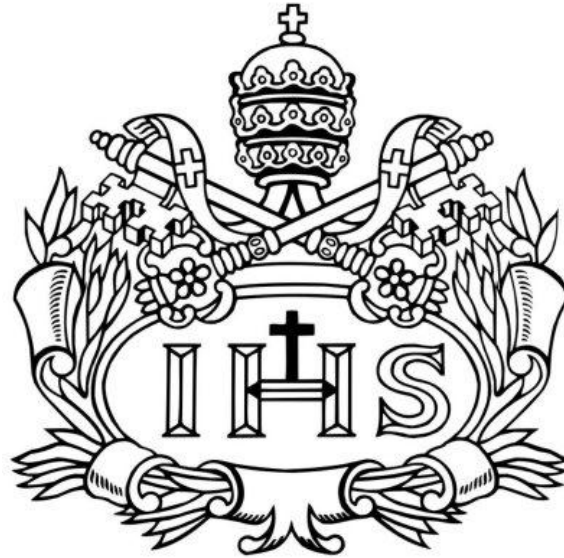


PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA



Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Carrera de Administración de Empresas

DISEÑO DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN MEDIANTE EL MODELO DE SELECCIÓN DE MARKOWITZ Y EL MODELO CAPM

SANTIAGO VALDERRAMA GÓMEZ

Trabajo de grado para optar por el título de
Profesional en Administración de Empresas

Director de Trabajo de Grado
David Andrés Londoño Bedoya

BOGOTÁ D.C.
2014

CONTENIDO

	pág.
1. Presentación	3
1.1 Introducción	3
1.2 Planteamiento del problema	5
1.3 Justificación del trabajo	6
1.4 Objetivos	6
1.5 Metodología	6
2. Marco teórico y conceptual	8
2.1 Antecedentes	8
2.2 Conceptos básicos en una inversión	9
2.2.1 Rentabilidad	9
2.2.2 Riesgo	10
2.2.3 Volatilidad	10
2.2.4 Medidas Estadísticas (Media, Varianza, Desviación Estándar, Covarianza)	11
2.2.5 Diversificación	12
2.2.6 <i>Asset Allocation</i>	13
2.2.7 El Índice Sharpe	13
2.3 Modelos en la teoría de portafolio	14
2.3.1 Modelo de Selección de Portafolio	14
2.3.2 Modelo CAPM (<i>Capital Asset Pricing Model</i>)	15
3. Visión analítica de los modelos y desarrollo de la metodología	17
3.1 Modelo de Selección de Portafolio	17
3.2 Modelo CAPM (<i>Capital Asset Pricing Model</i>)	28
4. Conclusiones	33
5. Bibliografía	35

1. PRESENTACIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

El inversionista del común en Colombia ha aumentado en los últimos años el conocimiento en cuanto a inversiones, pero no lo suficiente como para comprender cómo el comportamiento de la economía y el desempeño de los mercados financieros las afecta. No comprende del todo conceptos como riesgo o volatilidad y por lo tanto muchas veces no acierta en sus elecciones cuando trata de fijar sus objetivos financieros.

Desde la Reforma Financiera de 2009, se planteó como obligación para las entidades intermediarias en el mercado de valores, la educación financiera de sus clientes. La competencia ha llevado a que las entidades estén más cerca de estos y que los asesores les brinden no solo una mejor información sino una orientación profesional. Clientes más informados y con mejor educación financiera son más exigentes, es una condición en el mercado que llevaría a que se eleve la competencia, lo cual resulta ser además el mejor mecanismo para la búsqueda de precios de mercado cada vez más justos.

Esto ha surtido efecto en el mercado ya que las entidades comerciales y por supuesto las autoridades del mercado de valores (Superintendencia Financiera de Colombia, Autorregulador del Mercado de Valores de Colombia AMV) y la Bolsa de Valores, son cada vez más activas en la divulgación de cursos y de información en general.

Sin embargo, aún para muchos la Bolsa y el mercado de valores en general, resulta ser algo complejo, los costos siguen siendo altos a pesar de que la oferta de opciones de inversión y alternativas en cuanto a producto se ha ampliado y a pesar de que se ha dado impulso por ejemplo a plataformas como el *e-trading* o las plataformas de portafolios de inversión de los Fondos de Pensiones Voluntarias, mejor enfocadas a la planeación financiera. Otro grupo de personas piensa que es un juego o que implica demasiados riesgos y es que habría que tener en cuenta también que la inclusión se ha dificultado en buena medida debido a las recientes coyunturas económicas o a casos como el de Interbolsa.

La reciente Reforma Tributaria desincentivo un poco el ahorro de largo plazo para que las personas naturales obtengan beneficios tributarios por medio de los Fondos de Pensiones Voluntarias y cuentas AFC, en objetivos financieros

diferentes a adquisición de vivienda, al poner un límite anual de 3800 uvt¹ y aumentar la permanencia de 5 a 10 años. Aunque para el mercado el efecto de esto se ha visto compensado en cierta medida por un incremento en la inversión de portafolio por parte de agentes extranjeros.

El mercado de valores en Colombia se ha modernizado en los últimos años, un ejemplo de esta evolución lo constituye precisamente la Bolsa de Valores, que fue elegida recientemente como la mejor de Latinoamérica por la revista británica Capital Finance International. Reconocimiento que recibió en buena medida gracias al liderazgo que ha tenido en la conformación del Mercado Integrado Latinoamericano MILA, el cual ha generado una nueva dinámica desde y hacia los países que lo componen.

Lo cierto es que el mercado de valores seguirá siendo una alternativa importante no solo para que las empresas financien sus proyectos sino para que a su vez los inversionistas, sean personas naturales o jurídicas, encuentren opciones que les lleven a tener expectativas de optimizar sus capitales.

Lo atractivo de una inversión por supuesto son los rendimientos obtenidos y éstos dependen no sólo del tipo de instrumento en el que se invierte, sino también del plazo en que éste se mantenga y de algunos otros factores. Desafortunadamente la vulnerabilidad de los mercados ante eventos económicos, políticos y sociales influye en el desempeño de los instrumentos de inversión, por lo que existe un nivel de incertidumbre sobre los rendimientos esperados, por lo tanto toda inversión conlleva cierto nivel de riesgo.

Al no haber un conocimiento mínimo del ahorrador/inversionista acerca de lo que puede esperar de su inversión (en muchos casos no es consciente de en qué están particularmente invertidos sus recursos), se presenta otro problema y es el cambio en sus objetivos financieros, al no ver resultados en el corto plazo o desvalorizaciones por coyunturas en los mercados. Es un problema que se podría ver disminuido si hay cierto grado de certidumbre en las expectativas de retorno en el tiempo y si el inversionista conoce y comprende que puede esperar de su inversión.

Por lo anterior se hace necesario conocer herramientas que nos faciliten la toma de decisiones al momento de construir portafolios o estrategias de inversión, bien sea directamente escogiendo los activos (lo cual es posible por medio de una comisionista de bolsa) o teniendo como base una plataforma de portafolios ya diversificados, como por ejemplo los que se encuentran en los Fondos de Pensiones Voluntarias.

En este trabajo se trata la teoría del portafolio, la cual busca eficiencia en la construcción de una estrategia de inversión y por lo tanto dar cierta certidumbre en

¹ UVT: Unidad de Valor Tributario, para 2014 equivale a \$27.485.

su desempeño. Se tienen en cuenta en este trabajo los modelos clásicos de toma de decisiones de inversión bajo riesgo; por medio del Modelo de Selección de Portafolios y Optimización de Markowitz (1952) y el Modelo de Sharpe (1963) también conocido como modelo CAPM, se estudian los parámetros para definir un portafolio óptimo de inversión.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un inversionista racional, según Vélez, “trata de maximizar su rentabilidad y minimizar el riesgo asociado. A la hora de decidir se enfrenta al problema clásico de cómo distribuir sus recursos entre diferentes opciones de inversión; en particular cuando se trata de inversiones en la bolsa. Se debe escoger un grupo de papeles o acciones para conformar lo que se conoce como un Portafolio de Inversión. El problema de selección del portafolio surge porque la rentabilidad depende de factores fuera de control del inversionista”².

La decisión de inversión se puede tomar de manera intuitiva o de manera estructurada valiéndose de modelos. En comienzo, por intuición, un inversionista tratará de conformar su portafolio con más de una acción y evitará configurarlo con acciones del mismo sector o que se comporten de manera similar. Quizás sepa incorporar el elemento de expectativa de duración, si es de largo o de mediano plazo.

Para el inversionista que quiere tomar decisiones de manera estructurada, el problema de diversificación consiste en encontrar las participaciones de cada activo que produzcan el mayor rendimiento del portafolio con un bajo nivel de riesgo. Se puede asumir cierto nivel de riesgo con mayor tranquilidad si existe un mayor grado de certidumbre en cuanto a las expectativas de rendimiento.

Finalmente la pregunta es, cómo puedo obtener un portafolio que me reduzca la incertidumbre en cuanto al rendimiento que puedo esperar y al riesgo asociado.

² VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. p 1.

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO

Con el fin de mejorar la comprensión de los usuarios (ahorradores e inversionistas en general y asesores) de plataformas como la de los Fondos de Pensiones Voluntarias o que acuden directamente a los activos por medio de una Comisionista de Bolsa, se hace necesario estudiar cómo se diseñan y construyen los portafolios de inversión para que una persona logre sus objetivos financieros. Por lo tanto, la importancia de este estudio radica en que puede llegar a ser de utilización práctica con el fin de tomar mejores decisiones en planeación financiera.

1.4 OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo es contribuir a la educación financiera de asesores, ahorradores e inversionistas en general, particularmente en la comprensión del desempeño de los activos y la construcción y funcionamiento de los portafolios de inversión.

- a. Estudiar los modelos que lleven a la comprensión del diseño de un portafolio de inversión.
- b. Conocer herramientas objetivas para que una persona pueda decidir en qué invertir su dinero y evaluar el desempeño de diferentes alternativas de ahorro e inversión, sean estas activos individuales u opciones de portafolio ya estructurados.
- c. Conocer herramientas que sugieran distribuciones teniendo una serie de activos financieros (o portafolios ya diversificados) que satisfagan diferentes perfiles de riesgo u objetivos financieros.
- d. Desarrollar un marco teórico que explique cómo se construye un portafolio óptimo basado en un conjunto de activos financieros elegibles.
- e. Conocer qué factores afectan el desempeño de un portafolio de inversión.

