

matematyka

materiały metodyczne

2 71828182845945226302874713206624977247008999980748669676277240786303354759457136217820318642742746629192003289218174130962094387296203429528295630728132218827945460762223829880731923510190118728241879207821540891489348841670200447614609806204820186477411837423454424271075390774880285017027618386061313384830

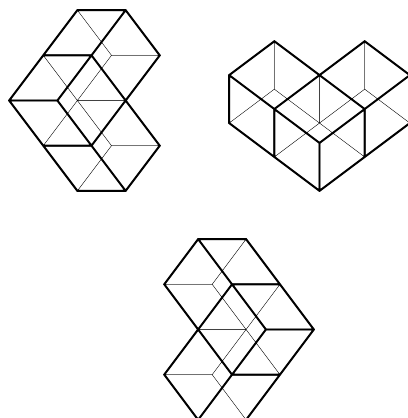
redakcja

Ryszard J. Pawlak

Zofia Walczak

IV

O arytmetycznych metodach rozwiązywania zadań z treścią



Opracowanie

Anna Loranty

Helena Pawlak

ROZDZIAŁ 1

Wstęp

Zgodnie z obowiązującą podstawą programową wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół ([3]) do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w szkole podstawowej należą:

1. czytanie – rozumiane zarówno jako prosta czynność, jako umiejętność rozumienia, wykorzystywania i przetwarzania tekstów w zakresie umożliwiającym zdobywanie wiedzy, rozwój emocjonalny, intelektualny i moralny oraz uczestnictwo w życiu społeczeństwa;
2. myślenie matematyczne - umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych;
3. myślenie naukowe - umiejętność formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa.

Ponadto cele ogólne kształcenia matematycznego na II etapie edukacyjnym (zobacz [3]) to między innymi umiejętność interpretowania i przetwarzania przez ucznia informacji tekstowych oraz formułowania odpowiedzi i prawidłowego zapisywania wyników. W podstawie programowej znajdujemy także zapis: „Uczeń dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji, stosuje poznane wzory i zależności, przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania. (...) Prowadzi proste rozumowania składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym

obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.”

Doskonałym sposobem umożliwiającym kształcenie tych wszystkich umiejętności na lekcjach matematyki jest rozwiązywanie zadań z treścią. Jednocześnie po dokładniejszej analizie wymienionej powyżej podstawy programowej widać, że metoda równań (w szczególności rozwiązywanych metodą równań równoważnych) musi być zastąpiona przez inne strategie rozwiązywania zadań z treścią. Jednym z takich sposobów jest wykorzystanie arytmetycznych strategii rozwiązywania zadań z treścią takich jak metoda analizy, syntezy, grafu i symulacji (porównaj [2]). Strategie te opierają się na umiejętności wykrywania nowych faktów oraz relacji między tymi faktami, dzięki którym dochodzi się do rozwiązania problemu. Istotnym elementem tych strategii jest więc szukanie zależności między danymi zamieszczonymi w zadaniu oraz stawianie hipotez i ich weryfikowanie.

ROZDZIAŁ 2

Etapy rozwiązywania zadania z treścią według Georga Polya

George Polya w książce *Jak to rozwiązać* ([1]) wyróżnia cztery etapy rozwiązywania zadań z treścią:

Patrz i myśl

Rozwiązanie każdego zadania należy rozpocząć od jego dokładnej analizy. Na tym etapie należy wyróżnić dane w zadaniu oraz związki między nimi, określić co jest niewiadomą w zadaniu. Etap ten powinien być także wzbogacony odpowiednimi rysunkiem.

Planuj

Na tym etapie należy wybrać metodę rozwiązywania zadania. Ustalić od czego zaczniemy, co zrobimy w następnej kolejności. Warto tu odpowiedzieć sobie na następujące pytania:

1. *Czy spotkałeś już się z takim typem zadania?*
2. *Czy znasz jakąś własność, która mogłaby być użyteczna w czasie rozwiązania?*
3. *Czy nie można wydobyć czegoś pożytecznego z danych?*
4. *Czy nie trzeba wprowadzić jakiegoś elementu pomocniczego?*

Działaj

Na tym etapie wykonujemy plan z etapu drugiego. Ważne aby wykonując kolejne z zaplanowanych kroków kontrolować ich poprawność. A oto pytania na jakie warto sobie odpowiadać na tym etapie:

1. *Czy mogę wykonać to działanie?*
2. *Z jakiej własności tu korzystam?*
3. *Czy mogę z niej skorzystać?*

Rzut oka wstecz

Rozwiązanie każdego zadania powinno zakończyć się krótką refleksją nie tylko ograniczającą się do sprawdzenia poprawności wyniku. Po rozwiązaniu zadania warto zastanowić się czy metoda wykorzystana do rozwiązania zadania jest optymalna? A może można ją będzie wykorzystać do rozwiązania innego zadania?

