del sistema. Primeramente se evalúa la complejidad computacional de los diferentes esquemas a través del número de estados necesarios para la decodificación multiusuario. A continuación se presentan consideraciones prácticas sobre una posible implementación en hardware que permite realizar un análisis más profundo de la complejidad.

#### 5.5.1. Análisis de Complejidad y Desempeño

La tasa de error de trama (*Frame Error Rate - FER*) se obtiene mediante simulaciones Monte Carlo, las cuales evalúan el desempeño sobre 2,500 tramas con 100 símbolos en cada una. La Fig. 5.3 muestra el codificador espacio-temporal bajo análisis. En to-



Figura 5.5: Receptor GD(2,16) para un canal con 2 usuarios.

dos los casos, los codificadores se fuerzan al estado inicial (o estado 0) al final de cada trama. Se supone que las señales transmitidas por las diferentes antenas sufren desvanecimientos independientemente y que el receptor puede estimar perfectamente el canal. Se considera que el desvanecimiento en cada bloque se mantiene constante, pero su valor varía independiente de un bloque a otro. Los usuarios se suponen con nivel de potencia idéntico. Se consideran dos escenarios: el escenario A representa un canal teórico para dos usuarios en el cual la MUI está controlada por un solo parámetro de correlación cruzada, mientras que el escenario B ejemplifica un canal CDMA con ancho de banda eficiente y cuatro usuarios.

#### **Escenario** A

El espectro del canal multiusuario está dado por (5.33) con  $\rho_{12} = \rho_{21} = \rho$ . Para usuarios con alto grado de correlación, esta situación puede representar a un canal con altos niveles de interferencia, en donde las formas de onda de los usuarios no han sido diseña-



**Figura 5.6:** Tasa de error de trama (FER) en función del coeficiente de correlación  $\rho$  para un canal con dos usuarios.

das para rechazar adecuadamente la interferencia del acceso múltiple. Para decodificar dos usuarios, el número de estados visitados en cada etapa es igual a 4 para el receptor convencional, 8 para el receptor GD(1,2), 16 para el receptor GD(2) y 64 para el MLMR.

Las Figs., 5.7, 5.8 y 5.9 muestran los desempeños del nuevo esquema y del receptor convencional. Se incluye también el límite de desempeño inferior correspondiente al canal con un sólo usuario y coeficientes de correlación  $\rho = 0.5$ ,  $\rho = 0.3$  y  $\rho = 0.15$ , respectivamente. El desempeño del receptor GD(1,4) es notablemente superior al del receptor convencional en el canal con coeficiente correlación  $\rho = 0.5$ . Vale la pena destacar que el receptor GD(1,4) sólo requiere el doble de estados que el receptor convencional. Una ganancia adicional de 3 dB a una FER= $10^{-1}$  se consigue con el GD(2) a expensas de un aumento del doble en la cantidad de estados del receptor GD(1,2). Para  $\rho = 0.3$  el receptor GD(1,2) se desempeño del receptor GD(1,2) se aproxima al límite impuesto para el caso de usuario único. Vale la pena notar que el piso de desempeño en términos de (FER)



Figura 5.7: Desempeño en el canal de 2 usuarios con correlación  $\rho = 0.5$ 

del receptor convencional es elevado y hace ineficaz su empleo en todas las situaciones hipotéticas analizadas. Por lo tanto, en canales con niveles de interferencia moderados y altos, el receptor propuesto gana mas de 5 dB sobre el receptor convencional a una  $FER=10^{-1}$  a expensas de duplicar la cantidad de estados visitados.

#### **Escenario B**

En esta parte se analiza un sistema con ancho de banda eficiente. Se considera la secuencia corta de Gold con 7 chips/símbolo-codificado. Las demoras relativas de los usuarios son constantes a lo largo de toda la simulación. El espectro de canal multiusuario está dado por el espectro

$$S(D) = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 7 & -4-D & 1+2D & -D \\ -4-D^{-1} & 7 & -4-D & 3 \\ 1+2D^{-1} & -4-D^{-1} & 7 & -2+D \\ -D^{-1} & 3 & -2+D^{-1} & 7 \end{bmatrix},$$
(5.47)



**Figura 5.8:** Desempeño en el canal de 2 usuarios con correlación  $\rho = 0,3$ .

que ya fue utilizado en secciones anteriores. Para decodificar cuatro usuarios, el números de estados visitados en cada etapa es de 4 para el receptor convencional, 16 para el receptor GD(1,4), 64 para el receptor GD(2,16), 128 para el receptor GD(3,64), 256 para el receptor GD(4,256) y 1024 para el MLMR conjunto. En la Fig. 5.10 se muestran los resultados de la simulaciones.

Se observa que el desempeño del receptor GD(1,4) es inferior al del receptor convencional para valores de SNR inferiores a 20 dB. Este comportamiento se debe a la pobre estimación de MUI que se obtiene a bajos valores de SNR. Para valores de SNR superiores a 20 dB, el desempeño del receptor GD(1,4) sobrepasa considerablemente al desempeño del receptor convencional. El receptor GD(2,16) tiene una ganancia de 5 dB respecto al del receptor GD(1,4) a un valor de FER=10<sup>-1</sup>. Con el receptor GD(3,64)se logra mejorar significativamente el desempeño a expensas de cuadruplicar la cantidad de estados que utiliza el esquema con receptores GD(2,16). Finalmente, se observa que el desempeño del receptor GD(3,4) se encuentra cerca del límite inferior de un sólo usuario para valores de FER inferiores a  $10^{-2}$ . Una mejora marginal se consigue con el



Figura 5.9: Desempeño en el canal de 2 usuarios con correlación  $\rho = 0,15$ .

receptor GD(4, 256).

Utilizando el procedimientos descripto en la Sección 5.3.1.3 para calcular el rango de la matriz de distancia, se puede verificar fácilmente que la matriz de distancia (5.22) tiene rango completo. Por esto, el desempeño del MLMR tiende asintóticamente al de un decodificador STTC en un canal con un sólo usuario. El desempeño del receptor GD(4,256) se muestra en la Fig. 5.10 y corrobora la afirmación anterior, ya que en dicha figura se puede apreciar la proximidad de las curvas del receptor GD(4,256) con la del límite inferior.

