KORKORISKILTÄ SUOJAUTUMINEN

Niilo-Pekka Lahdenperä

Pro gradu –tutkielma

Kansantaloustieteen koulutusohjelma

Taloustieteiden tiedekunta

Oulun yliopisto

Marraskuu 2012

OULUN YLIOPISTO
Taloustieteiden tiedekunta

TIIVISTELMÄ OPINNÄYTETYÖSTÄ

Yksikkö			
Kansantaloustieteen laitos			

Tekijä	Työn valvoja
Lahdenperä Niilo-Pekka Samuli	Svento R. Professori

Työn nimi
Korkoriskiltä suojautuminen

Oppiaine	Työn laji	Aika	Sivumäärä
Kansantaloustiede	Pro gradu	marraskuu 2012	49 + 5

Tiivistelmä

Yleisin korkoriskin mittari on ollut kehittämisestään asti Macaulayn duraatio. Duraation käyttäminen edellyttää kuitenkin vahvoja oletuksia korkotason muutoksen luonteesta. Oletusten vuoksi duraatio jättää huomiotta muutokset korkokäyrän muodosta eikä siksi anna todellista kuvaa korkoriskistä.

Tutkielmassa käsitellään viisi mallia, joiden kaikkien keskeisin tavoite on antaa parempi kuva todellisesta korkoriskistä. Käytännössä tämä tarkoittaa vähemmän oletuksia, jolloin mallien antama arvio riskistä on realistisempi ja tämän vuoksi myös tarkempi. Mallit ovat M-absolute ja M-square sekä faktorimuotoiset duraatiovektorimalli, M-vektorimalli ja pääkomponenttimalli.

Mallien vertailu tutkielmassa tapahtuu vertailemalla empiiristen tutkimusten tuloksia. Useimmat aiheesta tehdyt tutkimukset vertaavat yhtä vaihtoehtoista mallia duraatioon. Tutkielmassa on syvennytty eniten tutkimukseen, joka sisältää kaikki käsitellyt mallit.

Faktorimalleista parhaat tulokset saadaan kolmen faktorin pääkomponenttimallilla. Yhtä tai kahta faktoria käyttämällä tulokset eivät yllä samalle tasolle. Useamman kuin kolmen faktorin käyttäminen puolestaan vaikeuttaa salkunmuodostusta, mistä johtuen tulosten hajonta lisääntyy. Duraatioimmunisaatio yhdistettynä salkunmuodostusstrategiaan antaa myös hyviä tuloksia.

Loppupäätelmänä voidaan sanoa, että yksikään riskimalli ei nouse ylitse muiden. Odotettujen korkomuutosten laatu on merkittävä seikka riskimallia valittaessa. Täydellisen kokonaiskuvan saaminen mallien eroista vaatisi huomattavia lisätutkimuksia.

Asiasanat

Joukkovelkakirjalaina, duraatio

Muita tietoja

Sisällys

SISÄLLYS

KUVIOT

TAULUKOT

1 JOHDANTO

Luottokriisi ja useiden Euroopan maiden velkaongelmat ovat nostaneet korot lehtien ja uutisten toistuvaksi aiheeksi. Mediassa aihetta käsitellään usein velanottajan näkökulmasta, mutta jokaisella velkapaperilla on kuitenkin myös omistaja. Tämä tutkielma käsittelee korkoa korkosijoittajan näkökulmasta. Korkoriski on suurin velkakirjasalkun arvoa heiluttava tekijä. Korot Euroopan rahaliiton alueella ovat taloustilanteen vuoksi tällä hetkellä matalalla. Tästä johtuen ovat mahdolliset korkotason muutokset suhteessa korkoon suuria. Tämä lisää niin korkoriskin kuin korkoriskiltä suojautumisenkin merkitystä korkosijoittajalle ja tekee siitä ajankohtaisen aiheen.

Tulevaisuudessa tapahtuva korkokäyrän siirtyminen ei välttämättä ole tasainen. Lyhyet korot nousevat todennäköisesti enemmän kuin pitkät, jolloin korkokäyrä latistuu (Nawalkha & Soto 2008). Perinteisesti käytetty riskimalli on Macaulayn duraatio. Se olettaa korkomuutoksen olevan samansuuruinen jokaisella maturiteetilla. Tästä johtuen se ei ole tehokas malli epätasaiselta korkotason muutokselta suojautumiseen. On kuitenkin olemassa vähemmän tunnettuja, uudempia malleja, jotka toimivat myös epätasaisesti siirtyvän korkokäyrän tilanteessa. Tässä tutkielmassa käydään läpi näitä malleja ja niistä tehtyjä tutkimuksia. Tutkielman tavoitteena on tuoda esiin vaihtoehtoisten riskimallien olemassaolo ja tutkia onko niiden käyttö duraation tilalta järkevää. Tämä tapahtuu vertaamalla malleista jo tehtyjen tutkimusten tuloksia.

Käsitellyistä malleista tehdyt empiiriset tutkimukset keskittyvät pääosin yhden mallin ja duraation vertaamiseen keskenään. Useita vaihtoehtoisia malleja sisältäviä vertailuja ei ole juuri tehty tai niitä ei ole saatavilla. Merkittävimmäksi tutkimukseksi tässä työssä nousee Gloria Soton vuonna 2004 toteuttama kattava tutkimus erilaisista korkoriskimalleista. Tämän ja muiden suppeampien tutkimusten perusteella vaihtoehtoista riskimallia käyttämällä on mahdollista poistaa merkittävä osa tuottokäyräriskistä, jota duraatio ei ota huomioon.

Luvussa kaksi käsitellään joukkovelkakirjoihin sijoittamista ja siihen liittyvää epävarmuutta. Erityisesti keskitytään korkoriskiin, koska se on suurin tekijä korkosalkun arvonvaihtelussa. Luvussa käydään läpi velkakirjan hinnanmuodostuminen, johon myöhemmät riskimallit pohjautuvat. Toisessa luvussa käydään myös läpi duraatio ja konveksisuus, jotka ovat yleisimmät työkalut korkoriskin tarkastelussa. Kolmannessa luvussa esitellään malleja, joita käyttämällä korkosalkkua on mahdollista suojata korko- ja jälleensijoitusriskiä vastaan. Malleina työssä ovat M-square ja M-Absolute, polynomimuotoisista vektorimalleista duraatiovektori ja M-vektori sekä pääkomponenttimalli. Pääkomponenttimalli eroaa muista malleista siinä, että sen muuttujat johdetaan empiriasta teorian sijaan. Kyseessä on siis tilastollinen menetelmä. Neljännessä luvussa käsitellään malleilla tehtyjä tutkimuksia ja vertaillaan niiden tuloksia. Erityisen tarkasti käsitellään Gloria Soton (2004) artikkeli, joka on merkittävin tutkielmassa käsiteltäviä korkomalleja vertaava tutkimus. Luku viisi on loppupäätelmät. Se sisältää oman pohdinnan ja myös ajatuksia mallien soveltumisesta käytäntöön. Viimeinen luku sisältää myös ajatuksia aiheen tarjoamista jatkotutkimusmahdollisuuksista.

2 KORKOSIJOITTAMINEN

2.1 Korkosijoittamiseen liittyvät riskit

Yksi sijoittajan tärkeimpiä päätöksiä on pääomansa jakaminen eri omaisuusluokkien välillä. Omaisuusluokkien kaksi tunnetuinta pääryhmää ovat osakkeet ja korkoarvopaperit. Muut sijoituskohteet, kuten kiinteistöt tai raaka-aineet, muodostavat vaihtoehtoisten sijoituskohteiden ryhmän. (Fabozzi 2007, 1.)

Osakesijoituksen tuotto perustuu osakkeen arvonnousuun ja osinkoon, jonka maksamisesta osakeyhtiö päättää vuosittain. Osakesijoituksen tuottoa on näiden muuttujien epävarmuuden vuoksi erittäin vaikea arvioida etukäteen. Korkosijoitus tuottaa nimensä mukaisesti korkoa sijoittajalle. Tämän vuoksi koko juoksuaikansa pidetyn korkosijoituksen tulo on kiinteä ja siksi laskettavissa etukäteen.

Joukkovelkakirjalainat ovat korkoarvopapereita, joita laskevat liikkeelle pääosin yritykset tai valtiot. Liikkeellelaskija eli lainaa ottava taho myy joukkovelkakirjan sijoittajalle ja maksaa nimellisen pääoman takaisin ennalta sovittuna päivänä. Mikäli joukkovelkakirjaan on sovittu kuponkikorko, maksaa liikkeellelaskija ennalta määrättyä kuponkimaksua velkakirjan haltijalle tietyin väliajoin. Tavallisesti korko maksetaan puolivuosittain. Velkakirjaa, joka ei maksa kuponkikorkoa vaan ainoastaan nimellispääoman sovittuna päivänä, kutsutaan nollakuponkilainaksi. (Cuthbertson & Nitzsche 2004, 490-494.)

Joukkovelkakirjat ovat rahamarkkinoiden lisäksi korkosijoittamisen yleisin muoto. Rahamarkkinat koostuvat hyvin lyhyen sijoitusajan instrumenteista. Vuosien sijoitusajasta puhuttaessa voidaan keskittyä joukkovelkakirjamarkkinoihin. Tavalliselle kuluttajalle tutumpia ovat pankkien tarjoamat pitkän koron rahastot. Nämä korkorahastot ovat kuitenkin joukkovelkakirjasalkkuja, joiden koostumuksista salkunhoitajat huolehtivat.

Korkoinstrumentteihin sijoittamista pidetään yleisesti turvallisempana vaihtoehtona kuin osakesijoittamista. vaikka erittäin pitkällä aikavälillä sijoittamisesta on saatu myös eriäviä tuloksia (Siegel 2007). Korkosijoittamisen riskisyyttä pienentää kiinteän tulovirran lisäksi se, että korkosijoittajat ovat konkurssitapauksessa osakkeenomistajia paremmassa asemassa. Korkosijoittajat ovat verrattavissa lainanantajiin. Tämän vuoksi joukkovelkakirjojen omistajat saavat rahansa takaisin ennen osakkeenomistajia, jotka ovat sijoittaneet tietäen, että voivat konkurssitapauksessa pahimmillaan menettää sijoittamansa pääoman kokonaan. Sijoittamalla osa pääomasta korkoinstrumentteihin, pyritään tavallisesti vähentämään salkun riskisyyttä. Korkoinstrumentteihin sijoittaminen ei kuitenkaan ole riskitöntä, vaan siihen sisältyy lukuisia epävarmuutta aiheuttavia tekijöitä.

Luottoriski on jaettavissa kolmeen riskin osa-alueeseen: maksukyvyttömyyteen (default risk), luottoluokituksen muutokseen (downgrade risk) ja riskipreemioon. Maksukyvyttömyys tarkoittaa tilannetta, että lainanottaja ei pysty maksamaan takaisin korkoja tai lainaamaansa pääomaa. Luottoriskiä pyritään arvioimaan tarkastelemalla lainanottajan taloudellista tilannetta ja mahdollisia heikkouksia, jotka voisivat johtaa maksuvaikeuksiin. Luottoriskin arviointi on kuitenkin erittäin monimutkaista. Tämän vuoksi on syntynyt luottokelpoisuuksien arviointiin erikoistuneita yrityksiä, luottoluokittajia. Niiden antama luottoluokitus pyrkii kuvaamaan lainanottajan kykyä suoriutua velvoitteistaan. Näistä tunnetuimpia ovat Yhdysvaltalaiset Standard & Poor’s Corporation, Moody’s Investors Service ja Fitch Ratings. Ne luokittelevat velkakirjoja liikkeelle laskevat tahot eri luokkiin niiden maksukyvyn mukaan. Luokitus pohjautuu pääosin tunnuslukuihin, jotka mittaavat liikkeellelaskijan rahoitusasemaa. Korkea luokitus tarkoittaa matalaa maksukyvyttömyyden mahdollisuutta ja vastaavasti matala luokitus todennäköistä maksukyvyttömyyttä. Vaikka luokitus annetaan lainanottajalle, käytetään samaa luokitusta lainanottajan liikkeelle laskemiin velkapapereihin. Luottoluokitus vaikuttaa merkittävästi jo sijoituspäätöstä tehtäessä, mutta myös luottoluokituksen muuttumisen mahdollisuus kesken sijoitusajan on otettava huomioon. Luottoluokittajilla on korkomarkkinoilla merkittävä asema. Luottoluokituksen muuttuminen vaikuttaa suoraan luokiteltavan tahon velkakirjojen hintoihin. Mikäli lainanottajan luottoluokitus huononee, laskee myös luokitellun tahon liikkeelle laskemien velkakirjojen arvo välittömästi. Tällöin sijoittajan on päätettävä pitääkö hän riskiltään kasvaneen velkakirjan nykyisellä tuottoprosentilla vai myykö se pois uudella, alhaisemmalla hinnalla.

Riskipreemio on velkakirjan tuoton osa, joka ylittää vastaavan luottoriskittömän velkakirjan tuoton. Luottoriskittömänä voidaan pitää esimerkiksi Yhdysvaltojen tai Saksan valtion velkakirjaa. Tällaisen velkakirjan maksukyvyttömyys tarkoittaisi valtion konkurssia, mitä voidaan pitää lyhyellä aikavälillä mahdottomana. Mikäli korkoero kasvaa ilman että riskittömän velkakirjan tuotto muuttuu, sanotaan riskipreemion kasvaneen. Tämä tarkoittaa että lainanottajan luottoriski on kasvanut, jonka seurauksena velkakirjan hinta laskee. Riskipreemion muutokset koskevat yksittäistä lainanottajaa, mutta myös kokonaisia toimialoja tai talouksia. Esimerkiksi taantuman aikana yritysten tulevaisuudennäkymien heikentyessä sijoittajat vaativat korkeampaa riskilisää. Tämä johtaa lähes kaikkien ei-riskittömien lainanottajien riskipreemioiden kasvuun.

Mahdollisuutta, että velallinen ei suoriutuisi lyhyen ajan vastuistaan, kutsutaan likviditeettiriskiksi. Kyse ei siis ole lainanottajan kokonaisvaltaisesta varattomuudesta vaan siitä, että varallisuus on hankalasti käteiseksi muutettavassa muodossa. Yritys ei esimerkiksi pysty maksamaan joukkovelkakirjansa kuponkikorkoa vähäisten kassavarojen vuoksi. Nykyään likviditeettiriski ei toimivien rahoitusmarkkinoiden ansiosta muodostu usein ongelmaksi. Hetkellisesti käteisvarojen tarpeessa oleva taho saa tarvittaessa nopeastikin lainaa vaikeammin rahaksi muutettavia pääomiaan panttina käyttäen. Likviditeettiriski on enemmän lainanottajan ongelma.

