



OULUN YLIOPISTO  
UNIVERSITY of OULU

KOIVUSAARI KIRSI

ONGELMANRATKAISU- JA YHTEISTYÖTAIDOT TASOGEOMETRIASSA

Opetuskokeilu van Hielen opetusmenetelmän mukaan

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA

Luokanopettajan koulutus

2016



Luokanopettajankoulutus		Tekijä <b>Koivusaari Kirsi</b>	
Työn nimi ONGELMANRATKAISU- JA YHTEISTYÖTAIDOT TASOGEOMETRIASSA Opetuskokeilu van Hielen opetusmenetelmän mukaan			
Pääaine Kasvatustiede	Työn laji Pro gradu -tutkielma	Aika Tammikuu 2016	Sivumäärä 54+6
Tiivistelmä			
<p>Työelämässä ja jatko-opinnoissa tarvittavia taitoja ovat esimerkiksi ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot. Joillakin tutkintoon valmistuneista opiskelijoista on puutetta näissä taidoissa. Ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot ovat tulevaisuuden taitoja, joita tässä tutkielmassa tarkastellaan tasogeometrian opettamisen yhteydessä. Pro gradu -tutkielman tavoitteena oli suunnitella ja toteuttaa van Hielen opetusmenetelmää hyödyntävä matematiikan opetuskokonaisuus tasogeometrian alueella. Tutkielman tehtävänä oli selvittää van Hielen opetusmenetelmän ja tulevaisuuden taitojen välistä yhteyttä.</p> <p>Osana tutkielmaa pidettiin van Hielen opetusmenetelmän mukainen opetuskokeilu alkuopetusluokassa. Tutkielmassa selvitettiin, miten van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja sekä sitä, miten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielen opetusmenetelmässä käytännössä.</p> <p>Teoreettisessa viitekehyksessä perehdytään aluksi ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoihin. Nämä ovat tutkielman yläkäsitteinä eli ne liittyvät muihin teoreettisessa viitekehyksessä esitettyihin asioihin oleellisesti. Teoreettisessa viitekehyksessä esitellään lisäksi van Hielen teoria ja opetusmenetelmä, luodaan katsaus alakoulussa 1.8.2016 voimaan astuviin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin tulevaisuuden taitojen ja tasogeometrian osalta 1–2 luokilla sekä tasogeometriaan.</p> <p>Tutkielman empiirinen osuus eli opetuskokeilu on luonteeltaan etnografinen toimintatutkimus. Opetuskokeilu van Hielen opetusmenetelmän mukaisesti ajoittui helmi-maaliskuulle keväällä 2015. Tutkimuksen osallistujina olivat ensimmäisen luokan oppilaat (N=24) ja se toteutettiin neljänä noin viikon välein pidettyinä opetuskertoina. Pidetyt opetuskerrat suunniteltiin ja toteutettiin van Hielen opetusmenetelmän mukaisesti ja ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyivät tavoitteissa ja opetusmenetelmän sisällä aktiviteettien valinnassa. Van Hielen opetusmenetelmään kuuluu tutkivan kyselyn, suunnatun orientoitumisen, tarkentamisen, vapaan orientoitumisen ja kokoamisen vaiheet, jotka käytiin opetuksessa läpi joka kerralla opetusmenetelmän mukaisesti. Opetuksessa huomioitiin alkuopetuksen näkökulma ja oppilaiden aiempi osaaminen, mikä tarkoitti opetuksen konkreettisuutta ja oppilaiden kiinnostuksen herättämistä muun muassa leikkillisyyden ja tutkimisen avulla. Aineistonkeruumenetelminä käytettiin videointia ja havainnointia. Aineiston analyysi toteutettiin teorialähtöisenä analyysinä käyttäen apuna Nvivo-ohjelmaa.</p> <p>Tulosten mukaan van Hielen opetusmenetelmän mukainen opetus tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen oppimista. Van Hielen opetusmenetelmällä ja ongelmanratkaisutaidoilla on selkeä yhteys: Strukturoidut eli yksinkertaiset ongelmat sopivat hyvin suunnatun orientoitumisen tehtäviksi ja ei-strukturoidut eli monimutkaisemmat ja avoimet ongelmat vapaan orientoitumisen tehtäviksi. Ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot esiintyivät useimmiten samassa yhteydessä, joten samat aktiviteetit kehittivät molempia taitoja. Opetuskokeilun perusteella ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kehittyivät eniten opetusmenetelmän vapaan orientoitumisen vaiheessa, mutta kehitystä tapahtui myös suunnatun orientoitumisen ja tarkentamisen vaiheissa. Ongelmanratkaisua tapahtui yhtä paljon kaikissa yhteistyöluokan alaluokissa, joten pari- ja ryhmätyöskentely ovat yhtä hyviä työskentelymuotoja opetusmenetelmän sisällä.</p> <p>Tutkielman johtopäätöksenä voidaan todeta, että van Hielen opetusmenetelmän mukainen tasogeometrian opetus soveltuu hyvin käytettäväksi 2010–2020-luvun opetuksessa. Tutkielmassa on pyritty toimimaan tutkimuseettisesti hyväksyttävällä tavalla. Tutkielmassa on pyritty luotettavuuteen ja noudatettu tieteellisen tutkimuksen periaatteita. Tulokset eivät ole suoraan yleistettävissä, mikä on toimintatutkimukselle tyypillinen piirre. Tutkielmalla on monia mahdollisia jatkotutkimusmahdollisuuksia, joita esitellään tutkielman pohdinnan yhteydessä.</p>			
Asiasanat Alkuopetus, geometria, ongelmanratkaisu, opetuskokeilut, yhteistyö			

## Sisältö

<b>1</b>	<b>JOHDANTO.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>TUTKIMUKSEN TAVOITE .....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>TEOREETTINEN VIITEKEHYS .....</b>	<b>4</b>
3.1	Tulevaisuuden taidot ( <i>21th century skills</i> ) .....	4
3.1.1	<i>Ongelmanratkaisutaidot.....</i>	6
3.1.2	<i>Yhteistyötaidot.....</i>	7
3.2	Van Hielen teoria .....	9
3.2.1	<i>Teorian perusolettamukset .....</i>	12
3.2.2	<i>Opetusmenetelmä teorian mukaan .....</i>	14
3.3	Tasogeometria alkuopetuksessa .....	17
3.3.1	<i>Tasogeometria Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa .....</i>	24
<b>4</b>	<b>TUTKIMUSMENETELMÄT .....</b>	<b>26</b>
4.1	Tutkimuksen toteutus .....	27
4.1.1	<i>Osallistujat .....</i>	27
4.1.2	<i>Van Hielen opetusmenetelmää hyödyntävän tasogeometrian jakson toteutus .....</i>	27
4.1.3	<i>Välineet .....</i>	29
4.2	Aineistonkeruu .....	30
4.2.1	<i>Havainnointi.....</i>	30
4.2.2	<i>Videointi.....</i>	32
4.3	Aineiston analyysi.....	33
4.3.1	<i>Aineiston luokittelu.....</i>	35
<b>5</b>	<b>TULOKSET .....</b>	<b>38</b>
5.1	Miten van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja?.....	38
5.2	Miten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielen opetusmenetelmässä käytännössä?.....	40
<b>6</b>	<b>JOHTOPÄÄTÖKSET .....</b>	<b>45</b>
6.1	Tutkimuksen luotettavuus ja yleistettävyys .....	46
<b>7</b>	<b>YHTEENVETO .....</b>	<b>48</b>
<b>8</b>	<b>LÄHDELUETTELO .....</b>	<b>49</b>
	<b>LIIITTEET.....</b>	<b>55</b>

# 1 JOHDANTO

Työn luonne on muuttumassa, joten töissä tarvitaan erilaisia taitoja kuin aiemmin (Dede, 2010). Tämä tarkoittaa sitä, että opettajien tulee reagoida muutokseen suunnittelemalla opetus- ja oppimistilanteet sellaiseksi, että oppilaat oppisivat taitoja, joita he tarvitsevat työelämään siirtyessään. Tähän tarpeeseen vastaan tässä Pro gradu -tutkielmassani tulevaisuuden taitojen avulla, suunnaten pääpainopisteen ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoihin, joiden uskon teoreettisessa viitekehyksessä viittaamani aikaisemman tutkimustiedon valossa sopivan hyvin tasogeometrian opetukseen. (Hsungrow, Pengheng & Tien-Yun, 2006; Piccolo & Test, 2010)

Osana pro gradu -tutkielmaani suunniteltiin ja toteutettiin opetuskokeilu, jossa hyödynnettiin van Hielen opetusmenetelmää alkuopetusluokassa (Silfverberg, 1999). Tämä tutkielma on jatkoa keväällä 2014 valmistuneelle kandidaatin tutkielmalleni, jossa tein kirjallisuuskatsauksen van Hielen teoriaan, opetusmenetelmään ja tasogeometrian opettamiseen. Kaikkea mahdollista kirjallisuutta kirjallisuuskatsauksessa ei voitu käydä läpi johtuen aiheen laajuudesta ja kirjallisuuden runsaasta määrästä, joten kandidaatin tutkielmassani pyrin huomioimaan tärkeimmät ja merkittävimmät lähdemateriaalit. (Koivusaari, 2014)

Tässä työssä tavoitteet nousevat tulevaisuuden taitoihin kuuluvista ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoista, joten tätä tutkimusta suunnitellessa lähdettiin liikkeelle lähtökohdasta, että oppilaat oppisivat tasogeometrian lisäksi ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja. (Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci & Rumble, 2012)

Opetuskokeilu toteutettiin kentällä tavallisessa alakoulussa, josta valittiin sattumanvaraisesti yhden luokan oppilaat tutkimuksen otannaksi ja se toteutettiin van Hielen opetusmenetelmän mukaisesti opettaen oppilaille tasogeometriaa. Opetuksen tavoitteena oli, että oppilaat oppivat van Hielen opetusmenetelmän mukaisessa opetuksessa tasogeometrian lisäksi ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja, jotka ovat tärkeitä taitoja tulevaisuudessa. (Binkley et. al., 2012; Silfverberg, 1999)

Tutkimus on luonteeltaan etnografinen toimintatutkimus. Tässä toimintatutkimusprojektissa suunnittelun ja toteutetun opetuskokonaisuuden tavoitteena oli selvittää, miten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielen opetusmenetelmässä. (Binkley et. al., 2012; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013). Yanikin (2011) mukaan geometrian opiskelu

edistää esimerkiksi kriittistä ajattelua ja ongelmanratkaisutaitoja, joten voidaan olettaa, että van Hielen opetusmenetelmän mukainen opetus, jonka päämääränä ovat laadulliset muutokset oppilaan ajattelussa (Silfverberg, 1999), tukee ongelmanratkaisutaitojen kehittymistä. Trilling ja Fadel (2009) väittävät, että erilaisten näkökulmien huomiointi ja merkityksellisten kysymysten kysyminen johtaa parempiin ratkaisuihin ongelmanratkaisussa. Tämän perusteella voidaan olettaa, että ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen välillä on yhteys ja van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja.

## 2 TUTKIMUKSEN TAVOITE

Tutkimuksen tavoitteena oli suunnitella ja toteuttaa van Hielen opetusmenetelmää hyödyntävä matematiikan opetuskokeilu tasogeometrian alueella. Tutkimuksen keskeinen tehtävä oli ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen sekä van Hielen opetusmenetelmän välisten yhteyksien selvittäminen.

Tutkimuskysymykset:

1. Miten van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja?
2. Miten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielen opetusmenetelmässä käytännössä?

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena on kartoittaa teoreettisia yhteyksiä van Hielen opetusmenetelmän ja ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen välillä. Toinen tutkimuskysymys on luonteeltaan empiirinen ja siinä tutkitaan, kuinka ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielen opetusmenetelmän mukaisessa opetustilanteessa. Teoreettinen ja empiirinen tutkimuskysymys muodostivat yhdessä pohjan van Hielen menetelmää hyödyntävän alkuopetusryhmässä toteutetun opetuskokeilun suunnittelulle ja arvioinnille.

### 3 TEOREETTINEN VIITEKEHYS

Tässä luvussa esitellään aluksi tulevaisuuden taitoja ja niistä tarkemmin ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja, jotka ovat teoreettisen viitekehyksen pääkäsitteet (Binkley et. al., 2012). Lisäksi luodaan katsaus Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin (2014), jossa ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kuuluvat laaja-alaisen osaamisen tavoitteisiin. Teoreettisessa viitekehyksessä esitellään tulevaisuuden taitojen lisäksi tasogeometriaa alkuopetuksen näkökulmasta sekä van Hielin teoria ja siihen liittyvä opetusmenetelmä. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013)

#### 3.1 Tulevaisuuden taidot (*21st century skills*)

Trillingin ja Fadelin (2009) mukaan tutkimuksissa on osoitettu, että opiskelijoilla, jotka valmistuvat toisen asteen koulutusohjelmista, korkeakouluista ja yliopistoista, on puutetta joissakin perustaidoissa. Tällaisia perustaitoja ovat esimerkiksi kriittinen ajattelu ja ongelmanratkaisutaidot sekä tiimi- ja yhteistyötaidot. Dede (2010) toteaa, että ihmiset tarvitsevat työssään erilaisia taitoja kuin viime vuosisadalla johtuen siitä, että työn luonne on muuttunut. Tämän takia opetus kouluissa on suunniteltava sellaiseksi, että koulussa opitut taidot palvelevat mahdollisimman hyvin oppilaita heidän siirtyessä jatko-opintoihin ja työelämään.

Tulevaisuustutkija Halavan (2010) mukaan 2020-luvulla tarvittavia työelämäntaitoja ovat esimerkiksi kommunikointi- ja esiintymistaidot samoin kuin ongelmanratkaisuun perustuvat keskustelutaidot. Kielitaito ja kokemus ulkomailta ja kansainvälisistä yrityksistä, atk-osaaminen ja soveltaminen ja yrittäjämäinen ote työhön ovat myös tärkeitä työelämässä. (Halava, 2010). Tämän päivän avainsanoja ovat hajautettu päätöksenteko, tiedonjakaminen, tiimityö ja uudistaminen. Työntekijät tarvitsevat kommunikointitaitoja, tiedon jakamista ja hyödyntämistä monimutkaisten ongelmien ratkaisemiseksi ja uuden teknologian käyttämistä uuden tiedon hankkimisessa. (Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci & Rumble, 2012)

Tulevaisuuden taidot (*21st century skills*) voidaan jakaa neljään alaryhmään: Ajattelu-, työskentely-, työvälineiden hallinta- ja elämisen taitoihin. Tutkimuksen kannalta oleellisia tulevaisuuden taitoja ovat ajattelutaitoihin kuuluvat ongelmanratkaisutaidot (*critical thin-*

*king and problem solving*) sekä työskentelytaitoihin kuuluvat kommunikaatio ja yhteistyötaidot (*communication and collaboration*). (Binkley et. al., 2012)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) on huomioitu tulevaisuuden taidot muun muassa laaja-alaisen osaamisen tavoitteissa. Ne määritellään kokonaisuudeksi, johon kuuluu tiedot, taidot, arvot, asenteet ja tahto. Osaamiseen puolestaan kuuluu kyky käyttää tietoa ja taitoja sillä tavalla kuin tilanne vaatii. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) kiinnitetään huomiota ympäröivän maailman muutoksiin, joihin vastataan laaja-alaisen osaamisen avulla. Nyt ja tulevaisuudessa tarvitaan tiedon- ja taidonalojen ylittävää ja yhdistävää osaamista ihmisenä kasvamiseen, opiskeluun, työntekoon ja kansalaisena toimimiseen. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) laaja-alaisen osaamisen tavoitteissa luokilla 1–2 painotetaan yhteistyötaitoja erityisesti laaja-alaisen osaamisen tavoitteessa L6 työelämätaidot ja yrittäjäyys. ”*Koulutyössä oppilaat saavat monimuotoisia tilaisuuksia oppia työskentelemään yksin ja yhdessä toisten kanssa. Heitä ohjataan harjoittelemaan ryhmässä toimimista ja yhteistyötä, omien ideoiden sovittamista yhteen toisten kanssa sekä ikäkaudelle sopivaa vastuunkantoa.*” (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014, s. 101) Laaja-alaisen osaamisen tavoitteet ovat sellaisia, että ne ovat mukana jokaisessa aineessa ja jokaiselle sisältöalueelle on annettu omat laaja-alaisen osaamisen tavoitteet. Esimerkiksi matematiikan osuudessa vuosiluokilla 1–2 opetuksen tavoitteeseen ”*T4 ohjata oppilasta kehittämään päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan*” (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014, s. 128) liittyy laaja-alaisen osaamisen tavoitteet L1, L4 ja L6, joista L6 liittyy erityisesti yhteistyöhön. Yhtenä tavoitteen T4 sisältöalueena on S3 eli geometria ja mittaaminen, joten Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa on huomattu geometrian, ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen yhteys toisiinsa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) ongelmanratkaisutaidot on nostettu esiin tärkeänä kehittämisen kohteena, kuten myös arvioinnin kohteena. Matematiikan arvioinnissa oppimisprosessin kannalta yhdeksi keskeisimmistä asioista on nostettu matematiikan käyttäminen ongelmanratkaisussa ja siinä edistyminen. Matematiikan opetuksen tehtäväksi on kirjattu, että sen tulisi ”*kehittää loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua.*” (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014, s. 128) Matematiikan opetuksen tavoitteen T4 mukaan oppilasta tulee ohjata päättely- ja ongelmanratkaisutaito-



jen kehittämisessä, mikä kytkeytyy sisältöalueissa ajattelun taitoihin, lukuihin ja laskutoimituksiin, geometriaan ja mittaamiseen sekä tietojen käsittelyyn ja tilastoihin. Taitaville oppilaille tulee antaa mahdollisuus syventää ymmärtämistä esimerkiksi geometriassa tai luovassa ongelmanratkaisussa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

### 3.1.1 Ongelmanratkaisutaidot

Ongelmanratkaisutaitoja voidaan oppia erilaisten tutkimus- ja ongelmanratkaisuaktiviteettien kautta. Taidot kehittyvät tehokkaimmin oppilaille mielenkiintoisten oppimisprojektien kautta asettamalla kysymyksiä ja ongelmia ja ratkaisemalla erilaisia ei entuudestaan tuttuja ongelmia perinteisillä ja uusilla tavoilla. (Trilling & Fadel, 2009) Tämä tarkoittaa sitä, että tasogeometriassa ongelmanratkaisutaitoja ei opita pelkästään kirjan tehtäviä tekemällä ja opettajajohtoisten tehtävien avulla, vaan erilaisia geometrisia ongelmia itse tutkimalla ja ratkaisemalla.

Ongelmia ratkottaessa on olennaista tärkeiden näkökulmien huomaaminen ja merkityksellisten kysymysten kysyminen, joiden avulla erilaiset näkökulmat tulevat esiin ja mikä johtaa parempiin ratkaisuihin. (Trilling & Fadel, 2009) Tämä viittaa siihen, että ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen on yhteydessä yhteistyötaitoihin, koska ajatusmallien jakaminen ja yhdessä ongelmien ratkaiseminen kuuluvat oleellisesti ongelmanratkaisuun.

Ongelmat voidaan jakaa strukturoituihin (*well-structured problems*) ja ei-strukturoituihin (*ill-structured problems*) ongelmiin (Jonassen, 1997; Lee 1999). Strukturoidut ongelmat ovat yksinkertaisia, hyvin organisoituja ja johtavat suoraan ratkaisuun. Ne sisältävät itsessään kaiken tiedon, mitä ongelmanratkaisussa tarvitaan. (Greeno, 1976; Jonassen, 1997; Lee, 1999). Ei-strukturoidut ongelmat ovat monimutkaisia, avoimia ja määrittelemättömiä ilman selvää päämäärää olevia ongelmia, minkä vuoksi ne eivät johda suoraan ratkaisuun. Oppilas joutuu itse rakentamaan hypoteeseja ja miettimään useita eri ratkaisuvaihtoehtoja ongelmaan, koska ongelmasta ei selviä, mikä ratkaisumetodi johtaa oikeaan ratkaisuun. (Byun, Kwon & Lee, 2014; Lee, 1999) Osaa ongelmista ei voida luokitella yksiselitteisesti strukturoituihin tai ei-strukturoituihin ongelmiin, koska ongelman asettelu voi olla strukturoidun ja ei-strukturoidun ongelman väliltä. (Byun et. al., 2014) Matematiikan opetuksessa Suomessa käytetään usein oppikirjoja, joiden tehtävät ovat luonteeltaan pääosin strukturoituja ongelmia, koska ne johtavat suoraan ratkaisuun. Tällöin oppilaat oppivat, että matematiikan tehtäviin on yksi oikea ratkaisu, mikä puolestaan ei opeta oppilaita käyttämään eri-

laisia ratkaisustrategioita. Opettajan on siis tärkeä huolehtia, että oppilaille tarjotaan ei-strukturoituja ongelmia, kun perustaidot ovat hallussa.

Alussa oppilaille on hyötyä strukturoitujen ongelmien ratkaisemisesta, mikä opettaa heitä ymmärtämään kyseisen ongelman ratkaisuun liittyviä säännönmukaisuuksia, sääntöjä ja periaatteita, jolloin he voivat edetä suoraan kohti ratkaisua. Strukturoitujen ongelmien ratkaisemisessa oppilaille tulee tutuksi oppisisällön perustiedot ja se valmistaa oppilaita monimutkaisempien ja ei-strukturoitujen ongelmien ratkaisuun. Kokeneemmat oppijat, joilla on enemmän kokemusta ongelmanratkaisusta, pystyvät tarkastelemaan ja ratkaisemaan monimutkaisia, ei-strukturoituja ongelmia. Ei-strukturoituja ongelmia voidaan verrata tilanteena tosielämään, jossa ihmiset monenlaisista eri taustoista ratkaistessaan samaa ongelmaa päätyvät erilaisiin ratkaisuihin. (Lee, 1999)

Strukturoiduilla ja ei-strukturoiduilla ongelmilla on selkeä yhteys van Hielin opetusmenetelmän suunnatun orientoitumisen ja vapaan orientoitumisen vaiheeseen. Strukturoidut tehtävät soveltuvat erinomaisesti suunnatun orientoitumisen aktiviteeteiksi, jotka opettaja on suunnitellut hyvin etukäteen ja joiden avulla oppilaat perehtyvät uuteen asiaan. Ei-strukturoidut tehtävät ovat puolestaan hyviä vapaan orientoitumisen vaiheessa, jossa tehtävät ovat avoimempia tai monimutkaisempia kuin suunnatun orientoitumisen tehtävät ja tehtävissä on useampi vaihe tai ne ovat ratkaistavissa monella eri tavalla (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999).