#### 5.5.2. Consideraciones de Implementación

A continuación se analiza la complejidad computacional del esquema propuesto teniendo en cuenta la capacidad de memoria y el número de operaciones requeridas para una implementación práctica. En la Fig. 5.11 se muestran los diagramas de bloques necesarios para la implementación del decodificador de Viterbi (VD), del STTC y del receptor GD. En el VD la unidad de métrica de la rama (BMU) calcula las métricas



Figura 5.10: Desempeño de distintos receptores en un canal de 4 usuarios.

de las ramas (BMs), la unidad de adición, comparación y selección (ACSU) realiza las operaciones de adición, comparación y selección (ACS) para cada uno de los trayectos subsistentes y la unidad de memoria subsistente (SMU) guarda los trayectos subsistentes. En el receptor GD la unidad retroalimentada por decisiones (DFU) realiza una ecualización multiusuario retroalimentada por decisiones utilizando los símbolos de los trayectos subsistentes de la SMU para cada estado. Los caminos subsistentes en ambos esquemas tienen longitud  $D_v$  (que es la profundidad de decisión del VD convencional), por lo tanto la cantidad de memoria que se necesita para decodificar *K* usuarios con el receptor VD es  $KSD_v$  y la que requiere el receptor GD es  $S_{GD}D_v$ . Las operaciones que se llevan a cabo en BMU y DFU depende de la implementación. Ya que se supone que el desvanecimiento del canal no varía durante la duración del bloque de símbolos y teniendo en cuenta que los bloque de memoria son más económicos y fáciles de integrar que el procesamiento lógico, las BMU y DFU pueden ser implementadas de manera eficiente utilizando tablas de consulta (LUT) (del inglés *look-up tables - LUT*). Sean *a* y *b* los bits utilizados en las LUTs para representar la señal de entrada y las métricas de ramas,



Figura 5.11: Esquemas de implementación de los decodificadores

respectivamente. Para computar las métricas para ambos receptores se necesitan LUTs con

$$M_{BMU} = 2^{qN} 2^a b \tag{5.48}$$

unidades de memoria. Para implementar la DFU se puede utilizar una combinación de lógica y LUTs. En el Apéndice C se muestra que esta configuración permite implementar esta configuración con una cantidad de unidades de memoria estimada en forma pesimista en

$$M_{\rm DFU} = K(K-1)2^{qN}2^a b.$$
(5.49)

El factor K en la  $M_{DFU}$  se debe a la variación periódica de la MUI. Nótese que para implementar la DFU, la cantidad de unidades de memoria requerida sólo aumenta con el cuadrado de K. Esta implementación sólo requiere operaciones de acceso a memoria que se puede considerar insignificantes para canales MAC con una cantidad de usuarios moderada (que es precisamente el canal de interés en este trabajo). Por lo tanto, se puede considerar que la capacidad de memoria necesaria para implementa la DFU es K(K-1)veces la capacidad de la BMU, y que el número de operaciones necesarias para implementar el receptor permanece esencialmente proporcional al número de estados. En la Tabla 5.1 se puede apreciar una comparación del grado de complejidad en función de los requerimientos de unidades de memoria y cantidad de operaciones. Los receptores es-

|                            | VD         | GD(1,2)    | GD(2)      | MLMR       |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|
| BMU                        |            |            |            |            |
| memoria LUT                | $162^{a}b$ | $162^{a}b$ | $162^{a}b$ | $162^{a}b$ |
| ACSU                       | 4 ACS      | 8 ACS      | 16 ACS     | 64 ACS     |
| operaciones sumas          | 16         | 32         | 64         | 256        |
| operaciones de comparación | 12         | 24         | 48         | 192        |
| SMU                        |            |            |            |            |
| unidades de memoria        | $8D_{v}$   | $8D_{v}$   | $16D_v$    | $256D_v$   |
| DFU                        |            |            |            |            |
| memoria LUT                | -          | $322^{a}b$ | $322^ab$   | -          |

Cuadro 5.1: Comparación de complejidades.

tudiados son los utilizados en el canal de dos usuarios analizado previamente. Se puede observar que el número de estados es un buen indicador de la complejidad computacional general de cada esquema.

### 5.6. Conclusiones

En este capítulo se ha investigado el potencial que ofrece una arquitectura integrada en canales de acceso múltiple con codificación espacio-temporal. Utilizando el marco teórico de la codificación espacio-temporal, se ha formulado un nuevo criterio para lograr un desempeño asintótico libre de interferencias cuando se utiliza el decodificador óptimo. Se ha demostrado que la cota de un sólo usuario se alcanza asintóticamente cuando se satisface el criterio propuesto. El análisis teórico que se ha presentado ha sido ratificado mediante simulaciones en computadora. Para reducir la complejidad computacional del decodificador óptimo se extendió el receptor para un canal con codificación trellis propuesto en la Sección 3 al canal con códigos espacio-temporal. El análisis del receptor de complejidad reducida propuesto mostró que el mismo es capaz de retener el desempeño asintótico del receptor óptimo en canales CDMA de banda angosta. Además, se ha realizado un estudio de complejidad y desempeño del esquema propuesto tomando en cuenta consideraciones de implementación prácticas. Como conclusión final es de destacar que en canales donde el decodificador convencional es ineficiente, el esquema propuesto es capaz de capturar la mayor parte de la ganancia disponible (i.e., la ganancia que se obtendría utilizando la solución óptima) con un incremento de complejidad proporcional al cuadrado del número de usuarios decodificados, en lugar del incremento exponencial que demanda la solución óptima.

## CAPITULO 6 CONCLUSIONES FINALES

En esta Tesis se ha desarrollado una nueva familia de receptores multiusuarios que permite aumentar la eficiencia espectral del canal de acceso múltiple con ancho de banda limitado. Esta nueva familia de receptores aprovecha la información de codificación en el proceso de detección logrando desempeños similares al receptor óptimo pero con una complejidad computacional menor en por lo menos dos órdenes de magnitud. A diferencia de la mayoría de receptores propuestos para aumentar la eficiencia espectral de los sistemas de acceso múltiples, la nueva arquitectura no incrementa prácticamente los retardos de decodificación y es, por lo tanto, especialmente adecuada para aplicaciones interactivas de tiempo real. Además, puede adaptar la relación complejidad versus desempeño de manera gradual a las diferentes condiciones del canal de acceso.

Una segunda contribución fundamental de esta Tesis es el desarrollo de un nueva teoría sobre detección y decodificación conjunta. La importancia de la nueva teoría radica no sólo en que permite realizar un estudio analítico del desempeño de la detección y decodificación conjunta, sino también en que permite obtener criterios de diseño del receptor y del sistema de comunicación. En particular la teoría muestra la importancia de emplear la información de codificación de los usuarios en la detección cuando el ruido del canal es la principal causa de deterioro de la señal recibida (regímenes bajos de SNR). Por el contrario, cuando la interferencia es dominante, es más efectivo tomar en cuenta los estados del canal.

Por último, en esta tesis se demuestra que en un canal asincrónico de acceso múltiple es posible obtener la ganancia de diversidad y codificación de un código espaciotemporal diseñado para un canal punto a punto cuando se emplea detección óptima. Además se muestra que este resultado puede ser alcanzado por el receptor de complejidad reducida aquí propuesto.

