

**MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA RELATIVA DE AGENTES GENERADORES DE
ENERGÍA ELÉCTRICA EN COLOMBIA (AÑO 2001)**

**OSCAR FERNANDO GUIO TAMAYO
INGRID MARCELA MONROY LICHT**

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
BOGOTÁ
2003**

**MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA RELATIVA DE AGENTES GENERADORES DE
ENERGÍA ELÉCTRICA EN COLOMBIA (AÑO 2001)**

**OSCAR FERNANDO GUIO TAMAYO
INGRID MARCELA MONROY LICHT**

TRABAJO DE GRADO

**Presentado como requisito parcial para optar el título de
INGENIEROS INDUSTRIALES**

Director

ING. RAFAEL GUILLERMO GARCÍA CÁCERES

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
BOGOTÁ**

2003

“La Universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus Trabajos de Grado, solo velará porque no se publique nada contrario al dogma y moral católicos y porque el trabajo no contenga ataques y polémicas puramente personales, antes bien, se vea en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia”

Reglamento de la Pontificia Universidad Javeriana, Artículo 23 de la resolución No. 13 de 1964.

Nota de aceptación:

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ingeniero Rafael Guillermo García Cáceres, director del presente trabajo, por su valiosa colaboración y oportuna orientación en el desarrollo del mismo.

Al Doctor Yezid Pérez Alemán, por su interés y colaboración.

CONTENIDO

	Pág.
GLOSARIO	
RESÚMEN	
INTRODUCCIÓN	
1. MARCO TEÓRICO	1
1.1 ANTECEDENTES	1
1.2 CONCEPTOS DE EFICIENCIA	4
1.3 ACERCA DE LA TÉCNICA DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA)	6
1.4 PLANTEAMIENTO DE LOS MODELOS	8
1.4.1 Modelo CCR	8
1.4.2 Modelo BCC	12
1.4.3 Modelo Aditivo	15
1.4.4 Medida de eficiencia basada en holguras	17
1.4.5 Retornos a escala	20
1.4.6 Tamaño de Escala más Productivo (MPSS)	24
1.5 TIPOS DE EFICIENCIA	26
1.6 COMPORTAMIENTO DE LA EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO	28
1.7 MERCADO DE ENERGÍA MAYORISTA	29
1.7.1 Mercado Mayorista	31
1.7.1.1 Bolsa de Energía o Mercado de Corto Plazo	31
1.7.1.2 Mercado de contratos a término o Mercado de Largo Plazo	34
1.7.1.3 Transacciones en el Mercado Mayorista	35
1.7.2 Mercado Libre	35
1.8 REGULACIÓN DEL SECTOR DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN COLOMBIA	35
1.8.1 Resoluciones de la CREG	38
2. JUSTIFICACIÓN	41
3. OBJETIVOS	43
3.1 OBJETIVO GENERAL	43
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	43
4. METODOLOGÍA	44
4.1 SELECCIÓN DE VARIABLES	44
4.2 DETERMINACIÓN DE LAS DMU's	49
4.3 SISTEMATIZACIÓN DE DATOS	54
4.4 DESARROLLO DE LOS MODELOS	55
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	57
5.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS	57
5.1.1 DMU's eficientes	57
5.1.2 Descomposición de la eficiencia	58
5.1.2.1 Modelos input y output oriented	58
5.1.2.2 Frecuencias de eficiencia	60

5.1.2.3 Análisis por categorización	61
5.1.3 Proyección de la frontera eficiente	69
5.1.4 Conjunto de referencias	71
5.1.5 Retornos a escala	74
5.1.6 Proyección de las DMU's al Tamaño de Escala Más Productivo (MPSS)	76
5.1.7 Comportamiento de la eficiencia a través del tiempo (Windows analysis)	78
6. CONCLUSIONES	85
7. RECOMENDACIONES	87
BIBLIOGRAFÍA	88
ANEXOS	

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Características de los Modelos	20
Tabla 2. Variables de Entradas y Salidas	46
Tabla 3. Características de las DMU's Seleccionadas	53
Tabla 4. Número de modelos Ejecutados para el año 2001 con el software EMS	56
Tabla 5. Número de modelos Ejecutados para el año 2001 con el software LINDO	56
Tabla 6. DMU's Eficientes bajo los modelos CCR y BCC, Input-oriented y Output-oriented	57
Tabla 7. Descomposición de la eficiencia Relativa para modelos input-oriented. Enero 2001	59
Tabla 8. Descomposición de la Eficiencia Relativa para los modelos output-oriented. Enero 2001	60
Tabla 9. Frecuencia de Eficiencia Técnica para cada DMU en el año 2001	61
Tabla 10. Eficiencia Técnica por Tipo de Generación para los modelos input-oriented. 2001	62
Tabla 11. Prueba de Kruskal Wallis para Eficiencia Técnica Orientada a la entrada	64
Tabla 12. Promedio de Eficiencia Técnica orientada a la entrada por Tipo de Generación	65
Tabla 13. Eficiencia de Mezcla por Tipo de Capital para los modelos output-oriented. 2001	66
Tabla 14. Prueba de Kruskal Wallis para Eficiencia de Mezcla Orientada a la salida	68
Tabla 15. Promedio de Eficiencia de Mezcla orientada a la salida para tipo de Capital	69
Tabla 16. Proyección en la Frontera Eficiente para las DMU's en el mes de Abril de 2001 bajo el modelo CCR input-oriented	70
Tabla 17. Proyección en la Frontera Eficiente para las DMU's en el mes de Octubre de 2001 bajo el modelo BCC output-oriented	71
Tabla 18. Grupos de Referencia para cada DMU en los modelos CCR y BCC en orientaciones input y output, octubre-noviembre-diciembre	73
Tabla 19. Verificación de Escala. Modelo CCR input-oriented. Agosto de 2001	74
Tabla 20. Frecuencias de Retornos a Escala	75
Tabla 21. Proyección de las Coordinadas MPSS, para las DMU's en el mes de Junio de 2001 bajo el modelo CCR output-oriented	77
Tabla 22. Proyecciones a la frontera eficiente para la DMU 4 en el mes de Junio de 2001	77
Tabla 23. Estadísticos para las DMU's 4 y 5 bajo el Windows Analysis	78
Tabla 24. Windows Analysis para el modelo BCC input-oriented- 2001	79

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Modelo CCR	9
Figura 2. Modelo BCC	12
Figura 3. Modelo Aditivo	15
Figura 4. Retornos a Escala	21
Figura 5. Most Productive Scale Size	26
Figura 6. Funcionamiento de la Industria de Energía en Colombia	29
Figura 7. Proceso del Mercado Mayorista	34
Figura 8. Funciones del Sector Eléctrico En Colombia	37
Figura 9. Distribución de las DMU's de acuerdo al Tipo de Generación de Energía Eléctrica en el año 2001	51
Figura 10. Distribución de las DMU's de acuerdo a su Naturaleza Jurídica. Año 2001	52
Figura 11. Distribución de las DMU's de acuerdo a su Actividad Económica	52
Figura 12. Promedio de la eficiencia técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Hidráulica	63
Figura 13. Promedio de la eficiencia técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Térmica	63
Figura 14. Promedio de la eficiencia técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Mixta	64
Figura 15. Promedio de la eficiencia de mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Privado	67
Figura 16. Promedio de la eficiencia de mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Oficial	67
Figura 17. Promedio de la eficiencia de mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Mixto	68

LISTA DE ANEXOS

- Anexo A. Análisis de Correlación entre variables para los meses de Enero, Julio y Septiembre
- Anexo B. Análisis de Correlación entre variables para el año 2001
- Anexo C. Bases de datos para las Variables
- Anexo D. Descomposición de la Eficiencia Relativa para los modelos input-oriented. Año 2001
- Anexo E. Descomposición de la Eficiencia Relativa para los modelos output-oriented. Año 2001
- Anexo F. Frecuencias de Tipo de Eficiencias para cada DMU. Año 2001
- Anexo G. Descomposición de la Eficiencia por Tipo de Capital. Año 2001
- Anexo H. Descomposición de la Eficiencia por tipo de Generación. Año 2001
- Anexo I. Pruebas Estadísticas de Mann-Whitney para tipo de Generación. Año 2001
- Anexo J. Pruebas Estadísticas de Mann-Whitney para tipo de Capital. Año 2001
- Anexo K. Proyección en la Frontera Eficiente para las DMU's en el año 2001
- Anexo L. Grupos de Referencia para cada DMU en los modelos CCR y BCC en orientaciones Input y Output. Año 2001
- Anexo M. Verificación de Escala. Modelo CCR input-oriented. Año 2001
- Anexo N. Proyección de las Coordenadas MPSS para las DMU's en el año 2001.
- Anexo O. Bajo el modelo CCR output-oriented
Windows Analysis para el modelo BCC output-oriented 2001

GLOSARIO

AGENTES DEL SISTEMA INTERCONECTADO NACIONAL (AGENTES): Personas que realizan por lo menos una actividad del sector eléctrico (generación, transmisión, distribución, comercialización)¹.

ARQUIMEDIANO: Número real pequeño positivo que facilita la convergencia de los algoritmos de programación lineal. Su utilización se debe a la dificultad manifestada con entradas o salidas de DEA iguales a cero.

BOLSA DE ENERGÍA: Ó mercado de corto plazo: Establece el programa horario de generación y el precio de bolsa para transacciones de energía, a partir de las ofertas de precio y de la declaratoria de disponibilidad de cada recurso².

DEA (ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS): 1978 por Abraham Charnes, William. W. Cooper and E. Rhodes. Método de optimización lineal que se usa para estudiar la eficiencia relativa de unidades productivas que emplea modelos envolventes. Es una solución alternativa al problema de eficiencia técnica, estimándola solo a partir de la información que se tenga de producción y costos³.

DMU (UNIT MARKET DECISION): Unidades objeto de estudio del Análisis Envolvente de Datos. Considerada como una entidad responsable de convertir entradas en salidas y cuyo desempeño es evaluado⁴.

EFICIENCIA DE ESCALA: Se define como la razón entre los scores de los modelos CCR y BCC. Determina si la ineficiencia de una unidad es ocasionada por las condiciones de desventaja mostradas en la escala de eficiencia⁵.

EFICIENCIA DE MEZCLA: Esta definida por la relación entre la Eficiencia Basada en Holguras (SBM) y la Eficiencia Técnica⁶.

EFICIENCIA TÉCNICA GLOBAL: Es la eficiencia de Pareto Koopmans. Determinada por el score del CCR⁷.

¹ En Diccionario. Superintendencia de Servicios públicos domiciliarios. 2003.

² Características del Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

³ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁴ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁵ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁶ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁷ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

EFICIENCIA TÉCNICA PURA: Determinada por el score del modelo BCC. Determina si las ineficiencias son causadas por la operación propia⁸.

ELASTICIDAD: En economía es la medida del cambio relativo en salidas comparado con el cambio relativo en entradas⁹.

EMPRESAS INTEGRADAS VERTICALMENTE: Aquellas que realizan conjuntas las actividades de generación, interconexión, transmisión, distribución y comercialización de energía eléctrica¹⁰.

FRONTERA EFICIENTE: Ó frontera de posibilidades de producción (FPP), compuesta de las mejores unidades de producción calificadas.

GENERADOR: Persona natural o jurídica que produce energía eléctrica, que tiene por lo menos una central o unidad generadora conectada al SIN¹¹.

MERCADO LIBRE (ML): En el que participan como vendedores los comercializadores de electricidad y como compradores los grandes consumidores¹².

MERCADO MAYORISTA: Conjunto de sistemas de intercambio de información entre generadores y comercializadores de grandes bloques de energía eléctrica en el Sistema Interconectado Nacional, para realizar contratos de energía a largo plazo y en bolsa sobre cantidades y precios definidos, con sujeción al reglamento de Operación y demás normas aplicables¹³.

MODELOS INPUT ORIENTED: Aquellos en los cuales se minimizan las entradas manteniendo un nivel dado de salidas¹⁴.

MODELOS OUTPUT ORIENTED: Aquellos en los cuales se maximizan los productos con un nivel dado de insumos¹⁵.

⁸ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁹ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

¹⁰ Supercifras en Kilovatios Hora, revista No. 6. Publicación de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios.2002.

¹¹ En Diccionario. Superintendencia de Servicios públicos domiciliarios. 2003.

¹² Características del Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

¹³ En Diccionario. Superintendencia de Servicios públicos domiciliarios. 2003.

¹⁴ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

¹⁵ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

RETORNOS A ESCALA: Miden la proporción de cambio de las salidas respecto a la proporción de cambio de las entradas. Determinada así¹⁶:

$$\frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}$$

CONSTANTES: Dicha relación es igual a la unidad.

CRECIENTES: La relación es mayor a la unidad.

DECRECIENTES: La relación es menor que la unidad.

TAMAÑO DE ESCALA MÁS PRODUCTIVO (MPSS): Una DMU opera en MPSS cuando es encontrada como eficiente con un modelo CCR, eficiente en el correspondiente modelo BCC y constantes retornos a escala imperan en la DMU¹⁷.

VARIABLES DISCRECIONALES: Las que se pueden variar a discreción de la gerencia u otros usuarios. Las variables no discrecionales no están sujetas al control de la administración, es decir no dependen de la organización como tal.

WINDOWS ANALYSIS: Análisis envolvente de datos dependiente del tiempo¹⁸.

ZERO SLACK: Cuando en la solución del problema las holguras S^- y S^+ son iguales a cero. Esto significa que no existen excesos ni faltantes tanto de entradas como de salidas¹⁹.

¹⁶ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

¹⁷ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

¹⁸ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

¹⁹ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

RESUMEN

Esta Investigación explora el concepto de Eficiencia Relativa, medida sobre los Agentes Generadores De Energía Eléctrica en Colombia en el año 2001, a través de la Técnica de Análisis Envolvente de Datos (DEA). La Técnica DEA compara los índices de eficiencia parcial de cada organización o unidad estudiada frente a los de aquellas encontradas como eficientes.

Inicialmente se determina el proceso metodológico; se continúa con el desarrollo del estudio donde se presenta las organizaciones consideradas relativamente eficientes con base a la administración de sus insumos, los beneficios obtenidos a través de sus productos, o una combinación prolífica de ambos; se establecen lineamientos que permiten encaminar a las organizaciones ineficientes a ser eficientes respecto a sus competidores eficientes y se muestran las referencias de cada organización evaluada. Posteriormente se evalúa el desempeño de las unidades y la industria a través del tiempo.

Por último se dan conclusiones y recomendaciones, permitiendo al sector establecer políticas que permitan mejorar la actuación de sus organizaciones.

Palabras claves: Agentes Generadores de energía Eléctrica, Eficiencia Relativa, Análisis Envolvente de Datos.

INTRODUCCIÓN

El presente estudio busca dar un acercamiento al concepto de Eficiencia Relativa, medida para unidades productivas cuyo fin es maximizar resultados, en base al manejo óptimo de Recursos.

La Técnica empleada para el desarrollo de la investigación, fue el Análisis Envolvente de Datos (DEA), la cual presenta grandes beneficios a la hora de evaluar el desempeño de unidades con múltiples productos y múltiples insumos.

Esta técnica ha sido utilizada, en diferentes industrias, pertenecientes a los sectores privados y oficiales de diversos países.

El sector seleccionado para el estudio, es el de Generación de Energía Eléctrica en Colombia, para dar continuidad a la investigación desarrollada por Pérez y García en el año 2002. La importancia de este sector ha sido argumentada a lo largo del trabajo, y es ratificada debido al interés en los últimos años, por parte del Estado Colombiano, en evaluar, regular y mejorar los servicios públicos domiciliarios, como el de la Electricidad.

El estudio es realizado con veintidós Agentes Generadores de Energía Eléctrica, para los doce meses del año 2001. Inicialmente se pensó en enfocarlo desde una perspectiva de costos, basado en las variables de tarifa de energía y costos operacionales; pero debido a la naturaleza de la operación de compra y venta de energía que se lleva a cabo en el Mercado de Energía Mayorista (MEM), donde no es posible asignar la tarifa a cada Agente Generador y a la carencia y restricción en la información reportada para los costos operacionales, estas variables en consecuencia fueron desechadas; Finalmente se consideraron como variables de análisis: Generación Eléctrica, Factor de Utilización, Capacidad Instalada, Número de Trabajadores, Costos de Combustible y Antigüedad de la firma.

Se presentan los resultados de las unidades encontradas como eficientes, las causas de ineficiencia, el direccionamiento para llegar a ser eficiente, Los grupos de referencia para cada unidad, la eficiencia total, La escala de operación de las unidades y la eficiencia medida a través del tiempo.

Seguidamente se realizan pruebas estadísticas para encontrar diferencias en la eficiencia, por categorías de Generación y Tipo de Capital.

Finalmente se determinan las conclusiones del estudio, y recomendaciones para investigaciones futuras.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 ANTECEDENTES

La técnica de Análisis Envolvente de Datos DEA ha sido utilizada en múltiples industrias, para medir la eficiencia relativa de las unidades productivas; se emplearon modelos DEA inicialmente en el sector público, donde las empresas no están sujetas a las reglas de un mercado de precios, ni se persigue como objetivo la maximización de sus utilidades²⁰. Dentro de las aplicaciones empresariales se encuentran por ejemplo en el sector de Educación [Mancebon, Molinero, 2000], [Sarrico, Dyson, 2000], en Salud [Álvarez-Ossorio, 1993], [Porto, 2000], Servicios públicos como acueducto [Anwadter, 2000], Construcción de vías [De Luca Cardillo, Fortuna, 2000] y Telecomunicaciones [Carlson, 2001], entre otras.

Desde entonces se ha empezado a usar en varias industrias sin importar el carácter oficial o privado de estas; son ejemplos, la Banca [Athanasopoulos, Giokas, 2000], [Kuosmanen, 2001], [León, 1999], [León, 2001], los Bienes Raíces [Brockman, 2000] y Agricultura [Murova, 2000].

El uso de los modelos DEA ha sido utilizado para analizar el Sector Eléctrico desde la aparición de modelos competitivos para las firmas que lo integran [Chitkara, 1999], [Domah and Pollitt, 2001], [Lo, Chien, Lin, 2001], [Sueyoshi, Tariff, 1999], [Whiteman, 2000]); modelos que son determinados según el tipo de actividad de la firma: generadoras, transportadoras, distribuidoras y/o comercializadoras.

La mayoría de investigaciones realizadas para evaluar la eficiencia de unidades productivas tales como plantas generadoras de energía eléctrica, se basan en modelos ideales que comparan los resultados de las metas durante un periodo definido contra los objetivos formulados al inicio de este en la planeación periódica hecha por las jerarquías administrativas.

En Colombia, el antecedente más importante sobre medición de eficiencia de las generadoras de energía eléctrica, utilizando la técnica de análisis envolvente de datos (DEA); es el estudio realizado por Pérez- García (2002), denominado "Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia"; sobre el cual, la presente investigación busca continuar su desarrollo.

La mayoría de estudios aplicados en el sector de generación de energía eléctrica basados en el análisis envolvente de datos se encuentran en investigaciones desarrolladas fuera de Colombia, tales como:

²⁰ Pérez Y. García R. "Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002

En 1997 una investigación presentada por Toshiyuki Sueyoshi y publicada en Agosto de 1998 en The European Journal of Operational Research denominada "Tariff Structure of Japanese electric power companies: An empirical analysis using DEA"²¹; en la que se midió la eficiencia de las Generadoras de Energía Eléctrica en el sector público y privado del Japón, utilizando análisis envolvente de Datos empleó a nueve compañías eléctricas del Japón integradas verticalmente para los dos periodos anuales usados en el estudio (1993 y 1994) y adopto como entradas del modelo el costo de la mano de obra, el capital y el costo de los suministros.

Como variables de salida se tuvo en cuenta las ventas de energía clasificadas en tres tipos: servicios residenciales, servicios comerciales y otros servicios.

Esta investigación inicialmente aplicó CDEA (DEA basada en costos) para medir los costos marginales de los servicios de energía eléctrica, demostrando como los costos basados en DEA pueden estimar el costo marginal de múltiples productos de la industria generadora de energía del Japón.

De igual forma en 1992, Boaz Golany, YaaKov Roll y David Rybak llevó a cabo una investigación denominada "Measuring Efficiency of Power Plants in Israel by Data Envelopment Analysis"²² publicada en 1994 en Transactions on Engineering Management; se utilizaron para el estudio cuatro unidades productivas pertenecientes a The Israeli Electric Corporation (IEC).

Inicialmente esta investigación hizo énfasis en el proceso de selección de las variables a ser utilizadas en el estudio; la primera etapa del proceso consistió en compilar una larga lista de candidatas y agruparlas en tres categorías: factores referentes a un escenario específico, factores referentes a una operación específica y factores administrativos. La segunda etapa incluyó los siguientes pasos: un juzgamiento preliminar por expertos, estudio de correlación entre pares de factores y por último un análisis preliminar DEA.

Al final del proceso como entradas para el modelo se manejaron las siguientes variables: capacidad instalada, consumo de combustible y mano de obra; y como variables de salida: generación de energía, disponibilidad operacional y desviación de los parámetros operacionales; colocando especial énfasis en la variable de salida cualitativa concerniente a emisiones de SO₂, que fue tratada como variable categórica.

Esta fue la primera vez que una aproximación global a la medición de la actuación de las generadoras de energía eléctrica fue implementada en The Israeli Electric Corporation (IEC).

Como resultados de este estudio se obtuvo la correlación entre el número de factores y el nivel de eficiencia evaluado, además de herramientas de control para el funcionamiento de la IEC, basadas en las salidas obtenidas.

²¹ Sueyoshi, T (1997): "Tariff Structure of Japanese electric power companies: An empirical analysis using DEA "The European Journal of Operational Research 118 , 1999.

²² Golany, B.; Roll Y.; Rybak D. (1992) "Measuring Efficiency of Power Plants in Israel by Data Envelopment Analysis", Transactions on Engineering Management, Vol. 41, No 3, Agosto 1994.

Otro estudio realizado en 1997, por Puneet Chitkara, publicado en Mayo de 1999 en IEEE Transactions on Power Systems, denominado "A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of Operational Inefficiencies in Power Generating Units: A Case Study of Indian Power Plants"²³; planteó mediante aproximación no paramétrica a la frontera de análisis tres variables: generación por unidad de carbón consumido, generación por unidad de diesel consumido y generación por unidad de energía auxiliar consumida; como indicadores de funcionamiento de las generadoras de energía eléctrica evaluadas.

Como conclusión el estudio destaca la mejor frontera para cada variable, las causas de ineficiencia y por último se establecieron políticas basadas en estas para las unidades que deben renovarse y repotenciarse por medio de extensivo entrenamiento del personal operativo.

En cuanto a Data Envelopment Scenario Analysis (DESA) una técnica DEA para evaluar las organizaciones multi-áreas, Antreas Athanassopoulos, Nikos Lambroukos y Lawrence Seiford, presentaron en Agosto de 1997 en The European Journal of Operational Research una investigación denominada "Data Envelopment Scenario analysis for setting targets to electricity generating plants"²⁴. La metodología DESA se apoya en el concepto de eficiencia que implica que los resultados de los eventos futuros pueden ser considerados bajo el supuesto que la organización maximizará su desempeño interno para encontrar retos externos; lo anterior será garantizado evaluando la condición de escenarios alternativos sobre el área de posibilidades de producción debajo de la frontera eficiente. Este estudio utilizó generadoras del Reino Unido y los factores estudiados fueron las variables de entrada: consumo de combustible, costos fijos y capital gastado y las variables de salida: generación eléctrica, disponibilidad de la planta, accidentes incurridos y polución generada.

Como resultados del estudio, se presenta la selección de alternativas eficientes comparando las unidades ineficientes; también se proponen micro escenarios de planeación en el nivel de plantas individuales de generación. Se presentaron escenarios para desarrollar políticas, como medio de identificación de respuestas a prioridades diferentes con respecto a la demanda de servicios, costos y emisión de poluciones.

En Febrero de 2001, Feng-Yu Lo, Chen-Fu Chien y James T. Lin, publican un estudio en IEEE Transactions on Power Systems, denominado "A DEA Study to Evaluate The Relative Efficiency and Investigate the District Reorganization of The Taiwán Power Company"²⁵. Presentaron un caso, en el cual se evaluó la eficiencia relativa de los veintidós distritos de distribución de Electricidad de The Taiwán Power Company (TPC).

El estudio mostró que once de los veintidós distritos eran ineficientes, sugiriendo distintas políticas para los distritos ineficientes basadas en las variables analizadas; también se obtuvieron cuatro alternativas de reorganización de estos para incrementar la eficiencia.

²³ Chitkara, P. "A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of Operational Inefficiencies in Power Generating units: a case Study of Indian Power Plants". En: IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(2), 419-425.