### 3.1.2 Yhteistyötaidot

Yhteistyötaitojen taustalla on oppilaan sosiaaliset taidot, jotka mahdollistavat vuorovaikutuksen toisten kanssa. Sosiaaliset taidot määrittävät, millaisiksi oppilaan suhteet esimerkiksi kavereihin, annettuihin tehtäviin, oma-aloitteisuuteen tai osallisuuteen muotoutuvat. (Ojala, 2015) Joillain oppilaille yhteistyövalmiudet ovat saattaneet kehittyä jo lapsuudessa kodin, koulun tai vapaa-ajan aktiviteettien vaikutuksesta. Yhteistyötaitojen opetuksen tavoitteena on kehittää jokaista yksilönä paremmaksi oppijaksi sekä onnellisemmaksi ihmisiksi. (Sahlberg & Leppilampi, 1998) Sosiaalisissa tilanteissa tarvittavia taitoja ovat muun muassa avun tarjoaminen luokkakaverille, yhteiseen keskusteluun osallistuminen ja ohjeiden kuunteleminen ja seuraaminen. (Ojala, 2015)

Yhteistoiminnallisen oppimisen (*cooperative learning*) avulla voidaan oppia yhteistyötaitoja. Sahlberg ja Leppilampi (1998) määrittelevät yhteistoiminnallisen oppimisen pienryhmässä tapahtuvaksi työskentelyksi, jonka tavoitteena on pyrkiä yhteiseen päämäärään. Pari on pienin mahdollinen ryhmä. Yhteistoiminnallinen oppiminen sisältää ajatuksen, jossa oppilaat opiskelevat yhdessä ja he pyrkivät parhaisiin mahdollisiin oppimistuloksiin niin itsensä kuin koko ryhmän osalta. (Johnson & Johnson, 2014; Sahlberg & Leppilampi 1998) Sahlbergin ja Johnsonin (1998) mukaan yhteistoiminnallinen oppimiskulttuuri sisältää kaksi päämäärää: Auttaa ja tukea toisten työtä ja jakaa omastaan aktiivisesti.

Sahlberg ja Johnson (1998) määrittelevät yhteistoiminnallisen oppimisen metodiksi, jolla on mahdollisuuksia kehittää monipuolista opetusta. Vastakohtana he nostavat esiin yksilökeskeisen opetuksen, jossa oppilaat työskentelevät yksin saavuttaakseen omat päämääränsä. Haittapuolena yksilökeskeisessä opetuksessa on, että oppilaita kiinnostaa vain omat saavutukset, ei toisten huomioiminen, mikä saattaa johtaa statusongelmiin luokassa sekä vaikeuksiin oppimisprosessissa. (Sahlberg & Johnson, 1998) Tämä tarkoittaa muun muassa sitä, että yhteistyötaidoilla on merkitystä toisten huomioimisen oppimisessa, mikä rakentaa positiivista luokkahenkeä, kun oppilaat eivät tuijota vain omaa koulumenestystään.

Yhteistoiminnallinen oppiminen metodina sisältää kognitiivisen ulottuvuuden eli taitojen ja valmiuksien oppimista, kehittää sosiaalisia ja persoonallisia valmiuksia sekä vaikuttaa toimintakulttuuriin. Tutkimukseni kannalta oleellisin on sosiaalinen ulottuvuus, sillä siihen kuuluu yhteistyö, kommunikaatio ja konfliktinratkaisutaidot. (Sahlberg & Johnson, 1998)

Yhteisöllinen oppiminen (*collaborative learning*) voidaan nähdä verkkona, jossa päämäärään päästään monien eri lähestymistapojen kautta (Aarnio, 2015). Dillenbourgin (1999) mukaan yhteisöllinen oppimistilanne on sellainen, jossa kaksi tai useampi ihminen oppii tai yrittää oppia jotakin yhdessä. Yhteisöllisessä oppimisessä oppimisprosessi nähdään oppimistulosten sijasta merkityksellisenä ja se on uuden tiedon rakentamista oppilaiden välisessä vuorovaikutuksessa. Yhteisölliseen oppimiseen liittyy sosiaalinen ulottuvuus, vaikka oppiminen on yksilöllinen tapahtuma, eli oppilaan täytyy työstää informaatio sellaiseen muotoon, että voi itse ymmärtää sen. (Vuopaala, 2013)

Yhteistoiminnallinen ja yhteisöllinen oppiminen saatetaan nähdä synonyymeina. Ne eivät kuitenkaan ole synonyymeja. Yksi esimerkki eroavaisuuksista on työnjako. Yhteistoiminnallisessa oppimisessä oppilaat jakavat työn osiin, ratkaisevat oman osuuden tehtävästä itsenäisesti ja lopuksi kokoavat tulokset yhteen. Yhteisöllisessä oppimisessä oppilaat työ-

kentelevät koko työn ajan yhdessä. (Dillenbourg, 1999) Yhteisölliseen oppimiseen kuuluu yhteiseen toimintaan ja tavoitteisiin sitoutuminen, minkä tuloksena uuden tiedon jakaminen tapahtuu keskustellen, omia ideoita jakaen ja perustellen (Dillenbourg, 1999; Vuopaa- la, 2013). Erilaiset näkökulmat ja ristiriidat nähdään rikkautena oppimisessa ja oppilaiden käymä diskurssi yhteisöllisenä ongelmanratkaisuna. (Vuopaa, 2013)

### 3.2 Van Hielen teoria

Hollantilainen aviopari Pierre van Hiele ja Dina van Hiele-Geldof ovat kehittäneet van Hielen teorian vuonna 1957 (Silfverberg, 1999). Teoria koostuu viidestä tasosta, jotka kuvaavat matemaattista ajatteluprosessia ja ymmärtämistä (Crowley, 1987). Se keskittyy kuvaamaan geometriseen ajatteluun liittyviä laadullisia muutoksia, jotka toistuvat samantapaisina ja samassa järjestyksessä jokaisen oppilaan geometrisen ajattelun kehittymisessä, vaikka ne eivät välttämättä tapahdu samassa tahdissa (Silfverberg, 1999). Teoriaan kuuluu opetusmenetelmä, joka koostuu viidestä eri vaiheesta, sekä viisi perusolettamusta, joita käsitellään tässä luvussa. Geometrian opetuksen päämäärä on muuttaa oppilaiden geometrisia käsityksiä opetusaktiiviteettien kautta, ja siirtää oppilaita van Hielen teorian tasolta seuraavalle (Hsungrow, Pengheng & Tien-Yu, 2006).

Ennen van Hielen teorian tasoista käytettiin numerointia 0–4. Nykyään tasoista käytetään pääosin numerointia 1–5 ja tasoihin on lisätty niin kutsuttu nollataso. Knight (2006) viittaa Hofferin (1981), Usiskin (1982) ja Senkin (1989) tutkimuksiin, joiden mukaan osa oppilaista ei yllä teorian ensimmäiselle tasolle ja jotka ovat osoittaneet, että teorian tasoihin tulisi lisätä nollataso. Tutkielmassa tasoista käytetään numerointia 1–5, koska myös nollataso on merkityksellinen tutkielman kannalta. Tutkielman kannalta tärkein taso on van Hielen teorian ensimmäinen taso, koska lähes kaikkien peruskoulun ensimmäisen luokan oppilaiden geometrinen ajattelu on tämän tason mukaista. (Crowley, 1987; Dickson, Brown & Gibson, 1993; Fuys, 1984)

Van Hielen teorian ensimmäinen taso on nimeltään visualisoinnin taso (visualization). Visualisoinnin tasolle kuuluu kuvioiden tunnistaminen, nimeäminen, lajittelu, vertailu ja kuvailu, jotka tehdään kuvion kokonaishahmon perusteella. Visuaalisuus on kuvioiden tunnistamisessa pääosassa, jolloin kuvioiden ominaisuuksien tarkastelu kuuluu vasta seuraavalle tasolle. Tämän takia esimerkiksi kolmio on kolmio, koska se näyttää siltä. (Silfverberg, 1999) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) luokkien 1–2 sisältö-

alueessa S3 geometria ja mittaaminen olevia taitoja, esimerkiksi ympäristön tutkimista ja tasogeometrian havaitsemista ympäristöstä, rakentamista, piirtämistä, luokittelua ja geometrisiin muotoihin tutustumista, voidaan opettaa visualisoinnin tason mukaisesti.

Visualisoinnin tasolla oppilas on tietoinen vain hänen ympärillään olevasta tilasta. Geometriassa kuviot ja geometriset muodot nähdään kokonaisuuksina ja tunnistetaan niiden kokonaishahmon perusteella, jolloin niillä ei nähdä olevan osia ja ominaisuuksia eikä niitä käytetä tunnistamisessa hyväksi. Oppilas oppii visualisoinnin tasolla geometrian sanastoa, tunnistamaan määriteltyjä annettuja muotoja ja tuottamaan uudelleen muotoja. Muotojen uudelleen tuottamista voidaan havainnoida antamalla oppilaalle tehtäväksi kopioida annetut kuviot samanlaisina esimerkiksi geolaudalle. Kuvioiden tunnistaminen perustuu siihen, että oppilas esimerkiksi pystyy tunnistamaan neliön tai suorakulmion, koska ne ovat samanlaiset muodoltaan kuin aikaisemmin tunnistetut neliöt tai suorakulmiot. Oppilas ei tällä tasolla kuitenkaan tunnista tai oivalla, että neliössä tai suorakulmiossa suorakulmat ja vastakkaiset sivut ovat yhdensuuntaiset. (Crowley, 1987)

Oppilaat operoivat visualisoinnin tasolla puutteellisesti näköhavainnon varassa siinä, mihin kategoriaan kuvio kuuluu kuvioita luokitellessa ja heillä saattaa olla virheellisiä käsityksiä kuvioiden ominaisuuksista. Esimerkkinä tästä on neliön kääntäminen "seisomaan" yhdelle kulmalle ja muiden neljäkkäiden esittäminen timanttikuviona. Vaikka neliö on tarkkaan määritelty termi, sen nimi johdetaan usein samaan aikaan kuin suorakulmio, minkä seurauksena voi syntyä väärä käsitys siitä, että neliön ja suorakulmion välillä ei ole olemassa yhteyttä tai jopa siihen, että nämä kaksi muotoa ovat toisensa poissulkevat. Tällainen esitystapa saattaa johtaa oppilaita yleistämään virheellisesti, että kaikki suorakulmion sivut eivät ole yhtenevät tai, että neliö ei ole suorakulmio. (Casa & Gavin, 2009)

Toinen taso on nimeltään ominaisuuksien analysoinnin taso (*analysis*). Tällä tasolla ymmärretään, että kuvioilla on ominaisuuksia, esimerkiksi nelikulmiossa on kulmia ja sivuja (Silfverberg, 1999). Crowley (1987) mukaan havainnoinnin ja kokeilun avulla oppilaat alkavat havaita kuvioiden ominaisuuksia. Havaitaan, että kuvioilla on osia ja tunnistetaan osia. Crowley esittää esimerkin, jossa suunnikkaista on piirretty verkko. Hänen mukaansa värittämällä vastakkaisia kulmia voidaan havainnollistaa, että vastakkaiset kulmat ovat yhtä suuret. Vastaavanlaisia esimerkkejä käyttäen asia voidaan esittää oppilaille. Suhteita ominaisuuksien välillä ei voida kuitenkaan vielä ominaisuuksien analysoinnin tasolla selit-

tää oppilaille, koska kuvioiden välisiä suhteita ei vielä nähdä eikä määritelmiä ymmärretä (Crowley, 1987).

Kolmatta tasoa (*informal deduction*) kutsutaan ominaisuuksien järjestämisen tasoksi. Tasolla pystytään käyttämään deduktiota eli päättelyä yleisestä yksittäiseen tapaukseen hyväksi lyhyiden päättelyiden yhteydessä. Ominaisuuksien järjestämisen tasolla osataan muotoilla määritelmiä ja kuvioita määrittelevistä ominaisuuksista voidaan tunnistaa ominaisuudet, jotka ovat määrittelyn kannalta välttämättömiä (Silfverberg, 1999). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) määritellään luokkien 1–2 sisällöksi geometrian käsitteet piste, jana, murtoviiva, puolisuora ja suora. Silfverbergin mukaan vasta ominaisuuksien järjestämisen tasolla voidaan ymmärtää määritelmiä. Tämän takia van Hielin teorian mukaan edellä mainittuja käsitteitä on turha opettaa oppilaille luokilla 1–2, koska oppilaat eivät kykene vielä silloin ymmärtämään määritelmiä, sillä heidän ajattelunsa on alemman geometrian ymmärtämisen tason mukaista. Alakoulun osalta 1.8.2016 voimaan astuvissa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) on huomioitu geometristen käsitteiden ymmärtäminen: Piste, jana, suora ja kulma käsitteinä ovat vasta 3–6-luokkien sisältöalueissa (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014).

Ominaisuuksien järjestämisen tasolla osataan käyttää määritelmiä ja kuvioita määritteleviä ominaisuuksia apuna määriteltäessä jonkun kuvioluokan sisältymistä johonkin toiseen kuvioluokkaan (Silfverberg, 1999). Esimerkiksi neliö on neliön lisäksi myös suora- ja nelikulmio, koska neliö on nelikulmio nelikulmion määritelmän nojalla ja suorakulmio, koska sillä on kaikki ominaisuudet, jotka suorakulmion määritelmässä on. Tällä tasolla siis ymmärretään kuvion sisältyminen johonkin toiseen kuvioluokkaan (Crowley, 1987).

Crowleyn (1987) mukaan ominaisuuksien järjestämisen tasolla määritelmät ovat merkityksellisiä. Epämuodollisia argumentteja osataan seurata ja antaa. Ominaisuuksien järjestämisen tasolla oppilaat eivät kuitenkaan kykene ymmärtämään päättelyn merkitystä kokonaisuudessaan tai sen roolia aksioomasysteemissä. Muodollisia paikkaansa pitävyyksiä osataan seurata, mutta vielä ei nähdä, miten looginen järjestys voisi muuttua. Tasolla ei myöskään ymmärretä, millä tavalla voi käsitellä paikkaansa pitävyyttä, kun oletus on erilainen tai tuntematon (Crowley, 1987).

Van Hielin teoriaan kuuluu myös neljäs ja viides taso, jotka ovat formaalin päättelyn taso (*deduction*) ja aksiosysteemien ymmärtämisen taso (*rigor*) (Silfverberg, 1999). Tasot eivät

ole oleellisia alakoulun alkuopetuksen tasogeometriaa tarkastellessa, koska tasot eivät liity alakoululaisen geometriseen ymmärtämiseen, joten tasojen tarkastelu sivuutetaan.

Van Hielen teoriaan on haluttu lisätä niin kutsuttu nollataso, koska kaikki oppilaat eivät yllä geometrisessa ajattelussa teorian ensimmäiselle, visualisoinnin tasolle (Silfverberg, 1999). Battistan (2007) mukaan nollatasolla olevat oppilaat eivät pysty tunnistamaan monia yleisiä kuvioita. Tämä johtuu siitä, että he tunnistavat vain osan kuvioiden tuntomerkeistä, eivätkä heidän aistihavainnot ole vielä kypsiä (Battista, 2007). Tämä tarkoittaa sitä, että esimerkiksi ympyrää muistuttava kuvio, joka ei ole ympyrä, saatetaan mieltää ympyräksi, tai epäkolmiota saatetaan luulla kolmioksi (kts. kuva 1). Clements (1997) viittaa Clementsin ja Battistan (1992) tutkimukseen, jolla on kaksi teoreettista seurausta lasten geometriseen ymmärtämiseen: Tutkimukset tukevat aiempaa väitettä, joiden mukaan on olemassa nollataso (*pre-representational*) ennen van Hielen teorian ensimmäistä, visualisoinnin tasoa ja van Hielen teorian ensimmäisen tason uudelleen käsittämistä.

Clements (1997) mukaan lapset, jotka eivät voi luotettavasti erottaa ympyröitä tai kolmioita neliöistä tulisi mieluummin olla luokiteltuina nollatasolle kuin visualisoinnin tasolle. Oletetaan, että lapset tällä tasolla ovat juuri alkamassa muodostaa malleja kuvioista. Nämä varhaiset, tiedostamattomat mallit esittävät kuvioita sopien yhteen muodoille tyypillisten piirteiden analyysiin. Esimerkiksi aluillaan olevat mallit saattavat olla olemassa, jolloin pyöristetyt muodot vastaavat ympyröitä, lähes yhtä suuret sivut neliöitä ja samansuuntaiset vastakkaiset pitkät sivut suorakulmioita. Myöhemmin nämä mallit sekoitetaan muihin visuaalisiin elementteihin, kuten neliöiden suorakulmiin, ja nämä voivat tuottaa perinteisiä prototyyppisiä tai malleja. Prototyypit saattavat olla yli- tai aliyleistettyjä verrattaessa matemaattiseen luokitteluun riippuen esimerkeistä tai niiden puutteesta lasten kokemusmaailmassa (Clements, 1997).

### 3.2.1 Teorian perusolettamukset

Van Hielen teoriaan kuuluu viisi perusolettamusta, jotka esitellään tässä luvussa. Ensimmäisenä olettamuksena on teorian epäjatkuvuus, joka näyttäytyy erillisinä tasoina teoriassa. Tasolta toiselle siirtymiseen tarvitaan sellaista ymmärrystä, joka on kehittynyt sitä tasoa edeltävällä tasolla, jonne ollaan siirtymässä. Tästä johtuen tasojen järjestys on kiinteä, eikä mitään tasoa voida ylittää tai jättää pois välistä (Silfverberg, 1999). Battistan (2007) mukaan tasojen epäjatkuvuutta vastaan on esitetty kritiikkiä. Hänen mukaansa tutkijat ovat

havainneet, että oppilaita on vaikea luokitella tasoille. Syynä tähän on oppilaiden heilahtelu tasojen välillä ja oppilaiden oleminen eri tasolla eri asiayhteydessä, minkä takia monet tutkijat ovat kyseenalaistaneet tasojen epäjatkuvuuden. (Battista, 2007).

Gutiérrez, Jaime ja Fortuny (1991) ovat tutkineet oppilaiden sijoittumista tasoille. He kuvasivat prosenttien avulla tutkimushenkilöiden ajattelua verraten sitä tasojen kuvaukseen. Tutkimustulosten mukaan oppilas voi kehittyä kahdella peräkkäisellä tasolla yhtä aikaa, vaikka yleensä alemman tason kehittyminen on täydellisempää kuin ylemmän tason. Oppilaat saattavat käyttää useaa tasoa yhtä aikaa hyväksi ratkaistessaan ongelmia riippuen ongelman haastavuudesta ja luonteesta. Tutkimustulokset eivät torju tasojen hierarkista rakennetta, mutta ne viittaavat siihen suuntaan, että van Hielin teoriaa pitäisi muokata joustavampaan suuntaan: Ihmisten käyttäytyminen ja ajattelu eivät ole yksinkertaista ja kulje lineaarisesti, kuten van Hielin teorian tasojen perusteella voitaisiin olettaa (Gutiérrez, Jaime & Fortuny, 1991). Tutkimustuloksen perusteella voidaan sanoa, että van Hielin teorian tasot eivät ole kiinteitä, eikä oppilaan tarvitse yltää 100% tason mukaiseen ajatteluun ennen siirtymistä seuraavalle tasolle. Oppilaan ajattelussa voi siis olla piirteitä usealta eri tasolta ja oppilaan ajattelu voi olla eri asiayhteydessä eri tasoilla.

Silfverbergin (1999) mukaan toinen perusolettamus on, että kehityssuunta on aina implisiittisestä explisiittiseen eli yksittäisestä yleiseen. Tämä tarkoittaa sitä, että tasolla tarkastellaan ja analysoidaan aina edellisellä tasolla tarkastelun ja analysoinnin kohteina olevia asioita. Silfverbergin mukaan asioiden explisiittistä merkitysten kehittymistä tapahtuu vapaan orientoitumisen vaiheessa, jolloin oppilaat oppivat itsenäistä ajattelua ja ongelmien ratkaisua omilla tavoilla (Silfverberg, 1999).

Kolmanneksi jokaisella tasolla on oma symbolinen kieli. Opetuksen tulee olla samalla tasolla kuin oppilaan ajattelun, muuten ei tapahdu sellaista edistymistä, jota toivotaan. Oppilas pystyy ymmärtämään alemmalle tasolle suunnattua opetusta, mutta ei pysty ymmärtämään ylemmälle tasolle suunnattua opetusta. Ylemmän tason asioiden opettelu esimerkiksi ulkomuistiin perustuen on mahdollista, mutta silloin ei tapahdu todellista ymmärtämistä eikä oppilaan geometrinen ajattelu kehity, koska opetusta ei ole suunnattu oppilaan ymmärrystä vastaavalle tasolle (Silfverberg, 1999). Fuys (1984) esittää matematiikan haastavuuden syyksi sen, että opettaja opettaa asioita eri tasolla kuin oppilaat pystyvät ymmärtämään opetusta. Tämä johtuu siitä, että opettaja ymmärtää asiat eri tavalla kuin oppilaat. Toisin sanoen opettaja ja oppilaat puhuvat erilaista kieltä eli opettajan ja oppilaan geomet-



rinen ajattelu on eri tasoilla (Fuys, 1984). Tämä tarkoittaa sitä, että opettajan, jonka geometrisen ajattelu on ominaisuuksien järjestämisen tasolla, kykenee ymmärtämään tasogeometrinen kuvioiden määritelmiä. Hän ei voi kuitenkaan opettaa oppilasta, joka on visualisoinnin tasolla, käyttäen kuvioista määritelmiä. Opettaja kykenee ymmärtämään ja opettamaan alemman tason mukaisesti, mutta oppilas ei kykene ymmärtämään ylemmän tason mukaista opetusta. Tämän takia opettajan tulee opettaa oppilasta tunnistamaan kuvioita kokonaishahmon perusteella visualisoinnin tason mukaan, eikä määritelmälähtöisesti.

Neljänneksi oppilaan geometrisen ajattelun kehittyminen ei ole riippuvainen esimerkiksi oppilaan iästä tai biologisesta kypsyydestä, vaan käsitellyillä sisällöllä ja opetuksen laadulla on merkitystä (Silfverberg, 1999). Hamil Abdullahin ja Zakarian (2013) tutkimustulosten mukaan van Hielin opetusmenetelmää voidaan käyttää luokkahuoneessa auttaakseen oppilaita saavuttamaan ylempi geometrisen ajattelun taso. Tutkimustulosten perusteella geometrian varhaisten tasojen saavuttamisessa ei ole merkittävää eroa koe- ja kontrolliryhmällä, vaan merkityksellinen ero näkyy myöhemmillä tasoilla. Kontrolliryhmästä kaikki saavuttivat van Hielin teorian ensimmäisen tason, muutama toisen tason, mutta kukaan heistä ei yltänyt kolmannelle tasolle. Koeryhmästä, joka sai van Hielin opetusmenetelmän mukaista opetusta, kaikki saavuttivat ensimmäisen ja toisen tason ja vain yksi opiskelijosta ei yltänyt kolmannelle tasolle. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013) Tämän perusteella voidaan todeta, että van Hielin teorian mukainen opetus on laadukasta ja teorian mukaisen opetuksen avulla voidaan saavuttaa hyviä oppimistuloksia.