### 6.1. Extensión de los Resultados

Si bien la complejidad del esquema propuesto es por lo menos dos órdenes de magnitud inferior a la del receptor óptimo, la misma crece exponencialmente con el tamaño del subconjunto de usuarios cuya información de codificación se emplea en la detección. Sin embargo, cuando el canal debe soportar una gran cantidad de usuarios con velocidades de transmisión alta se prefiere un sistema como el MC-DS-CDMA que emplea mútiples portadoras [89, 90]. Para cada portadora se tiene un canal limitado en banda que es compartido por un grupo reducido de usuarios (la cantidad de canales asignada a cada usuario depende de la tasa de transmisión que el usuario en particular requiera). El análisis de desempeño del receptor propuesto puede extenderse a este tipo de sistemas. Otro escenario donde es interesante extender el análisis es el correspondiente a un enlace de bajada satelital con múltiples haces, en donde un grupo de usuarios comparte el canal de acceso correspondiente a un haz determinado [91,92]. Por otro lado, el agrupamiento óptimo de los usuarios es otro grado de libertad que puede explotarse para mejorar la relación costo beneficio de la familia propuesta de receptores. Para ello se podría extender los resultados presentados en [93,94] para receptores multiusuario en un canal sin codificación al canal codificado.

## 6.2. Trabajos Futuros

Esta tesis realiza una contribución al estudio de receptores multiusuarios que permitan aumentar la capacidad de los sistemas celulares en el enlace de subida. Puesto que el enlace de bajada tiene características diferentes al de subida, es importante analizar cual es el tipo de procesamiento de señal que conviene realizar para incrementar la capacidad del enlace de bajada (estación base a estación móvil).

En el enlace de bajada es posible explotar un tipo de diversidad presente en los canales de acceso múltiples: la diversidad multiusuario. Este tipo de diversidad saca ventaja de la independencia estadística de los canales correspondientes a cada usuario, para transmitir en cada momento sólo a aquellos usuarios que reporten las mejores condiciones de canal. Está previsto que en los sistemas futuros de comunicación celular se empleen diagramadores inteligentes en las estaciones bases que aprovechen este tipo de diversidad. En este escenario, las estaciones móviles deberán decodificar la señal deseada en presencia de la interferencia generada por un grupo reducido de usuarios diagramados. El procesamiento de señal en este contexto se realiza en parte en la estación base a través de un diagramador que reduce la interferencia seleccionando un subconjunto de usuario. La otra parte del procesamiento se realiza en la estación mobil donde se debe tratar el resto de la interferencia. El procesamiento en la estación base mediante diagramadores y arreglos de antenas promete incrementar significativamente la capacidad del enlace de bajada. Como una continuación del trabajo realizado en esta tesis, en [95, 96] se han propuesto nuevos esquemas de prefiltrado espacial y algoritmos de diagramación

## Capítulo 6

que permiten alcanzar valores próximos a la capacidad del sistema. Por otro lado, la interferencia que experimentan las estaciones móviles producto de unos cuantos usuarios dominantes puede se tratada eficazmente mediante algoritmos multiusuarios como el propuesto en esta Tesis.

Apéndice

106

# APÉNDICE A Combinador Óptimo

Sea **R** un vector de observación compuesto por *N* muestras del vector  $\mathbf{r}[n]$ :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^{\mathrm{T}}[\mathbf{1}], \mathbf{r}^{\mathrm{T}}[\mathbf{2}], ..., \mathbf{r}^{\mathrm{T}}[\mathbf{N}] \end{bmatrix}.$$
 (A-1)

El vector columna  $\mathbf{r}[n]$  tiene dimensión  $1 \times L$  y modela la señal recibida

$$\mathbf{r}[n] = \beta[n]u[n] + \eta[n], \qquad (A-2)$$

en donde  $\beta[n]$  es un vector  $1 \times L$  aleatorio con matriz de covariancia **B**.  $\eta[n]$  es el vector  $1 \times L$  de ruido Gaussiano. Sea u[n] con n = 1...N los símbolos transmitidos, y

$$\mathbf{u} = [u[1], u[2], \dots u[N]] \tag{A-3}$$

el vector de símbolos transmitidos. El combinador de máxima verosimilitud selecciona el vector **u** que maximiza la probabilidad condicional:

$$p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = p(\mathbf{r}^{T}[1], \mathbf{r}^{T}[2], ..., \mathbf{r}^{T}[N]/u[1], u[2], ...u[N]).$$
(A-4)

Si  $\mathbf{r}[n]$  sólo depende de u[n] y no de valores anteriores ni posteriores, y los  $\mathbf{r}[n]$  son independientes entre sí, la probabilidad condicional está dada por:

$$\max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{u}} \prod_{n=1}^{N} p(\mathbf{r}[n]/u[n])$$
(A-5)

con:

$$p(\mathbf{r}[n]/u[n]) = \frac{e^{-(\mathbf{r}[n] - \beta[n])^T \mathbf{N}^{-1}(\mathbf{r}[n] - \beta[n])^*}}{\sqrt{2\pi\Delta_N}},$$
(A-6)

donde  $\Delta_N$  es el determinante de la matriz N. Aplicando (A-6) en (A-5) se tiene:

$$\max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{u}} \sum_{n=1}^{N} \left(\mathbf{r}[n] - \beta[n]\right)^{T} \mathbf{N}^{-1} \left(\mathbf{r}[n] - \beta[n]\right)^{*}.$$
 (A-7)

Reemplazando el valor de  $\mathbf{r}[n]$  y operando obtenemos el siguiente resultado:

$$\begin{aligned}
& \max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{u}} \sum_{n=1}^{N} \beta^{T}[n] \mathbf{N}^{-1} \beta^{*}[n] |u[n]|^{2} \\
& + \mathbf{r}^{T}[n] \mathbf{N}^{-1} \mathbf{r}[n] - \beta^{T} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{r}^{*}[n] u[n] \\
& + \mathbf{r}[n] \mathbf{N}^{-1} \beta^{*} u^{*}[n]
\end{aligned} \tag{A-8}$$

Considerando que el alfabeto es de módulo constante tenemos que el primer y segundo miembro de la sumatoria no dependen de la decisión a tomar, por lo tanto la ecuación (A-8) queda

$$\max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{u}} \sum_{n=1}^{N} \beta^{T}[n] \mathbf{N}^{-1} \mathbf{r}^{*}[n] u[n] \\
+ \mathbf{r}^{T}[n] \mathbf{N}^{-1} \beta^{*} u^{*}[n].$$
(A-9)

Siendo  $\beta^T[n] \mathbf{N}^{-1} \mathbf{r}^*[n] u[n] = \mathbf{r}^H[n] (\beta^T \mathbf{N}^{-1})$  y **N** una matriz real y simétrica tenemos:

$$\max_{\mathbf{u}} p(\mathbf{R}/\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{u}} \sum_{n=1}^{N} \Re\left(z[n]u^*[n]\right)$$
(A-10)

donde:

$$z[n] = \mathbf{r}^T[n]\mathbf{N}^{-1}\boldsymbol{\beta}^* \tag{A-11}$$

es la señal de entrada al detector. El coeficiente de ponderación del combinador de máxima relación es:

$$\mathbf{w}_{\mathrm{MV}}[n] = \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\beta}^*. \tag{A-12}$$

El combinador de mínimo error cuadrático medio, elige los coeficientes de ponderación  $\mathbf{w}$ , de manera de minimizar el error cuadrático medio  $\varepsilon$  dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = E\left\{|\boldsymbol{z}[n] - \boldsymbol{u}[n]|^2\right\} = E\left\{\left|\mathbf{r}^T[n]\mathbf{w}[n] - \boldsymbol{u}[n]\right|^2\right\}.$$
 (A-13)