²⁴ Athanassopoulos, A.D., Lambroukos, N., Seiford, L. "Data Envelopment Scenario Analysis for setting Targets to electricity Generating Plants. En: European Journal of Operational Research". 1999, 115, 413-428.

²⁵ Lo F. Y, Chien. CH.F, Lin J.T. (1999) "A DEA Study to Evaluate The Relative Efficiency and Investigate the District Reorganization of The Taiwán Power Company", IEEE Transactions on Power Systems, Vol 16, No. 1, Febrero 2001

En Diciembre de 2002 se publicó en The European Journal of Operational Research, una investigación denominada “An assessment of technical efficiency and cross-efficiency in Taiwan's electricity distribution sector”²⁶ desarrollada por Tser-yieth Chen en 2001; la cual compara la eficiencia Técnica y la eficiencia Cruzada de los Agentes Integrados verticalmente en el sector de energía eléctrica de Taiwán. Esta metodología calcula la eficiencia cruzada para identificar la eficiencia total y los falsos Índices estándar (FSI), representados por distritos supuestamente eficientes a los cuales se les distribuye la electricidad. Se encuentra que un agente con un puntaje alto puede incrementar sus beneficios si “repara” las políticas de los FSI. Los administradores de recursos podían utilizar esta información para elaborar políticas de gestión de costos en el mercado de Energía.

Por último, el antecedente más reciente realizado sobre el tema se llevó a cabo en 2003. En relación a la Eficiencia Ecológica o Eco-eficiencia, noción utilizada a menudo en las discusiones acerca de las políticas ambientales. Pekka J. Korhonen y Mikulas Luptacik, nos presentan una investigación denominada “Eco-efficiency analysis of power plants: An extension of data envelopment analysis”²⁷, publicada en Junio de 2003 en The European Journal of Operational Research. El estudio utiliza metodología DEA para medir y evaluar las salidas indeseables, como los costos ambientales, que tradicionalmente no pueden ser deducidas debido a la ausencia de precios en el mercado para este tipo de salidas.

Se propone el uso de dos acercamientos, en el primero se comienza descomponiendo el problema en dos porciones: una es el inconveniente de medir la eficiencia técnica como la relación entre las salidas deseables y las entradas; y la segunda, medir la eficiencia ecológica, determinada como la relación entre las salidas deseables y las indeseables; finalmente se combinan entonces estos dos indicadores de eficiencia.

En el segundo acercamiento, se tratan los agentes contaminadores como las entradas, en este sentido se desea aumentar las salidas deseables y disminuir las entradas indeseables. El desarrollo de esta metodología se aplica al asunto de medir la eficiencia de veinticuatro centrales eléctricas en un país Europeo.

1.2 CONCEPTOS DE EFICIENCIA

La eficiencia puede entenderse como el producir tanto como sea posible con los recursos disponibles, hacer uso de la menor cantidad de insumos admisibles para alcanzar un nivel determinado de productos, o bien, combinar estas alternativas de modo que se obtengan los mejores resultados de esta relación.

La eficiencia relativa se basa en la comparación de unidades que son evaluadas bajo las mismas características, y por tanto, supone que tienen un funcionamiento similar entre ellas. Dando un manejo comparable en cuanto a la forma en que las unidades hacen uso de sus recursos y lo más importante, presume que deben buscar los mismos propósitos.

²⁶ Chen Tser-yieth; “An assessment of technical efficiency and cross-efficiency in Taiwan's electricity distribution sector” En: The European Journal of Operational Research. 2002. 156

²⁷ Korhonen P., Luptacik M.; “Eco-efficiency analysis of power plants: An extension of data envelopment analysis”. En: European Journal of Operational Research”. 2003, 216

El concepto de eficiencia en estos términos trae implícito, que dentro de un grupo de posibilidades de producción, existe por los menos un punto eficiente y en la medida en que no exista ningún otro punto y' en dicho conjunto, tal que y' sea mayor que y . Se puede entonces deducir que el punto eficiente debe situarse en la frontera superior del conjunto de las posibilidades de producción.

En términos de formulación y estimación de la frontera que envuelve este grupo de posibilidades de producción, han surgido múltiples estudios entre los que encontramos: Farrell (1957) separó los conceptos de eficiencia técnica y eficiencia de asignación de precios. La eficiencia de asignación de precios está altamente determinada por la influencia que ejercen las mismas firmas en los precios del mercado. Según Farrell una firma es técnicamente eficiente si no existe ninguna otra combinación (convexa) menor de insumos de los que esta requiere.

Las técnicas de medición de eficiencia se pueden agrupar en dos conjuntos: las que no emplean una frontera eficiente y las que la emplean. En el primer conjunto no es necesario elaborar supuestos que restrinjan el comportamiento de las firmas objeto de evaluación, no obstante los resultados, en muchos casos no reflejan el verdadero nivel de eficiencia medido a partir de todos los factores empleados por dichas firmas. Entre estas encontramos: la técnica de aproximación econométrica que estima la eficiencia bajo el supuesto de funciones de producción o costos conocidas y las funciones de costos translogarítmicas que permiten aislar la eficiencia técnica de la eficiencia de asignación de precios [Resti, 2000].

El segundo conjunto utiliza una función de producción, beneficios o costos, estimada a partir de técnicas paramétricas o no paramétricas; que constituye la frontera eficiente.

Las técnicas paramétricas especifican una forma funcional determinada, que define su referencia eficiente.

Las técnicas no paramétricas utilizan programación matemática para medir la eficiencia de las firmas. En la metodología no paramétrica se establecen una serie de supuestos muy flexibles que determinan el conjunto de posibilidades de producción, empleando como método de cálculo la programación lineal.

En esta categoría se encuentra el Análisis Envoltante de Datos (DEA), que es una solución alternativa al problema de eficiencia técnica, estimándola solo a partir de la información que se tenga de producción y costos.

Así la evaluación del desempeño de las unidades es una medida de la razón:

Outputs (Salidas)
Inputs (Entradas)

Esto comúnmente mide la eficiencia, una medida asociada a la productividad. Algunas de estas relaciones son referidas a la medida de la productividad parcial o total; al medir el factor parcial o total de productividad se encuentran dificultades al escoger las inputs y

outputs que deben ser consideradas y los pesos de estas dentro del contexto. Otro problema es el incurrir en intentos de evaluar la eficiencia o productividad cuando múltiples inputs y outputs necesitan ser tomadas en cuenta.

DEA ha permitido evaluar los supuestos de retornos a escala de industrias con múltiples insumos o múltiples productos de diversas industrias o actividades.

La mejor relación de salidas/entradas resulta en general bajo las siguientes condiciones:

1. Todos los datos y ponderaciones son positivos.
2. El resultado de la relación varía entre cero y uno.
3. La misma ponderación para la unidad objetivo es aplicada a todas las unidades.

1.3 ACERCA DE LA TÉCNICA DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA)

Estudiar la evaluación del desempeño de las diferentes unidades dentro de una organización representa una labor muy compleja, que hace difícil el proceso de comparación entre las unidades evaluadas; si se tiene en cuenta el número de entradas y salidas presentes en el funcionamiento de las mismas.

Hasta hace poco estas evaluaciones contenían un alto índice de subjetividad, debido a la naturaleza de las técnicas utilizadas. Estas técnicas hacían comparaciones entre las unidades basándose en modelos conceptuales o en procedimientos a partir de la experiencia. Estos procedimientos son especialmente susceptibles a sesgos de opinión por parte de sus constructores.

En muchas ocasiones estas técnicas están basadas en desempeños hipotéticos que en el mejor de los casos corresponden a estándares internacionales, que carecen de validación nacional.

Uno de los inconvenientes principales de este tipo de procedimientos es su falta de poder argumentativo y de capacidad para definir políticas, que permitan avanzar en el mejoramiento de las diferentes unidades respecto a cada uno de los diferentes aspectos.

Como resultado de las consecuencias de los anteriores problemas surgen a mediados de los años ochenta algunos modelos evaluativos que terminaron desarrollando una técnica denominada *Data Envelopment Analysis* (desde aquí DEA), en 1978 por Abraham Charnes, William. W. Cooper and E. Rhodes; que evitan la necesidad de escoger ponderaciones a priori y quizás un manejo arbitrario.

DEA no requiere especificaciones de las relaciones entre entradas y salidas, incluso no precisa que estas sean las mismas para cada entidad; elimina los supuestos y por tanto las limitaciones de los métodos tradicionales para evaluar la eficiencia.

El análisis envolvente de datos es un método de optimización lineal que se usa para estudiar la eficiencia de un número de unidades en vía de de decisión conocidas como DMUs; teniendo en cuenta variables de entrada y salida determinadas. Se caracteriza

porque evalúa el indicador de productividad parcial (output / input) de cada DMU en relación al de aquellas encontradas como eficientes.

Una DMU o Unidad en Vía de Decisión es considerada como una entidad responsable de convertir entradas en salidas y cuyo desempeño es evaluado. En aplicaciones dirigidas las DMUs pueden incluir bancos, departamentos, tiendas, supermercados entre otras. Para asegurar el propósito de comparaciones de eficiencias relativas, un grupo de DMUs es usado para evaluar cada una de las otras DMUs.

Si se tienen n DMUs: $DMU_1, DMU_2, \dots, DMU_n$ y algunas entradas y salidas comunes para cada una de ellas, las DMUs son seleccionadas así:

1. Las unidades valoradas deben utilizar las mismas entradas para producir las mismas salidas. Esto se refiere a que ninguna DMU puede tener como valor de entrada o salida cero.
2. Las variables escogidas como inputs y outputs deben reflejar intereses de análisis o manejo, dentro de la evaluación de la eficiencia relativa de las DMUs.
3. Las unidades de medición de las diferentes inputs y outputs no necesitan ser congruentes entre sí. Algunas pueden incluir número de personas, espacios, dinero gastado, etc.

El fundamento de la técnica se basa en la determinación de una frontera eficiente multidimensional convexa o frontera de posibilidades de producción (FPP), compuesta de las mejores unidades de producción calificadas, tomadas del conjunto de referencia respecto a los diferentes aspectos. Esto es, incluye al menos una unidad eficiente y todas las demás están por debajo de esta creando una superficie envolvente (de aquí el nombre de DEA). Para cada unidad no incluida dentro de la frontera eficiente, DEA ofrece unas ponderaciones que equivalen a la proporción de la desventaja competitiva respecto a cada una de las empresas que componen su propio conjunto de referencia.

La técnica tiene en cuenta las circunstancias bajo las cuales las unidades operan: para ello usa variables discretas y no discretas. Las variables de entradas y salidas que pueden variar a discreción de la gerencia u otros usuarios se llaman variables discretas. Las variables no discretas no están sujetas al control de la administración, es decir no dependen de la organización como tal.

El análisis envolvente de datos tiene unas ventajas adicionales a otros métodos de medición de eficiencia: colabora en el análisis y decisión de oportunidades en el mercado, colabora al escoger inputs y outputs que puedan ser utilizadas, permite realizar benchmarking, identifica competidores potenciales y permite localizar fuentes de ineficiencia en cada entrada y salida para cada unidad.

Respecto a las técnicas cuantitativas que existen, se prefiere la evaluación tipo DEA principalmente por la capacidad de manejo de las variables involucradas.

1.4 PLANTEAMIENTO DE LOS MODELOS DEA

Dentro de los modelos desarrollados en la metodología Análisis Envolvente de Datos (DEA) se encuentran los modelos aditivos (VRS, CRS), modelos multiplicativos (VRS, CRS), modelos orientados (entrada y salida) - (CCR, BCC), con versiones arquimedianas y no arquimedianas. Estos modelos difieren en varios aspectos, entre los cuales se encuentran los retornos a escala, el tipo de superficie envolvente, la proyección sobre el mapa o frontera eficiente, el rango de métrica de la envolvente y la variabilidad de las unidades. Aunque los modelos tienen propósitos similares, son frecuentemente utilizados para validarse y complementarse mutuamente. Es común que los resultados de los modelos muestren algunos resultados disímiles, como producto de diferencias en su concepción epistemológica.²⁸

La notación de los modelos incluye la matriz de entradas X (de tamaño $m \times n$) y la matriz de salidas Y (de tamaño $s \times n$), donde m y s representan el número de entradas y salidas respectivamente.

En los problemas primales, 1 es un vector fila de tamaño n , λ es un vector columna de variables de longitud n , S^- es la variable de holgura de las entradas y S^+ es la variable de holgura de las salidas, finalmente el subíndice 0 será aplicado a la DMU evaluada. La eficiencia de una DMU se mide a través del valor óptimo de Z_0^* .

En lo que respecta a los modelos duales, las ecuaciones representan hiperplanos, la intersección de los hiperplanos eficientes forma la frontera eficiente, las constantes μ y ν son las constantes de las ecuaciones de los hiperplanos y μ_0 y ν_0 son las variables asociadas a la restricción de convexidad de sus respectivos problemas primales. En los problemas duales la ineficiencia de cualquier DMU se determina a través del valor óptimo de W_0^* , que mide la distancia de su hiperplano al hiperplano de soporte más cercano. Cabe anotar que las condiciones de optimalidad determinan que $W_0^* = Z_0^*$ ya que como se sabe la solución primal y dual es igual en el óptimo²⁹.

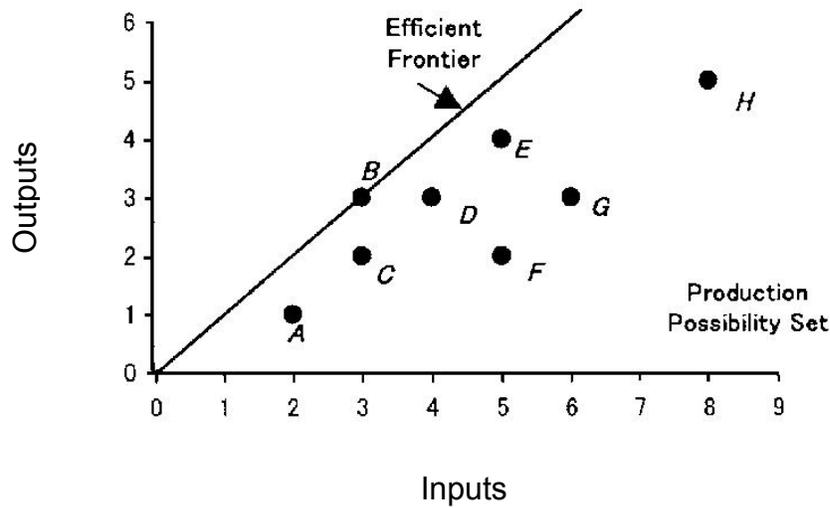
A continuación se estudiarán los modelos de posible escogencia para este trabajo:

1.4.1 Modelo CCR. Fue inicialmente propuesto por CHARNES, COOPER y RHODES en 1978. Este modelo es constituido con la presunción de actividades de constantes retornos a escala tanto para entradas como para salidas, teniendo en cuenta los excesos y las faltantes de las mismas sin importar fluctuaciones debido a la variabilidad de los datos. Esto es si una actividad (x,y) (actividad se denomina a cualquier (x,y) que pertenezca al grupo de posibles producciones P , siendo x las entradas y y las salidas) es factible, luego para todos los posibles escalares t positivos, la actividad (tx, ty) es también factible.

²⁸ Pérez Y. García R. "Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002.

²⁹ Pérez Y. García R. "Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002.

Figura 1. Modelo CCR



Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Este modelo posee dos orientaciones:

INPUT ORIENTED

El objetivo de este modelo es minimizar las entradas mientras se produce al menos un nivel dado de salidas.

primal

$$\text{Min } Z_0 = \theta - e 1S^+ - e 1S^-$$

$$\lambda, S^+, S^-$$

SA

$$Y\lambda - S^+ = Y_0$$

$$X\lambda + S^- = X_0$$

$$\lambda, S^+, S^- \geq 0$$

dual

$$\text{Max } W_0 = u^T Y_0$$

$$u, v$$

SA

$$v^T X_0 = 1$$

$$u^T Y - v^T X \leq 0$$

$$-u^T \leq -e1$$

$$-v^T \leq -e1$$

$$u, v \geq 0$$

Donde:

θ : Es el valor optimo objetivo e : numero real muy pequeño tal como 10^{-6}

1: Vector fila de tamaño n , en el cual todos los elementos son iguales a 1.

S^+ : Variable de holgura de las salidas

S^- : Variable de holgura de las entradas

λ : Vector columna de variables, de longitud n .

Y : Matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : Matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

Y_0 : Vector columna de datos de salida de la DMU₀

Longitud s

X_0 : Vector columna de datos de entrada de la DMU₀

Longitud m .

u^T : Variable asociada con las salidas de la DMU₀

v^T : Variable asociada con las 1. entradas de la DMU₀

La superficie envolvente es un cono convexo, debido a que no existe alguna restricción de convexidad. Esto reduce el número de DMUs eficientes, produciendo a su vez retornos constantes a escala. Al no existir restricción de convexidad, se obliga a que todos los planos de la envolvente crucen por el origen de coordenadas del hiperplano.

OUTPUT ORIENTED

Este modelo apunta a maximizar las outputs mientras usa las mismas cantidades observadas de inputs. A continuación se muestra la formulación de este modelo:

primal

$$\text{Max } Z_0 = \phi + e 1S^+ + e 1S^-$$

$$\lambda, S^+, S^-$$

SA

$$Y\lambda - S^+ = Y_0$$

$$X\lambda + S^- = X_0$$

$$\lambda, S^+, S^- \geq 0$$

dual

$$\text{Min } W_0 = v^T X_0$$

$$u, v$$

SA

$$u^T Y_0 = 1$$

$$-u^T Y - v^T X \geq 0$$

$$u^T \geq e1$$

$$v^T \geq e1$$

$$u, v \geq 0$$

Donde:

ϕ : Es el valor optimo objetivo

ϵ : Numero real muy pequeño tal como 10^{-6}

$\mathbf{1}$: Vector fila de tamaño n , en el cual todos los elementos son iguales a 1

S^+ : Variable de holgura de las salidas

S^- : Variable de holgura de las entradas

λ : Vector columna de variables, de longitud n .

Y : Matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : Matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

Y_0 : Vector columna de datos de salida de la DMU₀

Longitud s

X_0 : Vector columna de datos de entrada de la DMU₀

Longitud m .

u^T : Variable asociada con las salidas de la DMU₀

v^T : Variable asociada con las entradas de la DMU₀

Se denomina *Zero Slack* cuando en la solución del optimo las holguras S^- y S^+ son iguales a cero. Esto significa que no existen excesos ni faltantes tanto de entradas como de salidas.

Si en la solución optima $(\theta^*, \lambda^*, S^-, S^+)$ (orientación a la entrada); $(\phi^*, \lambda^*, S^-, S^+)$ (orientación a la salida), del problema dual y primal :

(i). $\theta^* = 1$ (modelo orientado a las entradas) ; $\phi^* = 1$ (modelo orientado a las salidas).

(ii). Es Zero Slack ($S^- = 0, S^+ = 0$).

Entonces la DMU es llamada CCR – eficiente, de otra forma se llama CCR – ineficiente.

La primera de las dos condiciones se refiere a la “eficiencia radial” o eficiencia Técnica, porque un valor como $\theta^* < 1$, significa que todas las entradas pueden simultáneamente reducirse sin alterar las proporciones en las cuales están siendo utilizadas, o un valor $\phi^* > 1$, significa que todas las salidas pueden simultáneamente aumentarse sin alterar las proporciones en las cuales están siendo producidas.

Cuando las dos condiciones. (i) y (ii), ambas son satisfechas, se dice que la DMU es totalmente eficiente, este tipo de Eficiencia también es conocido como eficiencia de “Pareto-Koopmans”

Definición (Eficiencia de Pareto-Koopmans)³⁰

Una DMU es totalmente eficiente si y solo si no es posible mejorar cualquier entrada o salida sin desmejorar alguna otra entrada o salida.

³⁰ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. “Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces”. 2000

Puede evaluarse la eficiencia de una DMU ineficiente que se encuentra en posición relativa (x_0, y_0) así:

Los valores de entrada son reducidos en θ^* (orientación a la entrada)

Los valores de salida son aumentados en ϕ^* (orientación a la salida)

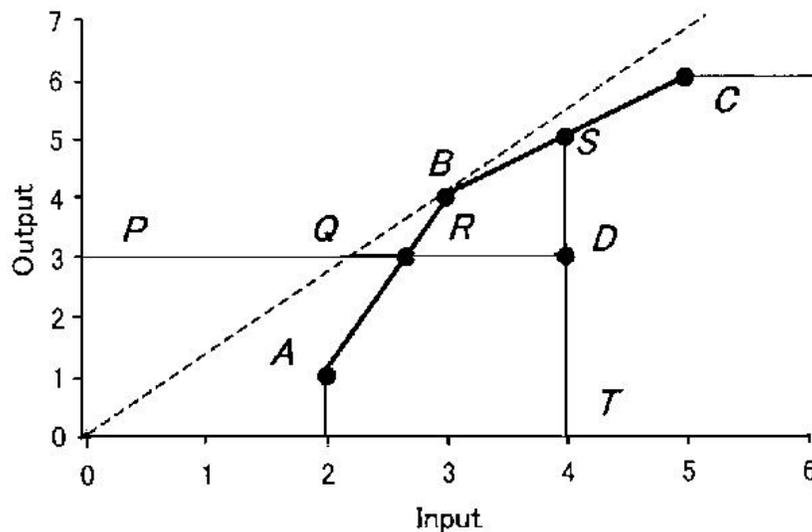
Las entradas se reducen en S^-*

Las salidas se aumentan en S^+*

Es necesario anotar que existen problemas de convergencia en los modelos que utilizan arquimedianos para rangos inferiores a 0.000001.

1.4.2 Modelo BCC. Su nombre se debe en honor a sus creadores BANKER, CHARNES y COOPER. Este modelo tiene sus fronteras de producción medidas por la corteza convexa de las DMUs existentes. Esta frontera tiene una estructura lineal y cóncava que la caracteriza comprendida por el caparazón convexo de las DMUs que la forman; lo que lleva a concluir que existe más de una unidad eficiente dentro del conjunto tomado. Permite retornos variables a escala crecientes o decrecientes tanto para entradas como para salidas.

Figura 2. Modelo BCC



Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive. Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Este modelo tiene dos orientaciones:

INPUT ORIENTED

primal

$$\text{Min } Z_0 = \theta - e 1S^+ - e 1S^-$$

$$\lambda, S^+, S^-$$

SA

$$Y\lambda - S^+ = Y_0$$

$$X\lambda + S^- = X_0$$

$$1\lambda = 1$$

$$\lambda, S^+, S^- \geq 0$$

dual

$$\text{Max } W_0 = u^T Y_0 - u_0$$

$$u, v$$

SA

$$v^T X_0 = 1$$

$$u^T Y - v^T X - u_0 1 \leq 0$$

$$-u^T \leq -e1$$

$$-v^T \leq -e1$$

$$u, v \geq 0$$

$$u_0 \text{ libre}$$

Donde:

θ : Es el valor optimo objetivo

e : Numero real muy pequeño tal como 10^{-6}

1 : Vector fila de tamaño n , en el cual todos los elementos son iguales a 1.

S^+ : Variable de holgura de las salidas

S^- : Variable de holgura de las entradas

λ : Vector columna de variables, de longitud n .

Y : Matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : Matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

Y_0 : Vector columna de datos de salida de la DMU_0 Longitud s

X_0 : Vector columna de datos de entrada de la DMU_0 Longitud m .

$1\lambda = 1$: Restricción de convexidad

u^T : Variable asociada con las salidas de la DMU_0

v^T : Variable asociada con las entradas de la DMU_0

u_0 : Variable asociada con la restricción de convexidad del Modelo primal

Este modelo buscará la eficiencia de las DMUs únicamente por medio de la minimización de las entradas. En este modelo la eficiencia técnica se obtiene a través de θ (≤ 1) que provee la reducción proporcional aplicada a todas las entradas de la DMU_0 , y la eficiencia de escala a través de los ajustes de los arquimedianos sobre las holguras en la frontera eficiente.

Una DMU será eficiente si $\theta^* = 1$ y si todas las holguras son iguales a 0

OUTPUT ORIENTED

primal

$$\text{Max } Z_0 = \phi + e^T S^+ + e^T S^-$$

$$\lambda, S^+, S^-$$

SA

$$Y\lambda - S^+ = Y_0$$

$$X\lambda + S^- = X_0$$

$$1\lambda = 1$$

$$\lambda, S^+, S^- \geq 0$$

dual

$$\text{Min } W_0 = v^T X_0 + v_0$$

$$u, v$$

SA

$$u^T X_0 = 1$$

$$-u^T Y - v^T X + u_0 1 \geq 0$$

$$u^T \geq e 1$$

$$v^T \geq e 1$$

$$v_0 \text{ libre}$$

Donde:

ϕ : Es el valor optimo objetivo

e : Número real muy pequeño tal como 10^{-6}

1 : Vector fila de tamaño n , en el cual todos los elementos son iguales a 1

S^+ : Variable de holgura de las salidas

S^- : Variable de holgura de las entradas

λ : Vector columna de variables, de longitud n .

