

Zbigniew Kuchta\*

**ZDOLNOŚCI PROGNOSTYCZNE  
NOWOKEYNESISTOWSKICH MODELI DSGE  
MAŁEJ SKALI WEWNĄTRZ PRÓBY  
PRÓBA PORÓWNIANIA DLA GOSPODARKI POLSKI**

**THE IN-SAMPLE FORECASTING PERFORMANCE  
OF NEW KEYNESIAN SMALL SCALE DSGE MODELS  
COMPARISON FOR POLISH ECONOMY.**

**Abstract**

*This paper compares the in-sample forecasting performance of the new Keynesian small scale DSGE models. The comparison includes the standard sticky prices model and sticky prices and wages model of Erceg, Henderson and Levin. VAR models are used as the baseline. Comparison of forecasting errors has shown that Erceg, Henderson and Levin's model is characterized by better forecasting performance than the sticky prices model with respect to inflation, production and real wages. Moreover, it better predicts inflation than the VAR models.*

**Keywords:** DSGE model, Bayesian estimation, forecast comparison

**JEL Classification:** E30, E32, E37

**Wstęp**

Dynamiczne stochastyczne modele równowagi ogólnej (*dynamic stochastic general equilibrium* – DSGE) są coraz częściej wykorzystywane w analizach dotyczących gospodarki polskiej<sup>1</sup>. Istota tych modeli polega na opisie dynamiki

---

\* Magister, asystent w Katedrze Funkcjonowania Gospodarki, Instytut Ekonomii, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny Uniwersytetu Łódzkiego, adres e-mail: [zbyszek.kuchta@gmail.com](mailto:zbyszek.kuchta@gmail.com).

<sup>1</sup> Przykładem zastosowania modeli DSGE do analizy gospodarki Polski jest m.in. praca P. Krajewskiego, *Comparison of Nominal and Real Rigidities: Fiscal Policy Perspective*, "Comparative Economic Research" 2014, nr 1, s. 61–76.

gospodarki przez pryzmat optymalnych decyzji podejmowanych przez podmioty mikroekonomiczne, które działają w warunkach niepewności. Niepewność ta wynika z występowania egzogenicznych i losowych względem podmiotów ekonomicznych zaburzeń (szoków strukturalnych), które powodują odejście od punktu równowagi długookresowej<sup>2</sup>.

W obecnie konstruowanych modelach DSGE często ujmuje się założenia dotyczące sztywności nominalnych cen i płac. Sztywności te powodują, iż ceny dóbr lub usług czynników produkcji dostosowują się stopniowo do zmian w agregatowym popycie oraz agregatowej podaży. Otrzymany w ten sposób model określany jest często jako nowokeynesistowski model monetarny<sup>3</sup>. Cechą wyróżniającą modele tej klasy, na tle alternatywnych modeli realnego cyklu koniunkturalnego, jest to, iż pieniądź ma charakter nienutralny. W efekcie działania banku centralnego, dotyczące kształtowania się nominalnej stopy procentowej, determinują dynamikę procesów realnych, takich jak produkcja lub zatrudnienie<sup>4</sup>.

Rosnąca popularność nowokeynesistowskich modeli DSGE spowodowała przeprowadzenie licznych testów dotyczących ich własności empirycznych. Uzyskane wyniki badań dla gospodarki amerykańskiej<sup>5</sup> oraz strefy euro<sup>6</sup> potwierdziły, iż modele tej klasy charakteryzują się własnościami empirycznymi, które są porównywalne z alternatywnymi modelami ekonometrycznymi, takimi jak modele VAR oraz bayesowskie modele VAR. Wydaje się jednak, iż w literaturze przedmiotu brakuje prac dokonujących oceny tych modeli w warunkach gospodarki polskiej.

Celem tej pracy jest porównanie zdolności prognostycznych wybranych modeli DSGE małej skali. Zdolności te zostały ocenione wewnątrz próby, która obejmowała dane dla gospodarki polskiej z okresu pomiędzy I kwartałem 1995 roku a IV kwartałem 2011 roku. Do porównania wybrano podstawowy, nowokeynesistowski model monetarny<sup>7</sup>, ujmujący w swojej strukturze jedynie sztywność nominalną cen<sup>8</sup> oraz model Ercega, Hendersona i Levina<sup>9</sup>, który poza sztywnością

---

<sup>2</sup> Szeroki opis konstrukcji modeli DSGE przedstawia G. McCandless, *ABC's of RBC's: Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, Harvard University Press, Harvard 2008.

<sup>3</sup> W literaturze przedmiotu modele tej klasy są również określane jako modele nowej syntezy neoklasycznej.

<sup>4</sup> M. Goodfriend, R. King, *The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy*, "NBER Macroeconomics Annual" 1997, s. 231–296.

<sup>5</sup> F. Smets, R. Wouters, *Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach*, "American Economic Review" 2007, nr 4, s. 586–606.

<sup>6</sup> F. Smets, R. Wouters, *An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area*, "Journal of the European Economic Association" 2003, nr 5, s. 1123–1175.

<sup>7</sup> J. Gali, *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle*, Princeton University Press, Princeton 2008.

<sup>8</sup> G. Calvo, *Staggered Prices in Utility-maximizing Framework*, "Journal of Monetary Economics" 1983, nr 3, s. 383–398.

<sup>9</sup> Erceg Ch.J., Henderson D.W., Levin, A.T., *Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts*, "Journal of Monetary Economics" 2000, nr 46, s. 281–313.

nominalną cen obejmował także sztywność nominalną płac. Dodatkowo, zdolności prognostyczne tych modeli zostały odniesione do ateoretycznych modeli VAR, które są standardowo wykorzystywane jako podstawa oceny modeli DSGE.

Struktura opracowania jest następująca. W części pierwszej zaprezentowano modele DSGE małej skali, które zostały wykorzystane w porównaniu. Część druga pracy omawia przyjęte podejście metodologiczne. W części trzeciej omówiono dane statystyczne wykorzystane w badaniu. Część czwarta prezentuje wyniki estymacji poszczególnych modeli DSGE oraz uzyskane wyniki porównania zdolności prognostycznych. Całość opracowania została podsumowana w zakończeniu.

## Model DSGE małej skali

Istota dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej polega na opisie funkcjonowania gospodarki jako wyniku optymalizacyjnych zachowań podmiotów mikroekonomicznych. W podstawowym, nowokeynesistowskim modelu monetarnym zakłada się, że przedsiębiorstwa dążą do maksymalizacji zysku. W przeciwieństwie jednak do podstawowego modelu realnego cyklu koniunkturalnego<sup>10</sup> przedsiębiorstwa, działając na rynku konkurencji monopolistycznej, mają możliwość wpłynięcia na cenę dóbr. Cena dostarczanych na rynku dóbr jest zatem ich zmienną decyzyjną, którą wybierają, biorąc pod uwagę ograniczenie wynikające z popytu na dobra. Możliwość zmiany ceny ma jednak charakter losowy, co powoduje, iż jedynie część przedsiębiorstw może dostosować cenę dostarczanych przez siebie dóbr do aktualnie panujących w gospodarce warunków. W efekcie, nie wszystkie ceny dóbr mogą zostać dostosowane do zmian w popycie i podaży, co w ujęciu agregatowym, skutkuje sztywnością ogólnego poziomu cen.

