

2011

DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN EXPERIMENTOS DE FÍSICA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
INGENIERÍA FÍSICA



DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA
INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN EXPERIMENTOS DE FÍSICA

JENNYFER ALEJANDRA CANO URIBE
ALEJANDRA GARCÍA LÓPEZ

Tesis de grado

Director:
LUIS ENRIQUE LLAMOSA
M. Sc (física)
Grupo de electrofisiología
Línea de investigación: METROLOGÍA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERIAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, FÍSICA Y
CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
INGENIERÍA FÍSICA
PEREIRA
2011

Nota de aceptación:

Firma del jurado

DEDICATORIA

Dedicado a nuestras familias por el apoyo que nos brindaron durante esta etapa de nuestras vidas y a todas las personas que hicieron posible la realización de este trabajo.

Especialmente a nuestros padres, porque creyeron en nosotras y nos formaron dándonos ejemplos dignos de superación y entrega, porque en gran parte gracias a ustedes hoy podemos ver realizada esta meta, ya que siempre estuvieron impulsándonos en los momentos más difíciles de nuestra carrera, y porque el orgullo que sienten por nosotras, fue lo que nos hizo llegar hasta el final.

Gracias por haber fomentado en nosotras el deseo de superación y el anhelo de triunfo en la vida. Mil palabras no bastarían para agradecerles su apoyo, su comprensión y sus consejos en los momentos difíciles, gracias por lo que han hecho de nosotras.

AGRADECIMIENTOS

- Queremos agradecer de manera especial y sincera al M.Sc. Luis Enrique Llamosa Rincón, por aceptar realizar esta tesis bajo su dirección, por sus correcciones y sugerencias durante su elaboración, también por su tiempo y dedicación al dirigir este proyecto y por haber depositado su confianza en nosotras para la realización de este trabajo y por su capacidad para guiar nuestras ideas ha sido un aporte invaluable, no solo en el desarrollo de esta tesis, sino también en nuestra formación como personas, las ideas propias, siempre enmarcadas en su orientación y rigurosidad han sido clave del buen trabajo que juntos hemos realizado, el cual no se hubiese podido concluir sin su siempre oportuna participación.
- Agradecemos a nuestras familias, especialmente a nuestros padres quienes siempre nos apoyaron incondicionalmente con su cariño y sus consejos durante todo momento y especialmente durante la realización de este proyecto.
- Agradecemos a todas las personas que de una u otra forma hicieron posible la realización de este trabajo.

CONTENIDO

RESUMEN	3
INTRODUCCIÓN	4
OBJETIVOS	7
OBJETIVO GENERAL	7
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
1. FUNDAMENTOS METROLÓGICOS.....	9
1.1 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES SI	10
1.1.1 Unidades básicas:	10
1.1.2 Unidades derivadas:.....	14
1.2 HISTORIA DE LA METROLOGÍA.....	14
1.2.1 Metrología en Colombia.....	18
1.3 LA METROLOGÍA.....	23
1.3.1 Metrología Científica.....	24
1.3.2 Metrología Industrial	25
1.3.3 Metrología Legal	25
1.4 VOCABULARIO INTERNACIONAL DE TÉRMINOS FUNDAMENTALES Y GENERALES DE METROLOGÍA	26
1.5 MENSURANDO E INCERTIDUMBRE	39
1.5.1 Incertidumbre estándar	39
1.5.2 Incertidumbre estándar combinada.....	39
1.5.3 Incertidumbre expandida	40
1.5.4 Factor de cobertura	40
1.5.5 Mejor capacidad de medición.....	40
1.6 EVALUACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES ESTÁNDAR	40
1.6.1 Evaluación Tipo A de la incertidumbre estándar	40
1.6.2 Evaluación Tipo B de la incertidumbre estándar.....	41
1.7 INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA.....	44
1.7.1 Ley de propagación de las incertidumbres	45
1.7.2 Magnitudes de entrada no correlacionadas.....	46