Viidenneksi opetusmenetelmällä on merkitystä. Geometrinen ajattelun kehitystä voidaan edesauttaa siihen sopivalla opetusmetodilla. Van Hielin teorian mukaan opetusmenetelmä, joka on kuvattu luvussa 3.3.2 *Opetusmenetelmä teorian mukaan*, edesauttaa merkittävästi tasolta toiselle siirtymistä (Silfverberg, 1999).

### 3.2.2 Opetusmenetelmä teorian mukaan

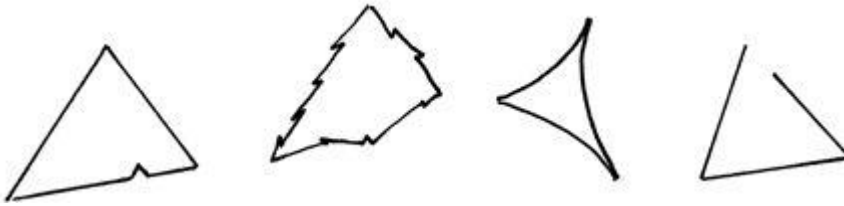
Pierre van Hiele ja Dina van Hiele-Geldof huomasivat, että oppilailla on vaikeuksia ymmärtää geometriaa. Nämä havainnot johtivat heidät kehittämään uuden opetusmenetelmän. (Mason, 2009) Opetusmenetelmässä on viisi vaihetta ja siinä lisätään vaihe vaiheelta oppilaan itsenäistä toimintaa. Sen kehityksestä ja kokeilemisestä käytännössä vastasi pääosin Dina van Hiele-Geldof. (Silfverberg, 1999) Opetusmenetelmän vaiheet ovat tutkiva kysely (*inquiry*), suunnattu orientoituminen (*directed orientation /guided orientation*), tarkentami-

nen (*explicitation*), vapaa orientoituminen (*free orientation*) ja kokoaminen (*integration*) (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999). Hamil Abdullahin ja Zakarian (2013) tutkimuksessa tutkivaa kyselyä vastaava vaihe on visualisointi tai informointi (*visualization / information*). Tässä tutkielmassa käytetään ensimmäisestä vaiheesta nimeä tutkiva kysely sekaannusten välttämiseksi. Vaiheiden avulla pystytään tukemaan ja edistämään geometrisen ajattelun kehittymistä (Silfverberg, 1999). Opetusmenetelmän mukainen opetus, jossa käydään kaikki vaiheet läpi järjestyksessä, auttaa merkittävästi van Hielin tasolta toiselle siirtymistä (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999).

Silfverbergin (1999) mukaan tutkivan kyselyn vaiheessa opettaja keskusteleo oppilaiden kanssa opetettavasta aiheesta ja selvittää oppilaiden ennakkokuvaa aiheeseen liittyvistä pääkäsitteistä. Tavoitteena on antaa oppilaille kuva asiakokonaisuudesta, jota aletaan opiskella (Silfverberg, 1999). Ennakkokuvan selvittäminen ja asiakokonaisuuden esittely voi tapahtua esimerkiksi visuaalisen materiaalin avulla, koska pienten oppilaiden kanssa työkennellessä konkreettisuus, arkielämän esimerkit ja näköhavainnot ovat tärkeitä oppimisen ja aiheen merkitykselliseen kontekstiin liittämisen takia. Hamil Abdullahin ja Zakarian (2013) mukaan vaiheeseen kuuluu opetettavaan asiaan tutustuminen ja virittäytyminen toiminnan avulla. Tämä tapahtuu siten, että opettaja esittää uuden asian ja mahdollistaa oppilaiden työskentelyn asiayhteydessä. Hamil Abdullah ja Zakaria (2013) viittaavat Husnaenin (2006) tutkimukseen, jossa hän antaa esimerkkitehtävän tutkivan kyselyn vaiheeseen liittyen, missä opettaja näyttää erilaisia kuvioita ja oppilaiden tehtävänä on tunnistaa kolmiot ja muut kuviot.

Suunnatun orientoitumisen vaiheessa pääpaino on opettajan ennalta hyvin suunnitelluissa tehtävissä, jotka oppilaat tekevät. Tehtävien tavoitteena on auttaa oppilaita ymmärtämään, mihin opetuksella pyritään, ja perehdyttää oppilaat aihepiiriin rakenteeseen, jota opiskellaan (Silfverberg, 1999). Hamil Abdullahin ja Zakarian (2013) mukaan suunnatun orientoitumisen vaiheessa oppilaille annetaan tehtäviä, joiden avulla uusi geometrinen käsite tulee oppilaille tutuksi. Oppilaat tutkivat huolellisesti uutta opiskeltavaa asiaa ja siihen liittyviä tasogeometrisia kuvioita, joita on käytetty jo tutkivan kyselyn vaiheessa. Opettajan valmistamat tehtävät voivat olla pari- tai ryhmätyöskentelyä ja tehtävien ei tarvitse olla oppikirjan tehtäviä, vaan ne voivat olla toiminnallisia aktiviteetteja. Työskentelyn ei tarvitse tapahtua pulpetin ääressä, vaan oppimisympäristöä kannattaa hyödyntää. Luokkatilan lisäksi voidaan tutkia koulun pihaa ja muuta lähiympäristöä. Oppilailla voi olla tehtävänä esimerkiksi etsiä koulun pihalta mahdollisimman monta erikokoista ja -muotoista kolmiota. Ha-

mil Abdullah ja Zakaria (2013) viittaavat Husnaenin (2006) tutkimukseen, jossa oppilasryhmille oli annettu tehtäväksi havainnoida kolmioiden ja epäkolmioiden muotohahmoja. Tämän jälkeen oppilaiden tuli luokitella muodot kolmioihin ja epäkolmioihin (kts. kuva 1). Tämän jälkeen heitä pyydettiin leikkaamaan kolmioiden muotoja ja piirtämään muotohahmoja uudestaan erikokoisina. Tämän aktiviteetin tavoitteena on auttaa oppilaita tutkimaan erityyppisten kolmioiden ominaisuuksia (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013).



Kuva 1. Esimerkkejä epäkolmioista

Tarkentamisvaiheessa oppilaat esittävät omin sanoin, mitä he ovat löytäneet tai havainneet edellisessä eli suunnatun orientoitumisen vaiheessa. Opettajan rooli on johdattaa oppilaat käyttämään asianmukaisia geometrisia käsitteitä (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013). Tarkentamisvaiheen tavoitteena on, että oppilaat itsenäistä työtä tehdessään pyrkivät tarkentamaan sanastoa ja osoittamaan oman käsityksensä opiskeltavan aihepiirin rakentumisesta. (Silfverberg, 1999). Tässä vaiheessa käsitteellistetään suunnatun orientoitumisen vaiheessa havaitut havainnot.

Vapaan orientoitumisen vaiheessa oppilaat viedään monimutkaisempien tehtävien pariin. Tehtävät ovat avoimempia ja monimutkaisempia kuin suunnatun orientoitumisen vaiheessa (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013). Oppilaat ratkaisevat tehtäviä, jotka ovat joko monivaiheisia tai ratkaistavissa usealla eri tavalla. Vaiheen tavoitteena on, että oppilaat oppivat itsenäistä ajattelua ja ratkaisemaan tehtäviä omilla tavoilla. Tällöin opiskeltavien asioiden välille alkaa kehittyä eksplisiittisiä eli tarkkoja ja yksityiskohtaisia merkityksiä (Silfverberg, 1999).

Kokoamisvaiheessa opettaja kokoaa yhteenvedon opiskelluista asioista ja pyrkii antamaan oppilaille mahdollisimman kokonaisen kuvan opiskellusta aihealueesta. Opettajan on tärkeää huolehtia siitä, että ei käytä aiheesta poikkeavia tai häiritseviä käsitteitä (Silfverberg, 1999). Hamil Abdullahin ja Zakarian (2013) mukaan oppilaat tekevät kokoamisvaiheessa yhteenvedon ja yhdistävät, mitä he ovat oppineet ja kehittävät uuden suhdeverkon asioiden välille. Opettajan rooli on auttaa oppilaita yhdistämään käsitteitä oppilaiden tutkimuksiin ja

ymmärtää opetustilannetta (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013). Oppilaita opetetaan usein sillä tavalla, että ennen koetta koealueen asiat kootaan yhteen ja pyritään luomaan yhteyksiä niiden välille. Tämä ei kuitenkaan ole oikea periaate, vaan oppilaille olisi hyvä antaa kokonaiskuva opittavasta asiasta opetuksen oikeassa vaiheessa, mikä edistää oppimista ja asioiden ymmärtämistä.

### 3.3 Tasogeometria alkuopetuksessa

Tasogeometrian opetus lapsille ja pienille oppilaille alkaa leikin kautta. Pedagogisessa leikissä on tärkeässä osassa rikas ja virikkeellinen ympäristö ja siinä voidaan käyttää apuna esimerkiksi erimuotoisia tasokuvioita (*pattern blocks, design tiles*) tai palapelejä kuten tangramia tai seitsemää palaa. (van Hiele, 1999). Vapaa ja pedagoginen leikki ovat tärkeä osa geometrian oppimista, koska ne ovat merkityksellistä toimintaa lapsen geometrisen ajattelun kehityksessä.

Lapset rakentavat perusteita matemaattisen ajatteluun jo varhaisessa vaiheessa leikin ja tutkimisen avulla. Esimerkiksi esikouluvuoden aikana lapsi nauttii muotojen tutkimisesta. Tämä johtaa lapsen spontaaniin matemaattiseen ajatteluun leikin aikana. Palikkaleikki (*block play*) on esimerkiksi sidoksissa ongelmanratkaisuun. Lapset kehittyvät ja ratkaisevat monenlaisia loogisia ja matemaattisia ongelmia yrittäessään ymmärtää fyysisiä ongelmia palikoillaan rakentaessaan. Varhainen kiinnostus matemaattiseen ajatteluun palikkaleikin aikana korreloi myöhemmin matemaattisia kykyjä toisen asteen koulussa tai korkeakoulussa standardeilla testeillä mitattuna (Piccolo & Test, 2010). McGarveyn (2013) mukaan varhaisessa matematiikan opetuksessa pieniä lapsia pyydetään usein tunnistamaan ja kuvailemaan heidän ympäristössään olevia kuvioita. Kuviot voivat olla vaatteissa, lelussa, matossa tai muualla ympäristössä. Kuvioden tutkiminen varhaisina vuosina on nähty tärkeänä johdatuksena algebralliseen ajatteluun, koska lapsi alkaa huomata samanlaisuutta ja erilaisuutta kuvioden välillä, luoda sääntöjä kuvioden suhteiden kuvaamiseen ja jopa suhteita symboleja käyttäen (McGarvey, 2013). Tämän perusteella voidaan sanoa, että kuvioita tutkiessa lapsen luokittelu ja vertailutaidot alkavat kehittyä. Piccolon ja Testin (2010) mukaan esikoululaiset kiinnostuvat algebrallisesta ajattelusta, kun he havainnoivat, selittävät ja luovat kuvioita arkiympäristössä. Usein esikouluopettajat eivät kuitenkaan huomaa tai ymmärrä lasten kiinnostusta matemaattiseen ajatteluun (Piccolo & Test, 2010). Esikouluopettajien, samoin kuin myös lastentarhan- ja luokanopettajien, tulisi huomata lasten

kiinnostus arkipäivän matematiikkaan ja havaintoihin, koska kiinnostuksen ylläpitämisellä kauaskantoisia vaikutuksia matematiikan oppimiseen koulussa.

Hsungrowin, Penghengin ja Tien-Yun (2006) mukaan opettajien pitäisi antaa oppilaiden tutkia geometrian käsitteitä ja muotoja ja välittää oppilaille kokemuksia arkipäivän tasogeometriasta koko kouluvuosien aikana. Lapset rakentavat jokapäiväisten aktiviteettien kautta epämuodollista arkipäivän tietämystä tasogeometrisista muodoista, mikä jatkuu läpi kouluvuosien (Skoumpourdi & Mpakopoulou, 2011). Rajoitetusta luokkatilasta, opetusajasta ja vuorovaikutuksen puutteesta johtuen luokkahuoneessa tapahtuva opetus ja kontekstuaalinen oppiminen perinteisessä kouluympäristössä ei ole aina onnistunut tasogeometrian opetuksessa (Hsungrow, Pengheng & Tien-Yun, 2006). Perinteisen luokkatilan lisäksi tasogeometrisiä muotoja voidaan tutkia esimerkiksi liikunnan tunnilla koulun ympäristössä. Silfverbergin (1999) mukaan geometriaa opetetaan faktoina eli valmiina tuloksina. Hänen mukaansa syynä tähän on se, että opettajilla ei ole tarpeeksi geometrista tietämystä, jolloin opetuksen laatu kärsii (Silfverberg, 1999). Faktatietojen opettelu sijasta tasogeometrian opetuksen tulisi perustua esimerkiksi tutkivaan tai ongelmalähtöiseen oppimiseen tai se tulisi toteuttaa van Hielen opetusmenetelmän mukaisesti. (Boud & Feletti, 1999; Hakkarainen, Lonka & Lipponen, 2004; Poikela & Nummenmaa, 2002; Silfverberg, 1999).

Van Hielen (1999) mukaan nonverbaali ajattelu eli asioiden havaitseminen ilman sanoja on erittäin tärkeää, sillä kaikessa rationaalisessa ajattelussa on juuret nonverbaalissa ajattelussa ja monet päätökset tehdään ainoastaan nonverbaalin ajattelun avulla. Tunnistamme esimerkiksi tutun henkilön kasvat ilman, että me pystymme kuvailemaan kasvoja sanallisesti. Van Hielen (1999) mukaan visualisoinnin taso alkaa nonverbaalista ajattelusta, koska visualisoinnin tasolla kuviot tunnistetaan ulkomuodon perusteella. Oppilaat saattavat esimerkiksi kutsua jotakin kuviota suorakulmioksi, koska se näyttää laatikolta, matolta tai ovelta.

Fuys (1984) pohtii, miltä tasolta geometrian opettaminen tulisi aloittaa. Hänen mukaansa on itsestään selvää, että se riippuu oppilaan ajattelun tasosta. Geometrian opetuksen alkuvaiheessa tulee saavuttaa van Hielen teorian ensimmäinen taso (Fuys, 1984). Tasogeometrian opetuksen alkuvaiheessa aktiviteettien tulee olla sellaisia, että keskittyvät yksilölliseen tasogeometristen kuvioiden tunnistamiseen, tuottamiseen ja nimeämiseen, koska tämän avulla saadaan luotua pohja, joka tähtää van Hielen teorian toiselle tasolle ja mahdollisesti myös kolmannelle tasolle (Dickson, Brown & Gibson, 1993).

Dicksonin, Brownin ja Gibsonin (1993) mukaan visualisoinnin tasolla oleva lapsi tunnistaa kuviot kokonaisuutena, mutta ei vielä näe suhteita kuvion ja sen osien välillä. He viittaavat Piaget'n, Fusonin ja Murrayn (1978) tutkimukseen, jossa tutkittiin 2–7-vuotiaiden kykyä tunnistaa kuvioita koskettamalla sekä käsittää ja piirtää niitä. Tutkimuksessa käytettäviä kuvioita olivat ympyrä, kolmio, neliö ja neljäkäs. Tutkimustulosten mukaan ympyrä oli helpoin tunnistaa. Ympyrän jälkeen toiseksi helpoin tunnistaa oli neliö, sen jälkeen tuli kolmio ja viimeisenä neljäkäs. Heidän mukaansa 6-vuotias kykenee toistamaan neliön, neljäkkään, suorakulmion ja neljäkkään geolaudalla ja muistamaan kuvioiden nimet, mutta hän ei vielä näe esimerkiksi neliön olevan neljäkkään erikoistapaus tai neljäkkään olevan suunnikkaan erikoistapaus. Ne ovat hänelle erillisiä ja toisistaan irrallisia muotoja (Dickson et al., 1993). Clementsin (1997) on tutkinut pienten lasten käsityksiä geometrisista muodoista. Hänen mukaansa lapset tunnistavat yksinkertaisista kuvioista ympyrän helpoiten, mutta se on niistä vaikein kuvailla (Clements, 1997).

Tuckerin (2010) mukaan koulun aloittamisen nivelvaiheessa usein kadotetaan kiinnostus ja luottamus matemaattisiin kykyihin. Syynä tähän usein on, että koulun matematiikan opetus ei ole mielekäästä tai tapahdu merkityksellisessä kontekstissa, vaan se muuttuu abstraktiksi liian nopeasti. Oppilaita ei kannusta matematiikan opiskelussa tarkoin muotoillut tehtäväpaperit ja vieras matemaattinen kieli, jotka myös kyseenalaistavat matematiikan merkitystä ja tekevät matematiikan oppimisen haastavaksi. (Tucker, 2010). Monessa luokassa geometrian opetus etenee seuraavalla kaavalla: Läksyjen tarkistaminen, opettajajohtoinen taulutyöskentely ja tutustuminen uuteen asiaan, itsenäinen tehtävien tekeminen ja kotiläksyn antaminen. Tämä ei herätä, eikä ylläpidä oppilaiden kiinnostusta. Casan ja Gavinin (2009) mukaan opettajien tulee kiinnittää huomiota käyttämäänsä sanastoon ja rohkaista oppilaita käyttämään oikeaa matemaattista kieltä välttääkseen väärinkäsityksiä tasogeometriassa. Opettajat, jotka tekevät oikeita ja virheettömiä väitteitä ja käyttävät tarkkoja termejä ja lisäävät uutta sisältöä opetukseensa, voivat maksimoida tasogeometristen käsitteiden kehittymistä muodoista ja niiden suhteista pienten oppilaiden parissa (Skoumpourdi & Mpakopoulou, 2011). Tuckerin (2010) mukaan oppilaiden kokemusten yhdistäminen käytäntöön on erittäin tärkeää ja tämä yhdistäminen ei tapahdu tekemällä tehtäväkirjan tehtäviä. Tähän tarvitaan kokemuksia, jotka opettaja mahdollistaa. Kokemusten kautta oppilaat voivat luoda yhteyksiä vanhan tiedon ja uusien matemaattisten kokemusten välille ja muodostaa tarkoituksenmukaista matemaattista sanastoa ja symboleja päivittäisten rutiinien ja aktiviteet-

tien aikana. Luovuus ja leikinomaisuus ovat avainasemassa kaikkien pienten oppilaiden oppimisessa (Tucker, 2010).

Skoumpourdi ja Mpakopoulou (2011) viittaavat Oberdorfiin ja Taylor-Coxiin (1999), jotka ovat havainneet, että monilla lapsilla on paljon väärinkäsityksiä geometriasta. Clementsin ja Saraman (2000) mukaan lasten käsitykset muodoista stabilisoituvat jo kuuden vuoden iässä. Jo 6-vuotiaalla mahdolliset väärinkäsitykset geometrisista muodoista saattavat jatkua vuosien ajan. Clements ja Sarama esittävät esimerkin väärinkäsityksen jatkumisesta: Kuu-sivuotias uskoo, että ei-tasakylkinen kolmio ei ole kolmio. Näin saatetaan uskoa vuosien ajan riippumatta siitä, mitä opettaja ja oppikirjat sanovat asiasta (Clements & Sarama, 2000). Väärinkäsitysten välttämisen takia tarkkojen matemaattisten ilmausten ja sanaston käyttäminen on erityisen tärkeää pienten oppilaiden kanssa. Monet opettajat, joilla ei ole tietämystä asiasta, saattavat ajatella, että aluksi leikitään muodoilla ja myöhemmin opetetaan tarkat, oikeat käsitteet. Näin ei kuitenkaan tulisi menetellä, sillä seuraukset matematiikan ymmärtämisen kannalta voivat olla vakavia, vaan myös leikissä opettajien tulisi ohjata oikeiden käsitteiden löytämiseen ja käyttää itse oikeita käsitteitä.

Tucker (2010) esittää, että muotojen tutkiminen merkityksellisessä kontekstissa on olennaista geometrisen ajattelun oppimiselle ja opetukselle. Oppilaat tarvitsevat paljon erilaisia kokemuksia muodoista sisältäen tasogeometristen muotojen piirtämistä, kuvioiden tekemistä, muotojen kokonaisuuteen viemistä, vartalon avulla tekemistä, muotoiltavista materiaaleista veistämistä ja muodoista yhdessä keskustelemista esimerkiksi aikuisen tai ikätoverin kanssa. Kokemukset toimivat geometrisen analyysin perusteina myöhemmin. On ratkaisevan tärkeää, että oppilaat ovat innostuneita liikkuttamaan muotoja ja kokeilemaan ja leikkimään niillä ja saavat tukea opettajilta, jotka voivat mallintaa matemaattista sanastoa ja auttaa käsitteellisessä kehityksessä (Tucker, 2010).