Celem gospodarstw domowych jest maksymalizacja dożywotniej użyteczności, która jest czerpana z konsumpcji dóbr oraz konsumpcji czasu wolnego. Ponoszone przez gospodarstwo domowe wydatki na dobra konsumpcyjne są pokrywane przez dochody uzyskiwane z pracy oraz zyski czerpane z praw własności w przedsiębiorstwach. W podstawowym, nowokeynesistowskim modelu monetarnym zakłada się, iż stawka płac jest doskonale elastyczna i kształtuje się na poziomie zapewniającym zaistnienie równowagi na rynku pracy. W modelu Ercega, Hendersona i Levina wprowadza się alternatywne założenie, zgodnie z którym nominalna stawka płac jest zmienną decyzyjną gospodarstw domowych. Gospodarstwa te działają na monopolistycznie konkurencyjnym rynku pracy i wybierają ją, biorąc pod uwagę ograniczenie w formie popytu na pracę.

---

<sup>10</sup> Por. Z. Kuchta, K. Piłat, *Zastosowanie modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena do gospodarki Polski*, „Gospodarka Narodowa” 2010, nr 11–12, s. 19–39.

Podobnie jak w przypadku przedsiębiorstw, do modelu wprowadzana jest sztywność nominalna płac. Powoduje ona, iż jedynie część gospodarstw domowych może wybrać stawkę płac w taki sposób, aby dostosować ją do warunków obecnie panujących w gospodarce. W efekcie agregatowa stawka płac dostosowuje się powoli do zmian w popycie i podaży, tj. jest sztywna. Ponadto gospodarstwo domowe ma możliwość oszczędzania w formie kapitału finansowego, którego rentowność jest uzależniona od nominalnej stopy procentowej, a wszystkie podmioty charakteryzują się oczekiwaniami racjonalnymi, co do przyszłych wartości zmiennych.

Rozwiązanie problemów optymalizacyjnych gospodarstw domowych oraz przedsiębiorstw pozwala na wyznaczenie tzw. warunków pierwszego rzędu. Stanowią one kluczowe równania modelu. Dodatkowo zakłada się, iż na każdym z ujętych w modelu rynków występuje stan równowagi. Wykorzystanie warunków równowagi umożliwi agregację mikroekonomicznych warunków pierwszego rzędu w makroekonomiczny model, który opisuje funkcjonowanie gospodarki jako całości. Ponadto uzyskany model jest rozszerzany o równania stochastyczne, determinujące dynamikę zmiennych egzogenicznych. Zmienne te są interpretowane jako szoki strukturalne. Ich wystąpienie powoduje odejście od punktu równowagi długookresowej (*steady state*). W dalszej części tego rozdziału omówione zostały równania agregatowe tworzące podstawowy, nowokeynesistowski model monetarny oraz model Ercega, Hendersona i Levina<sup>11</sup>.

W rozważanych modelach zakłada się, iż popytowa strona gospodarki opisana jest przez dynamiczną krzywą IS postaci:

$$y_t = E_t \{y_{t+1}\} - \frac{1}{\delta_c} E_t \{r_t - \pi_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^b - \varepsilon_t^b\} \quad (1)$$

zgodnie z którą bieżący poziom produktu ( $y_t$ ) jest malejący względem realnej stopy procentowej ( $E_t \{r_t - \pi_{t+1}\}$ ), gdzie  $r_t$  reprezentuje krótkookresową, nominalną stopę procentową, a  $\pi_t$  jest stopą inflacji, przy czym nachylenie krzywej jest determinowane przez wielkość parametru relatywnej awersji do ryzyka ( $\delta_c > 0$ ). Bieżąca wartość produktu jest również uzależniona od jego przyszłego oczekiwanego poziomu oraz szoku w preferencjach gospodarstwa domowego ( $\varepsilon_t^b$ ), który jest opisany przez stacjonarny proces AR(1) postaci:

---

<sup>11</sup> Prezentowane równania mają już formę log-liniową, w której wszystkie zmienne wyrażone są jako procentowe odchylenie od punktu równowagi długookresowej. Szerszy opis konstrukcji teoretycznej modeli DSGE małej skali może zostać znaleziony w pracy J. Galiego, *Monetary Policy, Inflation...*

$$\varepsilon_t^b = \rho_b \varepsilon_{t-1}^b + \eta_t^b \quad \eta_t^b \sim iid N(0, \sigma_b^2) \quad (2)$$

gdzie:  $\rho_b \in (0; 1)$  jest parametrem autoregresji. Wystąpienie dodatniego szoku w preferencjach gospodarstwa domowego powoduje wzrost agregatowego popytu ponad poziom wynikający z dynamicznej krzywej IS w okresie obecnym, lecz obniży ten poziom w okresie następnym.

Wprowadzenie do modelu DSGE sztywności nominalnej cen znajduje swoje odzwierciedlenie w nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa dla cen postaci:

$$\pi_t = \frac{(1 - \theta_p)(1 - \beta\theta_p)}{\theta_p} rmc_t + \beta E_t \pi_{t+1} \quad (3)$$

Zgodnie z tą krzywą, dynamika inflacji jest zależna od realnego kosztu krańcowego, przy czym siła zależności jest uwarunkowana przez parametr sztywności nominalnej cen ( $\theta_p \in (0; 1)$ ) oraz przez czynnik dyskontujący ( $\beta \in (0; 1)$ ), przy czym im wyższa wartość parametru sztywności nominalnej oraz czynnika dyskontującego, tym słabszy jest wpływ realnego kosztu krańcowego na wielkość inflacji. Ponadto na obecną wielkość inflacji wpływa jej oczekiwany, przyszły poziom. Siła zależności pomiędzy bieżącym a oczekiwanym poziomem inflacji zależy od parametru  $\beta$ .

W rozważanych modelach zakłada się, iż jedynym czynnikiem produkcji jest praca, a funkcja produkcji charakteryzuje się stałymi efektami skali. Założenia dotyczące procesu produkcji znajdują swoje przełożenie na charakter kosztów występujących w gospodarce. W rozważanym modelu realny koszt krańcowy jest objaśniany przez równanie postaci:

$$rmc_t = w_t - \varepsilon_t^a \quad (4)$$

Równanie (4) implikuje, iż realny koszt krańcowy jest tym wyższy, im wyższa jest realna stawka płac ( $w_t$ ). Jego wielkość ulega natomiast obniżeniu w wyniku wystąpienia szoku technologicznego ( $\varepsilon_t^a$ ). Dodatni szok technologiczny, podnosząc krańcową produktywność pracy, obniża koszt, jaki jest niezbędny do wytworzenia dodatkowej jednostki produktu. Zakłada się, iż szok technologiczny jest reprezentowany przez stacjonarny proces AR(1) postaci:

$$\varepsilon_t^a = \rho_a \varepsilon_{t-1}^a + \eta_t^a \quad \eta_t^a \sim iid N(0, \sigma_a^2) \quad (5)$$

gdzie:  $\rho_a \in (0; 1)$  jest parametrem autoregresji.