On tärkeä huomata, että arvopaperin likviditeettiriski on eri asia kuin yrityksen maksukyvystä johtuva likviditeettiriski. Arvopaperin likviditeettiriski tarkoittaa mahdollisuutta, että velkakirjalla ei ole toimivia jälkimarkkinoita. Tällöin joukkovelkakirjan myyminen tai ostaminen voi olla hidasta tai hinnan muodostumisessa voi olla ongelmia. Arvopaperin voi joutua myymään todellista arvoaan alhaisemmalla hinnalla, jotta sen saisi kaupaksi nopeasti. Myyntihinta voi myös poiketa merkittävästi edellisen, mahdollisesti vain hieman aiemmin, arvopaperilla käydyn kaupan hinnasta. Mahdollisesta arvopaperin likviditeettiriskistä kertoo esimerkiksi poikkeavan suuri myynti- ja ostotarjousten välinen ero (bid-ask spread).

Inflaation eli hintatason nousun vuoksi rahan ostovoima ei pysy vakiona. Korkosijoittamiseen, kuten kaikkeen sijoittamiseen, kuuluu sijoitushorisontin inflaation arviointi. Inflaation tarkka ennustaminen on kuitenkin vaikeaa, sen muuttuessa makrotaloudellisten tekijöiden vaikutuksesta. Inflaation muuttumisen mahdollisuutta kutsutaan inflaatioriskiksi. Inflaatioriskin merkitys sijoituspäätöstä tehtäessä on verrattain pieni, koska se vaikuttaa kaikkiin omaisuusluokkiin. Joukkovelkakirjojen tapauksessa inflaation vaikutus kaikkiin instrumentteihin on samanlainen.

Mikäli velkakirja on eri valuutassa kuin sijoittajan pääoma, täytyy ottaa huomioon myös vaihtokurssiriski. Euroopan talousalueella vaihtokurssiriskin merkitys on yhteisen valuutan myötä pienempi. Sijoittamalla esimerkiksi dollarimuotoiseen velkakirjaan altistuu eurooppalainen sijoittaja vaihtokurssiriskille. Mikäli dollarin kurssi suhteessa euroon heikkenee kesken sijoitushorisontin, pienenevät eurooppalaisen sijoittajan euroiksi muutetut kassavirrat. Valuuttakurssin muutos vaikuttaa kaikkiin velkakirjan tuleviin kassavirtoihin.

Mikäli kaikki salkun arvopaperit erääntyvät sijoitushorisontin aikana, ovat arvopapereiden kassavirrat tiedossa jo etukäteen. Jos salkussa oleva korkopaperin juoksuaika on pitempi kuin sijoitushorisontti, täytyy se myydä ennen juoksuajan loppua. Tässä tapauksessa arvopaperin tulevista kassavirroista ei ole täyttä varmuutta. Tällöin täytyy ottaa huomioon instrumentin jälleenmyynnistä saatava kassavirta, johon vaikuttavia tekijöitä on useita. Korkosijoittamiseen sisältyvistä useista riskeistä huolimatta, tässä tutkielmassa keskitytään korkoriskiin, jolla on suurin merkitys korkosijoittajalle.

Yleensä korkoriskillä viitataan mahdollisuuteen, että korkotason muutoksella on vaikutusta tuottoihin tai kustannuksiin. Korkoinstrumentteihin sijoittavan näkökulmasta korkotason muutos ei vaikuta salkussa olevan korkopaperin tulevien kassavirtojen suuruuteen. Se vaikuttaa kuitenkin velkakirjan jälleenmyyntiarvoon ja siitä saatavien tulojen uudelleensijoitusmahdollisuuksiin (Fabozzi 2007, 17). Mikäli markkinakorot nousevat, laskee aiemmin liikkeelle lasketun obligaation arvo jälkimarkkinoilla. Tämä johtuu siitä, että markkinat vaativat uudella, korkeammalla korkotasolla parempaa tuottoa sijoitukselta. Koska velkakirjan kuponkikorko ei voi muuttua täytyy sen markkina-arvon laskea, jotta sen suhteellinen tuotto yltäisi vaaditulle tasolle. Tätä relaatiota kutsutaan hintariskiksi. Sijoittaja altistuu hintariskille, mikäli hän joutuu myymään erääntymättömiä velkakirjoja sijoitushorisonttinsa lopussa. Sijoitushorisontilla tarkoitetaan ajanjaksoa, jonka ajaksi sijoittaja sitoo pääomansa korkoinstrumentteihin tiettyä tuottoa tavoitellen.

Toinen osa korkoriskiä on jälleensijoitusriski. Se kuvaa epävarmuutta, jota liittyy korkosijoitusten sijoitushorisontin aikana maksamien kuponkimaksujen ja pääomanpalautusten jälleensijoittamisesta saataviin tuottoihin. Sijoittaja tekee sijoituspäätöksen velkakirjan tuottoprosentin perusteella. Jotta arvioitu tuottoprosentti toteutuisi, täytyy velkakirjan maksamat kuponkikorot pystyä sijoittamaan vaaditun tuottoprosentin suuruisella korolla. Mikäli markkinakorot kuitenkin muuttuvat kesken sijoitusajan, voi suunnitellun tuoton saaminen kuponkikoroille olla mahdotonta. Sijoittamalla nollakuponkilainoihin, joiden juoksuaika on vähintään tavoitellun sijoitushorisontin mittainen, voi päästä kokonaan eroon jälleensijoitusriskistä.

Hajauttaminen, eli pääoman jakaminen usean sijoituskohteen kesken, on tehokkaimpia keinoja riskienhallinnassa. Luotto-, likviditeetti- sekä luottoluokitusriski pienenevät merkittävästi hajauttamalla. Toisin kuin osakesijoittamisessa, jossa osakkeiden arvonvaihtelussa on suuria keskinäisiä eroja, joukkovelkakirjat reagoivat koron muuttumiseen samansuuntaisesti ja usein hyvin samansuuruisesti. Tämän vuoksi hajauttaminen ei ole tehokas keino korkoriskin minimoimisessa. Sijoittamalla pääoman pidemmän aikajänteen aikana, eli hajauttamalla ajallisesti, korkoriskiä on mahdollista pienentää hieman. Erilaisia johdannaisia ja korkosopimuksia hyödyntämällä korkoriskiä on mahdollista vähentää tehokkaammin. Erilaisten johdannaissopimusten runsaan tarjonnan vuoksi useimmilta riskeiltä on mahdollista suojautua niitä käyttäen. Esimerkiksi vaihtokurssiriskistä on helposti mahdollista päästä kokonaan eroon. Tässä työssä ei kuitenkaan käsitellä johdannaisten käyttämistä riskienhallinnassa. Korkoriskiä on myös mahdollista pienentää immunisoimalla korkosalkku. Tämä tarkoittaa suojausstrategiaa jossa sijoitussalkku muodostetaan niin että koron muuttuessa hieman, pysyy salkun arvo tavoiteajan lopussa kuitenkin samana. Koska kiinteäkorkoisten velkakirjojen herkkyys markkinakorkojen vaihtelulle muuttuu juoksuajan lyhentyessä, täytyy salkkua tasapainottaa jotta se pysyisi immunisoituna. Tällä tavoin salkun korkoherkkyys on mahdollista pitää samana. Immunisaatio perustuu ajatukseen, että pääoma sijoitetaan luottoriskittömiin ja kiinteäkorkoisiin sijoituskohteisiin (Peltokangas 1991).

Immunisaatioriski tarkoittaa epävarmuutta, jota liittyy immunisoidun joukkovelkakirjasalkun kuponkimaksujen ja pääomanpalautusten uudelleensijoittamiseen. Immunisaatioriski tarkoittaa siis jälleensijoittamisriskiä. (Fabozzi 2008, 550.)

2.2 Joukkovelkakirjan hinnan muodostuminen

Riskittömän joukkovelkakirjan hinta määräytyy suoraan siitä saatavien kassavirtojen nykyarvona. Kassavirta muodostuu kuponkimaksuista ja maturiteettiarvosta. Kun nykyinen korkotaso on tiedossa, on velkakirjan hinta mahdollista ratkaista.

Matemaattisessa muodossa esitettynä T-maturiteetin mittaisen joukkovelkakirjan markkina-arvo on

$$P_{bond} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^T}.$$

Mallissa velkakirjan hinta P_{bond} muodostuu diskontattujen kuponkikorkojen C ja diskontatun maturiteettiarvon M summana. Diskonttotekijänä on korko r. Mikäli kyseessä olisi nollakuponkilaina, sen hinta muodostuisi pelkästään nykyarvostetusta pääomanpalautuksesta. Tällä kaavalla laskettu hinta on niin sanottu puhdas hinta (clean price). Kuponkikorkoa maksaville velkakirjoille on mahdollista laskea myös niin sanottu likainen hinta (dirty price). Silloin laskettaessa otetaan huomioon kuinka paljon seuraavasta kuponkikorosta kuuluu edelliselle ja kuinka paljon uudelle velkakirjan omistajalle. Kyseessä on siis vain pieni korjaus velkakirjan senhetkiseen hintaan.

Velkakirjan tuottoprosentti (yield to maturity) tarkoittaa korkoa, jolla diskonttaamalla velkakirjan positiiviset kassavirrat saadaan velkakirjan markkinahinta. Se lasketaan muuten samanlaisella kaavalla kuin velkakirjan markkinahinta, mutta korko korvataan tuottoprosentilla

$$P_{bond} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^T}.$$

Laskiessa tuottoprosenttia on velkakirjan markkinahinta selvillä jolloin mallista muodostuu yhtälö. Velkakirjan tuottoprosentti on se y:n arvo, joka toteuttaa yhtälön.

2.3 Duraatio ja konveksisuus

Tunnetuin korkoriskin mittari on Frederick R. Macaulayn (1938) kehittämä duraatio. Duraatio kertoo korkosijoituksen diskontatuilla kassavirroilla painotetun takaisinmaksuajan vuosissa. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä ajanhetkeä, jolloin korkosijoitus on maksanut puolet nykyarvoon muutetusta kassavirrastaan sijoittajalle. Se saadaan laskemalla yhteen jokaisen periodin diskontatut kassavirrat ja ottamalla siitä keskiarvo maturiteetin suhteen. (Fabozzi 2007, 22.)

Duraatio on velkakirjan hinnan ensimmäinen derivaatta koron suhteen. Matemaattisessa muodossa esitettynä duraatio on

$$D_{mac} = \sum_{t=1}^{T} t w_t \,.$$

Painot saadaan kaavasta

$$w_t = \frac{CF_t / (1+y)^t}{P_{Bond}} \,,$$

jossa y on velkakirjan tuottoprosentti (yield to maturity), CF_t kassavirta hetkellä t ja P_{Bond} obligaation hinta (Bodie & al. 2009, 516). Edellä mainitussa mallissa korko on diskreetissä muodossa. Jatkuva-aikaisena mallina duraation kaava on sama, mutta painot muodostuvat kaavalla

$$w_t = \frac{CF_t e^{-yt}}{\sum_{t=1}^{T} CF_t e^{-yt}} \,.$$

Duraatiota käytetään arvioitaessa korkosijoituksen herkkyyttä koronmuutokselle. Mitä lähempänä obligaation kassavirrat ovat nykyistä ajanhetkeä, sitä vähemmän korkomuutoksella on vaikutusta obligaation jälleenmyyntihintaan. Joukkovelkakirjoista suurin duraatio on siis nollakuponkilainalla, joka ei maksa kuponkikorkoa, vaan ainoastaan nimellispääoman juoksuaikansa päätteeksi. Nollakuponkilainan duraatio on yhtä suuri sen juoksuajan kanssa.

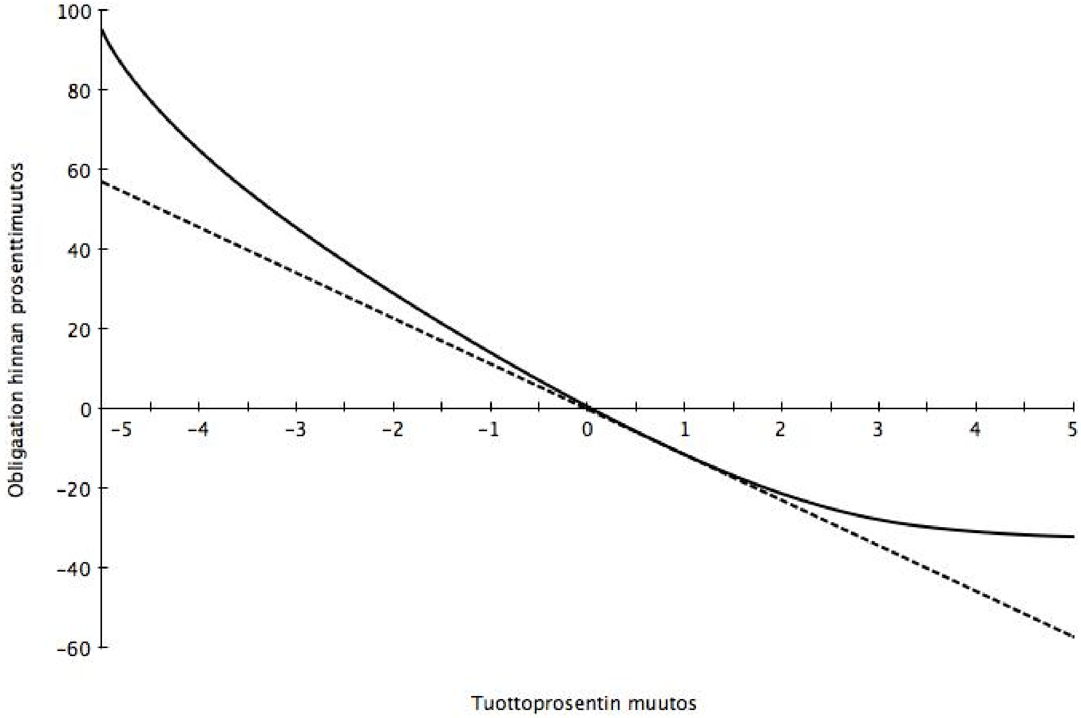
Macaulayn duraatiota yleisemmin riskimittarina käytetään modifioitua duraatiota. Sen soveltaminen käytäntöön on helpompaa, sillä se kertoo suoraan prosentuaalisen muutoksen arvopaperin hinnassa korkotason muuttuessa yhdellä korkopisteellä. Modifioitu duraatio saadaan Macaulayn duraatiosta seuraavalla tavalla:

$$D_{\mathrm{mod}} = \frac{D_{mac}}{(1 + y/k)}$$

Mallissa k on kuponkikorkojen määrä vuodessa.