1.7.3	Magnitudes de entrada correlacionadas.....	46
1.8	INCERTIDUMBRE EXPANDIDA	49
1.8.1	Elección del factor de cobertura	49
1.8.2	Evaluación de la incertidumbre expandida.....	52
1.8.3	Teorema del límite central.....	53
1.8.4	Criterio para la aplicación del Teorema del Límite Central	55
2.	DISEÑO DE LA PROPUESTA PARA LA ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN LOS LABORATORIOS DE FÍSICA	57
2.1	PASOS PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE	62
2.1.1	Definir el mensurando Y	62
2.1.2	Establecer el modelo físico.....	62
2.1.3	Establecer el modelo matemático	63
2.1.4	Identificar las fuentes de incertidumbre	63
2.1.5	Cuantificar la variabilidad de cada fuente y asociarle una distribución	65
2.1.6	Estimar la incertidumbre estándar tipo A.....	67
2.1.7	Cuantificar la incertidumbre estándar tipo B.....	67
2.1.8	Calcular los coeficientes de sensibilidad.....	69
2.1.9	Evaluar el coeficiente de correlación.....	69
2.1.10	Estimar la incertidumbre estándar combinada para magnitudes de entrada correlacionadas	70
2.1.11	Evaluar la ley de propagación de incertidumbre	70
2.1.12	Aplicación del criterio de distribución dominante	70
2.1.13	Calcular el número efectivo de grados de libertad	71
2.1.14	Implementar el Teorema del Límite Central para evaluar el factor de cobertura.....	73
2.1.15	Calcular la incertidumbre expandida.....	73
2.1.16	Expresar el resultado de la medida.....	73
2.2	METODOLOGÍA PARA MEDIDAS DIRECTAS:	74
2.3	METODOLOGÍA PARA MEDIDAS INDIRECTAS:	75
2.4	EJEMPLO	76
2.4.1	Cálculo del área de un triángulo (variables correlacionadas).....	76
2.4.2	Enunciado del problema	76
2.4.3	Desarrollo	78

3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DISEÑADA EN LOS EXPERIMENTOS DEL LABORATORIO DE FÍSICA I	84
4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DISEÑADA EN LOS EXPERIMENTOS DEL LABORATORIO DE FÍSICA II.....	173
5 DISCUSIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS	249
6 CONCLUSIONES.....	255
BIBLIOGRAFÍA	257
ANEXOS	260
ANEXO A: SOLUCIÓN GUÍA #1 LABORATORIO DE FÍSICA I.....	260
ANEXO B: SOLUCIÓN GUÍA # 2 LABORATORIO DE FÍSICA I.....	263
ANEXO C: SOLUCIÓN GUÍA # 3 LABORATORIO DE FÍSICA I.....	266
ANEXO D: SOLUCIÓN GUÍA # 4 LABORATORIO DE FÍSICA I.....	270
ANEXO E: SOLUCIÓN GUÍA # 5 LABORATORIO DE FÍSICA I.....	275
ANEXO F: SOLUCIÓN GUÍA # 1 LABORATORIO DE FÍSICA II	279
ANEXO G: SOLUCIÓN GUÍA # 2 LABORATORIO DE FÍSICA II.....	281
ANEXO H: SOLUCION GUIA # 3 LABORATORIO DE FÍSICA II.....	283

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1 Unidades fundamentales.....	11
Tabla 1.2 Sistema de equivalencias entre las primeras unidades de medida.....	16
Tabla 2.1 Valores de la distribución t de Student.....	72
Tabla 2.2 Resultados de las mediciones de la figura 2.10	77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Prototipo del metro.....	11
Figura 1.2	Prototipos internacionales del kilogramo en la BIPM, Francia.....	12
Figura 1.3	Laboratorio de relojes atómicos del CENAM, México.	12
Figura 1.4	Efecto Josephson. Laboratorio Patrón de Tensión, CENAM, México.	13
Figura 1.5	Celda del punto triple del agua.....	13
Figura 1.6	Ilustración de la palma, cuarta, dedo y pulgada.	15
Figura 1.7	Ilustración de la braza y la vara.	16
Figura 1.8	Desviaciones estándar en una distribución normal.	33
Figura 1.9	Incertidumbre de medición.....	34
Figura 1.10	Ilustración gráfica de exactitud y repetibilidad.....	37
Figura 1.11	Mediciones en el mundo real.	54
Figura 1.12	Distribuciones frecuentes.....	55
Figura 2.1	Sección del diagrama de flujo que especifica la metodología a seguir.....	59
Figura 2.2	Segunda sección del método.	60
Figura 2.3	Tercera sección del método.	61
Figura 2.4	Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.	64
Figura 2.5	Distribución normal.....	65
Figura 2.6	Distribución rectangular.....	66
Figura 2.7	Distribución triangular.	66
Figura 2.8	Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas directas.	74
Figura 2.9	Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.....	75
Figura 2.10	Triángulo.....	76