Principles and Standards of School Mathematics (2000) oppimisen perusteen (*learning principle*) mukaan matematiikan oppimisessa on tärkeää ymmärtäminen ja aktiivinen uuden tiedon rakentaminen kokemusten ja aikaisemman tiedon pohjalta. Tutkimuksissa on todettu, että käsitteellinen ymmärtäminen on tärkeässä roolissa matematiikan oppimisessa. Opetuksen perusteen (*teaching principle*) mukaan opettajan tulee tuntea oppilaat matematiikan oppijoina. Tehokas matematiikan opetus vaatii siis ymmärrystä oppilaiden tiedoista ja tarpeista oppimiseen. Opettajan tulee ymmärtää syvällisesti opettamaansa matematiikkaa ja kyetä siirtämään tietämyksensä opettettavaan asiaan (Principles and Standards of School

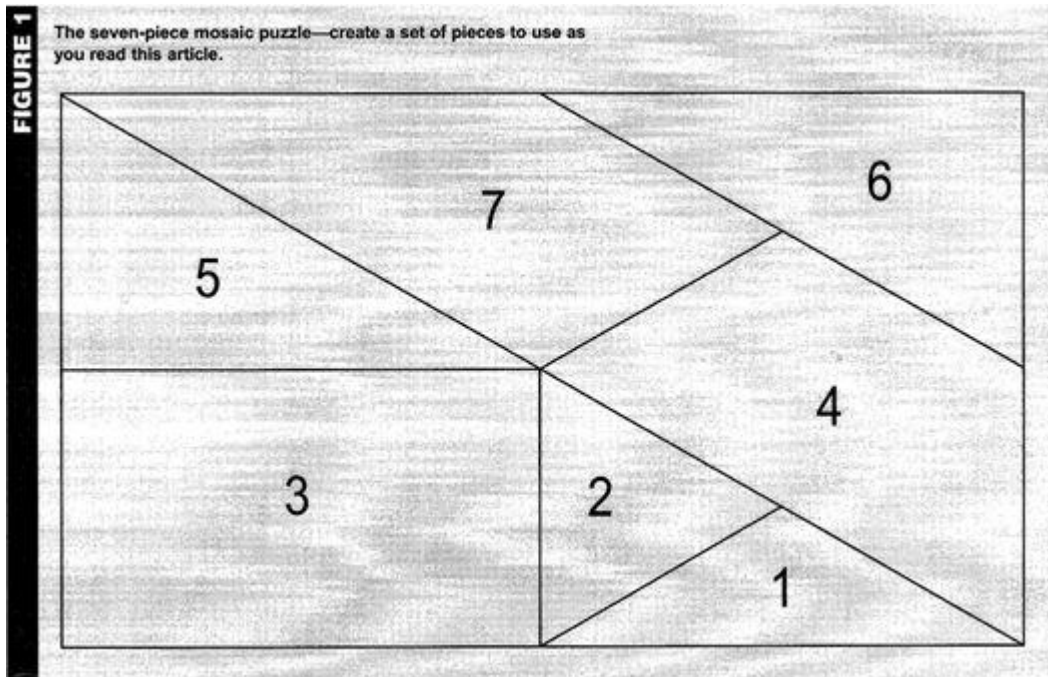
Mathematics, 2000). Paniati (2009) esittää tulkinnan näistä kahdesta periaatteesta, jonka mukaan meidän pitäisi opettaa käsitteellistä ymmärtämistä vaihtelevissa oppimisympäristöissä (Paniati, 1999).

Tuckerin (2010) mukaan muun muassa seuraavat aktiviteetit auttavat oppilasta kehittämään käsitteitä tasokuvioista ja kaksiulotteisista muodoista: kuvien tekeminen yhdistelemällä erilaisia muotoja, mallien tekeminen, piirtäminen, maalaaminen ja ompeleminen. Havainnoimalla ja liikuttamalla kuvioita huomataan, että jotkut muodot eivät muutu, vaikka ne käännetään ympäri ja jotkut muodot näyttävät samalta molemmilta puolilta, kun ne taitetaan keskeltä eli taitetut osat ovat toistensa peilikuvat ja niiden väliin jää symmetriakseli. Harjoituksissa voidaan käyttää apuna harjoitteita, joissa tehdään erilaisia kuvioita tai kuvia kaksiulotteisista muodoista, mikä auttaa geometrisen analyysin perusteiden oppimisessa. Näiden kautta oppilas oppii muuttamaan samaa kuviota asennosta toiseen kääntämättä sitä toisinpäin (*exploring translation*), kääntämään kuvioita (*exploring rotation*) ja havaitsemaan, että jotkut kuviot voidaan jakaa siten, että saadaan kaksi samanlaista puolikasta eli symmetrisesti (*line symmetry*). Harjoitteiden avulla opitaan huomaamaan, että sama muoto voi esiintyä erikokoisissa kuvioissa ja että jotkut kuviot saa liitettyä yhteen, vaikka kaikkia ei saa (*exploring tessellation*). Harjoitusten avulla huomataan myös, että voi olla erityyppisiä nelikulmioita ja kolmioita (*family likeness*) (Tucker, 2010).

Van Hiele (1999) esittää artikkelissaan seitsemän palan mosaiikkipalapelien leikillisenä sovelluksena, jossa tarkastellaan yksinkertaisia kuvioita ja niiden ominaisuuksia. Ominaisuuksia ovat symmetrisyys, yhdensuuntaisuus ja pinta-ala. Kuvasta 2 nähdään, että palaset on muodostettu isosta suorakulmiosta, joka hajotettu seitsemään palaan. Suorakulmion voi sijoittaa tasasivuisista kolmioista muodostetun verkon päälle, jolloin sen voi hajottaa myös yhtä suuriksi tasasivuisiksi kolmioiksi. Kuvasta 2 nähdään, että saadut seitsemän palaa ovat tasakylkinen kolmio, tasasivuinen kolmio, kaksi suorakulmaista kolmiota, suorakulmio, puolisuunnikas ja tasakylkinen puolisuunnikas. Artikkelissa heitetään avoin kysymys siitä, mitä paloilla voi tehdä. Lapsilta löytyy tähän kysymykseen valmis vastaus: he leikkivät paloilla käyttäen mielikuvitusta. He muodostavat kuvioista mitä keksivät, esimerkiksi ihmisiä, taloja, erilaisia kuvioita tai abstraktia taidetta. Oppilaille tulisi antaa mahdollisimman paljon mahdollisuuksia vapaaseen leikkiin ja mielikuvitukseen. Tällainen leikki antaa opettajille mahdollisuuden havainnoida, millä tavalla oppilaat käyttävät paloja ja arvioida, miten oppilaat ajattelevat ja puhuvat kuvioista (van Hiele, 1999). Kun oppilaat ovat vapaassa leikissä tutustuneet kuvioihin, opettajan helppo jatkaa pedagogisen leikin avulla,



jolloin oppilaat oppivat asiat leikin kautta. Leikki on pienen oppilaan luontainen tapa käsitellä asioita.



Kuva 2. Seitsemän palan mosaiikkipalapeli, teoksessa van Hiele, P. M. (1999, s. 312). *Begin with play.*

Pedagogisessa leikissä oppilaita voidaan pyytää muodostamaan mikä tahansa palanen kahden muun palasen avulla. Ainoastaan tasakylkistä ja tasasivuista kolmiota ei voida tällä tavalla muodostaa toisista paloista. Tämän jälkeen voidaan etsiä yksi palanen, jonka voi muodostaa kolmesta eri palasesta. Ratkaisun muistiin kirjoittamiseksi oppilas jäljentää haluamansa kuvion ja piirtää muiden palojen avulla piirtämänsä palan sisälle ratkaisun käyttäen apuna kuvioita. Vaihtoehtoisesti oppilas voi värittää palan tasasivuisista kolmioista muodostetusta ruudukosta. Oppilaat voivat vapaasti muodostaa myös muunlaisia kuvioita paloista. Tällä tavalla oppilaat huomaavat, että palasia yhdistettäessä saatu kuvio voi olla erilainen kuin mikään alkuperäisistä paloista. Oppilaita voidaan kannustaa kokeilemaan, kuinka monta erilaista kuviota he saavat yhdistettyä palasista ja voiko heidän tekemänsä muodon tehdä myös joidenkin muiden palasten avulla. Tällaisten palapeliä avulla oppilaat työskentelevät visuaalisesti kuvioiden parissa, joiden samanpituiset sivut sopivat yhteen. He myös huomaavat, että jotkut palaset sopivat yhteen, kun palasen kääntää toisin päin ja jotkut taas eivät. Oppilaat voivat tehdä toisilleen tehtäviä, joissa tietty kuvio tulee täyttää paloilla. Tehtävien ratkaisuja voidaan käydä yhdessä läpi. Tällöin on tärkeää havainnollistaa ratkaisut esimerkiksi dokumenttikameran avulla (van Hiele, 1999).

Tucker (2010) esittelee tasogeometrian opetukseen sovelluksia, joissa hyödynnetään älytaulua. Hänen mukaan älytaulu on yleisesti ottaen epäsoveltuva itsenäiseen työskentelyyn, mutta sillä on erityinen käyttöarvo opetuksessa ja ryhmätöissä. Älytaulun avulla voi käyttää opetuksessa kuvia sellaisista aihepiireistä, joista lapset ovat kiinnostuneita, tai opetuksen voi liittää teemaan. Tämän avulla saadaan liitettyä opetus merkitykselliseen kontekstiin. Tucker nostaa esiin muutaman mielenkiintoisen esimerkin käytännönsovelluksesta, jotka ovat toteutettavissa älytaululla. Kuvioita voidaan piilottaa teemaan liittyvään kuvaan tai hahmoon, minkä avulla rohkaistaan lapsia kuvailemaan ja tunnistamaan piirteitä ja nimeämään kuvioita. Opettaja voi käyttää apuna diaesitystä, jossa on kuvia ympäristössä olevista muodoista. Muotoja on helppo työstää kuvaamataidon töissä. Tasokuvioita voidaan lajitella jonkun hyväksytyyn kriteerin avulla laatikoihin. Älytaululla on helppo liikutella kuvioita. Tuckerin (2010) mukaan älytaululla voidaan yhdistää kuvioita toisiinsa ja nähdä paljon helpommin lopputulos kuin kuvioita yhdistellessä pulpetin päällä tai magneettien avulla liitutaululla, jolloin kuvat eivät välttämättä pysy paikoillaan.

Tuckerin (2010) mukaan digikameraa voidaan käyttää tasogeometrian opetuksessa, esimerkiksi kuvioiden kuvaamiseen erilaisissa asennoissa kouluympäristössä. Tällä tavalla voidaan demonstroida, miltä kuvat näyttävät eri suunnilta katsottuina. Kuvat voidaan lopuksi koota diaesitykseksi tai käydä katsomassa kuvioita kuvaamispaikoissa (Tucker, 2010). Digikamera mahdollistaa löydettyjen kuvioiden esittämisen muulle luokalle ja kuvioihin palaamisen myöhemmin. Digikameran lisäksi samanlaisia harjoituksia voi tehdä myös iPadilla tai mobiililaitteella, jotka tarjoavat vielä monipuolisemmat mahdollisuudet tasogeometrian opetukseen kuin digikamera, koska niissä olevien ohjelmien avulla kuvioita voidaan muokata, esimerkiksi peilata tai kääntää.

Österås (2013) esittää blogissaan esimerkin geolaudan ja iPadin yhdistämisestä eheyttävässä opetuksessa käytännössä. Aluksi oppilaat rakentavat itse omat geolaudat. Oppilaat piirtävät haluamansalaisia kuvioita iPadilla ja sen jälkeen tekevät samat kuvat käyttäen omaa geolautansa. Tehtävässä käytetään hyväksi värejä: Geolaudalla värit saadaan muodostettua käyttämällä erivärisiä kuminauhoja. Harjoitus oli oppilaille mieluinen ja se oli Österåsin mukaan hyvä myös oppilaan hienomotoriikan kehityksessä (Österås, 2013). Harjoitus voidaan toteuttaa myös toisinpäin suunnitteleamalla kuvat geolaudalla ja jäljentämällä ne iPadille. Nykyään on olemassa iPadille sovelluksia, joiden avulla voidaan opettaa taso-

geometriaa. Nostan esiin koulutyöskentelyyn tarkoitettua sovellusta OSMO<sup>1</sup>, joka tarjoaa monenlaisia mahdollisuuksia esimerkiksi tangram-paloilla työskentelyyn. iPad-työskentelyn etuna voidaan pitää sitä, että oppilaiden ratkaisut voidaan esittää koko luokalle esimerkiksi Apple Tv:n kautta.

### 3.3.1 Tasogeometria Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) astuvat voimaan perusopetuksen alaluokkien osalta 1.8.2016. Ne eroavat edellisestä opetussuunnitelmasta siten, että niissä on painopiste siinä, miten asioita opetetaan. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) säädeltiin enemmän opetuksen sisältöä. Muutos on ajankohtainen, koska se tähtää siihen, millaisia asioita koulussa tulee opettaa, jotta oppilaat menestyisivät töissä, opiskeluissa ja elämässä. (Dede, 2010; Trilling & Fadel, 2009)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) on omana sisältöalueena S3 geometria ja mittaaminen. Tasogeometrian osuutta tarkastellessa huomataan, että siinä nostetaan esiin ympäristön tutkiminen ja tasogeometrian havaitseminen ympäristöstä. Tasogeometriaa tutkitaan yhdessä ja sen lisäksi rakennetaan ja piirretään. Opettajan tehtävänä on ohjata oppilaita löytämään ja nimeämään sellaisia ominaisuuksia, joita käytetään kuviodien luokittelussa. Tavoitteena on geometrisiin muotoihin tutustuminen ja niiden ominaisuuksien havainnointiin ohjaaminen. Matematiikkaan liittyviä tavoitteita geometrian opetuksessa on matematiikan kiinnostavuuden tukeminen ja myönteisen minäkuvan ja itseluottamuksen kehittyminen. Työskentelyyn liittyviä tavoitteita on ohjata oppilasta havaintojen tekemiseen ja taitojen kehittämiseen sekä niiden hyödyntämiseen ja ongelmanratkaisu- ja päättelytaitojen kehittämiseen. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) matematiikan yksityiskohtaisissa tavoitteissa on seuraavia tasogeometriaan liittyviä tavoitteita: Lapset tutustuvat aikuisen ohjauksessa ympäristöstä löytyviin muotoihin ja harjoittelevat niiden nimeämistä. Heitä kannustetaan 2- ja 3-ulotteisten muotojen tutkimiseen ja kokeilemiseen ja heille järjestetään tilaisuuksia rakennella, askarrella ja muovailta. Näihin pyritään erilaisten aktiviteettien kautta. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

---

<sup>1</sup> <https://www.playosmo.com/en/> (Haettu 9.1.2016)

Nostan vertailun vuoksi esiin Yhdysvalloissa ja Kanadassa käytössä olevat Principles and Standards for School Mathematics (2000), joissa määritellään matematiikan oppimistavoitteet esikoulun ja kuudennen luokan välille. Geometrian osalta oppilaiden osaamistavoitteisiin kuuluu geometrinen muotojen ominaisuuksien analysointi ja matemaattisten päättelyiden tekeminen geometrisista suhteista visualisoinnin, spatiaalisen päättelyn ja geometrisen ongelmanratkaisun avulla. Perusteiden mukaan geometria on luonnollinen osa matematiikkaa, jossa kehittyy oppilaiden päättely- ja perustelutaidot. Matemaattiset taidot ovat tärkeitä, koska ne avaavat ovia tulevaisuudessa ja niiden puuttuminen vastaavasti sulkee ovia tulevaisuudessa (Principles and Standards for School Mathematics, 2000). Geometriassa kehittyvät päättely- ja perustelutaidot ovat tärkeitä jatko-opintoihin haettaessa ja työelämään siirtymisessä (Dede, 2010; Lee, 1999; Trilling & Fadel, 2009): Esimerkiksi opiskelupaikan soveltuvuuskokeissa tai työhaastattelussa tarvitaan samoja taitoja kuin tasogeometrian yhteydessä voidaan oppia.

## 4 TUTKIMUSMENETELMÄT

Tutkielman empiirinen osuus eli opetuskokeilu toteutettiin etnografisena toimintatutkimuksena. Tässä luvussa esitellään aluksi tutkimuksessa käytetyt tutkimusmenetelmät, sen jälkeen tutkimuksen toteutus, aineiston keruu ja analyysi.

Kanasen (2014) mukaan toimintatutkimuksessa yhdistyvät sekä toiminta että tutkimus ja siinä on aina mukana ihmisiä käytännön työelämästä. Tutkimuksessa tätä edustavat luokan oppilaat ja opettaja. Toiminta suunniteltiin van Hielin opetusmenetelmän mukaisesti ja aktiviteetit suunniteltiin siten, että oppilaat työskentelevät niissä yhdessä yhteisen ongelman parissa. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999) Tutkimuksen tästä tekee tutkimukselle ominaiset piirteet, aineiston keruu ja tutkijan mukana olo luokkatilanteissa. (Kananen, 2014) Siglerin (2009) mukaan toimintatutkimus ei ole kirjallisuusprojekti, jossa opimme lisää meitä kiinnostavasta aiheesta. Toimintatutkimuksessa ei keskitytä siihen, miksi teemme asioita jollakin tavalla, vaan miten asioita voidaan muuttaa ja niihin voidaan vaikuttaa. (Sigler, 2009)

Siglerin (2009) mukaan toimintatutkimus saa erilaisia piirteitä riippuen tutkijasta, tutkimuksen kohteesta ja tutkimuksen osallistujista. Toimintatutkimuksessa on keskeistä muutosprosessi, jonka tulokset ovat pysyviä. Toimintatutkimus ei ole vain tutkimusmenetelmä, vaan joukko tutkimusmenetelmiä. Tärkeinä toimintatutkimuksen ominaispiirteinä voidaan pitää toiminnan kehittämistä eli muutosta, yhteistoimintaa, tutkimusta ja tutkijan mukanaoloa tutkimuksessa. (Kananen, 2014) Tutkimuksessa oppilaat olivat aktiivisia toimijoita. Opetuskertojen suunnittelu ei edennyt täysin valmiin kaavan mukaan, vaan suunnittelussa otettiin huomioon oppilaiden osaaminen, tarpeet ja kommentit ”Tää on ihan helpoo.” Suunnittelussa oli tärkeä painopiste tasogeometrian sisältöjä suunnitellessa valita sellaisia toimintatapoja, joissa oppilaat työskentelevät yhdessä yhteisen päämäärän mukaisesti.

Etnografisessa tutkimuksessa tutkija osallistuu yhteisön arkeen ja suuntaa kaikki aistinsa havainnointiin: Toiminnallaan tutkija on osa tutkimusyhteisöä ja vaikuttaa yhteisön toimintaan. (Lappalainen, 2007) Lahelman ja Gordonin (2007) mukaan kouluetnografiset tutkimukset keskittyvät yleensä luokkahuoneen prosesseihin. Lappalaisen mukaan (2007) etnografialle on tyypillistä muun muassa kentällä tehtävä työ ja tutkimuksen suorittaminen sellaisissa olosuhteissa, joissa tutkittavat luonnollisesti toimivat ja osallistumisen, havain-

noinnin ja kokemuksen tuomien merkityksien oleminen tutkimusprosessin keskiössä. Tämän takia tutkimus toteutettiin koululuokan omassa luokkahuoneessa luokanopettajan ollessa paikalla. Etnografiseksi toimintatutkimukseksi tutkimuksen tekee tutkimuksen tekeminen kentällä ja etnografisten tutkimusmenetelmien käyttäminen opetuksen kehittämisessä, jolloin kehittämisessä käytetään hyväksi kokonaisvaltaista havainnointia, videoidun materiaalin tuomaa informaatiota, kokoamisvaiheessa tehtyä käsitekarttaa, oppilaiden osallistumista, kommentointia ja yhteistoimintaa sekä opettajan kanssa käytyjä keskusteluja luokan toiminnasta.

#### **4.1 Tutkimuksen toteutus**

Tutkimuksen aineistonkeruu toteutettiin van Hielen opetusmenetelmän mukaisena opetuskokeiluna alkuopetusikäisten oppilaiden (N=24) parissa. (Silfverberg, 1999)

##### 4.1.1 Osallistujat

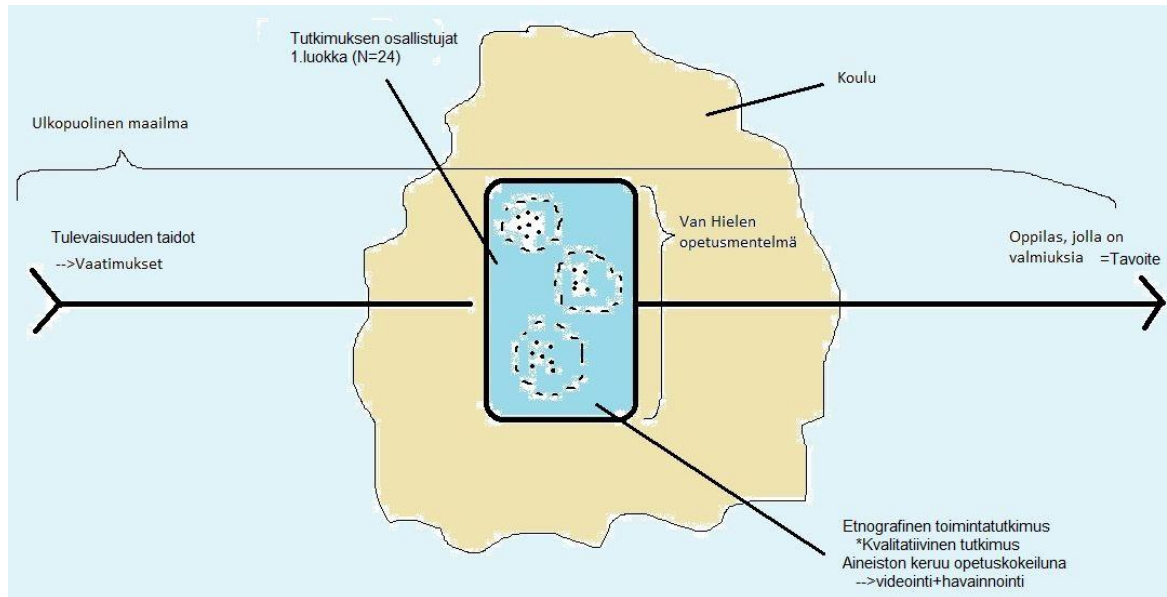
Tutkimus toteutettiin kaupunkialueella keskisuudessa yhtenäiskoulussa, jossa alakoulun puolella opiskelee noin 260 oppilasta. Luokka edustaa keskivertoa koululuokkaa lukuvuonna 2014–2015. Tutkimukseen osallistunut luokka valittiin sattumanvaraisesti koulun alkuopetusluokkien joukosta ja kaikki valitun ensimmäisen luokan oppilaat (N=24) osallistuivat tutkimukseen. Luokan oppilaat (15 tyttöä, 9 poikaa) olivat opetuskokeilun toteutuksen aikana noin 7-vuotiaita.

Tutkimuksen osallistujiksi valittiin alkuopetusluokka, koska tutkimuksen empiirinen osa toteutettiin visualisoinnin tason mukaisesti. (Crowley, 1987; Dickson, Brown & Gibson, 1993; Fuys, 1984) Alkuopetusikäisistä (6–8-vuotiaista) suurin osa operoi van Hielen teorian mukaisesti visualisoinnin tasolla. (Dickson, Brown & Gibson, 1993; Silfverberg, 1999; Tucker, 2010)

##### 4.1.2 Van Hielen opetusmenetelmää hyödyntävän tasogeometrian jakson toteutus

Opetusmenetelmää hyödyntävä jakso suunniteltiin siten, että se sisälsi Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) laaja-alaisen osaamisen alueelta yhteistyö- ja ongelmanratkaisutaitoja. (Binkley et. al., 2012; Silfverberg, 1999) Jakson yhteistyötaitoihin liittyviä aktiviteetteja suunniteltaessa ja toteuttaessa tavoiteltiin yhteisöllistä oppimista. (Dil-

lenbourg, 1999; Vuopaala, 2013) Kuukauden kestänyt opetuskokeilu koostui neljästä opetuskerrasta (60–90 min.), jotka toteutettiin tutkijan pitäminä luokanopettajan avustaessa. Tutkimuksen empiirisen osuuden aineistonkeruu ajoittui helmikuun lopusta maaliskuun loppuun väliselle ajalle keväällä 2015.