W modelu Ercega, Hendersona i Levina zakłada się występowanie sztywności nominalnej płac. Założenie to implikuje, iż w ujęciu agregatowym dynamika realnej stawki płac jest opisana przez następujące równanie:

$$w_t = \frac{(1 - \beta\theta_w)(1 - \theta_w)}{\theta_w} \frac{b_w \tau_w}{\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w} mrs_t + b_w \beta E_t \{ \pi_{t+1} + w_{t+1} \} - b_w \pi_t + b_w w_{t-1} \quad (6)$$

gdzie:

$$b_w \equiv \frac{\theta_w [\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w]}{\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w - (1 - \beta\theta_w)(1 - \theta_w)\delta_l(1 + \tau_w) + \beta\theta_w\theta_w[\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w]} > 0$$

jest parametrem,  $\theta_w \in (0; 1)$  jest parametrem sztywności nominalnej płac,  $\delta_l > 0$  jest odwrotnością elastyczności podaży pracy względem realnej stawki płac,  $\tau_w > 0$  jest narzutem na płacę, który wynika z monopolistycznej siły pracobiorców na rynku pracy. W warunkach lepkich płac nominalnych na wielkość realnej stawki płac wpływa nie tylko krańcowa stopa substytucji ( $mrs_t$ ), lecz również oczekiwane, bieżące oraz przeszłe, poziomy inflacji oraz realnej stawki płac. Ich ujęcie wynika z istoty sztywności nominalnej płac. W warunkach lepkich płac, gospodarstwo domowe dokonując wyboru ich poziomu bierze pod uwagę to, iż w kolejnych okresach zmiana stawki płac może być niemożliwa. Stąd jest ono zainteresowane przyszłymi poziomami inflacji oraz realnej stawki płac.

W podstawowym modelu nowokeynesistowskim nie występuje sztywność nominalna płac, natomiast rynek pracy ma charakter doskonale konkurencyjny. Założenia te implikują, iż gospodarstwa domowe będą dostarczać pracę w taki sposób, aby zrównać realną stawkę płac z krańcową stopą substytucji:

$$w_t = mrs_t \quad (7)$$

Krańcowa stopa substytucji pomiędzy konsumpcją a pracą jest opisana przez równanie postaci:

$$mrs_t = \varepsilon_t^l + (\delta_l + \delta_c)y_t - \delta_l \varepsilon_t^a \quad (8)$$

gdzie:  $\varepsilon_t^l$  reprezentuje szok w podaży pracy, którego dynamika jest określona przez proces AR (1) postaci<sup>12</sup>:

$$\varepsilon_t^l = \rho_l \varepsilon_{t-1}^l + \eta_t^l \quad \eta_t^l \sim iid N(0, \sigma_\eta^2) \quad (9)$$

gdzie:  $\rho_l \in (0; 1)$  jest parametrem autoregresji.

<sup>12</sup> Dodatni szok w podaży pracy powoduje podniesienie krańcowej przykrości pracy, a stąd powoduje wzrost krańcowej stopy substytucji pomiędzy konsumpcją a pracą.

Model jest domknięty przez regułę nominalnej stopy procentowej Taylora<sup>13</sup>, zgodnie z którą bank centralny kształtuje nominalną stopę procentową, kierując się obserwowaną w okresie obecnym inflacją oraz produktem. W regule tej ujęto również mechanizm wygładzania, który wyraża ostrożność w prowadzonej polityce monetarnej. Reguła ta ma postać<sup>14</sup>:

$$r_t = \rho_R r_{t-1} + (1 - \rho_R)(\phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t) + \eta_t^R \quad \eta_t^R \sim iid N(0, \sigma_R^2) \quad (10)$$

gdzie:  $\rho_R \in (0; 1)$  jest parametrem wygładzania,  $\phi_\pi > 0$  jest parametrem reakcji banku centralnego na inflację, natomiast  $\phi_y > 0$  jest parametrem reakcji względem produkcji, natomiast  $\eta_t^R$  reprezentuje szok w polityce pieniężnej. Jego dodatnia wartość implikuje podniesienie stopy procentowej ponad poziom wynikający z reguły Taylora. Stąd szok ten może być interpretowany jako wprowadzenie restrykcyjnej polityki monetarnej.

Zaprezentowane w tej części pracy równania tworzą rozważane w pracy modele DSGE. Układ (1)–(5), (7)–(10) tworzy podstawowy, nowokeynesistowski model monetarny (dalej DSGE-Calvo), natomiast układ (1)–(6), (8)–(10) tworzy model Ercega, Hendersona i Levina (dalej DSGE-EHL).

## Metoda badania

Zaprezentowane w poprzedniej części pracy modele DSGE zostały oszacowane dla danych opisujących gospodarkę Polski przy wykorzystaniu podejścia bayesowskiego. Istota tego podejścia polega na uzyskaniu oszacowań parametru dzięki wykorzystaniu dwóch źródeł informacji: informacji subiektywnej, ujętej w formie rozkładu *a priori* oraz informacji o charakterze obiektywnym, pochodzącej z danych. Informacja ta jest wprowadzana do procesu estymacji modelu dzięki wykorzystaniu funkcji wiarygodności<sup>15</sup>.

Bayesowski podejście do estymacji modeli DSGE opiera się o twierdzenia Bayesa postaci<sup>16</sup>:

<sup>13</sup> J. Taylor, *Discretion Versus Policy Rules in Practice*, “Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy” 1993, nr 39, s. 195–214.

<sup>14</sup> Por. P. Baranowski, *Reguła polityki pieniężnej dla Polski – porównanie wyników różnych specyfikacji*, „Oeconomia Copernicana” 2011, nr 3, s. 6–8.

<sup>15</sup> A. Sungbae, F. Schorfheide, *Bayesian Analysis of DSGE Models*, “Econometric Review” 2007, nr 2–4, s. 113–172; J. Fernandez-Villaverde, *The econometrics of DSGE models*, “SERIEs. Journal of the Spanish Economic Association” 2010, nr 1, s. 3–49.

<sup>16</sup> J. Osiewalski, *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2001, s. 16.

$$P(\boldsymbol{\omega} | \mathbf{x}_T) = \frac{L(\mathbf{x}_T | \boldsymbol{\omega})P(\boldsymbol{\omega})}{\int L(\mathbf{x}_T | \boldsymbol{\omega})P(\boldsymbol{\omega})d\boldsymbol{\omega}} \quad (11)$$

zgodnie z którym rozkład *a posteriori* ( $P(\boldsymbol{\omega} | \mathbf{x}_t)$ ) dla wektora parametrów modelu ( $\boldsymbol{\omega}$ ) jest równy iloczynowi funkcji wiarygodności modelu ( $L(\mathbf{x}_t | \boldsymbol{\omega})$ ) oraz rozkładu *a priori* ( $P(\boldsymbol{\omega})$ ), odniesionemu do gęstości brzegowej modelu ( $\int L(\mathbf{x}_t | \boldsymbol{\omega})P(\boldsymbol{\omega})d\boldsymbol{\omega}$ ), która jest miarą dopasowania modelu do danych oraz jego jednookresowych zdolności prognostycznych.