La solución de la ecuación anterior conduce al conocido sistema de ecuaciones de Wiener-Hopf:

$$\sum_{i=1}^{L} w_i[n] \gamma_{r_j r_i} = \gamma_{u r_j} j = 1 \cdots L, \qquad (A-14)$$

donde

$$\gamma_{r_i r_j} = E\left\{r_i r_j^*\right\} = \beta_i[n]\beta_j^*[n]|u[n]|^2 + E\left\{\eta_i \eta_j^*\right\}$$
(A-15)

у

$$\gamma_{ur_j} = E\left\{ u[n]r_j^*[n] \right\} = |u[n]|^2 \beta_j^*$$
(A-16)

Suponiendo que tanto  $\beta[n]$  como u[n] son conocidos en el receptor, y que el alfabeto es de módulo constante e igual a 1, la ecuación (A-14) expresada en forma vectorial queda

$$(\mathbf{B} + \mathbf{N})\mathbf{w}_{MEMC}[n] = \beta^*[n], \qquad (A-17)$$

donde **N** es la matriz de covariancia del vector ruido Gaussiano  $\mathbf{n}[n]$ ,  $\mathbf{B} = \beta[n]\beta^H[n]$  es una matriz Hermitiana. Para simplificar la notación se omite en lo sucesivo el subíndice que indica tiempo.

Sea

$$\mathbf{T} = [t_{ij}] = \mathbf{B} + \mathbf{N} = [\mathbf{b}_1 + \mathbf{n}_1 \cdots \mathbf{b}_L + \mathbf{n}_L]$$
(A-18)

donde

$$\mathbf{b}_{i} = \begin{bmatrix} \beta_{1}\beta_{i}^{*} \\ \cdots \\ \beta_{L}\beta_{i}^{*} \end{bmatrix}$$
(A-19)  
$$\mathbf{n}_{i} = \begin{bmatrix} \rho\sigma^{2} \\ \cdots \\ \rho\sigma^{2} \end{bmatrix}$$
(A-20)

son vectores de dimensión *L* Se denota con  $\mathbf{b}_i^j$  el vector que se obtiene de eliminar el elemento *j* en  $\mathbf{b}_i$ . Sea  $T_{ij}$  el cofactor de  $t_{ij}$ . Entonces:

$$\mathbf{w} = (\mathbf{B} + \mathbf{N})^{-1} \boldsymbol{\beta} * = \frac{1}{\Delta_T} \begin{bmatrix} T_{11} & \cdots & T_{1j} & \cdots & T_{1L} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_{i1} & \cdots & T_{ij} & \cdots & T_{iL} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ T_{L1} & \cdots & T_{Lj} & \cdots & T_{lL} \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta}^*$$
(A-21)

A continuación se obtiene una expresión para  $w_1$  y posteriormente se extiende el resultado a los demás elementos del vector **w**. Expresando  $w_1$  de la siguiente manera

$$w_1 = \sum_{i=1}^{L} (-1)^{1+i} T_{1+i} \beta_i, \qquad (A-22)$$

y aplicando a las dos primera columnas  $T_{11}$  y  $T_{12}$  las siguiente propiedades de los determinantes:

a) 
$$c |\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_i \cdots \mathbf{a}_L| = |\mathbf{a}_1 \cdots c \mathbf{a}_i \cdots \mathbf{a}_L|$$
  
b)  $|\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_i + \mathbf{b} \cdots \mathbf{a}_L| = |\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_i \cdots \mathbf{a}_L| + |\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{b} \cdots \mathbf{a}_L|$   
c)  $|\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_i \cdots \mathbf{a}_j \cdots \mathbf{a}_L| = (-1) |\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_j \cdots \mathbf{a}_i \cdots \mathbf{a}_L|$ 

se obtiene

$$\beta_1^* T_{11} - \beta_2^* T_{12} = \beta_1^* \left| \mathbf{n}_2^1 (\mathbf{b}_3^1 + \mathbf{n}_3^1) \cdots (\mathbf{b}_L^1 + \mathbf{n}_L^1) \right|$$

$$- \beta_2^* \left| \mathbf{n}_1^1 (\mathbf{b}_3^1 + \mathbf{n}_3^1) \cdots (\mathbf{b}_L^1 + \mathbf{n}_L^1) \right|.$$
(A-23)

Nuevamente aplicando las propiedades anteriores a la segunda columna de  $T_{13}$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \beta_{3}^{*}T_{13} &= -\beta_{3}^{*} \left| \mathbf{n}_{2}^{1} \mathbf{b}_{1}^{1} (\mathbf{b}_{4}^{1} + \mathbf{n}_{4}^{1}) \cdots (\mathbf{b}_{L}^{1} + \mathbf{n}_{L}^{1}) \right| \\ &+ \beta_{3}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{1} \mathbf{b}_{2}^{1} (\mathbf{b}_{4}^{1} + \mathbf{n}_{4}^{1}) \cdots (\mathbf{b}_{L}^{1} + \mathbf{n}_{L}^{1}) \right| \\ &+ \beta_{3}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{1} \mathbf{n}_{2}^{1} (\mathbf{b}_{4}^{1} + \mathbf{n}_{4}^{1}) \cdots (\mathbf{b}_{L}^{1} + \mathbf{n}_{L}^{1}) \right| \end{aligned}$$
(A-24)

La suma del primer, segundo y tercer término de (A-22) resulta

$$\sum_{i=1}^{L} (-1)^{1+i} T_{1+i} \beta_i = \beta_1^* \left| \mathbf{n}_2^1 \mathbf{n}_3^1 (\mathbf{b}_4^1 + \mathbf{n}_4^1) \cdots (\mathbf{b}_L^1 + \mathbf{n}_L^1) \right| -\beta_2^* \left| \mathbf{n}_1^1 \mathbf{n}_3^1 (\mathbf{b}_4^1 + \mathbf{n}_4^1) \cdots (\mathbf{b}_L^1 + \mathbf{n}_L^1) \right| \beta_1^* \left| \mathbf{n}_1^1 \mathbf{n}_2^1 (\mathbf{b}_4^1 + \mathbf{n}_4^1) \cdots (\mathbf{b}_L^1 + \mathbf{n}_L^1) \right|,$$
(A-25)

se observa que la suma parcial de  $T_{11}$ , $T_{12}$  y  $T_{13}$  se reduce a determinantes de matrices con los dos primeros vectores columnas sin componentes. De igual manera, desarrollando las cuatro primeras columnas de  $T_{11}$ , $T_{12}$ ,  $T_{13}$ y  $T_{14}$ , y sumando los cuatro primeros términos de (A-22) se obtiene determinantes con los tres primeros vectores columnas sin componentes. Procediendo de igual manera con el resto de los términos se obtiene

$$w_{1} = \beta_{1}^{*} \left| \mathbf{n}_{2}^{1} \cdots \mathbf{n}_{i}^{1} \cdots \mathbf{n}_{L}^{1} \right| - \beta_{2}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{1} \mathbf{n}_{3}^{1} \cdots \mathbf{n}_{i}^{1} \cdots \mathbf{n}_{L}^{1} \right| + \dots + (-1)^{1+L} \beta_{L}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{1} \cdots \mathbf{n}_{i}^{1} \cdots \mathbf{n}_{L-1}^{1} \right|.$$
(A-26)