ROZDZIAŁ 3

Strategie rozwiązywania zadań

3.1.

Synteza

Rozumowanie syntetyczne podczas rozwiązywania zadań polega na tym, iż wybieramy dwie (lub więcej) wielkości, określamy związki między nimi i wyliczamy na ich podstawie kolejne wielkości. Rozumowanie to powtarzamy aż do momentu wyznaczenia szukanej wielkości.

Opis metody

Zadanie 1. W warzywniaku były dwa rodzaje jabłek: Lobo i Gala. We wtorek rano było łącznie 32 kg jabłek. Wieczorem zostało 10 kg 75 dag jabłek Lobo oraz 12 kg 75 dag jabłek Gala. Ile jabłek każdego gatunku było we wtorek rano, jeśli sprzedawca sprzedał po tyle samo jabłek każdego gatunku?

Aby rozwiązać zadanie metodą **syntezy** postępujemy najczęściej następująco:

- wybieramy wielkości dane w zadaniu (najczęściej wybieramy dwie wielkości);
- zastanawiamy się jaką wielkość możemy wyznaczyć mając te dwie wielkości i ją wyznaczamy;

- znów wybieramy dwie znane wielkości (najczęściej jedną z nich jest ta wielkość, która została właśnie wyznaczona);
- i znów zastanawiamy się jaką wielkość możemy wyznaczyć mając te dwie wielkości i ją wyznaczamy;
- postępujemy tak do momentu wyznaczenia szukanych wielkości.

Oczywiście wykonywane czynności muszą być opisane. Wygodnym sposobem zapisu jest tabela.

Mając dane	Można policzyć	Obliczenia
Ile jabłek Lobo zostało oraz ile jabłek Gala zostało?	Ile łącznie zostało?	$10\text{kg } 75\text{dag} + 12\text{kg } 75\text{dag} = 23\text{kg } 50\text{dag}$
Ile jabłek łącznie było na początku oraz ile jabłek łącznie zostało?	Ile łącznie jabłek sprzedano?	$32\text{kg} - 23\text{kg } 50\text{dag} = 8\text{kg } 50\text{dag}$
Ile łącznie jabłek sprzedano oraz że sprzedano po tyle samo jabłek.	Ile jabłek Gala sprzedano?	$8\text{kg } 50\text{dag} : 2 = 4\text{kg } 25\text{dag}$
Ile jabłek Gala zostało oraz ile jabłek Gala sprzedano?	Ile jabłek Gala było na początku?	$12\text{kg } 75\text{dag} + 4\text{kg } 25\text{dag} = 17\text{kg}$
Ile łącznie jabłek było na początku oraz ile jabłek Gala było na początku?	Ile jabłek Lobo było na początku?	$32\text{kg} - 17\text{kg} = 15\text{kg}$

Przedstawiona powyżej tabela jest tylko przykładowym sposobem zapisu. Można również zastosować inne sposoby zapisu. Na przykład następujący:

Wiedząc ile jabłek Lobo i Gala zostało, możemy policzyć ile jabłek zostało: $10\text{kg } 75\text{dag} + 12\text{kg } 75\text{dag} = 23\text{kg } 50\text{dag}$.

Wiedząc, że na początku było 32kg jabłek oraz że zostało 23kg 50dag jabłek, możemy policzyć ile łącznie jabłek sprzedano: $32\text{kg} - 23\text{kg } 50\text{dag} = 8\text{kg } 50\text{dag}$.

Wiedząc, że sprzedano łącznie 8kg 50dag jabłek oraz że sprzedano po tyle samo jabłek, możemy policzyć ile jabłek Gala sprzedano: $8\text{kg } 50\text{dag} : 2 = 4\text{kg } 25\text{dag}$.

Wiedząc, że sprzedano 4kg 25dag jabłek Gala i ile ich zostało, możemy policzyć ile jabłek Gala było na początku: $12\text{kg } 75\text{dag} + 4\text{kg } 25\text{dag} = 17\text{kg}$.

Wiedząc, że jabłek Gala było 17kg i ile było wszystkich jabłek, możemy policzyć ile jabłek Lobo było na początku: $32\text{kg} - 17\text{kg} = 15\text{kg}$.

Należy oczywiście pamiętać o sprawdzeniu poprawności wyniku przed udzieleniem odpowiedzi.