Kuva 3. Kuvio kuvaa opetuskokeilun rakennetta.

Opetuskokeilun rakenne kuvataan karkeasti kuvassa 3. Oppilaitoksen ulkopuolinen maailma asettaa opetukselle vaatimuksia eli oppilaiden tulisi osata ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja esimerkiksi jatko-opinnoissa, työelämässä ja muualla koulun ulkopuolella. (Binkley et al., 2012; Dede, 2010; Halava, 2010; Trilling & Fadel, 2009) Tätä muutosta tavoitellaan tässä toimintatutkimuksessa. (Kananen, 2014; Sigler, 2009) Kuvion keskiosa on sijoitettu tutkimuskoulu, josta valittiin sattumanvaraisesti yksi alkuopetusluokka, joka osallistui tähän etnografiseen toimintatutkimukseen. (Kananen, 2014; Lappalainen, 2007) Valitussa luokassa toteutettiin tasogeometrian jakso van Hielin opetusmenetelmän mukaisesti ja pyrittiin samalla vastaamaan oppilaitoksen ulkopuolisen maailman vaatimuksiin siellä tarvittavista ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidoista valitsemalla opetusmenetelmän sisällä sellaisia aktiviteetteja, jotka kehittävät kyseisiä taitoja. (Binkley et al., 2012; Silfverberg, 1999)

Dicksonin, Brownin ja Gibsonin (1993) mukaan tasogeometrian opetuksen alkuvaiheessa on erittäin tärkeää keskittää aktiviteetit kuvioiden tunnistamiseen, tuottamiseen ja nimeämiseen, mikä tähtää myöhemmin van Hielin teorian toiselle tasolle. Tämä otettiin

huomioon opetuskertoja suunnitellessa, sillä oppilaille ei ollut aikaisemmin opetettu geometriaa, vaan geometrian jakso kuului koulun opetussuunnitelmassa vasta kevään loppuun.

Pääpaino opetuskerroilla tehtävissä aktiviteeteissa oli tulevaisuuden taidoissa, erityisesti ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidoissa, mikä toteutettiin valitsemalla opetusmenetelmän sisällä sellaisia toimintatapoja, jotka sisältävät ja kehittävät kyseisiä taitoja. (Binkley et al., 2012; Ojala, 2015; Sahlberg & Leppilampi, 1998; Trilling & Fadel, 2009) Opetusmenetelmän vaiheet (kts. taulukko 1) käytiin aina opetusmenetelmän mukaisessa samassa järjestyksessä läpi opetuksessa: Tutkiva kysely, suunnattu orientoituminen, tarkentaminen, vapaa orientoituminen ja kokoaminen. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013) Sarakkeissa eritellään eri kertojen aktiviteetit. Esimerkiksi ensimmäisellä kerralla tutkivan kyselyn vaiheeseen kuului kuvioiden leikkaaminen, suunnattu orientoitumiseen kuvioiden luokittelu, tarkentamiseen luokitteluperusteiden esittely, vapaaseen orientaatioon KIM-peli ja kuvioiden tunnustelu ja kokoamiseen käsitekartta. Eri opetuskertojen aktiviteetit opetusmenetelmän sisällä kuvataan tarkemmin liitteessä (LIITE 2). (Silfverberg, 1999)

Taulukko 1. Opetuskokeilun opetuskertojen sisältö.

Opetusmenetelmän vaihe	<i>kerta 1 (75min.)</i>	<i>kerta 2 (60min.)</i>	<i>kerta 3 (90min.)</i>	<i>kerta 4 (85min.)</i>
Tutkiva kysely	kuvioiden leikkaaminen	kuvioiden kertaus	peili-minkäläinen kuva?	suurentaa, pienentää
Suunnattu orientoituminen	kuvioiden luokittelu	kuvioiden etsiminen	peilikuvat keholla	multilink-tehtävä
Tarkentaminen	luokitteluperusteiden esittely	kuvioiden nimeäminen	peiliokuva, symmetria-akseli	tehtävän tarkastelu, kartta
Vapaa orientoituminen	KIM-peli, kuvioiden tunnustelu	pistetyöskentely	peilikuvat geolaudalla	karttatehtävä kuviolla
Kokoaminen	käsitekartta	käsitekartta	käsitekartta	käsitekartta

#### 4.1.3 Välineet

Luokassa oli käytössä dokumenttikamera ja videotykki. Oppilaat istuivat kahdeksan oppilaan ryhmissä, mikä asetti hyvät puitteet opetuskokonaisuuden yhteistyötaitojen pohjalle. (Dillenbourg, 1999; Ojala, 2015) Oppimisympäristöstä päätellen ja opettajan kertoman mukaan luokan opetuksessa käytettiin paljon erilaisia työtapoja ja oppimisvälineitä.

Opetuskokeilussa hyödynnettiin koulun omaa matematiikkavarastoa, jossa oli laajasti erilaisia matematiikkavälineitä. Tutkimuksen empiirisessä osuudessa olivat käytössä esimerkiksi jäätelötikut, geolaudat, erilaiset kuviopalat ja peilit. Lisäksi tutkimuksessa käytettiin tutkijan itsevalmistamaa opetusmateriaalia aktiviteeteissa, joissa materiaali toi lisäarvoa opetukselle. Itsevalmistetun materiaalin taustalla oli valmistaa sellaista materiaalia, josta



oli hyötyä tutkimuksen empiirisessä osuudessa ja jonka käytön itse opettajana koin hyödylliseksi tulevaisuuden taitojen harjoittelemisessa. (Binkley et. al, 2012) Tällaista materiaalia olivat esimerkiksi jätskitikkupelin pelilauta ja kuviomonisteet. Tutkijan itse valmistama materiaali on liitteenä tutkimuksen lopussa ja sen käyttö esitellään tarkemmin opetuskertojen sisällön yhteydessä (LIITE 2).

Tasogeometrian opettamisessa käytettiin välineitä, jotka tukivat van Hielen visualisoinnin tason mukaista opetusta. (Fuys, 1984; Silfverberg, 1999) Tämä tarkoittaa sitä, että opetuksessa valittiin opetusmenetelmän sisällä aktiviteetteja, jotka keskittyivät esimerkiksi kuvioiden tuottamiseen, tunnistamiseen ja nimeämiseen. (Dickson, Brown & Gibson, 1993). Kaikessa opetusmateriaalin suunnittelussa ja opetusvälineiden valinnassa otettiin huomioon van Hielen opetusmenetelmä, oppilaiden operoiminen visualisoinnin tasolla ja ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot. (Binkley. et. al. & Silfverberg, 1999) Nostan esiin tutkijan valmistamasta materiaalista ensimmäisen opetuskerran tutkivan kyselyn kuviomonisteet ja vapaan orientoitumisen kuvioiden tunnistamisessa käytetyt pahvilaatikot, jotka mahdollistivat kuvioiden tunnustelun kuviota näkemättä (LIITE2 ja LIITE 3). Nämä ovat Dicksonin et. al. (1993) mukaan opetusmenetelmän mukaista työskentelyä visualisoinnin tasolla.

## **4.2 Aineistonkeruu**

Aineistonkeruumenetelminä käytettiin havainnointia ja videointia. (Ojala, 2014) Nämä tukivat toisiaan, sillä opetuskertojen aikana tutkija ei ehtinyt tehdä muistiinpanoja, vaan niiden kirjoittaminen onnistui vasta tutkimuskertojen jälkeen, koska toimintatutkimuksen luonteen mukaisesti tutkija opetti, kiersi luokassa, neuvoi ja osallistui tunnin kulkuun. (Kananen, 2014; Sigler, 2009) Opetuskokeilu toteutettiin tutkijan ennalta suunnitteleman van Hielen opetusmenetelmän mukaisen jaksosuunnitelman mukaisesti. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013) Koska kyseessä oli toimintatutkimus, seuraavan opetuskerran tarkemmassa suunnittelussa otettiin huomioon tutkijan havainnot. (Kananen, 2014; Trilling & Fadel, 2009) Tällaisia olivat esimerkiksi tutkijan havainnot oppilaiden aikaisemmasta geometrisesta osaamisesta.

### **4.2.1 Havainnointi**

Yksi tieteellisen tutkimuksen vanhimmista tutkimusmenetelmistä on havainnointi. (Ojala, 2014). Tuomen ja Sarajärven (2009) mukaan havainnoinnin käyttäminen ainoana tutki-

musmenetelmänä on analyysin kannalta haastava ja se vie aikaa, mutta havainnoinnin yhdistäminen haastatteluun tai muuhun aineistonkeruumenetelmään on hedelmällistä. Tässä tutkimuksessa havainnointi on yhdistetty audiovisuaaliseen aineistonkeruumenetelmään, videointiin (Kananen, 2014).

Tässä tutkimuksessa havainnointi toteutettiin osallistavana havainnointina. Osallistavassa havainnoinnissa tavoitteena on, että saadaan aikaan muutos ja se jatkuu vielä tutkimuksen jälkeen, vaikka tutkija ei ole silloin enää tukemassa sitä. (Ojala, 2014; Tuomi & Sarajärvi, 1999) Ojalan (2014) mukaan osallistavan havainnoinnin toiminta viittaa ongelmanratkaisuuun tai toimintatutkimukseen. Osallistavan havainnoinnin käyttäminen tässä tutkimuksessa on perusteltua, koska kyseessä on toimintatutkimus, jossa selvitetään ongelmanratkaisuja yhteistyötaitojen yhteyttä van Hielen opetusmenetelmän mukaisessa opetuskokeilussa. (Dillenbourg, 1999; Jonassen, 1997; Lee 1999; Silfverberg, 1999; Vuopaala, 2013)

Tutkijan omat havainnot olivat osa tutkimusta. Ojalan (2014) mukaan havainnoinnin tekee tieteelliseksi dokumentointi, joka toteutetaan havainnointipäiväkirjana mahdollisesti täydentämällä sitä kenttämuistiinpanoilla. Ojala toteaa, että havainnointipäiväkirjan tilalla voidaan käyttää nauhoitusta ja kuvausta, kuten tässä tutkimuksessa tehtiin. Kenttämuistiinpanot (Ojala, 2014) kirjoitettiin ylös jokaisen tutkimuskerran päättyä videoaineiston yhteyteen, jolloin jälkikäteen tiedettiin, mihin opetuskerran vaiheeseen ne liittyivät.

*”(Oppilaat työskentelevät pareittain ja minä ja luokanopettaja kierrämme ja neuvomme tarvittaessa. Joillekin peilikuva haastava.)”*

Havainnot huomioitiin videoita litteroitaessa ja kirjoitettiin litteraatin yhteyteen sulkujen sisään samalla tavalla kuin videota katsoessa tehdyt havainnot. Tällä tavalla ne erotettiin puheesta. Havainnot vaikuttivat litteraatin tekstiosien luokitteluun, sillä yhteistyö tai ongelmanratkaisu eivät välttämättä joka kerta tulleet esiin puheesta, vaan oppilaiden toiminnasta. Havainnoilla oli myös selkeä rooli tulevien opetuskertojen suunnittelussa ja opetuskertojen aikana, jolloin pystyin suuntaamaan opetusta ja auttamaan heti, jos joillekin joku asia tuntui liian vaikealta tai antamaan lisää haastetta ja ongelmanratkaisua tehtäviin, jotka tuntuivat liian helpoilta. Toisaalta tarkoitus ei ollut antaa vastauksia liian haastaviin tehtäviin, vaan ohjata oppilaita yhteistyöhön ja ongelmanratkaisuun. (Dillenbourg, 1999; Jonassen, 1997; Lee 1999; Silfverberg, 1999; Vuopaala, 2013)

#### 4.2.2 Videointi

Opetuskokeilun tärkein aineistonkeruumenetelmä oli opetuskertojen videointi, jolloin saatiin dokumentoitua paljon sellaisia tilanteita, joita itse tutkijana en olisi muuten kiinnittänyt huomiota, koska ne saattoivat tapahtua eri puolella luokkaa. Videointia käytettiin havainnointipäiväkirjan tilalla. (Ojala, 2014) Samuelssonin ja Lindahlin (1999) mukaan videoinnin tärkeimpänä etuna verrattuna tutkijan muistiinpanoihin on, että videokamera tallentaa paljon enemmän kuin tutkija voi kirjoittaa muistiin. Videoinnin avulla saadaan kerättyä dataa, joka keskittyy tutkimuksen kohteeseen enemmän kuin tutkijan tekemät kenttämuistiinpanot. (Samuelsson & Lindahl, 1999) Tässä tutkimuksessa tutkijan toimiessa opettajana muistiinpanojen tekeminen tutkimuksen empiiriseen osaan kuuluvien opetuskertojen aikana ei ollut mahdollista, vaan muistiinpanot kirjoitettiin heti opetuskerran jälkeen. Tämän takia videoinnin käyttäminen aineistonkeruumenetelmänä oli perusteltua. Videointi lisäsi tutkimuksen luotettavuutta, koska videoaineistoon voidaan palata uudestaan ilman, että siinä näkyy tutkijan omat mielipiteet ja muistiinpanot. (Samuelsson & Lindahl, 1999)

Videointia helpotti se, että kaikilta oppilailta saatiin siihen lupa huoltajilta. Videoinnissa kiinnitettiin huomiota erityisesti yhteistyö- ja ongelmanratkaisutaitojen taltiointiin (Binkley et al., 2012), koska ne ovat oleellisia tutkimuskysymysten kannalta. Tutkimuksessa videokamera pyrittiin suuntaamaan siten, että se antaisi mahdollisimman paljon tutkimuskysymysten kannalta hyödyllistä dataa. Se tarkoitti tutkivan kyselyn, kokoamisen ja joillakin kerroilla myös tarkentamisvaiheen aikana koko luokan videointia. Suunnatun ja vapaan orientoitumisen tehtävät olivat sellaisia, että silloin videoitiin joko koko luokkatilassa tapahtuvaa toimintaa, tietyn aktiviteetin ääressä työskentelyä tai muuten tutkimuskysymysten kannalta mielenkiintoisia tilanteita esimerkiksi videokameran kulkiessa tutkijan mukana tutkijan kiertäessä luokassa. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013)

Videoinnin suunnittelussa otettiin huomioon se, että videokamera pyrittiin suuntaamaan sinne, mistä todennäköisesti videolle tallentuisi tilanteita, joissa esiintyisi ongelmanratkaisua tai yhteistyötä. (Dillenbourg, 1999; Jonassen, 1997; Lee 1999; Vuopaala, 2013) Sellaisissa luokkatilanteissa, joissa oppilaiden työskennellessä yhdessä syntyi paljon puheensorinaa ja videointi jalustan kanssa olisi ollut haastavaa, kamera kiersi tutkijan mukana tutkijan kiertäessä ja neuvoessa luokassa. Videoinnin etuna oli, että se antoi tarkempaa informaatiota oppimistilanteista: Videolle tallentuivat äänen lisäksi ilmeet, eleet ja liikkeet. (Samuelsson & Lindahl, 1999) Esimerkiksi tutkimuksen empiiriseen osuuteen kuuluvan

kolmannen opetuskerran suunnatun orientoitumisen vaiheen peilileikin (LIITE 2) analysointi olisi ollut epätäydellistä ilman oppilaiden kehon liikkeiden tarkastelua. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013)

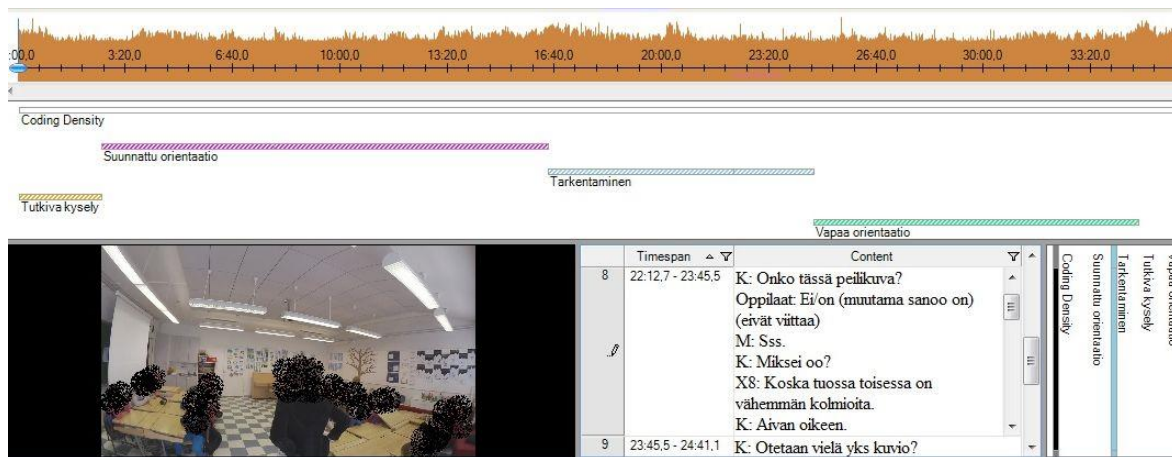
Isoksi haasteeksi videoinnissa osoittautui luokkatila, koska oppilaiden työskennellessä ryhmissä taustameteli häiritsi merkittävästi yksittäisen oppilaan hiljaisen puheen kuulumista videolla. Luokanopettajan ja tutkijan puheet sen sijaan kuuluivat erittäin hyvin. Videointi oli lupakysymysten takia pakko toteuttaa luokassa ja yrittää kehittää ratkaisuja mahdollisimman hyvän tutkimusaineiston saamiseksi. Käytävän puolella oli pari kertaa jokin aktiiviteetti, mutta niiden kuvaaminen osoittautui erittäin haastavaksi, koska käytävälle ei voinut jättää videokameraa yksikseen päälle johtuen muiden luokkien oppilaista, joilla ei ollut tutkimuslupaa, ja silloin kun itse olin videokameran kanssa käytävällä, oppilaat keskittyivät enemmän videokameraan kuin tehtävään ja en ollut näkemässä tai tallentamassa sillä aikaa luokassa tapahtuvaa toimintaa.

### 4.3 Aineiston analyysi

Aineiston analyysissä käytettiin QSR Nvivo -ohjelmaa, joka on tarkoitettu laadullisten aineistojen analysointiin. Aineisto litteroitiin, luokiteltiin ja analysoitiin ohjelman työkaluja hyväksi käyttäen, mikä edisti analyysivaiheen luotettavuutta. (Bazeley & Jackson, 2013)

Aineiston analyysi toteutettiin Tuomen ja Sarajärven (2009, s. 92) kuvaaman aineiston analyysirungon ja Kanasen (2014, s. 99–122) esittämän laadullisen aineiston analyysimenetelmien pohjalta. Aluksi tutkija tekee päätöksen, mitkä asiat ovat aineistossa kiinnostavia. (Tuomi & Sarajärvi, 2009) Tutkimuksen kiinnostavuuden kannalta keskeisessä osassa ovat tutkimuskysymykset, jotka määrittävät kiinnostavat asiat. Tässä tutkimuksessa aineiston analyysi toteutettiin teorialähtöisenä analyysinä, jolloin analyysi toteutettiin teorian kautta, joka esitellään tarkemmin luvuissa 3.1. ja 3.2. (Kananen, 2014; Tuomi & Sarajärvi, 2009) Van Hielen opetusmenetelmän vaiheet ja tulevaisuuden taidot muodostavat tutkimuksen teorian teorialähtöisessä analyysissä, joiden mukaan luokittelu ja analysointi toteutettiin. (Binkley et. al., 2012; Kananen, 2014; Silfverberg, 1999; Tuomi & Sarajärvi, 2009) Teoriapohjaisessa analyysissä aineiston analyysia ohjaa valmis aikaisempaan tietoon perusteella luotu kehys ja siinä useimmiten testataan tietoa uudessa kontekstissa. (Kananen, 2014; Tuomi & Sarajärvi, 2009). Seuraavaksi tutkimusaineisto käydään läpi ja siihen merkitään tutkimuksen kannalta kiinnostavat asiat. (Tuomi & Sarajärvi, 2009) Kiinnostavat

asiat muodostavat alaluokat eli tason 1 (Kananen, 2014). Muut asiat aineistosta jätetään pois (Tuomi & Sarajarvi, 2009). Tätä kutsutaan aineiston koodaamiseksi, jossa pelkistetään aineisto sellaiseen muotoon, että sitä on helppo käsitellä. Tämä tarkoittaa luokkien yhdistelemistä sillä tavalla, että samaa tarkoittavat käsitteet yhdistetään yhden käsitteen alle sillä tavalla, että niistä muodostuu looginen kokonaisuus. (Kananen, 2014) Tässä tutkimuksessa tason 1 luokat yhdistettiin ensin tason 2 luokiksi ja tason 2 luokat yhdistettiin tason 3 luokiksi. Koodaamista ohjasi koko ajan tutkimuksen teoreettinen viitekehys.



Kuva 4. Kuvan 4 ylälaudassa näkyy van Hielen opetusmenetelmän vaiheisiin liittyvät luokat videolla. (Silfverberg, 1999) Luokat näkyvät siinä kohdassa videoaineistoa, johon ne liittyvät. Kuvan 4 alalaidassa vasemmalla näkyy analysoitava video ja oikeassa reunassa litterointi ja aikajana. Kuvassa 4 näkyy oikeassa reunassa tässä tarkastelunäkymässä luokat, jotka kulkevat samaa tahtia kuin litterointi. Kuvasta 4 näkee, että litteroitu teksti ja video liittyvät tarkentaminen-vaiheeseen (Silfverberg, 1999).

Aineiston analyysi aloitettiin litteroimalla videomateriaalit. Litterointi toteutettiin sanatasoisen litterointina aina, kun se oli mahdollista. Tämä tarkoitti sitä, että litteroinnissa pyrittiin kirjoittamaan oppilaiden, opettajan ja luokanopettajan puheet litteraattiin täsmälleen siinä muodossa, kuin he sanoivat. (Kananen, 2014) Litteroinnin kanssa samaan yhteyteen kirjoitettiin tutkijan havainnot sulkuihin. Tällä pyrittiin siihen, että litterointi ja havainnot kulkevat yhtä matkaa, jolloin aineiston luokittelu helpottuu ja on luotettavaa. Havaintoihin kirjoitettiin sekä tutkijan opetuskerroilla tehdyt havainnot että myöhemmin videota litteroidessa videolta tehdyt havainnot. Havaintoja kirjoittaessa otettiin huomioon tutkimuskysymykset, jolloin pystyttiin kiinnittämään huomiota tutkimuksen kannalta kiinnostaviin asioihin.