RESUMEN

El presente trabajo presenta el diseño y desarrollo de una metodología para que los estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, puedan realizar el cálculo de la incertidumbre de medición con base a la norma GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”, basada en normas internacionales que actualmente son utilizadas a nivel científico, industrial y legal. Con la finalidad de crearle a la comunidad educativa una cultura metrológica consciente, acerca de la expresión correcta de los resultados de las mediciones realizadas en los laboratorios de Física, puesto que el resultado de cualquier medición NO está completo, sino está acompañado por una declaración cuantitativa de la **incertidumbre**, lo cual permite valorar la confiabilidad en dicho resultado.

Por las razones anteriores se exponen 2 procedimientos didácticos, que reúnen los lineamientos más importantes para la adecuada expresión de la incertidumbre de medición para medidas directas e indirectas, con el fin de facilitar el aprendizaje del cálculo de incertidumbre de medida en las prácticas de los laboratorios de Física.

Para cumplir con el objetivo general de este trabajo se crearon nuevas guías y modificaron las existentes, procurando que su contenido sea técnicamente correcto, desde el punto de vista físico, matemático y metrológico, siguiendo las definiciones dadas en el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM).

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta una metodología didáctica y organizada, para la enseñanza de la estimación de la incertidumbre en mediciones experimentales realizadas en los laboratorios de Física. Se justifica este trabajo en el hecho de que actualmente en la Universidad Tecnológica de Pereira, en los cursos experimentales de Física se ha observado que no se le da la debida importancia a los cálculos de incertidumbre o no se realiza de manera adecuada. Teniendo en cuenta que la forma como se expresan los resultados de medidas deben seguir ciertas normas y reglas establecidas en base a la norma GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones” adoptadas por la industria y los experimentalistas en general para los cuales el manejo adecuado de los equipos de medida y la expresión adecuada de sus mediciones es de primordial importancia; surge la necesidad de crear e implementar una cultura metrológica en estudiantes y profesores de pregrado.

Este trabajo se ha realizado con el objetivo de diseñar, implementar y divulgar una metodología para que los estudiantes de los cursos de laboratorios de Física, puedan estimar la incertidumbre de medición en los correspondientes experimentos de Física que así lo permitan. Para lograr dicho objetivo se ha modificado, redactado e introducido nuevas guías para facilitar el proceso de aprendizaje en los estudiantes.

Se ha procurado que el contenido de dichas guías sea técnicamente correcto, desde los puntos de vista físico, matemático y metrológico, siguiendo estrictamente las definiciones dadas en el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM).

Los experimentos realizados fueron escogidos de forma que le permitan al estudiante identificar los conceptos básicos de la metrología y la aplicación del método general para la estimación de incertidumbre.

Las guías están elaboradas con la finalidad de que el cálculo de incertidumbre de medida se convierta en un proceso mecánico y conceptualmente aprendido por los estudiantes de pregrado a partir del laboratorio de Física I, de esta forma en semestres superiores o en trabajos posteriores, este no será un factor de preocupación, pues adquirirán una herramienta indispensable no solo en los cursos de laboratorio de Física, sino también en cualquier curso de tipo experimental, debido a que la teoría de la medida y la determinación del cálculo de incertidumbre es básico en cualquier proceso experimental.

En este trabajo se establecen las reglas generales para la evaluación y expresión de la incertidumbre de medición, los cuales pueden aplicar en muchos campos de las mediciones, desde la metrología científica hasta la metrología industrial.

La metodología implementada en las guías de Física I, consiste en familiarizar al estudiante con los conceptos de metrología tales como medida directa, medida indirecta, exactitud, tolerancia, error, incertidumbre etc. Para continuar, con las reglas de expresión de resultados experimentales, es decir, cifras significativas y redondeo de números, y finalmente se introduce al estudiante al punto central de este trabajo, enseñar el tratamiento estadístico de errores y aplicación del método general para el cálculo de incertidumbres de medición, en el cual se plantea un esquema paso a paso para facilitar el cálculo y el aprendizaje; posteriormente se aplican los conceptos y procedimientos adquiridos en la realización de experimentos de Física I como la medición de pequeñas longitudes, caída libre entre otros.