Sprawdzenie. Wykonując sprawdzenie zawsze sprawdzamy zgodność wyników z treścią zadania.

- Łączna ilość jabłek we wtorek rano to $17\text{kg} + 15\text{kg} = 32\text{kg}$ (OK)
- Ile Gali sprzedano? $17\text{kg} - 12\text{kg } 75\text{dag} = 4\text{kg } 25\text{dag}$
- Ile Lobo sprzedano? $15\text{kg} - 10\text{kg } 75\text{dag} = 4\text{kg } 25\text{dag}$
(OK, w obu przypadkach tyle samo)

Odpowiedź. We wtorek rano było 17kg jabłek Gala i 15kg jabłek Lobo.

Materiały do ćwiczeń

Zadanie 2. Pracownik wydał $\frac{1}{3}$ swego miesięcznego wynagrodzenia na jedzenie i rozrywkę, $\frac{2}{9}$ na ubrania oraz $\frac{2}{7}$ na czynsz i światło. Pozostało mu 290 zł. Ile miesięcznie zarabia pracownik?

Mając dane	Można policzyć	Obliczenia
Jaką część wynagrodzenia wydał na jedzenie i rozrywkę? Oraz: Jaką część wynagrodzenia wydał na ubranie? Oraz: Jaką część wynagrodzenia wydał na czynsz i światło?	Jaką część wynagrodzenia wydał?	$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{7} = \frac{53}{63}$
Jaką część wynagrodzenia wydał?	Jaka część wynagrodzenia mu została?	$1 - \frac{53}{63} = \frac{10}{63}$
Jaka część wynagrodzenia mu została? Oraz: Jaka kwota mu została?	Ile zarabia miesięcznie?	$\frac{63}{10} \cdot 290 = 1827$

Sprawdzenie.

- Wydatki na jedzenie i rozrywkę $1827 \text{ zł} \cdot \frac{1}{3} = 609 \text{ zł}$
- Wydatki na ubrania $1827 \text{ zł} \cdot \frac{2}{9} = 406 \text{ zł}$
- Wydatki na czynsz i światło $1827 \text{ zł} \cdot \frac{2}{7} = 522 \text{ zł}$
- Łącznie wydatki $609 \text{ zł} + 406 \text{ zł} + 522 \text{ zł} = 1537 \text{ zł}$
- Kwota jaka mu została $1827 \text{ zł} - 1537 \text{ zł} = 290 \text{ zł}$ (OK)

Odpowiedź. Pracownik zarabia miesięcznie 1827 zł.

3.2.

Analiza

Rozumowanie analityczne podczas rozwiązywania zadań polega na tym, że staramy się odpowiedzieć na pytanie, jakie wielkości są nam potrzebne, aby wyznaczyć szukaną wielkość lub odpowiedzieć na pytanie postawione w zadaniu. Następnie zastanawiamy się co pozwoli nam wyznaczyć te dane. Rozumowanie powtarzamy aż do momentu otrzymania wielkości podanych w zadaniu.

Opis metody

Zadanie 3. W warzywniaku były dwa rodzaje jabłek: Lobo i Gala. We wtorek rano było łącznie 32 kg jabłek. Wieczorem zostało 10 kg 75 dag jabłek Lobo oraz 12 kg 75 dag jabłek Gala. Ile jabłek każdego gatunku było we wtorek rano, jeśli sprzedawca sprzedał po tyle samo jabłek każdego gatunku?

Aby rozwiązać zadanie metodą **analizy** postępujemy najczęściej następująco:

- „patrzmy” na pytanie postawione w zadaniu;

- zastanawiamy się jakie wielkości musimy znać, aby odpowiedzieć na postawione pytanie – zazwyczaj przynajmniej jedna z potrzebnych wielkości nie jest dana w zadaniu;
- zastanawiamy się w jaki sposób wyznaczyć te dane, które były potrzebne w kroku wcześniejszym;
- postępujemy tak dalej do momentu, gdy wszystkie potrzebne do obliczeń wielkości są podane w zadaniu;
- następnie wykonujemy obliczenia i odpowiadamy na postawione wcześniej pytania.

Oczywiście wykonywane czynności muszą być opisane. I tu wygodnym sposobem zapisu jest tabela.

Aby policzyć	Trzeba wiedzieć	Obliczenia
Ile jabłek Lobo było na początku?	Ile jabłek łącznie było na początku oraz ile jabłek Gala było na początku?	
Ile jabłek Gala było na początku?	Ile jabłek Gala zostało oraz ile jabłek Gala sprzedano?	
Ile jabłek Gala sprzedano?	Ile łącznie jabłek sprzedano oraz że sprzedano po tyle samo jabłek.	
Ile łącznie jabłek sprzedano?	Ile jabłek łącznie było na początku oraz ile jabłek łącznie zostało?	
Ile łącznie jabłek zostało?	Ile jabłek Lobo zostało oraz ile jabłek Gala zostało?	