Modifioitu duraatio on hyvä arvio korkoriskistä korkotason muutoksen ollessa pieni, koska obligaation arvonmuutos on samaa suuruusluokkaa riippumatta nouseeko vai laskeeko korkotaso. Koronmuutos ja velkakirjan arvonmuutos ovat vastakkaissuuntaisia. Obligaation hinta ei kuitenkaan reagoi symmetrisesti suurempiin korkomuutoksiin, vaan prosentuaalinen arvonnousu korkojen laskiessa on suurempi kuin prosentuaalinen arvon aleneminen korkojen noustessa. Lisäksi joukkovelkakirjan arvo ei muutu lineaarisesti, mikäli korkotason muutos on suuri. Korkotason laskiessa velkakirjan duraatio kasvaa. Vastaavasti korkotason noustessa duraatio pienenee. Tämän seurauksena velkakirjan ja koron välinen suhde on konveksi. Tämä on nähtävissä kuviosta 1. Duraation antama arvio velkakirjan hinnan korkoherkkyydestä on symmetrinen ja lineaarinen. Siksi se ei ole hyvä arvio arvonmuutoksesta, mikäli korkotason muutos on suuri. (Fabozzi 2007, 160-162.)

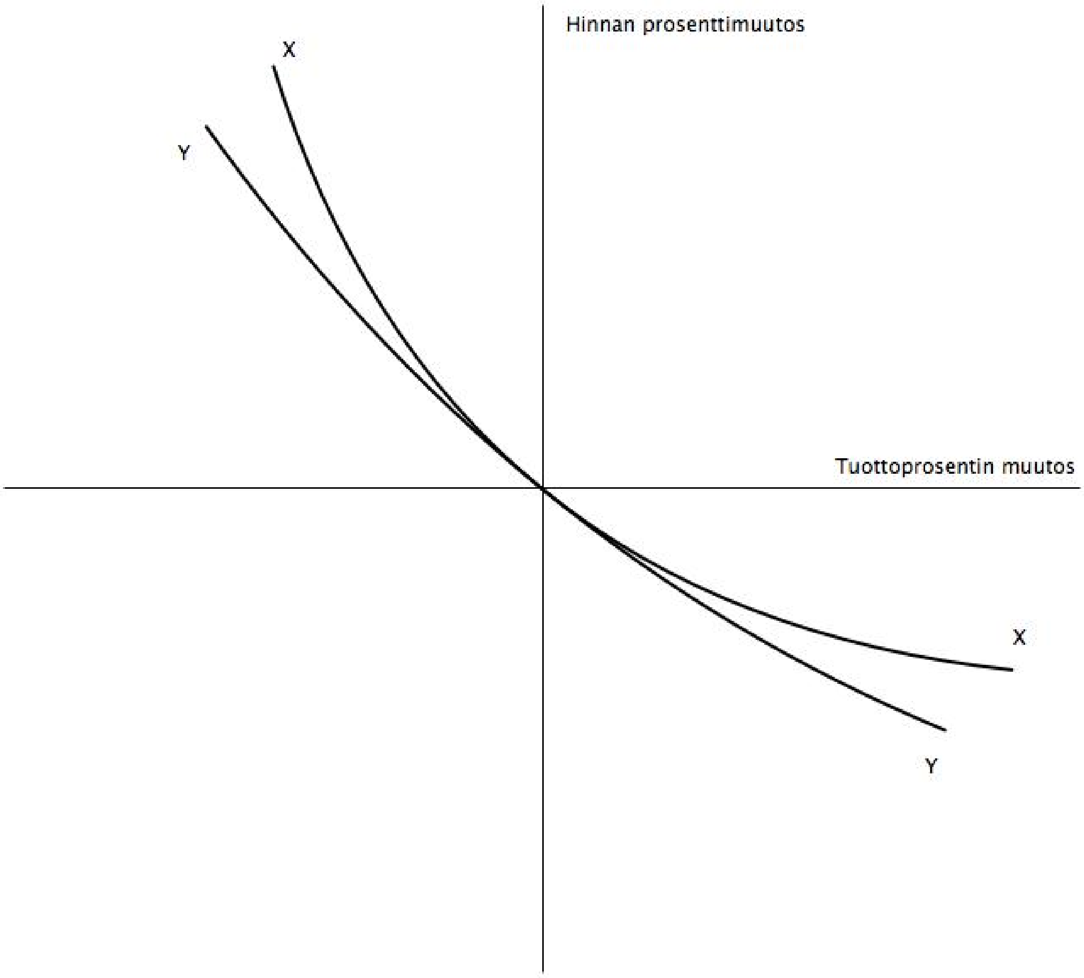
Myös Fisher ja Weil (1971) kehittivät oman mallinsa duraatiosta. Heidän mallissaan diskonttotekijänä käytetään nykykorkoja sisäisen korkokannan sijaan. Heidän mallissaan korkorakenteen ei tarvitse olla vaakasuora, mutta koronmuutosten oletetaan silti olevan luonteeltaan tasaisia. Mallia kutsutaan yleisesti Fisher-Weil – duraatioksi.



Kuvio 1. Obligaation hinnan konveksisuus. (Bodie & al. 2009, 523.)

On mahdollista että kahdella joukkovelkakirjalla on sama duraatio mutta velkakirjojen hinnat reagoivat suurempiin korkotason muutoksiin eri tavalla. Konveksisuus mittaa duraation muutosta korkojen muutoksen suhteen. Korkotason muutoksen ollessa pieni, näiden joukkovelkakirjojen arvonmuutokset ovat samansuuruisia. Jos korkotaso muuttuu kuitenkin enemmän, eroavat joukkovelkakirjojen arvonmuutokset merkittävästi toisistaan. (Hull 2010, 142.)

Kuviossa 2 on kaksi velkakirjaa, joiden duraatio nykyisellä korkotasolla on sama. Velkakirjan X konveksisuus on kuitenkin selkeästi suurempi kuin velkakirjan Y. Koron laskiessa enemmän kuin muutaman peruspisteen verran, nousee velkakirjan X arvo velkakirjan Y arvoa enemmän. Mikäli korko nousisi saman verran, laskee velkakirjan X arvo vähemmän kuin velkakirjan Y. Duraatiomallin oletusten puitteissa velkakirjan suuri konveksisuus on toivottu ominaisuus. Se lisää tuottoa laskevan korkotason tilanteessa ja vähentää tappiota mikäli korkotaso nousee.



Kuvio 2. Kaksi joukkovelkakirjaa, joilla on sama duraatio. (Hull 2010, 143.)

Velkakirjoilla joilla on sama duraatio, tuottoprosentti ja juoksuaika, voi silti olla erilainen konveksisuus. Mitä suurempi kuponkikorko velkakirjalla on, sitä pienempi on sen konveksisuus. Suurin konveksisuus on siis nollakuponkilainalla. Joukkovelkakirjalla, johon ei ole sidottu optioita, konveksisuus on aina positivinen.

Mallimuodossa esitettynä konveksisuus on

$$C = \sum_{t=1}^{T} t^2 w_t .$$

Painot w_t tulevat samasta funktiosta kuin diskreetin duraation tapauksessa. Kuten duraation tapauksessa, myös konveksisuus voidaan kirjoittaa jatkuva-aikaisena käyttämällä painoja jatkuva-aikaisen duraation kaavasta.

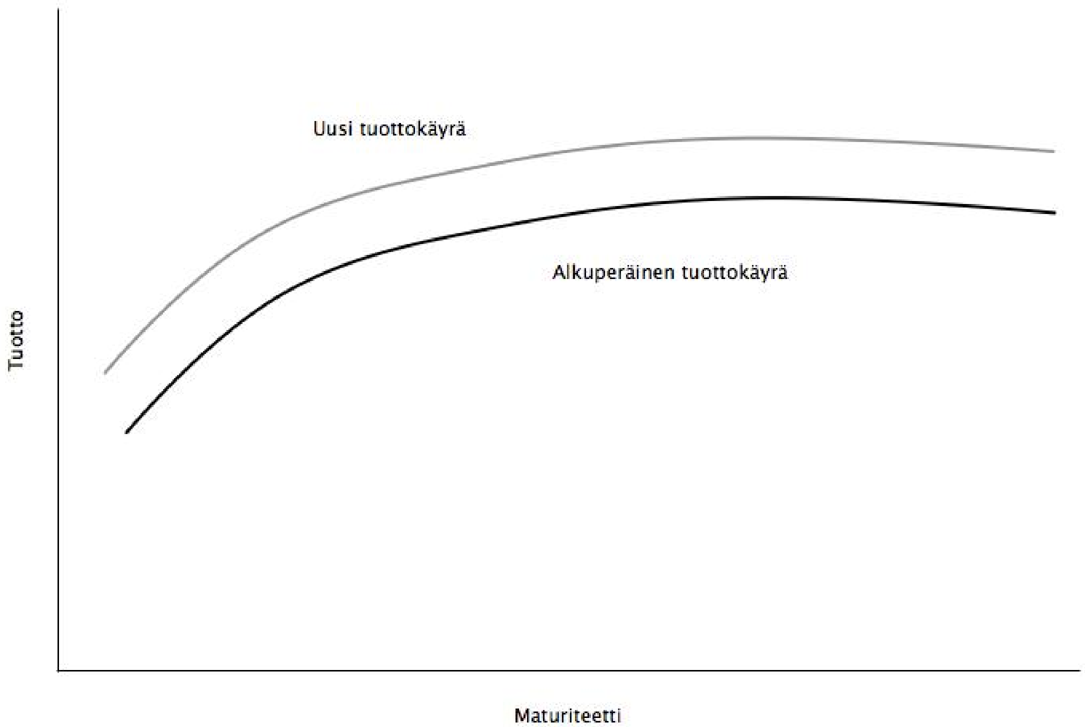
Konveksisuus yksinään ei ole valmis korkoriskin mittari, vaan sitä käytetään yhdessä duraation kanssa. Yhdistämällä duraatioon konveksisuuskorjaus saadaan mittari, joka huomioi paremmin arvonmuutoksen epälineaarisuuden ja antaa siksi tarkempia arvioita kuin pelkkä duraatio (Nawalkha & Soto 2008). Konveksisuuskorjattu arvio velkakirjan arvonmuutoksesta on matemaattisesti esitettynä:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{mac}\Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2 .$$

Malli on muodostettu Taylorin approksimaatiolla ja siinä korko on jatkuva-aikainen.

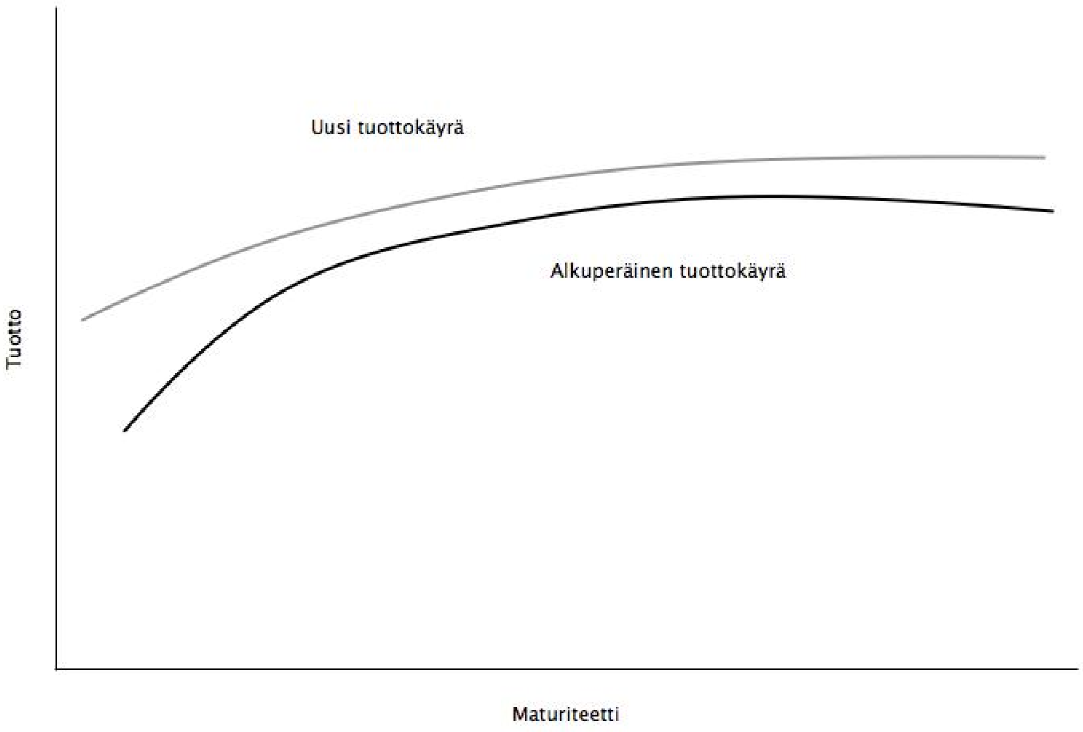
Suuren konveksisuuden on ajateltu olevan hyvä asia velkakirjalle. Kun korko nousee, enemmän konveksin velkakirjan arvo laskee vähemmän ja vastaavasti koron laskiessa arvo nousee enemmän kuin vähemmän konveksin. Uusien tutkimusten mukaan konveksisuus ei kuitenkaan ole pelkästään hyvä asia. Jo 15 vuotta sitten Ingersoll, Skelton ja Weil (1978) kritisoivat Macaulayn duraation oletuksia siitä, että korkokäyrän siirtymä olisi tasainen ja äärettömän pieni. Lacey ja Nawalkha (1993) tutkivat onko konveksisuus velkakirjan tuottoa parantava vai vähentävä ominaisuus. Aineistona he käyttivät Yhdysvaltojen valtion joukkovelkakirjoja vuosilta 1976-1987. He toteavat konveksisuudella ja immunisaatioriskillä olevan suora yhteys. Tutkimuksessa he huomasivat tuoton ja konveksisuuden suhteen olevan jopa negatiivinen tietyillä aikaperiodeilla. Löydöt ovat linjassa Ingersollin ja kumppaneiden kritiikin kanssa. Tämän perusteella on myös mahdollista, että konveksisuus on hinnoiteltu markkinoilla.