Y : Matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : Matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

Y_0 : Vector columna de datos de salida de la DMU₀

Longitud s

X_0 : Vector columna de datos de entrada de la DMU₀

Longitud m .

$1\lambda = 1$: Restricción de convexidad

u^T : Variable asociada con las salidas de la DMU₀

v^T : Variable asociada con las entradas de la DMU₀

v_0 : Variable asociada con la restricción de convexidad del Modelo primal

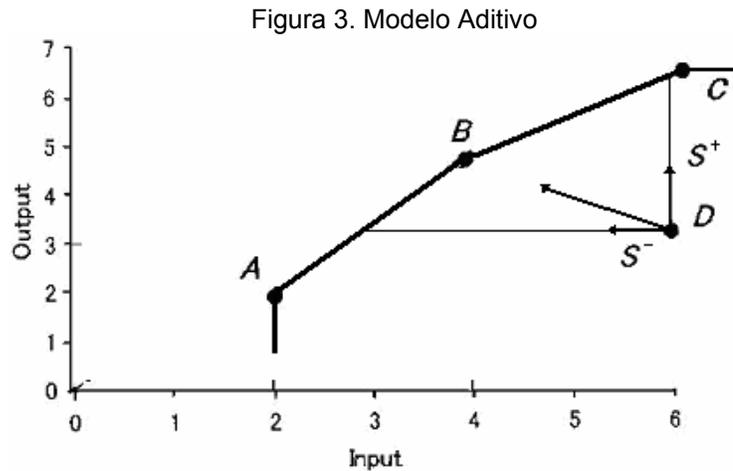
Este modelo busca la eficiencia de las DMUs únicamente por medio de la maximización de las salidas. En este modelo la eficiencia técnica (o radial) se obtiene a través de Φ (≥ 1) que provee la ampliación proporcional aplicada a todas las salidas de la DMU₀, y la eficiencia de escala a través de las holguras si no se alcanza la frontera eficiente.

Una DMU será eficiente si $\Phi^* = 1$ y si todas las holguras son iguales a 0.

1.4.3 Modelo Aditivo. Los modelos aditivos fueron introducidos por Charnes en 1985³¹ y Banker lo retoma en 1989³².

Hasta ahora los modelos estudiados hacen distinción en cuanto a su orientación a entradas o salidas. Ahora se combinan estas dos orientaciones en un solo modelo, conocido como Modelo Aditivo.

Este modelo tiene en cuenta en su planteamiento inicial los faltantes en salidas y los excesos en las entradas simultáneamente al desplazar un punto eficiente al punto de la frontera más cercano. Mientras los modelos CCR y BCC los tienen en cuenta pero en modelos diferentes a la función inicial objetivo.



Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000
 Como se muestra en la figura 3., el modelo aditivo tiene el mismo conjunto de producción del BCC, en donde un posible replanteamiento de D con S^+ y S^- es denotado por las flechas respectivas en la figura 3.

A partir de los resultados que se llegan a obtener de la aplicación de los modelos, implican que una DMU es ADD eficiente si y sólo si es BCC eficiente. En cuanto al desplazamiento, el primero considera desplazamientos al punto más cercano contenido dentro de la frontera eficiente, y el segundo los considera a cualquier parte de la frontera.

Así se formula el modelo Aditivo:

³¹ Charnes, A. and Cooper, W.W. (1985) "Preface to Topics in Data Envelopment Analysis", Annals of Operations Research 2, (pp. 59-94).
³² Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W.W.; Swarts, J.; and Thomas, D. A. (1989) "An introduction to Data Envelopment Analysis with Some of Its Models and Their Uses", in J.L. Chan and J.M. Patton, eds. Research in Governmental and Nonprofit Accounting 5, (pp. 125-163)

primal

$$\text{Min } Z_0 = -1S^+ - 1S^-$$

$$\lambda, S^+, S^-$$

SA

$$Y\lambda - S^+ = Y_0$$

$$X\lambda + S^- = X_0$$

$$1\lambda = 1$$

$$\lambda, S^+, S^- \geq 0$$

dual

$$\text{Max } W_0 = u^T Y_0 - v^T X_0 + u_0$$

$$u, v$$

SA

$$u^T Y_0 - v^T X_0 + u_0 \leq 0$$

$$-u^T \leq -1$$

$$-v^T \leq -1$$

$$u, v \geq 0$$

$$u_0 \text{ libre}$$

Donde:

1 : Vector fila de tamaño n , en el cual todos los elementos son iguales a 1

S^+ : Variable de holgura de las salidas

S^- : Variable de holgura de las entradas

λ : Vector columna de variables, de longitud n .

Y : Matriz de datos de salida (tamaño $s \times n$)

X : Matriz de datos de entrada (tamaño $m \times n$).

Y_0 : Vector columna de datos de salida de la DMU₀ Longitud s

X_0 : Vector columna de datos de entrada de la DMU₀ Longitud m .

$1\lambda = 1$: Restricción de convexidad

u^T : Variable asociada con las salidas de la DMU₀

v^T : Variable asociada con las entradas de la DMU₀

u_0 : Variable asociada con la restricción de convexidad del Modelo primal

La superficie envolvente es formada por las dos primeras restricciones, y la ineficiencia de la DMU es medida como resultado de la maximización de la distancia noroeste de la sumatoria de las holguras que unen esta con la combinación convexa de las DMU's eficientes correspondientes con niveles de salida $Y\lambda \geq Y_0$ y de entrada $X\lambda \leq X_0$, (a esto se le llama la proyección sobre el mapa). La tercera restricción es la de convexidad y permite que se forme una envolvente convexa que modela retornos variables a escala. Como cualquier modelo PL este incluye las restricciones de no negatividad para las variables.

En este modelo las DMU's eficientes tendrán como resultado de la minimización de la función objetivo a $Z_0^* = 0$ y las no eficientes a $Z_0^* < 0$.

Finalmente las proyecciones a la frontera eficiente el modelo aditivo se formulan como sigue:

$$x_0 \Leftarrow x_0 - S^{-*}$$

$$y_0 \Leftarrow y_0 + S^{+*}$$

1.4.4 Medida de eficiencia basada en las holguras. Con el modelo aditivo se introduce una nueva medida de evaluación de eficiencia, invariante con respecto a las unidades que se toman de medición para las entradas y salidas; lo cual correspondiente a la propiedad de invarianza de unidades. Esta medida puede asumir la forma de un escalar denominado "SBM" (Slack Based Measure); el cual cumple con las siguientes propiedades importantes: i.) La medida es invariante con respecto a la unidad de medición de cada una de las entradas o salidas y ii.) La medida es decrecientemente monótona en cada Slack de entrada y salida³³.

Formulando el problema de programación fraccional para este modelo con λ , S^- , S^+ se encuentra:

$$(SBM) \quad \min \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum s_i^- / x_{i0}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{r0}}$$

S.A.

$$x_0 = X\lambda + s^-$$

$$y_0 = Y\lambda - s^+$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Donde:

ρ : valor optimo objetivo

S^+ :variable de holgura de las salidas

S^- :variable de holgura de las entradas

λ : vector columna de variables, de longitud n .

Y : matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

y_0 : vector columna de datos de salida de la DMU₀
Longitud s

x_0 : vector columna de datos de entrada de la DMU₀
Longitud m .

m : escalar asociado al número de entradas

s : escalar asociado al número de salidas

³³ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

En la conversión de este problema a un problema de programación lineal, introduciendo una variable escalar positiva t , y definiendo:

$$S^- = ts^-, S^+ = ts^+, \text{ y } \Lambda = t\lambda$$

(SBM t) se convierte en el siguiente problema de programación lineal con $t, S^-, S^+, \text{ y } \Lambda$:

$$(LP) \quad \min \tau = t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{i0}$$

S.A.

$$1 = t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s S_r^+ / y_{r0}$$

$$tx_0 = X\Lambda + S^-$$

$$ty_0 = Y\Lambda - S^+$$

$$\Lambda, S^+, S^- \geq 0$$

$$t \geq 0$$

Donde:

τ : valor óptimo objetivo

t : variable escalar positiva

S^+ : variable de holgura de las salidas

S^- : variable de holgura de las entradas

Λ : vector columna de variables, de longitud n .

Y : matriz de datos de salida (tamaño $s*n$)

X : matriz de datos de entrada (tamaño $m*n$).

y_0 : vector columna de datos de salida de la DMU₀

Longitud s .

x_0 : vector columna de datos de entrada de la DMU₀

Longitud m .

m : escalar asociado al número de entradas

s : escalar asociado al número de salidas

y_{r0} = r -ésimo dato de y_0

x_{i0} = i -ésimo dato de x_0

De donde se obtiene una solución óptima de (SMB), de acuerdo a:

$$\rho^* = \tau^*, \lambda^* = \Lambda^* / t^*, s^{*-} = S^{-*} / t^*, s^{*+} = S^{+*} / t^*$$

De lo que resulta que una DMU será SBM-eficiente si y solo si $\rho^* = 1$. Esta condición es equivalente a que $s^{*-} = 0$ y que $s^{*+} = 0$, es decir que no existan excesos en las entradas, ni faltantes en las salidas en la solución óptima.

La DMU (x_0, y_0) puede convertirse en eficiente disminuyendo los excesos en sus entradas y aumentando sus faltantes de salidas. La proyección de una DMU SBM-ineficiente (x_0, y_0) esta definida por:

$$x_0 \Leftarrow x_0 - S^{-*}$$

$$y_0 \Leftarrow y_0 + S^{+*}$$

Las cuales son las mismas que se usan en el modelo aditivo.

Por otro lado el grupo de índices correspondientes a λ_j^* , es llamado grupo de referencia para (x_0, y_0) , pero, cuando se tienen múltiples soluciones óptimas el grupo de referencia no es único.

Si R_0 representa el grupo de referencias para una DMU, y es denotado por:

$$R_0 = \{j / \lambda_j^* > 0\} \quad (j \in \{1, \dots, n\})$$

Usando R_0 se podrían expresar (x, y) por:

$$x_0 = \sum_{j \in R_0} x_j \lambda_j^*$$

$$y_0 = \sum_{j \in R_0} y_j \lambda_j^*$$

Lo que significa que un punto en la frontera eficiente, es expresado como una combinación positiva de los miembros del grupo de referencia (donde cada uno es eficiente).

Las medidas de SBM y CCR se encuentran relacionadas en los teoremas 4.8³⁴ y 4.9³⁵, que enuncian:

- *Teorema 4.8: El óptimo SBM ρ^* no es mayor que el óptimo CCR θ^* .* Este teorema refleja que el factor que SBM encuentra para todas las ineficiencias θ^* cuenta solo para ineficiencias técnicas puras.
- *Teorema 4.9 (Tone)³⁶: Una DMU (x_0, y_0) es CCR-eficiente si y solo si es SBM-eficiente. Este teorema se demuestra al probar que una DMU es CCR ineficiente si y solo si es SBM ineficiente y luego se concluye; ya que las definiciones de eficiencia e ineficiencia son mutuamente excluyentes.*

Al ser estudiados los modelos DEA, pueden resumirse sus principales características en la tabla 1.

³⁴ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

³⁵ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

³⁶ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Tabla 1. Características de los modelos

MODELO		CCR-I	CCR-O	BCC-I	BCC-O	ADD	SBM
Datos	Entradas	semipositivo	semipositivo	semipositivo	Libre	libre	Semipositivo
	Salidas	Libre	Libre	Libre	semipositivo	libre	Libre
Traslación de invarianza	Entradas	No	No	No	Si	si	No
	Salidas	No	No	Si	No	si	No
Invarianza de unidades		Si	Si	Si	Si	no	Si
θ^*		0,1	0,1	0,1	0,1	no	0,1
Tipo de eficiencia		Técnica	Técnica	Técnica	Técnica	mezcla	Mezcla
Retornos a escala		CRS	CRS	VRS	VRS	C(V)RS	C(V)RS

Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Donde *semipositivo* significa no negativo, es decir con al menos un elemento positivo en los datos de cada DMU. *Libre*, permite negativos, cero o datos positivos y el θ^* de los modelos orientados a las salidas es el recíproco de $\eta^* (\geq 1)$ ³⁷

1.4.5 Retornos a escala

Al examinar los conceptos formulados en economía para los cuales se usa la figura 4, se introducen las definiciones de retornos a escala. En la figura 1. la función $y = f(x)$, representa una función de producción; donde se define que los valores de y son máximos para cada valor de x . Esto asegura que la eficiencia técnica siempre se logrará. El diagrama de abajo describe el comportamiento promedio de la productividad entendido como y/x y la productividad marginal entendida como dy/dx ³⁸.

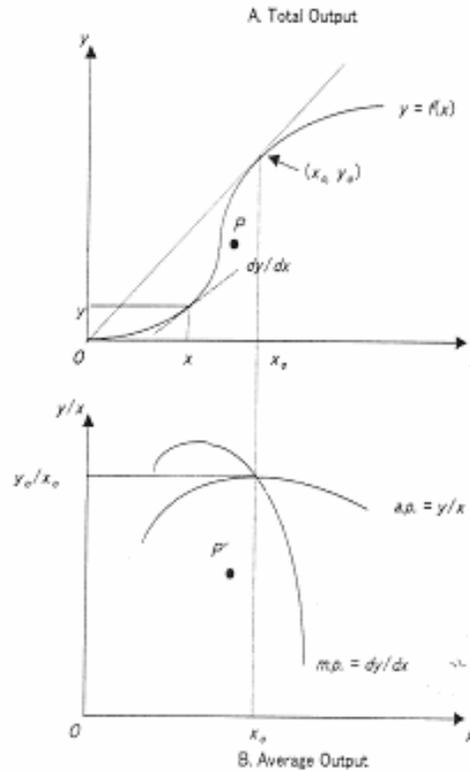
Se puede observar que las pendientes de la función $f(x)$ se incrementan con x hasta llegar a x_0 . Y de ahí en adelante las pendientes empiezan a decrecer.

De forma similar la derivada dy/dx crece con x hasta alcanzar un punto de inflexión y después de este empieza a decrecer.

³⁷ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

³⁸ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Figura 4. Retornos a escala



Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

En el diagrama de abajo $m.p. = dy/dx$ esta por encima de $a.p. = y/x$ a la izquierda de x_0 . Así mismo esta por debajo a la derecha de x_0 . Esto significa que las salidas están cambiando proporcionalmente igual de rápido que las entradas hasta x_0 . Mientras la situación contraria ocurre a la derecha de x_0 ³⁹.

Al encontrar el máximo valor de $a.p$ derivando $a.p$ con respecto a x se tiene $e(x)=1$. Donde $e(x)$ esta definida como la derivada logarítmica que refleja el factor de proporcionalidad de cambio que esta siendo considerado. En economía "elasticidad" es la medida del cambio relativo en salidas comparado con el cambio relativo en entradas. En x_0 donde $a.p$ es máxima se encuentra $e(x) = 1$, por tanto $dy/dx = y/x$, y la tasa de cambio de salidas sobre entradas no cambia. Así $e(x)=1$ representa constantes retornos a escala porque el incremento proporcional en y dado por dy/y es el mismo que el mismo incremento proporcional en x dado por dx/x . A la izquierda de x_0 se tendrá $dy/dx > y/x$ y por tanto $e(x) > 1$ y crecientes retornos a escala. Y a la derecha de x_0 se tendrá $dy/dx < y/x$, por tanto $e(x) < 1$ y retornos a escala decrecientes con $dy/y < dx/x$ ⁴⁰.

³⁹ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

⁴⁰ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Al extender el caso a múltiples entradas, usando el escalar θ para representar incrementos en escala cuando $\theta > 1$; manteniendo mezcla constante de entradas se puede representar la elasticidad de escala por:

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\theta}{y} \frac{dy}{d\theta}$$

Cuando $\varepsilon(\theta) > 1$ se tienen crecientes retornos a escala, para $\varepsilon(\theta) < 1$ se tienen decrecientes retornos a escala, y para $\varepsilon(\theta) = 1$ existen constantes retornos a escala.

Estas expresiones deben ser modificadas al aplicarlas en situaciones de simultáneas entradas y salidas.

Esto nos lleva a realizar un análisis con hiperplanos soporte llamados H_0 , definido así:

$$H_0 = u(y - y_0) - v(x - x_0) = 1$$

Donde u pertenece R^s y v pertenece R^m son vectores de coeficientes. El vector de coeficientes (v, u, u_0) del plano soportante H_0 . Es una solución óptima del modelo BCC.

- Retornos a escala BCC

De acuerdo a la solución que da el problema dual (multiplicador) del modelo BCC y usando (x_0, y_0) para representar un punto con valores de coordenadas correspondientes a múltiples entradas y salidas para una DMU₀, se formulan los siguientes teoremas aplicados al modelo BCC.

Teorema 5.2:⁴¹ Asumiendo que (x_0, y_0) está en la frontera eficiente las siguientes condiciones identifican la situación de los retornos a escala en ese punto:

- i. Crecientes retornos a escala predominan en (x_0, y_0) si y solo si $u_0^* < 0$ para todas las soluciones óptimas.*
- ii. Decrecientes retornos a escala predominan en (x_0, y_0) si y solo si $u_0^* > 0$ para todas las soluciones óptimas.*
- iii. i. Constantes retornos a escala predominan en (x_0, y_0) si y solo si $u_0^* = 0$ en cualquier solución óptima.*

- Retornos a escala CCR

Como ya se había dicho los constantes retornos a escala caracterizan el modelo CCR. Esto es técnicamente correcto hasta cierto punto, porque este modelo puede también emplearse para determinar si en algunos casos los retornos a escala son crecientes o decrecientes. Esto es concluido al profundizar en el tema por Banker y Thall (1992) de acuerdo a:

⁴¹Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Teorema 5.3⁴²: Sea (x_0, y_0) un punto localizado en la frontera eficiente. Empleando un modelo CCR en la forma envolvente al obtener las soluciones óptimas $(\lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*)$, los retornos a escala en este punto pueden ser determinados de acuerdo a las siguientes condiciones:

- i. Si $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* = 1$ en algún óptimo alternativo los constantes retornos a escala predominan.
- ii. Si $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* > 1$ para todos los óptimos alternativos, luego los decrecientes retornos a escala predominan.
- iii. Si $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* < 1$ para todos los óptimos alternativos, luego los crecientes retornos a escala predominan.

En el análisis de retornos a escala se prefiere usar el modelo CCR a el BCC ya que involucra menos condiciones y por tanto es común que sea desarrollado más eficientemente computacionalmente; por otro lado, la información que este modelo proporciona es información más pertinente para ser usada en formulas proyectivas.

Las características de retornos a escala para estos dos modelos son concluidas por Banker y Thrall (1992) en el siguiente teorema:

Teorema 5.4⁴³

- i. $u^*_0 > 0$ para todas las soluciones óptimas de un modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* > 1$ para todas las soluciones óptimas del correspondiente modelo CCR.
- ii. $u^*_0 < 0$ para todas las soluciones óptimas de un modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* < 1$ para todas las soluciones óptimas del correspondiente modelo CCR.
- iii. $u^*_0 > 0$ para alguna solución óptima de un modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* = 1$ para alguna solución óptima del correspondiente modelo CCR.

Con su respectivo corolario

Corolario 5.1⁴⁴ (corolario del teorema 5.4):

⁴² Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000.

⁴³ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

⁴⁴ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

- i. $u^*_o > 0$ para todas las soluciones óptimas del modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* - 1 > 0$ en todas las soluciones óptimas del correspondiente modelo CCR.
- ii. $u^*_o < 0$ para todas las soluciones óptimas del modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* - 1 < 0$ en todas las soluciones óptimas del correspondiente modelo CCR.
- iii. $u^*_o = 0$ para alguna solución óptima del modelo BCC, si y solo si, sumatoria $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* - 1 = 0$ en alguna solución óptima del correspondiente modelo CCR.

1.4.6 Tamaño de Escala Más Productivo (MPSS)

Teorema 5.5⁴⁵ (Ahn, Charnes y Cooper – 1989-) Una DMU encontrada como eficiente en con un modelo CCR también será encontrada como eficiente en el correspondiente BCC y constantes retornos a escala imperan en la DMU.

Es importante notar que el inverso de este teorema no es cierto; es decir, al ser una DMU catalogada como BCC-eficiente, no necesariamente debe ser CCR-eficiente, con $\theta_o^* < \theta_B^*$.

Al obtener interpretaciones de los retornos a escala y al poder manipular sus usos, se incluye el concepto de Most Productive Scale Size (MPSS) expuesto por R.D. Banker. Este concepto se introduce con la expresión:

$$(x_0\alpha, y_0\beta)$$

Donde (x_0, y_0) son vectores con coordenadas correspondientes al punto que esta siendo evaluado y (α, β) son escalares que representan factores de expansión o contracción acordando si $\alpha, \beta > 0$ ó $\alpha, \beta < 0$ son aplicados a las entradas y salidas representadas por estas coordenadas.

α se asigna a un θ para entradas y el escalar β se asigna a las salidas. Se busca una medida de escala; la cual es adimensional (no depende de las unidades de medida usadas); para ello se utiliza la relación proporcionada por los dos escalares α y β , cada uno de los cuales es adimensional.

Se inicia con un problema de programación fraccional, que se transforma a un problema de programación lineal desarrollado por García (2003):

⁴⁵ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \beta \\
 & \text{sa} \\
 & \beta Y_0 \leq \sum_{j=1}^n Y_j \alpha_j \\
 & X_0 \geq \sum_{j=1}^n X_j \alpha_j \\
 & t = \sum_{j=1}^n \alpha_j \\
 & \beta, \alpha_j, t \geq 0
 \end{aligned}$$

Donde:

- β : valor optimo objetivo
- j : variable asociada a j -esima DMU
- Y_j : vector columna de datos de salida asociado a j -esima DMU
Longitud s
- X_j : vector columna de datos de entrada asociado a j -esima DMU
Longitud m
- Y : matriz de datos de salida (tamaño $s \times n$)
- X : matriz de datos de entrada (tamaño $m \times n$).
- Y_0 : vector columna de datos de salida de la DMU0
Longitud s
- X_0 : vector columna de datos de entrada de la DMU0
Longitud m .
- t : variable escalar positiva

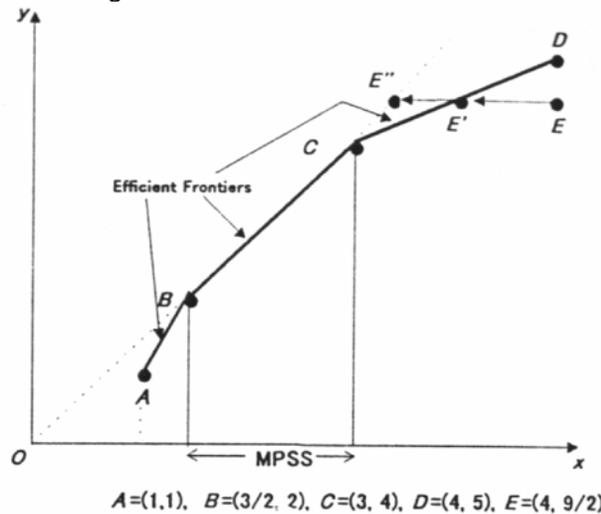
Teorema 5.6:⁴⁶ Una condición necesaria para que una DMUo con salidas y entradas vectores y_0 y x_0 respectivamente sea MPSS es $\beta^*/\alpha^* = \max \beta/\alpha = 1$, el cual es el caso $\beta^* = \alpha^*$ y los retornos a escala serán constantes.

Así las coordenadas necesarias para ser MPSS son:

$$x_0, y_0 = \alpha^* x_0, \beta^* y_0$$

⁴⁶ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Figura 5. Most Productive Scale Size



Fuente: Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

Todas las combinaciones convexas de estas dos soluciones resultantes β^*/α^* con componentes $(x_0, y_0) = (\alpha^* x_0, \beta^* y_0)$ corresponden a las coordenadas de puntos ubicados en la región de constantes retornos a escala, y por tanto puntos MPSS.

Definición MPSS⁴⁷: Para una DMUo que es MPSS, ambas de las siguientes condiciones necesitan ser satisfechas: i. $\beta^*/\alpha^* = 1$ y ii. Todos los slacks son cero.