Po postawieniu wszystkich pytań wykonujemy obliczenia i wpisujemy je w trzeciej kolumnie zaczynając od dołu tabeli. I tak mamy kolejno:

- Ile łącznie jabłek zostało? $10\text{kg } 75\text{dag} + 12\text{kg } 75\text{dag} = 23\text{kg } 50\text{dag}$
- Ile łącznie jabłek sprzedano? $32\text{kg} - 23\text{kg } 50\text{dag} = 8\text{kg } 50\text{dag}$
- Ile jabłek Gala sprzedano? $8\text{kg } 50\text{dag} : 2 = 4\text{kg } 25\text{dag}$
- Ile jabłek Gala było na początku? $12\text{kg } 75\text{dag} + 4\text{kg } 25\text{dag} = 17\text{kg}$
- Ile jabłek Lobo było na początku? $32\text{kg} - 17\text{kg} = 15\text{kg}$

Po wykonaniu obliczeń tabela wygląda następująco:

Aby policzyć	Trzeba wiedzieć	Obliczenia
Ile jabłek Lobo było na początku?	Ile jabłek łącznie było na początku oraz ile jabłek Gala było na początku?	$32\text{kg} - 17\text{kg} = 15\text{kg}$
Ile jabłek Gala było na początku?	Ile jabłek Gala zostało oraz ile jabłek Gala sprzedano?	$12\text{kg } 75\text{dag} + 4\text{kg } 25\text{dag} = 17\text{kg}$
Ile jabłek Gala sprzedano?	Ile łącznie jabłek sprzedano oraz że sprzedano po tyle samo jabłek.	$8\text{kg } 50\text{dag} : 2 = 4\text{kg } 25\text{dag}$
Ile łącznie jabłek sprzedano?	Ile jabłek łącznie było na początku oraz ile jabłek łącznie zostało?	$32\text{kg} - 23\text{kg } 50\text{dag} = 8\text{kg } 50\text{dag}$
Ile łącznie jabłek zostało?	Ile jabłek Lobo zostało oraz ile jabłek Gala zostało?	$10\text{kg } 75\text{dag} + 12\text{kg } 75\text{dag} = 23\text{kg } 50\text{dag}$

Przedstawiona powyżej tabela jest tylko przykładowym sposobem zapisu. Można również zastosować inne sposoby zapisu. Należy oczywiście pamiętać o sprawdzeniu poprawności wyniku przed udzieleniem odpowiedzi.

Sprawdzenie. Wykonując sprawdzenie zawsze sprawdzamy zgodność wyników z treścią zadania.

- Łączna ilość jabłek we wtorek rano to $17\text{kg} + 15\text{kg} = 32\text{kg}$ (OK)
- Ile Gali sprzedano? $17\text{kg} - 12\text{kg } 75\text{dag} = 4\text{kg } 25\text{dag}$
- Ile Lobo sprzedano? $15\text{kg} - 10\text{kg } 75\text{dag} = 4\text{kg } 25\text{dag}$
(OK, w obu przypadkach tyle samo.)

Odpowiedź. We wtorek rano było 17 kg jabłek Gala i 15 kg jabłek Lobo.

Materiały do ćwiczeń

Zadanie 4. Paweł i Michał mieli razem 90 znaczków. Ze swoich kolekcji na wystawę filatelistyczną wybrali taką samą liczbę znaczków. Liczba znaczków w klaserze Pawła zmalała do 30, a Michała do 20. Ile znaczków miał każdy z nich na początku?

Aby policzyć	Trzeba wiedzieć	Obliczenia (czytamy od dołu)
Ile znaczków miał Paweł na początku?	Ile znaczków mieli chłopcy na początku razem oraz ile znaczków miał Michał na początku?	$90 - 40 = 50$
Ile znaczków miał Michał na początku?	Ile znaczków oddał Michał oraz ile znaczków zostało Michałowi?	$20 + 20 = 40$
Ile znaczków oddał Michał?	Ile znaczków oddali obaj chłopcy oraz że oddali po tyle samo?	$40 : 2 = 20$
Ile znaczków oddali obaj chłopcy?	Ile znaczków mieli razem na początku oraz ile znaczków razem im zostało?	$90 - 50 = 40$
Ile znaczków razem im zostało?	Ile znaczków zostało Michałowi oraz ile znaczków zostało Pawłowi?	$30 + 20 = 50$

Sprawdzenie.