Zastosowane w pracy bayesowskie podejście do estymacji modeli DSGE składało się z kilku kroków<sup>17</sup>. W pierwszym liniowy model DSGE został rozwiązany dzięki zastosowaniu metody perturbacji pierwszego stopnia<sup>18</sup>, uzyskując:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_t = \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{e}_t \\ \mathbf{z}_t = \mathbf{D}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{e}_t \end{cases} \quad (12)$$

gdzie:  $\mathbf{y}_t$  jest wektorem zmiennych endogenicznych w okresie  $t$ ,  $\mathbf{z}_t$  jest wektorem zmiennych egzogenicznych w okresie  $t$  (szoków strukturalnych),  $\mathbf{e}_t$  reprezentuje wektor zaburzeń w procesach stochastycznych szoków strukturalnych, a  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\omega})$ ,  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\omega})$ ,  $\mathbf{C}(\boldsymbol{\omega})$ ,  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\omega})$  są macierzami o odpowiednio dobranych wymiarach, których elementy są funkcjami wektora parametrów modelu ( $\boldsymbol{\omega}$ ). Powyższy układ równań objaśnia zmienne endogeniczne modelu jako liniowo zależne od opóźnionych zmiennych endogenicznych oraz zmiennych egzogenicznych, a także innowacji w procesach stochastycznych dla szoków strukturalnych. Jednocześnie stanowi on równanie przejścia w modelu przestrzeni stanów<sup>19</sup>.

<sup>17</sup> Przywołane podejście jest standardowo wykorzystywane w bayesowskiej estymacji modeli DSGE. Szerszy opis można znaleźć w pracach: A. Sungbae, F. Schorfheide, *Bayesian Analysis...*; J. Fernandez-Villaverde, *The econometrics...*; P. Guerrón-Quintana, J.M. Nason, *Bayesian Estimation of DSGE Models*, "Working Paper Series" 2012, nr 2. Przykładem estymacji bayesowskiej modelu DSGE dla gospodarki Polski są prace m.in.: P. Krajewski, *Oddziaływanie polityki fiskalnej na wahania koniunktury w Polsce*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2013; P. Baranowski, G. Szafranski, *Reakcja gospodarki polskiej na szok polityki pieniężnej w małym modelu DSGE – na ile wybór metody estymacji determinuje wyniki?*, „Bank i Kredyt” 2012, nr 4, s. 119–144; Z. Kuchta, *Bayesian Estimation of Real Business Cycle Model: The Case of Poland*, „AD ALTA – Journal of Interdisciplinary Research” 2011, nr 1, s. 59–64.

<sup>18</sup> S. Schmitt-Grohe, M. Uribe, *Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-order Approximation to the Policy Function*, "Journal of Economic Dynamics & Control" 2004, nr 28, s. 755–775.

<sup>19</sup> F. Canova, *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press, Princeton and Oxford 2007, s. 214.



W następnym kroku do równania przejścia, opisanego przez układ (12), dodawane jest równanie pomiaru, które łączy zmienne teoretyczne modelu ze zmiennymi obserwowalnymi. Po wprowadzeniu do modelu przestrzeni stanów równania pomiaru wykorzystywany jest filtr Kalmana, który umożliwia wyznaczenie funkcji wiarygodności modelu. Funkcja ta przyjmuje postać<sup>20</sup>:

$$L(\mathbf{x}_T | \boldsymbol{\omega}) = \prod_{t=1}^T (2\pi)^{-\frac{T}{2}} |\boldsymbol{\Omega}_{t|t-1}^{-1}|^{\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|t-1})' \boldsymbol{\Omega}_{t|t-1}^{-1} (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|t-1}) \right] \quad (13)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\Omega}_{t|t-1} = E \left[ (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|t-1}) (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|t-1})' \right]$  jest macierzą błędów średniokwadratowych

W kroku ostatnim skorzystano z własności postaci<sup>21</sup>:

$$\ln P(\boldsymbol{\omega} | \mathbf{x}_T) \propto \ln L(\mathbf{x}_T | \boldsymbol{\omega}) + \ln P(\boldsymbol{\omega}) \quad (14)$$

zgodnie z którą logarytm rozkładu *a posteriori* dla wektora parametrów ( $\boldsymbol{\omega}$ ) jest proporcjonalny do sumy logarytmów funkcji wiarygodności oraz rozkładu *a priori*. Powyższa proporcja pozwala na symulacyjne znalezienie rozkładu *a posteriori* dla wektora parametrów modelu, dzięki zastosowaniu algorytmu błędzenia losowego Metropolisa<sup>22</sup>. Otrzymane losowania wektora parametrów są następnie, po odrzuceniu pierwszych  $n$  losowań, wykorzystywane do obliczenia statystyk szukanego rozkładu *a posteriori*.

Oszacowane bayesowsko modele DSGE zostały wykorzystane do znalezienia prognoz zmiennych obserwowalnych. Prognozy te zostały wyznaczone dzięki zastosowaniu jednostronnego filtra Kalmana, który prognozuje wartość zmiennej obserwowalnej na okres  $t$  w oparciu o zbiór dostępnych informacji do okresu  $t-1$ <sup>23</sup>. Pozwala on zatem na wyznaczenie szeregu jednookresowych prognoz w przód wewnątrz próby. Następnie dzięki porównaniu szeregu otrzymanych prognoz z wielkościami obserwowalnymi wyznaczono błędy predykcji, zgodnie z formułą:

<sup>20</sup> P. Guerron-Quintana, J.M. Nason, *Bayesian Estimation...*, s. 12–13.

<sup>21</sup> G. Grabek, B. Kłós, G. Utzig-Lenarczyk, *SOE-PL – model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na danych polskich. Metodologia, specyfikacja, wyniki estymacji i pierwsze zastosowania*, „Materiały i Studia” 2007, nr 217, s. 63–65.

<sup>22</sup> N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, E. Teller, *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*, “The Journal of Chemical Physics” 1953, nr 6, s. 1087–1092.

<sup>23</sup> G. Grabek, B. Kłós, G. Utzig-Lenarczyk, *SOE-PL – model DSGE małej otwartej gospodarki...*, s. 102–104; J.D. Hamilton, *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton–New Jersey 1994, s. 372–403.

$$e_t = \hat{x}_{t|t-1} - x_t \quad (15)$$

gdzie:  $\hat{x}_{t|t-1}$  jest prognozą na okres  $t$  zmiennej obserwowalnej  $x_t$  skonstruowaną w oparciu o informacje dostępne w okresie  $t-1$ .