Las proyecciones de un punto (x_0, y_0) a MPSS son:

$$\beta^* y_{r0} + s_r^{+*} = y_{r0}^*, r = 1, \dots, m$$

$$\alpha^* x_{i0} - s_i^{-*} = x_{i0}^*, i = 1, \dots, m$$

1.5 TIPOS DE EFICIENCIA

Al investigar las fuentes de ineficiencia que una DMU puede llegar a tener y determinar si son debidas a la operación ineficiente de ella misma, o son producto de las condiciones de desventaja bajo las cuales operan la DMU; se considera comparar los scores que arrojan los modelos CCR y BCC.

- Eficiencia Técnica y Eficiencia Técnica Pura

Como ya se ha dicho, el modelo CCR asume constantes retornos a escala, propone la expansión y reducción radial, como todas las posibles combinaciones no negativas del

⁴⁷ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

grupo de DMU's evaluadas; es así que el score del CCR es conocido como "Eficiencia Técnica Global".

Por otra parte, el modelo BCC solo asume combinaciones convexas en el conjunto de posibilidades de producción de las DMU's observadas. El score del BCC es llamado "Eficiencia técnica pura local"⁴⁸.

Si una DMU es realmente eficiente (100% en los scores CCR y BCC), esta operando en el tamaño de escala más productivo (MPSS), como fue tratad en el apartado 1.4.6.

Si una DMU es BCC-eficiente, pero CCR-ineficiente, esta funcionando con eficiencia local, más no con eficiencia global, debido al tamaño de escala de la DMU.

A partir de aquí es razonable caracterizar la Eficiencia de Escala de una DMU, derivada de la relación entre los scores de los modelos CCR y BCC.

- Eficiencia de Escala

Se define como la razón entre los scores de los modelos CCR y BCC, así:

$$SE = \frac{\theta_{CCR^*}}{\rho_{BCC}^*}$$

Para una DMU ubicada en el tamaño de escala más productivo (MPSS) su eficiencia de escala es igual a uno.

Debido a que el modelo CCR presenta constantes retornos a escala y el BCC variables retornos a escala se puede descomponer la eficiencia de la siguiente forma:

$$\text{Eficiencia Técnica (TE)} = [\text{Eficiencia Técnica Pura (PTE)} \times \text{Eficiencia de Escala (SE)}]$$

De esta forma se pueden detectar las causas antes mencionadas de ineficiencia. La Eficiencia Técnica Pura determina si las ineficiencias son causadas por la operación propia y la Eficiencia de escala determina si son ocasionadas por las condiciones de desventaja mostradas en la escala de eficiencia.

- Eficiencia de mezcla

Esta definida por la relación entre la Eficiencia Basada en Holguras (SBM) y la Eficiencia Técnica. Siendo θ_{CCR}^* y ρ_{in}^* los scores de los modelos CCR y SBM de una DMU₀ respectivos, por lo cual:

$$MIX = \frac{\rho_{in}^*}{\theta_{CCR}^*}$$

La Eficiencia de mezcla se descompone así:

⁴⁸ Cooper, W. W. , Seiford , L.M. , Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text whit Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". 2000

$$SBM = [Eficiencia Radial (TE) \times Eficiencia de Mezcla (MIX)]$$

La descomposición de la Eficiencia Técnica no radial ρ_{in}^* en Eficiencia de Mezcla, Eficiencia Técnica Pura y Eficiencia de Escala es la siguiente:

$$\rho_{in}^* = [MIX] \times [PTE] \times [SE]$$

1.6 COMPORTAMIENTO DE LA EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO

En los anteriores apartados, solo se ha tratado el concepto de análisis envolvente de datos (DEA), bajo condiciones estáticas. Este tratamiento puede ser desviado, cuando un escenario dinámico podría mostrar el uso excesivo de recursos al tratar de mejorar los beneficios en periodos futuros.

El uso de una escala de operación DEA en un escenario dinámico, encontraría un volumen aceptable de recursos; sin embargo existen técnicas disponibles en Sengupta (1995)⁴⁹, y Fare-Grosskopf (1996), que facilitan el entendimiento de situaciones más complejas acercándose a la comprensión de un uso de DEA dependiente del tiempo conocido como Windows Analysis.

La técnica DEA dependiente del tiempo (Windows Analysis) trabaja de la siguiente forma:

- Siendo Q_1, Q_2, \dots, Q_k , series de datos, donde k es el número total de series tomadas para el estudio; agrupa estas series en periodos compuestos por un número igual de datos denominado P .
- Las matrices de datos son formadas por los periodos considerados, en los cuales cada vez se excluye la primera serie de datos y se incluye al siguiente para el número de DMU's consideradas (N)
- Las filas de estas matrices se conocen como ventanas, la longitud de estas ventanas es igual a P , y el número de ventanas (W), esta dado por la siguiente relación:

$$W = k - P + 1$$

Estas filas determinan la tendencia y comportamiento de la DMU a través del periodo evaluado.

- Las columnas representa cada serie de datos para el número de ventanas calculado, de la DMU seleccionada.
- Considera cada DMU seleccionada como una DMU diferente en cada periodo.
- Si tomamos como N el grupo total de DMU's, las evaluaciones sobre el comportamiento a través del tiempo son referenciadas por un grupo de DMU's compuesto por: $N \times P$, DMU's

Finalmente esta información es argumentada por valores estadísticos como la media y la varianza relativa para el buen tratamiento de la información obtenida en cada caso.

⁴⁹ Sengupta, J. K. Dynamics of Data Envelopment Analysis: Theory of Systems Efficiency. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Hasta ahora los usos de DEA se presentan bajo condiciones estáticas; al analizar grupos dinámicos pueden dar beneficios resultantes para próximos periodos.

1.7 MERCADO DE ENERGÍA MAYORISTA

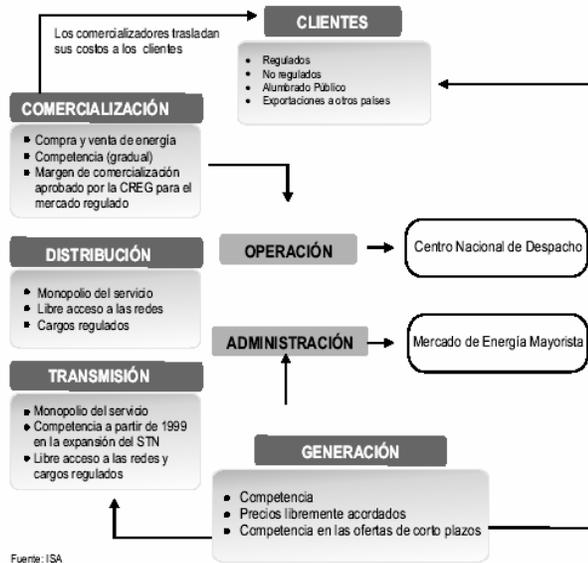
El sector eléctrico se fundamenta en el hecho de que las empresas comercializadoras y los grandes consumidores adquieren la energía y potencia en un mercado de grandes bloques de energía, el cual opera libremente de acuerdo con las condiciones de oferta y demanda. Dentro de los participantes de este mercado, además de los comercializadores se encuentran los generadores, transmisores y distribuidores de energía eléctrica.

Para promover la competencia entre generadores, se permite la participación de agentes económicos, públicos y privados, los cuales deberán estar integrados al sistema interconectado para participar en el mercado de energía mayorista. Como contraparte comercializadores y grandes consumidores actúan celebrando contratos de energía eléctrica con los generadores. El precio de la electricidad en este mercado se establece de común acuerdo entre las partes contratantes, sin la intervención del Estado.

Para brindar transparencia al mercado de electricidad ha sido necesario separar claramente las actividades económicas propias del servicio.

El funcionamiento de la Industria de Energía se puede resumir en el siguiente cuadro:

Figura 6. Funcionamiento de la industria de Energía en Colombia



Fuente: Supercifras en Kilovatios Hora, revista No. 6. Publicación de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios.

A principios de los años noventas se vio la necesidad en Colombia de modernizar el sector eléctrico, abriéndolo a la participación privada. Esta reestructuración se realizó con

las leyes 142 (*Ley de Servicios Públicos*) y 143 (*Ley Eléctrica*) de 1994 de la Constitución Política de Colombia de 1991; las cuales definieron el marco regulatorio para establecer las condiciones que permitieran que su desarrollo estuviese determinado bajo la sana competencia. Estas leyes crearon el Mercado Mayorista de Energía Eléctrica.

El Mercado de Energía Mayorista en Colombia (MEM) entró en actividad el 20 de Julio de 1995 y está reglamentado por la CREG (Comisión de Regulación de Energía y Gas), quién definió sus alcances y estableció los espacios para la realización de las transacciones mayoristas.

El Mercado de Energía Mayorista en Colombia se divide en dos grupos: El Mercado Mayorista y el Mercado Libre, de acuerdo al tipo de agentes que participan en cada uno de estos.

En Colombia existe un único Sistema Interconectado con redes que enlazan las plantas de generación con los centros de carga de la región Andina, Litorales Atlántico y Pacífico y parte de los llanos Orientales. La demanda del resto del país es atendida con generación local y era apenas superior al 1% de la demanda total hacia finales del año 2002.

Dentro de los organismos asesores en la operación del Sistema Interconectado Nacional se encuentran⁵⁰:

Consejo Nacional de Operación: Es el órgano ejecutor del reglamento de operación y cuya principal función es la de acordar los aspectos técnicos que garanticen que la operación conjunta del sistema interconectado nacional sea confiable, segura y económica.

Sistema de Transmisión Nacional (STN): Es el sistema de transmisión de energía eléctrica compuesto por el conjunto de líneas y subestaciones con sus equipos asociados, transformadores con sus respectivos módulos de conexión, que operan a tensiones iguales o superiores a 220 kW. y tienen cobertura nacional. Sus propietarios son las empresas que operan y transportan energía eléctrica en el sistema, denominadas transportadores del Sistema de Transmisión Nacional⁵¹. Todos los agentes tienen libre acceso al –STN–, que a su vez esta operado por el Centro Nacional de Despacho (CND), permitiendo realizar transacciones entre sí mediante el pago de los cargos por conexión y uso de la red.

Centro Nacional de Despacho (CND): Es el encargado de vigilar la operación del Sistema Interconectado Nacional –SIN– para asegurar las condiciones de continuidad y calidad establecidas por la norma. Adicionalmente coordina los Centros Regionales de Despacho –CRD–, los cuales, a su vez, se encargan de la operación de la red regional.

Para este efecto, el CND y los CRD's utilizan herramientas de supervisión y control apoyadas en un sofisticado equipo de comunicaciones, que permiten disponer de la

⁵⁰ Características del Mercado de Energía Mayorista, en www.isa.com.co

⁵¹ Servicios de transporte de Energía en www.isa.com.co

información en tiempo real, lo que posibilita determinar y evaluar permanentemente el estado del sistema.

Comité Asesor de Comercialización (CAC): Se creó en reemplazo del Subcomité de Revisión y Vigilancia del Sistema de Intercambios Comerciales –SIC-, y cuya función es asesorar a la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), en la revisión y seguimiento de los aspectos comerciales del Mercado Mayorista (MM).

Sistema de Intercambios Comerciales (SIC): Encargado de realizar el proceso de liquidación de acuerdo con la reglamentación (Resolución CREG 024 del 13 de julio de 1995 y siguientes que la modifican y complementan).

Unidad de Planeamiento Minero Energético (UPME): Es una unidad administrativa especial adscrita al Ministerio de Minas y Energía, entre sus funciones se encuentran elaborar y actualizar el Plan Energético Nacional y el Plan de Expansión del Sector Eléctrico en concordancia con el Plan Nacional de Desarrollo.

1.7.1 Mercado Mayorista (MM)⁵². El mercado mayorista propiamente dicho, es en el que participan como vendedores y compradores los agentes autorizados por la Ley para desarrollar las actividades económicas propias de la industria eléctrica como lo son la generación, la comercialización mayorista y el transporte mayorista.

El –MM- se divide en dos segmentos de acuerdo a la forma en que se establecen las transacciones comerciales entre agentes del mercado: *La Bolsa de Energía o mercado de corto plazo* y *El mercado de Contratos a Término o mercado de largo plazo*. El precio de bolsa junto con los contratos a largo plazo constituye la base para realizar liquidaciones de los intercambios comerciales entre agentes.

1.7.1.1 Bolsa de energía o mercado de corto plazo: Establece el programa horario de generación y el precio de bolsa para transacciones de energía, a partir de las ofertas de precio y de la declaratoria de disponibilidad de cada recurso. En la Bolsa de energía se efectúan los procesos siguientes:

- **Proceso operativo:** En el proceso operativo se realiza la declaración de disponibilidad y oferta de precios por parte de los agentes generadores.

Todos los días antes de las 09:30 horas en forma confidencial, cada agente generador hace una oferta de precio en pesos por megavatio - hora (\$/MWh) y declara la disponibilidad en Megavatios (MW) de cada uno de sus recursos de generación para cada una de las 24 horas del día siguiente. Las ofertas son enviadas a un buzón electrónico, dispuesto para este efecto en el Centro Nacional de Despacho -CND- en Medellín; a las 09:30 horas se suspende la recepción de las mismas, se abre el buzón y el Despacho Económico selecciona las mejores ofertas para establecer el programa de generación. Para aquellos recursos para los cuales no se realizaron ofertas, se toma la última oferta presentada.

⁵² Características del Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

Los agentes están obligados a participar en la oferta de la Bolsa cuando tienen capacidad de generación igual o mayor a 20 MW. Los generadores con capacidad entre 10 MW y menos de 20 MW tienen la opción de participar en la misma.

Los cogeneradores pueden vender sus excedentes y atender sus necesidades en el Mercado de Energía Mayorista, previo cumplimiento de los requisitos exigidos por la CREG de acuerdo con las condiciones que se presentan en la Resolución CREG 085 del 15 de octubre de 1996 y de conformidad con el estatuto de racionamiento (Resolución CREG 217 del 22 de octubre de 1997).

Hasta el 30 de Noviembre de 1997, cuando el nivel de un embalse se encontraba por debajo del Mínimo Operativo Superior -MOS-, la oferta se intervenía y se cambiaba por el valor de la oferta más alta y se le sumaba \$1/MWh. A partir del 1 de Diciembre de 1997 entra en vigencia la Resolución CREG 215 del 22 de Octubre de 1997, con la cual se modifica el procedimiento establecido para la intervención de los Precios de Oferta.

El precio de intervención se calcula teniendo en cuenta los costos de racionamiento estimados por la Unidad de Planeamiento Minero Energético -UPME- y el precio de oferta de referencia. Se determina el mayor precio ofertado que sea inferior al Costo de Racionamiento, exceptuando los precios de oferta considerados por otras plantas intervenidas, plantas con disponibilidad igual a cero y otras plantas de propiedad de la empresa dueña de la planta, cuyo precio de oferta se está interviniendo. El precio así calculado se denominará Precio de Oferta de Referencia. Esta intervención permite asegurar un nivel de reservas que respalde el cubrimiento de la demanda con adecuada confiabilidad, aún en condiciones extremas de bajos caudales.

Finalmente se ordenan las ofertas de precios del menor al mayor, luego el precio marginal lo determina el último recurso ofertado necesario para atender la demanda real del sistema en cada hora. Así resulta este, el precio único de liquidación para todas las plantas con valores inferiores.

Estas ofertas y la declaratoria de disponibilidad se llevan a consulta pública a más tardar a las 11:00 horas; así los agentes pueden conocer las ofertas de todos los participantes en el Mercado.

- **Programa de Despacho Económico:** Esta etapa del proceso operativo establece el Despacho Económico o Programa de Generación para cubrir la demanda esperada de las 24 horas del día siguiente. Se utilizan para cada hora los recursos de menor precio, cumpliendo con las condiciones límite que tiene el sistema, las cuales son: los requisitos de reserva rodante, las inflexibilidades de las plantas y las restricciones del mismo.

El Programa de Generación o Despacho Económico está conformado por la cantidad de energía que cada una de las plantas hidráulicas y unidades térmicas debe generar en cada hora y lo envía a los generadores antes de las 14:00 horas para su aplicación al día siguiente.

- **Redespacho:** Durante el día se pueden presentar eventos en el sistema que obligan a ajustar el programa inicial. Esta modificación es lo que se denomina redespacho.

Como causas de redespacho se pueden mencionar: la salida de unidades, el aumento de disponibilidad de generación por entrada de unidades en mantenimiento, los cambios de los límites de transferencias ocasionados por modificaciones en la configuración de la red, las variaciones mayores de 20 MW en la demanda y el aumento en la disponibilidad declarada por un agente generador por solicitud del Centro Nacional de Despacho -CND-, cuando este incremento se requiera para aumentar la seguridad en la operación del Sistema Interconectado Nacional -SIN- (resoluciones CREG 025 del 13 de julio de 1995, CREG 062 del 21 de diciembre de 1995, CREG 092 del 21 de octubre de 1996 y CREG 003 del 15 de enero de 1997).

El despacho programado es el resultante de los redespachos realizados durante el día de operación. Este es el programa que sirve de referencia para identificar las desviaciones que presenta la generación real de cada unidad térmica o planta hidráulica centralmente despachada.

Diariamente, tanto generadores como comercializadores tienen a su disposición información sobre el despacho programado y las condiciones del sistema. Estos datos pueden ser utilizados para la definición de las ofertas de los días siguientes.

- **Proceso comercial:** El funcionamiento de la Bolsa de Energía se inicia con la recolección de la información de la generación real, que consta de los datos medidos hora a hora, de cada uno de los 27 generadores activos en el mercado. Incluye también el detalle de cada uno de los puntos de frontera de los 61 comercializadores que reportan información. Al día siguiente de la operación llegan todas las lecturas de los contadores de energía horariamente; de los generadores antes de las 8:00 horas y de los comercializadores antes de las 16:00 horas.

La información se envía en forma electrónica al Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales -ASIC-, encargado de realizar el proceso de liquidación de acuerdo con la reglamentación (Resolución CREG 024 del 13 de julio de 1995 y siguientes que la modifican y complementan).

Los procesos que tienen lugar en el mercado mayorista se pueden resumir en el siguiente cuadro:

Figura 7. Proceso del Mercado Mayorista



Fuente: Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

Finalmente podemos decir que la Bolsa de Energía constituye un mercado para las 24 horas del siguiente día, donde todo generador registrado en el mercado está obligado a participar con reglas explícitas de cotización y en el que la energía por contratos es independiente del precio de corto plazo.

Puede señalarse que la Bolsa se orienta a minimizar el costo del despacho, sin considerar que puede no estar maximizando el bienestar de todos los agentes participantes.

1.7.1.2 Mercado de Contratos a Término o Mercado de Largo Plazo. Al inicio de la operación del MEM se tenían unos porcentajes obligatorios de contratación de energía a largo plazo para los comercializadores que atienden a clientes regulados, con el fin de garantizar el suministro de estos clientes. En 1998 el volumen de contratación a largo plazo era del 60 % del total de la demanda de los clientes regulados; en 1999 se redujo 30%, y a partir de 2000 se planteó que los comercializadores pueden comprar el total de la energía por bolsa o a través de contratos a largo plazo, los cuales se firman con duraciones de un día en adelante.

Los contratos a largo plazo son acuerdos comerciales para compra - venta de energía entre generadores y comercializadores, con el fin de atender total o parcialmente la demanda del comercializador o sus procesos de intermediación comercial, y para el cubrimiento del riesgo de los comercializadores y generadores en su gestión o en sus contratos. Los contratos deben tener la capacidad de ser representados a nivel horario en magnitud y precio. Los generadores y comercializadores deben registrar ante el administrador del SIC todos los contratos de energía a largo plazo que celebren entre ellos.

1.7.1.3 Transacciones en el Mercado Mayorista

- **Precios y contratos:** Los precios en la Bolsa de Energía presentaron una tendencia alcista durante la estación de verano 2000-2001, que tuvo su máximo registro en febrero de 2001. Este aumento en los precios estuvo asociado con el fraccionamiento del Sistema Interconectado Nacional debido a los atentados contra la infraestructura eléctrica y no con las condiciones hidrológicas del sistema, como había ocurrido en el pasado. El alza inusitada en los precios dio origen a la expedición de la Resolución CREG-034 de 2001, que reguló los precios de la generación no competitiva del sistema, es decir, generación forzada dentro del despacho económico por restricciones de red, o por requerimientos de confiabilidad, con ofertas de precio fuera de mérito.

Los precios presentados en el año 2001 en el mercado mayorista son significativamente bajos.

El nivel de precios era consistente con el diferencial que existe en la actualidad entre la oferta y la demanda máxima de electricidad del sistema a 31 de Diciembre de 2001 (la Capacidad Efectiva Neta del SIN era de 13,082 MW, mientras la demanda máxima registrada en el mes fue de 7,551 MW).

1.7.2 Mercado Libre (ML). En el que participan como vendedores los comercializadores de electricidad y como compradores los grandes consumidores.

Los grandes consumidores no pueden acceder en forma directa al Mercado Mayorista – MM-, ya que para hacerlo tendrían que constituirse como empresas de servicios públicos - ESP- según lo dispuesto en la Ley. Sin embargo, pueden beneficiarse de las oportunidades de este mercado, aprovechando la competencia entre los comercializadores del MM. Por su parte, los pequeños consumidores o usuarios regulados tienen relación con el MM dado que una parte de sus tarifas reguladas dependen por un lado, del comportamiento de los precios que se presenten en el MM y por otro lado, de los precios a los cuales realice las transacciones su comercializador para atenderlo.

1.8 REGULACIÓN DEL SECTOR DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN COLOMBIA

La Constitución Política de Colombia establece como deber del Estado el logro de la eficiencia en la presentación de los servicios públicos. Para ello crea el marco de la libre competencia en dichas actividades, admite la concurrencia de los particulares en este sector de la economía y acentúa el papel regulador del Estado⁵³.

Con el fin de definir los criterios generales y las políticas adecuadas para regir la prestación de los servicios públicos domiciliarios en el país y los mecanismos para su regulación, control y vigilancia, se expidió la Ley de Servicios Públicos Domiciliarios (Ley 142 de 1994) y la Ley Eléctrica (Ley 143 de 1994).

LEY 142 DE 1994. LEY DE SERVICIOS PÚBLICOS DOMICILIARIOS⁵⁴

⁵³ Características del Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

⁵⁴ Normas en www.creg.gov.co

La ley de Servicios Públicos Domiciliarios contempla en sus principios generales:

- El Ámbito de aplicación de la ley. Esta ley se aplica a los servicios públicos domiciliarios de acueducto, alcantarillado, aseo, energía eléctrica, distribución de gas combustible, telefonía fija pública básica conmutada y la telefonía local móvil en el sector rural.
- La intervención del estado sobre los servicios públicos conforme a la ley de competencia.
- Constitución de instrumentos de intervención estatal en los servicios públicos, e identificación de todas las atribuciones y funciones asignadas a las entidades, autoridades y organismos de que trata esta ley.
- Se definen como servicios públicos esenciales, los servicios de acueducto, alcantarillado, aseo, energía eléctrica, distribución de gas combustible, telefonía fija pública básica conmutada y la telefonía local móvil en el sector rural.
- Establece la competencia de los departamentos y municipios en materia de servicios públicos.
- Establece la competencia de la nación para la prestación de los Servicios públicos.
- Derechos de los usuarios de los servicios públicos.
- Libertad de Empresa
- Deberes especiales de los usuarios del sector oficial.
- Establece los principios generales que puedan resolver cualquier inquietud de interpretación.

Y además contiene:

- Definiciones especiales: dentro de las que se encuentran: Actividad complementaria de un servicio público, costo mínimo optimizado, economías de aglomerados, empresas de servicios públicos oficial, mixta y privada, regulación de los servicios públicos domiciliarios, servicio público domiciliario de energía eléctrica, superintendencia de servicios públicos domiciliarios.
- Régimen jurídico de las empresas de servicios públicos.
- Participación de las entidades públicas en empresas de servicios públicos.
- Los bienes de las empresas de servicios públicos.
- Régimen de actas y contratos de las empresas.
- Régimen Laboral.
- Otras disposiciones.
- Regulación, control y vigilancia del Estado a los Servicios Públicos.
- El régimen tarifario de las empresas de Servicios Públicos.
- Organización y procedimientos administrativos.
- El contrato de servicios públicos.
- Normas especiales para algunos servicios públicos.
- Régimen de transición y otras disposiciones.