La metodología implementada en los laboratorios de Física II, consta en recordar y enseñar tanto a profesores como a estudiantes los conceptos obtenidos sobre metrología que fueron vistos en el laboratorio de Física I, para introducir estos conceptos en el laboratorio de Física II se inicia haciendo un repaso sobre conceptos básicos como lo son la exactitud, los errores, la resolución, las medidas directas e indirectas y la familiarización con el uso de los equipos de medición de variables eléctricas utilizados en el laboratorio, enseñando la importancia de las especificaciones de dichos aparatos de medida para el cálculo de incertidumbre y haciendo énfasis en el esquema planteado para el cálculo de incertidumbre . Este trabajo se hace con el fin de aclarar algunos puntos que son de difícil entendimiento para la comunidad educativa, estas guías pueden ser utilizadas por todas las personas interesadas ya que son una herramienta de interpretación para los resultados obtenidos en los laboratorios.

Se espera que la metodología diseñada para el cálculo de incertidumbre de medición en los laboratorios de Física I y Física II, sea adoptada e implementada por los estudiantes y profesores que participen en el laboratorio de Física III, para dar continuidad a este proceso de aprendizaje, en el cual el estudiante estará en la capacidad de realizar el cálculo de incertidumbre de manera mecánica y conceptualmente aprendido, por lo cual en este punto de su formación académica los estudiantes tendrán la oportunidad de ampliar sus conocimientos respecto al cálculo de incertidumbres y todas las variables que éste implica.

Los autores

2011

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Diseñar, implementar y divulgar una metodología para que los estudiantes de los cursos de laboratorios de Física de la Universidad Tecnológica de Pereira, puedan estimar la incertidumbre de medición en los correspondientes experimentos de Física que así lo permitan.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar una revisión completa de la bibliografía correspondiente al tema de estimación de incertidumbre de medición.
- Diseñar una metodología didáctica de tal forma que los estudiantes de laboratorio de Física a nivel de pregrado estén en capacidad de estimar la incertidumbre de medición en los experimentos de Física.
- Realizar una clasificación de los experimentos de los laboratorios de Física a los cuales se les puede calcular la incertidumbre de medición.
- Implementar la metodología diseñada, mediante la aplicación en un conjunto de experimentos de los laboratorios de Física, seleccionados de manera adecuada.

- Elaborar una guía de laboratorio introductoria al cálculo de la incertidumbre de medición que este al nivel de los estudiantes de laboratorios de Física I.
- Elaborar una guía de laboratorio introductoria al cálculo de la incertidumbre de medición que este al nivel de los estudiantes de laboratorios de Física II.
- Presentar los resultados obtenidos en el informe final de trabajo de grado para optar al título de Ingenieras Físicas.

1. FUNDAMENTOS METROLÓGICOS

La metrología, como en la mayoría de las ciencias no es inalterable, cambios profundos comenzaron a presentarse en la segunda mitad del siglo XIX, cuando la industria y la ciencia se desarrollaban rápidamente y en particular, cuando la tecnología eléctrica y la construcción de instrumentos iniciaban; las mediciones no eran más que una parte de los procesos de producción y del comercio, y se convirtieron en un poderoso medio para adquirir conocimiento, se volvieron una herramienta de la ciencia [1].

El papel de las mediciones se ha incrementado especialmente hoy en día, en conexión con el rápido desarrollo de la ciencia y la tecnología en el campo de los sistemas nuclear, espacial, electrónico, informático, etc.

El desarrollo de la ciencia y la tecnología, las relaciones entre las personas, y el comercio internacional han ocasionado que muchos países adopten las mismas unidades o cantidades físicas.

El paso más importante en esta dirección fue la firma de la Convención del Metro (Tratado del Metro, 1875). Éste acto tuvo un enorme significado no sólo con respecto a la unificación de las cantidades físicas y la diseminación del sistema métrico, sino además con relación a la unificación de las mediciones a lo largo del mundo. La Convención del Metro y las instituciones creadas por ésta -El Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), Bureau International de Pesas y Medidas (BIPM)- continúan su importante trabajo incluso hoy en día. En 1960, la Conferencia General adoptó el Sistema Internacional de unidades (SI). La mayoría de los países ahora usan este sistema [1].