1.5 METODOLOGÍA

Partiendo del análisis de la Teoría de Portafolio de varios autores (principalmente de Ignacio Vélez) y llevando a cabo, como lo explica Perilla, “su aplicación en activos que hacen parte de la canasta de acciones de la Bolsa de Valores de Colombia, se puede encontrar una correspondencia entre el riesgo asociado a

cada activo y su respectivo retorno esperado o rentabilidad, de esta manera se puede tener una percepción o más concretamente una medida del riesgo sistemático del mercado accionario colombiano. Esto permite diseñar o constituir mejores portafolios de inversión para generar mejores retornos con menores niveles de exposición o riesgo. Este hecho es relevante en la construcción de portafolios de inversión que garanticen un flujo de ingresos o crecimiento de la inversión de cualquier agente a través del tiempo. Por ejemplo la inversión que realizan los fondos de pensiones y cesantías en Colombia con el dinero de sus afiliados, se realiza constituyendo portafolios de inversión en bonos del Gobierno, divisas y en acciones, que en el escenario ideal garantizan rendimientos superiores a la inflación, asegurando un aumento del capital financiero en el tiempo”³.

Para este estudio se tomaron valores diarios de 19 acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia desde Enero del año 2000. Estas series de datos (21 de Enero de 2000 a 30 de Septiembre de 2013) se obtuvieron en el sistema de información financiera Bloomberg. Tanto las series de datos de cerca de 14 años, como su periodicidad diaria, son aspectos que permiten que los resultados sean confiables ya que estarían más cercanos a la realidad. Adicionalmente se escogió la tasa de intervención del Banco de La República como tasa libre de riesgo, realizando la conversión de su tasa efectiva anual a la tasa diaria, igualmente la serie histórica desde el 2000.

Para el desarrollo se utiliza la herramienta Solver de Excel, lo cual permite obtener los portafolios que se encuentran en la llamada frontera eficiente cuyo fundamento teórico es el Modelo de Markowitz el cual incluye desde la manera de medir el riesgo y rendimiento que tienen los instrumentos de inversión, hasta la forma de obtener los máximos rendimientos esperados cuando se invierte en un portafolio de inversión.

Con el mismo procedimiento de Solver se halla el portafolio óptimo, teniendo en cuenta los avances de Sharpe en esta materia, por medio de su Modelo CAPM.

³ PERILLA SERRANO, Edwin Eduardo. APLICA EL MODELO C.A.P.M EN EL CASO COLOMBIANO VALIDACION EMPIRICA Y SU PERTENENCIA PARA COLOMBIA. Tesis de Grado. 2008. Universidad De La Salle, Facultad de Economía, p 2.

2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

2.1 ANTECEDENTES

La revisión del marco teórico ha sido tomada de la tesis de grado de Edwin Eduardo Perilla Serrano de la Facultad de Economía de la Universidad De La Salle.

Harry Markowitz (1952), Premio Nobel de economía en 1990, es el pionero de la actual teoría de carteras en la cual se analiza la dependencia de la media y de la varianza (Modelo de Media-Varianza) del valor de una cartera de activos para generalizar y predecir el comportamiento de los mercados financieros. Analizó las covarianzas entre distintos activos y conformó una serie de portafolios eficientes que presentaron mejores tasas de retorno teniendo en cuenta su riesgo. Encontró además que no solamente era importante el número de acciones que constituían los portafolios sino las correlaciones y covarianzas presentes entre ellas. Solucionó el problema de la estimación del parámetro Beta de la medida del riesgo de la acción respecto al mercado.

Sharpe (1964), igualmente Premio Nobel de Economía, desarrolla las ideas implícitas del Modelo Media- Varianza, y formula el marco de referencia para la aplicación del coeficiente Beta, el modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), en el cual se compilaban ideas, como el aumento de los retornos dado un mayor nivel de exposición o de riesgo el riesgo de mercado, además de mostrar que activos con el mismo nivel de riesgo de mercado deben tener igual tasa de retorno. Como tal, las teorías y desarrollos de Sharpe son extensiones y síntesis de los modelos previos de Markowitz. Lintner (1965), sustenta las teorías de Sharpe y Markowitz en lo referente a la valoración de los activos con riesgo y cuantifica los riesgos de inversión en acciones de acuerdo a la varianza y los coeficientes Beta de un conjunto de acciones americanas. Shiller (1981), determina la existencia de un factor no determinado en el precio y comportamiento de una acción y su respectivo coeficiente Beta, determinando la imposibilidad de la sustentación en la que el precio manifiesta o entrega información clara sobre el comportamiento futuro de la acción.

Guzmán (1998), realiza un ejercicio econométrico para encontrar los Betas de las acciones más representativas de la Bolsa de Valores de México, por medio de la utilización del modelo CAPM, y de los modelos GARCH, ARCH y ARCH-M, con esto pudo modelar la varianza condicional de la muestra de acciones utilizada en su documento. Este documento constituye la base teórica y metodológica.

En Colombia se encuentran trabajos como los de Rueda (2001), en el cual se establece una caracterización del mercado de valores de Estados Unidos de

América y establece la validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio para este país. Por otra parte, Torres (2002) complementa el trabajo de Rueda y amplía el análisis de la teoría de portafolio a el ámbito internacional.

Medina (2003)⁴, desarrolla un artículo en el cual emplea la teoría del portafolio de Markowitz para construir portafolios de acciones de la Bolsa de Valores de Colombia encontrando en este ejercicio que el rendimiento de equilibrio de un activo no depende de su volatilidad si no del riesgo sistemático o riesgo de mercado, el cual se mide con el indicador denominado beta, el cual se mencionó anteriormente.

Finalmente entre los antecedentes se encuentra el documento de Dubova (2005)⁵, el cual muestra los resultados de la aplicación del modelo CAPM, en el mercado bursátil colombiano utilizando optimización lineal, encontrando la poca aplicación de la teoría financiera en el diseño del portafolio óptimo por parte de los administradores de riesgo de portafolios en Colombia⁶.

2.2 CONCEPTOS BÁSICOS EN UNA INVERSIÓN

2.2.1 Rentabilidad

La rentabilidad, en comienzo, es un concepto sencillo como lógico. Es un índice que mide la relación entre la utilidad o la ganancia obtenida, y la inversión o los recursos que se utilizaron para obtenerla. Para hallar esta rentabilidad se divide la utilidad o ganancia obtenida entre la inversión, y al resultado multiplicarlo por 100 para expresarlo en términos porcentuales: $\text{Rentabilidad} = (\text{Utilidad o ganancia} / \text{inversión}) \times 100$.

Básicamente existen dos tipos de rentabilidad: la de rentabilidad fija o la de rentabilidad variable. La rentabilidad fija, es aquella que se pacta al hacer la inversión como es un CDT, un bono, un título de deuda, etc. Este tipo de inversiones aseguran al inversionista una rentabilidad, generalmente baja, acorde con el riesgo que representa la inversión.

⁴ MEDINA, Luis Ángel. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DEL PORTAFOLIO EN EL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO. Cuad. Econ. [online]. 2003, vol.22, n.39 [cited 2013-11-11], pp. 129-168 . Available from: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722003000200007&lng=en&nrm=iso>. ISSN 0121-4772.

⁵ DUBOVA, Irina. La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso colombiano. Cuadernos de Administración, Norteamérica, 18, dic. 2005. Disponible en: <http://revistas.javeriana.edu.co/index.php/cuadernos_admon/article/view/5268>. Fecha de acceso: 11 nov. 2013.

⁶ PERILLA SERRANO, Edwin Eduardo. APLICA EL MODELO C.A.P.M EN EL CASO COLOMBIANO VALIDACION EMPIRICA Y SU PERTENENCIA PARA COLOMBIA. Tesis de Grado. 2008. Universidad De La Salle, Facultad de Economía. p 7.

La rentabilidad variable es propia de las acciones. En este caso la rentabilidad se dará por la valorización y por los dividendos que genere.

2.2.2 Riesgo

Si no existiera incertidumbre sobre el nivel de rendimiento obtenido, no existiría riesgo, el riesgo precisamente representa la posibilidad de no obtener los rendimientos esperados, no tenerlos en el momento en que se esperaban o de tener pérdidas sobre la inversión inicial, incluso el poder perderlo todo.

Vélez⁷ identifica dos tipos de riesgo, el riesgo sistemático y el riesgo no sistemático. El primero se conoce como riesgo de mercado y está asociado con los cambios en la economía, cambios políticos, sociales, etc. Se trata de un riesgo no diversificable por cuanto no puede compensarse adquiriendo cierta diversidad de acciones porque todas las empresas están en las mismas condiciones y por lo tanto expuestas al mismo tipo de riesgo. El segundo tipo de riesgo, el no sistemático, se debe a factores propios de la empresa; es particular de cada empresa e independiente de los factores económicos, políticos, legales o sociales. Al ser intrínseco a cada acción, es posible compensar sus efectos adquiriendo acciones de diferentes empresas, de manera tal, que si una empresa se ve afectada por causas negativas, se espera que a las demás no les suceda lo mismo y se pueda ver compensado dicho efecto negativo, lo cual quiere decir que el riesgo no sistemático es un riesgo diversificable.

El riesgo no sistemático se puede reducir entonces por la diversificación. Pero no se eliminará el riesgo en su totalidad, pues el riesgo sistemático no se puede eliminar. El riesgo total de una acción está dado entonces por:

Riesgo total de una acción = riesgo sistemático (de mercado, no diversificable) + riesgo no sistemático (específico de la firma, diversificable)

2.2.3 Volatilidad

En el marco de este trabajo, se debe entender la volatilidad como una medida del riesgo que se deriva de los cambios en la rentabilidad de las acciones. La causa de estos cambios se encuentra en las variaciones de los precios que, en último término, se deben a las informaciones que llegan constantemente al mercado. Se utiliza principalmente como medida de riesgo del activo; cuanto más volátil sea un activo, mayor riesgo tendrá⁸.

⁷ VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. p 2.

⁸ <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6503/03CAPITULO2.pdf?sequence=3>

En términos más amplios, es la fluctuación o amplitud de los movimientos respecto a la media de un activo en un periodo de tiempo. La volatilidad trata de cuantificar la variabilidad o dispersión de un activo respecto a su tendencia central. Es decir, ayuda a diferenciar un activo financiero estable de uno que no lo es.

Habitualmente se utiliza el VIX para representar la volatilidad que hay en el mercado. El VIX es un índice financiero que mide la volatilidad del índice bursátil S&P500.

2.2.4 Medidas Estadísticas

Media

La media, o valor promedio, es la medida de localización más importante de una variable. La media proporciona una medida de localización central de los datos⁹.