LEY 143 DE 1994. LEY ELÉCTRICA⁵⁵

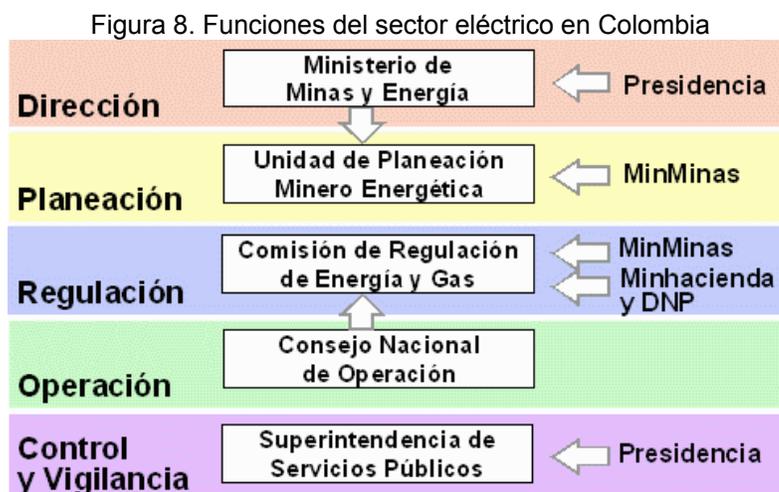
⁵⁵ Normas en www.creg.gov.co

La ley Eléctrica contempla en sus disposiciones generales:

- Establecimiento del régimen de actividades de Generación, Transmisión, Interconexión, Distribución y Comercialización de Electricidad.
- Las disposiciones acerca de las funciones del Ministerio de Minas y Energía sobre regulación, planeación, coordinación y seguimiento de todas las actividades relacionadas con el servicio público de Electricidad.
- Las funciones del Estado acerca de las actividades del servicio público de Electricidad.
- Objetivos en el cumplimiento de las funciones del estado.
- Acerca de que las actividades relacionadas con el servicio de electricidad que se rigen por principios de eficiencia, calidad y continuidad.
- Participantes en el préstamo del servicio público de Electricidad.
- Autonomía administrativa, patrimonial y presupuestaria de las empresas públicas que prestan servicios de Electricidad.
- Control de eficiencia y calidad del servicio público de Electricidad por parte de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD).

Los demás capítulos se refiere a: las definiciones especiales, la planeación de la expansión, la regulación del sector, Generación de Electricidad, de la operación del Sistema Interconectado Nacional, las tarifas por acceso y uso de redes, régimen económico y tarifario para la venta de electricidad, conservación del medio ambiente, contratos de concesión, ahorro, conservación y uso eficiente de energía y disposiciones finales.

Esta Ley define claramente las funciones de dirección, planeación, regulación, operación, control y vigilancia, tal como se detalla en el siguiente cuadro:



Fuente: Características del Mercado de Energía Mayorista, en www.isa.com.co

La dirección esta a Cargo del Ministerio de Minas y Energía, quién establece los criterios para el aprovechamiento económico de las fuentes convencionales y no convencionales

de energía, buscando que se logre siempre el empleo sostenible, eficiente e integral de los recursos energéticos del país.

La Unidad de Planeación Minero-Energética (UPME) es la encargada de la planeación. Organizada como unidad administrativa especial adscrita al Ministerio de Minas y Energía, elabora y actualiza el Plan Energético Nacional y el Plan de Expansión del Sector Eléctrico en concordancia con el Plan Nacional de Desarrollo.

La Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), también organizada como unidad administrativa especial adscrita al Ministerio de Minas y Energía, determina las condiciones para la liberación gradual del mercado hacia la libre competencia, establece el Reglamento de Operación para realizar el planeamiento y la coordinación de la operación del Sistema Interconectado Nacional (SIN), y además define y fija las tarifas de venta de Electricidad para los usuarios finales regulados⁵⁶.

El Consejo Nacional de Operación es el organismo que como tal acuerda los aspectos técnicos para lograr que la operación integrada del sistema interconectado nacional sea segura, confiable y económica, asimismo es el órgano ejecutor del reglamento de operación.

El control y vigilancia, que en últimas pretende proteger al consumidor final y evitar los abusos de las empresas en la calidad del servicio y en las tarifas, esta a cargo de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD).

1.8.1 Resoluciones de la CREG. Si bien, la regulación del sector eléctrico se enmarca fundamentalmente en las disposiciones contenidas en la Ley 142 de 1994, Ley de Servicios Públicos Domiciliarios y en la Ley 143, Ley Eléctrica; la legislación expedida es numerosa como los actos administrativos que de ella se han derivado y que han tenido incidencia directa o indirecta en la evolución del sector durante el último cuatrienio.

Debido a esto se presentan las resoluciones de mayor trascendencia en el Mercado de Energía Mayorista expedidas por la Comisión de Regulación de Energía y Gas.

RESOLUCIÓN No. 024 (13 de julio de 1995)⁵⁷

Por la cual se normalizan los aspectos comerciales del mercado mayorista de energía en el sistema interconectado nacional, que hacen parte del Reglamento de Operación.

Esta resolución tiene el propósito de:

a. Establecer un conjunto de reglas que regulen el funcionamiento del mercado mayorista en los aspectos relacionados con las transacciones comerciales realizadas entre los agentes que participan en ese mercado: contratos de energía a largo plazo, contratos de energía en la bolsa, prestación de servicios asociados de generación y tratamiento de las restricciones en las redes de transmisión y distribución.

⁵⁶ Características del Mercado de Energía Mayorista en www.isa.com.co

⁵⁷ Normas en www.creg.gov.co

- b. Proveer a los agentes participantes del mercado mayorista de un conjunto de reglas que faciliten la formación de actos y contratos que tengan por objeto la enajenación y adquisición de energía eléctrica en la bolsa de energía, y su cumplimiento con la ayuda del Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales.
- c. Fijar las reglas que permitan determinar, liquidar, y pagar las obligaciones pecuniarias que resulten entre los agentes participantes del mercado mayorista, por los actos o contratos sobre energía que se efectúen en la bolsa de energía.
- d. Facilitar la competencia entre todos los agentes participantes del mercado mayorista.

Resolución No. 062 (21 de diciembre de 1995)⁵⁸

Por la cual se adicionan las causas de redespacho, contempladas en la Resolución CREG-025 de 1995 (Código de Operación).

Del Código de Operación (Código de Redes - Resolución CREG-025 de 1995), la siguiente causal:

Aumento o reducción de caudales en las siguientes plantas filo de agua: Río Mayo, Florida2, Insula, Esmeralda y San Francisco.

Y también por la cual se establece el Código de Redes, como parte del Reglamento de Operación del Sistema Interconectado Nacional.

Resolución No. 085 (15 de octubre de 1996)⁵⁹

Por la cual se reglamentan las actividades del Cogenerador conectado al Sistema Interconectado Nacional (SIN).

Establece entre otros: Definiciones de cogeneración, ámbitos de aplicación, condiciones para la conexión al SIN, sistemas de medida, venta de excedentes y otras reglas aplicables a la cogeneración.

Resolución No. 122 (1 de diciembre de 1998)⁶⁰

Por la cual se modifican las causas de redespacho del Reglamento de Operación, se modifican las definiciones acerca de disponibilidad declarada para el despacho económico y redespacho y la inflexibilidad de las unidades; además se dictan otras disposiciones.

Resolución No. 034 (13 de Marzo de 2001)⁶¹

⁵⁸ Normas en www.creg.gov.co

⁵⁹ Normas en www.creg.gov.co

⁶⁰ Normas en www.creg.gov.co

⁶¹ Normas en www.creg.gov.co

Por la cual se dictan normas sobre funcionamiento del Mercado Mayorista de Energía. Determinando los siguientes ítems: Precio de reconciliación positiva de los generadores, precio de reconciliación negativa, pago de reconciliaciones a los generadores, pago de restricciones por parte de los comercializadores, precios de oferta superiores al costo del primer segmento de racionamiento y declaraciones de disponibilidad igual a cero.

2. JUSTIFICACIÓN

“El sector eléctrico al igual que otros sectores productivos se ha visto afectado por un entorno particularmente complejo, rubricado por la desaceleración económica que condujo al país a la recesión en 1999 y por hechos de orden público que han dificultado el desarrollo normal de las actividades de los agentes encargados de la prestación de servicio público de electricidad”⁶².

Para el año 1999, dadas las dificultades económicas que enfrentaron los sectores industrial y comercial, se presentó una reducción de consumos, derivada de la disminución del poder adquisitivo de los usuarios finales, percibida sobre todo en el área residencial.

A pesar de este panorama, el sector eléctrico tuvo una lenta recuperación de la demanda durante el 2000 y 2001, con incrementos del 1,42 % y 2,16 % respectivamente; este ritmo fue inferior al incremento de la capacidad instalada de generación de energía del país, que a Diciembre del 2001 superaba los 13.000 MW, con una demanda máxima cercana a los 7.500 MW.⁶³

Como resultado de lo anterior, las empresas prestadoras del servicio presenciaron un declive en sus utilidades operacionales y en la rentabilidad obtenida. También los usuarios experimentaron incrementos en las tarifas aplicadas, originados por el desmonte de subsidios “extralegales” y por el aumento en los costos de generación, consecuencia de los atentados contra la infraestructura de transporte de electricidad; que también ha reducido el número de Agentes Generadores en competencia.

En consecuencia, la industria en los últimos años ha experimentado cambios significativos que pueden influir en su escala de funcionamiento y en la eficiencia de operación de sus Agentes.

Por otra parte, el Gobierno, con la expedición de las leyes 142 y 143 de Julio de 1994 estableció un nuevo régimen para los Servicios Públicos Domiciliarios y el Sector Eléctrico; en el cual las actividades del sector se deben regir por principios de eficiencia, calidad, continuidad, adaptabilidad, neutralidad, solidaridad y equidad, donde se promueva la libre competencia. Y es precisamente sobre los principios de eficiencia y calidad que algunos autores han expuesto: “la eficiencia en la prestación del servicio de electricidad debe verse reflejada en costos de prestación, que representen valor económico del mismo, impidiendo transmitir a los usuarios las ineficiencias de la operación”⁶⁴.

⁶² Supercifras (2002) en kilovatios Hora, Revista No. 60. Publicación de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios.

⁶³ Supercifras (2002) en kilovatios Hora, Revista No. 6. Publicación de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios.

⁶⁴ Pérez, Y. & García, R. “Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia”. Energética 28. Julio-Diciembre. 2002.

Según estos antecedentes, tanto el estudio original de Pérez - García (2002)⁶⁵ como este han sido debidamente justificados dado el interés nacional en encontrar mecanismos en pro de la eficiencia en los servicios públicos, en este caso los servicios de energía.

De acuerdo a la investigación que desarrollaron Pérez - García⁶⁶ sobre “Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia” utilizando la técnica DEA, la industria se encontraba en un proceso de aparente estabilidad para el periodo de años en que se efectuó el estudio (1999-2000). Adicionalmente el comportamiento de operación de retornos decrecientes a escala de la mayoría de las empresas generadoras, hacían suponer posibles cambios tecnológicos en los siguientes años, que podrían representar constantes retornos a escala, dadas las condiciones de competitividad en la tarifa regulada por la bolsa de energía e indirectamente por el Sistema Interconectado Nacional. Finalmente se percibía una etapa inicial de transición en la naturaleza de capital de las empresas generadoras y el tipo de generación, en donde la industria contaba cada vez más con agentes privados, y plantas térmicas. Sin embargo a pesar de las condiciones favorables del gobierno por promover dicha transición, esta aun no era evidente.

El estudio contribuye entonces a la determinación de las condiciones actuales del sector y sirve como base para que las organizaciones adopten estrategias sostenibles en el tiempo, que le permitan reducir gastos y aumentar la productividad sin sacrificar la calidad; como resultado se alcanzarán niveles mayores de eficiencia y se tomarán decisiones más acertadas garantizando la permanencia en el mercado.

Por otra parte el trabajo realizado responde al compromiso de la Universidad Javeriana y en especial del Departamento de Procesos Productivos de la Facultad de Ingeniería, en la promoción de la investigación como medio para contribuir a la solución de las principales problemáticas de la sociedad Colombiana.

⁶⁵ Pérez, Y. & García, R. “Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia”. *Energética* 28. Julio-Diciembre. 2002.

⁶⁶ Pérez, Y. & García, R. “Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia”. *Energética* 28. Julio-Diciembre. 2002.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Medir la eficiencia relativa de los Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia en el año 2001. El estudio tiene dos propósitos, continuar la investigación original de Pérez – García y desarrollar una nueva perspectiva de análisis.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Actualizar la bibliografía y las bases de datos pertinentes para la investigación.
2. Determinar las variables que permitan analizar la eficiencia relativa de las empresas.
3. Seleccionar el modelo que se adapte mejor a la situación estudiada, a partir del conocimiento, aplicación y comparación.
4. Solucionar el modelo utilizando como herramienta un software.
5. Analizar la evolución de la eficiencia de la industria a partir de los resultados mostrados por el modelo.
6. Continuar el desarrollo del estudio original.
7. Complementar los análisis previos, utilizando desarrollos adicionales tanto en DEA como reconocidas técnicas estadísticas.
8. Apoyar la investigación en la Pontificia Universidad Javeriana, específicamente en el Departamento de Procesos Productivos de la Facultad de Ingeniería.

4. METODOLOGÍA

El desarrollo de la presente investigación se llevo a cabo en dos etapas; la primera etapa consistió en el análisis acerca del sector de Energía Eléctrica en Colombia y específicamente sobre Generación de energía eléctrica; y la segunda, el estudio de la metodología de Análisis Envolvente de datos, en la cual se desarrollaron los siguientes pasos:

1. Seleccionar las variables de productos e insumos necesarias para modelar y aplicar el Análisis Envolvente de Datos sobre las unidades productivas estudiadas.
2. Determinar cuales son las DMU's (Agentes Generadores) empleadas para el estudio y categorizarlas.
3. Sistematizar los datos para aplicar y desarrollar los modelos de DEA planteados con las variables determinadas.
4. Desarrollar los modelos DEA y analizar los resultados de eficiencia arrojados por el software empleado.
5. Utilizar técnicas estadísticas reconocidas, que permitan analizar diferencias en la industria generadora de energía.

4.1 SELECCIÓN DE VARIABLES

La selección de los factores a tener en cuenta en el análisis de eficiencia fue dividida en dos etapas. Previa búsqueda en la literatura relevante sobre el tema [Golany, Yaakov, Rybak, 1994]⁶⁷ [Chitkara, 1999]⁶⁸ [Athanassopoulos, Lambroukos, Seiford, 1999]⁶⁹, y en base específicamente en el trabajo desarrollado por Pérez – García (2002)⁷⁰, inicialmente se escogió una lista de variables o factores a ser considerados: como variables de entrada, la capacidad instalada, costo de combustible, costos operacionales, antigüedad de la firma y número de trabajadores; y como variables de salida: disponibilidad, factor de utilización, generación y tarifa de energía generada; que podían ser agrupadas en tres categorías: factores específicos de operación, factores administrativos y factores relacionados con el nivel de tecnología presente.

La segunda etapa consistió en aplicar tres procesos de filtro a los factores ya descritos:

A. Se realizó un juzgamiento preliminar observando la disponibilidad, conveniencia y suficiencia de los datos referentes a cada variable. Es así que los factores Tarifa de energía generada y Costos operacionales fueron excluidos debido a las siguientes circunstancias:

⁶⁷ Golany, B.; Roll Y.; Rybak D. (1992) "Measuring Efficiency of Power Plants in Israel by Data Envelopment Analysis", Transactions on Engineering Management, Vol. 41, No 3, Agosto 1994.

⁶⁸ Chitkara, P. "A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of Operational Inefficiencies in Power Generating units: a case Study of Indian Power Plants". En: IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(2), 419-425

⁶⁹ Athanassopoulos, A.D., Lambroukos, N., Seiford, L. "Data Envelopment Scenario Analysis for setting Targets to electricity Generating Plants. En: European Journal of Operational Research". 1999, 115, 413-42

⁷⁰ Pérez Y., García R. "Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002

- Por la naturaleza de la operación de compra y venta de energía que se lleva a cabo en el Mercado de Energía Mayorista (MEM), no es posible conocer la fuente de la variable de Tarifa de energía generada impidiendo asignar estos datos a cada Agente Generador; la información que se encuentra corresponde a un precio transado en cada hora sin identificar el Agente generador, ni la cantidad ni el destino de la compra.
- No es posible obtener los costos operacionales mensuales de algunas generadoras en razón a que esta información se reporta anualmente y para el caso de otras generadoras existen restricciones de divulgación; además para las empresas que realizan generación y comercialización o las integradas verticalmente no es posible obtener los costos operacionales asociados únicamente a la actividad de generación.

B. De acuerdo al análisis de correlación entre parejas de factores realizado anteriormente por Pérez - García (2002)⁷¹ (Anexo A), donde se demostró la alta correlación entre la capacidad instalada y generación de energía eléctrica con la disponibilidad, se decidió que esta última variable sería excluida.

C. Con las variables restantes se realizó un nuevo análisis de correlación con los datos referentes a cada variable en el año 2001. El estudio mostró el cumplimiento de dos premisas básicas para DEA: la correlación positiva entre las variables discretionales de entrada y salida, y la relación nula o de mínima significancia entre variables de entrada, como entre variables de salida. La matriz de resultados de correlación puede observarse en el Anexo B. Análisis de Correlación entre variables para el año 2001.

Al igual que en el trabajo de referencia se escogieron las mismas cuatro variables de entrada y las dos variables de salida. Dentro de las variables de entrada se consideraron dos grupos: las variables discretionales: capacidad instalada por agente generador y número de trabajadores por agente generador; y como variables no discretionales: costo de combustible por agente generador y antigüedad de la firma. Como variables de salida se eligieron: generación de energía eléctrica y factor de utilización. La descripción de estas variables puede observarse en la siguiente tabla:

Tabla 2. Variables de Entradas y Salidas

⁷¹ Pérez Y., García R. "Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia". Santa Fe de Bogotá. 2002

Entradas	Unidad	Descripción
Capacidad instalada	Megavatios (MW)	Es la máxima cantidad de potencia neta que puede suministrar un agente generador en condiciones normales de operación.
Número de trabajadores	Unidades	Número de personas que se dedican directamente a la actividad de generación de energía eléctrica al interior de un Agente generador.
Costo de combustible	Pesos/Megacaloría (\$/MCal)	Costo de una megacaloría originada por el combustible empleado para la producción de energía eléctrica por parte de un Agente generador. En el caso de las hidroeléctricas actúa como un costo de oportunidad.
Antigüedad de la firma	Meses	Periodo transcurrido desde la puesta en marcha del Agente generador.
Salidas	Unidad	Descripción
Generación de energía eléctrica	Gigavatios-Hora (GWh)	Producción de energía eléctrica a partir de diferentes fuentes, entregada por un Agente generador al Sistema Interconectado Nacional en el punto de conexión, y cuyo destino es la venta para el consumo por parte de los usuarios.
Factor de utilización	Porcentaje (%)	Relación entre la energía promedio generada durante un periodo de tiempo por parte de un Agente generador y su capacidad instalada.

Fuente: Los autores

Las unidades en las cuales se presentan los datos de las variables se rigieron de acuerdo a las unidades tomadas en la investigación desarrollada por Pérez – García (2001)⁷², con el fin de continuar con los mismos patrones de comparación.

En cuanto a las variables de entrada, se hace necesario, distinguir entre variables discrecionales o controlables por el administrador del Agente Generador y no discrecionales o no controlables; la Capacidad Instalada y el Número de Trabajadores son variables discrecionales, la Antigüedad de la firma y el Costo de combustible son no discrecionales.

Para hacer claridad respecto al tipo no discrecional del Costo de Combustible, se va analizar la naturaleza de esta variable.

Considerando que el combustible utilizado en las Plantas Térmicas es gas o carbón, es requerido definir el costo de este, dividido de manera general en Costo de Producción (o Costo en boca de mina para el carbón y Costo en boca de Pozo para el gas) y Costo de Transporte.

⁷² Pérez Y., García R. "Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002

Debido a que Colombia cuenta con reservas de carbón y gas de excelente calidad para la generación de energía eléctrica que compiten a nivel internacional, esto hace que la Importación no sea considerada como alternativa a tener en cuenta.

Para las Termoeléctricas a carbón, el combustible es obtenido de reservas de carbón concentradas principalmente en Antioquia, Boyacá, Cundinamarca y los Santanderes.

El costo del carbón en boca de mina es estimado por las condiciones tecnológicas y la calidad de este; la producción nacional continúa siendo artesanal, de esta forma los precios se rigen principalmente por la calidad del carbón, es decir el poder calorífico obtenido de cada tipo. En Colombia son utilizados tres tipos de carbón para Generación, según su poder calorífico⁷: Carbón zona de Boyacá (6300 Kcal / Kg), Carbón zona de Cundinamarca (6700 Kcal /Kg) y Carbón zona de Santanderes (7000 Kcal/ Kg); como es razonable la tonelada de carbón con mayor poder calorífico es mas costosa respecto a las otras, debido a que su rendimiento es mayor (menor cantidad de consumo de carbón para producir un Megavatio)⁸.

En cuanto al costo de transporte de mina a planta, este es determinado dependiendo el contexto económico de cada región y de las condiciones de acceso a las minas y movilización por carretera; se tienen en cuenta factores como la distancia, la capacidad del vehículo, la subutilización de este y si el transporte se hace por carretera destapada o pavimentada. Se dice que el costo de Transporte representa alrededor del 25% a 35%, del precio del Combustible en Planta Térmica⁷.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se pretende explicar las posibilidades de selección del tipo de carbón a utilizar por los Agentes Generadores que poseen plantas Térmicas a carbón que hacen parte del Sistema Interconectado Nacional (SIN); tomando como ejemplo dos de ellos.

La EMPRESA DE ENERGÍA DE BOYACÁ S.A. E.S.P. utiliza en sus unidades de Generación: Termopaipa I, II, III, IV, carbón principalmente de las minas de Paipa, Sogamoso y Topaga, el cual tiene un poder Calorífico de (6300 Kcal / Kg).; en promedio el precio del carbón para el 2003 en Planta térmica fue de \$ 38.050 /Ton (pesos del 2003)⁹; el transporte de este carbón desde Minercol en Sogamoso (Boyacá) a las Unidades de Generación en las afueras de Paipa (Boyacá) (aproximadamente 37 Km.)¹⁰ vale \$9000 / Ton⁷³; este realizado por carretera pavimentada; mientras que el transporte de las minas de Paipa a las Unidades (aproximadamente 12 Km.)¹⁰ vale \$ 5000 / Ton¹¹, realizado por carretera destapada, si embargo la cantidad en estas últimas no es muy representativa.

⁷ PLAN DE REFERENCIA GENERACIÓN EXPANSIÓN. Unidad de Planeación Minero Energética UPME. Bogotá D.C 2003.

⁸ Indagaciones realizadas con Ingenieros de Termopaipa-Sochagota IV (Paipa-Boyacá). Marzo de 2004.

⁹ PLAN DE REFERENCIA GENERACIÓN EXPANSIÓN. Unidad de Planeación Minero Energética UPME. Bogotá D.C 2003.

¹⁰ Indagaciones realizadas el Instituto Agustín Codazzi. Bogotá D.C.

¹¹ Indagaciones realizadas con los Transportadores de Carbón de la región del Tundama (Boyacá).

¹² Indagaciones realizadas con los Transportadores de Carbón de la región del Zipa (Cundinamarca)

Por Otro lado el carbón utilizado en las unidades Térmicas de EMGESA S.A. E.S.P.: Zipaemg 2, Zipaemg 3 Zipaemg 4 Zipaemg 5; ubicadas en Zipaquirá (Cundinamarca) proviene de las minas de Tausa (Cundinamarca) y Sutatausa (Cundinamarca), y su poder calorífico es de (6700 Kcal / Kg); en promedio el precio de este carbón en planta Térmica para el 2003 fue de \$ 39.906 / Ton (pesos de 2003)⁹.

Transportar este carbón desde Sutatausa a las Unidades de Zipaquirá (aproximadamente 33 Km)¹⁰, vale \$ 10500 / Ton¹², realizado por carretera en mal estado.

Si el Administrador de las unidades Térmicas de EMGESA S.A E.S.P. deseará comprar un carbón de menor precio en Boca de mina, se inclinaría por el carbón de las minas de Sogamoso (6300 Kcal / Kg),”pero debería adquirir una mayor cantidad que la presupuestada, para compensar el rendimiento del carbón que actualmente utiliza (6700 Kcal /Kg)”¹³. Igualmente Transportar este carbón desde Sogamoso (Boyacá) a Zipaquirá (Cundinamarca) (aproximadamente 182 Km)¹⁴ le costaría \$ 42.000 / ton¹⁵, lo que duplicaría el Costo por tonelada del combustible que actualmente utiliza.