Tähän asti korkoa on käsitelty vain yhtenä lukuna. Eripituisten juoksuaikojen vuosikorot eroavat kuitenkin toisistaan. Eri maturiteeteille voi siis olla erilainen tuottoprosentti. Samalla tavoin kuin korkokäyrä kuvaa vuosikorkoa maturiteetin suhteen, kuvaa tuottokäyrä velkakirjan tuottoprosenttia maturiteetin suhteen. (Bodie ym. 2009, 484-487.)



Kuvio 3. Tuottokäyrän tasainen siirtyminen. (Fabozzi 2007, 189.)

Tasaisesti siirtyvän korkokäyrän tapauksessa korkomuutos on yhtä suuri kaikille maturiteeteille. Tämä on kuvattu kuviossa kolme. Korkomuutos ei kuitenkaan välttämättä ole aina tasainen. Muutos voi olla eri suuruinen maturiteettien välillä tai vaikuttaa vain osaan juoksuajoista. Kuviossa neljä on kuva tilanteesta, jossa lyhyet korot nousevat muita juoksuaikoja enemmän. Tätä korkokäyrän muotoa latistavaa muutosta kutsutaan perhossiirtymäksi (butterfly shift). Eripituisia joukkovelkakirjoja sisältävän sijoitussalkun arvo saattaa siis reagoida eri tavalla erilaisiin tuottokäyrän muutoksiin. Tätä kutsutaan tuottokäyräriskiksi. (Fabozzi 2007, 23.)



Kuvio 4. Tuottokäyrän epätasainen siirtyminen. (Fabozzi 2007, 189.)

Perinteisesti immunisointi on tehty duraation ja konveksisuuden avulla. Duraatio kuitenkin olettaa korkomuutoksen olevan samansuuruinen kaikilla juoksuajoilla. Vaikka korot liikkuvat pääsääntöisesti samaan suuntaan, ei tämä ei ole realistinen oletus. Korkomuutokset eri maturiteeteille ovat usein erisuuruisia. Tutkimukset osoittavat, että duraatio ei ole erityisen tehokas immunisointikeino. Nawalkhan ja Soton (2008) mukaan lyhyet maturiteetit liikkuvat voimakkaammin kuin pitkät korot. Tästä johtuen duraatio selittää ainoastaan noin 70% riskittömien joukkovelkakirjojen ex-post tuottovaihtelusta (Nawalkha & Soto 2008, 5).

3 EPÄTASAISELTA TUOTTOKÄYRÄRISKILTÄ SUOJAUTUMISEN MALLINTAMINEN

On olemassa malleja, joilla epätasaiselta korkokäyrän siirtymältä on mahdollista suojautua. Mallit ovat M-Square/M-absolute –malli, duraatiovektori/M-vektori-malli ja pääkomponenttimalli. Mallit sopivat erilaisiin suojaustehtäviin, kuten indeksien replikointiin tai velkakirjasalkun immunisointiin. (Nawalkha ja Soto 2008.)

Mallit on pääkomponenttimallia lukuun ottamatta johdettu duraatio-konveksisuus –mallista, joka olettaa korkomuutoksen olevan tasainen eli jokaiselle maturiteetille samansuuruinen. Tämä oletus on kuitenkin epärealistinen, koska korkomuutokset harvoin tapahtuvat tasaisesti kaikilla maturiteeteilla.

3.1 M-square

M-square -malli on lineaarinen transformaatio konveksisuudesta, jonka kehittivät Fong ja Vasicek (1984). Salkun M-square-arvo saadaan kassavirtojen maturiteettien ja suunnitellun ajanhetken välisten aikojen neliöiden kassavirroilla painotettuna keskiarvona (Nawalkha ja Soto 2008). Mallin johtaminen Fongin ja Vasicekin tapaan löytyy liitteestä 1.

Immunisoidaan joukkovelkakirjalainasalkku ajanhetkellä $s_0 = 0$ tavoitellun aikahorisontin H suhteen. C_t on kuponkimaksu ajanhetkellä $t = t(1)$, t(2),…,t(N).

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} = \frac{\sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t \left\{ \exp[f(t)] - 1 \right\}}{I_0},$$

missä:

- $I_H = I_0 / W_H$

- $I_0 = \sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t$
- W_t = diskonttofunktio, $\exp[-\int_0^t i(\tau)d\tau]$
- i(t) = nykyinen termiinikorkokorko termille t
- $f(t) = \int_t^H \Delta i(\tau)d\tau$
- $\Delta i(t)$ = muutos termiinikorossa i(t), kun t = 0.

Ensimmäisen kertaluvun alaraja salkun loppuarvosta saadaan epäyhtälöstä

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} \geq -\frac{1}{2}KM^2,$$

missä $C_t \geq 0$ kaikilla $t \geq 0$ sekä

$$M^2 = \frac{\sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t (t-H)^2}{I_0}.$$

Termi K kuvaa muutosta aikarakenteen kulmakertoimessa eikä siihen ole mahdollisuutta vaikuttaa. Sen sijaan termi M^2 riippuu täysin sijoitussalkun rakenteesta ja on tämän vuoksi sijoittajan keino vaikuttaa salkun korkoriskiin altistumiselle. (Fong & Vasicek 1984.)

Kaavassa H on tavoiteltu aikaväli ja painot saadaan duraatiosta muodostetusta funktiosta. Salkku jolla on pieni M-square –arvo, kassavirrat keskittyvät tavoitehorisontin ympärille. Tällöin salkun arvo ei ole herkkä epätasaiselle korkomuutokselle. (Nawalkha & Soto 2008.)

M-square on kahden riskimuuttuja malli, eli sillä tehtävä suojaus on kaksivaiheinen. Tavallisin tapa on muodostaa salkku niin, että sen duraatio on sama kuin tavoitehorisontin. Tämän ehdon täyttäneistä salkuista valitaan se, jolla on pienin M-square –arvo. (Fong & Vasicek 1984.)

Vaikka konveksisuus ja M-square antavat samankaltaista tietoa joukkovelkakirjan riskisyydestä, katsovat ne sitä erilaisista näkökulmista. Konveksisuus keskittyy joukkovelkakirjan tuoton kasvamiseen suurten ja tasaisten korkotason muutosten johdosta. M-square puolestaan keskittyy tuottokäyrän kääntymisestä aiheutuvaan korkoriskiin. Tämän vuoksi konveksisuutta ja M-squarea sovelletaan täysin vastakkaisiin tarkoituksiin korkoriskin analysoinnissa ja salkunhallinnassa. (Nawalkha & Soto 2009.)

3.2 M-Absolute

M-absolute –malli on johdettu Fongin ja Vasicekin kehittämästä M-square –mallista. Toisin kuin M-Square, joka tarvitsee kaksi riskifaktoria epätasaista korkokäyräriskiä vastaan suojautumisessa, M-Absolute tarvitsee vain yhden. Tämä helpottaa mallin soveltamista käytäntöön. Mallin antama suojaus ei kuitenkaan ole yhtä tarkka kuin kahta faktoria käyttävän M-Squaren. (Nawalkha ja Chambers 1996.)

M-absoluten johtamiseksi määritellään muuttuja C_t salkun joukkovelkakirjojen kassavirraksi ajan hetkellä t (t = t(1), t(2), …, t(N)). Termiinikorkojen välittömän muuttumisen aiheuttama prosentuaalinen muutos salkun odotetussa loppuarvossa saadaan Fongin & Vasicekin (1984) johtamasta yhtälöstä

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} = \frac{\sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t \left\{\exp[f(t)] - 1\right\}}{I_0},$$

missä:

- $I_H = I_0 / W_H$
- $I_0 = \sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t$

- W_t = diskonttofunktio, $\exp[-\int_0^t i(\tau)d\tau]$
- i(t) = nykyinen termiinikorkokorko termille t
- $f(t) = \int_t^H \Delta i(\tau)d\tau$
- $\Delta i(t)$ = muutos termiinikorossa i(t), kun t = 0.

Ensimmäisen kertaluvun alaraja salkun loppuarvosta saadaan epäyhtälöstä

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} \geq -K_3 M^A,$$

missä $C_t \geq 0$ kaikilla $t \geq 0$ sekä

$$M^A = \frac{\sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t |t-H|}{I_0}$$

ja $K_3 = Max(|K_1|,|K_2|)$, toteuttaen $K_1 \leq \Delta i(t) \leq K_2$ kaikilla $t \geq 0$. K_1 ja K_2 ovat ylä- ja alaraja t:n muutokselle. Mallin johtaminen on Nawalkhan & Chambersin (1996) artikkelin liitteessä B.

M^A on epäyhtälön avaintermi. Se kertoo kassavirtojen maturiteettien ja suunnitellun ajanhetken välisten aikojen itseisarvojen keskiarvon. Mallin ainoa ero M-squareen on siis itseisarvojen ottaminen aikaperiodeista, kun M-squaressa aikaperiodit on korotettu toiseen potenssiin. Vaikutus on kuitenkin hyvin samankaltainen. Kaikki negatiiviset ajanjaksot muuttuvat positiivisiksi. Negatiivisia ovat ne ajanjaksot, joissa kassavirta tapahtuu suunnitellun horisontin jälkeen. Itseisarvon ottamisen jälkeen negatiiviset ajanjaksot eivät enää pienennä riskiä, vaan lisäävät sitä.

Termiin M^A on mahdollista vaikuttaa salkun koostumuksen valinnalla, toisin kuin termiin K_3, joka riippuu korkojen liikkeistä. Kuten M-Square –mallissa, mitä pienempi M-absoluten arvo, sitä vähemmän salkku on altis immunisaatioriskille. Erikoistapauksena voidaan pitää tavoiteajan lopussa erääntyvää nollakuponkilainaa, jonka M-absolute on nolla, eli se on täysin immuuni korkoriskille. (Nawalkha & Chambers 1996, 5.) Sijoittamalla koko pääoma vain yhteen velkakirjaan, jättää hajauttamisesta saatavan hyödyn kokonaan käyttämättä. Tällöin altistuu täysin kaikille edellä luetelluille riskeille, joista pahimmillaan voi aiheutua jopa koko pääoman menettäminen. Tätä erikoistapausta lukuun ottamatta sijoitussalkun M-absolute ei ole nolla.

Mallin merkittävin ero M-squareen on sen yksinkertaisuus. M-square tarvitsee kahden riskimuuttujan mallina rajoitefunktion. M-absolute ei tarvitse sellaista. Yhden horisontin sijoitussalkun optimointi M-absolutella tapahtuu funktiolla

$$Min\left[\sum_{i=1}^{J} p_i n_i M_i^A\right],$$

ehdolla, että

$$\sum_{i=1}^{J} p_i n_i M_i^A = I_{P0},\ \ n_i = 0, \text{ kaikilla i = 0,1,…,J,}$$

missä p_i on velkakirjan i hinta, n_i on velkakirjojen i määrä salkussa, M_i^A on velkakirjan i M-absolute –arvo ja I_{P0} on investoitava rahamäärä (Nawalkha & Chambers 1995).

Kuten M-square myöskään M-absolute ei hyväksy lyhyitä positioita velkakirjoissa. Tämän vuoksi täysin immuunin salkun rakentaminen ei erikoistapausta lukuuottamatta ole mahdollista.

Duraatiolla tehty immunisointi suojaa salkun täydellisesti tuottokäyrän tasaista siirtymää vastaan, mutta jättää kokonaan huomiotta muunkaltaiset muutokset korkokäyrässä. Muodostamalla salkku jolla on pieni M-Absolute -arvo vähenee korkokäyrän siirtymästä aiheutuva riski vain osittain, mutta myös muiden korkokäyrän muutosten aiheuttamat vaikutukset pienenevät merkittävästi. Mallin valinta perustuu siis merkittävästi odotettavissa olevan korkomuutoksen laatuun. (Nawalkha & Soto 2009.)

Mallien eroja voidaan havainnollistaa esimerkin avulla. Muodostetaan kaksi velkakirjasalkkua, jotka koostuvat molemmat kahdesta nollakuponkilainasta. Salkku A sisältää 50% arvostaan kahden vuoden ja 50% kolmen vuoden nollakuponkilainaa. Salkku B sisältää 50% yhden vuoden ja 50% neljän vuoden nollakuponkilainaa. Sijoitushorisontti on 2.5 vuotta.

Salkun A duraatio on (50% x 2.0 vuotta) + (50% x 3.0 vuotta) = 2.5 vuotta

Salkun A M^A on (50% x $|2.0 - 2.5|$ vuotta) + (50% x $|3.0 - 2.5|$ vuotta) = 0.5 vuotta

Salkun B duraatio on (50% x 2.0 vuotta) + (50% x 3.0 vuotta) = 2.5 vuotta

Salkun A M^A on (50% x $|1.0 - 2.5|$ vuotta) + (50% x $|4.0 - 2.5|$ vuotta) = 1.5 vuotta

Mikäli salkkuja vertaa ainoastaan duraation perusteella, vaikuttavat ne riskiltään yhtä suurilta. Lähempänä tavoitehorisonttia olevien kassavirtojen ansiosta salkku A on vähemmän altis epätasaisista ja äärettömän pientä suuremmista korkokäyrän siirtymistä johtuvasta riskistä. M-absolute onnistuu riskimittarina näyttämään tämän eron. (Nawalkha & Chambers 1995.)

3.3 Duraatiovektorimalli

Kuten edellä on todettu, duraation tekemät yleistykset koron käyttäytymisestä johtavat epätarkkaan arvioon velkakirjan hinnan herkkyydestä korkomuutoksille. Duraatiovektorin kantava ajatus on käyttää useita riskitekijöitä sisältävää mallia paremman vastaavuuden aikaansaamiseksi. Sen idean esitteli alun perin Cooper (1977). Hän tutki neljää erilaista fuktiomuotoa, jotka selittivät korkoja ajan ja kolmen parametrin avulla. Tutkimuksessa riskiä edustaa se, ettei mallin tulevia parametreja tiedetä. Chambers ja Carleton (1981) johtivat mallista vähemmän rajoitteita sisältävän version. Käyttämällä Taylorin sarjaa apuna johtamisessa, he saivat mallin muotoon, jossa se selviää myös suuremmista faktoreiden nykyarvon muutoksista. (Chambers, Carleton & McEnally 1988.)