Varianza

La varianza es una medida de variabilidad que utiliza todos los datos. La varianza está basada en la diferencia entre el valor de cada observación (x_i) y la media. Por lo tanto es una medida de dispersión que en el ejercicio de este trabajo se interpreta como dispersión de la variable Rentabilidad. Cuánto de aleja los datos del promedio. Se hablará más adelante ya no de medida de dispersión sino directamente de medida de riesgo¹⁰.

$$\sigma_i^2 = \sum_{t=1}^n \frac{(R_{i,t} - E_i)^2}{n}$$

Donde:

σ_i^2 : es la varianza de la variable rentabilidad del título i ;

E_i : es la rentabilidad media del título i en el período de tiempo determinado

$R_{i,t}$: es la rentabilidad del activo i en el período t ;

n : número de períodos existentes en el horizonte temporal determinado

⁹ ANDERSON, David; SWEENEY, Denis y WILLIAMS, Thomas. Estadística para Administración y Economía. 10a ed. México DF: Cenage Learning Editores S.A., 2008. p 83.

¹⁰ Ibíd., p 93.

Desviación Estándar

La desviación estándar se define como la raíz cuadrada positiva de la varianza. La varianza es un dato estadístico que representa una variación cuadrática. Financieramente es necesario sacarle la raíz para interpretarlo¹¹.

Covarianza

La Covarianza es una medida estadística que relaciona dos variables diferentes, estableciendo la relación que existe entre las dos. La covarianza pretende medir en este ejercicio qué tan al unísono se mueven las acciones del portafolio¹².

2.2.5 Diversificación

La idea de diversificar inversiones implica distribuir los recursos en diversas áreas, como por ejemplo: industria, construcción, tecnologías, recursos naturales, salud, etc. A esto Markowitz lo llamó cartera o portafolio, y la tesis era que mientras mejor diversificado estuviera ese portafolio, estaría mejor preparado para enfrentar los riesgos. El CAPM dio un paso más adelante al buscar la maximización del retorno de cada acción y obtener con ello un portafolio aún más rentable¹³.

Invertir en un solo activo es ineficiente. Y la diversificación propuesta por Markowitz se hace cargo de esta falencia, aunque el retorno de portafolio, en conjunto, no alcanza el nivel óptimo.

Es la elección de diferentes instrumentos de inversión que conforman al portafolio. Dichos elementos tienen características propias distintas entre sí, con lo cual se busca disminuir el riesgo total del portafolio, de tal manera que sea posible obtener el rendimiento esperado (estipulado, especulado, deseado) por el inversionista. La elección de elementos diversificados (que difieren en sus características) permite equilibrar las pérdidas y ganancias que se tienen con los distintos instrumentos.

La seguridad de un instrumento financiero se refiere a la relación existente entre riesgo y rendimiento. Desafortunadamente, o inevitablemente, éstos guardan una relación directamente proporcional, es decir, a mayor rendimiento mayor riesgo. Si se desea obtener mayores rendimientos se debe estar dispuesto a aceptar el

¹¹ *Ibíd.*, p 95.

¹² *Ibíd.*, p 110.

¹³ <http://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros>

riesgo inherente por dichos rendimientos, es decir, a aceptar las pérdidas probables de no obtener los rendimientos esperados, perder parte de la inversión e incluso perderlo todo. Por supuesto que todo mundo está dispuesto a ganar más, pero desea que sus probabilidades de perder sean menores. Para realizar la elección de los diferentes instrumentos de inversión que conformarán el portafolio es necesario considerar el nivel de correlación que existe entre éstos, a continuación se describe cómo es que este coeficiente permite observar como varía el rendimiento de un instrumento con respecto a otro.

2.2.6 *Asset Allocation*

En el mundo actual existen una gran variedad de activos financieros a los que el inversionista puede tener acceso en la búsqueda de mayor rentabilidad. Sin embargo, tener una gran cantidad de activos, no es igual a tener un portafolio óptimo; pues no todos los activos sirven para todos los inversionistas y no todas las combinaciones entre activos llevan a la eficiencia.

En general, los inversionistas y los asesores financieros deben entender que un portafolio óptimo no es el portafolio de mayor rentabilidad; es el portafolio que dado un nivel de riesgo, obtiene la máxima rentabilidad posible.

Sin embargo, dentro de la teoría de portafolios también existen otros conceptos como el Portafolio de Menor Riesgo, el cual, como su nombre lo indica, es el portafolio que dada una combinación de activos tiene el riesgo más bajo.

Lo anterior nos lleva a diferenciar claramente entre dos objetivos diferentes: el primero, es el portafolio de mayor rentabilidad posible (nuevamente, bajo el entendido de un nivel de riesgo determinado); mientras que el segundo es el portafolio de mínimo riesgo, que va a tener una rentabilidad acorde a su objetivo. Es importante conocer la necesidad, pues muchas veces parece lógico pensar que el cliente quiere la máxima rentabilidad, cuando ocurre que lo que desea es estabilidad de sus inversiones¹⁴.

2.2.7 El Índice Sharpe

El Sharpe Ratio o Índice de Sharpe (1966) es uno de los parámetros más utilizados para comparar el desempeño de distintas alternativas de inversión. Fue diseñado por William F. Sharpe (1935-) con objeto de valorar fondos mutuos tomando en cuenta el rendimiento del fondo ajustado por el riesgo. Expresa la

¹⁴ OLD MUTUAL SKANDIA S.A, Colombia. Gerencia de Soluciones de Inversión, Introducción a Asset Allocation. Documento privado dirigido a la fuerza comercial de Skandia. 2013

prima de rentabilidad obtenida por cada unidad de riesgo soportado por el portafolio¹⁵.

Otra definición la da Selfbank. El Índice de Sharpe se define como la relación existente entre el beneficio adicional de un fondo de inversión, medido como la diferencia entre la rentabilidad del fondo y la rentabilidad de un activo sin riesgo, y su volatilidad, medida como su desviación típica. Generalmente se toma como activo sin riesgo la rentabilidad de la deuda pública a corto plazo del área geográfica que más se asimile a los activos en los que invierte el fondo¹⁶.

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}$$

2.3 MODELOS EN LA TEORIA DE PORTAFOLIO

2.3.1 Modelo de Selección de Portafolio

El Modelo de Harry Markowitz (1952) es un modelo que permite optimizar la diversificación del portafolio de inversión maximizando el rendimiento sujeto a un riesgo mínimo. El modelo se basa en el supuesto de que el inversionista no le gusta el riesgo y por ende estaría de acuerdo en buscar la combinación menos riesgosa que a la vez de mayor rendimiento.

Como lo explica Tatiana Giraldo¹⁷, de acuerdo con Markowitz los inversionistas construyen portafolios de inversión basados en el riesgo y rendimiento esperado. Dichos inversionistas son adversos al riesgo, es decir, prefieren lograr rendimientos con la menor variabilidad posible. Una manera de reducir el riesgo sujeto a la inversión es diversificando la cartera de inversiones, esto significa que invirtiendo un capital determinado en un portafolio (conjunto de inversiones) se puede obtener un rendimiento equivalente con un riesgo menor que si todo el capital se invirtiera en un solo activo. La Meta del modelo es la construcción de un portafolio que ofrezca el mayor rendimiento con un riesgo definido (Portafolio Eficiente). El proceso de construcción de Markowitz se llama Optimización: Asset Allocation. Se debe tener en cuenta el riesgo de cada acción para encontrar el balance entre riesgo y retorno.

¹⁵ <http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin012/300.HTM>

¹⁶ <http://www.selfbank.es/fondos/fondos-on-line/mejores-fondos/el-ABC-de-fondos.phtml?num=4>

¹⁷ GIRALDO PARDO, Tatiana. Los Modelos de dinámica de sistemas como alternativa para la toma de decisiones de inversión en ambientes de incertidumbre. Trabajo dirigido por Jorge Juliao Rossi

2.3.2 Modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

El Modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros o *Capital Asset Pricing Model* (conocido como modelo CAPM) es una de las herramientas más utilizadas en el área financiera para determinar la tasa de retorno requerida para un cierto activo. En la concepción de este modelo trabajaron en forma simultánea, pero separadamente, tres economistas principales: William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, cuyas investigaciones fueron publicadas en diferentes revistas especializadas entre 1964 y 1966. La inquietud que los atrajo por este tema fue el desarrollo de modelos explicativos y predictivos para el comportamiento de los activos financieros. Todos habían sido influenciados por la Teoría del Portafolio de Harry Markowitz, publicada en 1952 y reformulada en 1959. En ella, Markowitz plantea las ventajas de diversificar inversiones para de esta manera reducir el riesgo. Cabe señalar que la idea de “cartera de inversiones” había sido planteada en 1950 por James Tobin con una medida para predecir el aumento o la caída de la inversión, tema clave para determinar el nivel de empleo y la producción, la “q” de Tobin. Markowitz captó las potencialidades de esta idea en los modelos financieros.

Ese es el vacío que busca llenar la propuesta de Sharpe: maximizar cada uno de los activos en forma separada para obtener de este modo el portafolio más rentable. Es decir, el CAPM se ubica en la frontera del área de Markowitz (Ver Gráfica 2) y maximiza en la tangente a la línea del mercado de capitales donde el apalancamiento es igual a cero. Eso permite al CAPM construir el portafolio más óptimo al determinar con la mayor precisión los porcentajes de inversión en cada uno de los activos. Para determinar esta fórmula se debe encontrar la relación lineal entre los retornos de una acción determinada y el retorno que se habría obtenido si se hubiese invertido en el portafolio óptimo de mercado. Para ello introduce el parámetro Beta (β), un índice de componente de riesgo de mercado, que es el protagonista central de este modelo¹⁸.

Según lo señala Perilla¹⁹, los supuestos del Modelo CAPM son:

1. Se busca maximizar el beneficio de la utilidad esperada a través del tiempo, teniendo en cuenta que presentan una aversión al riesgo.
2. Se tiene en el mercado un activo libre de riesgo, con la consecuente tasa libre de riesgo, a la cual los inversionistas solicitan montos ilimitados para invertir.
3. Los activos transados o negociados en el mercado están libres de fricciones de mercado y no existe costos de transacción.

¹⁸ <http://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros>

¹⁹ PERILLA SERRANO, Edwin Eduardo. APLICA EL MODELO C.A.P.M EN EL CASO COLOMBIANO VALIDACION EMPIRICA Y SU PERTENENCIA PARA COLOMBIA. Tesis de Grado. 2008. Universidad De La Salle, Facultad de Economía. p 11.

4. Los rendimientos de los activos presentan una distribución normal conjunta.
5. El valor medio de los errores estocásticos es cero.

“Al igual que en el modelo de Markowitz, a medida que el inversionista corre mayor riesgo (desplazamiento hacia la derecha en la Línea de Mercado de Capitales) obtiene un mayor retorno esperado. El CAPM toma en cuenta la sensibilidad del activo al riesgo no-diversificable (riesgo de mercado o riesgo sistémico), representado por el símbolo de Beta (β), así como también el retorno esperado del mercado y el retorno esperado de un activo teóricamente libre de riesgo”²⁰.