En el caso de las Termoeléctricas a gas, existen cuatro regiones definidas para la determinación del costo en boca de pozo: región oriental, región pacifica, región Costa afuera o yacimientos que se encuentren fuera de la plataforma continental y Costa Norte y Valle del Magdalena; estos precios son regulados por la Resolución 061 de 1983 del Ministerio de Minas y Energía, “ Por la cual se establecen los Precios Máximos Regulados para el gas natural colocado en Punto de Entrada (Punto en el cual el Remitente entrega físicamente Gas Natural al Sistema Nacional de Transporte y el Transportador asume la custodia del Gas) al Sistema Nacional de Transporte, y se dictan otras disposiciones para la comercialización de gas natural en el país”¹⁶.

Estos precios se establecen en los puntos de Entrada al Sistema Nacional de Transporte, e incluyen los costos de desarrollo y de producción del campo; los sistemas de recolección de gas, las instalaciones de tratamiento, deshidratación y compresión; los equipos de medición de calidad del gas y el costo de la conexión entre los sistemas de recolección, es decir entre un campo productor y un Punto de Entrada al Sistema Nacional de Transporte.

Las unidades Térmicas tienen la posibilidad de acceder al gas natural ubicado en los pozos, por cuenta del Sistema Nacional de Transporte de Gas Combustible por redes, el cual esta compuesto por el Sistema de Transporte de la Costa Atlántica, el Sistema de Transporte del Centro y el del Interior. El sistema Nacional posee sistemas troncales y subsistemas de transporte, un sistema troncal de transporte es una red de gasoductos que transporta grandes volúmenes de gas combustible y vincula la conexión de campos productores con un subsistema de transporte, sitios denominados “puerta de ciudad”, con la conexión de un usuario, o con un sistema de distribución; un subsistema de transporte

¹³ Indagaciones realizadas con Ingenieros de Termopaipa-Sochagota IV (Paipa-Boyacá). Marzo de 2004

¹⁴ Indagaciones realizadas el Instituto Agustín Codazzi. Bogotá D.C. Marzo de 2004

¹⁵ Indagaciones realizadas con los Transportadores de Carbón de la región del Tundama (Boyacá). Marzo de 2004

¹⁶ Normatividad. www.creg.gov.co

es una red de gasoductos con ramales asociados que conecta a una troncal y transporta gas combustible hasta la puerta de ciudad, hasta la conexión de un usuario o hasta un sistema de distribución.¹⁷

Las empresas transportadoras se remuneran por cargos de conexión, cargos por uso, cargos por volumen y cargos adicionales. En un esquema que refleje el costo de transportar gas combustible en un sistema de transporte, se deben tener en cuenta los cargos de entrada, o costo económico que asumen los productores por transportar el gas desde su nodo de entrada hasta un centro de referencia, y los cargos de salida asumidos por el consumidor, o el costo económico de transportar gas desde el centro de referencia hasta el nodo de salida asociado con cada consumidor.

En el ejemplo de las unidades Térmicas a gas de las EMPRESAS MUNICIPALES DE CALI E.I.C.E. E.S.P. localizadas en Yumbo (Valle), estas solo podrán acceder al Sistema de Transporte del Interior, que vincula el nodo de entrada de Barrancabermeja hasta la puerta de ciudad de Yumbo (Valle), y el costo del combustible será el precio transado en el nodo de referencia de Vasconia (Boyacá) (costo del gas en boca de pozo, colocado en el punto de entrada al Sistema Nacional de Transporte mas el costo de transporte de el nodo de entrada asociado al productor, al nodo de referencia), más el costo de transportarlo desde el nodo de referencia hasta su nodo de salida asociado en Yumbo (Valle)¹⁸.

El costo de combustible para las unidades Térmicas a gas está sujeto a la infraestructura constituida a nivel nacional para el gas natural; ningún Agente generador está dispuesto, ni tiene la posibilidad, ni el derecho de modificar esta infraestructura.

“Las Unidades Térmicas utilizan el Combustible, sea carbón o gas que posee el menor costo, que les es posible acceder”¹⁹. De acuerdo a los anteriores cálculos, en el caso del carbón, un cambio iría en detrimento de la operación, respecto del gas existen restricciones del Sistema, que impiden modificar la situación actual. Finalmente podemos decir que las condiciones presentes no permiten que los Costos del Combustible se puedan modificar en beneficio del Agente Generador; de tal manera seria un error considerar la variable Costo de combustible en Colombia como controlable por parte de los Administradores de los Agentes Generadores de Energía Eléctrica.

4.2 DETERMINACIÓN DE LAS DMU's

Las DMU's seleccionadas para evaluar en la presente investigación, fueron los Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia que operaban a finales del año 2001 [ISA 2001]; y cumplían con los siguientes criterios:

- Ser Agentes Generadores despachados centralmente en el Mercado de Energía Mayorista.

¹⁷ Boletín Mensual de Precios. Mayo 2001. Unidad de Planeación Minero Energética-UPME. Bogotá D.C

¹⁸ Boletín Mensual de Precios. Mayo 2001. Unidad de Planeación Minero Energética-UPME. Bogotá D.C

¹⁹ Dr. Carlos Álvarez. Unidad de Planeación Minero Energética-UPME. Bogotá D.C Marzo de 2004

- Que la información requerida para las variables utilizadas en el estudio estuviera disponible para cada Agente Generador en el año 2001.
- Tener participación en las transacciones realizadas en el Mercado Mayorista.
- Estar incluidas en el estudio realizado por Pérez - García en el año 1999 – 2000; verificando que continuaran en operación para el año 2001.
- Se incluyeron algunos Agentes cuya generación total era menor a 20 MW, los cuales no están obligados a participar en el Mercado Mayorista, pero que para el año 2001 presentaron contribución al Mercado.

Las diferentes plantas o unidades de un mismo Agente Generador fueron reunidas en una sola DMU; Esta consideración fue hecha, debido a varios factores: inicialmente se puede decir que uno de los objetivos específicos planteados, es la continuación del estudio realizado por Pérez-García (2002), donde se analizan Los Agentes Generadores y no las plantas individualmente; por otra parte en la operación de compra y venta de energía realizada en el Mercado de Energía Mayorista (MEM) solo participan “entes económicos, públicos o privados con razón y objeto social, integrados al Sistema Interconectado Nacional (SIN) y autorizados por la Ley para desarrollar actividades económicas propias de la industria eléctrica, como lo son la generación, la comercialización y el transporte mayorista”²⁰. En el caso de la actividad de Generación solo pueden intervenir empresas constituidas como Agentes Generadores que se distribuyen principalmente según su actividad Económica en Generadores-Comercializadores e Integrados Verticalmente, mas no lo pueden hacer las plantas o unidades de Generación por si solas.

La Operación y el proceso de Liquidación efectuados respectivamente por el Centro Nacional de Despacho (CND) y el Sistema de Intercambios Comerciales (SIC), son realizados directamente con los Agentes Generadores y Comercializadores, también la planeación, regulación, vigilancia y control que conlleva a encontrar mecanismos en pro de la eficiencia es practicada sobre los Agentes Generadores, sin diferenciar la actuación de cada una de sus plantas o unidades de Generación de Energía eléctrica.

Además, “las transacciones del Mercado Mayorista se efectúan con Agentes racionales que pretenden ser eficientes ante consideraciones de oferta – demanda, de tal manera que los responsables utilizarán primero sus plantas más eficientes, y las menos eficientes cuando las razones del mercado así lo ameriten.”²¹

Otro factor tiene que ver con la disponibilidad y presentación de los datos para las variables Número de Trabajadores y Antigüedad de la firma, a causa de que estas solo son reportadas para los Agentes Generadores de Energía Eléctrica, sin distinguir las cifras referentes a cada planta o unidad que lo componen.

La Técnica de Análisis Envolvente de Datos (DEA) exige consideraciones de dimensionalidad en las cuales, las DMU’s deben superar en alto margen (por lo menos tres veces) el número de variables, esto hace que no se puedan realizar análisis separados de Agentes Térmicos (9 agentes) y Agentes Hidráulicos (7 agentes). Por esta

²⁰ Características del Mercado de Energía Mayorista. En www.isa.com.co

²¹ Pérez Y., García R. “Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia”. Bogotá. 2002

razón fue necesario manejar la variable costo de combustible para poder fusionar en una sola base la Industria de Generación de Energía Eléctrica en Colombia.

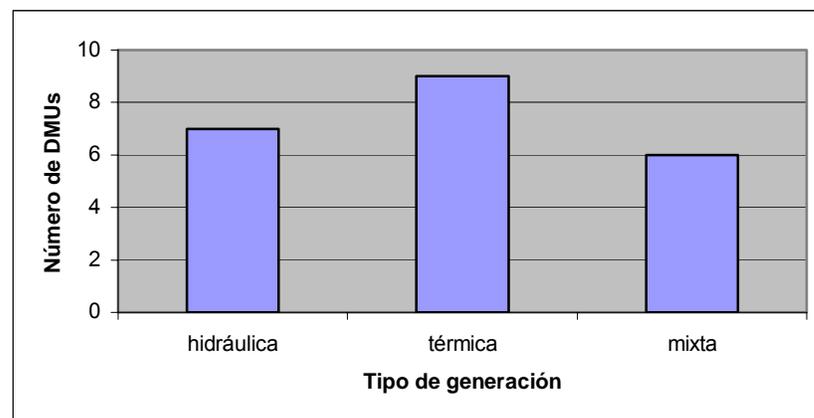
En las antiguas disposiciones se asumía que los Agentes Generadores Hidráulicos no tenían Costo de Combustible; pero recientemente se ha reglamentado que haya un costo de oportunidad asociado a la producción de energía, el cual consiste en los costos que tendrían que adjudicarse, si la operación de la Generadora hidráulica tuviera que ser reemplazada por la de una Generadora Térmica, que sería como mínimo asumiendo racionalidad, el menor costo de combustible asociado a la Generadora Térmica²².

Acorde a las anteriores observaciones, al definir una característica esencial como tipo de generación para las DMU's que poseen plantas o unidades térmicas e hidráulicas, esta DMU se considera como de generación mixta.

De acuerdo al cumplimiento de las pautas previas y como la técnica DEA sugiere un mínimo de DMU's en relación con las variables de entrada y salida incluidas (Cooper, Seiford, Tone, 2000)²³ y (Golany, Roll, 1989)²⁴, para la presente investigación se tomaron veintidós Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia; los cuales se pueden agrupar respecto a sus características de tipo de generación, Naturaleza Jurídica (Tipo de Capital) y tipo de actividad económica.

Respecto al tipo de generación de las veintidós DMU's escogidas (Figura 9), se observa que existe semejanza en el número de generadoras hidráulicas y térmicas. Las DMU's que poseen plantas o unidades de generación hidráulica y térmica conocidas como de generación mixta, constituyen un porcentaje significativo con respecto al grupo total de la muestra.

Figura 9. Distribución de las DMU's de acuerdo al Tipo de Generación de Energía Eléctrica en el año 2001



Fuente: los autores

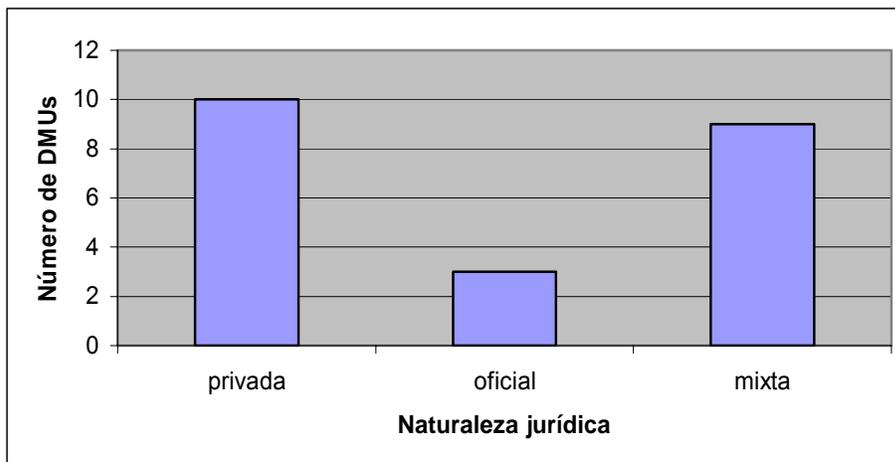
²² Mercado Mayorista. Disposiciones. www.creg.gov.co

²³ Cooper W. W., Seiford L. M., Tone K. Data Envelopment Analysis: A comprehensive text with models, applications references and DEA solver software interfaces Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

²⁴ Golany B., Roll Y. An Application Procedure for DEA. in: Omega, 1989, 17 – (3), 237 -249.

En relación a la naturaleza jurídica de las DMU's (Figura 10), se evidencia que la mayor parte de estas presentan naturaleza privada y mixta, en el año 2001, para el total de Agentes participantes en el Mercado.

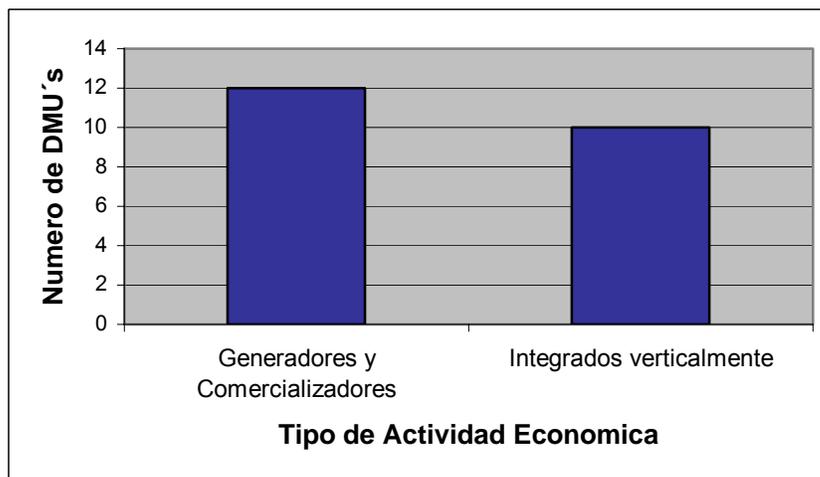
Figura 10. Distribución de las DMU's de acuerdo a su Naturaleza jurídica año 2001



Fuente: los autores

Las DMU's seleccionadas se distribuyen similarmente de acuerdo a su actividad económica (Figura 11), en Generadores y comercializadores de Energía Eléctrica, e Integrados verticalmente. Esta última comprende las actividades de generación, interconexión, transmisión, distribución y comercialización al mismo tiempo.

Figura 11. Distribución de las DMU's de acuerdo a su Actividad económica año 2001



Fuente: Los autores

A continuación se listan las DMU's seleccionadas para el estudio junto con sus principales características.

Tabla 13

4.3 SISTEMATIZACION DE DATOS

La sistematización de datos se realizó para buscar homogeneidad en la estructuración de las variables que iban a ser alimentadas a los modelos DEA; es decir se hacía necesario la misma periodicidad de los datos cuantitativos de cada variable, las mismas unidades establecidas en el trabajo desarrollado por Pérez-García (2002)⁷⁴, para disponer de patrones de comparación y por último disponibilidad de información constante.

Todos los datos cuantitativos de las variables fueron tratados mensualmente, de modo que se tenían doce series de información en el año 2001, para cada una de las DMU's seleccionadas.

El factor de utilización, medido como porcentaje (%) para cada DMU, fue calculado de acuerdo a un promedio simple, entre los valores de la variable para cada planta o unidad que conforma un Agente generador.

La variable de salida Generación de energía eléctrica se determinó en Gigavatios-hora (Gwh) como unidad de medida; sin embargo se presenta su respectiva conversión den Megavatios-hora (Mwh) para poder realizar comparaciones respectivas con capacidad instalada. Para establecer el valor numérico de la variable para cada DMU, se tuvo en cuenta que éste fuera la sumatoria de la Generación de las plantas o unidades que hacen parte del Agente generador; esto es, si un Agente posee tanto plantas térmicas, como hidráulicas, el dato cuantitativo incluye la Generación de ambas.

Por otra parte las variables de entrada: Capacidad instalada por agente generador, Número de trabajadores, Antigüedad de la firma y Costo de combustible fueron tratadas de la siguiente forma:

Las unidades de la Capacidad Instalada por agente generador son los Megavatios (Mw); y en cuanto a la determinación de su valor numérico recibió el mismo tratamiento que la variable Generación de energía eléctrica.

El número de trabajadores, el cual esta dimensionado en unidades se obtuvo solo para la actividad como tal de Generación; esto se refiere a que como todas las DMU's seleccionadas son Generadoras y Comercializadoras, o bien, Integradas verticalmente se debía hacer distinción en el tipo de actividad de interés para el estudio; seguidamente el total de trabajadores de la DMU fue calculado al sumar el personal de cada planta o unidad perteneciente al Agente, dedicados directamente a la Generación.

Acerca de la Antigüedad de la firma, esta representa el número de meses transcurridos desde la puesta en marcha del Agente generador hasta el periodo de tiempo (mes) en el cual se estaba incluyendo el dato cuantitativo de la variable.

Para la variable Costo de combustible, cuyas unidades son pesos por Megacaloría consumida (\$ / Mcal), fueron necesarios los siguientes procedimientos para calcular el valor numérico asignado a cada DMU:

⁷⁴ Pérez Y., García R. "Medición de la eficiencia relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia". Bogotá. 2002

1. En el caso de plantas o unidades de generación térmica, la información es encontrada en pesos por unidad de combustible, así para las plantas de generación térmica a carbón los datos están dados en pesos por tonelada de carbón (\$/Ton), y para las de generación térmica a gas se obtienen en (\$/MBTU). Para el primer tipo se hizo necesario conocer las Kilocalorías por kilogramo (Kcal./Kg) que posee el tipo de carbón utilizado en la planta; en el segundo fue preciso conocer las calorías equivalentes a una BTU. Finalmente se realizaron las respectivas conversiones a la unidad deseada (\$ / Mcal).

2. Se obtuvo un promedio ponderado del Costo de Combustible para cada DMU cuyo tipo de generación era Térmica, con el Costo de Combustible y Generación de energía eléctrica de cada planta perteneciente a la DMU, respecto a la Generación total del Agente.

3. Para los Agentes de Generación Hidráulica se tomó el costo de oportunidad, que corresponde al menor costo resultante de los Agentes de generación Térmica en cada mes. Así todos los agentes de generación Hidráulica tenían en un mes el mismo valor numérico de Costo de combustible.

4. Con aquellas DMU's que tienen plantas Térmicas e Hidráulicas, se aplica el mismo cálculo de promedio ponderado, realizado para las DMU's que poseen plantas Térmicas a carbón y a gas.

5. Por último, debido a que la variable Costo de Combustible no posee la relación asumida por DEA de Isotonicidad, en la cual un incremento en la entrada, debe manifestar un incremento proporcional en la salida y no al contrario; se tomó para el menor valor obtenido de Costo de Combustible de una DMU, un valor máximo; y respecto a este se calculan para las otras DMU's los Costos de combustible, restando los valores conseguidos en los anteriores procedimientos de este valor máximo.

De este modo se obtuvo una base de datos mensual de las variables para cada una DMU (Anexo C. Bases de Datos para las Variables).

Finalmente es importante aclarar que en los casos en que se presentaba como valor de una variable cero; este era remplazado por un arquimediano, ya que DEA no acepta como valor de una variable cero.

4.4 DESARROLLO DE LOS MODELOS

Buscando determinar la eficiencia relativa de los Agentes Generadores de energía Eléctrica en Colombia en el año 2001, se ejecutaron los modelos CCR, BCC y modelo Aditivo en sus dos orientaciones: input-oriented y output-oriented, además se corrió un modelo de programación lineal, desarrollado por García (2003), para determinar la proyección a la Medida de Escala más Productiva (MPSS) de las DMU's consideradas; Todos estos modelos fueron ejecutados para las veintidós DMU's, en cada una de las doce series mensuales de datos.

Los software EMS ® (Efficiency Measurement System) y Lindo © fueron usados para resolver los problemas de programación lineal.

Las siguientes tablas muestran el número de modelos DEA sugeridos y desarrollados:

Tabla 4. Número de modelos ejecutados para el año 2001 con el software EMS

Modelos Ejecutados	CCRio	CCRoo	BCCio	BCCoo	ADDio	ADDoo
No. de DMU's	22	22	22	22	22	22
No. de meses considerados	12	12	12	12	12	12
Total de Modelos Ejecutados	276	12	22	22	12	12

Fuente: Los autores

Tabla 5. Número de modelos ejecutados para el año 2001 en el software LINDO

Modelos Ejecutados	Máx. β / α , (MPSS)	S ⁺ S ⁻ (MPSS)
No. de DMU's	22	22
No. de meses considerados	12	12
Total de Modelos Ejecutados	264	264

Fuente: Los autores

En el estudio se analiza mensualmente para las DMU's escogidas, respecto a las variables de entrada y salida seleccionadas, los siguientes aspectos:

- La Eficiencia Técnica (ET).
- Eficiencia Técnica Pura (ETP).
- Eficiencia Basada en Holguras (EBH).
- Eficiencia de Escala (EE)
- Eficiencia de Mezcla (EM).
- El Benchmarking para cada DMU.
- La Proyección a la Frontera Eficiente para las DMU's ineficientes, bajo los modelos CCR y BCC, ambos en sus dos orientaciones.
- Los Retornos a Escala del modelo CCR input-oriented.
- El tamaño de Escala Más Productivo (MPSS)
- El Windows Analysis bajo el modelo BCC en ambas orientaciones.

De acuerdo a la categorización realizada anteriormente para las DMU's: respecto al tipo de Generación, donde encontramos Generación Térmica, Hidráulica y Mixta; y respecto a la Naturaleza Jurídica (Tipo de Capital) divididas en Privadas, Oficiales y Mixtas; se presenta un análisis sobre estos grupos, en el cual se aplican las pruebas estadísticas de Kruskal-Wallis para encontrar diferencia entre las eficiencias de las categorías.

El análisis concluye determinando direccionamientos, conclusiones y recomendaciones para las Unidades evaluadas.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1.1 DMU's eficientes

Los modelos CCR Y BCC en sus dos orientaciones nos permiten conocer las DMU's eficientes relativamente. Estos resultados se presentan en la Tabla 6, donde por cada mes se encuentran las conclusiones obtenidas de los modelos.

Tabla 6. DMU's eficientes bajo los modelos CCR Y BCC, input-oriented y output-oriented. 2001

Mes	CCR input – oriented	CCR output – oriented	BCC input – oriented	BCC output – oriented
Enero	6,9,10,11,13,15,16,19,20	6,9,10,11,13,15,16,19,20	1,3,5,6,8,9,10,11,13,14,15,16,18,19,20,21	1,3,5,6,8,9,10,11,13,14,15,16,18,15,16,18,19,20,21
Febrero	6,9,10,14,15,19,20	6,9,10,14,15,19,20	3,6,8,9,10,14,15,16,18,19,20,21	3,6,8,9,10,14,15,18,19,20,21
Marzo	6,8,9,10,11,12,13,15,16,19,20	6,8,9,10,11,12,13,15,16,19,20	3,6,8,9,10,11,12,13,14,15,16,18,19,20,21	3,6,8,9,10,11,12,13,14,15,16,18,19,20,21
Abril	6,8,9,10,11,16,19,20	6,8,9,10,11,16,19,20	3,6,8,9,10,11,14,16,18,19,20,21	3,6,8,9,10,11,14,16,18,19,20,21
Mayo	6,9,10,16,19,20	6,9,10,16,19,20	3,6,8,9,10,14,15,16,18,19,20	3,6,8,9,10,14,15,16,18,19,20
Junio	6,9,10,15,16,19,20	6,9,10,15,16,19,20	1,3,6,8,9,10,15,16,18,19,20	1,3,6,8,9,10,15,16,18,19,20
Julio	1,3,6,9,10,13,15,16,19,20	1,3,6,9,10,13,15,16,19,20	1,3,6,8,9,10,13,15,16,18,19,20	1,3,6,8,9,10,13,15,16,18,19,20
Agosto	3,5,6,9,10,15,16,17,19	3,5,6,9,10,15,16,17,19	3,5,6,8,9,10,14,15,16,17,18,19,20	3,5,6,8,9,10,14,15,16,17,18,19,20
Septiembre	5,6,9,10,15,16,19	5,6,9,10,15,16,19	3,5,6,8,9,10,15,16,18,19,20	3,5,6,8,9,10,15,16,18,19,20
Octubre	5,6,8,9,10,13,15,16,19	5,6,8,9,10,13,15,16,19	3,5,6,8,9,10,13,15,16,18,19,20	3,5,6,8,9,10,13,15,16,18,19,20
Noviembre	6,9,10,13,15,16,17,19	6,9,10,13,15,16,17,19	3,6,8,9,10,13,14,15,16,17,18,19,20	3,6,8,9,10,13,14,15,16,17,18,19,20
Diciembre	5,6,9,10,13,15,16,17,19	5,6,9,10,13,15,16,17,19	3,5,6,8,9,10,13,15,16,17,18,19,20	3,5,6,8,9,10,13,15,16,17,18,19,20

Fuente: Los autores.