M-Absolute- tai M-square-mallilla ei voida erityistapauksia lukuunottamatta saavuttaa täysin immuunia portfoliota. Duraatiovektorimallilla on saavutettu parempia tuloksia. Käyttämällä kolmesta viiteen riskitekijää, on saatu aikaiseksi lähes täydellinen immunisaatio epätasaiselle koronmuutokselle. Parempi suojaus vaatii kuitenkin suuremmat uudelleenbalansointikustannukset, koska salkku täytyy tasapainottaa tiheämmin. (Nawalkha & Soto 2008, 8.)

Käyttäen polynomi-approksimaatiota Chambers ja Carleton rakentavat tuottomallin kuponkilainoille. Malli olettaa ettei velkakirja maksa kuponkikorkoa tai pääomanpalautusta ajanhetkien s ja s+1 välissä:

$$r_{i,s+1} = k + \sum_{w=1}^{\infty} D_{i,s}(w) \cdot q(w)$$

jossa

- $r_{i,s+1} = P_{i,s+1} / P_{i,s}$
- $P_{i,s}$ = luottoriskittömän joukkovelkakirjan i hinta hetkellä s
- $D_{i,s}(w) = \sum_{T=1}^{\infty} (C_i(T) \cdot B_s(T) / P_{i,s})(T-1)^w$,
- T = aika seuraavaan kuponki- tai pääomamaksuun
- $C_i(T)$ = luvattu tuotto velkakirjasta i, T periodien jälkeen
- $B_s(T)$ = T periodin jälkeen erääntyvän \$1 diskonttovelkakirjan hinta hetkellä s
- k = yhden periodin diskonttovelkakirjan tuotto ajanhetkesta s ajanhetkellä s+1 tapahtuvan erääntymiseen
- q(w) on satunnaismuuttuja, joka sisältää informaatiota korkokäyrän siirtymisestä aikavälillä s:stä s+1:een.

Velkakirjasalkun tuottoja kuvaava malli pohjautuu samaan periaatteeseen kuin yksittäisen velkakirjan tuottomalli:

$$r_{p,s+1} = k + \sum_{w=1}^{\infty} \sum_{i} y_i \cdot D_{i,s}(w) \cdot q(w)$$

Mallissa y_i kertoo velkakirjan i osuuden salkussa. Mallin vahvuus on siinä, että se kertoo suurimman osan korkojen aikarakenteeseen liittyvästä riskistä g(w):n ja D(w):n eli duraatiovektorin tulona. Vektoriin g(w), jota usein kutsutaan myös siirtymävektoriksi, ei ole mahdollista vaikuttaa salkun rakenteella. Sen vaikutus otetaan annettuna. Sen sijaan duraatiovektoriin D(w) on mahdollista vaikuttaa ja siirtymävektorin pysyessä samana, ulottuu vaikutus myös salkun riskisyyteen. Mikäli duraatiovektori olisi nollavektori, ei siirtymävektorilla g(w) olisi vaikutusta salkun arvoon. (Chambers & al. 1988.)

Duraatiovektorilla on kolme erityistapausta. Mikäli w = 1, on duraatiovektori D(1) lähes identtinen Fisherin ja Weilin duraation kanssa, eli se mittaa velkakirjan i herkkyyttä tasaiselle korkotason muutokselle. Ainoa ero on, että kaikkien kassavirtojen aika maturiteettiin on yhtä periodia lyhyempi. Kun w = 2, D(2) on tulevien kassavirtojen neliöityjen juoksuaikojen painotettu keskiarvo. Karkeasti voidaan sanoa, että D(2) mittaa velkakirjan i herkkyyttä korkokäyrän kulman muutokselle. Jos w on suurempi tai yhtäsuuri kuin 3, duraatiovektori keskittyy korkokäyrän konveksisuuden muutokseen. (Chambers & al. 1988.)

Empiirisen portfoliotutkimuksen perusteella Chambersin ja Carletonin duraatiovektorilla aikaansaatu suojaus on parempi kuin Macalayn duraation (Chambers & al. 1988).

3.4 M-vektorimalli

M-vektorimalli on Fongin ja Fabozzin M-squaresta johdettu, useita korkofaktoreita käyttävä laajennus (Nawalkha & Chambers 1997).[1] Nawalkha ja Chambers johtavat sen Taylorin sarjan avulla, jolloin malli ei duraatiovektorista poiketen rajoita korkotason muutosta tiettyyn funktiomuotoon (Nawalkha ja Soto 2008). Toisin kuin osa malleista, jotka kieltävät lyhyeksimyynnin, M-vektorimalli tarvitsee lyhyen position immunisaation aikaan saamiseksi (Nawalkha & Chambers 1997).

Myös M-vektorimallissa korkosalkun loppuarvon prosentuaalisen muutoksen kertovat kaksi tekijää, M-vektori ja siirtymävektori. Siirtymävektoriin vaikuttaa määritelty siirtymäparametri tavoitehorisontissa, mutta siihen ei ole mahdollista vaikuttaa sijoituspäätöksillä. Duraatiovektorin tavoin M-vektori riippuu kuitenkin täysin salkun rakenteesta ja on täten salkunhoitajan optimoitavissa. (Nawalkha & Chambers 1997.)

M-vektorimalli määritellään

$$M^m = \frac{\sum_{t=t(1)}^{t(N)} C_t W_t (t-H)^m}{I_0},$$

jossa m = 1, 2, … , Q.

Malli poikkeaa siis M-square –mallista ainoastaan eksponenttina olevan m:n verran. Asettamalla Q = 2 voidaan M-vektorimalli muuttaa Fongin ja Fabozzin kehittämällä tavalla johdetuksi M-Squareksi ja arvolla Q = 1 perinteiseksi duraatioksi. (Nawalkha & Chambers 1997.)

---

[1] Fongin ja Fabozzin tapa johtaa M-square on liitteenä 2.

3.5 Pääkomponenttimalli

Pääkomponenttimalli pohjautuu oletukseen, että tuottokäyrän liikkeet voidaan selittää lähes kokonaan muutaman tekijän avulla. Selittävät tekijät muodostetaan korkohistoriasta pääkomponenttianalyysin avulla. Pääkomponenttianalyysi on tilastollinen menetelmä, joka pyrkii löytämään yhdistäviä tekijöitä havaintojen välillä.[2] Yhdysvaltojen joukkovelkakirjoista tehtyjen tutkimusten mukaan korkotason muutosta voidaan kohtuullisesti mallintaa käyttämällä ainoastaan kolmea termiä. (Nawalkha & Soto 2009.)

Ensimmäinen termi c_h, jota usein nimitetään tasofaktoriksi (height factor), kuvaa korkokäyrän tasaista muutosta ylös- tai alaspäin. Toinen tekijä c_s kuvaa korkokäyrän kulmakertoimen muutosta. Sitä voisi kutsua kulmafaktoriksi (slope factor), sillä sen vaikutus pitkiin ja lyhyisiin korkoihin on päinvastainen. Kolmas tekijä c_c, kaarevuusfaktori (curvature factor), mallintaa korkokäyrän kaarevuuden muutosta. Sen vaikutus korkoihin on niin sanottu ”butterfly shift”, jossa lyhyet ja pitkät korot liikkuvat keskenään samaan suuntaan keskipitkien korkojen pysyessä paikallaan tai jopa liikkuessa vastakkaiseen suuntaan. (Nawalkha & Soto 2008.)

Korkomuutos voidaan antaa tekijöiden painotettuna summana, jolloin pääkomponenttimalli on matemaattiseen muotoon kirjoitettuna

$$\Delta y(t_i) = l_{ih}\Delta c_h + l_{is}\Delta c_s + l_{ic}\Delta c_c \qquad i = 1,\ldots, m$$

missä

Δc_h = muutos ensimmäisessä komponentissa

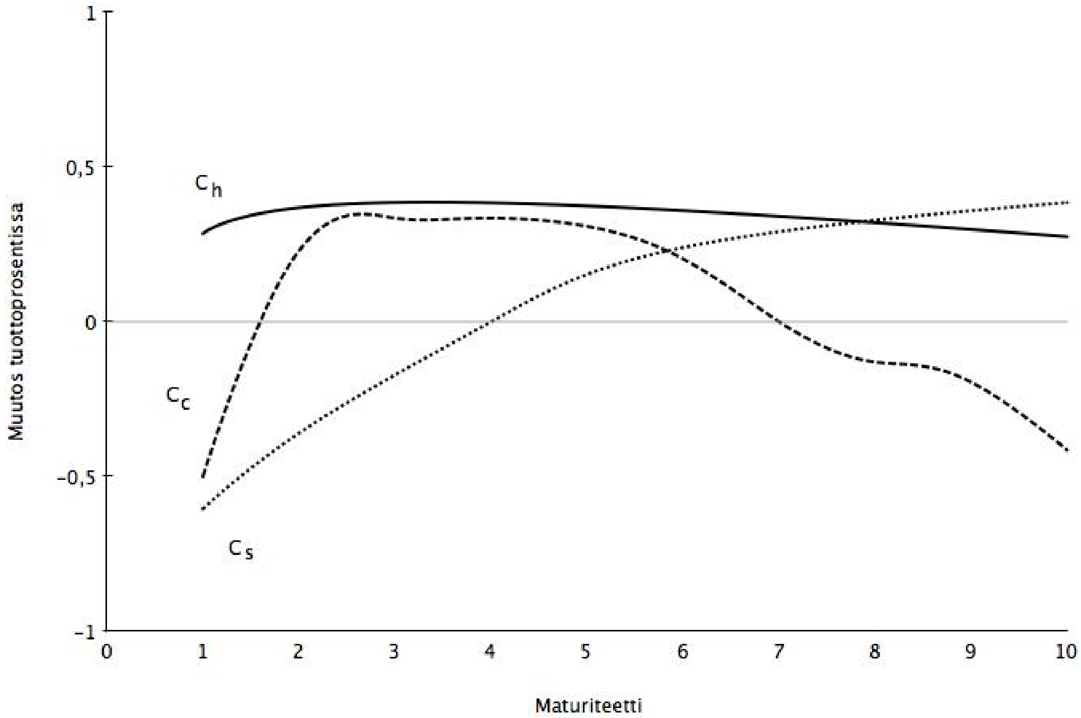
Δc_s = muutos toisessa komponentissa

Δc_c = muutos kolmannessa komponentissa.

---

[2] James & Webber (2000) käsittelevät tarkemmin pääkomponenttianalyysiä.

Mallissa l_{ih}, l_{is} ja l_{ic} ovat korkomuutoksen herkkyydet komponenttien muutoksille, eli ne määrittelevät kuinka paljon korko reagoi kunkin komponentin muutokseen. Herkkyystekijät on kuvattu kuviossa 4. (Nawalkha & Soto 2009.)



Kuvio 5. Pääkomponenttien muodot. (Nawalkha & Soto 2008.)

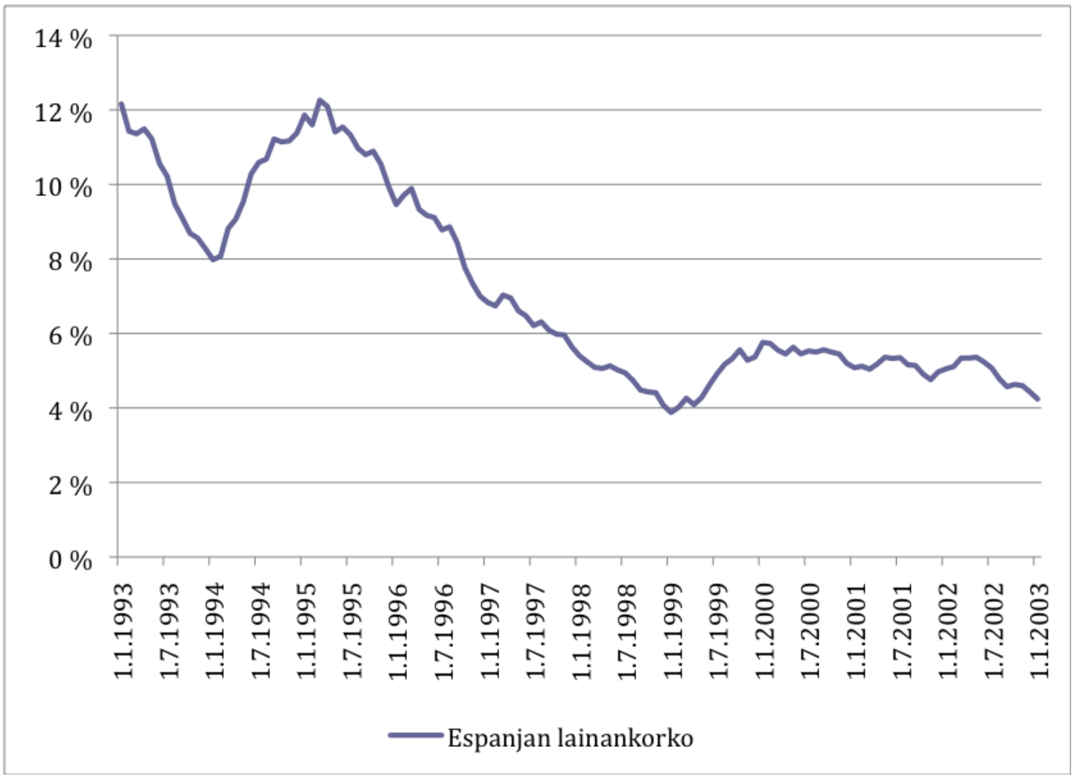
Näitä kolmea tekijää käyttämällä saadaan selitysasteeksi 80-95% ex-post -tuottoeroista, ajanjaksosta riippuen. Mallin etu on se, että riskitekijät ovat toisistaan täysin riippumattomia. Tämä helpottaa mallin soveltamista käytäntöön, kun kaikkia faktoreita voidaan käsitellä erikseen. (Nawalkha & Soto 2008.)

Mallia hyödynnettäessä on huomioitava että taloudellinen tilanne josta tekijät on johdettu, ei välttämättä ole samankaltainen kuin tilanne jossa mallia hyödynnetään ennustamiseen. Esimerkiksi keskuspankin aktiivisuus voi muuttaa pääkomponentteja, joita mallissa käytetään. (Tuckman 2002.)

Mallin suurin ongelma kuitenkin on, että se olettaa korkomuutosten kovarianssin olevan stationäärinen. Mikäli oletus ei toteudu, aiheutuu siitä epätarkkuutta ja virheitä suojauksessa. Muut tutkielmassa käsitellyt mallit eivät tee tätä oletusta. (Nawalkha & Soto 2008.)