Zdolności prognostyczne modeli DSGE zostały dodatkowo ocenione na tle modeli VAR. Modele tej klasy są często wykorzystywane w analizach empirycznych dokonujących oceny modeli DSGE<sup>24</sup>. W badaniu wykorzystano modele VAR o stopniach od 1 do 4, których parametry oszacowano łącznie na tej samej próbie. Następnie w oparciu o otrzymane oceny parametrów wyznaczono szeregi jednookresowych prognoz w przód w taki sposób, aby były one w pełni porównywalne z prognozami uzyskanymi z modeli DSGE.

Podstawą oceny różnic w zdolnościach prognostycznych poszczególnych modeli był test Diebolda-Mariano<sup>25</sup>. Istota tego testu polega na porównaniu wartości oczekiwanych błędów prognozy z dwóch, konkurencyjnych względem siebie, modeli. W teście tym hipoteza zerowa oraz alternatywna mają następującą postać:

$$\begin{aligned} H_0 : \quad E[d_t] &= 0 \\ H_1 : \quad E[d_t] &\neq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie:  $d_t = (e_t^1)^2 - (e_t^2)^2$  jest różnicą pomiędzy kwadratem błędu prognozy z modelu podstawowego  $(e_t^1)$  a kwadratem błędu prognozy z modelu alternatywnego  $(e_t^2)$ . Statystyka testowa ma postać:

$$S = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t}{\sqrt{\frac{1}{T} \hat{f}_d}} \quad (17)$$

gdzie:  $\hat{f}_d$  jest zgodnym oszacowaniem długookresowej autokowariancji. Należy dodać, iż statystyka testowa charakteryzuje się rozkładem normalnym o zerowej wartości oczekiwanej oraz jednostkowej wariancji.

Zaprezentowany test Diebolda-Mariano może zostać przekształcony do postaci umożliwiającej wybór modelu charakteryzującego się mniejszymi błędami prognoz. Modyfikacja ta polega na zmianie hipotezy alternatywnej na postać:

<sup>24</sup> F. Smets, R. Wouters, *An Estimated Dynamic Stochastic...*, s. 1123–1175.

<sup>25</sup> F.X. Diebold, R.S. Mariano, *Comparing Predictive Accuracy*, "Journal of Business & Economic Statistics" 1995, nr 3, s. 253–263.

$$H_1 : E[d_t] < 0 \quad (18)$$

lub

$$H_1 : E[d_t] > 0 \quad (19)$$

Zmiana postaci hipotezy alternatywnej wpływa na wartość krytyczną statystyki  $S$ , która sugeruje odrzucenie hipotezy zerowej<sup>26</sup>. Odrzucenie tej hipotezy przy hipotezie alternatywnej (18) oznacza, że przy przyjętym poziomie istotności mniejszymi błędami prognoz charakteryzował się model podstawowy, podczas gdy odrzucenie hipotezy zerowej przy hipotezie alternatywnej (19) oznacza, że mniejsze błędy prognoz były obserwowane w przypadku modelu alternatywnego.

## Dane statystyczne

Zaprezentowane w poprzedniej części pracy bayesowskie podejście do estymacji modeli DSGE opiera się o model przestrzeni stanów. Model ten pozwala na podzielenie zmiennych endogenicznych na dwie grupy: zmienne obserwowalne w procesie estymacji oraz zmienne traktowane jako nieobserwowalne. W rozważanych modelach do zbioru zmiennych obserwowalnych zaliczono: produkcję, mierzoną za pomocą Produktu Krajowego Brutto wyrażonego w cenach stałych roku 2000, realną stawkę płac, mierzoną za pomocą urealnionej przeciętnej stawki płac w gospodarce narodowej<sup>27</sup>, inflację, mierzoną za pomocą łańcuchowego indeksu cen konsumpcyjnych oraz nominalną, krótkookresową stopę procentową, mierzoną za pomocą stopy WIBOR 3M. Wszystkie wykorzystywane w badaniu dane charakteryzowały się częstotliwością kwartalną i dotyczyły okresu pomiędzy I kwartałem 1995 roku a IV kwartałem 2011 roku.

W modelu teoretycznym wszystkie zmienne zostały wyrażone jako procentowe odchylenia od punktu równowagi długookresowej. W szeregach czasowych dotyczących zmiennych realnych zaobserwowano występowanie długookresowej tendencji do wzrostu w czasie. Tendencja ta nie jest objaśniana przez model teoretyczny. Stąd przed estymacją szeregi dotyczące produkcji oraz realnej stawki płac kolejno zlogarytmowano, a następnie odsezonowano,

---

<sup>26</sup> Statystyka testowa  $S$  charakteryzuje się rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej równej zero. Stąd jeśli hipoteza zerowa zostanie odrzucona przy teście dwustronnym, zostanie odrzucona również przy hipotezie  $H_1$  (18) lub (19).

<sup>27</sup> Do urealnienia wykorzystano jednopodstawowy indeks cen konsumpcyjnych przy podstawie I kwartał 2000 roku.

stosując procedurę Tramo/Seats, po czym z szeregu produkcji wyłączono trend kwadratowy<sup>28</sup>, natomiast z szeregu realnej stawki płac – trend liniowy<sup>29</sup>.

Wykorzystywana w badaniu próba zawiera w sobie okres dezinflacji w gospodarce polskiej. Proces ten nie może zostać objaśniony przez model teoretyczny. Stąd przed estymacją szereg dotyczący inflacji odsezonowano, a następnie dla okresu pomiędzy I kwartałem 1995 roku a IV kwartałem 2003 z szeregu wyłączono trend kwadratowy, zaś dla okresu pomiędzy I kwartałem 2004 roku a IV kwartałem 2011 roku wyłączono średnią. Wybrane okresy pokrywały się z zachowaniem celu inflacyjnego Narodowego Banku Polskiego w analizowanej próbie. Takie samo podejście metodologiczne zostało zastosowane w przypadku szeregu objaśniającego zachowanie krótkookresowej, nominalnej stopy procentowej.

## Wyniki

Istota bayesowskiej estymacji modeli DSGE polega na wykorzystaniu dwóch źródeł informacji: informacji subiektywnej podsumowanej przez rozkład *a priori* oraz informacji obiektywnej pochodzącej z danych. Często stosowanym podejściem przy szacowaniu parametrów strukturalnych modelu DSGE jest skalibrowanie części z nich<sup>30</sup>. Podejście to pozwala na uzyskanie lepszej identyfikacji pozostałych, estymowanych parametrów strukturalnych. W estymowanych modelach zdecydowano się skalibrować: czynnik dyskontujący ( $\beta$ ), przyjmując dla niego wartość 0,99, która implikuje, iż realna roczna stopa procentowa wyniosła 4%, co jest wielkością bliską oszacowaniom naturalnej stopy procentowej dla gospodarki Polski<sup>31</sup>. Parametr odwrotności elastyczności podaży pracy ( $\delta_l$ ) skalibrowano na wartość 1, co oznacza wzorcową elastyczność podaży pracy oraz parametr monopolistycznego narzutu na płace gospodarstwa domowego ( $\tau_w$ ). Przyjęta wartość wyniosła 0,1. Implikuje ona 10-procentowy monopolistyczny narzut na płacę. Wartości te były traktowane jako stałe w procesie estymacji.