1.1 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES SI

El Sistema Internacional de Unidades es un código aceptado a nivel mundial, para intercambio de información relacionado con las operaciones de medición, compuesto por un conjunto práctico y coherente de unidades de medida, aprobado por la Conferencia General de Pesas y Medidas en 1960 [2].

La aceptación del sistema internacional de unidades se debe al trabajo arduo de científicos, que después de muchos intentos despejaron el camino para una mejor difusión de la ciencia y de los adelantos tecnológicos, gracias a la adopción de convenciones alrededor de los sistemas de medición.

En Colombia la autoridad en estas materias la tiene el ICONTEC, que se fundamenta en las leyes, decretos y tratados internacionales sobre pesas y medidas adoptadas por el gobierno nacional; en especial en los decretos 1731 del 18 de septiembre de 1967 y 2416 del 9 de diciembre de 1971, en los cuales se adoptan como obligatorios en el territorio nacional el sistema métrico decimal, el decreto 3464 del 26 de diciembre de 1980, por el cual se adopta el SI como obligatorio en todas las cuestiones de metrología en el territorio nacional [2].

En nuestro país el Sistema Internacional se encuentra descrito en la norma técnica colombiana NTC 1000: Metrología, Sistema Internacional de Unidades. Esta es una norma oficial obligatoria.

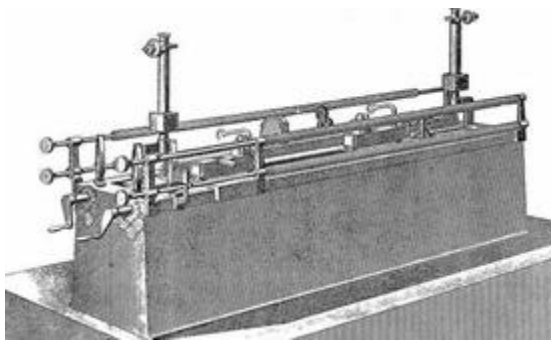
1.1.1 Unidades básicas: El Sistema Internacional se fundamenta en las siguientes siete unidades básicas:

Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Tabla 1.1 Unidades fundamentales.

Cada una de estas unidades tiene hoy una definición científica con el propósito de que sea totalmente invariante en el tiempo y el espacio a continuación se presenta las definiciones de las unidades básicas [2]:

Metro (m): “Es una distancia igual a 1 650 763.73 veces la longitud de onda de la luz anaranjada emitida en el vacío por un átomo de kriptón-86 al realizar una transición entre los niveles $2p_{10}$ y $5d_5$ (1960)”.



a. Prototipo Michelson en 1882



b. Prototipo de la BIPM

Figura 1. 1 Prototipo del metro.

Kilogramo (kg): “Es la masa del prototipo internacional del kilogramo, que se halla en el archivo nacional en Sévres, Francia. Este prototipo es una aleación de platino y 20% de iridio (1889, 1901)”.



Figura 1. 2 Prototipos internacionales del kilogramo en la BIPM, Francia.

Nota: En la Figura de la izquierda se muestra el patrón internacional, en la Figura del medio el patrón viajero y en la Figura de la derecha las seis replicas junto con el patrón internacional.

Segundo (s): “Es un intervalo de tiempo igual a 9 192 631 770 veces el período de oscilaciones de la onda de radiación emitida por el átomo de cesio-133 al realizar una transición entre los dos niveles de estructura hiperfina del estado base (1967)”.

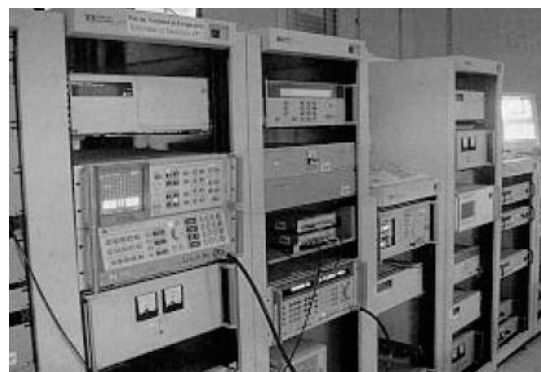


Figura 1. 3 Laboratorio de relojes atómicos del CENAM, México.

Ampere (A): “Es la intensidad de corriente eléctrica, continua requerida para que dos alambres conductores (rectilíneos, paralelos, de longitud infinita, de muy pequeñas secciones transversales y colocadas en el vacío), separados a una distancia mutua de un metro, ejerzan entre sí una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$.N por cada metro de longitud (1948)”.