4 KORKORISKIMALLITUTKIMUSTEN TULOSTEN VERTAILU

Korkoriskimalleilla pyritään mallintamaan korkojen käyttäytymistä, jotta koron muutoksiin pystyttäisiin varautumaan salkkumuodostettaessa. Alla olevassa kuviossa 6 on kuvattu Espanjan valtion 10 vuoden joukkovelkakirjalainan korkojen kehitys kymmenen vuoden ajalta. Kuten kuviosta voi nähdä, on korkotaso välillä muuttunut nopeasti lyhyessä ajassa ja välillä pysynyt suunnilleen samalla tasolla jopa vuosien ajan. Pientä muutosta korossa on kuitenkin tapahtunut koko ajan. Tämä kuvaa hyvin korkoriskiltä suojautumisen haastavuutta. Myöhemmin tässä luvussa käsiteltävässä artikkelissa Gloria Soto (2004) käyttää aineistonaan nimenomaan Espanjan velkakirjoja vuosilta 1992-1999. Tänä aikana korkotasossa on tapahtunut merkittäviä muutoksia, minkä vuoksi aineisto haastaa erinomaisen hyvin korkomalleilla aikaansaadut suojaukset.



Kuvio 6. Espanjan 10 vuoden valtionlainan korko. (ECB 2012.)

Nawalkha ja Chambers (1996) testasivat M-absolute –mallia ja duraatiomallia keskenään käyttäen McCullochin nollakuponkikorkojen jatkuva-aikaistettuja tuottoja vuosilta 1951-1986. He havaitsivat että M-absolute –strategia antoi selkeästi parempia tuloksia perinteiseen duraatiomalliin verrattuna. Malli ei immunisoi salkkua täydellisesti tasaisen korkokäyrän siirtymää vastaan, mutta ottaa huomioon myös muutokset korkokäyrän muodossa. M-absolutea tulisi Nawalkhan ja Chambersin mielestä käyttää silloin, kun usean muuttujan mallin käyttäminen ei monimutkaisuuden tai mittausvirheherkkyyden takia ole mahdollista.

Chambers & al. (1988) testasivat duraatiovektorimallia suojaamattomaan ja Macaulayn duraatiolla suojattuun salkkuun. He käyttivät USA:n valtionlainojen neljännesvuosiaineistoa 1976-1980. Velkakirjoiksi valikoituivat sellaiset, joiden maksamatta jättämien olisi tarkoittanut Yhdysvaltojen konkurssia. Näitä velkakirjoja voidaan siksi pitää riskittöminä. Loppupäätelmänä Chambers & al. toteavat duraatiovektorin testitulosten perusteella tehokkaammaksi malliksi kuin Macaulayn duraation.

Nawalkha & Chambers (1997) vertasivat M-square –mallin ja siitä johtamansa M-vektorimallin tarjoamia suojauksia toisiinsa. Aineistona he käyttivät edellä mainittua McCullochin dataa. He toteavat M-squaren vähentävän duraatiomalliin verrattuna merkittävästi riskiä. M-vektorimallilla he saavat eliminoitua yli 95% korkoriskistä, jota duraatio ei poista. Tuloksena on siis lähes korkoriskille immuuni salkku. Myös Ventura ja Pereira (2006) saavuttavat kolmen faktorin M-vektorimallilla samankaltaisia tuloksia käyttäen aineistona Portugalin joukkovelkakirjalainoja vuosilta 1993-1996.

Carcano ja Dall'O (2011) tutkivat malleista aihetuvaa immunisaatiovirhettä. Aineistona he käyttivät USA:n valtionlainoja ajalta 1996-2008. Sijoitushorisonttina oli kuukauden periodi. Lyhyttä horisonttia he perustelivat sillä, että instituutionaliset sijoittajat käyttävät keskimäärin 1-3 kuukauden ajanjaksoja suojatessaan salkkujaan. Tutkimuksen perusteella perinteiset, eniten käytetyt mallit aiheuttivat usein riskiä mallivirheille ja mittavia kaupankäyntikuluja. Osalla riskimittareista mallivirheiden esiintyminen oli hyvin sattumanvaraista. Tämä johti huonoihin lopputuloksiin suojaamisessa ja vaikeutti mallien vertailua. Parhaana mallina he pitävät virhekorjattua pääkomponenttimallia, joka tutkimuksessa antoi parhaan suojauksen kaikissa vertailuissa. He myös toteavat, että tuottokäyräriskiltä suojautuminen onnistuu tehokkaasti käyttämällä futuureja. Lisäksi futuurien avulla suojautumiseen tarvitaan vähemmän kassavaroja, niillä on parempi likviditeetti ja pienemmät kaupankäyntikulut.

Gloria Soto (2004) kirjoittaa moderneja korkoriskimalleja vertailevien tutkimusten puutteesta. Tavallisesti uutta mallia verrataan aina duraatioon, eikä mallien keskinäistä vertailua esiinny. Hän pyrkii artikkelillaan täyttämään tämän aukon empiirisen tutkimuksen saralla ja käyttääkin tutkimuksessaan 19 erilaista strategiaa, suojaamattomasta markkinasalkusta aina kolmen faktorin pääkomponenttimallin avulla suojattuun salkkuun. Hän pyrkii myös selvittämään, onko käytettyjen riskifaktorien määrällä merkitystä mallin tehokkuuteen. Artikkelissa käsitellyistä malleista suurin osa kuuluu tämän tutkielman piiriin, mutta siihen kuulumattomat mallit on jätetty pois.

Soto käyttää aineistona Espanjan joukkovelkakirjalainoja vuosilta 1992-1999. Markkina-aineistosta hän on rajannut tutkimuksen ulkopuolelle likviditeetiltä riittämättömät velkakirjat.[3] Vuotta 1992 aiemman datan poisjättämisen Soto perustelee niin ikään riittämättömällä likviditeetillä. Tutkimuksessa käytettyjen velkakirjojen hän toteaa olevan optiottomia ja luottoriskittömiä. Verrattain lyhyen aineiston tekee kuitenkin mielenkiintoiseksi Espanjan koron aikarakenteen merkittävät muutokset 1990-luvulla, jotka lisää haastavuutta korkoriskin hallintaan. Koska aineisto ei sisällä lyhyen maturiteetin velkakirjoja, olisi joidenkin juoksuajan

[3] Tarkat kriteerit likviditeetille on määritelty Soton (2004) artikkelin sivulla 1091.

täsmäyttämiseen perustuvien strategioiden (duration-matching) käyttö ollut mahdotonta. Tämän vuoksi Soto muodostaa niin kutsutun maturiteettiobligaation (maturity bond) jokaiselle korkosalkulle. Maturiteettiobligaatio on juoksuajaltaan pitempi kuin tavoitehorisontti, mutta erääntyy kuitenkin kuukauden sisällä tavoitehorisontin päättymisestä.

Tutkimuksessa Soto käyttää immunisointistrategiaa, jonka käytön perustelee kolmella syyllä. Ensimmäiseksi, immunisointi on duraatiomallien yksinkertaisin sovellus. Sen käyttö ei edellytä stokastisten prosessien avulla muodostettuja faktoreita, vaan riittää että seuraa muutaman rajoitteen täyttymistä. Toiseksi, duraatiomalleja on perinteisesti arvioitu vastaavalla tavalla tutkimuksissa. Kolmanneksi, suoriutumista mitataan yksinkertaisesti vertaamalla tavoitetuottoa ja efektiivistä tuottoa. Tavoitetuotot on muodostettu aineiston nollakuponkilainojen tuotoista.

Soto käyttää tutkimuksessa kolmea eri sijoitushorisonttia: yhtä, kahta ja kolmea vuotta. Usean horisontin avulla voidaan tutkia onko strategia tehokkaampi pidemmällä horisontilla. Tulosten lukumäärän lisäämiseksi ajanjaksot ovat osittain päällekkäisiä (overlap) yhtä puolen vuoden jaksoa lukuun ottamatta. Pääkomponenttimallien immunisoinnissa Soto käyttää sekä koko immunisointihetkeä edeltävän aineiston perusteella muodostettuja että neljän edellisen vuosineljänneksen aineistolla muodostettuja faktoreita. Faktorimallit balansoidaan uudelleen neljännesvuosittain sekä aina kuponkimaksun jälkeen. Käsitellyt strategia on esitetty tiivistettynä taulukossa 1.

Strategioiden kuvaukset	
Ilman duraatiota muodostettavat strategiat	
naive	Kaikki velkakirjat
maturity	Kaikki velkakirjat niin, että keskimääräinen juoksuaika tavoitehorisontin mittainen
mmabs	Velkakirja, jolla on pienin M-absolute -arvo
Yhden duraation strategiat yhdistettynä salkunmuodostusperiaatteeseen	
d1bullt	Bullet-salkku immunisoituna duraatiolla
d1barb	Barbell-salkku immunisoituna duraatiolla
Polynomifunktiolla muodostetut duraatiostrategiat	
polyn1	Ensimmäisellä polynomitekijällä immunisoitu salkku (perinteinen immunisointi)
polyn2	Kahdella ensimmäisellä polynomitekijällä immunisoitu salkku (perinteinen immunisointi m-squaren arvolla nolla)
polyn3	Kolmella ensimmäisellä polynomitekijällä immunisoitu salkku
polyn4	Neljällä ensimmäisellä polynomitekijällä immunisoitu salkku
polyn5	Viidellä ensimmäisellä polynomitekijällä immunisoitu salkku
Pääkomponenttimallin avulla muodostetut strategiat	
fact1	Ensimmäisellä pääkomponentilla immunisoitu salkku
fact2	Kahdella pääkomponentilla immunisoitu salkku
fact3	Kolmella pääkomponentilla immunistoitu salkku

Taulukko 1. Strategioiden kuvaukset. (Soto 2004.)

Kolme ensimmäistä strategiaa eivät hyödynnä duraatiota ollenkaan. Naive sisältää kaikki velkakirjat ja on muodostettu niin, että yksittäisen velkakirjan paino salkussa olisi mahdollisimman pieni. Tämä tarkoittaa samalla suurinta mahdollista hajautusta, mitä voidaan pitää tavoiteltavana. Myös Maturity sisältää kaikki velkakirjat ja saman tavoitefunktion minimoinnin, mutta sen keskimääräinen juoksuaika on sama tavoitehorisontin kanssa. Ilman tavoitefunktiota ehdot täyttäviä salkkuja olisi äärettömän monta. Tätä yksittäisen velkakirjan painon minimoivaa tavoitefunktiota hyödynnetään myös faktorimalleissa. Mmabs on M-absolute –strategia Nawalkha & Chambersin (1996) artikkelista. M-absolute –strategia pyrkii minimoimaan salkun M-absolute –arvon, minkä seurauksena salkuksi valikoituu M-absolute –arvoltaan pienin yksittäinen joukkovelkakirja. Painojen minimointifunktiota ei tarvita.

Seuraavat kaksi strategiaa, d1bullt ja d1barb, perustuvat perinteiseen immunisointiin, mutta lisäksi niissä kiinnitetään huomiota salkun kassavirtojen rakenteeseen. Näitä strategioita ovat käsitelleet esimerkiksi Fooladi & Roberts (1992) ja Bierwag & al. (1993). D1bullt on duraatiolla immunisoitu bullet-strategia. Bullet-strategiassa kassavirrat pyritään keskittämään mahdollisimman lähelle tavoitehorisonttia käyttämällä maturiteettiobligaatiota ja ensimmäistä tavoitehorisontin jälkeen erääntyvää velkakirjaa. D1barb on duraatiolla immunisoitu barbell-strategia. Siinä kassavirrat jakaantuvat tavoitehorisontin mittaisen velkakirjan ja juoksuajaltaan kaikkein pisimmän velkakirjan kesken. Kassavirtojen voidaan ajatella tällöin muodostavat käsipainon näköisen muodon, mistä nimi barbell. Koska molemmille strategioille löytyy yksi ehdot täyttävä salkku, ei painoja minimoivaa funktiota tarvita.

Soton käyttämän polynomimuotoisen duraatiovektoristrategian (polyn1-polyn5) ovat esitelleet Chambers & Carletonin (1988). Polyn1 –strategia immunisoi salkun tasaisia korkokäyrän siirtymiä vastaan eli kyseessä on perinteinen duraatioimmunisaatio. Kahta tekijää käyttävä malli polyn2 on perinteinen immunisointi, jossa salkun M-square –arvo on lisäksi saatu nollaksi. Tämä poikkeaa Fongin ja Vasicekin mallista, jossa lyhyeksimyynti on kielletty. Soto perustelee useamman kuin viiden faktorin mallien poisjättämisen sillä, että kaupankäynnistä ja uudelleenbalansoinnista aiheutuvat lisäkulut ylittävät immunisaation tehokkuudessa saatavan lisähyödyn.

Viimeisenä taulukossa ovat pääkomponenttimallia hyödyntävät strategiat (fact1-fact3). Pääkomponenttimalleja on yhtä faktoria hyödyntävästä kolmen faktorin malliin asti. Pääkomponenttimalli poikkeaa aiemmista muista faktorimalleista siinä, että sen riskimuuttujia ei voi tarkastella erikseen, vaan ne muodostuvat tilastollisen analyysin perusteella. Kummatkaan duraatiofaktorimallit eivät sisällä rajoitteita salkkujen konveksisuudesta eikä lyhyeksimyynnistä. Ilman lyhyeksimyynnin sallimista salkkujen määrä jäisi merkittävästi alhaisemmaksi, eikä usean riskifaktorin malleihin saataisi ratkaisuja (Gómez & Novales 1999).