²⁰ <http://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros>

3. VISIÓN ANALÍTICA DE LOS MODELOS Y DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

3.1 Modelo de Selección de Portafolio

El modelo desarrollado en este trabajo y su descripción, se basa en la metodología observada en el libro Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre, Capítulo 9, de Ignacio Vélez Pareja. El autor tuvo en cuenta *los conceptos ya “procesados” de varios autores (entre ellos Levy y Sarnat, Van Horne y Myers), que a su vez se basaron en el modelo pionero de Markowitz y en los aportes posteriores al mismo por parte de Fama y Miller, Tobin y en cuanto se refiere a CAPM, Sharpe.*

Para la comprensión del modelo y de la metodología a desarrollar considero importante la visión intuitiva del problema que brinda Vélez en su libro, para que sea abordado luego de manera formal y analítica.

Según Vélez²¹, Markowitz estableció un modelo de decisión basado en su regla “Valor esperado-varianza” y en los conceptos básicos de estadística y lo aplicó al problema de cómo dividir una suma de dinero en inversiones de acciones de manera que se minimizara la varianza total del portafolio compuesto de cierto número de acciones; esto debía lograrse de manera que la suma de la proporción de cada acción fuera igual al total del monto que se deseaba invertir, esto es, las proporciones debían sumar 1.

Por el otro lado, el promedio ponderado de las rentabilidades de todas las acciones consideradas debía ser igual a una cifra preestablecida. Lo cual se calcula actualmente por medio de la herramienta Solver en Excel.

La consideración de todas las posibles mezclas de las acciones produce un número infinito de combinaciones (conjunto de oportunidades), que al limitarlas estableciendo las condiciones estipuladas, este conjunto infinito de posibilidades tiene una frontera. Ver Gráfica 2.

Continúa indicando Vélez, que un tomador racional de decisiones que esté dispuesto a aceptar un nivel de riesgo (desviación estándar) s_1 , no escogerá

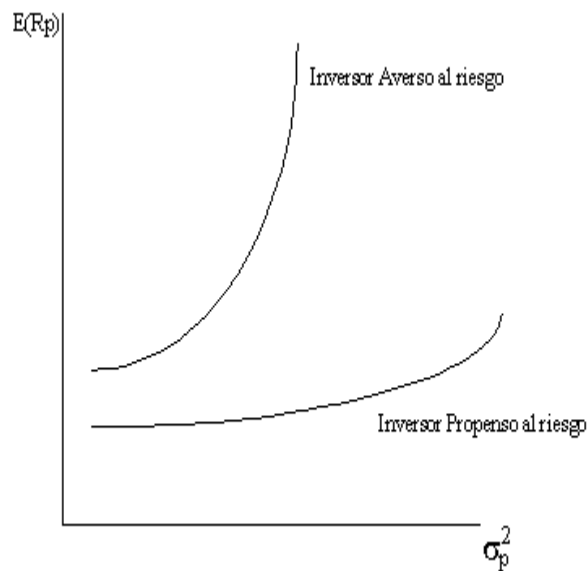
²¹ VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. p 6 - 10.

ninguna de las combinaciones que se sitúen debajo de r_1 ; así mismo, un tomador racional de decisiones que desee una rentabilidad r_0 , no escogerá ninguna combinación que se encuentre a la derecha de s_0 .

Todo esto significa que el inversionista escogerá una combinación (portafolio), que se encuentre en la línea punteada de la figura. Esta línea se llama frontera eficiente porque no hay ningún portafolio que presente mayor rentabilidad, dado un nivel de riesgo (desviación estándar), ni ninguno que presente menor nivel de riesgo (desviación estándar) dado un nivel de rentabilidad. Esto descarta todas las combinaciones por debajo y a la derecha de esta frontera eficiente. El problema ahora es determinar cuál será el punto en esa línea que deberá escoger el inversionista.

Cuando se trata de escoger bajo riesgo, ya se sabe que quien decide no maximiza su valor esperado monetario, sino el valor esperado de su utilidad. Con un poco de análisis y observación de la realidad, se puede concluir, de manera intuitiva, que una persona estará dispuesta a asumir más riesgo si recibe una rentabilidad más que proporcionalmente mayor que el riesgo incremental asumido.

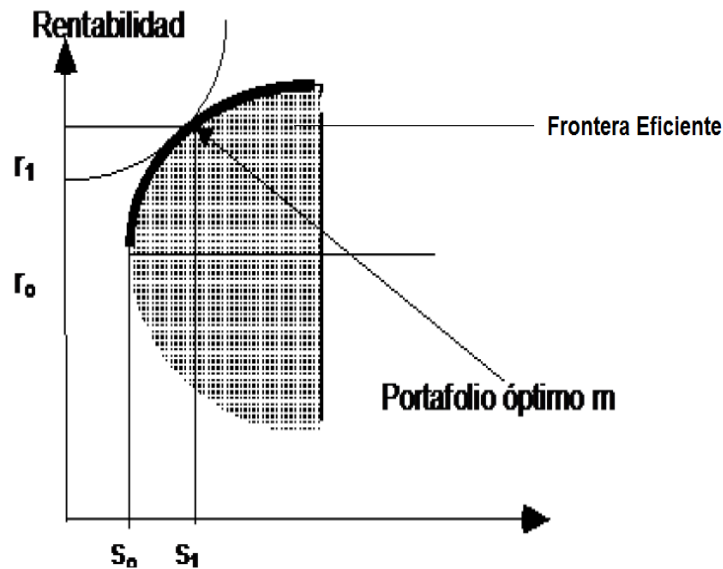
En estas condiciones, supone que la relación entre riesgo y rentabilidad es, gráficamente, la siguiente:



Gráfica 1. Perfiles de Inversión (Líneas de Indiferencia)²²

²² <http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin010/200.HTM>

Un inversionista que hiciera intercambios entre riesgo y utilidad, moviéndose a lo largo de una de esas curvas, obtendría la misma utilidad (léase siempre satisfacción en el sentido más amplio). Teóricamente, pues, era obvio suponer que el portafolio óptimo sería el punto común de una curva de indiferencia y la frontera eficiente.



Gráfica 2. Frontera eficiente y portafolio óptimo (Vélez)²³

Como se mencionó en la metodología, para el ejercicio se parte de un conjunto de activos que en este caso, como se había mencionado, se trata de las acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia desde Enero de 2000. Recopilados los valores diarios de precios (3.572) de estas 19 acciones, a cada cual le es calculada las medidas estadísticas (Media, Varianza y Desviación Estándar). La Tabla No.1 presenta las acciones elegibles y los resultados de los cálculos obtenidos en Excel.

²³ VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. p 9.

Acciones	Emisor	Sector	Liquidez	Media	Varianza	Desviación Estandar
BOGOTA	Banco de Bogotá S.A.	Financiero	Alta	0,0743%	0,0271%	1,6455%
BCOLOMBIA	Bancolombia S.A.	Financiero	Alta	0,0912%	0,0340%	1,8434%
BBVACOL	BBVA Colombia S.A.	Financiero	Baja	-0,0064%	0,0536%	2,3156%
CEMARGOS	Cementos Argos S.A.	Industrial	Alta	0,0840%	0,0341%	1,8464%
COLTEJER	Coltejer S.A.	Industrial	Baja	-0,0469%	0,1407%	3,7506%
CORFICOLCF	Corporación Financiera Colombiana S.A.	Financiero	Alta	0,1153%	0,0411%	2,0267%
EXITO	Almacenes Exito S.A.	Comercial	Alta	0,0550%	0,0318%	1,7820%
FABRICATO	Fabricato S.A.	Industrial	Baja	0,0003%	0,1312%	3,6226%
GRUPOARGOS	Grupo Argos S.A.	Industrial	Alta	0,0810%	0,0344%	1,8557%
GRUPOAVAL	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	Financiero	Alta	0,0547%	0,0302%	1,7366%
GRUPOSURA	Grupo de Inversiones Suramericana S.A.	Industrial	Alta	0,0774%	0,0423%	2,0560%
NUTRESA	Grupo Nutresa S.A.	Industrial	Alta	0,0743%	0,0236%	1,5378%
OCCIDENTE	Banco de Occidente S.A.	Financiero	Alta	0,0531%	0,0200%	1,4127%
PFBCOLOM	Bancolombia S.A.	Financiero	Alta	0,0805%	0,0370%	1,9230%
PFCORFICOL	Corporación Financiera Colombiana S.A.	Financiero	Alta	0,0965%	0,0471%	2,1701%
POPULAR	Banco Popular S.A.	Financiero	Baja	0,0460%	0,0369%	1,9210%
PROMIGAS	Promigas S.A. E.S.P.	Industrial	Baja	0,0620%	0,0279%	1,6713%
TABLEMAC	Tablemac S.A.	Industrial	Alta	0,0053%	0,0895%	2,9911%
VALOREM	Valorem S.A.	Industrial	Alta	-0,0551%	0,0899%	2,9989%

Tabla 1. Activos elegibles y sus medidas estadísticas

Para hallar la rentabilidad promedio (media) de cada acción y las medidas de riesgo (varianza y desviación estándar), se conformó previamente una matriz que en este caso se ha denominado Matriz de Rentabilidades. En la imagen No.1 del desarrollo en Excel se puede observar, en la barra de formulación, que la rentabilidad diaria de cada acción se halló calculando el logaritmo natural de la relación del precio de un día con el del día anterior. Por ejemplo, el precio de la acción del Banco de Bogotá del día 1 es 4760.3, su precio en el día 2 es 4626.6, por lo tanto la rentabilidad es el logaritmo natural del precio 1 sobre el precio 2, lo cual da como resultado -2,85%.