### 4.3.1 Aineiston luokittelu

Litteraattiin merkittiin tunnisteilla (*nodes*) kaikki tutkimuksen kannalta kiinnostavat asiat ja luokiteltiin ne samalla alaluokkatunnisteiden (taso 1) alle. Jotkin litteraatin tekstipätkät liittyivät useampaan alaluokkaan, jolloin ne luokiteltiin jokaiseen alaluokkaan, johon ne kuuluivat. Ohjelman erillisen välilehden avulla pystyi tarkastelemaan yhtä alaluokkaa kerrallaan ja näkemään kaikki alaluokkaan liittyvät litteraatin tekstipätkät. (kts. taulukko 2)

Taulukko 2. Taulukossa 2 esitetään alaluokista esimerkit. Opetusmenetelmään kuuluvista alaluokista ei esitetä esimerkkejä, koska se ei ole tarpeellista johtuen siitä, että opetuskeran kulku koodattiin van Hielin opetusmenetelmän vaiheisiin tuntisuunnitelmien ja niiden toteutuman pohjalta (Silfverberg, 1999). (LIITE 2).

<i>esimerkki alaluokasta</i>	<i>alaluokka</i>
T: Salmiakki K: Montako kulmaa on salmiakkikuviossa? T: Neljä K: Mikä sen nimi oli? T: Mä en tiä tän nimeä. K: Mikä se äskeinen oli? Voisko se olla sama? (Keskustelua) -Nelikulmio	ongelmanratkaisutaidot
-Tiina, voitko sä auttaa tän tekemisessä? -Mä voin auttaa. JA -Jos se on liian iso se reikä, ni laita käsi eteen että sä et nää. (t)	kaverin neuvominen
-Veera, katoppa. Mä oon Siirille yrittäny neuvoa yhtä paikkaa, mutta Siiri ei tiä. -Sen pitää näkyä. -Katoppa, jos tässä on ovi. -Mä tiän missä tommonen on, mutta mä en saa kertoa. -Se on iso. JA -Kalle, täällä on neliö. (huutaa toiselta puolelta luokkaa, missä pojat on. Pojat etsii porukalla, vaikka on parityö.) Kallee, täällä on neliö. Kalle: Missä se on? -Hei tässä se on.	yhteistyö
(Suunnistustehtävä luokassa) -Oh,nou. (Eka pari tulee luokkaan, naurua.) -Mistä me nyt löydetään tää? (ettii yhdessä) -Tuu tänne, etitään nyt se piilopaikka.	parityö
Kim: -Öö, mä tiän ympyrä. -Ei vaan kolmio. -Suorakulmio. -Oottakaa, mä käyn kattomassa. -Hei, ko, semmonen leveä tai vihreä kolmio. -Oottakaa, mä käyn kattomassa täällä. -Menikö mulla? -Joo mä näkiin se on vihree sellanen neliö. -Mä sanoin, vihree neliö. -Taitaa meneen vähän ruttuunki.	ryhmätyö
K: Miksi se on nelikulmio? X9: Musta se on neliö. (Kuiskaa hiljaa) X10: Koska se on nelikulmion näköinen.	visualisoinnin taso

Tutkiva kysely, suunnattu orientoituminen, tarkentaminen, vapaa orientoituminen ja kokoaminen -alaluokkiin luokittelu tapahtui suoraan teorian vaiheiden kautta: Opetus suunniteltiin opetusmenetelmän vaiheiden mukaisesti, jolloin luokittelu perustui suunnitelmaan ja sen toteutumiseen luokkahuoneessa. Esimerkiksi tutkiva kysely -alaluokkaan luokiteltiin suoraan videolta tutkivan kyselyn -vaiheen toiminta luokkahuoneessa. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013) Ongelmanratkaisutaidot-alaluokkaan luokiteltiin kaikki sellainen toiminta, jossa oppilaat ratkaisivat ongelmia, tekivät päätelmiä tai pohtivat erilaisia vaihtoehtoja. (Jonassen, 1997; Lee 1999; Trilling & Fadel, 2009) Alaluokilla pari- ja ryhmätyö haluttiin erottaa pareittain tehty työ ja vähintään kolmen oppilaan ryhmässä tehty työ. Ryhmä määriteltiin teoreettisessa viitekehyksessä vähintään kahden oppilaan muodostamaksi, mutta alaluokissa haluttiin nostaa esiin parityövaihtoehto. Kaverin neuvominen -alaluokkaan luokiteltiin tilanteet, joissa oppilas neuvoo tai auttaa kaveria. Yhteistyö-alaluokka eroaa kaverin neuvominen alaluokasta siten, että siihen vaadittiin sellaista yhteistyötä, joka syntyy oppilaiden omasta aloitteesta opettajan tai tutkijan kehottamatta siihen millään tavalla. Tällaista yhteistyötä oli esimerkiksi kahden parin työskenteleminen yhdessä toisiaan auttaen. (Dillenbourg, 1999; Ojala, 2015; Vuopaala, 2013) Visualisoinnin taso -alaluokka sisälsi tilanteet, jotka osoittivat oppilaan operoivan visualisoinnin tasolla. Muut van Hielen teorian tasot eivät näyttäytyneet opetuskokeilun aikana, jolloin niistä ei ole omia alaluokkia. (Silfverberg, 1999) Kaikki alaluokkien määrittely ja luokittelu perustui tutkimuksen teoreettiseen viitekehykseen ja siellä esitettyihin teorioihin.

Alaluokat yhdistettiin luokiksi (taso 2). Syntyneitä luokkia olivat ongelmanratkaisutaidot (Jonassen, 1997; Lee 1999; Trilling & Fadel, 2009), yhteistyötaidot (Dillenbourg, 1999; Vuopaala, 2013), van Hielen teoria ja van Hielen opetusmenetelmä (Silfverberg). Ongelmanratkaisutaitojen luokkaan kuuluivat samat tekstiosat kuin ongelmanratkaisutaitojen alaluokkaan (Jonassen, 1997; Lee 1999; Trilling & Fadel, 2009). Yhteistyötaitot-luokkaan yhdistyi parityö, ryhmätyö, kaverin neuvominen ja yhteistyö -alaluokat (Dillenbourg, 1999; Vuopaala, 2013). Van Hielen opetusmenetelmä-luokkaan yhdistyi tutkiva kysely, suunnattu orientoituminen, tarkentaminen, vapaa orientoituminen ja kokoaminen -alaluokat. Visualisoinnin taso- alaluokka kuului van Hielen teoria -luokkaan. (Silfverberg, 1999)

Luokat yhdistettiin yläluokiksi (taso 3). Yläluokkia olivat tulevaisuuden taidot (Binkley et al., 2012) ja van Hielen teoria (Silfverberg, 1999). Tulevaisuuden taidot -yläluokkaan yhdistyi ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot (Binkley et al., 2012). Van Hielen teoria -

yläluokkaan kuuluivat van Hielen teoria ja van Hielen opetusmenetelmä -luokat (Silfverberg, 1999).

Taulukko 3. Taulukossa esitellään teoriaan pohjautuvat alaluokat, joihin litteroinnin jälkeen aineisto luokiteltiin. Alaluokat yhdistettiin luokiksi ja luokille muodostettiin yläluokat teoreettisen viitekehyksen mukaisesti.

<i>alaluokat teoriasta</i>	<i>luokka</i>	<i>yläluokka</i>
ongelmanratkaisutaidot	ongelmanratkaisutaidot	tulevaisuuden taidot
kaverin neuvominen	yhteistyötaidot	tulevaisuuden taidot
yhteistyö	yhteistyötaidot	tulevaisuuden taidot
parityö	yhteistyötaidot	tulevaisuuden taidot
ryhmätyö	yhteistyötaidot	tulevaisuuden taidot
visualisoinnin taso	van Hielen teoria	van Hielen teoria
tutkiva kysely	van Hielen opetusmenetelmä	van Hielen teoria
suunnattu orientoituminen	van Hielen opetusmenetelmä	van Hielen teoria
tarkentaminen	van Hielen opetusmenetelmä	van Hielen teoria
vapaa orientoituminen	van Hielen opetusmenetelmä	van Hielen teoria
kokoaminen	van Hielen opetusmenetelmä	van Hielen teoria

Kanasen (2014) mukaan taulukointia voidaan käyttää teoriapohjaisen luokittelun analyysivälineenä. Tässä tutkimuksessa taulukointia käytettiin hyväksi eri luokkien välisten yhteyksien selvittämisessä koodaamisen jälkeen. Eri luokkia vertailemalla ja käyttämällä hyväksi Nvivo-ohjelman vertailutyökaluja siirryttiin analyysivaiheesta kohti tutkimustuloksia.



## 5 TULOKSET

Tutkimustuloksissa esitellään tutkimuskysymysten kannalta merkittäviä tutkimustuloksia. Aluksi keskitytään tarkastelemaan teoreettisesti van Hielen teorian ja ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen yhteyttä ja sen jälkeen esitellään, kuinka ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyivät van Hielen opetusmenetelmää hyödyntäneen tasogeometrian jakson aikana. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Silfverberg, 1999; Trilling & Fadel, 2009; Vuopaala, 2013)

### 5.1 Miten van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja?

Tutkielman empiirinen osa eli opetuskokeilu suunniteltiin olettaen, että oppilaat operoivat visualisoinnin tasolla. (Dickson et. al, 1993; Fuys, 1984; Silfverberg, 1999) Syynä tähän oli, että van Hielen teorian perusolettamukseen kuuluu, että opetuksen pitää olla samalla tai alemmalla tasolla, että oppilas voi ymmärtää opetusta. (Fuys, 1984) Visualisoinnin tasolle kuuluu esimerkiksi kuvioiden tunnistamista, nimeämistä, lajittelua, vertailua ja kuvailua kuvion kokonaishahmon perusteella. (Silfverberg, 1999) Nämä aktiviteetit on mahdollista toteuttaa sillä tavalla, että niihin sisältyy ongelmanratkaisutaitojen harjoittelua. (Lee, 1999; van Hiele, 1999) Esimerkiksi kuvioiden vertailussa voidaan pohtia, millä tavalla kuvio eroaa toisesta kuviosta, lajittelu voidaan toteuttaa kuvioiden luokitteluna oppilaiden itse miettien luokitteluperusteita ja kuvailu siten, että toinen oppilas arvaa, mistä kuviosta on kyse. Nämä ja monet muut aktiviteetit voidaan toteuttaa pari- tai ryhmätyöskentelyn avulla, jolloin siinä opitaan yhteistyötaitoja (Binkley et. al., 2012, Dillenbourg, 1999)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) tasogeometriassa tutkitaan ympäristöä ja havaitaan siitä tasogeometriaa, rakennetaan, piirretään ja tutkitaan yhdessä. Nämä ovat van Hielen opetusmenetelmän visualisoinnin tason mukaisia aktiviteetteja. (Dickson, Brown & Gibson, 1993; Silfverberg, 1999) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) yhtenä työskentelyyn liittyvänä tavoitteena on ongelmanratkaisu- ja päättelytaitojen kehittäminen. Laajemmin tarkastellessa ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kuuluvat oleellisena osana laaja-alaisen osaamisen tavoitteisiin, jotka liittyvät jokaiseen sisältöalueeseen. Tämän perusteella ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen opettaminen kuuluu tasogeometrian opettamiseen opetusmenetelmästä riippumatta. (Binkley et. al., 2102; Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014)

Tutkivan kyselyn vaiheessa van Hielen opetusmenetelmässä oppilaat tutustuvat aiheeseen esimerkiksi keskustelun, arkielämän esimerkkien avulla ja samalla asia liitetään oppilaille merkitykselliseen kontekstiin. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999) Vaihe toteutetaan monesti opettajajohtoisesti koko luokan kanssa yhdessä, mutta se ei tarkoita sitä, että siinä ei tapahtuisi ongelmanratkaisua tai yhteistyötä. Esimerkiksi tämän oppinnäytteen yhteydessä toteutetun opetuskokeilun toisella opetuskerralla opettaja pyysi oppilaita luokittelemaan kuviot ympyröihin, kolmioihin ja nelikulmioihin ja ongelmanratkaisua varmasti tapahtui, mutta se ei näkynyt aineistossa johtuen siitä, että oppilaat pohtivat asioita itsekseen.

Suunnatun orientoitumisen vaiheen tavoitteena on tutustua uuteen asiaan ennalta suunniteltujen tehtävien avulla. (Silfverberg, 1999) Tehtäviksi soveltuvat hyvin strukturoidut ongelmat, koska ne ovat yksinkertaisia, organisoituja, suoraan ratkaisuun johtavia ja sisältävät itsessään kaiken ratkaisuun tarvittavan tiedon. (Lee, 1999) Tehtävät voidaan ratkaista pari- tai ryhmätyöskentelynä, jolloin saadaan aikaiseksi pohdintaa ja keskustelua ongelman ympärillä ja oppilaat oppivat yhteistyötaitoja. Van Hielen opetusmenetelmän suunnatun orientoitumisen vaihe tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen kehittymistä. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999; Silfverberg, 1999; Trilling & Fadel, 2009; Vuopala, 2013)

Tarkentamisvaiheen tavoitteena on käsitteellistää oppilaiden suunnatun orientoitumisen vaiheessa tekemät havainnot. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999) Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) tasogeometriassa opettajan tehtävänä on ohjata oppilaita löytämään ja nimeämään sellaisia ominaisuuksia, joita käytetään kuvioden luokittelussa. Tavoite on sama kuin tarkentamisvaiheen tavoite. Tarkentamisvaihe liittyy ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoihin sillä tavalla, että oppilaat kertovat yhdessä havaitsemansa ongelmat ja niihin pohtimansa ratkaisut opettajalle, jolloin opettaja auttaa ja varmistaa oppilaita oikeiden tasogeometristen käsitteiden löytämisessä. (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999; Silfverberg, 1999)

Vapaan orientoitumisen vaiheessa oppilaat ratkaisevat monivaiheisia tai usealla eri tavalla ratkaistavissa olevia tehtäviä, jolloin asioiden välille alkaa kehittyä merkityksiä. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999) Nämä tehtävät ovat ei-strukturoituja ongelmia eli monimutkaisia ja avoimia tehtäviä. Vapaan orientoitumisen vaiheessa oppilaat siis oppivat ei-strukturoitujen ongelmien ratkaisua. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee,

1999; Silfverberg, 1999) Ongelmanratkaisun yhdistäminen pari- tai ryhmätyöhön kehittää yhteistyötaitoja, mikä puolestaan tuo ongelmanratkaisussa esiin useampien oppilaiden ehdotuksia ongelmanratkaisutavasta, jolloin ongelmanratkaisutaidot kehittyvät paremmin kuin yksin ongelmia ratkoessa. (Aarnio, 2015; Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Ojala, 2015)

Kokoamisvaiheessa opettaja tekee yhteenvedon opiskellusta aiheesta käyttäen tarkasti oikeita käsitteitä, jolloin oppilaat muodostavat suhteita asioiden välille. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999) Yksi vaihtoehto kokoamisen toteuttamiseksi on käsitekartta, jota käytettiin tämän opinnäytteen opetuskokeilussa kokoamisvaiheessa (Silfverberg, 1999). Käsitekartta koottiin oppilaiden esiin nostamien asioiden pohjalta, jolloin se tehtiin yhdessä oppilaiden kanssa ja siinä näkyi ongelmanratkaisua, kun yhdessä pohdittiin asioiden liittymistä toisiinsa. (Lee, 1999) Kokoamisvaihe on mahdollista toteuttaa myös siten, että se tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja. (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999)

## **5.2 Miten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot näkyvät van Hielin opetusmenetelmässä käytännössä?**

Aineistosta tehtyjen koosteiden ja taulukon 4 perusteella havaittiin, että ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja esiintyi suurin piirtein yhtä paljon opetuskokeilun aikana. Ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kehittyvät selkeästi eniten vapaan orientoitumisen vaiheessa, mikä on vapaan orientoitumisen -vaiheelle tyypillistä, sillä vaiheen tavoitteena on oppia itsenäistä ajattelua ja tehtävien ratkaisua omilla tavoilla. Suunnatun orientoitumisen vaiheessa van Hielin opetusmenetelmä ja yhteistyö- ja ongelmanratkaisutaidot myös korreloivat, mutta korrelaatio on vähäisempää kuin vapaan orientoitumisen vaiheessa. (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999) Tätä selittää suunnatun orientoitumisen tehtävät: Ne ovat yksinkertaisempia suunnatun orientoitumisen kuin vapaan orientoitumisen vaiheessa, jolloin ei tapahdu niin paljoa ongelmanratkaisua kuin vapaan orientoitumisen vaiheessa. (Silfverberg, 1999, Lee, 1999)

Tarkentamisvaiheessa jokainen oppilas rakentaa oman käsityksensä asiasta, johon hän on perehtynyt suunnatun orientoitumisen -vaiheessa, jolloin opettajan tehtävänä on oppilaiden havaintojen käsitteellistämisenä auttaminen ja ohjaaminen. (Silfverberg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013) Tarkentamisvaiheessa yhteistyö- ja ongelmanratkaisutaitoja esiintyi melkein yhtä paljon kuin suunnattu orientoituminen -vaiheessa, mikä johtui osittain

siitä, että osalla opetuskerroista suunnatun orientoitumisen ja tarkentamisen vaihe oli häilyvä, jolloin opettaja kiersi luokassa ja vuorotellen ohjasi oppilaita pienemmissä ryhmissä tarkentamaan omaa käsitystään suunnatun orientoitumisen havaintojen perusteella. (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999)

Taulukko 4. Tulevaisuuden taidot van Hielen opetusmenetelmän mukaisessa opetuskokeilussa (Binkley et. al., 2012; Silfverberg, 1999).

	<i>ongelmanratkaisutaidot</i>		<i>yhteistyötaidot</i>		<i>yhteensä</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
tutkiva kysely	0	0 %	0	0 %	0	0 %
suunnattu orientoituminen	12	23 %	14	29 %	15	26 %
tarkentaminen	9	17 %	5	10 %	10	17 %
vapaa orientoituminen	35	66 %	33	69 %	36	62 %
kokoaminen	2	4 %	0	0 %	2	3 %
<b>yhteensä van Hiele</b>	<b>53</b>	<b>100 %</b>	<b>48</b>	<b>100 %</b>	<b>58</b>	<b>100 %</b>

Tutkimustulosten perusteella (kts. taulukko 5) tasogeometrian opetusjakson aikana havaittiin yhteistyötaitoja (taso 2) yhteensä 48 kertaa. (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013). Kun yhteistyötaitojen (Dillenbourg, 1999) esiintymistä tarkastellaan tarkemmin (taso 1), huomataan, että yhteistyötaidot näkyivät eniten parityöskentelyssä. Parityöskentelyä tehtiin 41 kertaa ja ryhmätyöskentelyä 8 kertaa. Tämä johtuu osittain siitä, että monet opetuskerroilla käytetyistä aktiviteeteista tavoitteiden saavuttamiseksi olivat pareittain tehtäviä. Kaverin neuvomista havaittiin 20 kertaa ja yhteistyötä 15 kertaa. Tämä tarkoittaa sitä, yhteistyötaitojen luokkaan (taso 2) koodatut litteraatin tekstipätkät kuuluvat yhtä aikaa useampaan alaluokkaan (taso 1). Samassa tekstipätkä voi kuulua esimerkiksi parityö-alaluokkaan ja siinä voi tapahtua kaverin neuvomista, joten se kuuluu samalla kaverin neuvominen -alaluokkaan.

Taulukko 5. Yhteistyötaitojen esiintyvyys van Hielen opetusmenetelmän mukaisessa opetuskokeilussa (Silfverberg, 1999). Yhteistyötaitot-luokka kuvaa yhteistyötaitojen summaa, johon yhteistyötaitojen alaluokkia verrattaessa havaitaan, että eniten yhteistyötä esiintyi parityöskentelyn yhteydessä.

<i>van Hiele</i>	
parityö	41 kertaa
ryhmätyö	8 kertaa
kaverin neuvominen	20 kertaa
yhteistyö	15 kertaa
<b>yhteistyötaidot yhteensä</b>	<b>48 kertaa</b>

Taulukosta 6 nähdään, millä tavalla kaverin neuvominen ja yhteistyö jakaantuivat pari- ja ryhmätyöskentelyn välillä. Havaitaan, että parityöskentelyä tehtiin 41 kertaa ja ryhmätyöskentelyä 8 kertaa. Parityöskentelyn yhteydessä tapahtuu yhteistyötä muidenkin oppilaiden kanssa kuin oman parin. Parityöskentelyaktiiviteettien aikana tehtiin yhteistyötä muiden kanssa 11 kertaa ja neuvottiin kaveria 19 kertaa. Samansuuntaisia tuloksia saadaan ryhmätyöskentelystä: Yhteistyötä tehdään 5 kertaa ja kaveria neuvotaan 2 kertaa ryhmätyöskentelyn aikana.

Taulukko 6. Yhteistyötaitojen jakautuminen pari- ja ryhmätyöskentelyn välillä.

	<i>kaverin neuvominen</i>	<i>yhteistyö</i>	<i>yhteensä</i>
parityö	19	11	41
ryhmätyö	2	5	8
yhteensä	20	15	98

Seuraava lainaus kuuluu sekä yhteistyö että parityö -alaluokkiin yhteistyötaitojen luokassa. Lainauksessa oppilaat työskentelevät pareittain, neuvovat toisiaan ja ratkaisevat ongelmia ilman opettajan apua, minkä takia se kuuluu yhteistyö ja parityö -alaluokkiin. Lainaus on esimerkki litteraatin kohdasta, joka kuuluu useampaan yhteistyötaito-luokan alaluokkaan. Lainauksessa ajatusviivat tarkoittavat aina yhtä saman oppilaan repliikkiä. Tällaista merkitystä käytettiin, kun videolta ei saatu selvää, kuka puhuu. Nimet muutettu.

*”-Veera, katoppa. Mä oon Siirille yrittäny neuvoa yhtä paikkaa, mutta Siiri ei tiä.*

*-Sen pitää näkyä.*

*-Katoppa, jos tässä on ovi.*

*-Mä tiän missä tommonen on, mutta mä en saa kertoa.*

*-Se on iso.*

*-Hei Veera, saitteko te selville, että sitten ku on piilottanu sen kuvion, niin mitä pitää tehdä? - Teidän pitää kattoo, missä se on.*

*-Me ollaan etitty jo tää muoto.*

*-Missä se oli? (osoittaa ja näyttää)*

*-Tätä ei löydy mistään. Meillä on tällainen muoto.”*

Toiseksi, ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitot esiintyivät useimmiten samassa yhteydessä. Tämä tarkoittaa sitä, että opetusmenetelmän sisällä valitut aktiviteetit olivat jo lähtökohtaisesti sellaisia, jotka tukevat molempien taitojen kehittymistä. (Silverberg, 1999)

Seuraavassa lainauksessa kaksi paria (oppilaat F ja F2 ovat pari ja T ja T2 ovat pari, K tutkija) työskentelevät vapaan orientoitumisen vaiheessa tangram-kuvioiden ääressä (Silfverberg, 1999). Lainaus on esimerkki litteraatin kohdasta, jossa tapahtuu sekä ongelmanratkaisua että parityöskentelyä, joten se kuuluu ongelmanratkaisu-, parityö ja vapaa orientoituminen -alaluokkiin. Tämän esimerkkilainauksen ja monen muun litteroinnin kohdan ja niihin liittyvien luokkien vertailun perusteella nähdään, että yhteistyö ja ongelmanratkaisu-taitoja voidaan kehittää aktiviteeteilla, jotka kehittävät yhtä aikaa molempia taitoja.