- Łączna liczba znaczków Michała i Pawła na początku: $40 + 50 = 90$ (OK)
- Ile znaczków oddał Michał: $40 - 20 = 20$
- Ile znaczków oddał Paweł: $50 - 30 = 20$ (OK - oddali po tyle samo)

Odpowiedź. Michał miał na początku 40 znaczków, a Paweł 50 znaczków.

3.3. Symulacja

Symulacja jest metodą modelowania matematycznego, w którym wykorzystuje się przedmioty którymi można manipulować lub schematyczne rysunki. Wykorzystując te przedmioty (rysunki) znajdujemy odpowiedź na postawione w zadaniu pytania.

Może ona także bazować na konstruowaniu pytań typu: Co by było gdyby...? Odpowiedzi na odpowiednio skonstruowane pytania pozwalają znaleźć odpowiedź na postawione w zadaniu pytania.

Opis metody

Zadanie 5. W sklepie rowerowym są rowery górskie oraz rowerki dla dzieci. Rowery górskie mają po dwa koła, a rowerki dla dzieci po trzy koła. W sklepie jest łącznie 13 rowerów. Ile jest rowerów górskich, jeśli wszystkie rowery w sklepie mają łącznie 29 kół?

Metoda **symulacji** polega najczęściej na symbolicznym przedstawieniu sytuacji opisanej w zadaniu z wykorzystaniem rzeczywistych przedmiotów lub symbolicznych rysunków. W przypadku zadania przedstawionego powyżej symulacja ta może wyglądać następująco (oczywiście uczniowie mogą zaznaczyć zbiory złożone z samych kóelek: o oo ooo):



Mamy 13
rowerów.



Każdy rower ma co
najmniej dwa koła.



Wykorzystaliśmy już
26 kół. Zostały jeszcze
trzy.



Z rysunku widzimy, że 10 rowerów ma po dwa koła - są to rowery górskie i 3 rowery mają po trzy koła - są to rowerki dla dzieci.

„Rozdzielamy” te trzy
koła między rowery.

Inny sposób postępowania w przypadku metody symulacji to metoda zadawania pytań.

- Zastanawiamy się co by było gdyby były tylko „mniejsze” elementy lub elementy mające mniej elementów, czyli w naszym zadaniu: *Ile byłoby kół gdyby w sklepie były same rowery górskie?* $13 \cdot 2 = 26$
- Zastanawiamy się ile elementów zostało, czyli w danym zadaniu: *O ile więcej jest kół?* $29 - 26 = 3$
- Zastanawiamy się ilu „obiektom” trzeba coś „dołożyć”, czyli w danym zadaniu: *Ilu rowerom trzeba „dodać” koła? (ile będzie rowerków dziecięcych?)* $3 : 1 = 3$
- Na końcu wyliczamy ile jest poszczególnych „obiektów”, czyli w danym zadaniu: *Ile jest rowerów górskich?* $13 - 3 = 10$

A więc ostatecznie rozwiązanie danego zadania wygląda następująco:

- Ile kół byłoby gdyby w sklepie były same rowery górskie? $13 \cdot 2 = 26$
- O ile kół jest więcej w sklepie? $29 - 26 = 3$
- Ile kół trzeba dołożyć aby z roweru górskiego uzyskać rowerek dla dzieci? $3 - 2 = 1$
- Do ilu rowerów możemy dołożyć po jednym kole? (ile jest rowerków dla dzieci?) $3 : 1 = 3$
- Ile jest rowerów górskich? $13 - 3 = 10$

Przedstawiony powyżej opis jest tylko przykładowym sposobem zapisu. Można również zastosować inne sposoby zapisu. Należy oczywiście pamiętać o sprawdzeniu poprawności wyniku przed udzieleniem odpowiedzi.

Sprawdzenie. Wykonując sprawdzenie zawsze sprawdzamy zgodność wyników z treścią zadania.

- Liczba rowerów górskich i rowerków dla dzieci: $3 + 10 = 13$ (OK)
- Liczba kół: $3 \cdot 3 + 10 \cdot 2 = 9 + 20 = 29$ (OK)

Odpowiedź. W sklepie jest 10 rowerów górskich.

Materiały do ćwiczeń

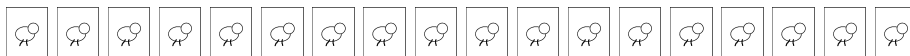
Zadanie 6. Na podwórku były kury i króliki. Razem było 18 głów i 42 nogi. Ile było kur, a ile królików?