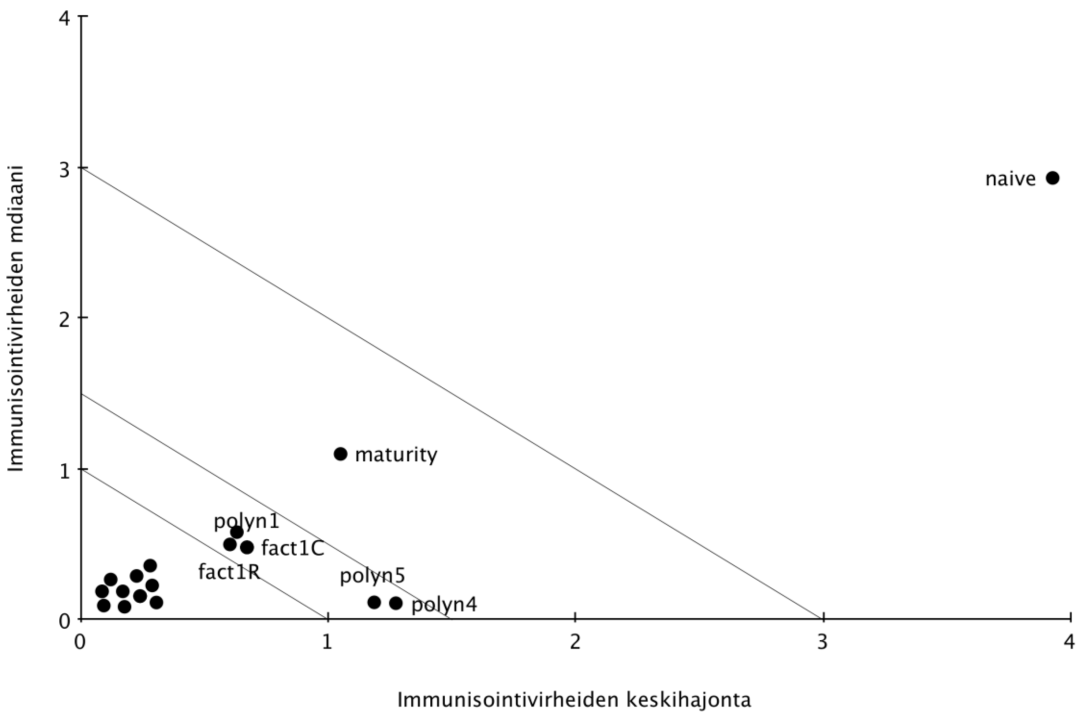
Tutkimuksen tulokset on nähtävissä taulukossa 2.

Strategia	1 vuoden horisontti		2 vuoden horisontti		3 vuoden horisontti	
	Mediaani	% polyn1	Mediaani	% polyn1	Mediaani	% polyn1
naive	9.594	1687.511	2.745	403.025	2.647	573.624
maturity	1.498	263.483	0.850	124.798	0.729	158.084
polyn1	0.569	100.000	0.681	100.000	0.461	100.000
polyn2	0.554	97.414	0.274	40.170	0.153	33.138
polyn3	0.230	40.422	0.203	29.819	0.080	17.369
polyn4	0.099	17.460	0.088	12.926	0.120	25.899
polyn5	0.114	20.123	0.164	24.079	0.048	10.472
fact1R	0.685	120.387	0.501	73.568	0.418	90.672
fact2R	0.546	95.958	0.488	71.659	0.302	65.510
fact3R	0.108	18.981	0.104	15.272	0.115	24.946
fact1C	0.660	116.007	0.514	75.437	0.377	81.664
fact2C	0.579	101.759	0.393	57.760	0.293	63.524
fact3C	0.233	41.055	0.140	20.540	0.099	21.487
mmabs	0.137	24.134	0.111	16.224	0.228	49.436
d1bullt	0.089	15.625	0.079	11.561	0.026	5.717
d1barb	0.108	18.980	0.105	15.387	0.085	18.448

Taulukko 2. Efektiivisen tuoton ja tavoitetuoton ero. (Soto 2004.)

Taulukossa 2 on esitelty tavoitetuoton ja efektiivisen tuoton välinen hajonta. Hajonta on esitetty absoluuttisten erojen mediaanina. Itseisarvojen ottaminen poistaa tuoton ja tappion merkityksen kiinnittäen huomion pelkästään riskiin eli muutokseen. Lisäksi absoluuttiset erot on vertailun vuoksi esitetty prosenttiosuutena duraatiolla immunisoidun strategian (polyn1) absoluuttisten erojen mediaanista. Taulukosta voidaan nähdä, että tuottojen välinen hajonta pienenee, kun tavoitehorisontti kasvaa. Tämä on linjassa sen yleisen oletuksen kanssa, että aikarakenteen muutokset kumoavat osittain toisiaan pitemmillä aikaperiodeilla. Tämä ilmiö vähentää korkoriskiä salkun rakenteesta huolimatta.

Termien lisääminen faktorimalleihin näyttäisi selvästi parantavan immunisointitulosta kaikkien faktorimallien kohdalla. Polynomimuotoisten duraatiovektoreiden tapauksessa termien lisääminen kolmeen asti parantaa immunisointitulosta merkittävästi. Tämä on todettu aiemmissakin tutkimuksissa. Neljännen ja viidennen termin hyödyllisyydestä sen sijaan on ristiriitaisia tuloksia. Soto tutkii asiaa vertaamalla mallien virheiden keskihajontaa. Tulokset on nähtävissä alla, kuviossa 6. Neljän ja viiden muuttujan mallien absoluuttisten virheiden keskihajonta on merkittävästi suurempaa kuin alle neljää faktoria käyttävien mallien. Tämä johtuu sopivien, ehdot täyttävien salkkujen määrän vähäisyydestä. Salkkujen rajallinen määrä johtaa epätarkkuuteen suojauksessa, mistä seuraa suurempi hajonta.



Kuvio 7. Strategioiden immunisaation tehokkuus kaikille horisonteille. (Soto 2004.)

Duraatioimmunisaatiolla käyttäen bullet- ja barbell-strategioita saadaan tutkimuksen kaikista parhaat tulokset, kun huomioidaan myös keskihajonta.

Maturiteettiobligaation merkityksen duraation täsmäämiseen pyrkivissä strategioissa Soto (2003) sanoo olevan pieni. Tutkimuksensa perusteella hän toteaa salkun strategialla olevan enemmän merkitystä kuin maturiteettiobligaatiolla. Myös M-absolute –strategia (mmabs) antaa hyviä tuloksia. Tässä strategiassa Soto (2003) toteaa maturiteettiobligaation merkityksen olevan suuri. Varsinkin lyhyillä sijoitushorisonteilla, joilla maturiteettiobligaatio ja pienimmän M-absoluten sisältävä velkakirja ovat usein yksi ja sama. Eniten korkoriskiä tutkimuksen malleista sisältävät suojaamattomat strategiat naive ja maturity. Loput käsitellyt strategiat ovat kuviossa 6 tiiviissä joukossa lähellä origoa. Monimutkaisemmista malleista parhaat tuloksensa Soto saavuttaa kolmen muuttujan pääkomponenttimallin avulla. Sekä edellisen vuoden ajalta (fact3R) että koko edeltävän korkohistorian ajalta (fact3C) lasketut faktorit antavat erinomaisia tuloksia.

Yhteenvetona Soto toteaa että riskifaktorien, tai toisissa malleissa duraatiorajoitteiden, määrä vaikuttaa lopputulokseen enemmän kuin valinta faktorimallien välillä. Tutkimuksen perusteella kolmen muuttujan mallit tarjoavat tarkimman immunisoinnin ja täten hyvän vertailukohdan muille strategioille. Soton mukaan parantamiselle on kuitenkin vielä varaa, kun mukaan otetaan aktiiviset salkunhoidon strategiat.

5 LOPPUPÄÄTELMÄT

Tämän tutkielman alkuperäinen tarkoitus oli olla yhteenveto vähemmän tunnetuista korkoriskimalleista ja niistä tehdyistä empiirisistä tutkimuksista. Tärkeimpänä tavoitteena oli saada kokonaiskuva epätasaisen korkokäyräriskin huomioivien mallien eroista teoriassa ja käytännössä. Tärkeimpänä lähteenä käytettiin Gloria Soton kirjoittamaa malleja vertailevaa artikkelia. Erityisesti tämän artikkelin avulla, pystyttiin vertaamaan mallien tehokkuutta korkoriskin hallinnassa. Lisäksi Soton tutkimuksen ja yksittäisten, vähemmän kattavien artikkelien perusteella voidaan vetää alustavia johtopäätöksiä mallien eroista.

Vertailukohtana työn malleille on Macaulayn duraatio, joka on tälläkin hetkellä yleisimmin käytetty korkoriskin mittari. Macaulayn duraatiota käytettäessä tehdään oletus, että korkokäyrän siirtymät ovat tasaisia. Korkojen oletetaan siis muuttuvan saman verran kaikilla maturiteeteilla. Näin ei kuitenkaan usein ole, vaan lyhyet korot liikkuvat enemmän kuin pitkät. Tutkielmassa käsitellyt mallit eivät tee tätä oletusta, vaan ottavat huomioon myös epätasaisen korkokäyrän siirtymisen mahdollisuuden.

Duraation selkeästi vahvin puoli on sen helppokäyttöisyys. M-square ja M-absolute –mallit tarvitsevat sijoitushorisontin eli ajanjakson, jonka ajaksi pääoma sidotaan. Duraation laskemiseen ei tällaista tarvita. Salkunhallinnassa tavallisin tapa duraation hyödyntämiseen on kuitenkin immunisointi eli salkun muodostaminen niin, että sen duraatio vastaa tavoitesijoitushorisonttia. Tällöin sijoitushorisontti täytyy siis olla tiedossa. M-absoluten etu tutkielman muihin malleihin verrattuna on, että se pystyy tarjoamaan tehokkaan suojauksen yhden muuttujan malliksi. Tutkimusten perusteella se ottaa korkoriskiä huomioon selkeästi monipuolisemmin kuin duraatio. Mallia on kuitenkin erittäin yksinkertaista soveltaa käytäntöön. Tässä mielessä M-absolute on potentiaalinen vaihtoehto duraatiolle. Useamman muuttujan malleilla on kuitenkin mahdollista vähentää korkoriskiä entisestään.

Kahden riskimuuttujan immunisointimallissa, M-squaressa, toinen riskimuuttuja on kohdefunktiossa ja toinen rajoitefunktiossa. Kohdefunktio M-square minimoidaan rajoitteella, jossa duraatio on yhtä pitkä kuin tavoitehorisontti. Tässä lähestymistavassa on Nawalkhan ja Chambersin (1996) mukaan kaksi ongelmaa. M-squaren ollessa korkeamman asteen riskimittari, voi sen käyttö johtaa epätarkkuuteen ja sitä kautta aiheuttaa mittausvirhettä. Toinen ongelma on mahdollisten hyvien salkkuvaihtoehtojen jääminen pois lyhyeksimyynnin kieltämisen vuoksi. Mikäli mittausvirheet, monimutkaisuus ja useat tavoitehorisontit eivät kuitenkaan ole mallia hyödyntävälle merkittävä ongelma, saavutetaan usean riskimuuttujan malleilla kuten M-squarella selkeästi parempia tuloksia kuin M-absolutella.

Useamman kuin kahden faktorin mallit, kuten duraatiovektori- ja M-vektorimalli, antavat vielä tarkempia tuloksia kuin M-squaren avulla muodostettu immunisaatio. Näin ollen ne mahdollistavat tehokkaamman suojauksen korkoriskiä vastaan. Oletustensa perusteella faktorimallit duraatiovektori ja M-vektori ovat kuitenkin huomattavan lähellä toisiaan. Selkeästi erilaista peruskomponenttimallia on tutkittu jo pitkään akateemisissa julkaisuissa. Sillä saadut tulokset ovat lupaavia ja tilastotieteellisen luonteensa vuoksi sen hyödyntämistä toimialalla on helppo kuvitella. Mallin suurin ongelma on, että se olettaa korkomuutosten kovarianssien olevan stationäärisiä. Mikäli tämä oletus ei toteudu, aiheutuu siitä mallivirheitä. Mallivirheet puolestaan johtavat epätarkkaan suojaukseen ja ylisuuriin suojauskuluihin. Peruskomponenttimalli on kuitenkin todistanut toimivuutensa kaikissa niissä siitä tehdyissä tutkimuksissa, joita tässä tutkielmassa on käsitelty.

Merkittävä kysymys korkoriskimallien käyttöön liittyen on, onko mallien avulla saavutettava hyöty suuruusluokaltaan vaivan arvoista vai jääkö mahdollisesti korkoriskiä vastaan saavutettu suoja muiden riskien jalkoihin. Tämä edellyttäisi aineistoa koskevien oletusten vähentämistä. Esimerkiksi immunisoinnin käyttäminen strategiana salkun muodostamisessa ei nykyään ole kovin yleistä. Oletukset immunisoinnille ovat vaativat ja rajaavat käytettävissä olevien velkakirjojen määrää radikaalisti. Immunisaatiota käytetään edelleen korkoriskin hallintaan, mutta erityisesti sen siirtämisessä yrityksen sisällä salkusta toiseen (Korhonen & Törmänen 2012). Muokkaamalla malleja niitä pystyttäisiin hyödyntämään myös johdannaisten sisältämän riskin arvioinnissa. Tämä on kiinnostava mahdollisuus johdannaisten alati lisääntyvän käytön vuoksi.

Lisäksi muiden riskien merkitys on nykypäivänä kasvanut. Valtionlainojen väliset korkoerot ovat Euroopassa suurempia kuin koskaan aiemmin samalla kun yhteisen valuutan myötä korot ovat vastaavasti pysyneet matalalla tasolla. Nykyään riskejä hyödynnetään myös enemmän tuoton tavoittelussa.

Monimutkaisempien mallien kehittämisen lisäksi on 2000-luvulla julkaistu myös puolustuspuheita duraation käytölle. Kaufman (2006) kritisoi uudempia malleja vertailevien tutkimusten epärealistisia oletuksia ja empiirisen aineiston puutetta. Hän toteaa sen lisäksi, että korkoriskimalleista on tehty valitettavan vähän vertailevia tutkimuksia. Nekin harvat empiiriset artikkelit keskittyvät puhtaasti vertailemaan tuloksia mallien kesken, ottamatta kantaa mallien hyödyllisyyteen käytännössä. Kaufmanin mukaan korkoinstrumenttien monimutkaistuminen edellyttää myös yhä monimutkaisempia riskimalleja, jolloin niihin muodostuu helposti mallivirheitä. Tämän seurauksena malleja käytäntöön soveltavat tahot, kuten korkosalkunhoitajat, palaavat takaisin yksinkertaisempiin, joskin epätäydellisempiin riskimittareihin. Kaufmanin mielestä duraatiolla on edelleenkin paikkansa.