*”F: Tää musta vois tulla tähän, ku tää on ehkä vähän helpompi ku tää. Jos tää on se häntä.*

*F: No ainaki me kokeiltiin, että jos tää ois...*

*F&F2: Tää on tähän, tää on tähän.*

*F2: Mikä on häntä.*

*F: Hei, voiko tää olla tähän? Ja sit tähän.*

*F2: Ei oikeen*

*F2: Tai tää tähän (Palojen kokeilua koko ajan)*

*F2: Mä laitan tän toisinpäin.*

*F: Tää tähän.*

*K: Miettikää, miten saatte kaikki palat siihen. Tämä on nyt ihan oikeen, mutta miettikää, miten te saatte tähän alaosaan kaikki nää viisi palaa, mitä on jäljellä. (Neuvon T&T2:sta, vaikka kamerassa F ja F2)*

*F2: Oisko se näin?*

*F: Ei. Hei, oota! Jos nää tulee jotenki näin...ei.”*

Tulevaisuuden taidot –yläluokkaan (kts. taulukko 7) luokiteltiin 60 kohtaa litteraatissa, joissa esiintyi 53 kertaa ongelmanratkaisu- ja 50 kertaa yhteistyötaitoja. Tämä tarkoittaa sitä, että lähes kaikissa tulevaisuuden taidot -yläluokkaan merkityissä kohdissa tapahtui molempia. Taulukosta 7 nähdään, että kaikissa yhteistyötaitojen alaluokissa (parityö, ryhmätyö, kaverin neuvominen, yhteistyö) esiintyi ongelmanratkaisutaitoja. Ongelmanratkaisutaidot esiintyivät tutkimuksessa aina kaverin neuvomisen ja yhteistyön yhteydessä ja useimmiten ryhmä- ja parityöskentelyn yhteydessä.

Taulukko 7. Ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen yhteys

	<i>tulevaisuuden taidot</i>	<i>yhteistyötaidot</i>	<i>parityö</i>	<i>ryhmätyö</i>	<i>kaverin neuvominen</i>	<i>yhteistyö</i>
tulevaisuuden taidot	60	50	43	8	20	15
ongelmanratkaisutaidot	53	43	39	5	20	14

Aineistosta nousi muutaman kerran oppilaiden puheiden perusteella selvästi esiin, että oppilaat operoivat visualisoinnin tasolla. Nämä luokiteltiin visualisoinnin taso -alaluokkaan. Tämä näkyi aineistossa siinä, että oppilaat esimerkiksi tunnistivat nelikulmion, koska se näytti nelikulmiolta. Lainaus on tutkivan kyselyn vaiheesta, jolloin oppilaat etsivät kuvasta tuttuja kuvioita. (Dickson, Brown, & Gibson, 1993; Silfverberg, 1999) Lainauksessa X tarkoittaa oppilasta ja K tutkijaa opettajana. Saman oppilaan ollessa kyseessä numero X:n edessä pysyy samana.

*”K: Löytyykö vielä jotaki muuta?*

*X7: Visiiri.*

*Tuoki tuossa tuo kulma.*

*K: Löytyskö tuolle ruskeelle jotaki nimitystä, jota me ollaan täällä käytetty?*

*X8: Neliö*

*X7: Visiiri, visiiri, mä löysin tuolta visiirin (kuiskaa kaverille)*

*K: Onko tuo neliö?*

*X9: Neliö (kuiskaa, ei viittaa)*

*X10: Tuo on nelikulmio.*

*K: Miksi se on nelikulmio?*

*X9: Musta se on neliö. (Kuiskaa hiljaa)*

*X10: Koska se on nelikulmion näköinen.”*

## 6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Tutkimuksen empiirisen osuuden perusteella voidaan todeta, että van Hielen opetusmenetelmä soveltuu hyvin käytettäväksi 2010 ja 2020-luvun opetuksessa. (Dede, 2010; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverber, 1999; Trilling & Fadel, 2009) Menetelmän kehittämisestä on kulunut aikaa lähes 60 vuotta, mutta siitä huolimatta menetelmä muistuttaa moderneja opetusmenetelmiä ja sen sisällä voidaan valita aktiviteetit ja opetuksen toteutustavat 2010-luvun mukaisiksi 2020-luvulle tähtääviksi. (Boud & Feletti, 1999; Hakkarainen, Lonka & Lipponen, 2004; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Poikela & Nummenmaa, 2002; Silfverberg, 1999) Van Hielen opetusmenetelmää hyödyntänyt tasogeometriaajanko toteutettiin vuonna 2015 onnistuneesti kehittäen oppilaiden ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja, jotka ovat tulevaisuudessa tarvittavia taitoja, minkä perusteella voidaan todeta, että opetusmenetelmän avulla voidaan opettaa 2020-luvulla tarvittavia taitoja. (Dede, 2010; Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999; Trilling & Fadel, 2009)

Van Hielen opetusmenetelmä tukee ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen kehittymistä. Parhaiten ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kehittyivät vapaan orientoitumisen vaiheessa, mutta hyvin myös suunnatun orientoitumisen ja tarkentamisen vaiheissa. Teoreettisen viitekehyksen perusteella jokainen van Hielen opetusmenetelmän vaiheista soveltuu ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen opettamiseen, kun aktiviteetit valitaan vaiheen kuvausten mukaisesti ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja tukeviksi. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Silfverberg, 1999) Tämä on Perusopetuksen opetussuunnitelman (2014) mukaista opetusta, sillä sen laaja-alaisen osaamisen taidoissa nostetaan esiin muun muassa ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Vuopaala, 2013) Opetuskokeilu osoitti, että van Hielen opetusmenetelmän mukaisesti on mahdollista opettaa tasogeometriaa sillä tavalla, että se kehittää ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitoja. Tämä tutkimustulos vahvistaa jo ensimmäisen teoreettisen tutkimuskysymyksen tutkimustuloksen, jossa oletetaan van Hielen opetusmenetelmän tukevan ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen kehittymistä. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Silfverberg, 1999; Vuopaala, 2013)

Ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen harjoittelemisen myötä tasogeometrian opiskelusta tuli yhdessä tekemistä ongelmanratkaisun parissa, mikä edesauttaa oppilaiden geometrisen ajattelun kehittymistä. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Silfverberg, 1999; Vuopaala, 2013) Silfverbergin (1999) neljännen ja viidennen teorian perusolettamuksen mukaan käsitellyllä



sisällöllä ja opetuksen laadulla on merkitystä samoin kuin opetusmenetelmän valinnalla. Hänen mukaansa van Hielin opetusmenetelmä kehittää merkittävästi geometrista ajattelua ja auttaa tasolta toiselle siirtymisessä. Tämän perusteella voidaan sanoa, että ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaitojen opetus sopii erinomaisesti käytettäväksi van Hielin opetusmenetelmän yhteydessä ja niiden opettaminen tukee geometrista ajattelua samoin kuin van Hielin opetusmenetelmän käyttäminen opetuksessa. (Dillenbourg, 1999; Lee, 1999; Silfverberg, 1999; Vuopaala, 2013) Tämän takia van Hielin opetusmenetelmä soveltuu hyvin käytettäväksi geometrian opetuksessa ja sen avulla voidaan harjoitella myös muita työelämän ja jatko-opintojen kannalta hyödyllisiä taitoja. (Dede, 2010 ; Silfverberg, 1999; Trilling & Fadel, 2009)

## 6.1 Tutkimuksen luotettavuus ja yleistettävyys

Tutkimuksen toteutuksessa otettiin huomioon tutkimuksen eettisyys: Jokaiselta oppilaalta kysyttiin kotoa kirjallinen lupa tutkimukseen osallistumiseen, havainnointiin, haastatteluun ja videointiin. Kerättyä aineistoa käsiteltiin luottamuksellisesti vain tutkimuskäytössä ja se hävitettiin asianmukaisesti tutkimuksen valmistuttua. Aineistoon viitattaessa käyttäen suora lainausta oppilaiden nimet on muutettu, jolloin oppilaat pysyvät anonyymeina. Oppilaat hyötyvät tutkimuksesta oppimalla tulevaisuuden taitoja, joita jokainen tarvitsee jatko-opinnoissa ja työelämässä (Binkley. et. al, 2012; Dede, 2010).

Kanasen (2014) mukaan toimintatutkimuksen luotettavuuden arviointi on haastavaa, koska laadullisen tutkimuksen luotettavuusmittarit eivät ole suoraan sopivia toimintatutkimukseen sekä toimintatutkimuksen pyrkimys toiminnan muutokseen on ongelmallinen näkökulma laadullisen tutkimuksen luotettavuutta arvioidessa. Toisaalta Heikkisen (2007) mukaan toimintatutkimuksen lähestymistapa eroaa perinteisestä tutkimuksen lähestymistavasta siten, että tutkija itse osallistuu tutkimukseen aktiivisena vaikuttajana ja toimijana, eikä ota ulkopuolista ja objektiivista roolia. Tämän perusteella toimintatutkimuksessa on luonnollista tutkijan oman äänen näkyminen toiminnan kehittämisessä luokassa, eikä se aiheuta ongelmia tutkimuksen luotettavuutta arvioidessa.

Tutkimuksen luotettavuutta lisää tarkka aineistosta nouseva analyysi ja objektiivisuus (Kananen, 2014). Tutkimuksessa tämä toteutettiin laajalla videoidulla aineistolla, joka analysoitiin huolellisesti käyttäen apuna Nvivo-ohjelmaa, joka on tehty laadullisten aineistojen työvälineeksi tutkimuskäytössä (Bazeley & Jackson 2013). Teoriapohjaisen analyysin poh-

jalta tehty luokittelu alaluokkiin tehtiin yhtä aikaa videoaineiston litteroinnin kanssa, mikä lisäsi analysoinnin tarkkuutta huomattavasti, koska litteraatin lisäksi oppilaiden toiminta luokassa ja videolta tehdyt havainnot olivat osa luokittelua (Kananen, 2014). Esimerkiksi ongelmanratkaisualaluokkaan luokiteltiin vain sellaiset kohdat, joissa esiintyi selkeästi ongelmanratkaisua. (Byun et. al., 2014; Lee, 1999) Tämän takia tutkimustuloksiin teke-mässäni koosteessa (taulukko 4) esimerkiksi tutkivan kyselyn -vaiheessa ei näytä esiintyvän ongelmanratkaisua, vaikka oppilaat varmasti itsekseen miettivät ja ongelmanratkaisu-prosessi on pään sisällä menossa, eli siinäkin tapahtuu tietynlaista ongelmanratkaisua, joka ei näy litteroinnissa eikä tutkimustuloksissa. (Byun et. al., 2014; Lee, 1999; Silfverberg, 1999) Osittain tämä johtuu myös tutkiva kysely -vaiheen opetusmetodista (Silfverberg, 1999): Asioita käsitellään opettajajohtoisesti, mikä on yksi tapa toteuttaa opetusta. Kaikki opetus ei voi olla sellaista, jossa oppilaat työskentelevät keskenään, vaan opettajaa tarvi-taan muun muassa varmistamaan, että oppilaille ei jää vääriä käsityksiä (Casa ja Gavin, 2009)

Toimintatutkimuksessa tavoitteena ei ole yleistäminen, vaan ilmiön selittäminen ja ymmär-täminen. Tutkimuksessa ei pyritä yleistämään tutkimustulosta koko valtaväestöön, vaikka siitä saatuja tuloksia voidaan käyttää harkiten hyväksi luokan opetuksessa. Näin ollen toi-mintatutkimuksen tutkimustulokset pätevät vain kyseisen luokan kohdalla. Jos tutkimustu-lokset voitaisiin yleistää, silloin kyseessä olisi toimintateoria. (Kananen, 2014)

## 7 YHTEENVETO

Van Hielen opetusmenetelmä avaa uudenlaisen näkökulman tasogeometrian opetukseen (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999). Itselleni on työelämään siirtyessä tärkeää, että oppilaat kiinnostuvat matemaattisesta ajattelusta varhain, koska se korreloi myöhempiä matemaattisia taitoja toisen asteen koulussa tai korkeakoulussa standardeilla testeillä mitattuna (Piccolo & Test, 2010). Matematiikan ja tasogeometrian opettaminen antaa itsellekin paljon, kun oppilaat ovat kiinnostuneita ja opitaan yhdessä, jolloin oma kiinnostus heijastuu myös oppilaisiin. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) mukaan geometrian opiskelu luokilla 1–2 on esimerkiksi tutkimista, kokeilemista, rakentamista, muovailua ja askartelua. Van Hielen opetusmenetelmän avulla opetus voidaan rakentaa yllä olevan kuvauksen mukaisesti valitsemalla opetusmenetelmän sisällä aktiviteetit sopivasti, jolloin opetuksesta tulee mielenkiintoista ja oppilaiden ongelmanratkaisu- ja yhteistyötaidot kehittyvät samalla (Dillenbourg, 1999; Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Lee, 1999; Silfverberg, 1999).

Tutkimuksella on monia jatkotutkimusmahdollisuuksia. Teoreettisessa viitekehyksessä luotu teoriapohja nostaa esiin jatkotutkimusmahdollisuuksia esimerkiksi leikillisyyden ja motivaation tärkeyteen alakoulun tasogeometrian opetuksessa. (Piccolo & Test, 2010; Tucker, 2010, van Hiele, 1999) Opetusmenetelmän mukaisen opetuskokeilun voisi tehdä laajemmassa mittakaavassa tai eri-ikäisille oppilaille, jolloin opetusmenetelmän monipuolisuuteen saisi laajemman perspektiivin. Jatkossa voitaisiin tutkia myös opettajan valmiuksia opettaa tasogeometriaa joko van Hielen opetusmenetelmän avulla tai ilman tavoitteena laadulliset muutokset oppilaiden ajattelussa. (Hamil Abdullah & Zakaria, 2013; Silfverberg, 1999) Lisäksi van Hielen opetusmenetelmän vertaaminen moderneihin oppimisteorioihin, kuten tutkivaan tai ongelmalähtöiseen oppimiseen, olisi mielenkiintoinen jatkotutkimusmahdollisuus. (Boud & Feletti, 1999; Hakkarainen, Lonka & Lipponen, 2004; Poikela & Nummenmaa, 2002).

## 8 LÄHDELUETTELO

- Aarnio, M. (2015). Collaborative Knowledge Construction in the Context of Problem-based Learning. Exploring learning from conflicting ideas and knowledge. Helsinki: Unigrafia.
- Bazeley, P., & Jackson, K. (toim.). (2013). *Qualitative data analysis with NVivo*. Sage Publications Limited.
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. Teoksessa F. K. Lester, Jr (toim.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (s. 843–908). United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M. & Rumble, M. (2012). Defining twenty-first century skills. Teoksessa *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17-66). Springer Netherlands.
- Boud, D., & Feletti, G. (toim.). (1999). Ongelmalähtöinen oppiminen: Uusi tapa oppia. Helsinki: Hakapaino.
- Byun, J. N., Kwon, D. Y., & Lee, W. G. (2014). Development of ill-structured problems for elementary learners to learn by computer-based modeling tools. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 6(4), 292-296. doi:<http://dx.doi.org/10.7763/IJCTE.2014.V6.877>
- Casa, T. M. & Gavin M. K. (2009). Advancing Elementary School Students' Understanding of Quadrilaterals. Teoksessa T. V. Craine & R. Rubenstein (toim.) *Understanding Geometry for a Changing World*. (s. 205–219). United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dede, C. (2010). Comparing frameworks for 21st century skills. *21st century skills: Rethinking how students learn*, 51-76. Haettu 20.11.2015 osoitteesta [http://watertown.k12.ma.us/dept/ed\\_tech/research/pdf/ChrisDede.pdf](http://watertown.k12.ma.us/dept/ed_tech/research/pdf/ChrisDede.pdf).
- Clements, D. (1997). Young Children's concepts of shape. Teoksessa E. Pehkonen (toim.) *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of*

*Mathematics Education vol 2* (s. 161–168). Lahti: Lahti Research and Training Centre.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2000). The Earliest Geometry. *Teaching Children Mathematics*, 7(2), 82-86. Haettu 7.5.2014 osoitteesta <http://search.proquest.com/docview/62192196?accountid=11365>.

Crowley, M. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. *Learning and Teaching Geometry, K–12*, 1–16. Haettu 13.2.2014 osoitteesta <http://www.csmate.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1993). *Children Learning Mathematics. A Teacher's Guide to Recent Research*. London: Cassell Educational.

Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning?. *Collaborative-learning: Cognitive and Computational Approaches.*, 1-19.

Fuys, D. (1984). *English translation of selected writings of dina van hiele-geldof and pierre M. van hiele* Haettu 6.3.2014 osoitteesta <http://search.proquest.com/docview/63163661?accountid=13031>.

Greeno, J. G. (1976). Indefinite goals in well-structured problems. *Psychological Review*, 83(6), 479-491. doi:<http://dx.doi.org/10.1037/0033-295X.83.6.479>

Gutiérrez, A., Jaime, A. & Fortuny, J.M. (1991). An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 22(3), 237–251.

Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. (2004). Tutkiva oppiminen, Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjinä. Jyväskylä: WSOY.

Halava, I. (2010). Tällaisesta tyypistä tulee menestyjä. Haettu 2.1.2015 osoitteesta <http://www.taloussanommat.fi/tyo-ja-koulutus/2010/11/22/tallaisesta-tyypista-tulee-menestyja/201015996/139>.

Halim Abdullah, A., & Zakaria, E. (2013). Enhancing Students' Level of Geometric Thinking through Van Hiele's Phase-based Learning. *Indian Journal Of Science And*

*Technology*, 6(5), 4432-4446. Haettu 4.4.2014 osoitteesta <http://www.indjst.org/index.php/indjst/article/view/33243>.

- Heikkinen, H. L. T., Rovio, E. & Syrjälä, L. (toim.) (2007) Toiminnasta tietoon. Toimintatutkimuksen menetelmät ja lähestymistavat.
- Hsungrow, C., Pengheng, T. & Tien-Yu, H. (2006). Web-based Learning in a Geometry Course. *Journal Of Educational Technology & Society*, 9(2), 133-140.
- Johnson, D. W. (2014). Cooperative learning in 21st century. aprendizaje cooperativo en el siglo XXI]. *Anales De Psicología*, 30(3), 841-851. doi:<http://dx.doi.org/10.6018/analesps.30.3.201241>.
- Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and III-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), 65-94.
- Kananen, J. (2014). Etnografinen tutkimus. Miten kirjoitan etnografisen opinnäytetyön? Jyväskylä: Jyväskylän ammattikorkeakoulu.
- Kananen, J. (2014). Laadullinen tutkimus opinnäytetyönä. Miten kirjoitan kvalitatiivisen opinnäytetyön vaihe vaiheelta. Jyväskylä: Jyväskylän ammattikorkeakoulu.
- Kananen, J. (2014). Toimintatutkimus kehittämistutkimuksen muotona. Miten kirjoitan toimintatutkimuksen opinnäytetyönä? Jyväskylä: Jyväskylän ammattikorkeakoulu.
- Knight, K. C. (2006). An Investigation into The Change in the Van Hiele Level of Understanding Geometry on Pre-service Elementary and Secondary Mathematics Teachers. Haettu 12.4.2014 osoitteesta <http://umaine.edu/center/files/2009/12/KnightThesis.pdf>.
- Koivusaari, K. (2014). Tasogeometrian opettaminen 6–8-vuotiaille. Kandidaatin tutkielma, Oulun yliopisto, Oulu.
- Lahelma, E. & Gordon, T. (2007). Taustoja, lähtökohtia ja avauksia kouluetnografiaan. Teoksessa S. Lappalainen, P. Hynninen, T. Kankkunen, E. Lahelma & T. Tolonen (toim.) *Etnografia metodologiana: Lähtökohtana koulutuksen tutkimus* (s.17–38). Tampere: Osuuskunta vastapaino.

- Lappalainen, S. (2007). Havainnoinnista kirjoitukseksi. Teoksessa S. Lappalainen, P. Hyninen, T. Kankkunen, E. Lahelma & T. Tolonen (toim.) *Etnografia metodologiana: Lähtökohtana koulutuksen tutkimus* (s.113–133). Tampere: Osuuskunta vastapaino.
- Lee, J. (1999). *Problem-based learning: A decision model for problem selection*. Haettu 20.11.2015 osoitteesta <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED436162.pdf>.
- Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).
- McGarvey, L. M. (2013). Is It a Pattern? *Teaching Children Mathematics*, 19(9), 564-571.
- Ojala, M. (2015). Varhaiskasvatus, esiopetus ja koulun alku lapsen oppimisen ja kehittymisen näkökulmasta. Helsinki: Unigrafia Oy.
- Opetushallitus. (2014). *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Haettu 30.12.2015 osoitteesta [http://oph.fi/download/163781\\_esiopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://oph.fi/download/163781_esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf).
- Opetushallitus. (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Haettu 22.1.2014 osoitteesta [http://www.oph.fi/download/139848\\_pops\\_web.pdf](http://www.oph.fi/download/139848_pops_web.pdf).
- Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Haettu 30.12.2015 osoitteesta [http://oph.fi/download/163777\\_perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf).
- Paniati, J. (2009). Teaching Geometry for Conceptual Understanding: One Teacher's Perspective. Teoksessa T. V. Craine & R. Rubenstein (toim.) *Understanding Geometry for a Changing World* (s. 175–188). United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piccolo, D. L., & Test, J. (2010). Preschoolers' thinking during block play. *Teaching Children Mathematics*, 17(5), 310-316. Haettu 7.5.2014 osoitteesta <http://search.proquest.com/docview/822506581?accountid=11365>.