---

<sup>28</sup> Wykorzystanie trendu kwadratowego ma na celu odzwierciedlenie długookresowego procesu konwergencji realnej, a stąd stopniowego obniżania się potencjalnej stopy wzrostu.

<sup>29</sup> W przypadku realnej stawki płac testowano również trend kwadratowy. Przeprowadzone testy istotności uniemożliwiły jednak odrzucenie hipotezy zerowej o nieistotnym oszacowaniu parametru trendu kwadratowego.

<sup>30</sup> F. Smets, R. Wouters, *An Estimated Dynamic Stochastic...*, s. 1123–1175.

<sup>31</sup> M. Brzoza-Brzezina, *Rola naturalnej stopy procentowej w polskiej polityce pieniężnej*, „*Ekonomista*” 2003, nr 5, s. 593–612.

**Tabela 1.** Wyniki estymacji parametrów modelu DSGE-Calvo

Parametr	Rozkłady <i>a priori</i>			Rozkłady <i>a posteriori</i>		
	Typ	Średnia	Odchylenie	5%	Średnia	95%
$\delta_c$	Normalny	1,25	0,50	2,29	3,28	4,32
$\theta_p$	Beta	0,50	0,20	0,31	0,44	0,56
$\rho$	Beta	0,50	0,20	0,23	0,36	0,50
$\varphi_\pi$	Gamma	1,50	0,25	2,85	3,37	3,87
$\varphi_y$	Gamma	0,125	0,05	0,03	0,09	0,14
$\rho_a$	Równomierny	0,50	0,29	0,84	0,91	0,98
$\rho_b$	Równomierny	0,50	0,29	0,71	0,82	0,93
$\rho_l$	Równomierny	0,50	0,29	0,92	0,96	0,99
$\sigma_a$	Równomierny	0,50	0,29	0,013	0,015	0,018
$\sigma_l$	Równomierny	0,50	0,29	0,05	0,06	0,07
$\sigma_b$	Równomierny	0,50	0,29	0,03	0,06	0,10
$\sigma_r$	Równomierny	0,50	0,29	0,012	0,015	0,018

Źródło: obliczenia własne w programie Dynare 4.2.5.

Pozostałe parametry strukturalne modeli DSGE małej skali zostały oszacowane przy wykorzystaniu danych dla gospodarki Polski. Przed przystąpieniem do procesu estymacji wyspecyfikowano brzegowe rozkłady *a priori* dla poszczególnych parametrów. Przy estymacji każdego z analizowanych w pracy modeli zastosowano te same rozkłady *a priori*<sup>32</sup>, których wybrane charakterystyki zostały podane w pierwszych częściach tabeli 1 oraz 2. Dla parametrów sztywności nominalnej płac ( $\theta_w$ ) i cen ( $\theta_p$ ) przyjęto rozkład beta z wartością oczekiwaną wynoszącą 0,5 oraz odchyleniem standardowym wynoszącym 0,2. Wybór rozkładu beta implikuje, iż możliwe oszacowania parametrów zostały ograniczone do przedziału [0; 1], co jest zgodnie z restrykcjami nałożonymi przez model teoretyczny. Wybrane wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe implikują, iż *a priori* przypisano większą wagę niewielkim oszacowaniom parametrów, sugerującym występowanie nieznacznej sztywności nominalnej. Taki sam rozkład *a priori* został wybrany dla parametru wygładzania w regule stopy procentowej Taylora ( $\rho$ ). Dla pozostałych parametrów reguły Taylora wybrano rozkłady gamma o wartościach oczekiwanych wynoszących odpowiednio: 1,5 w przypadku parametru reakcji banku centralnego na inflację oraz 0,125 w przypadku parametru reakcji banku centralnego na produkt. Przyjęty kształt rozkładu ogranicza możliwe oszacowania parametrów do przedziału 0; 1 [0; +  $\infty$ ], co jest zgodne z restrykcjami wynikającymi z reguły polityki pieniężnej. Wartości oczekiwane dla tych

<sup>32</sup> Wyjątek stanowi parametr sztywności nominalnej płac, który nie występuje w modelu DSGE-Calvo.

parametrów były zgodne z pierwotną kalibracją Taylora<sup>33</sup>. Natomiast dla parametru odwrotności elastyczności międzyokresowej substytucji przyjęto rozkład normalny z wartością oczekiwaną wynoszącą 1,25 oraz odchyleniem standardowym wynoszącym 0,5. Ponadto dla parametrów determinujących dynamikę procesów stochastycznych dla szoków strukturalnych wybrano rozkłady równomierne obejmujące przedział [0; 1], co jest zgodne z restrykcjami wynikającymi z modelu. Przyjęty kształt rozkładów implikuje, iż *a priori* za tak samo wiarygodne uważa się niskie, jak i wysokie oszacowania parametrów.

W drugiej części tabel 1 i 2 zaprezentowano wybrane charakterystyki rozkładów *a posteriori* uzyskanych przy estymacji odpowiednio: modelu DSGE-Calvo oraz modelu DSGE-EHL.

**Tabela 2.** Wyniki estymacji parametrów modelu DSGE-EHL

Parametr	Rozkłady <i>a priori</i>			Rozkłady <i>a posteriori</i>		
	Typ	Średnia	Odchylenie	5%	Średnia	95%
$\delta_c$	Normalny	1,25	0,50	2,73	3,72	4,66
$\theta_p$	Beta	0,50	0,20	0,84	0,87	0,90
$\theta_w$	Beta	0,50	0,20	0,60	0,63	0,68
$\rho$	Beta	0,50	0,20	0,51	0,59	0,68
$\varphi_\pi$	Gamma	1,50	0,25	1,36	1,82	2,24
$\varphi_y$	Gamma	0,125	0,05	0,07	0,18	0,27
$\rho_a$	Równomierny	0,50	0,29	0,37	0,56	0,74
$\rho_b$	Równomierny	0,50	0,29	0,71	0,79	0,86
$\rho_l$	Równomierny	0,50	0,29	0,00	0,03	0,07
$\sigma_a$	Równomierny	0,50	0,29	0,04	0,11	0,17
$\sigma_l$	Równomierny	0,50	0,29	0,69	0,86	1,00
$\sigma_b$	Równomierny	0,50	0,29	0,05	0,07	0,08
$\sigma_r$	Równomierny	0,50	0,29	0,010	0,012	0,014

Źródło: obliczenia własne w programie Dynare 4.2.5.