En general  $w_i$  queda expresado por

$$w_{i} = \beta_{1}^{*} \left| \mathbf{n}_{2}^{i} \cdots \mathbf{n}_{i}^{i} \cdots \mathbf{n}_{L}^{i} \right| - \beta_{2}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{i} \mathbf{n}_{3}^{i} \cdots \mathbf{n}_{i}^{i} \cdots \mathbf{n}_{L}^{i} \right| + \dots + (-1)^{1+L} \beta_{L}^{*} \left| \mathbf{n}_{1}^{i} \cdots \mathbf{n}_{i}^{i} \cdots \mathbf{n}_{L-1}^{i} \right|.$$
(A-27)

Aplicando (A-27) en (A-21), los coeficientes de ponderación pueden expresarse como

$$\mathbf{w}_{MECM} = \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\beta}^* \tag{A-28}$$

#### Apéndice

Cuando el alfabeto es de módulo constante, la constante  $\frac{\Delta_N}{\Delta_T}$  no cambia la variable de decisión a la salida del combinador. Por lo tanto se concluye que el combinador de mínimo error cuadrático medio es el combinador óptimo cuando el alfabeto es de módulo constante.

Apéndice

## Apéndice B Distancia de Evento Error

La distancia de un evento de error  $E^{(0)}$  afectado por propagación de errores  $\mathbf{E}^{(L)}$  se denota con  $d(E^{(0)}|\mathbf{E}^{(L)})$ . Sea  $\hat{x}_i$  la señal estimada de  $x_i$  y  $\hat{\Gamma}_i$  el estado estimado. Un evento error E ocurre entre  $i_o$  e  $i_f$ , si  $\hat{x}_{i_o} \neq x_{i_o}$  y los estados  $\hat{\Gamma}_{i_o} = \Gamma_{i_o}$  y  $\hat{\Gamma}_{i_f} = \Gamma_{i_f}$ . De este modo, un evento error puede ser un evento de error de símbolo (correspondiente a transiciones paralelas en el trellis) o un evento de error con al menos un estado diferente respecto de la secuencia de símbolos correcta. Es decir,  $\Gamma_i^{:} \neq \hat{\Gamma}_i^{:}$  para los instantes  $i_o < i < i_f$ . La probabilidad de que un evento error suceda en el intervalo de tiempo que va de  $i_o$  a  $i_f$ depende de la secuencia estimada que llega al estado inicial  $\Gamma_{i_o}^{:}$ . Sea  $\hat{\mathbf{x}}_o^{i_o-1}$  la secuencia estimada desde i = 0 a  $i_o - 1$ . Luego, la señal estimada correspondiente a la secuencia correcta de datos y al evento de error están dadas respectivamente por

$$\tilde{y}_{i} = \begin{cases} \sum_{l=0}^{\kappa(i)-1} f_{\kappa(i),\kappa(i-l)l} x_{i-l} + \sum_{l=\kappa(i)}^{K-1} f_{\kappa(i),\kappa(i-l)} \hat{x}_{i-l} & i_{o} \leq i < i_{o} + K - 1 \\ y_{i} & i \geq i_{o} + K - 1 \end{cases} (B-1)$$

$$\hat{y}_{i} = \sum_{l=0}^{K-1} f_{\kappa(i),\kappa(i-l)} \hat{x}_{i-l} (B-2)$$

El algoritmo de Viterbi elegirá el camino equivocado si

$$\sum_{i=i_o}^{i_f-1} |\widetilde{y}_i - r_i|^2 > \sum_{i=i_o}^{i_f-1} |\hat{y}_i - r_i|^2 \quad . \tag{B-3}$$

Suponiendo que no haya ocurrido errores en las K - 1 transiciones previas a  $i_o$ , la distancia (convencional) del evento de error E esta dada por

$$(d(E))^{2} = \sum_{i=i_{o}}^{i_{f}-1} \left| d^{(i)}(E) \right|^{2},$$
(B-4)

$$d^{(i)}(E) = \widehat{y}_i - y_i. \tag{B-5}$$

Supóngase que el camino asociado con la secuencia estimada  $\hat{\mathbf{x}}_{o}^{i_{o}-1}$  que llega al estado  $\Gamma_{i_{o}}$  del evento error *E* corresponde a una secuencia de eventos de error **E** entre 0 y  $i_{o}-1$ ,

esto es :

$$\hat{\mathbf{x}}_{o}^{i_{o}-1} \to \mathbf{E} = E^{(1)} \cdots E^{(l)} \tag{B-6}$$

El efecto de los errores de símbolos que se producen antes del instante  $i_o$ se tome en cuenta por los términos

$$\delta^{(i)}(\mathbf{E}) = \begin{cases} \sum_{m=i-i_o+1}^{K-1} f_{\kappa(i),\kappa(i-m)} e_{i-m} & si \, i_o \le i < i_o + K - 1 \\ y \, i < i_f \\ 0 & para \, otros \, valores \end{cases}$$
(B-7)

con  $e_i = \hat{x}_i - x_i$ . Luego,

$$\widetilde{y}_i - y_i = \delta^{(i)}(\mathbf{E})$$
 (B-8)

$$\hat{y}_i - y_i = \delta^{(i)}(\mathbf{E}) + d^{(i)}(E),$$
 (B-9)

y finalmente se puede expresar la condición de un evento error B-3 como:

$$2\sum_{i=i_{o}}^{i_{f}} \Re e\left\{d^{(i)}(E)n_{i}^{*}\right\} > (d(E))^{2} + 2\sum_{i=i_{o}}^{i_{f}} \Re e\left\{d^{(i)}(E)\left(\delta^{(i)}(\mathbf{E})\right)^{*}\right\}.$$
 (B-10)

Nótese que si no hubieran ocurrido errores en K-1 etapas previas a  $i_o$ ,  $\delta^{(i)}(\mathbf{E}) = 0$  y (B-10) se reduce a

$$2\sum_{i=i_{o}}^{i_{f}} \Re e\left\{ d^{(i)}(E)n_{i}^{*} \right\} > \left( d(E) \right)^{2}.$$
(B-11)

De la ecuación (B-10), el evento de error E afectado por la propagación de errores puede ser expresado como

$$d(E|\mathbf{E}) = d(E) + 2\rho(E, \mathbf{E}), \qquad (B-12)$$
$$\Sigma^{i_f} = \Omega \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ f(E) - f(E) \right\} \right\}^* \right\} \right\}$$

$$\rho(E, \mathbf{E}) = \frac{\sum_{i=i_o}^{j} \Re e\left\{ d^{(i)}(E) \left( \delta^{(i)}(\mathbf{E}) \right)^* \right\}}{d(E)}.$$
 (B-13)

donde  $\rho(E, \mathbf{E})$  puede ser interpretado como la proyección en el espacio de señal de dimensión  $(i_f - i_o)$  del vector con componentes  $\delta^{(i)}(\mathbf{E})$  sobre el vector con componentes  $d^{(i)}(E)$ . Nótese que  $\rho(E, \mathbf{E})$  puede ser negativo produciendo un decremento en la distancia del evento de error *E*.