On ollut mielenkiintoista huomata useiden tuntemattomien korkoriskimallien olemassaolo. Se ovatko mallit tuntemattomia siksi, että ne ovat verrattain uusia vai siksi, ettei niille ole todellista sovellusta käytännön salkunhallinnassa, on mahdoton sanoa. Tämän tutkielman aikana on kuitenkin tullut selväksi, ettei mitään työssä mainituista riskimalleista voi pitää ylitse muiden. Suurin ongelma mallien vertailussa ja niiden hyödyllisyyden arvioinnissa on tutkimusten puute. Koska suurin osa tutkimuksista keskittyy vain yksittäisen mallin ja duraation vertaamiseen, on täydellisen kokonaiskuvan muodostaminen mallien eroista mahdotonta. Jotta mallien tarjoamien suojausten välillä voitaisiin nähdä eroja, tarvittaisiin merkittävästi lisää laajoja empiirisiä tutkimuksia eri aineistoja hyödyntäen. Näiden runsaiden lisätutkimusten jälkeen kokonaiskuvan mallien suorituskyvystä antavan artikkelin kirjoittaminen olisi mahdollista.

LÄHTEET

Bierwag, G., Fooladi, I. & Roberts, G. (1993). Designing an Immunized Portfolio: Is M-squared the Key? *Journal of Banking and Finance* 17, 1147-1170.

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2009). *Investments* (8. Edition). New York: McGraw- Hill/Irwin.

Carcano, Nicola & Dall'O, Hakim (2011). Alternative Models For Hedging Yield Curve Risk: An Empirical Comparison. *Journal of Banking and Finance*. 11/2011.

Chambers, D., Carleton, W. & McEnally, R. (1988). Immunizing Default-Free Bond Portfolio with a Duration Vector. *Journal of Quantitative and Financial Analysis*. Maaliskuu 1988, 89-104.

Cooper, I. A. (1977). Asset Values, Interest Rate Changes, and Duration. *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 12 (Joulukuu 1977), 701-723.

Crack, T. & Nawalkha, S. (2001). Common Misunderstandings Concerning Duration and Convexity. Working paper series. http://ssrn.com/abstract=977997.

Cuthbertson, Keith & Nitzsche, Dirk (2005). *Quantitative Financial Econometrics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange* (2. Edition). Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Euroopan keskuspankki (2012). http://sdw.ecb.europa.eu/browse.do?node=SEARCHRESULTS&sk=IRS.M.BE.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.DE.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.IE.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.GR.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.ES.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.FR.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.IT

.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.CY.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.LU.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.MT.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.NL.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.AT.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.PT.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.SI.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.SK.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z&sk=IRS.M.FI.L.L40.CI.0000.EUR.N.Z. Viitattu 20.11.2012.

Fabozzi, Frank J. (2007). *Fixed Income Analysis*, 2. Edition. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.

Fisher, L. & Weil, R. L. (1971). Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations: Return to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies. *Journal of Business* 43 (4), 408-431.

Fong, H. G. & Fabozzi, F. J. (1985). Appendix E: Derivation of Risk Immunization Measures. Fixed Income Portfolio Management, 291-294.

Fong, H. & Vasicek, O. (1985). A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization. *Journal of Finance* 39, 1541-1546. Dow Jones-Irwin, Homewood, Illinois.

Fooladi, I. & Roberts, G. (1992). Bond Portfolio Immunization: Canadian Test. *Journal of Economics and Business 44*, 3-17.

Gómez, I. & Novales, A (1999). Inmunización de Una Cartera de Renta Fija con un Modelo de Duración Multifactorial. Universidad Complutense de Madrid, Spain, Working Paper.

Ingersoll, J., Skelton, J. & Weil, R. (1978). Duration Forty Years Later. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1978, 13, 627-650.

James, Jessica & Webber, Nick (2000). *Interest Rate Modelling*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.

Kaufman, George (2006). Duration: What is All the Disagreement About? *Journal of Applied Finance.*

Koskinen, Ville & Törmänen, Topi (2012). Keskustelu 7.11.2012 Helsingissä. Ville Koskinen vastaa S-Pankin korkosalkun likviditeetistä ja markkinariskistä. Topi Törmänen on yksi kolmesta S-Pankin salkunhoitajasta.

Lacey, Nelson & Nawalkha, Sanjay (1993). Convexity, Risk, and Return. *The Journal of Fixed Income*, 1993, vol. 3 no. 3.

Macaulay, Frederick. R. (1938). Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the U.S. Since 1856. New York, National Bureau of Economic Research.

Nawalkha, S. & Chambers, D. (1996). An Improved Immunization Strategy: M-Absolute. *Financial Analysts Journal.* Sep/Oct: 69-76

Nawalkha, S. K. & Chambers, D. R. (1997). The M-Vector Model: Derivation and Testing of Extensions to M-Square. *Journal of Portfolio Management* 23: 92-98.

Nawalkha, Sanjay K. & Soto, Gloria M. (2009). Managing Interest Rate Risk: The Next Challenge? *Journal of Investment.* 7.3.2009, 86-100.

Nawalkha, Sanjay K. & Soto, Gloria M. (2008). Multifactor Models for Managing Interest Rate Risk. Working paper series. http://ssrn.com/abstract=1264282.

Nawalkha, Sanjay K., Soto, Gloria M. & Zhang, Jun (2003). Generalized M-vector Models for Hedging Interest Rate Risk. *Journal of Banking and Finance 27*, 1581-1604.

Peltokangas, Risto (1991). Usean Faktorin Korkorakennemallit ja Immunisaatio. *Suomen Pankin Keskustelualotteita*, 1/91.

Siegel, Jeremy J. (2007). *Stock for the Long Run: The Definitive Guide to Financial Market Returns and Long-Term Investment Strategies*, 4th edition. New York: McGraw- Hill/Irwin.

Soto, Gloria M. (2004). Duration Models and IRR Management: A Question of Dimensions? *Journal of Banking & Finance* 28, 1089-1110.

Soto, G. & Prats, M. (2003). Portfolio Design and the Goal of Immunization. Working paper series. http://ssrn.com/abstract=985403.

Tuckman, Bruce (2002). *Fixed Income Securities: Tools for Today's Markets*, 2. Edition. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.

Ventura, J. & Pereira, C. (2006). Immunization Using a Stochastic-process Independent Multifactor Model: The Portuguese Experience. *Journal of Banking and Finance*, 30, 133-156.

Liite 1

M-Square –mallin johtaminen, Fong & Vasicek (1984).

Immunisoidaan portfolio ajanhetkellä $s_0 = 0$ tavoitellun aikahorisontin H suhteen. $C_1, C_2, ..., C_m$ ovat kuponkimaksuja ajanhetkinä $s_1, s_2, ..., s_m$ ja I_0 salkun arvo alussa.

$$I_0 = \sum_{j=1}^{m} C_j P_0(s_j)$$

$P_0(t)$ on nykyinen diskonttofunktio tekijälle t. Kun $i(t)$ on nykyinen termiinikorko termille t, $t \geq 0$, voidaan diskonttofunktio kirjoittaa

$$P_0(t) = \exp[-\int_0^t i(\tau) d\tau]$$

Salkun Macaulayn duraatio, jota merkitään kirjaimella D, saadaan seuraavasti:

$$D = \sum_{j=1}^{m} s_j C_j P_0(s_j) / I_0$$

Määritellään I_H investoinnin tavoitearvoksi suunnitellun aikahorisontin lopussa, mikäli termiinikorot eivät muutu:

$$I_H = I_0 / P_0(H)$$

Fisherin ja Weilin (1971) mukaan, jos salkun duraatio on sama kuin tavoiteltu aikahorisontti, tavoitearvo I_H on loppuarvon alaraja vaikka korkokäyrä liikkuisikin, kunhan siirtymä on tasainen kaikilla maturiteeteilla. Mikäli korkomuutos olisi epätasainen, ei I_H välttämättä enää olisi alaraja. Oletetaan nyt että termiinikorko kuitenkin muuttuu $i(t) \rightarrow i'(t) = i(t) + \Delta i(t)$, missä $\Delta i(t)$ on funktio muuttujasta t. Tällöin diskonttofunktiosta tulee

$$P'_0(t) = \exp[-\int_0^t i'(\tau) d\tau]$$

$$= P_0(t) \exp[-\int_0^t \Delta i(\tau) d\tau]$$

Termiinikorkojen muutoksista johtuva salkun arvonmuutos tavoiteajan lopussa, ΔI_H, on

$$\Delta I_H = \sum_{j=1}^{m} C_j P'_0(s_j) \Big/ P'_0(H) - \sum_{j=1}^{m} C_j P_0(s_j) \Big/ P_0(H)$$

$$= \sum_{j=1}^{m} C_j \exp[\int_{s_j}^{H} \Delta i(\tau) d\tau] P_0(s_j) \Big/ P_0(H) - \sum_{j=1}^{m} C_j P_0(s_j) \Big/ P_0(H)$$

tai

$$\Delta I_H = \sum_{j=1}^{m} f(s_j) C_j P_0(s_j) \Big/ P_0(H) - I_0 / P_0(H), \qquad \text{(A1)}$$

missä

$$f(t) = \exp[\int_{t}^{H} \Delta i(\tau) d\tau].$$

Merkitään

$$g(t) = \frac{d}{dt} \Delta i(t).$$

Tällöin

$$\Delta i(H) - \Delta i(\tau) = \int_{\tau}^{H} g(u) du$$

ja

$$\int_{\tau}^{H} i(\tau) d\tau = \Delta i(H) \cdot (H - t) - \int_{\tau}^{H} d\tau \int_{\tau}^{H} g(u) du$$

$$= \Delta i(H) \cdot (H - t) - \int_{\tau}^{H} (u - t) g(u) du.$$

Oletetaan, että $g(t) \leq K$ kaikilla $t \geq 0$. Jos $t \leq H$, niin

$$\int_{t}^{H} (u - t) g(u) du \leq K \int_{t}^{H} (u - t) du = \tfrac{1}{2} K (h - t)^2 .$$

Jos $t > H$, niin

$$\int_{t}^{H} (u - t) g(u) du = \int_{H}^{t} (t - u) g(u) du \leq K \int_{H}^{t} (t - u) du = \tfrac{1}{2} K (h - t)^2 .$$

Tästä seuraa, että kaikilla $t \geq 0$

$$\int_{t}^{H} (u - t) g(u) du \leq \tfrac{1}{2} K (H - t)^2$$

ja

$$\int_{t}^{H} \Delta i(\tau) d\tau \geq \Delta i(H) \cdot (H - t) - \tfrac{1}{2} K (H - t)^2.$$

Koska $e^x \geq 1 + x$, saadaan

$$f(t) = \exp[\int_t^H \Delta i(\tau) d\tau]$$

$$\geq 1 + \int_t^H \Delta i(\tau) d\tau$$

$$\geq 1 + \Delta i(H) \cdot (H - t) - \tfrac{1}{2} K (H - t)^2$$

Yhtälön A1 voidaan muodostaa

$$\Delta I_H = \sum_{j=1}^{m} [1 + \Delta i(H) \cdot (H - s_j) - \tfrac{1}{2} K (H - s_j)^2] C_j P_0(s_j) / P_0(H) - I_0 / P_0(H)$$

$$= -\tfrac{1}{2} K \int_t^H (H - s_j) C_j P_0(s_j) / P_0(H)$$

$$= -\tfrac{1}{2} K M^2 I_H .$$

Jos $d\Delta i(t) / dt \leq K$ kaikille $t \geq 0$, niin

$$\Delta I_H / I_H = -1/2 K \cdot M^2$$

missä

$$M^2 = \sum_{j=1}^{M} (s_j - H)^2 C_j P_0(s_j) / I_0 \quad .$$

Liite 2

M-square -mallin johtaminen, Fong & Fabozzi (1985).

Immunisoidaan sijoitussalkku ajanhetkellä $t_0 = 0$ tavoitellun aikahorisontin H suhteen. $C_1, C_2, ..., C_m$ ovat kuponkimaksuja ajanhetkinä $s_1, s_2, ..., s_m$ ja I_0 salkun arvo alussa.

$$I_0 = \sum_{j=1}^{m} C_j P_0(s_j)$$

$P_0(t)$ on nykyinen diskonttofunktio tekijälle t. Kun $i(t)$ on nykyinen termiinikorko termille t, $t \geq 0$, voidaan diskonttofunktio kirjoittaa

$$P_0(t) = \exp[-\int_0^t i(\tau) d\tau]$$

Oletetaan nyt että termiinikorko kuitenkin muuttuu $i(t) \rightarrow i'(t) = i(t) + \Delta i(t)$, missä $\Delta i(t)$ on funktio muuttujasta t. Tällöin diskonttofunktiosta tulee

$$P'_0(t) = \exp[-\int_0^t i'(\tau) d\tau]$$

$$= P_0(t) \exp[-\int_0^t \Delta i(\tau) d\tau]$$

Salkun arvon muutos sijoitushorisontin lopussa ΔI_H saadaan

$$\Delta I_H = \sum_{j=1}^{m} C_j P'_0(s_j) / P'_0(H) - \sum_{j=1}^{m} C_j P'_0(s_j) / P_0(H)$$

$$= \sum_{j=1}^{m} C_j \exp[\int_{s_j}^{H} \Delta i(\tau) d\tau] P_0(s_j) / P_0(H) - \sum_{j=1}^{m} C_j P_0(s_j) / P_0(H)$$

tai

$$\Delta I_H = \sum_{j=1}^{m} f(s_j) C_j P_0(s_j) / P_0(H) - I_0 / P_0(H), \qquad \text{(A1)}$$

missä

$$f(t) = \exp[\int_t^H \Delta i(\tau) d\tau].$$

Käyttämällä Taylorin laajennusta salkun duraatioon D = H saadaan approksimaatio

$$f(t) = -(t-H)\cdot \Delta i(H) - \tfrac{1}{2}(t-H)^2 \cdot \left(\frac{d(\Delta i)}{dt} - (\Delta i)^2 \right)_{t=H}.$$

Sijoittamalla funktio yhtälöön (2), salkun loppuarvon muutos voidaan kirjoittaa

$$\Delta I_H = -\Delta_S \cdot \sum_{j=1}^{m} (s_j - H)^2 C_j P_0(s_j) \big/ P_0(H)$$

josta seuraa että

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} = -M^2 \Delta_S$$

jossa

$$M^2 = \sum_{j=1}^{M} (s_j - H)^2 C_j P_0(s_j) / I_0$$

ja

$$\Delta_S = \tfrac{1}{2}\left(\frac{d(\Delta i)}{dt} - (\Delta i)^2 \right)_{t=H}.$$

Näin saatu M-square on riskimittari yksittäisen sijoitushorisontin tapauksessa. Fong ja Fabozzi johtavat mallin myös usean sijoitushorisontin tapaukselle, mutta se ei ole relevantti tämän tutkielman kannalta.