Se observa que todas las DMU's que se encontraron como eficientes en el modelo CCR, también lo son bajo en el modelo BCC, lo cual es lógico y ratifica la validez de los resultados arrojados por el software.

Igualmente se nota que las DMU's que son CCR y BCC eficientes hacia las entradas, también lo son hacia las salidas para cada modelo, y viceversa. Esto significa que dichas DMU's están en capacidad de alcanzar la eficiencia relativa manteniendo constante tanto sus insumos, como sus recursos.

Las DMU's resultantes como eficientes en todos los meses y bajo los cuatro modelos son: DMU 6, DMU 9, DMU 10, DMU 19; mientras que las DMU's ineficientes en todos los meses y bajo los cuatro modelos son la DMU 2, DMU 4, DMU 7 y DMU 22.

En los modelos CCR se tiene un promedio de 8.33 DMU's eficientes en cada mes. En el mes de Mayo se encuentra el menor número de DMU's encontradas como eficientes (6), en el mes de Marzo se tiene el mayor número de DMU's encontradas eficientes (11), con respecto a los doce meses del año 2001.

De otra parte, para los modelos BCC, Enero es el mes en que se ubican más DMU's eficientes (16), y los meses de Mayo, Junio y Septiembre son los meses para los cuales se tiene el menor número de DMU's encontradas eficientes (11).

Esto confirma que el número de DMU's encontradas BCC-eficientes, respecto al número de DMU's, CCR-eficientes siempre será igual o mayor.

5.1.2 Descomposición de la eficiencia

5.1.2.1 Modelos input y output oriented

Para el administrador de una DMU ineficiente, es importante investigar las causas de dicha ineficiencia; si esta es causada por su operación ineficiente o por las condiciones de desventaja, bajo las cuales esta operando.

La Tabla 7 y Tabla 8 nos dan diferentes explicaciones de ineficiencia, para las DMU's estudiadas. Como ya hemos hablado La Eficiencia Técnica, conocida como Eficiencia Técnica Global, dada por el modelo CCR, expresa la utilización óptima de los recursos productivos, medida de una manera global; de esta forma las DMU's 6, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 19 y 20 son eficientes, respecto a todas las combinaciones posibles del grupo de DMU's evaluadas.

Por otra parte La Eficiencia Técnica Pura, también conocida como Eficiencia Técnica Pura Local, solo asume la combinación convexa de las DMU's observadas, como el conjunto de posibilidades de producción, para cada unidad. Lo anterior, nos lleva a confirmar, que la Eficiencia Técnica Pura es mayor o igual que la Eficiencia Técnica, en orientaciones hacia las entradas, dada la flexibilidad de la Frontera Eficiente en el modelo BCC.

La Eficiencia de Escala, que es proporcionada por la relación entre la Eficiencia Técnica y la Eficiencia Técnica Pura, manifiesta la escala de operación de la DMU en comparación

con la escala de producción del grupo; en consecuencia las DMU's 1 y 7, entre otras, trabajan a una escala de operación inadecuada.

Cuando una DMU, es Eficiente Globalmente, Locativamente, y Eficiente de Escala, se dice que es una DMU, MPSS; las DMU's 6, 9, 10, 13, 15, 16, 19, 20 son MPSS, en por lo menos algún mes.

Después de estas definiciones podemos entender las causas de ineficiencia Técnica de la DMU 5, las cuales son consecuencia de la escala en la cual esta operando y no debido a problemas de operación ineficiente que no le permiten obtener los resultados deseados.

La Eficiencia de Mezcla denota el desempeño en la asignación de Recursos a la producción. En este caso se puede observar que esta fuertemente relacionada a que las DMU's sean eficientes globalmente.

Tabla 7. Descomposición de la eficiencia relativa para modelos input-oriented. Enero de 2001

DMU	Eficiencia basa en las holguras	Eficiencia técnica	Eficiencia técnica pura	Eficiencia de escala	Eficiencia de mezcla
1	0,834110948	0,7455	1	0,7455	1,118861097
2	0,428830607	0,5299	0,5665	0,935392763	0,809267045
3	0,822741963	0,8404	1	0,8404	0,978988533
4	0,774356886	0,7866	0,8896	0,884217626	0,984435401
5	0,997653333	0,9963	1	0,9963	1,001358359
6	1	1	1	1	1
7	0,175941399	0,2519	0,503	0,500795229	0,69845732
8	0,397481061	0,3891	1	0,3891	1,021539606
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	0,631261092	0,8164	0,8234	0,991498664	0,773225248
13	1	1	1	1	1
14	0,864828326	0,816	1	0,816	1,059838635
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	0,626719795	0,6328	0,6339	0,998264711	0,990391585
18	0,007613636	0,0121	1	0,0121	0,629226146
19	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1
21	0,236272727	0,4209	1	0,4209	0,561351217
22	0,355372556	0,4988	0,5627	0,886440377	0,712455003

Fuente: Los autores

Para consultar los datos referidos a la descomposición de eficiencia se pueden ver los anexos D y E respectivos para modelos input-oriented y output-oriented.

También se presenta la Tabla 8 como ejemplo de Descomposición de Eficiencia relativa para modelos output-oriented, la cual recibe el mismo tratamiento que la orientación a la entrada.

Tabla 8. Descomposición de la eficiencia relativa para modelos output-oriented. Enero de 2001

DMU	Eficiencia basada en las holguras	Eficiencia técnica	Eficiencia técnica pura	Eficiencia de escala	Eficiencia de mezcla
1	1,208260824	1,2271	1	1,2271	0,984647399
2	1,462536048	1,2078	1,1785	1,024862113	1,210909131
3	1,365241032	1,1899	1	1,1899	1,147357788
4	1,519556489	1,2714	1,2149	1,046505885	1,195183647
5	1,406329692	1,0034	1	1,0034	1,401564373
6	1	1	1	1	1
7	2,740138057	2,1247	2,1181	1,003116	1,289658802
8	2,167759439	2,5702	1	2,5702	0,843420527
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	1,10719875	1,1466	1,1142	1,02907916	0,965636447
13	1	1	1	1	1
14	1,02918298	1,0386	1	1,0386	0,990932968
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1,216551153	1,1075	1,0697	1,03533701	1,098466053
18	39,1824795	42,78	1	42,78	0,915906487
19	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1
21	1,497357914	1,4247	1	1,4247	1,050998747
22	1,370234537	1,6939	1,5711	1,078161797	0,808922922

Fuente: Los autores

5.1.2.3 Frecuencias de eficiencias

La Tabla 9 muestra el número de veces en el año 2001, en que las DMU's fueron eficientes Técnicamente, eficiencia obtenida del modelo CCR.

Primero, se debe resaltar que se obtienen los mismo resultados en cuanto al número de veces en el año en que las DMU's son eficientes, cuando se cuantifica la reducción de entradas manteniendo las salidas constantes (input-oriented) como midiendo el incremento de las salidas manteniendo las entradas constantes (output-oriented).

Tabla 9. Frecuencias de eficiencia técnica para cada DMU en el año 2001

Eficiencia técnica input – oriented																						
DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
No. de veces que es eficiente al año	1	0	2	0	4	12	0	3	12	12	3	1	6	1	10	11	3	0	12	7	0	0
Eficiencia técnica output – oriented																						
DMU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
No. de veces que es eficiente al año	1	0	2	0	4	12	0	3	12	12	3	1	6	1	10	11	3	0	12	7	0	0

Fuente: Los autores

Observando la Tabla, podemos establecer un ranking de unidades eficientes durante el año 2001, en base al número de meses, en que estas DMU's fueron eficientes por la utilización óptima de sus recursos.

Así las DMU's 6, 9, 10 y 19 mantuvieron un desempeño constante durante todo el año, siendo Eficientes Técnicamente los doce meses respecto al grupo seleccionado.

Por otra parte las DMU's 15 y 16 presentan un desempeño alto, siendo eficientes Técnicamente, en diez y once meses.

Las anteriores DMU's constituyen el referente de buen manejo de los recursos, para los demás componentes de la industria de generación de energía.

En el caso de las DMU's 2, 4, 7, 21 y 22, que fueron Ineficientes Técnicamente, todos los meses del año, se hace obligatorio reevaluar sus políticas de administración de sus recursos.

Todas las tablas de Frecuencias de DMU's eficientes, en el año 2001, para los cinco tipos de Eficiencia, pueden ser encontradas en el Anexo F.

5.1.2.4 Análisis por categorización

Como se había manifestado anteriormente, los resultados obtenidos en la Descomposición de la eficiencia fueron agrupados en dos categorías: la primera esta comprendida por el tipo de Generación de las DMU's evaluadas, y la segunda según el tipo de capital, que en algunos apartes es nombrada como naturaleza jurídica.

Las respectivas Tablas de Descomposición de la Eficiencia pueden ser consultadas en el Anexo G para Tipo de Capital y en el Anexo H para Tipo de Generación.

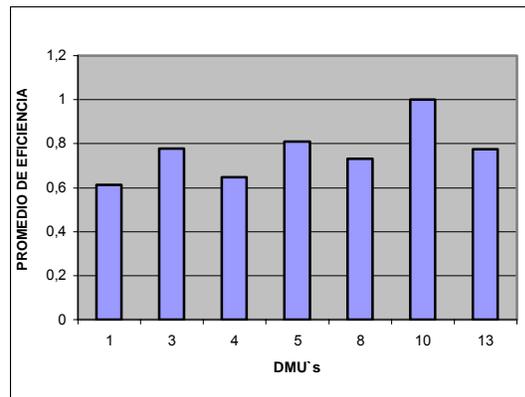
Sobre los anteriores resultados se realizaron las pruebas estadísticas de Kruskal Waillys tratando de encontrar diferencia entre las eficiencias de cada división en la Categoría. Las Tablas de todos los resultados pueden ser consultadas para Tipo de Generación y para Tipo de Capital en los Anexos I y J, respectivamente.

Los valores de la Eficiencia Técnica input-oriented, encontrados en la primera categoría, son divididos según el Tipo de Generación de la DMU: Hidráulica, Térmica o Mixta. Estos pueden ser observados en la Tabla 10.

TABLA 10

Primero podemos observar el promedio de la Eficiencia Técnica orientada hacia las entradas (Input-oriented) en el año 2001, para la categoría de Tipo de generación, donde hallamos menor variabilidad en los datos referentes a las DMU's de generación Hidráulica. (Figura 12).

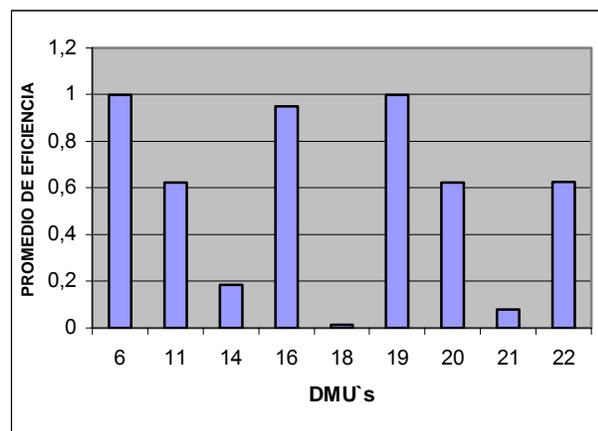
Figura 12. Promedio de Eficiencia Técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Hidráulica



Fuente: Los autores

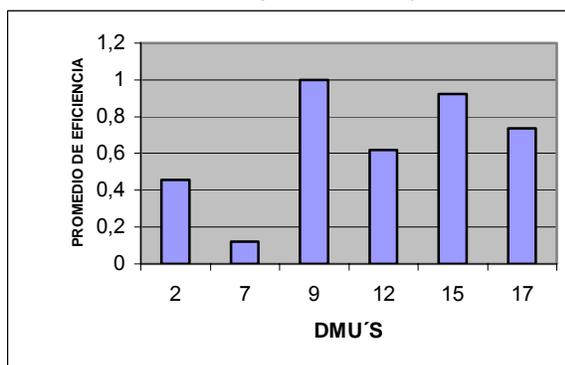
Respecto a los promedios de Eficiencia Técnica en el año 2001, para Las DMU's de generación Térmica y Mixta (Figura 13 y 14), estos presentan menor consistencia, lo que hace difícil emitir un concepto general sobre las DMU's que conforman estos dos grupos.

Figura 13. Promedio de Eficiencia Técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Térmica



Fuente: Los autores

Figura 14. Promedio de Eficiencia Técnica. Input-oriented para las DMU's de Generación Mixta



Fuente: Los autores

Posteriormente, se realizaron Pruebas no paramétricas para cada Tipo de Eficiencia, en sus dos orientaciones, obtenidas para el año 2001; y tomando como variable de agrupación el Tipo de Generación. Con los resultados obtenidos se acepta la hipótesis nula de igualdad entre medias de eficiencias a un 95% de confianza, de los grupos: Generación Hidráulica, Generación Térmica y Generación Mixta; de tal forma se concluye que la eficiencia no esta dada por el Tipo de Generación, sino por el desempeño de cada DMU en el manejo de sus Recursos y la obtención de sus productos.

A continuación se muestra en la Tabla 11 el resultado de la prueba realizada para la Eficiencia Técnica orientada a la entrada, de las DMU's, según la agrupación por tipo de Generación.

Tabla 11. Prueba de Kruskal-Wallis para Eficiencia Técnica orientada a la entrada

Rangos

tipo de generacion		N	Rango promedio
eficiencia tecnica orientada a la entrada	hidraulica	7	13.50
	mixta	6	10.92
	termica	9	10.33
	Total	22	

Estadísticos de contraste^{a,b}

	eficiencia tecnica orientada a la entrada
Chi-cuadrado	1.009
gl	2
Sig. asintót.	.604

a. Prueba de Kruskal-Wallis

b. Variable de agrupación: tipo de generacion

Fuente: Resultados SPSS

Finalmente en la Tabla 12. se calcula el promedio de Eficiencia Técnica para cada grupo perteneciente a la categoría nombrada

Tabla 12. Promedio de Eficiencia Técnica orientada a la entrada por Tipo de Generación

Tipo de Generación	Hidráulica	Mixta	Térmica
Promedio de Eficiencia	0.7649	0.6430	0.5664

Fuente: Los autores

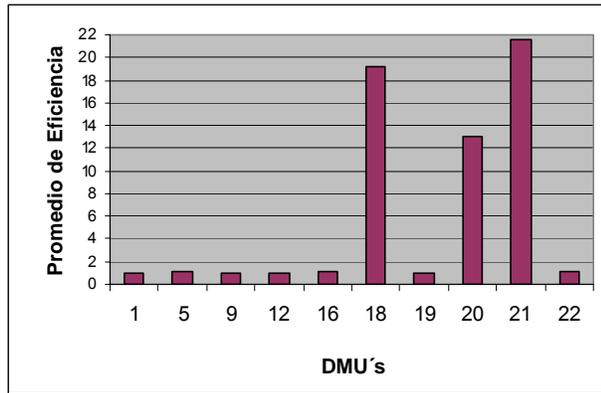
Para la segunda categoría que fue dividida por Tipo de capital en: Privada, Mixta y Oficial, se analiza la Eficiencia de Mezcla orientada a la salida. Los procedimientos utilizados para evaluar la categoría son los mismos que para el Tipo de Generación.

Los resultados para la Eficiencia de Mezcla output-oriented, según el Tipo de Capital, se pueden observar en la Tabla 13.

TABLA 13

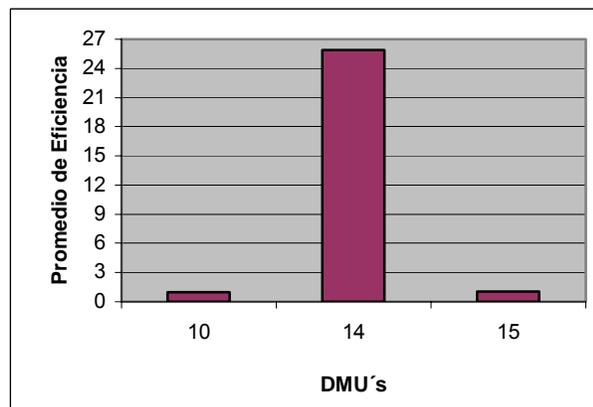
Respecto a los promedios de Eficiencia de Mezcla. Output-oriented en el año 2001, para las DMU's de Capital Privado y Oficial (Figura 15 y 16), estos no presentan un comportamiento homogéneo, se observan unidades con valores de ineficiencia de Mezcla bastante altos, respecto a las demás integrantes de los grupos.

Figura 15. Promedio de Eficiencia de Mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Privado



Fuente: los Autores

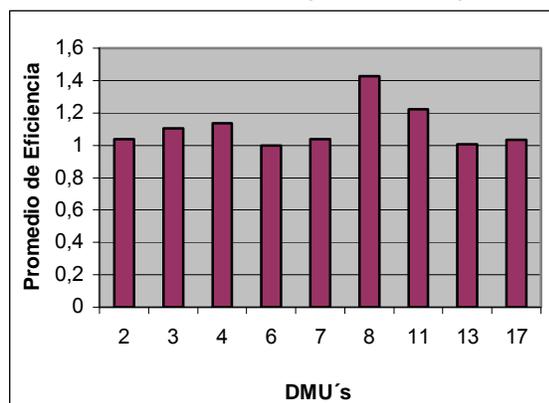
Figura 16. Promedio de Eficiencia de Mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Oficial



Fuente: Los Autores

El promedio de la Eficiencia de Mezcla orientada hacia las salidas (Output-oriented) en el año 2001, para la categoría de Tipo de Capital, no presenta diferencias en el comportamiento de los datos referentes a las DMU's de Capital Mixto. (Figura 17). Lo que hace pensar similitud en la asignación de recursos, efectuado por estas DMU's.

Figura 17. Promedio de Eficiencia de Mezcla. Output-oriented para las DMU's de Capital Mixto.



Fuente: Los Autores

En cuanto a la Pruebas no paramétricas realizadas para cada Tipo de Eficiencia, en sus dos orientaciones, obtenidas para el año 2001; y tomando como variable de agrupación el Tipo de Capital. Se acepta la hipótesis nula de igualdad entre medias de eficiencias a un 95% de confianza, de los grupos: Privada, Mixta y Oficial; de igual forma que para la categoría Tipo de Generación se concluye que la eficiencia no esta dada por el Tipo de Capital de cada DMU, sino por el desempeño de esta en el manejo de sus Recursos y la obtención de sus productos.

A continuación se muestra en la Tabla 14 el resultado de la prueba realizada para la Eficiencia de Mezcla orientada a la salida, de las DMU's, según la agrupación por Tipo de Capital.

Tabla 14. Prueba de Kruskal-Wallis para Eficiencia de Mezcla orientada a la salida

Rangos

	tipo de capital	N	Rango promedio
eficiencia de mezcla orientada a la salida	privada	10	11.80
	mixta	9	11.39
	oficial	3	10.83
	Total	22	

Estadísticos de contraste^{a,b}

	eficiencia de mezcla orientada a la salida
Chi-cuadrado	.056
gl	2
Sig. asintót.	.972

a. Prueba de Kruskal-Wallis

b. Variable de agrupación: tipo de capital

Fuente: Resultados SPSS

Finalmente en la Tabla 15. se calcula el promedio de Mezcla para cada grupo perteneciente a la categoría nombrada.

Tabla 15. Promedio de Eficiencia de Mezcla orientada a la salida por Tipo de Capital

Tipo de Capital	Privada	Mixta	Oficial
Promedio de Eficiencia	6.1032	1.1115	9.3061

Fuente: Los autores

5.1.3 Proyección a la frontera eficiente

Al determinar cuales valores deben tomar las variables de las diferentes DMU's para ser relativamente eficientes (ubicarse en la frontera eficiente), según los distintos modelos, y utilizar esta información para plantear estrategias encaminadas a lograr la eficiencia relativa de la DMU's ineficientes, se realizó la proyección a la frontera eficiente para cada una de ellas. Estos resultados se pueden ver en el anexo K (Proyección en la Frontera Eficiente para las DMU's en el año 2001), donde se tiene una tabla por cada mes y para cada modelo CCR y BCC en sus dos orientaciones con la información respectiva. Las tablas presentadas muestran un resumen de los valores encontrados para las variables de salida y para las variables de entrada, de acuerdo al valor objetivo asociado a cada DMU (que representa el nivel de eficiencia actual) establecido para cada modelo.

Los nuevos valores de las variables son determinados de acuerdo a la orientación de los modelos así:

Para un modelo input-oriented se hace necesario reducir sus recursos en una proporción de $(1 - \theta_{io}^*)$, manteniendo sus salidas constantes. Para un modelo output-oriented se deben incrementar sus productos en la misma proporción de $(1 - \theta_{oo}^*)$, sin necesidad de variar sus insumos.

No se presentan los resultados de las variables de entrada antigüedad de la firma ni costos de combustible debido a que estas variables fueron catalogadas como no discrecionales, y por tanto no es posible sugerir para estas nuevos valores.

Por otro lado se presenta el grupo de referencia sobre el cual se determinaron las nuevas condiciones que debe cumplir cada DMU.

Así, por ejemplo la tabla 16. presenta los resultados de proyección en la frontera eficiente para las DMU's en el mes de Abril de 2001, bajo el modelo CCRiO; de los cuales se puede determinar que para las DMU's con Función Objetivo igual a uno (que son las CCR- eficientes), no deben modificarse sus entradas. Pero para una DMU encontrada CCRiO- ineficiente como la DMU 14, que para este mes es la más ineficiente del grupo con una función objetivo de 0.0186, si redujera sus insumos en la proporción $|1 - 0.0186|$ podría ser eficiente, aún manteniendo sus productos constantes. Debería reducir su capacidad instalada a 4.33 MW, recordando que opera con 233 MW de capacidad para este mes; y pasar de 5 trabajadores a 1 trabajador. Estas coordenadas fueron determinadas de acuerdo a su grupo de referencia constituido por las DMU's 16 y 19.

Para una DMU con una Función Objetivo de 0.8076, correspondiente a la DMU 3, un poco más cercana a la frontera eficiente, se le sugiere disminuir su capacidad instalada a 22.86 MW y bajar su número de trabajadores a 34. Su grupo de referencia para este mes esta conformado por la DMU 8 y la DMU 10.

Tabla 16. Proyección en la frontera eficiente para las DMU's en el mes de Abril de 2001 bajo el modelo CCR input-oriented

DMU	Función Objetivo	Salidas			Entradas		Conjunto de Referencia
		Factor de Utilización	Generación (GWh)	Generación (MWh)	Capacidad Instalada (MW)	Número de Trabajadores	
1	0,4768	0,695	119,457	119.457	259,57	17,16	E6-E19
2	0,4631	0,524	76,357	76.357	120,50	88,95	E10-E11
3	0,8076	0,486	12,534	12.534	22,86	33,11	E8-E10
4	0,6728	0,488	12,551	12.551	22,47	33,64	E8-E10
5	0,4201	0,221	154,487	154.487	315,08	42,01	E6-E11-E19
6	1,0000	0,393	566,217	566.217	1181,00	109,00	E6
7	0,0709	0,084	7,274	7.274	11,93	9,50	E10-E11-E19
8	1,0000	0,602	18,029	18.029	52,80	24,00	E8
9	1,0000	0,190	770,700	770.700	2496,00	358,00	E9
10	1,0000	0,793	20,172	20.172	34,50	56,00	E10
11	1,0000	0,717	200,658	200.658	314,00	201,00	E11
12	0,3561	0,259	172,481	172.481	359,45	35,85	E6-E11-E19
13	0,3870	0,361	56,534	56.534	131,58	6,97	E6-E16-E19
14	0,0186	0,031	1,828	1.828	4,33	0,09	E16-E19
15	0,4820	0,608	615,836	615.836	1251,27	170,08	E6-E11
16	1,0000	0,357	111,295	111.295	399,00	2,00	E16
17	0,5837	0,205	398,080	398.080	1012,14	119,53	E6-E9
18	0,0001	0,000	0,000	0000,0	0,02	0,00	E8-E19
19	1,0000	0,594	38,520	38.520	90,00	2,00	E19
20	1,0000	0,357	77,108	77.108	300,00	8,00	E20
21	0,0284	0,025	2,995	2.995	5,00	3,12	E10-E11-E19
22	0,7816	0,605	67,550	67.550	121,15	56,04	E10-E11-E19

Fuente: Los autores

De la misma forma se obtienen los resultados para un modelo orientado a las salidas. En este caso se analiza la Tabla 17, que define la proyección a la frontera eficiente para las DMU's en el mes de Octubre bajo el modelo BCC output-oriented.