# APÉNDICE C IMPLEMENTACIÓN DEL ESTIMADOR DE INTERFERENCIA

La métrica de la rama para una transición del estado reducido  $\sigma_n$  con el símbolo de entrada  $a_n$  está dada por

$$\lambda_n(\sigma_n, a_n, z_n) = (z_n - a_n - \hat{I}(\sigma_n))^2$$
(C-1)

$$\hat{I}(\sigma_n) = \sum_{i=2}^{L} f_i \hat{a}_{n-i}(\sigma_n)$$
(C-2)

donde  $z_n$  es la señal recibida en el instante n,  $\{f_i\}$   $i \in [0, ..., L]$  son los coeficientes del canal,  $\hat{I}(\sigma_n)$  es la interferencia multiusuario (MUI) estimada para el estado  $\sigma_n$  y  $\hat{a}_{n-i}(\sigma_n)$  es el símbolo subsistente que corresponde al símbolo codificado. Las DFU y BMU que aparecen en Fig. 5.11 implementan los canceladores de interferencia MUI y las métricas de las ramas calculadas para cada estado

$$z_n(z_n, \sigma_n) = z_n - \hat{I}(\sigma_n)$$
 (C-3)

$$\lambda_n(\sigma_n, a_n, z_n) = (z_n(z_n, \sigma_n) - a_n)^2, \qquad (C-4)$$

respectivamente. Se puede reformular la ecuación (115) de modo iterativo como

$$z_{n}^{(1)}(z_{n},\sigma_{n}) = z_{n} - f_{1} \cdot \hat{a}_{n-1}$$

$$z_{n}^{(2)}(z_{n},\sigma_{n}) = z_{n}^{(1)}(z_{n},\sigma_{n}) - f_{2} \cdot \hat{a}_{n-2} \qquad (C-5)$$

$$\dots \dots$$

$$z_{n}^{,}(z_{n},\sigma_{n}) = z_{n}^{(K)}(z_{n},\sigma_{n}) = z_{n}^{(K-1)}(z_{n},\sigma_{n}) - f_{K} \cdot \hat{a}_{n-K},$$

donde  $z_n^{(j)}$ ,  $j \in [1,...,L]$  denota la señal computada en la *j-ésima* iteración. Para un símbolo codificado con *M* valores diferentes, la cancelación de MUI se puede realizar empleando una LUT que devuelva las señales M posibles en cada iteración, seguida de un multiplexor M:1 que seleccione la señal que corresponde al símbolo subsistente  $\hat{a}_{n-j}$ . Las *L* selecciones están determinadas por los símbolos subsistentes en cada estado. Si se

usan *a* bits para representar las señales  $z_n$  y  $z_n^{(j)}$ , la capacidad de memoria requerida por la DFU es  $LM2^a a$ .

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- I. Oppermann and R. Rapajic, "Capacity of band-limited CDMA MMSE receiver based system when combined with trellis or convolutional coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 8, pp. 1328–1337, 2000.
- [2] S. Marinkovic, B. Vucetic, and W. Fen, "Performance of multiuser MMSE decision feedback receiver with convolutional and trellis coded modulation," in *Proc. IEEE GLOBECOM*'99, Rio de Janeiro, Brazil, 1999, pp. 2405–2410.
- [3] R. Khono, P. Rapajic, and B. Vucetic, "An overview of adaptive techniques for interference minimization in CDMA systems," *Wireless Personal Communications*, pp. 3–21, 1994.
- [4] P. Schramm and R. R. Muller, "Spectral efficiency of CDMA systems with linear mmse interference suppression," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 47, no. 5, pp. 722–730, 1999.
- [5] H. Murata and S. Yoshida, "Trellis-coded cochannel interference canceller for microcellular radio," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 45, no. 9, pp. 1088–1094, 1997.
- [6] H. E. Gamal and E. Geraniotis, "Iterative multiuser detection for coded CDMA signals in awgn and fading channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 1, pp. 30–41, 2000.
- [7] M. Brandt-Pearce and M.-H. Yang, "Soft-decision multiuser detector for coded CDMA sytemas," in *Proc.IEEE International Conference on Communications*, vol. 1, June 1998, pp. 365–369.
- [8] S. Verdu, *Multiuser Detection*. Cambridge University Press, 1998.
- [9] A. Hafeez and W. E. Stark, "A family of soft-output multiuser demodulators for coded asynchronous DS-CDMA channels," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, May 1996, pp. 382–386.
- [10] A. Y. El-Ezabi and A. Duel-Hallen, "Two-stage detection of coded CDMA systems and a novel interleaving scheme," in *Proceedings IEEE 2nd International Sympo*sium on Computers and Communications, July 1997, pp. 551–555.

- [11] P. D. Alexander, L. K. Rasmussen, and C. B. Schlegel, "A linear receiver for coded multiuser CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 5, pp. 605–610, 1997.
- [12] W. Haifeng, J. Lilleberg, and K. Rikkinen, "Joint multiuser detector with decoding and feedback in asynchronous CDMA systems," in *Proc. IEEE Fifth International Symposium on Spread Spectrum Tech. and App.*, vol. 1, South Africa, Sept. 1998, pp. 160–164.
- [13] M. Valenti and B. D. Woerner, "Iterative multiuser detection for convolutionally coded asynchronous DS-CDMA," in *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobil Communications*, vol. 1, Sept. 1998, pp. 213–217.
- [14] M. C. Reed, , C. B. S. P. D. Alexander, and J. A. Asenstorfer, "Iterative multiuser detection for CDMA with fec: Near-single-user performance," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 12, pp. 1693–1698, 1998.
- [15] T. R. Giallorenzi and S. G. Wilson, "Multiuser ML sequence estimator for convolutionally coded asynchronous DS-CDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 8, pp. 997–1008, 1996.
- [16] —, "Suboptimum multiuser receivers for convolutionally coded asynchronous DS-CDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 9, pp. 1183–1196, 1996.
- [17] A. Hafeez and W. E. Stark, "Combined decision-feedback multiuser detection/softdecision decoding for CDMA channels," in *Proc. IEEE Mobile Communications* for Human Race, Atlanta, GA, Apr. 1996, pp. 382–386.
- [18] E. A. Fain and M. Varanasi, "Group-metric multiuser decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 6, pp. 1021–1032, 2001.
- [19] Y. Shama and B. R. Vojcic, "A reduced complexity detector/decoder for multiuser communications with FEC," in *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT'98)*, Cambridge, MA, Aug. 1998, p. 284.
- [20] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication I: performance criteria and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, 1998.
- [21] G. Corral-Briones, M. R. Hueda, and C. Rodriguez, "Trellis-based multiuser receivers for asynchronous trellis coded DS-CDMA sytems," *Proceedings of IEEE ICC*, vol. 3, pp. 831–836, 2001.