Porównując uzyskane wyniki estymacji modeli, należy podkreślić znaczące różnice w oszacowaniach poszczególnych parametrów. Różnice te występowały zarówno w przypadku parametrów strukturalnych, jak i w przypadku parametrów determinujących procesy stochastyczne. Uzyskany rozkład *a posteriori* dla parametru sztywności nominalnej cen sugerował występowanie niewielkiej sztywności cen. 90-procentowa masa rozkładu zawierała się w przedziale od 0,31 do 0,56. Uzyskane krańce przedziału sugerują, że przeciętny okres trwania ceny zawierał

<sup>33</sup> J. Taylor, *Discretion Versus Policy Rules...*, s. 195–214.

się w przedziale od 1,45 kwartału do 2,3 kwartału, z wartością oczekiwaną wynoszącą 1,79 kwartału. Inny stopień sztywności nominalnej cen został oszacowany w modelu DSGE-EHL. 90-procentowa masa rozkładu dla parametru  $\theta_p$  zawierała się, w tym przypadku, w przedziale od 0,84 do 0,9. Otrzymane wartości sugerowały, iż przeciętny okres trwania ceny wynosił od 6,25 kwartału do 10 kwartałów, z wartością oczekiwaną wynoszącą 7,7 kwartału. Jednocześnie oszacowanie parametru  $\theta_w$  sugerowało występowanie umiarkowanej sztywności nominalnej płac. 90-procentowa masa rozkładu *a posteriori* zawierała się w przedziale od 0,6 do 0,68, co sugerowało, że przeciętny okres trwania płacy wynosił od 2,5 kwartału do 3,1 kwartału, z wartością oczekiwaną wynoszącą 2,7 kwartału.

W modelu EHL oraz w modelu Calvo zostały zidentyfikowane inne oszacowania parametrów strukturalnych reguły polityki pieniężnej. W przypadku modelu DSGE-Calvo zaobserwowano nieznaczące oszacowanie parametru wygładzania, przy jednocześnie wysokim oszacowaniu parametru reakcji banku centralnego na odchylenie inflacji od poziomu długookresowego oraz niewielkim oszacowaniu parametru reakcji banku centralnego na odchylenie produktu od poziomu długookresowego. Znacząco różne oszacowania zostały uzyskane w przypadku modelu DSGE-EHL, w którym zaobserwowano nie tylko wyższe oszacowanie parametru wygładzania, lecz również relatywnie niskie oszacowanie parametru reakcji względem inflacji oraz relatywnie wysokie oszacowanie parametru reakcji względem produktu.

W przypadku obu analizowanych modeli odnotowano również znaczące różnice w oszacowaniu parametrów determinujących procesy stochastyczne dla szoków strukturalnych. O ile w modelu Calvo wszystkie zaburzenia reprezentowane przez proces AR(1) charakteryzowały się wysokim stopniem inercji, o tyle w przypadku modelu Ercega, Hendersona i Levina wysokim stopniem inercji charakteryzował się jedynie szok w preferencjach gospodarstwa domowego, natomiast szok w podaży prac można uznać za zaburzenie nieposiadające charakteru permanentnego.

W tabeli 3 zaprezentowano wyniki porównania zdolności predykcyjnych rozważanych w pracy modeli DSGE. Górna część tabeli zawiera pierwiastki błędu średniokwadratowego (RMSE), natomiast dolna część tabeli statystyki testu Diebolda-Mariano (DM), które uzyskano dzięki porównaniu błędów prognoz.

Porównanie uzyskanych błędów prognoz wewnątrz próby pozwala stwierdzić, iż model DSGE-EHL charakteryzował się lepszymi własnościami prognozy stycznymi w porównaniu z modelem DSGE-Calvo wewnątrz analizowanej próby. W przypadku inflacji, produktu oraz płacy realnej zaobserwowano niższe błędy prognoz w modelu DSGE-EHL niż w modelu DSGE-Calvo. Podstawowy, nowokeynesistowski model DSGE charakteryzował się jednak nieznacznie niższymi błędami prognoz w przypadku stopy procentowej.

**Tabela 3.** Porównanie zdolności prognostycznych modeli DSGE

RMSE w pp.				
	Inflacja	Stopa procentowa	Produkt	Płaca realna
DSGE-EHL	0,22	0,78	0,61	0,28
DSGE-Calvo	0,33	0,71	0,84	0,99
VAR(1)	0,40	1,14	1,18	1,12
VAR(2)	0,38	1,00	1,11	1,05
VAR(3)	0,37	0,86	1,02	1,01
VAR(4)	0,34	0,80	0,82	0,93
Statystyki testów DM (model DSGE-EHL jest modelem podstawowym)				
	Inflacja	Stopa procentowa	Produkt	Płaca realna
DSGE-Calvo	-2,38**	1,72*	-4,22***	-2,88***
VAR (1)	-3,53***	-1,72*	-1,47	-1,24
VAR (2)	-3,45***	-1,50	-1,45	-1,10
VAR (3)	-4,00***	-1,01	-1,37	-1,09
VAR (4)	-1,97**	-0,75	-1,75*	-1,05
Statystyki testów DM (model DSGE-Calvo jest modelem podstawowym)				
	Inflacja	Stopa procentowa	Produkt	Płaca realna
VAR (1)	-2,21**	-1,85*	-1,42	-1,09
VAR (2)	-1,90*	-1,73*	-1,37	-0,96
VAR (3)	-1,59	-1,48	-1,26	-0,94
VAR (4)	-0,94	-1,20	-1,17	-0,87

\* – te, które były istotne przy poziomie 10%; \*\* – te, które były istotne przy poziomie 5%; \*\*\* – oznaczono te statystyki testu Diebolda-Mariano, które były istotne przy poziomie istotności wynoszącym 1%.

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzone testy Diebolda-Mariano potwierdziły istotność różnic pomiędzy znalezionymi błędami prognoz w przypadku obu modeli DSGE. Uzyskane statystyki testu DM pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej o równości błędów prognozy na korzyść hipotezy alternatywnej przy 5-procentowym poziomie istotności w przypadku inflacji oraz 1-procentowym poziomie istotności w przypadku produktu oraz realnej stawki płac. Uzyskane znaki statystyk sugerują jednocześnie, że mniejszymi błędami prognoz charakteryzował się model Ercega, Hendrsona i Levina.

Wyniki testu porównującego zdolności prognostycznych modeli DSGE małej skali w przypadku stopy procentowej wewnątrz próby sugerowały odrzucenie hipotezy zerowej na korzyść hipotezy alternatywnej przy 10-procentowym po-



ziomie istotności. Otrzymany znak oszacowania był jednak dodatni. Stąd można stwierdzić, iż w przypadku wyróżnionej zmiennej model DSGE-Calvo charakteryzował się lepszymi predykcjami nominalnej stopy procentowej wewnątrz próby niż model DSGE-EHL.