The image shows an Excel spreadsheet titled 'Modelo (Proceso) - Mayo Working + - copia - Microsoft Excel'. The spreadsheet contains a 'Matriz de Rentabilidades' (Returnability Matrix) with the following data:

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	PFB
	BOGOTÁ	BCOLOMBIA	BBVACOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAVAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	
02/15/00	-1.05%	-0.93%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0
02/14/00	0.00%	0.83%	0.00%	-0.20%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	4.06%	0.00%	-5.57%	-1.85%	0.00%	0
02/11/00	-1.02%	0.00%	0.00%	-0.79%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-3.57%	0.00%	3.74%	0.00%	0.00%	0
02/10/00	0.00%	0.94%	0.00%	0.99%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-5.13%	0.00%	5.31%	0.54%	0.00%	0
02/09/00	-0.33%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-2.06%	0.00%	0.00%	0.00%	4.56%	0.04%	0.00%	0
02/08/00	-1.52%	0.00%	-0.35%	-0.99%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.65%	0.00%	0
02/07/00	1.90%	0.95%	0.00%	0.99%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.22%	0.00%	0
02/04/00	1.94%	0.00%	-1.03%	2.00%	0.00%	0.00%	0.80%	0.00%	0.00%	0.00%	0.84%	1.27%	0.00%	0
02/03/00	0.00%	-1.89%	0.68%	1.02%	0.00%	0.00%	-0.08%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0
02/02/00	-3.81%	1.32%	0.00%	-1.02%	0.00%	0.00%	-1.73%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.88%	-1.27%	0.00%	0
02/01/00	0.91%	0.57%	0.00%	3.08%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.93%	0.00%	-0.04%	0.01%	0.00%	0
01/31/00	0.96%	0.29%	-3.05%	0.00%	0.00%	0.00%	1.02%	0.00%	0.00%	0.00%	1.57%	0.08%	0.00%	0
01/28/00	3.13%	0.67%	0.00%	2.11%	0.00%	0.00%	3.11%	0.00%	3.42%	0.00%	2.06%	0.94%	0.00%	0
01/27/00	1.80%	0.00%	1.88%	0.64%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.84%	0.00%	-2.06%	1.27%	0.00%	0
01/26/00	0.00%	-0.96%	-1.68%	-0.64%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.58%	0.00%	2.06%	-0.64%	0.00%	0
01/25/00	0.02%	0.96%	0.00%	2.11%	0.00%	0.00%	1.06%	0.00%	3.72%	0.00%	-2.06%	0.64%	0.00%	0
01/24/00	-2.85%	0.48%	-0.66%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	5.63%	0.00%	0.00%	1.13%	-0.30%	0
Media	0,0743012%	0,0912272%	-0,0064348%	0,0839696%	-0,0469162%	0,1163285%	0,0549995%	0,0002759%	0,0809899%	0,0546761%	0,0774369%	0,0743287%	0,0530506%	0,08
Varianza	0,0270779%	0,0339808%	0,0536202%	0,0340920%	0,1406669%	0,0410746%	0,0317559%	0,1312939%	0,0344380%	0,0301563%	0,0422721%	0,0236493%	0,0199559%	0,03
Desviación Estandar	1,6455373%	1,8433890%	2,3156039%	1,8464012%	3,7505581%	2,0266872%	1,7820185%	3,6225671%	1,8557470%	1,7365575%	2,0560172%	1,5378317%	1,4126533%	1,32

Imagen 1. Matriz de Rentabilidades

Con el fin de calcular la covarianza del conjunto de acciones se debe hallar una Matriz de Excedentes de Rentabilidad. A partir de la matriz anterior, el excedente se calcula restando del dato de rentabilidad de cada activo su media estadística. La formulación se puede observar en la imagen No.2. En el caso de la acción del Banco de Bogotá por ejemplo, el excedente en el último día observado es -3.48%, que es el resultado de restar de la rentabilidad de la acción en el último día observado -3,41%, su rentabilidad promedio (media) 0,07%.

Modelo (Proceso) - Mayo Working + - copia - Microsoft Excel

Archivo Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Calibri 11 Fuente Alineación Porcentaje Estilos Celdas

AC3586 =AA6-AA\$3578

2. Matriz de Excedentes de Rentabilidad

Fecha	1 BOGOTÁ	2 BCOLOMBIA	3 BEVAJOL	4 CEMARGOS	5 COLTEJER	6 COPRIOLDF	7 ÉXITO	8 FABRICATO	9 GRUPOARGOS	10 GRUPOVAL	11 GRUPOBURA	12 NUTRESA	13 OCCIDENTE	14 PFCOLOM	PF
09/30/13	-3.45%	-0.02%	0.01%	-0.23%	0.05%	-1.93%	-1.03%	0.00%	-0.75%	-0.77%	0.71%	-1.45%	-0.05%	-0.15%	
09/27/13	-0.16%	0.36%	0.01%	0.52%	0.05%	0.44%	0.86%	0.00%	0.80%	1.02%	-0.71%	0.22%	-0.05%	0.36%	
09/26/13	0.64%	-0.84%	0.01%	-0.68%	0.05%	-0.92%	-1.15%	0.00%	-1.41%	-0.77%	-0.71%	-0.07%	-0.05%	-0.30%	
09/25/13	-1.81%	-0.24%	0.01%	0.12%	0.05%	1.96%	-0.05%	0.00%	-0.08%	-0.41%	0.18%	-0.87%	-0.20%	-0.66%	
09/24/13	-1.56%	0.21%	0.01%	0.92%	0.05%	-1.69%	-0.05%	0.00%	1.24%	-0.05%	-0.34%	-0.22%	0.00%	0.21%	
09/23/13	-0.38%	0.73%	0.01%	0.93%	0.05%	-0.37%	1.95%	0.00%	-0.97%	-0.41%	-0.08%	-0.07%	-0.05%	0.65%	
09/20/13	2.94%	-0.91%	0.01%	-0.80%	0.05%	0.14%	-1.16%	0.00%	0.80%	1.02%	0.03%	-0.07%	0.05%	-0.96%	
09/19/13	0.73%	-0.39%	0.01%	0.22%	0.05%	-0.17%	0.07%	0.00%	0.81%	-0.41%	0.13%	0.65%	-0.05%	-0.23%	
09/18/13	0.27%	-0.46%	0.01%	-0.63%	0.05%	-0.07%	-0.18%	-12.00%	-0.97%	0.30%	-0.34%	-0.85%	-0.05%	-0.08%	
09/17/13	-0.07%	1.10%	0.01%	3.83%	0.05%	-0.32%	0.01%	0.00%	-0.08%	-0.41%	0.66%	-0.22%	-0.05%	1.09%	
09/16/13	-0.57%	0.58%	0.01%	0.65%	0.05%	-0.17%	-0.36%	0.00%	0.10%	-0.41%	-0.86%	-0.58%	-0.05%	0.51%	
09/13/13	-0.19%	-1.06%	0.01%	-1.03%	0.05%	-0.37%	0.68%	0.00%	-1.50%	0.66%	-0.18%	-2.13%	-0.30%	0.22%	
09/12/13	0.53%	-1.50%	0.01%	1.50%	0.05%	-0.12%	-0.12%	0.00%	0.71%	-0.05%	-0.49%	1.34%	0.20%	-2.64%	
09/11/13	-0.68%	-0.31%	0.01%	0.88%	0.05%	0.19%	-0.18%	0.00%	0.38%	-0.41%	-0.03%	0.71%	-0.05%	0.06%	
09/10/13	0.04%	2.05%	0.01%	-0.30%	0.05%	-0.12%	-0.80%	0.00%	0.81%	0.30%	1.18%	0.14%	-0.05%	0.65%	
09/09/13	0.07%	1.80%	0.01%	2.86%	0.05%	1.45%	2.03%	0.00%	1.55%	-0.05%	1.09%	0.36%	3.03%	0.95%	
09/06/13	-0.36%	-1.15%	0.01%	-1.73%	0.05%	-0.83%	-3.10%	0.00%	-1.62%	-0.41%	-0.71%	-0.79%	-2.64%	-0.52%	
09/05/13	0.65%	1.05%	1.69%	-1.17%	0.05%	1.52%	-0.85%	0.00%	-1.06%	0.30%	-0.61%	-0.36%	-0.55%	2.14%	
09/04/13	-1.37%	0.60%	0.01%	-0.08%	0.05%	1.96%	4.53%	0.00%	-0.08%	0.67%	0.98%	-0.15%	0.35%	-0.16%	
09/03/13	-0.07%	-0.93%	0.01%	1.21%	0.05%	-0.69%	-0.68%	0.00%	1.35%	1.04%	0.35%	1.87%	-0.05%	-1.35%	
09/02/13	-0.19%	-0.62%	-7.74%	0.13%	0.05%	-0.79%	0.63%	0.00%	1.48%	-0.05%	-2.30%	-0.22%	-0.05%	0.51%	
09/01/13	-0.10%	-0.32%	0.01%	3.13%	0.05%	2.14%	2.22%	0.00%	1.30%	-0.42%	2.52%	0.36%	-0.05%	-1.92%	
08/29/13	0.04%	-0.52%	0.01%	-2.09%	0.05%	-0.64%	-3.14%	0.00%	-1.45%	-0.05%	-0.86%	1.40%	0.05%	-0.37%	
08/28/13	0.46%	0.06%	0.01%	1.64%	0.05%	0.04%	0.54%	0.00%	1.34%	0.00%	0.64%	1.57%	0.05%	0.37%	

VALORACIONES Activos Elegibles Modelo Portafolio Skandia

60%

01:13 p.m. 10/05/2014

Imagen 2. Matriz de Excedentes de Rentabilidad

Con el fin de encontrar todas las combinaciones, el producto de “todas con todas”, se debe trasponer la matriz anterior. Esto se realiza mediante la función TRASPONER (matriz de excedentes de rentabilidad). La Matriz Traspuesta de Excedentes de Rentabilidad y su formulación se pueden observar en la siguiente imagen (No.3).

The image shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data structure:

Fecha	09/20/13	09/27/13	09/26/13	09/25/13	09/24/13	09/23/13	09/20/13	09/19/13	09/18/13	09/17/13	09/16/13	09/12/13	09/11/13
BOGOTA	-0.03477223	-0.01600522	0.00642548	-0.01614468	-0.016520478	-0.003803225	0.029428868	0.007205321	0.002728202	-0.00074301	-0.00554919	-0.01685009	0.005320238
BOGOLOMBIA	-0.000565501	0.003562008	-0.00035583	-0.00239485	0.002059089	0.007232667	-0.00091821	-0.003873624	-0.00460913	0.000968115	-0.00523852	-0.0063325	-0.00496056
BEVACOL	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05	6.43484E-05
CEMARGOS	-0.002837638	0.005166329	-0.0068457	0.000158307	0.00921064	0.009312676	-0.00795716	0.002204447	-0.00639874	0.038300213	0.006504412	-0.01031844	0.015008497
COLTEJER	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162	0.000469162
CORFICOLCF	-0.019873791	0.004375757	-0.0091855	0.019559757	-0.016853785	-0.0036627	0.001356127	-0.001655671	-0.00065059	-0.00316132	-0.00165466	-0.00365642	-0.00115328
EXITO	-0.010312123	0.008593199	-0.011519	-0.00055	-0.000543995	0.013487464	-0.01155255	0.00066655	-0.00176654	5.80923E-05	-0.00358674	0.00675375	-0.00116068
FABRICATO	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06	-2.75937E-06
GRUPOARGOS	-0.007362314	0.000039717	-0.0104551	-0.00239039	0.012435328	-0.004963911	0.000029717	-0.00116732	-0.00973953	-0.0000099	0.000969451	-0.01495631	0.007123153
GRUPOAYAL	-0.007716251	0.010225336	-0.007741	-0.00412458	-0.000546761	-0.0041183	0.01088784	-0.004137429	0.003043907	-0.00413743	-0.00412458	0.006521728	-0.00054676
GRUPOPSURA	0.007126447	-0.007100167	-0.0070604	0.0001840012	-0.003388749	-0.00077437	0.000270564	0.001318777	-0.00339012	0.006567038	-0.00683811	-0.00181821	-0.0043887
NUTRESA	-0.014607062	0.002159473	-0.0007433	-0.00970569	-0.002184209	-0.00074329	-0.00074329	0.006482178	-0.00652783	-0.00218421	-0.00577023	-0.0213041	0.013391224
OCIDENTE	-0.000530506	-0.000530506	-0.0005305	-0.000202193	-3.36114E-05	-0.00053051	0.000446024	-0.000530506	-0.00053051	-0.00053051	-0.00053051	-0.00053051	-0.00053051
PFCOLOM	-0.00153367	0.003578227	-0.0023983	-0.00663121	0.002104551	0.006505433	-0.00957012	-0.00225803	-0.00080454	0.010882395	0.000509833	0.00215623	-0.02641882
PFCORFICOL	-0.000964506	-0.000964506	-0.0009645	-0.00096451	0.001913194	-0.000957288	-0.01514914	-0.000964506	-0.00096451	-0.01772468	0.00109421	-0.02826348	0.009059166
POPULAR	-0.00745937	-0.000459587	-0.0004596	-0.00045959	-0.000459587	-0.000459589	-0.000459587	-0.000459587	-0.00045959	-0.00045959	-0.00045959	-0.00045959	0.020593822
PROMIGAS	-0.000620489	-0.000620489	-0.0006205	-0.00062047	-0.000620489	-0.00062047	-0.00062047	0.004520501	-0.00062047	-0.00062047	-0.00062047	-0.00062047	0.002321876
TABLEMAC	-5.34468E-05	-5.34468E-05	-5.3446E-05	-5.3447E-05	-5.3446E-05	-5.3447E-05	-5.3447E-05	-5.3446E-05	-5.3447E-05	-5.3447E-05	-5.3447E-05	-5.3447E-05	-5.3447E-05
VALOREM	0.000550578	-0.000550578	0.00055058	-0.0003153	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578	0.000550578
BANREP	-0.035961215	-0.035961215	-0.0359612	-0.03596122	-0.035961215	-0.03596122	-0.03596122	-0.035961215	-0.03596122	-0.03596122	-0.03596122	-0.03596122	-0.03596122

Imagen 3. Matriz Transpuesta de Excedentes de Rentabilidad

La Matriz de Covarianzas, se halla multiplicando la Matriz de Excedentes de Rentabilidad por su transpuesta y esto se divide por el número de observaciones ($n-1=3571$). En la imagen No.4 se puede ver la matriz resultante y la formulación que se debe aplicar en Excel.

	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7189														
7190	4. Matriz de Covarianzas													
7191														
7192														
7193	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7194	BCOLOMBIA	BOGOTA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7195	BBVAOL	BOGOTA	BCOLOMBIA	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7196	CEMARGOS	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7197	COLTEJER	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7198	CORFICOLCF	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7199	EXITO	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7200	FABRICATO	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7201	GRUPOARGOS	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI
7202	GRUPOAYAL	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI	
7203	GRUPOSURA	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	NUTRESA	OCCIDENTE	PFBCI	
7204	NUTRESA	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	OCCIDENTE	PFBCI	
7205	OCCIDENTE	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	PFBCI	
7206	PFBCI	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	
7207	POPULAR	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE
7208	PROMIAS	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE
7209	TABLEMAC	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE
7210	VALOREM	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE
7211	BANREP	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVAOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRUPOAYAL	GRUPOSURA	NUTRESA	OCCIDENTE
7212														

Imagen 4. Matriz de Covarianzas

El modelo busca en primera instancia fijar una rentabilidad deseada para encontrar el portafolio eficiente que produzca esa rentabilidad con la mínima varianza posible.

Se parte de asignar una proporción aleatoria a cada acción y determinar la rentabilidad, varianza y desviación estándar a el que sería un portafolio preliminar. Para esto, en primer lugar se define entonces el Vector de Participación, asigné una proporción igual a cada acción, es decir 1/19, lo cual daría en términos porcentuales 5,26%.

Se define la rentabilidad promedio del portafolio, la cual corresponde al producto escalar de los vectores de participación y de rentabilidad de las acciones (media de la Matriz de Rentabilidades). En Excel se aplica la función SUMAPRODUCTO. Con estas participaciones, igual para cada acción, la rentabilidad promedio del portafolio es 0,0496%.

Posteriormente se debe hallar un nuevo vector, el cual surge de multiplicar el Vector de Participación y la Matriz de Covarianzas de las acciones. En Excel se utiliza la función MMULT.

El siguiente paso es hallar el riesgo del portafolio a partir de su varianza, la cual se calcula como el producto escalar del Vector de Participación por el vector anterior.

En Excel se utiliza la función SUMAPRODUCTO. Como tal, el riesgo del portafolio (desviación estándar), se halla con la raíz cuadrada de la Varianza. En el ejercicio, la varianza resultante es 0,0087% y la desviación estándar (Riesgo) es 0,934%.

En su ejercicio, Vélez hace ver el efecto de la diversificación, el cual se puede observar desde el planteamiento del portafolio preliminar, al comparar las estadísticas de este con las de cada acción. En el ejercicio de este trabajo, al asignar en el portafolio un peso igual a cada acción, la rentabilidad media resultó ser apenas más alta que la de seis de las acciones, pero la varianza y la desviación estándar son considerablemente menores que las de cada acción individual. Esto significa que se ha sacrificado rentabilidad, pero se ha reducido mucho el riesgo.

El planteamiento del problema se puede apreciar en la siguiente imagen.

	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AI
7216										
7217	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBYACOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICOLCF	EXITO	FABRICATO	GRUPOARGOS	GRL
7219	Vector de Participación	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%	5,26%
7220										
7221	Rentabilidad del Portafolio	0,0496%								
7222										
7223	Vector de participación X matriz covarianza	8,12964E-05	0,00011397	3,86815E-05	0,00011523	0,000121362	9,68549E-05	8,46663E-05	0,000168101	0,000100763
7224										
7225	Varianza del Portafolio	8,72606E-05								
7226										
7227	Riesgo del Portafolio	0,934%								

Imagen 5. Datos para Solver / Planteamiento del problema

El problema planteado por Markowitz establecía que debía escogerse un portafolio que minimizara la varianza total, sujeto a un valor preestablecido de la rentabilidad y que la suma de las proporciones de cada una de las acciones escogidas fuera igual a 1 (100%). Con la formulación descrita anteriormente y los datos

preliminares (valores dependientes de celdas), se busca entonces minimizar la varianza para lo cual se utiliza la herramienta Solver de Excel.

En Solver, se establece como objetivo minimizar el Riesgo (desviación estándar, lo cual tiene el mismo efecto que minimizar la varianza), cambiando las celdas de variables correspondientes al Vector de Participación, sujeto a las siguientes restricciones: que las participaciones no sean negativas (lo cual, si se eliminara se estaría considerando también posiciones en corto), que la sumatoria de las participaciones sea igual a 1 (100%) y que la rentabilidad promedio del portafolio preliminar sea igual a la rentabilidad promedio del portafolio en un punto deseado. El planteamiento en Solver se puede apreciar en la siguiente imagen.

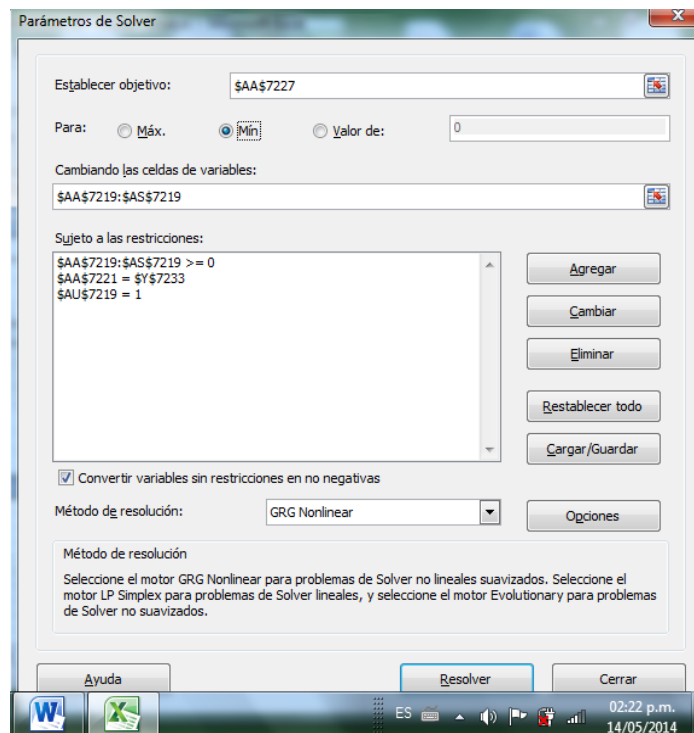


Imagen 6. Solución en Solver

Este proceso de identificar la varianza mínima (y la desviación estándar) fijando de antemano una rentabilidad deseada, permite determinar cierto número de puntos, que conformarían la frontera eficiente.

En el procedimiento en Solver se comprueba que las rentabilidades viables (que cumplan con todas las restricciones) se encuentran solo en las rentabilidades de los activos elegibles. Como conocemos el promedio de las rentabilidades, para

construir la Frontera Eficiente se fijan los extremos hallando el mínimo y el máximo de la media de rentabilidades (ver Imagen 1).

Se establece además un número significativo de escenarios. La curva se construye entonces calculando esta optimización para varios valores de Rentabilidad (eje Y), hasta cuando se pueda trazar dicha curva. En el ejercicio se definieron además de los extremos de la media de rentabilidades otros 23 puntos. Para que dichos sean equidistantes, en cada celda del eje Rentabilidad se formuló de la siguiente manera, ejemplo: 3^{a} Rentabilidad = 2^{a} Rentabilidad - (Rentabilidad máxima – Rentabilidad Mínima) /25.