- [22] —, "Reduced complexity multiuser receivers for asynchronous trellis coded DS-CDMA systems," *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, *Spring*, 2001.
- [23] G. Corral-Briones, M. Hueda, C. Rodriguez, and C. Marques, "Reduced complexity multiuser receiver for unwhintened trellis coded DS-CDMA channels," in *Proc. of Virginia Tech's Eleven Symposium on Wireless Personal Communications*, June 2001.
- [24] G. Corral-Briones and M. R. Hueda, "Performance bound for group decoding over asynchronous Gaussian multiple-access channels," in *Proc. IEEE GLOBE-COM'03*, vol. 4, San Francisco, Dec. 2003, pp. 1892–1897.
- [25] G. Corral-Briones and C. Rodriguez, "Performance of joint multiuser detection and group decoding for trellis coded DS-CDMA systems," in *Proc. IEEE Fall Vehicular Technology Conference (VTC'02)*, vol. 2, Sept. 2002, pp. 1139–1142.
- [26] G. Corral-Briones, M. R. Hueda, and C. E. Rodriguez, "Joint multiuser equalization and group decoding for asynchronous trellis-coded multiple access channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 3, pp. 445–452, 2006.
- [27] G. Corral-Briones and M. R. Hueda, "Performance of joint reduced-sate multiuser detection and group decoding," in *Proc. IEEE GLOBECOM'04*, vol. 1, Dallas, Texas, Dec. 2004, pp. 288–293.
- [28] G. Corral-Briones, "Design criteria for reduced complexity joint multiuser detection and group decoding," in *Proceedings IEEE of The Ninth International Conference on Communications Systems IEEE Globecom*, 2004, pp. 424–430.
- [29] M. R. Hueda, G. Corral-Briones, and C. E. Rodriguez, "Mmsec-rake receivers with resolution reduction of the diversity branches: Analysis, simulation, and applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 6, pp. 1073–1081, 2001.
- [30] G. Corral-Briones, M. Freytes, M. Hueda, and C. Rodriguez, "Combinador optimo para diversidad espacial con multiples antenas receptoras systems," *Seminario Nacional y Congreso Internacional de Comunicaciones SENACITEL*, pp. 65–71, 1998.
- [31] B. Lu and X. Wang, "Iterative receiver for multiuser space-time coding systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 11, pp. 2322–2335, 2000.

- [32] G. Corral-Briones and C. Rodriguez, "Reduced-complexity receivers for spacetime coded DS-CDMA systems," *Proceedings of IEEE Globecom*, 2002.
- [33] G. Corral-Briones, C. Rodriguez, and C. Marques, "Non-iterative joint decoding of space-time codes and multiuser interference in asynchronous DS-CDMA systems," *Proceedings of IEEE WCNC*, vol. 41, pp. 94–98, 2002.
- [34] G. Caire, G. Taricco, J.Ventura-Traveset, and E. Biglieri, "A multi-user approach to narrowband cellular communications," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, pp. 1503–1517, 1997.
- [35] B. K. Ng and E. Sousa, "Multiuser signal design and detection using interferenceresistant modulation," *Proceeding of IEEE International Conference on Communications*, pp. –, 2001.
- [36] J. Barry, E. Lee, and D. Messerschmitt, *Digital Communication*. Kluwer Academic Press, 2003.
- [37] J. G. Proakis, Digital Communication. McGraw-Hill, 1995.
- [38] M. K. Varanasi and B. Aazhang, "Near-optimum detection in synchronous codedivision multiple-access systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, no. 5, pp. 725– 736, 1991.
- [39] A. Duel-Hallen, "Decorrelating decision-feedback multiuser detector for synchronous code-division multiple-access channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 2, pp. 285–290, 1993.
- [40] L. Wei and C. Schlegel, "Synchronous DS-CDMA system with improved decorrelating decision-feedback multiuser detection," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, pp. 767–772, 1994.
- [41] R. Lupas and S. Verdu, "Linear multiuser detectors for synchronous code-division multiple-access channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 35, no. 1, pp. 123– 136, 1989.
- [42] K. Schneider, "Optimum detection of code division multiplexed signals," IEEE Trans. Aerospace Electron. Sys., pp. 181–185, 1979.
- [43] —, "Crosstalk resistant receiver for m-ary multiplexed signals," *IEEE Trans. Aerospace Electron. Sys.*, pp. 426–433, 1980.

- [44] S. W. Wales, "Technique for cochannel interference suppression in TDMA mobile radio systems," *Proceeding IEE Communications*, no. 142, pp. 106–114, 1995.
- [45] P.Ranta, Z. Honkasalo, and J. Tapaninen, "TDMA cellular network application of an interference cancellation technique," in *Proc.IEEE 45th Vehicular Technology Conference*, vol. 1, July 1995, pp. 296–300.
- [46] P.Ranta, A. Hottinen, and Z. Honkasalo, "Co-channel interference cancelling receiver for TDMA mobile systems," in *Proc.IEEE International Communications Conference*, vol. 1, June 1995, pp. 17–21.
- [47] S. R. Kadaba, S. B. Gelfand, M. P. Fitz, and R. L. Kashyap, "Soft output interference suppression in tdma wireless communications." *Wireless Networks*, vol. 4, no. 6, pp. 507–514, 1998.
- [48] G. Caire, G. Taricco, J. Traveset, and E. Biglieri, "A multiuser approach to narrowband cellular communications," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, pp. 1503– 1517, 1997.
- [49] R. Khono, R. Meidan, and L. Milstein, "Spread spectrum access methods in wirelles communications," *IEEE Communications Magazine*, vol. 33, no. 1, pp. 58–67, 1995.
- [50] R. P. B.R. Vojcic and L. Milstein, "Performance of DS- CDMA with imperfect power control operating over low earth orbiting satellite link," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 12, no. 4, pp. 560–567, 1994.
- [51] C. B. Papadias and A. J. Paulraj, "Space-time signal processing for wireless communications," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 49–83, 1997.
- [52] K. Higuchi, A. Fujiwara, and M. Sawahashi, "Multipath interference canceller for high-speed packet transmission with adaptive modulation and coding scheme in w-cdma forward link," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, pp. 419–432, 2002.
- [53] A. E. Gamal and T. Cover, "Multiple user information theory," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, no. 12, 1980, pp. 1466–1483.
- [54] R. Gallager, "A perspective on multiaccess channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 31, pp. 124–142, 1985.
- [55] S. Verdu, "Optimum sequence detection of asynchronous multiple access communications," in *Proceedings IEEE Int. Symposium on Information Theory*, Sept. 1983, p. 80.