W pracy dokonano również porównania modeli DSGE z modelami VAR. Uzyskane statystyki testowe testu DM sugerują odrzucenie hipotezy zerowej o równości błędów prognozy wewnątrz próby pomiędzy modelem DSGE-EHL a modelami VAR jedynie w przypadku inflacji, przy 5-procentowym oraz 1-procentowym poziomie istotności. Jednocześnie uzyskane znaki statystyk  $S$  sugerowały, iż to model DSGE-EHL charakteryzował się niższymi błędami prognoz wewnątrz próby niż model VAR. Model DSGE-EHL charakteryzował się również mniejszymi błędami prognoz stopy procentowej, lecz jedynie w porównaniu z modelem VAR(1). W przypadku pozostałych modeli oraz pozostałych zmiennych nie zaobserwowano istotnych różnic pomiędzy błędami prognoz.

W badaniu porównano również zdolności prognostyczne modelu DSGE-Calvo z modelami VAR. Uzyskane wyniki porównania sugerują, iż model ten charakteryzował się lepszymi zdolnościami predykcyjnymi jedynie w przypadku inflacji oraz stopy procentowej, lecz w porównaniu z modelami VAR(1) oraz VAR(2). Jednocześnie odrzucenie hipotezy zerowej następowało przy przyjętym 5-procentowym oraz 10-procentowym poziomie istotności. W przypadku pozostałych porównań nie odrzucono hipotezy zerowej o równości błędów prognoz wewnątrz próby pomiędzy porównywanymi modelami.

## Podsumowanie i wnioski

W pracy dokonano porównania zdolności prognostycznych modeli DSGE małej skali wewnątrz próby. W porównaniu wykorzystano podstawowy, nowokeynesistowski model DSGE, ujmujący w swojej strukturze jedynie sztywność nominalną cen oraz model Ercega, Hendersona i Levina, który charakteryzuje się sztywnością nominalną płac i cen. Oba modele zostały przed wyznaczeniem prognoz oszacowane dla danych polskich przy wykorzystaniu podejścia bayesowskiego. Zdolności prognostyczne modeli DSGE małej skali zostały również porównane z modelami VAR, estymowanymi na tej samej próbie. Modele tej klasy są często wykorzystywane w literaturze przedmiotu jako podstawa do oceny własności empirycznych modeli DSGE.

Uzyskane w pracy wyniki wskazują, iż model Ercega, Hendersona i Levina charakteryzował się lepszymi prognozami wewnątrz próby niż podstawowy, nowokeynesistowski model monetarny w przypadku inflacji, produktu oraz realnej stawki płac. Uzyskane wyniki testu statystycznego sugerowały jednak, iż model ten w gorszym stopniu prognozował nominalną stopę procentową. Warto jednocześnie

dodać, iż model DSGE-EHL w lepszym stopniu prognozował inflację niż modele VAR. W przypadku modelu DSGE-Calvo nie zaobserwowano tak istotnych różnic.

otrzymane oszacowania parametrów strukturalnych modelu sugerowały również, iż były one zależne od przyjętej specyfikacji modelu. Efekt ten był szczególnie widoczny w przypadku parametru sztywności nominalnej cen, parametrów reguły Taylora oraz parametrów autoregresji szoków stochastycznych.

## Bibliografia

- Baranowski P., *Regula polityki pieniężnej dla Polski – porównanie wyników różnych specyfikacji*, „Oeconomia Copernicana” 2011, nr 3
- Baranowski P., Szafranski G., *Reakcja gospodarki polskiej na szok polityki pieniężnej w małym modelu DSGE – na ile wybór metody estymacji determinuje wyniki?*, „Bank i Kredyt” 2012, nr 4
- Brzoza-Brzezina M., *Rola naturalnej stopy procentowej w polskiej polityce pieniężnej*, „Ekonomista” 2003, nr 5
- Calvo G., *Staggered Prices in Utility-Maximizing Framework*, “Journal of Monetary Economics”, 1983, nr 3
- Canova F., *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press, Princeton–Oxford 2007
- Diebold F., Mariano R.S., *Comparing Predictive Accuracy*, “Journal of Business & Economic Statistics” 1995, nr 3
- Erceg Ch.J., Henderson D.W., Levin A.T., *Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts*, “Journal of Monetary Economics” 2000, nr 46
- Fernandez-Villaverde J., *The econometrics of DSGE models*, “SERIEs. Journal of the Spanish Economic Association” 2010, nr 1, s. 3–49.
- Gali J., *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle*, Princeton University Press, Princeton 2008
- Goodfriend M., King R.G., *The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy*, “NBER Macroeconomics Annual” 1997
- Grabek G., Kłos B., Utzig-Lenarczyk G., *SOE-PL – model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na danych polskich. Metodologia, specyfikacja, wyniki estymacji i pierwsze zastosowania*, „Materiały i Studia” 2007, nr 217
- Guerron-Quintana P.A., Nason J.M., *Bayesian Estimation of DSGE Models*, “Working Paper” 2012, nr 2
- Hamilton, *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton–New Jersey 1994
- Krajewski P., *Comparison of Nominal and Real Rigidities: Fiscal Policy Perspective*, “Comparative Economic Research” 2014, nr 1
- Krajewski P., *Oddziaływanie polityki fiskalnej na wahania koniunktury w Polsce*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2013
- Kuchta Z., *Bayesian Estimation of Real Business Cycle Model: The Case of Poland*, “AD ALTA – Journal of Interdisciplinary Research” 2011, nr 1
- Kuchta Z., Piłat K., *Zastosowanie modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena do gospodarki Polski*, „Gospodarka Narodowa” 2010, nr 11–12
- McCandless G., *ABC’s of RBC’s. Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, Harvard University Press, Harvard 2008

- Metropolis N., Rosenbluth A.W., Rosenbluth M.N., Teller A.H., Teller E., *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*, "The Journal of Chemical Physics" 1953, nr 6
- Osiewalski J., *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2001
- Schmitt-Grohe S., Uribe M., *Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-order Approximation to the Policy Function*, "Journal of Economic Dynamics & Control" 2004, nr 28
- Smets F., Wouters R., *An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area*, "Journal of the European Economic Association" 2003, nr 5
- Smets F., Wouters R., *Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach*, "American Economic Review" 2007, nr 4
- Sungbae A., Schorfheide F., *Bayesian Analysis of DSGE Models*, "Econometric Review" 2007, nr 2-4, s. 113-172
- Taylor J.B., *Discretion Versus Policy Rules in Practice*, "Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy" 1993, nr 39.

## Streszczenie

W pracy dokonano porównania zdolności prognostycznych modeli DSGE małej skali wewnątrz próby. W porównaniu wykorzystano podstawowy, nowokeynesistowski model monetarny oraz model Ercega, Hendersona i Levina, który rozszerza model podstawowy na przypadek lepkich płac nominalnych. Dodatkowo w analizie ujęto modele VAR, które stanowią podstawę ułatwiającą porównania. Porównanie błędów prognoz pokazało, że lepszymi zdolnościami prognostycznymi w przypadku inflacji, produkcji oraz realnej stawki płac charakteryzował się model Ercega, Hendersona i Levina. Model ten charakteryzował się również mniejszymi błędami predykcji inflacji niż modele VAR.

**Słowa kluczowe:** modele DSGE, estymacja bayesowska, porównanie prognoz

**Klasyfikacja JEL:** E30, E32, E37