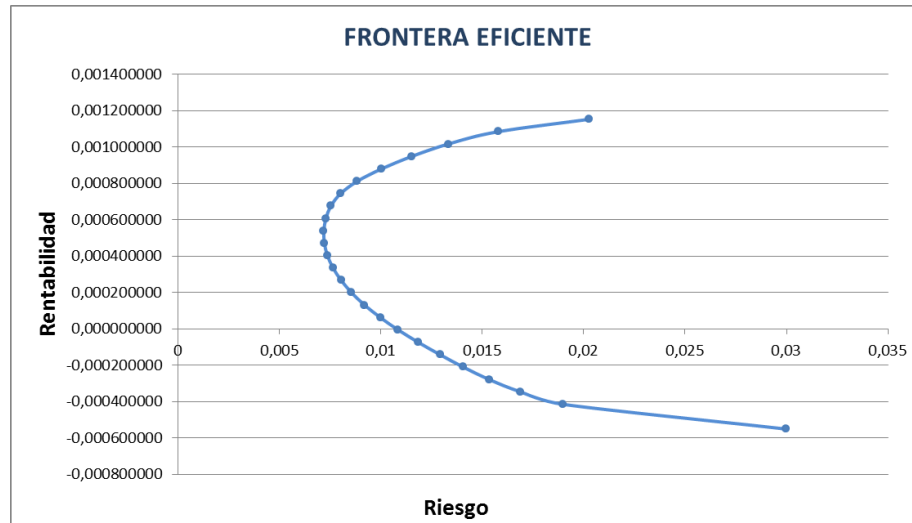
En la herramienta Solver, el único cambio a realizarse en la información, será entonces la celda de la rentabilidad deseada, en la restricción #2. Al efectuarse cada procedimiento en Solver, se debe copiar el dato resultante en la celda Riesgo del Portafolio a la matriz de la Frontera Eficiente e igualmente la distribución de acciones resultante (portafolio). En la siguiente imagen se pueden observar los datos que se ven involucrados para hallar la matriz de Frontera Eficiente, visualizándose además la operación en Solver previa al cálculo del último punto.

The image shows the Solver Parameters dialog box in Excel. The objective is set to \$AA\$7227, with 'Min' selected. The variable cells are \$AA\$7219:\$AS\$7219. The constraints are: \$AA\$7219:\$AS\$7219 >= 0, \$AA\$7221 = \$Y\$7233, and \$AU\$7219 = 1. The 'GRG Nonlinear' method is selected. The background spreadsheet shows a table with columns for 'Rentabilidad', 'Riesgo', and various stocks (BOGOTA, BCOLOMBIA, etc.), and a 'Frontera Eficiente' table at the bottom.

	Rentabilidad	Riesgo	BOGOTA	BCOLOMBIA	BBVACOL	CEMARGOS	COLTEJER	CORFICO
7233 1	0,12%							
7234 2	0,11%	1,58%	0,00%	10,01%	0,00%	0,00%	0,00%	66,67%
7235 3	0,10%	1,33%	0,66%	21,44%	0,00%	2,55%	0,00%	43,91%
7236 4	0,09%	1,05%	5,72%	15,68%	0,00%	2,90%	0,00%	32,72%
7237 5	0,08%	1,00%	7,16%	11,05%	0,00%	2,37%	0,00%	24,63%

Imagen 7. Solución en Solver – Frontera Eficiente

La Gráfica siguiente muestra la Frontera Eficiente resultante en el ejercicio con 25 puntos hallados.



Gráfica 3. Frontera Eficiente (Resultado Modelo en Excel)

3.2 Modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

Luego de establecerse la Frontera Eficiente, que en este ejercicio, es el conjunto de combinaciones de acciones que minimizan el riesgo aceptado para un nivel determinado de rentabilidad esperada (porque se podría también maximizar la rentabilidad esperada para un nivel determinado de riesgo), se busca obtener el punto óptimo en esa frontera, el portafolio óptimo.

Vélez²⁴ menciona que los autores de la teoría CAPM demostraron inicialmente que el punto óptimo (m) era el portafolio de todas las acciones del mercado ponderadas por el valor total transado de cada una y que cualquier inversionista escogería esta combinación (teorema de la separación planteado por Tobin en 1958). El inversionista podría hacer combinaciones entre ese portafolio y papeles libres de riesgo (por ejemplo bonos de deuda pública), y que esto sería lo único que debería hacer el inversionista en cuanto a sus preferencias. Estas decisiones de selección del portafolio óptimo se plantean sin necesidad de determinar las funciones de preferencia hacia el riesgo del inversionista (curvas de indiferencia).

²⁴ VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. P 17 – 20.

La línea de Mercado de Capitales. Es la recta que une el punto de la rentabilidad de cero riesgo (libre de riesgo) y el portafolio m . A la izquierda del punto m , el inversionista tiene en su portafolio una fracción de papeles libres de riesgo, r , (esto es, da dinero en préstamo al emisor de esos papeles) y el resto en el portafolio de mercado. A la derecha del punto m , el inversionista pide prestado para invertir más de lo que actualmente tiene en el portafolio de mercado. Mientras en el primer caso invierte una fracción α , menor que 1, en r , y $1-\alpha$ en m , en el segundo caso invierte más de 100% de su capital disponible (por el préstamo que recibe) en m . Hace ver Vélez que esto implica que la Frontera Eficiente ha cambiado y que ya no se movería a través de la curva, sino a través de la Línea de Mercado de Capitales.

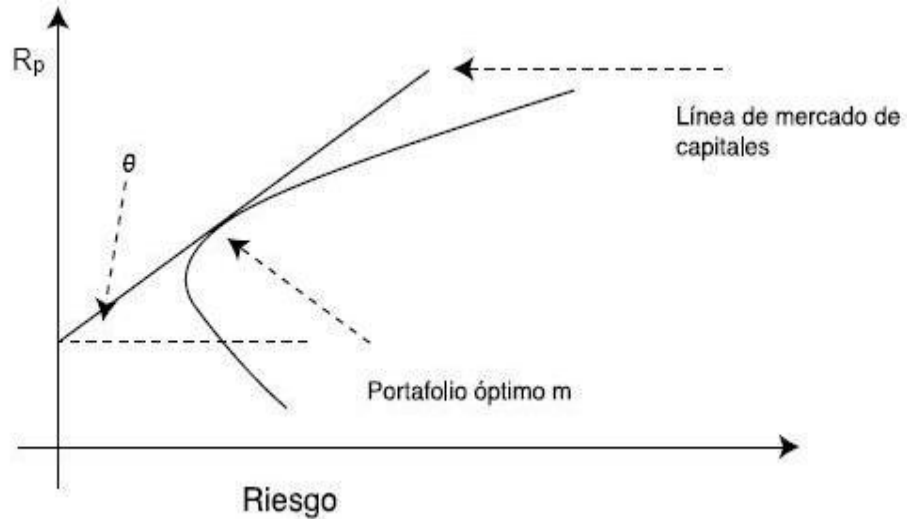
Cálculo del portafolio óptimo. Vélez cita el procedimiento propuesto por Black (1972), Merton (1973) y más tarde complementado por Levy y Sarnat (1982), Elton y Gruber (1995) y Benninga (1997). Inicialmente debemos suponer que el portafolio óptimo se puede encontrar maximizando la pendiente de la recta que une el punto de la rentabilidad libre de riesgo y la Frontera Eficiente.

A la luz del modelo CAPM, un Portafolio Óptimo es aquel que pertenece a la Frontera Eficiente y que, combinando una proporción de inversión sin riesgo y dado un determinado nivel de riesgo deseado, maximiza la rentabilidad. Y corresponde simplemente a un punto de tangencia entre la Línea de Mercado de Capitales y la Frontera Eficiente. Como el portafolio óptimo es un punto en la Frontera Eficiente (el procedimiento lo facilita bastante la función Solver) es el punto de tangencia localizado en la recta con máxima tangente entre esa recta y la horizontal.

Esta solución reemplaza la fase del modelo de Markowitz correspondiente a determinar las curvas de indiferencia del inversionista. Así que para llegar al resultado final, el portafolio óptimo, no será necesario hallar las curvas de indiferencia (y ni siquiera la Frontera Eficiente, dado el teorema de separación propuesto por Tobin).

Gráficamente, la recta se puede determinar como aquella que pasa por r y tiene la máxima pendiente sin salirse de la Frontera Eficiente. En resumen, el inversionista siempre estará, según la teoría, con una fracción, con todo o con más de lo que tiene en la actualidad, invertido en el portafolio m .

De acuerdo con la teoría del *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), el inversionista preferirá una posición en el portafolio de mercado, sea con o sin deuda. Entonces, el portafolio óptimo está dado por la solución a un problema de optimización.



Gráfica 4. Línea del Mercado de Capitales, frontera eficiente y portafolio óptimo²⁵

Para el ejercicio se determinó como tasa libre de riesgo la tasa de intervención del Banco de La República; se tomó su serie diaria (conversión de su EA a diaria) desde la misma fecha que se tomaron las series de las acciones elegibles. Se halló la media de su rentabilidad en la Matriz de Rentabilidades.

El Índice Sharpe, como hemos visto, mide numéricamente la relación Rentabilidad / Riesgo o Volatilidad Histórica (desviación estándar) de un portafolio.

$$\text{Índice Sharpe} = \frac{\text{Rentabilidad del Portafolio} - \text{Tasa Libre de Riesgo}}{\text{Riesgo del Portafolio}}$$

Utilizando la formulación establecida en Excel, con la cual se halló la Frontera Eficiente, se puede efectuar la optimización por medio de Solver nuevamente, previamente establecidos la tasa libre de riesgo y el índice Sharpe.

En Solver se determina como objetivo maximizar el Índice de Sharpe, cambiando las celdas de variables correspondientes al Vector de Participación, sujeto a las siguientes restricciones: que las participaciones no sean negativas (lo cual si se eliminara se estaría considerando también posiciones en corto) y que la sumatoria

²⁵ https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/rt/printerFriendly/160/html

de las participaciones sea igual a 1 (100%). El planteamiento en Solver se puede apreciar en la siguiente imagen (No.8).

The image shows the Microsoft Excel Solver Parameters dialog box overlaid on a spreadsheet. The spreadsheet contains data for a portfolio optimization problem, including expected returns, risks, and correlations for four assets: BOGOTÁ, BCOLOMBIA, BBVACOL, and CEMARGOS. The Solver Parameters dialog box is configured to maximize the expected return of the portfolio (cell \$AD\$7221) subject to the constraint that the sum of the weights of the four assets equals 1 (cell \$AU\$7219 = 1). The Solver is set to use the GRG Nonlinear engine.