- [56] —, "Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple-access channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-32, no. 1, pp. 85–96, 1986.
- [57] U. Fawer and B. Aazhang, "Multiuser receiver for code-division multiple-access systems with trellis-based modulation," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 14, no. 8, pp. 1602–1609, 1996.
- [58] —, "A multiuser receiver for code-division multiple-access communications over multipath channels," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 43, pp. 1559–1565, 1995.
- [59] S. Verdu, "Optimum multiuser asymptotic efficiency," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 34, no. 9, pp. 890–897, 1986.
- [60] R. Lupas and S. Verdu, "Near-far resistance of multiuser detector in asynchronous channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 4, pp. 496–508, 1990.
- [61] K. Chugg, A. Anastasopoulos, and X. Chen, Iterative Detection. KAP, 2001.
- [62] Y. Li, B. Vucetic, and Y. Sato, "Optimum soft-output detection for channels with intersymbol interference," *IEEE Transactions on Commun.*, vol. 41, no. 3, pp. 704– 713, 1995.
- [63] M. N. Eyuboglu and S. U. Qureshi, "Reduced-state sequence estimation for coded modulation on intersymbol interference channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 7, no. 6, pp. 989–995, 1989.
- [64] P. R. Chevillat and E. Eleftheriou, "Decoding of trellis-encoded signals in the presence of intersymbol interference and noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, no. 7, pp. 669–676, 1989.
- [65] A. Hafeez and W. E. Stark, "Decision feedback sequence estimation for unwhitened isi channels with applications to multiuser detection," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1785–1795, 1998.
- [66] T. Hashimoto, "A list-type reduced-constraint generalization of viterbi algorithm," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-33, no. 6, pp. 866–876, 1987.
- [67] G. L. Turin, "The effects of multipath and fading on the performance of directsequence CDMA systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, no. 3, pp. 213–219, 1984.
- [68] J. Yang, "Analysis and simulation of a CDMA PCS indoor system with distributed antennas," in *Proceedings IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC*'95, vol. 3, Sept. 1995, pp. 1123–1127.

- [69] M. K. Varanasi and T. Guess, "Optimum decision feedback multiuser equalization with successive decoding achieves the total capacity of the gaussian multipleaccess channel," in *Proceedings of the Thirty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 2, 1997, pp. 1405–1409.
- [70] R. R. Muller, "Combining multiuser detection with coding: Promise and problems," in *Proc. of Conference on Informaton Sciences and Systems*, Mar. 2000, pp. 140– 145.
- [71] D. Divsalar, M. K. Simon, and D. Raphaeli, "Improved parallel interference cancellation for cdma," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 2, pp. 258–268, 1998.
- [72] A. Duel-Hallem and A. C. Heegard, "Delayed decision-feedback sequence estimation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 428–436, 1989.
- [73] P. R. Chevillat, "N-user trellis coding for class of multiple-access channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 27, no. 1, pp. 114–120, 1981.
- [74] G. D. Forney, "Maximum probability of error for asynchronous gaussian multipleaccess channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-18, no. 3, pp. 363–378, 1972.
- [75] A. Duel-Hallem, "A family of multiuser decision-feedback detectors for asynchronous code-division multiple-access channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 421–434, 1995.
- [76] L. Wei and L. K. Rasmussen, "A near ideal noise whitening filter for an asynchronous time-varying CDMA !system," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 10, pp. 1355–1361, 1996.
- [77] M. J. Juntti and B. Aazhang, "Finite memory-length linear multiuser detection for asynchronous cdma communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 5, pp. 611–622, 1998.
- [78] T. R. Giallorenzi and S. G. Wilson, "Decision feedback multiuser receivers for asynchronous CDMA systems," in *Proceedings IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 3, 1993, pp. 1677–1682.
- [79] N. Seshadri and C. W. Sundberg, "List viterbi decoding algorithms with applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 313–322, 1994.
- [80] M. k. Varanasi and B. Aazhang, "Multiuser detection in asynchronous codedivision multiple-access communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 4, pp. 509–519, 1990.

- [81] T. J. Lim, L. K. Rasmussen, and H. Sugimoto, "Relative performance of BPSK and QPSK in the presence of complex multiuser CDMA interference," *Kluwer Wireless Pers. Comms.*, vol. 13, no. 3, pp. 237–256, 2000.
- [82] B. Vucetic and J. Yuan, *Turbo Codes: Principle and Applications*. Kluber Academic Publishers, 2000.
- [83] A. F. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "A space-time coding modem for high data rate wireless communications," *IEEE J. Select. Areas in Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1459–1478, 1998.
- [84] A. G. Dabak, T. Schmidl, and C. Sengupta, "Equalization and multi-user detection for space time block coding based transmit diversity (sttd) in frequency selective channels," *Proceeding of IEEE VTC Spring*, vol. 2, pp. 565–572, 2000.
- [85] J. LI, K. B. Letaief, R. Cheng, and Z. CAO, "Co-channel interference cancellation for space-time coded ofdm systems," *Proceeding of IEEE ICC*, vol. 6, pp. 1638– 1642, 2001.
- [86] S. K. Jayaweera and H. V. Poor, "Low complexity receiver structures for space-time coded multiple-access systems." *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 3, pp. 275–288, 2002.
- [87] Z. Zvonar and D. Brady, "Multiuser detection in single-path fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1729–1739, 1994.
- [88] J. Grimm, "Tansmitter diversity code design for achieving full diversity on Rayleigh fading channels," *PhD thesis, Purdue University*, December 1998.
- [89] Y. J. Zhang and K.Letaief, "An efficient resource-allocation schemes for spatial multiuser access in mimo/ofdm systems," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 53, no. 1, pp. 107–115, 2005.
- [90] Q. Liu, R. a. Schotz, and Z. Zhang, "Complexity of verdu optimum multiuser detection algorithm in multichannel cdma systems," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 47, no. 12, pp. 1913–1920, 1999.
- [91] A. F. Naguib, A. Paulraj, and T. Kailath, "Capacity improvement with base-station antenna arrays in cellular CDMA," *IEEE Transactions on Veh. Technol.*, vol. 43, no. 3, pp. 691–698, 1994.
- [92] P. van Rooyen, M. Lotter, and D. van Wyk, Space-time processing for CDMA mobile communications. KAP, 2000.

- [93] J. Luo, K. Pattipati, P. Willet, and G. Levchuk, "Optimal grouping algorithm for a group decision feedback detector in synchronous CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 3, pp. 341–346, 2003.
- [94] J. Luo, K. Pattipati, P. Willet, and F. Hasegawa, "Optimal user ordering and time labeling for ideal decision feedback detection in asynchronous CDMA," in *Proc. IEEE Acoustic, Speech, and Signal Processing Conference (ASSPC'03)*, vol. 3, 2003, pp. 2317–2320.
- [95] G. Corral-Briones, A. Dowhuszko, J. Hamalainen, and R. Wichman, "Achievable data rates for two transmit antenna broadcast channels with wcdma hsdpa feedback information," in *Proceedings IEEE International Conference on Communications*, vol. 4, May 2005, pp. 2722–2727.
- [96] —, "Downlink multiuser scheduling algorithms with hsdpa closed-loop feedback information," in *Proceedings IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, May 2005, pp. 1120–1124.