- Poikela, E., & Nummenmaa, A. R. (2002). Ongelmaperustainen oppiminen tiedon ja osaamisen tuottamisen strategiana. *Teoksessa Poikela, E. (toim.) Ongelmaperustainen pedagogiikka, teoriaa ja käytäntöä. Tampereen Yliopistopaino*, 33-52.
- Principles and Standards for School Mathematics. (2000). *Executive Summary. Principles and Standards for School Mathematics*. Haettu 24.3.2014 osoitteesta [http://www.nctm.org/uploadedFiles/Math\\_Standards/12752\\_exec\\_pssm.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Math_Standards/12752_exec_pssm.pdf).
- Sahlberg, P. & Leppilampi, A. (1998). *Samarbetsinläring*. Malmö: Runa Förlag ab.
- Sigler, E. (2009). Action research in public schools: Is it research? should it be reviewed? *Journal of Empirical Research on Human Research Ethics*, 4(2), 17-25. doi:<http://dx.doi.org/10.1525/jer.2009.4.2.17>.
- Silfverberg, H. (1999). *Peruskoulun yläasteen oppilaan geometrinen käsitetieto*. Haettu 22.1.2014 osoitteesta <http://tampub.uta.fi/bitstream/handle/10024/66665/951-44-4718-2.pdf?sequence=1>.
- Skoumpourdi, C., & Mpakopoulou, I. (2011). The Prints: A Picture Book for Pre-Formal Geometry. *Early Childhood Education Journal*, 39(3), 197-206. doi:10.1007/s10643-011-0454-0
- Trilling, B., & Fadel, C. (2009). *21<sup>st</sup> century skills. Learning for life in our times*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Tucker, K. (2010). *Mathematics Through Play in the Early Years*. Los Angeles: Sage.
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. (2009). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Helsinki: Tammi.
- Van Hiele, P. M. (1999). Begin with play. *Teach. Child. Math*, 5, 310-316.
- Vuopaala, E. (2013). Onnistuneen yhteisöllisen verkko-oppimisen edellytykset. Näkökulmina yliopisto-opiskelijoiden kokemukset ja verkko vuorovaikutus. Väitöskirja, Oulun yliopisto, Oulu.
- Yanik, H. H. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies In Mathematics*, 78(2), 231-260. doi:10.1007/s10649-011-9324-3



Österås, L. (17.1.2013) Geoboard del 1 och 2. *Kaarinan TVT-kehittämishankkeet*. Haettu osoitteesta <http://digi-ope.com/blog/?p=1722>.

## **LIITTEET**

- LIITE 1. Tutkimuslupalappu huoltajille
- LIITE 2. Opetuskokeilun rakenne (tuntisuunnitelmat)
- LIITE 3. Kuviomonisteet
- LIITE 4. Dokumenttikameralle heijastettu kuva
- LIITE 5. Käsitekartta
- LIITE 6. Jätskitikkupelilauta



## LIITE 2 1/4

Ensimmäisellä kerralla tutustuttiin tasogeometriaan ja erilaisiin kuvioihin.

Tutkiva kysely:

Alussa tehtiin alkukartoitus, jossa oppilaat tunnustivat muutaman yleisimmän tasokuvion.

Oppilaille annettiin kuviomoniste ja oppilaiden tehtävänä oli leikata kuviot irti. Kuviomonisteita oli neljänlaisia ja ne erotettiin väreillä toisistaan. Samanvärisessä kuviomonisteessa oli samanlaiset kuviot. (LIITE 3)

Suunnattu orientoituminen:

Oppilaat jaettiin neljän oppilaan ryhmiin siten, että jokaisessa ryhmässä jokaisella oppilaalla oli erilainen kuviomoniste. Ryhmässä oli siis neljän värisiä kuvioita ja kaikki kuviot olivat keskenään erilaisia. Oppilaiden tehtävänä oli ryhmässä kuvioiden luokittelu (nelikulmioihin, kolmioihin ja ympyröihin).

Tarkentaminen:

Opettajan tehtävänä oli ohjata ja varmistaa, että oppilaat löytävät oikeat käsitteet suunnatun orientoitumisen vaiheessa luokitelluille kuvioille ja että kaikki kuviot löytävät paikalleen.

Vapaa orientoituminen:

Oppilaat pelasivat KIM-peliä samoissa ryhmissä, joissa he luokittelivat kuviot. Pelissä oppilaiden piti muistaa tai päätellä mahdollisimman nopeasti, mikä kuvio puuttuu ja minkä värinen se on.

Jokainen ryhmä pääsi vuorollaan tunnustelupisteelle, jossa oppilaat työskentelivät pareittain. Toinen pareista antoi kuvion ja toisen piti kuviota näkemättä tunnustella ja arvata, mikä kuvio oli kyseessä. Tunnustelutehtävä toteutettiin tutkijan pahvilaatikosta rakentaman tunnustelulaatikon avulla.

Kokoaminen:

Koottiin yhdessä käsittekartaksi (LIITE 5), mitä asioita oppilaat nostivat esiin opetuskerran asioista. Käsittekarttaa täydennettiin joka opetuskerralla kokoamisvaiheessa eri värillä. (vihreä)

## LIITE 2 2/4

Toisella tutkimuskerralla syvennettiin kuvioiden tuntemista ongelmanratkaisun kautta.

Tutkiva kysely:

Aluksi kerrattiin viime kerran kuviot. Opettaja laittoi kuvion dokumenttikameralle ja oppilaat kertoivat, mikä kuvio oli kyseessä. Haastavimpia kuvioita pohdittiin yhdessä.

Suunnattu orientoituminen:

Oppilaat tarkastelivat dokumenttikameralle heijastettua kuvaa (LIITE 4) ja etsivät sieltä tuttuja kuvioita.

Tarkentaminen:

Oppilaat saivat kertoa, mitä kuvioita he löysivät ja opettaja ohjasi oikeiden käsitteiden käytössä.

Vapaa orientoituminen:

Pistetyöskentelyä pareittain: Oppilaat kiersivät pisteitä vapaassa järjestyksessä.

1. Kuvioiden tunnustelu (sama kuin edellisellä kerralla vapaan orientoitumisen vaiheessa, nyt itsenäisenä)
2. KIM-peli (sama kuin edellisellä kerralla)
3. Jätskitikkupeli: Oppilaat laittoivat vuorotellen jäätelötikun pelilaudalle (LIITE 6). Jäätelötikku tuli asettaa siten, että se oli kokonaan pelilaudalla ruutujen mukaisesti pysty tai vaakasuorassa ja ei ollut muiden tikkujen kanssa päällekkäin. Pareista se, joka sai mahtumaan viimeisen jäätelötikun pelilaudalle, voitti pelin.
4. Erilaisia tangram-kuvioita: Oppilaat yrittivät tehdä mallinmukaisia kuvioita tangram-paloista. Kaikki palat tarvittiin kuvioon.

Kokoaminen:

Jatkettiin edellisellä kerralla aloitettua käsittekarttaa. (sininen)

## LIITE 2 3/4

Kolmannella kerralla tutustuttiin peilikuvaan ja syvennettiin tietämystä kuvioista.

Tutkiva kysely:

Kysyttiin oppilailta, mitä heille tulee mieleen peilistä, minkälainen peili on ja minkälainen kuva siitä näkyy.

Suunnattu orientoituminen:

Leikittiin yhdessä leikkiä, jossa oppilaat olivat pareittain piirissä siten, että muodostui sekä sisä- että ulkopiiri. Ulkopiirissä oleva keksi asennon ja sisäpiirissä oleva yritti tehdä samanlaisen asennon vastakkain eli peilikuvana. Vaihdettiin osia.

Tarkentaminen:

Tarkasteltiin yhdessä kuvioita, joista osa oli toisen kuvion peilikuvia. Oppilaille tuli tutuksi termit peilikuva ja symmetria-akseli. Mietittiin esimerkkikuvioiden kautta, miksi joku kuva on toisen peilikuva ja joku ei ole.

Vapaa orientoituminen:

Harjoiteltiin peilikuvia geolaudalla. Jokaisella oppilaalla oli oma geolauta, vaikka työskenneltiin pareittain. Aluksi geolautaan laitettiin symmetria-akseli keskelle opettajan ohjeiden mukaan. Tämän jälkeen jokainen teki geolaudan vasemmalle puolelle kuvioita ja vaihtoi geolautoja parin kanssa, jonka tehtävänä oli tehdä samat kuviot peilikuvana geolaudan oikealle puolelle.

Kokoaminen:

Jatkettiin käsittekarttaa. (violetti)

## LIITE 2 4/4

Viimeisen kerran aiheena olivat suurennot ja pienennökset. Niiden yhteydessä käytettiin samoja tuttuja kuvioita.

Tutkiva kysely:

Kysyttiin, mitä oppilaille tulee mieleen sanasta suurennot ja pienennös.

Suunnattu orientoituminen:

Dokumenttikameralla heijastettiin oppilaille kaksi tutkijan multilink-kuutioilla rakentamaa kuviota. Oppilaiden tehtävänä oli rakentaa samanlaiset.

Tarkentaminen:

Tarkasteltiin yhdessä oppilaiden rakentamia kuvioita ja dokumenttikameralla suurennettua kuviota. Luokanopettaja piirsi dokumenttikameran kuviot paloittain taululle ja laittoi pienen kuvion taululle piirretyn kuvion viereen. Oppilaat totesivat, että kuviot ovat samanlaiset, toinen on vaan pienempi ja toinen suurempi. Käsitteet suurennot ja pienennös tulivat tutuksi.

Tutkittiin piirrosta. Oppilaiden tehtävänä oli keksiä, mikä se on (luokan kartta eli pienennös luokasta). Tutkittiin yhdessä karttaa.

Vapaa orientoituminen:

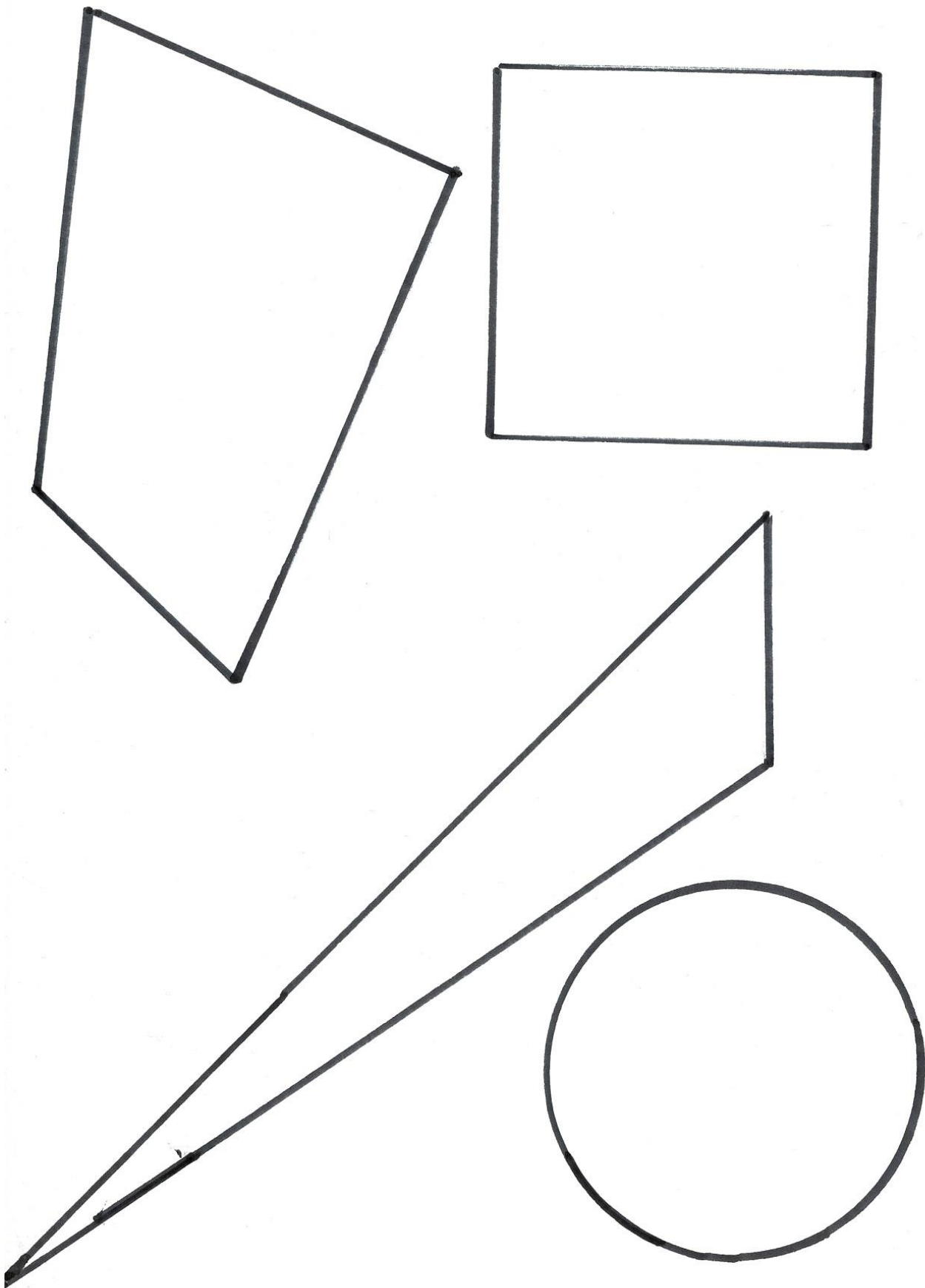
Oppilaat saivat pareittain kuvion. He etsivät luokasta samanmuotoisen kuvion ja jättivät alkuperäisen pienen kuvion löytämänsä suuremman kuvion viereen ja merkitsivät kuvion löytöpaikan karttaan. He tulivat näyttämään kartasta opettajalle, mistä he löysivät samanlaisen kuvion. Opettaja lisäsi kuvion paikan luokan yhteiseen karttaan.

Oppilaat etsivät parin kanssa luokan yhteisen kartan perusteella (heijastettu dokumenttikameralla) kaikki karttaan merkatut rastipisteet ja jäljensivät niistä löytämänsä kuviot paperille.

Kokoaminen:

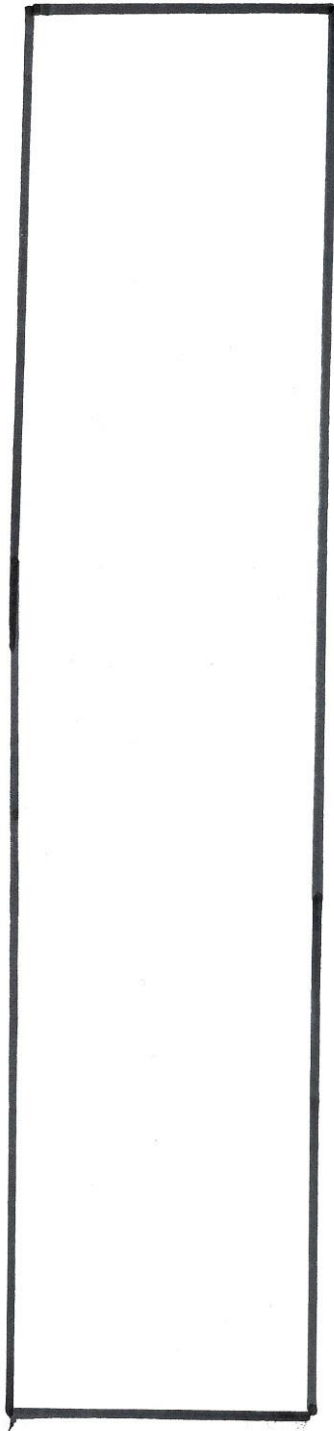
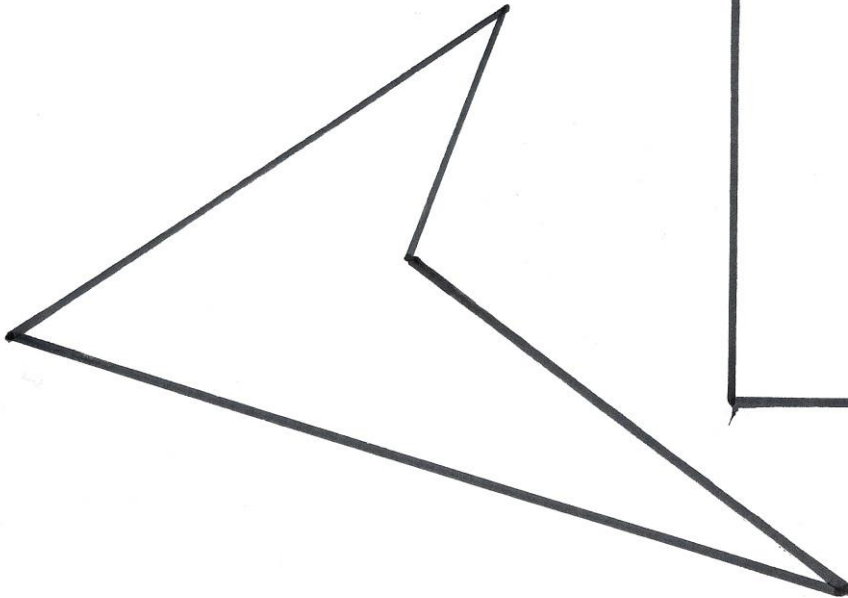
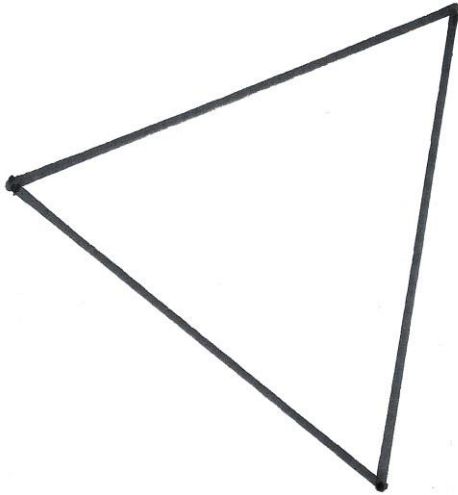
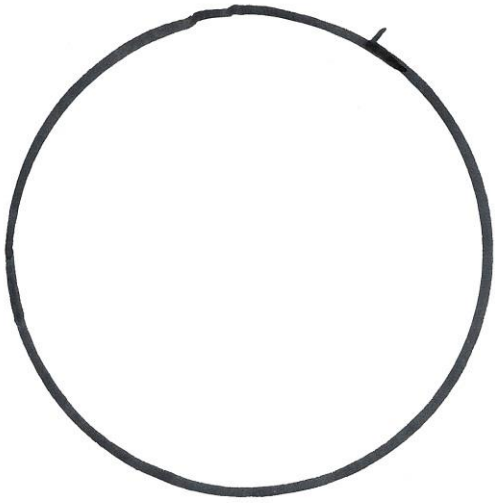
Jatkettiin käsitekarttaa. (Tummansininen) Lopuksi tehtiin loppukartoitus.

LIITE 3 1/4

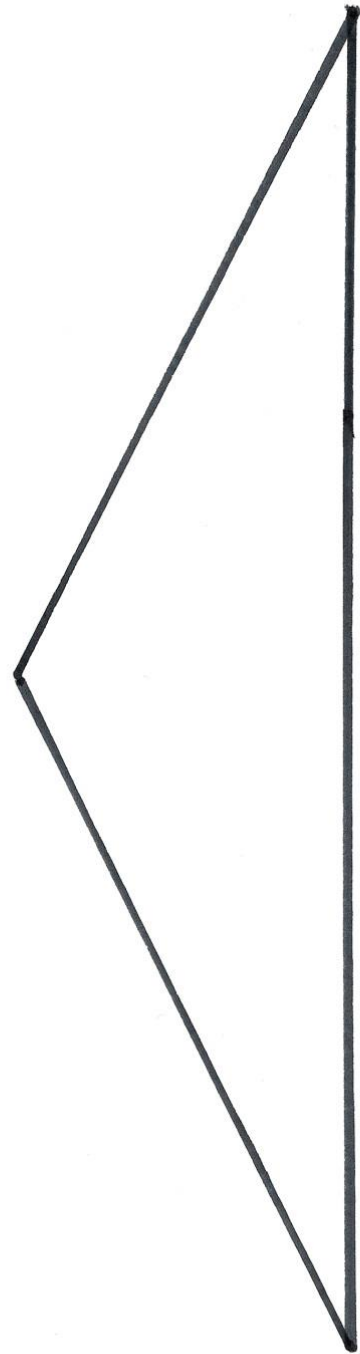
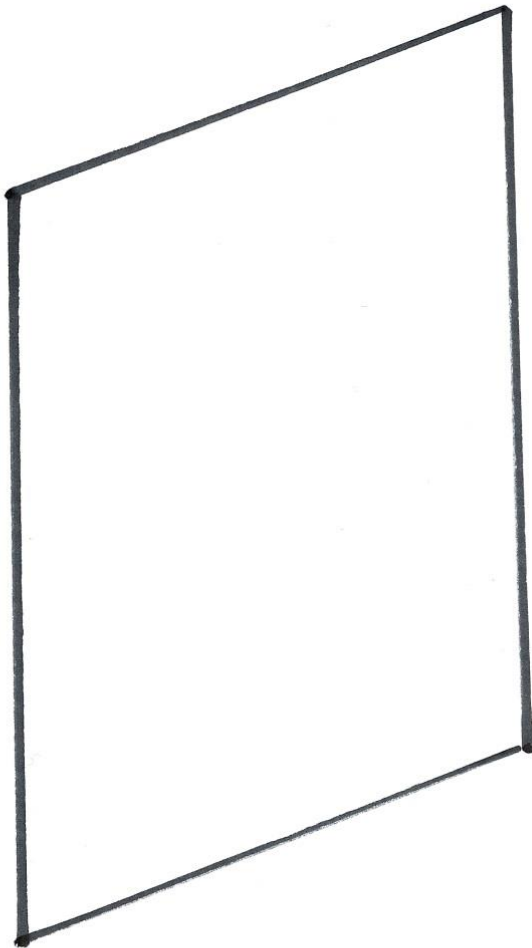
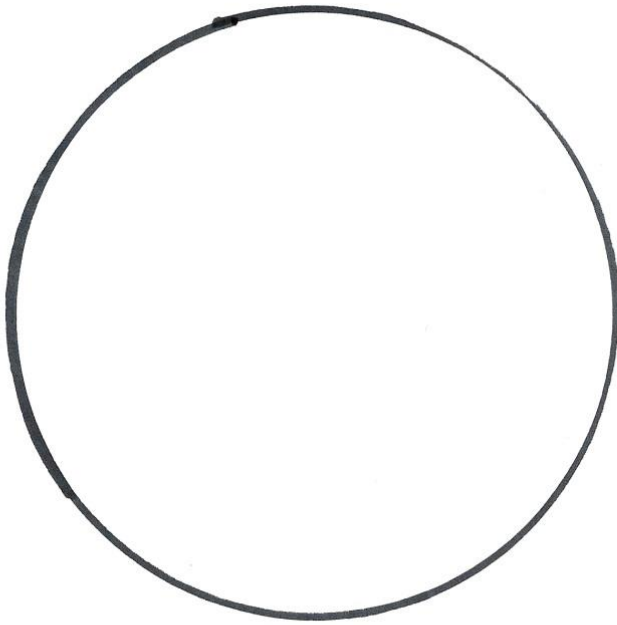




LIITE 3 2/4



LIITE 3 3/4



LIITE 3 4/4