Spreadsheet Data:

	Y	Z	AA	AB	AC	AD
7213						
7214	Máximo de la media Rentabilidades		0,001153285		Activo libre de riesgo	-0,04%
7215	Mínimo de la media Rentabilidades		-0,000550578			0,00%
7216						
7217			BOGOTÁ	BCOLOMBIA	BBVACOL	CEMARGOS
7218	Vector de Participación		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7219						
7220	Rentabilidad del Portafolio		0,001153285		Índice Sharpe	7,4353%
7221						
7222	Cor de participación X matriz covarianza		8,38379E-05	0,0001187	1,36453E-05	0,0001256
7223						
7224	Varianza del Portafolio		0,000410631			
7225						
7226	Riesgo del Portafolio		0,020264034			
7227						
7228						
7229	Frontera Eficiente					
7230			BOGOTÁ	BCOLOMBIA	BBVACOL	CEMARGOS
7231	Rentabilidad	Riesgo				
7232	0,001153285	0,020264034	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7233	0,00108513	0,015784235	0,00%	10,01%	0,00%	0,00%
7234	0,001016976	0,013319064	0,66%	21,44%	0,00%	2,55%
7235	0,000948821	0,011516628	5,72%	15,68%	0,00%	2,90%
7236	0,000880667	0,010044131	7,16%	11,05%	0,00%	2,37%
7237						

Solver Parameters:

- Establecer objetivo: \$AD\$7221
- Para: Máx. Min Valor de: 0
- Cambiando las celdas de variables: \$AA\$7219:\$AS\$7219
- Sujeto a las restricciones:
 - \$AA\$7219:\$AS\$7219 >= 0
 - \$AU\$7219 = 1
- Convertir variables sin restricciones en no negativas
- Método de resolución: GRG Nonlinear

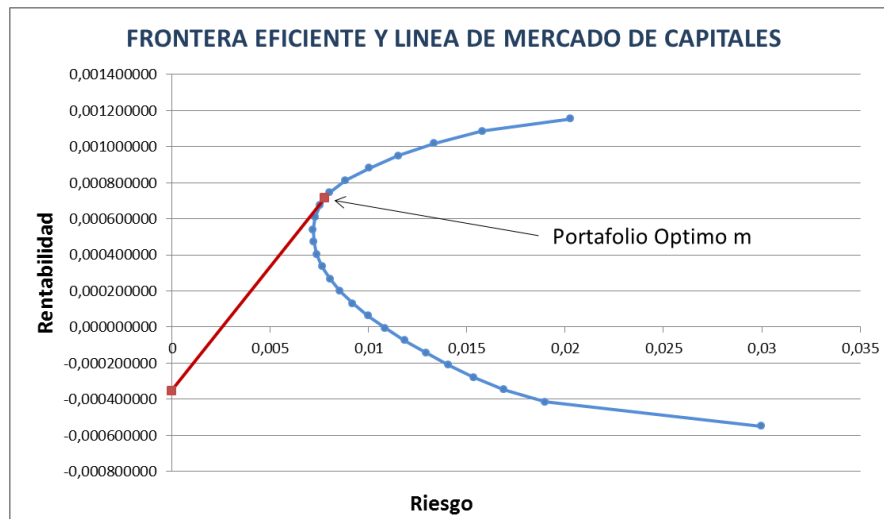
Imagen No. 8. Solución en Solver para hallar el portafolio óptimo

Al aplicar el procedimiento en Solver el portafolio óptimo que se genera tiene como Rentabilidad 0,07%, un Riesgo de 0,78% y la siguiente distribución:

BOGOTA	8,07%
BCOLOMBIA	2,08%
BBVACOL	1,35%
CEMARGOS	0,89%
COLTEJER	0,00%
CORFICOLCF	8,67%
EXITO	1,96%
FABRICATO	0,00%
GRUPOARGOS	4,42%
GRUPOAVAL	0,28%
GRUPOSURA	0,00%
NUTRESA	9,72%
OCCIDENTE	16,26%
PFBCOLOM	5,31%
PFCORFICOL	12,91%
POPULAR	10,96%
PROMIGAS	17,13%
TABLEMAC	0,00%
VALOREM	0,00%
Total	100%

Tabla 2. Portafolio Óptimo

Para graficar la Línea de Mercado de Capitales, uno de los puntos será el Portafolio Optimo, que es la tangente máxima con la Frontera Eficiente y el otro punto es el Activo Libre de Riesgo.



Grafica 4. Frontera Eficiente, Línea de Mercado de Capitales y Portafolio Óptimo (Resultado del Modelo en Excel)

4. CONCLUSIONES

Cito a continuación el trabajo de tesis de Cruz Salazar²⁶, quien señala unas particulares críticas al Modelo de Markowitz y posteriormente enuncia unos aportes que hace Black Litterman a la teoría del portafolio:

La propuesta de Markowitz ha sido cuestionada por diversas razones, sus falencias principales son:

1. En portafolios grandes su solución tiende a concentrarse en un pequeño número de activos (soluciones de esquina).
2. La solución es muy sensible a cambios en la matriz de varianzas y covarianzas.
3. En su construcción, se trabaja con datos históricos, lo cual implica que se tiene la expectativa de que el comportamiento futuro del mercado, será igual a lo que fue en el pasado.

Actualmente, es muy empleada la propuesta de Black y Litterman (1992), que supera las fallas citadas anteriormente. Este enfoque fue desarrollado a inicios de los noventa en el Banco Goldman Sachs y consiste en encontrar portafolios óptimos, partiendo de unas expectativas subjetivas o *a priori* del inversionista acerca del desempeño de los activos en el futuro, incorporando, de igual forma, un grado de incertidumbre a estas creencias.

Una expectativa, por ejemplo, es que con una probabilidad de 50% se cree que en el próximo año la acción A crecerá 25 puntos básicos, por encima de lo que crecerá la acción B. Black y Litterman toman el equilibrio del mercado como un punto de referencia y las creencias subjetivas junto a su nivel de incertidumbre son combinadas con éstas, dando lugar a los retornos esperados de B-L que deben ser optimizados. Por su parte, la matriz de varianzas y covarianzas se reemplaza por una matriz en la cual se exponen las creencias subjetivas y otra donde se declara la probabilidad subjetiva de ocurrencia.

Cito una conclusión de Vélez²⁷ sobre el desarrollo de su ejercicio: “la solución de portafolio óptimo con base en datos históricos de la Bolsa de Bogotá y el portafolio óptimo resultante se compone de muy pocas acciones (en algunos casos la solución óptima sólo tiene una acción). Esto aparentemente contradice la teoría detrás de la selección de portafolio: diversificar. Sin embargo, cuando se compara

²⁶ CRUZ SALAZAR Rafael, Aplicación del Modelo de Black - Litterman a la Selección de Portafolios Internacionales. Tesis de Grado para Posgrado en Ciencias de la Administración. 2012. Universidad Nacional Autónoma de México.

²⁷ VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003. p 22.

con lo que ocurre en la práctica, tal y como lo hacen los corredores de bolsa, se encuentra que ellos de manera intuitiva configuran portafolios de muy pocas acciones, predominantemente con una o dos acciones”.

- Si se tiene en cuenta que las series históricas manejadas en el ejercicio son de todas las acciones vigentes que cotizan en bolsa desde 2000, se puede profundizar a partir de estos resultados en un análisis del sector bursátil colombiano.

- Cada inversionista tiene su propia curva de utilidad según su perfil de riesgo. El Portafolio Optimo se obtiene al combinarse nuestra curva de utilidad con el Conjunto de Oportunidades, dando en la frontera de inversiones. Prevalece, eso sí, el riesgo de mercado.

- En cuanto a la serie de datos diaria, busca mayor acercamiento al desempeño histórico y por lo tanto busca resultados más certeros. Sin embargo, valdría la pena realizar el mismo ejercicio también con precios mensuales y ajustados por dividendos.

- Con relación a la interpretación del Índice de Sharpe, cuanto mayor es, mejor es la rentabilidad del fondo en relación a la cantidad de riesgo que se ha tomado en la inversión. Si el índice de Sharpe es negativo, indica un rendimiento inferior al de la rentabilidad sin riesgo. Cuando la volatilidad del portafolio es grande/alta, se asume más riesgo; mayor es el denominador de la ecuación y menor es el Índice de Sharpe, a no ser que el rendimiento del fondo consiga compensar esa mayor volatilidad.

- El modelo desarrollado resulta ser estático ya que si bien encuentra un portafolio óptimo, lo hace en un punto dado del tiempo. Bajo condiciones de alta volatilidad, un portafolio eficiente puede dejar de serlo rápidamente por el cambio en los precios, lo cual hace variar las composiciones del portafolio. El entorno en el cual se hallan inmersos los inversionistas es más complejo de lo que la teoría tradicional de portafolio supone. Adicionalmente habrá que comentar que los ciclos de los mercados financieros son cada vez más cortos e inciertos, lo cual hace importante la gestión activa en el portafolio o la estrategia de inversión.

5. BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, David; SWEENEY, Denis y WILLIAMS, Thomas. Estadística para Administración y Economía. 10a ed. México DF: *Cengage Learning* Editores S.A., 2008

AUTORREGULADOR DEL MERCADO DE VALORES DE COLOMBIA AMV. ABC del Inversionista. Segunda Edición Abril de 2012. Cartilla #1 de la serie Educación Financiera Para Todos. Bogotá.

CRUZ SALAZAR Rafael, Aplicación del Modelo de Black - Litterman a la Selección de Portafolios Internacionales. Tesis de Grado para Posgrado en Ciencias de la Administración. 2012. Universidad Nacional Autónoma de México.

DUBOVA, Irina. La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso colombiano. Cuadernos de Administración, Norteamérica, 18, dic. 2005. Disponible en: <http://revistas.javeriana.edu.co/index.php/cuadernos_admon/article/view/5268>. Fecha de acceso: 11 nov. 2013.

GIRALDO PARDO, Tatiana. Los Modelos de dinámica de sistemas como alternativa para la toma de decisiones de inversión en ambientes de incertidumbre. Trabajo dirigido por Jorge Juliao Rossi.

MEDINA, Luis Ángel. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DEL PORTAFOLIO EN EL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO. Cuad. Econ. [online]. 2003, vol.22, n.39 [cited2013-11-11], pp. 129-168 . Available from: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722003000200007&lng=en&nrm=iso>. ISSN 0121-4772.

PERILLA SERRANO, Edwin Eduardo. APLICA EL MODELO C.A.P.M EN EL CASO COLOMBIANO VALIDACION EMPIRICA Y SU PERTENENCIA PARA COLOMBIA. Tesis de Grado. 2008. Universidad De La Salle, Facultad de Economía

OLD MUTUAL SKANDIA S.A, Colombia. Gerencia de Soluciones de Inversión, Introducción a Asset Allocation. Documento privado dirigido a la fuerza comercial de Skandia. 2013

VELEZ PAREJA, Ignacio. Análisis de Portafolio. En: Decisiones Empresariales Bajo Riesgo e Incertidumbre. Tesis Doctoral. Editorial Norma 2003

Disponible en internet:

www.bloomberg.com

www.bvc.com.co

<http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6503/03CAPITULO2.pdf?sequence=3>

<http://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros>

<http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin012/300.HTM>

<http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin010/200.HTM>

<http://www.selfbank.es/fondos/fondos-on-line/mejores-fondos/el-ABC-de-fondos.phtml?num=4>

https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/estudios_gerenciales/rt/printerFriendly/160/html