Metoda rysunków

Na podwórku było 18 zwierząt mamy więc:

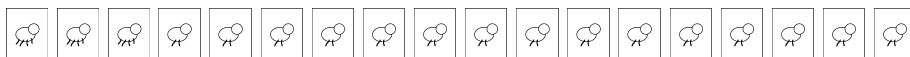


Każde zwierzątko ma co najmniej 2 nogi, czyli:



Ile nóg jeszcze zostało? $42 - 18 \cdot 2 = 6$

Ilu zwierzętom musimy dodać nogi? Ponieważ musimy dodać po 2 nogi więc $6 : 2 = 3$, czyli



A więc ostatecznie na podwórku są 3 króliki i 15 kur:



Metoda pytań

- Ile byłoby nóg, gdyby wszystkie zwierzęta na podwórku były kurami?
 $18 \cdot 2 = 36$
- Ile nóg byłoby za mało gdyby na podwórku były same kury? $42 - 36 = 6$
- Ilu kurom trzeba „dodać” zatem po 2 nogi? $6 : 2 = 3$ (tyle będzie królików)
- Ile kur jest więc na podwórku? $18 - 3 = 15$

Sprawdzenie.

- Łączna liczba zwierząt (liczba głów): $3 + 15 = 18$ (OK)

- Liczba nóg: $3 \cdot 4 + 15 \cdot 2 = 12 + 30 = 42$ (OK)

Odpowiedź. Na podwórku były 3 króliki oraz 15 kur.

3.4.

Grafy

Graf, w „perspektywie szkolnej”, jest to obiekt matematyczny składający się ze zbioru wierzchołków oraz zbioru krawędzi łączących w pary niektóre z tych wierzchołków ([4]).

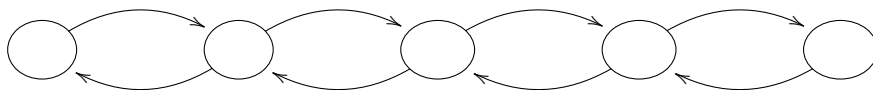
Opis metody

Zadanie 7. W kuchni, w pudełku była pewna liczba cukierków. Najpierw przyszła Ania i zabrała 2 cukierki. Po Ani przyszedł Bartek. Podzielił on cukierki na cztery równe części i zabrał jedną z nich. Następne 3 cukierki zabrał Krzys, który przyszedł po Bartku. Jako ostatnia cukierki zabrała Kasia, która podzieliła cukierki będące w pudełku na trzy części i zabrała jedną z nich. Ostatecznie w pudełku zostały 4 cukierki. Ile cukierków było na początku w pudełku?

Przy rozwiązywaniu zadania **metodą grafu** budujemy graf, który ma przedstawiać sytuację opisaną w zadaniu. W przypadku powyższego zadania zastanawiamy się jakie obliczenia prowadzą do liczby pozostałych w pudełku cukierków.

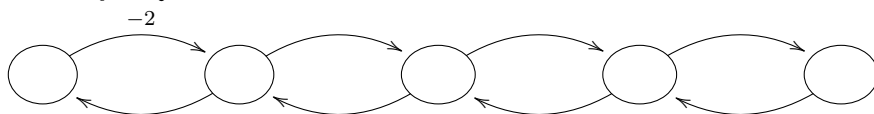
Aby obliczyć ile cukierków zostało w pudełku. Nasz sposób postępowania może wyglądać następująco:

- Ile informacji dotyczących zmian w liczbie cukierków mamy? Są 4 zmiany czyli nasz graf będzie wyglądał następująco:

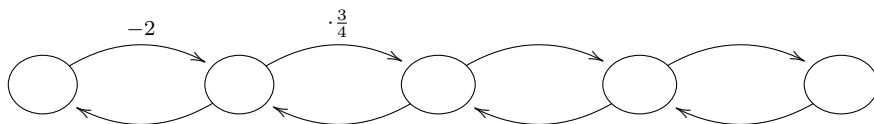


- Ania zabrała 2 cukierki, czyli liczba cukierków zmniejszyła się o 2.