Figura 1. 4 Efecto Josephson. Laboratorio Patrón de Tensión, CENAM, México.

Kelvin (K): “Es la temperatura igual a $1/273.16$ veces la temperatura termodinámica a la cual está el punto triple del agua (1967). El punto triple del agua está a 273.17 K, y es la única temperatura a la cual coexisten los tres estados del agua, líquido, sólido y gaseoso”.

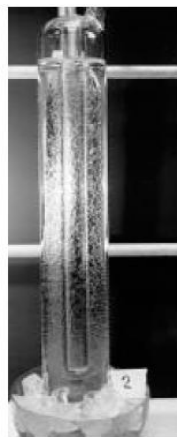


Figura 1. 5 Celda del punto triple del agua.

Mol (mol): “Es la cantidad de sustancia que contiene igual número de átomos (o moléculas, iones, electrones u otros elementos estructurales) que 0.012 kg de carbono-12 (1971). En biología molecular a un mole de luz ($6.023 \cdot 10^{23}$ fotones); se le denomina un Einstein”.

Candela (cd): “Es la intensidad de la luz que sale de un cuerpo negro de área igual a $1/600\,000 \text{ m}^2$ en dirección perpendicular, calentado a una temperatura igual a la temperatura a la cual se solidifica el platino cuando está sometido a una presión de 101 325 Pa, que es 2046.6 K (1967)”.

1.1.2 Unidades derivadas: Las unidades derivadas se expresan algebraicamente en términos de unidades básicas. Algunas unidades derivadas poseen nombres y símbolos especiales.

Ejemplos: hertz (Hz), ohm (Ω), newton (N), farad (F), volt (V), joule (J).

1.2 HISTORIA DE LA METROLOGÍA

La metrología, al igual que hoy, ha formado parte de la vida diaria de los pueblos, antes del Sistema Métrico Decimal, los humanos no tenían otra opción que utilizar, su propio cuerpo para contabilizar e intercambiar productos, así aparece el pie, casi siempre apoyado sobre la tierra, como unidad de medida útil para medir pequeñas parcelas del orden de la cantidad de suelo que uno necesita, por ejemplo, para hacerse una choza [3].

También aparece el codo, útil para medir piezas de tela u otros objetos que se pueden colocar a la altura del brazo, en un mostrador o similar.

Después aparece el paso, útil para medir terrenos más grandes caminando por las lindes.

Para medidas más pequeñas de objetos delicados aparece la palma y para menores longitudes el dedo, pero hay un dedo más grueso que los demás, el pulgar, el cual puede incluirse en el anterior sistema [4].

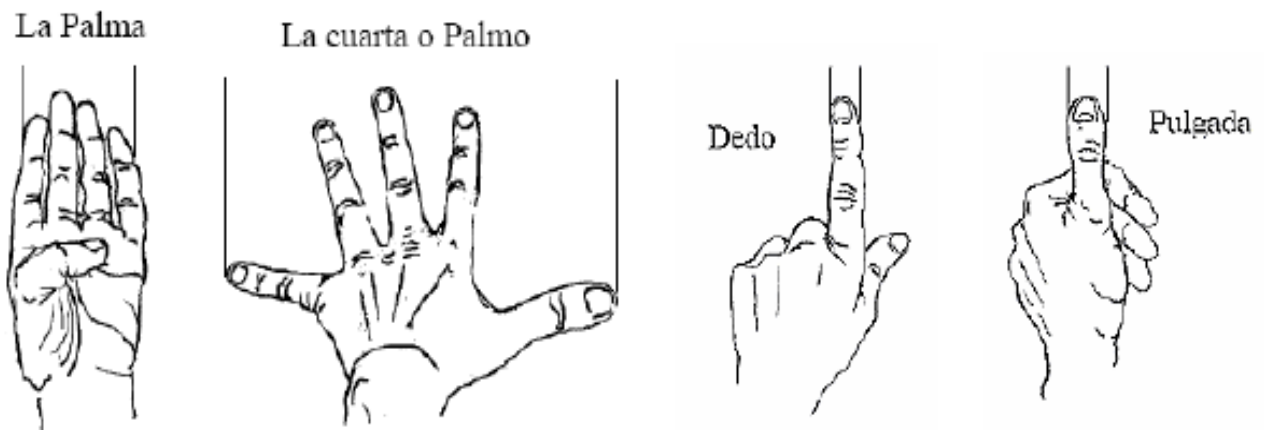


Figura 1. 6 Ilustración de la palma, cuarta, dedo y pulgada.