Tal es el caso de la DMU 17. La cual es encontrada como ineficiente con una Función Objetivo de 1.2019. Lo que significa que debería aumentar sus productos en una proporción de $|1 - 1.2019|$. Deberá pasar de un factor de utilización de 0.30 a 0.363 y generar 530,687 GWh (530.687 MWh), cuando para este mes generaba 441,54 GWh (441.540 MWh). Para encontrar estos valores se tomo como grupo de referencia, el conformado por las DMU's 9, 10, 13 y 16.

Tabla 17. Proyección en la frontera eficiente para las DMU's en el mes de Octubre de 2001 bajo el modelo BCC output-oriented

DMU	Función Objetivo	Salidas			Entradas		Conjunto de Referencia
		Factor de Utilización	Gen. (GWh)	Gen. (MWh)	Capac. Instalada	Número de Trabajadores	
1	1,7112	0,555	207,961	207.961	498,02	36	E5-E10-E16
2	2,2103	0,823	121,697	121.697	260,2	65,71	E5-E10-E15-E16
3	1	0,334	7,084	7.084	28,3	41	E3
4	2,1435	0,735	17,727	17.727	33,4	50	E3-E8-E10
5	1	0,67	373,761	373.761	750	100	E5
6	1	0,247	433,578	433.578	1181	109	E6
7	5,4206	0,678	64,215	64.215	168,2	46,27	E5-E10-E16-E18
8	1	0,47	6,212	6.212	52,8	24	E8
9	1	0,201	822,204	822.204	2496	358	E9
10	1	0,943	23,529	23.529	34,5	56	E10
11	1,5586	0,797	158,477	158.477	314	70,41	E5-E10-E19
12	1,1949	0,393	336,053	336.053	1009,4	122,53	E5-E9-E10-E13-E16
13	1	0,426	107,885	107.885	340	18	E13
14	3610,138	0,361	70,921	70.921	233	5	E10-E16-E19
15	1	0,424	803,025	803.025	2596	677	E15
16	1	0,471	135,069	135.069	399	2	E16
17	1,2019	0,363	530,687	530.687	1608,05	228,86	E9-E10-E13-E16
18	1	0,029	3,359	3.359	154	28	E18
19	1	0,182	12,201	12.201	90	2	E19
20	1	0,003	0,616	616	300	8	E20
21	30,5197	0,076	10,212	10.212	176	26,27	E10-E13-E18-E20
22	12,6326	0,837	79,195	79.195	155	58,46	E5-E10-E19

Fuente: Los autores

5.1.4 Conjunto de referencias

Para una unidad productiva, es útil conocer lo que sucede a su alrededor, para evaluar su desempeño actual, definir y organizar sus habilidades, e identificar posibles acciones en el futuro.

Es por eso, importante para una DMU conocer el conjunto de referencia con el cual puede comparar su capacidad para manejar los recursos en pro de la maximización de sus Resultados.

En la Tabla. 18, podemos observar los Conjuntos de Referencias para cada DMU en el periodo de Octubre-Noviembre-Diciembre, los cuales están compuestos por aquellas DMU's que se sitúan sobre la frontera eficiente y funcionan con cantidades de insumos similares u obtienen cantidades semejantes de productos con menores cantidades de recursos, que la unidad evaluada.

Por Ejemplo, para la DMU 1, el Conjunto de Referencia bajo el modelo CCR input-oriented, en el mes de Octubre, está compuesto por las DMU's: 5, 10 y 16; esto significa que bajo el supuesto de retornos constantes a escala, estas DMU's de referencia obtienen una cantidad mayor de productos, teniendo una menor o semejante cantidad de insumos.

Para el administrador de la DMU 11 es importante conocer el funcionamiento de una unidad eficiente como la DMU 10, la cual opera en condiciones semejantes, durante el periodo de Octubre-Noviembre-Diciembre, obteniendo mejores resultados.

Es importante resaltar los casos de las DMU's 3, 18 y 20 las cuales bajo el modelo BCC, que supone retornos variables a escala son eficientes, constituyéndose en su propio conjunto de referencia durante el trimestre analizado.

En el anexo L se pueden observar todos los grupos de Referencia para las DMU's en el año 2001, bajo los modelos CCR y BCC determinados.

Tabla 18. excel
(tabla de excel con un conjunto trimestral grupo de referencia Octubre- noviembre –
diciembre)

5.1.5 Retornos a escala

La Tabla 19 presenta los resultados de la proyección de las DMU's a la frontera eficiente bajo el modelo CCR input-oriented para determinar la escala de operación de cada DMU, en el mes de Agosto de 2001. De la Tabla se aprecia por ejemplo, que para la DMU 2 es posible efectuar cambios en la administración de sus recursos que le permitan operar con retornos constantes a escala. Se puede destacar como las DMU's 4, 11, 12, 13, 18, que fueron encontradas en el mes de Agosto ineficientes bajo los modelos CCR y BCC, en sus dos orientaciones, presentan todas Retornos variables a Escala (Crecientes y decrecientes). En el caso de la DMU 4 y 13 que presentan Retornos Decrecientes a Escala en el mes de Agosto, incrementar sus insumos generaría un incremento de menor proporción en sus resultados.

Tabla 19. Verificación de Escala. Modelo CCR input-oriented.
Agosto de 2001

DMU	Función Objetivo Original	Función Objetivo Corregida	Verificación de Escala
1	0,8401	1,0000	Retornos constantes
2	0,2987	1,0000	Retornos constantes
3	1,0000	1,0000	Retornos constantes
4	0,7595	1,0000	Retornos decrecientes
5	1,0000	1,0000	Retornos constantes
6	1,0000	1,0000	Retornos constantes
7	0,0832	1,0000	Retornos constantes
8	0,5888	1,0000	Retornos constantes
9	1,0000	1,0000	Retornos constantes
10	1,0000	1,0000	Retornos constantes
11	0,3388	0,9999	Retornos crecientes
12	0,3885	1,0000	Retornos crecientes
13	0,6948	1,0000	Retornos decrecientes
14	0,0187	1,0000	Retornos constantes
15	1,0000	1,0000	Retornos constantes
16	1,0000	1,0000	Retornos constantes
17	1,0000	1,0000	Retornos constantes
18	0,0036	0,9875	Retornos crecientes
19	1,0000	1,0000	Retornos constantes
20	0,2732	1,0000	Retornos constantes
21	0,0530	1,0000	Retornos constantes
22	0,7687	1,0000	Retornos constantes

Fuente: Los autores

En la Tabla 20 Se puede apreciar como las DMU's 6, 9, 10, 15, 16, 19 encontradas relativamente eficientes, en todas las series de datos consideradas, presentan retornos constantes a escala durante todo el año 2001.

Por otro lado las DMU's 12 y 18 indican una alta tendencia en el año de Retornos Crecientes a Escala, lo que parecería estar relacionado en parte con el nivel tecnológico

presente en estas unidades, dado que son de reciente aparición respecto al grupo estudiado.

Tabla 20. Frecuencias de retornos a escala

DMU	Retornos constantes a escala	Retornos crecientes a escala	Retornos decrecientes a escala	Total
1	0,667	0,167	0,167	1,0
2	0,667	0,250	0,083	1,0
3	0,667	0,167	0,167	1,0
4	0,500	0,333	0,167	1,0
5	0,917	0,083	0,000	1,0
6	1,000	0,000	0,000	1,0
7	0,583	0,250	0,167	1,0
8	0,750	0,083	0,167	1,0
9	1,000	0,000	0,000	1,0
10	1,000	0,000	0,000	1,0
11	0,667	0,167	0,167	1,0
12	0,333	0,583	0,083	1,0
13	0,833	0,083	0,083	1,0
14	0,833	0,167	0,000	1,0
15	1,000	0,000	0,000	1,0
16	1,000	0,000	0,000	1,0
17	0,917	0,083	0,000	1,0
18	0,333	0,667	0,000	1,0
19	1,000	0,000	0,000	1,0
20	0,833	0,167	0,000	1,0
21	0,667	0,333	0,000	1,0
22	0,667	0,250	0,083	1,0

Fuente: Los autores

Todas las Tablas de verificación de escala para los doce meses pueden encontrarse en el Anexo M.

Es importante aclarar que los retornos a escala dependen del comportamiento relativo de las unidades; es decir si existiera solo un competidor; este funcionaria a retornos constantes a escala. Por otro lado los retornos a escala son una propiedad de la frontera envolvente y por lo mismo dependen de la eficiencia de los agentes que componen la frontera en relación a las DMU's eficientes.

De tal manera que una DMU puede tener entradas y salidas idénticas en dos meses diferentes, pero puede tener escalas distintas porque su determinación depende de las condiciones de las DMU's eficientes.

Los retornos a escala de una DMU no pueden ser establecidos de manera a priori sino que son identificados de acuerdo al funcionamiento de toda la industria.

5.1.6 Proyección de las DMU's a la Medida Escalar Más Productiva (MPSS)

Para lograr que una DMU sea MPSS se establecieron las coordenadas que deberían cumplir sus respectivas variables. Esto es proyectarlas a la región definida como MPSS. Estas nuevas coordenadas se determinaron con base en los resultados del modelo CCR output-oriented donde para todas aquellas DMU's encontradas CCR_{oo} -ineficientes se establecieron sus coordenadas MPSS respectivas.

Estos resultados se pueden observar en el anexo N (Proyección de las Coordenadas MPSS para las DMU's en el año 2001, bajo el modelo CCR output-oriented). Donde se presentan 12 Tablas resumen, correspondientes a cada mes.

Así por ejemplo la Tabla 21 muestra la proyección de las coordenadas MPSS para las DMU's en el mes de Junio, bajo el modelo CCR output-oriented. Donde las DMU's sombreadas son CCR_{oo} eficientes y por tanto no tienen proyección. Los valores respectivos a estas DMU son sus valores iniciales para este mes.

Para una DMU CCR_{oo} -ineficiente como la DMU 4, se tiene que sus coordenadas MPSS conciernen a un factor de utilización de 0.935, una generación de 21,338 GWh (21.338 MWh), una capacidad instalada de 36.26 MW y un número de trabajadores de 45. Es importante aclarar que estas coordenadas son diferentes a las ya expuestas para cada modelo. Ya que las MPSS deben cumplir ser CCR-eficientes, BCC-eficientes y tener constantes retornos e escala. Los valores arrojados para ser MPSS están cercanos a los valores de las proyecciones de las fronteras eficientes de los modelos CCR y BCC (ver anexo k). Continuando con el caso de la DMU 4, se tiene: todas las proyecciones son distintas para cada modelo (Tabla 22). Los valores escritos en un tamaño menor corresponden en los valores iniciales y que no son modificados por el modelo.

Tabla 21. Proyección de las coordenadas MPSS para las DMU's en el mes de Junio de 2001 bajo el modelo CCR output – oriented

DMU	Salidas			Entradas	
	Factor de Utilización	Generación (GWh)	Generación (MWh)	Capacidad Instalada	Número de Trabajadores
1	0,539	170,358	170.358	380,14	25,14
2	0,811	98,778	98.778	97,75	-39,23
3	0,930	18,930	18.930	36,98	53,58
4	0,935	21,338	21.338	36,26	44,40
5	0,606	229,108	229.108	249,22	-2,04
6	0,29107805	496,74499	496.744,99	1181	109
7	1,275	99,102	99.102	70,83	-13,27
8	0,748	11,937	11.937	62,74	28,52
9	0,16998297	672,63394	672.633,94	2496	358
10	0,94730857	23,264866	23.264,866	34,5	56
11	0,725	112,015	112.015	26,48	-44,82
12	0,721	293,04	293.040	199,99	-35,87
13	0,572	123,163	123.163	229,12	4,42
14	1,128	36,605	36.605	5,66	0,19
15	0,400	768,085	768.085	2596,00	677,00
16	0,176	53,633	53.633	399,00	2,00
17	0,512	450,150	450.150	574,23	41,37
18	0,738	81,880	81.880	216,68	39,40
19	0,55605648	36,03246	36.032,46	90	2
20	0,63749074	137,698	137.698	300	8
21	1,076	50,487	50.487	222,28	43,53
22	0,640	67,432	67.432	136,97	-7,16

Fuente: Los autores

Tabla 22. Proyecciones a la frontera eficiente para la DMU 4 en el mes de Junio de 2001

MODELO	Factor de utilización	Generación (GWh)	Generación (MWh)	Capacidad Instalada	Número de trabajadores
CCROI	0,63	12,97	12.970	24,41	36,55
BCCOI	0,63	12,97	12.970	29,03	42,77
CCROO	0,861	21,797	21.797	33,4	50
BCCOO	0,819	19,685	19.685	33,4	50
MPSS	0,935	21,338	21.338	36,26	44,4

Fuente: Los autores

De esta forma la firma puede optar por cualquiera de estos caminos que la convierten en una firma eficiente relativamente de acuerdo a cada Tipo de eficiencia.

Para este análisis si quiere alcanzar la Medida escalar más productiva, se guiará por las coordenadas MPSS.

5.1.7 Comportamiento de la eficiencia a través del tiempo (Windows analysis)

Como se sabe Windows Analysis da una ventaja, proporcionando información importante que describe la evolución de las DMU's y de la industria en el tiempo. La Tabla 24 presenta los resultados obtenidos del Windows Analysis bajo el modelo BCC orientado a las entradas, y en el anexo O se encuentran los resultados para al orientación a las salidas. De acuerdo a la información de la Tabla 24, se puede analizar la evolución de cada DMU en el año 2001, donde se definió una longitud de ventana de tres meses.

Antes de realizar afirmaciones sobre los resultados, se debe comprobar que las eficiencias resultantes para cada DMU constituyen datos confiables; para ello se calcula la media de las eficiencias y su respectiva varianza.

Para este caso, se tomaron las DMU's 4, y 5 para las cuales se tiene:

Tabla 23. Estadísticos para las DMU's 4 y 5 bajo el Windows Analysis

DMU	Media	Varianza
4	0,82179333	6,98455E-05
5	0,68728667	0,03921711

Fuente: Los autores

Como se puede ver en la Tabla 23 las dos DMU's tienen una varianza relativa con un valor mínimo, lo que comprueba la veracidad de los resultados y ratifica como ciertas las conclusiones que de ellos se deriven.

La DMU 4 presenta fluctuaciones en su evolución de la eficiencia, donde se tienen incrementos y decrementos de eficiencia en los tres primeros trimestres. Solo alcanza una estabilidad en el último trimestre del año, en donde sus eficiencias son iguales. El promedio de eficiencia referida a su evolución es de 82.17%.

En el caso de la DMU 5, su comportamiento refleja una tendencia con declive, ya que para cada trimestre esta disminuyendo su eficiencia, excepto en el final del tercer trimestre, donde se identifica como eficiente relativamente de acuerdo al comportamiento de este trimestre. Sin embargo no logra mantener este nivel para el final del año, volviendo a obtener niveles bajos de eficiencia. Esta DMU tiene un promedio de eficiencia en relación con su desarrollo de 68,72%.

Tabla 24.

6. CONCLUSIONES

En el desarrollo del presente estudio se destacan los beneficios de utilizar la técnica de análisis envolvente de datos (DEA), para la medición de la eficiencia relativa de las unidades consideradas.

Se logró medir la Eficiencia Relativa de los Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia para el año 2001, donde resultaron mejor clasificadas las DMU's 6, 9, 10 y 19, siendo eficientes en los cinco tipos de eficiencia considerados durante los 12 meses evaluados. Por el contrario las DMU's 2, 4, 7 y 22 son las unidades que se encontraron ineficientes bajo todos los modelos empleados en los 12 meses estimados.

La condición necesaria para que una DMU sea totalmente eficiente es que esta DMU sea MPSS, es decir sea eficiente globalmente (Eficiencia Técnica), Eficiente locativamente (Eficiencia Técnica Pura) y tener Constantes Retornos a Escala.

Se identificaron las coordenadas a las proyecciones de las fronteras eficientes de los modelos CCR y BCC en sus dos orientaciones, además de las coordenadas MPSS, bajo las cuales las firmas pueden alcanzar su eficiencia relativa máxima. Queda a disposición de cada firma optar por el camino que más le convenga, para ubicarse en la frontera eficiente de la industria de generación de energía determinada.

De acuerdo a la proyección realizada para las DMU's ineficientes a las coordenadas MPSS, para algunas unidades se encuentra la imposibilidad de obtener combinaciones óptimas de insumos y productos que las llevan a funcionar bajo constantes retornos a escala y ser al mismo tiempo eficientes locativa y globalmente.

Basados en los resultados de eficiencia de mezcla se determinó que la mayor causa de esta ineficiencia es debida a sus excesos en la variable número de trabajadores y a las faltantes en generación. De los resultados de ineficiencia de mezcla en el año 2001 un 40% presentó holguras en la variable número de trabajadores y un 32% en la variable generación.

De acuerdo a los resultados obtenidos por las pruebas estadísticas de Kruskal Wallis realizadas sobre las categorías seleccionadas para el conjunto de DMU's (Tipo de Generación y Tipo de Capital), se concluye que la eficiencia relativa de una unidad no depende de su Tipo de Generación ni del Tipo de Capital que posea, sino es producto del manejo óptimo que se le de a sus recursos para obtener los resultados deseados.

La consistencia de los datos empleados por el Windows Analysis para medir la eficiencia relativa de las DMU's a través del tiempo valida las tendencias de funcionamiento de la industria encontradas para el horizonte evaluado; en las cuales aunque a lo largo del año

existe variabilidad en su actuación, se encuentra un mejor desempeño al comenzar el año, que en los últimos meses de este.

Este estudio constituye un acercamiento actualizado respecto a las investigaciones anteriores, sobre el desempeño de los Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia; proporcionando herramientas para la determinación de políticas, evaluación de la actuación y planeación de futuros escenarios.

Se valida el resultado encontrado por Pérez-García (2002), en el cual se mostró que el sector de Generación de Energía Eléctrica funciona con retornos constantes y variables a escala. El presente estudio muestra que todas las DMU's seleccionadas se mueven a lo largo del año entre Retornos constantes y Retornos variables, lo que permite concluir que la frontera dada por el modelo CCR es adecuada para medir la eficiencia de la industria y en particular de estas unidades, lo que significa que las DMU's encontradas como CCR ineficientes no lo son por su escala de operación, sino por su desempeño en el manejo de sus recursos, para obtener sus productos. En el caso de DMU's con retornos crecientes a escala, las empresas que los poseen son de reciente aparición respecto al conjunto total de DMU's evaluadas.

Se deben incluir para estudios futuros nuevas variables que se acerquen cada vez más al verdadero comportamiento de las unidades estudiadas, pero que al mismo tiempo permitan realizar comparaciones con las variables actuales.

7. RECOMENDACIONES

Las medidas de eficiencia relativa encontradas se convierten finalmente en un indicador de competitividad de los agentes, pues de su eficiencia depende y bajo las condiciones actuales del sistema, su participación en el mercado. Es por esto que las DMU's encontradas como MPSS deben regir el funcionamiento del mercado. La CREG puede considerarlas como punto de referencia para establecer indicadores o estándares de productividad de las empresas generadoras.

La CREG debe tomar en cuenta las empresas que componen el conjunto de referencia para determinada DMU; las cuales pueden asesorar a sus referencias ineficientes en pro del mejoramiento de la industria de energía eléctrica, más específicamente en el sector de generación. Con ellas se puede encontrar un punto de comparación de aquellas empresas que poseen condiciones similares de funcionamiento.

Se puede determinar que tipo de plantas son las más utilizadas, cuál es el tipo de tecnología desarrollada, cuál es el tipo de combustible que emplean, que características posee el personal con que cuentan las empresas resultantes MPSS. De acuerdo a estas desarrollar estrategias que apoyen estos desempeños, incluso en la incursión de nuevas plantas de generación.

En su momento podría ser importante realizar un estudio de medición de eficiencia relativa a nivel de plantas generadoras de energía eléctrica en vez de agentes. Puede pensarse en desarrollarse cuando se encuentre la información disponible por plantas para las variables antigüedad de la firma y número de trabajadores por planta. En la actualidad resultaría muy costoso este enfoque porque para la obtención de esta información se requiere contactar o trasladarse hasta cada agente con el fin de que proporcionara dichos datos.

Es posible pensar en ampliar la aplicación de los modelos a series de datos aún más recientes, así como la aplicación de modelos que bajo otros supuestos permitan corroborar los resultados obtenidos. Otro campo de trabajo es la posibilidad de obtener resultados para grupos al interior del conjunto de empresas generadoras, por ejemplo por origen de capital, por región geográfica o tipo de generación. La conformación de grupos permite agrupar a las empresas en diferentes categorías para las cuales las condiciones de eficiencia específicas pueden llegar a ser diferentes con respecto a la totalidad de las empresas.

BIBLIOGRAFÍA

Pérez, Y. & García, R. "Medición de la eficiencia relativa de agentes generadores de energía eléctrica en Colombia". *Energética* 28. Julio-Diciembre. 2002.

Pérez, Y. & García, R. "Diseño, Desarrollo e implementación de un modelo de Data Envelopment Analysis (DEA) con soporte estadístico de técnicas multivariadas de análisis de datos aplicado al mercado mayorista de energía eléctrica colombiano". 2002. Informe de Investigación.

Athanassopoulos, A.D., Lambroukos, N., Seiford, L. "Data Envelopment Scenario Analysis for setting Targets To electricity Generating Plants. En: *European Journal of Operational Research*". 1999, 115, 413-428.

Brockman, CH. MC. "Real Estate Mutual Fund and Real Estate Investment Trust Performance: A Data Envelopment Analysis Approach". The University of Alabama, 2000. Doctoral Thesis.

Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E. "Measuring the Efficiency of Decision Making Units. EN: *European Journal of Operational Research*, 1978,2,429-444.

Chitkara, P. "A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of Operational Inefficiencies in Power Generating units: a case Study of Indian Power Plants". En: *IEEE Transactions on Power Systems*, 1999, 14(2), 419-425.

Cooper, W.W., Seiford, L.M., Tone, K. "Data Envelopment Analysis: A comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software Interfaces". Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

Farrel, M.J. "The Measurement of Productive Efficiency". En: *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General) Part 3*, 1957, 120, 252-290.

Sengupta, J.K. "Dynamics of Data Envelopment Analysis: Theory of Systems Efficiency". Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Sueyoshi, T (1997): "Tariff Structure of Japanese electric power companies: An empirical analysis using DEA ", *The European Journal of Operational Research* 118, 1999.

Golany, B.; Roll Y.; Rybak D. (1992): " Measuring Efficiency of Power Plants in Israel by Data Envelopment Analysis", *Transactions on Engineering Management*, Vol. 41, No 3, Agosto 1994.

Lo F. Y, Chien. CH.F, Lin J.T. (1999) "A DEA Study to Evaluate The Relative Efficiency and Investigate the District Reorganization of The Taiwán Power Company", IEEE Transactions on Power Systems, Vol 16, No. 1, Febrero 2001

Athanassopoulos, A.D., Lambroukos, N., Seiford, L. "Data Envelopment Scenario Analysis for setting Targets to electricity Generating Plants. En: European Journal of Operational Research". 1999.

Chen Tser-yieth; "An assessment of technical efficiency and cross-efficiency in Taiwan's electricity distribution sector" En: The European Journal of Operational Research. 2002.

Korhonen P., Luptacik M.; "Eco-efficiency analysis of power plants: An extension of data envelopment analysis". En: European Journal of Operational Research". 2003.

Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W.W.; Swarts, J.; and Thomas, D. A. (1989) "*An introduction to Data Envelopment Analysis with Some of Its Models and Their Uses*", in J.L. Chan and J.M. Patton, eds. Research in Governmental and Nonprofit Accounting

Aguilera, W. Julio Cesar. "Aplicación de la metodología DEA en a revisión del cargo de distribución en la actividad de gas natural". Bogotá, 2002.

Tesis, Magíster en Economía, Pontificia Universidad Javeriana.

Colmenares, A. "Aplicación de la metodología "Data envelopment Analysis para la medición de eficiencia en una empresa" Bogotá, 2002

Tesis, Administración de empresas, Pontificia Universidad Javeriana.

Colombia. Interconexión Eléctrica S.A. Informes Empresariales 1999. Disponible en CD-ROM.

Colombia. Interconexión Eléctrica S.A. Informes Empresariales 2000. Disponible en CD-ROM.

Colombia, SSPD (1999): Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios; "Supercifras en Kilovatios Hora", Revista No. 4 Bogotá: SSPD, 1999.

Colombia, SSPD (1999): Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios; "Supercifras en Kilovatios Hora", Revista No. 5 Bogotá: SSPD, 2000.

Colombia, SSPD (2002): Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios; "Supercifras en Kilovatios Hora", Revista No. 6 Energía (1998-2001), Bogotá: Agosto de 2002.

ANEXOS