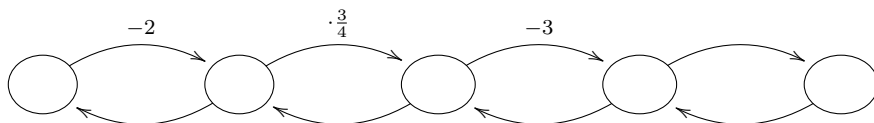
Mamy więc:



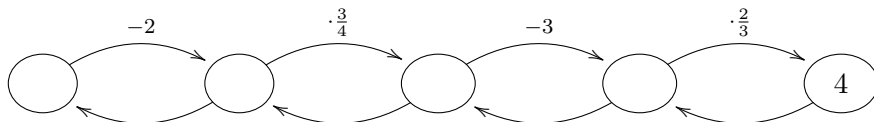
- Bartek zabrał $\frac{1}{4}$ cukierków, czyli w pudełku zostało $\frac{3}{4}$ cukierków. Mamy więc:



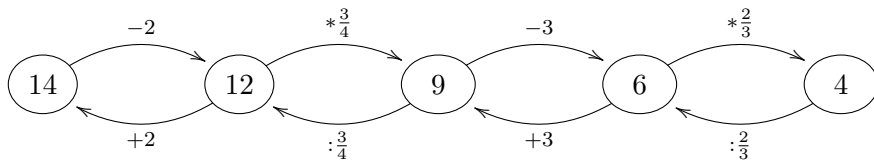
- Krzys zabrał 3 cukierki, czyli



- Kasia zabrała $\frac{1}{3}$ cukierków, czyli w pudełku zostało $\frac{2}{3}$ cukierków. Wiemy również, że zostały 4 cukierki, czyli



- Uzupełniamy teraz graf liczbami wykorzystując własności działań odwrotnych:



Należy oczywiście pamiętać o sprawdzeniu poprawności wyniku przed udzieleniem odpowiedzi.

Sprawdzenie. Wykonując sprawdzenie zawsze sprawdzamy zgodność wyników z treścią zadania.

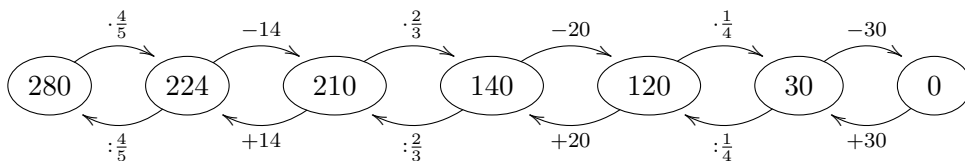
- Ile cukierków zostało, gdy cukierki zabrała Ania? $14 - 2 = 12$
- Ile cukierków zostało, gdy cukierki zabrał Bartek? $12 - \frac{1}{4} \cdot 12 = 9$

- Ile cukierków zostało, gdy cukierki zabrał Krzys? $9 - 3 = 6$
- Ile cukierków zostało, gdy cukierki zabrała Kasia? $6 - \frac{1}{3} \cdot 6 = 4$ (OK)

Odpowiedź. Na początku w pudełku było 14 cukierków.

Materiały do ćwiczeń

Zadanie 8. Uczeń przeczytał książkę w ciągu czterech dni. W pierwszym dniu przeczytał $\frac{1}{5}$ całej książki i jeszcze 14 stron. W drugim dniu przeczytał $\frac{1}{3}$ reszty i 20 stron, a trzeciego dnia $\frac{3}{4}$ tego co pozostało. Czwartego dnia przeczytał ostatnie 30 stron. Ile stron ma książka?



Sprawdzenie.

- Ile stron uczeń przeczytał pierwszego dnia?
 $280 \cdot \frac{1}{5} + 14 = 70$
- Ile stron zostało mu do przeczytania po pierwszym dniu?
 $280 - 70 = 210$
- Ile stron uczeń przeczytał drugiego dnia?
 $210 \cdot \frac{1}{3} + 20 = 90$
- Ile stron zostało mu do przeczytania po drugim dniu?
 $210 - 90 = 120$
- Ile stron uczeń przeczytał trzeciego dnia?
 $120 \cdot \frac{3}{4} = 90$
- Ile stron zostało mu do przeczytania czwartego dnia?
 $120 - 90 = 30$ (OK)

Odpowiedź. Książka ma 280 stron.

3.5. --- Przykłady zadań z treścią

Zamieszczone poniżej zadania można rozwiązać metodami arytmetycznymi. Każde zadanie opatrzone jest informacją o sugerowanej metodzie.

Zadanie 1 (Graf). Na talerzu leżały pączki. Mariusz zjadł 2 pączki. Następnie Monika zjadła $0,25$ reszty. Później Darek zjadł 3 pączki i dalej Ola zjadła połowę reszty. Po tym jak Ania zjadła 1 pączka na talerzu zostały 2 pączki. Jakie pytanie można postawić? Ułóż co najmniej dwa pytania do zadania i podaj rozwiązanie zadania w każdym z przypadków.

Zadanie 2 (Graf). Piekarz zakupił 3 worki mąki, każdy z innym gatunkiem mąki. W każdym worku było tyle samo kilogramów mąki. Kiedy pierwszego dnia zużył z dwóch worków po 8 kilogramów mąki, a drugiego dnia z każdego worka po 10 kilogramów mąki zostało mu jeszcze 149 kilogramów mąki. Ile mąki było w każdym worku na początku?