Al necesitarse una correspondencia entre unas unidades y otras, aparecen las primeras equivalencias: una palma tiene cuatro dedos; un pie tiene cuatro palmas; un codo ordinario tiene un pie y medio, esto es, 6 palmas; y si a ese codo se le añade un pie más, tenemos medio paso que es igual a dos pies y medio, o diez palmas; y por fin el paso que es la distancia entre dos apoyos del mismo pie al caminar.

Así que una vez decidido cuánto mide un pie, o un codo, todas las demás medidas se obtienen a partir de él, con lo cual puede hacerse un primer esbozo de un sistema antropométrico coherente [1].

	Dedo	Pulgada	Palma	Pie	Codo	Vara
Línea	1/9	1/12				
Grano	1/4	3/16				
Dedo		3/4				
Pulgada	4/3			1/12		
Palma	4	3		1/4		
Cuarto o Palmo	12		3	3/4		1/4
Pie	16	12	4			
Codo	24		6	1,5		
Grado	40		10	2,5	5/3	
Vara	48		12	3	2	
Paso	80		20	5	10/3	
Braza	96		24	6	4	

Tabla 1.2 Sistema de equivalencias entre las primeras unidades de medida.

Cada una de estas medidas, además, se corresponde con un gesto humano característico. Así, la braza es la altura del cuerpo humano, pero se forma al poner los brazos en cruz con las puntas de los dedos estiradas; y la vara, al doblar los brazos, es lo que mide el hombre de codo a codo.

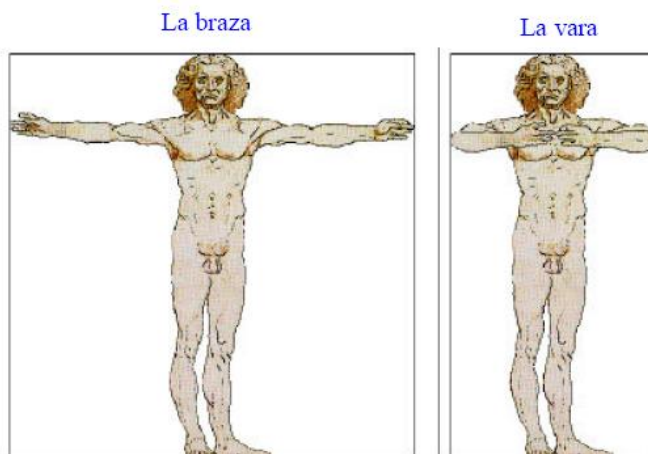


Figura 1. 7 Ilustración de la braza y la vara.

Hasta el Renacimiento, la mayor parte de la información existente sobre metrología se refiere a su aplicación en las transacciones comerciales y en las exigencias de impuestos, solo a partir del Renacimiento se hace visible la distinción entre metrología científica y otras actividades metrológicas, que podríamos denominar “de aplicación” [4].

Un hecho que parece claro es la aceptación del nacimiento de la ciencia, entendida en el mismo sentido que hoy día, en la ciudad griega de Mileto, en el siglo VI a.c. y, posteriormente, en la Alejandría de los Ptolomeos, hacia el año 250 a.c., nacida de una necesidad puramente práctica: la medición de largas distancias, basándose en la semejanza de triángulos, según Tales, ha permitido el levantamiento de planos por triangulación hasta nuestros días.

Son innumerables los ejemplos de la contribución griega a la historia del pensamiento científico y de la metrología en particular, no solo debidos a ellos mismos sino al rescate de conocimientos anteriores derivados de los egipcios, haciendo entendible lo que hasta entonces era confuso, puede decirse que los Griegos realizaron el estudio sistemático de lo conocido hasta entonces, estableciendo un nuevo espíritu que se mantendría posteriormente con Pericles, Alejandro Magno, Roma, etc. hasta nuestros días, pasando por nuevos impulsos más recientes obtenidos sucesivamente en dos épocas claves, el Renacimiento y la Revolución Francesa, las cuales destacan curiosamente por haberse producido en ellas un nuevo acercamiento al “espíritu” griego.