Zadanie 3 (Graf). Pan Kowalski jest filatelistą. W jego klaserach 75% całej kolekcji to znaczki polskie. Ponadto 50% reszty znaczków i jeszcze 5 sztuk to znaczki niemieckie, a pozostałe 45 sztuk to znaczki angielskie. Z ilu znaczków składa się kolekcja pana Kowalskiego?

Zadanie 4 (Graf). W pociągu jechało kilkadziesiąt osób. Na pierwszym przystanku wysiadło 5 osób, na następnym wsiadło połowę tego ilu było obecnie pasażerów w pociągu. Natomiast na kolejnym przystanku osób wsiadających było o 1 więcej od wysiadających. Ostatecznie w pociągu jechało 31 pasażerów. Ile osób było na początku w pociągu?

Zadanie 5 (Symulacja). W osiemnastu kontenerach znajduje się 88 ton kawy. Kontenery mają pojemność 4 tony i 6 ton. Ile jest kontenerów większych, a ile mniejszych?

Zadanie 6 (Symulacja). Do magazynu przywieziono konserwy w 48 skrzyniach dwóch wielkości. W każdej większej skrzynce było po 40 puszek, w każdej mniejszej skrzynce było po 20 puszek. Ile przywieziono skrzynek większych, a ile mniejszych, jeżeli we wszystkich skrzynkach było 1200 puszek?

Zadanie 7 (Symulacja). W sklepie rowerowym były rowery górskie oraz rowerki dla dzieci. Razem było 9 rowerów oraz 22 koła. Ile było rowerków dla dzieci a ile rowerów górskich, jeśli wiadomo, że rowerki dla dzieci miały 3 koła?

Zadanie 8 (Graf). Marek pomyślał sobie pewną liczbę i dodał do niej dwa. Wynik pomnożył przez 5 i jeszcze raz przez 5. Po wykonaniu obliczeń otrzymał 125. Jaką liczbę pomyślał Marek na początku?

Zadanie 9 (Synteza, analiza, symulacja). Za 4 długopisy i 3 ołówki zapłacono 16 zł 40 gr. Ile kosztował ołówek, a ile długopis, jeśli wiadomo, że ołówek był o 2 zł tańszy od długopisu.

Zadanie 10 (Synteza, analiza). Na zakup pewnej ilości ziemniaków do stołówki szkolnej przeznaczono pewną sumę pieniędzy. Gdyby za jeden kwintal ziemniaków płacono po 70 zł, to z przeznaczonej kwoty zostałyby jeszcze 126 zł, a gdyby cena jednego kwintala ziemniaków wynosiła 75 zł, to do zakupu ziemniaków zabrakłoby 84 zł. Jaką kwotę przeznaczono na zakup ziemniaków i ile kwintali ziemniaków chciano kupić?

Zadanie 11 (Synteza, analiza). Szkoła kupowała dla chóru materiał na kostiumy. Na spódnice dla dziewcząt kupiono 27 metrów jedwabiu, a na garnitury dla chłopców 24 metry granatowej wełny. Na uszycie spódnicy trzeba zużyć 3 metry jedwabiu, a na garnitur 2 metry wełny. Postanowiono jeszcze uszyć białą bluzkę dla każdej z dziewcząt i koszulę dla każdego chłopca, przeznaczając na nie po 2 metry białej satyny. Ile metrów satyny musi dokupić szkoła?

Zadanie 12 (Synteza, analiza). Za 5 granatów i 3 kiwi zapłacono 12,70 zł. Ile kosztował 1 granat, a ile 1 kiwi, jeśli wiadomo, że kiwi było o 1,1 zł tańsze od granatu?

Zadanie 13 (Symulacja). Na parkingu stoją samochody osobowe i motocykla. Razem jest ich 21. Ile jest samochodów, a ile motocykli, jeśli razem mają 72 koła?

Bibliografia

- [1] G. Polya, *Jak to rozwiązać*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2011.
- [2] *Materiały do zajęć z dydaktyki matematyki, cz. 2* pod red. B. Rabijewskiej, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 1999.
- [3] ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 30 maja 2014 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. 2014 poz. 803)
- [4] Encyklopedia PWN - <http://encyklopedia.pwn.pl/>

NOWOCZESNY
NAUCZYCIEL
MATEMATYKI



publikacja bezpłatna



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

www.wydawnictwo.uni.lodz.pl
e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl
tel. (42) 665 58 63, faks (42) 665 58 62