Puede obtenerse la conclusión no errónea, de que las épocas de avance de la ciencia coinciden con una vuelta al espíritu griego o helenístico; es decir, a esa forma única de entender el pensamiento y el método para progresar en los estudios.

Antes del Renacimiento, el Imperio Bizantino jugó también un papel importante, por ser su metrología el germen de los módulos árabes posteriores. Todos los módulos empleados por Bizancio derivan de los griegos y de las aportaciones romanas posteriores, éstas “helenizadas”, conduciendo a nombres griegos en su totalidad, posteriormente entre el final del siglo XV y el XVIII, se consiguieron importantes avances en la astronomía, la geodesia y la medida del tiempo.

La aparición de nuevas ideas marca para siempre el devenir de la ciencia en los países desarrollados, la metrología acompaña y precede en muchos casos a los avances científicos. Todo esto tiene lugar cuando se establece con firmeza la superioridad del método experimental frente a la especulación, a partir de esta idea los científicos exigen ya instrumentos cada vez más perfectos, pudiendo ser considerados como metrólogos aquellos que fueron capaces de construirlos por sí mismos.

1.2.1 Metrología en Colombia

Actualmente la Metrología legal en Colombia es controlada y desarrollada por la Superintendencia de Industria y Comercio (SIC), de la cual depende el Centro de Control de Calidad y Metrología (CCCM). La SIC a su vez, está afiliada al Ministerio de Desarrollo Económico, que ha liderado el desarrollo de la metrología en el país a través de los años [1].

Para narrar un poco acerca de la historia de la metrología en el país, se puede decir que la metrología legal en Colombia empieza con la adopción del sistema decimal francés en el año de 1853.

La *Ley No.33 de 1905* de nuevo abarca la obligación de aplicar el sistema decimal francés y define las unidades de base. Los departamentos deben distribuir los

patrones (1 m y 1/2 kg) a los municipios. Por primera vez, la vigilancia de pesas y medidas es encargada a los municipios. Este encargo se repite en un gran número de decretos y resoluciones posteriores, las tareas son encomendadas no solamente al alcalde sino también a la policía.

En la *Resolución No.5 de 1920* se exige del Concejo Municipal de Santafé de Bogotá D.C., el establecimiento de una autoridad de verificación “eficiente” basándose en que la autoridad de verificación existente (“almotacén” en su organización actual) no permite la vigilancia eficaz de pesas y medidas. Esta resolución entró en vigor el 30 de Enero de 1920 y abarcaba la condición de que todos los instrumentos de medición y todas las pesas deberían ser marcados hasta el 10 de Febrero del mismo año, con el sello de verificación de la autoridad competente.

El documento más voluminoso y progresivo, redactado en relación con el sistema de verificación (32 páginas) es el *Decreto No.956 de mayo de 1931*. Se puede decir que es el precursor de una ordenanza de verificación como no hay otro igual en los documentos redactados más tarde. Entre otras cosas, este decreto define errores máximos permitidos en el momento de la verificación y errores máximos permitidos en servicio, prescripciones sobre marcas de verificación y precintos. Adicionalmente da especificaciones e instrucciones detalladas para la instalación y el uso de los instrumentos utilizados para medición de:

- Longitud (reglas graduadas de madera o metal, cintas métricas)
- Volumen (copas graduadas, botellas, recipientes, galones)
- Masa (se especifican 8 diferentes tipos de balanzas, entre ellos también balanzas mecánicas con indicación del precio, pesa, contrapesas, pesas fina y pesas de quilates).

En el período siguiente, hasta el año de 1970 poco más o menos, las especificaciones del *Decreto No.956 de 1931* fueron repetidas en otras disposiciones legales [4].

Decretos y resoluciones que definen, aplican y modifican las funciones y actividades de la Superintendencia de Industria y Comercio, han sido aprobados desde 1968 el año de la creación de esta Superintendencia.

En 1969 nació la idea de crear un servicio de metrología, el que se definió en 1972 con la cooperación de diferentes instituciones gubernamentales; sin embargo, algunas reglamentaciones impidieron que se hiciera efectivo tal servicio.

El Gobierno, por medio del *Decreto No.149 de 1976*, crea el Centro de Control de Calidad y Metrología (CCCM), al cual son asignadas otras funciones en el curso de los años. En los años siguientes, la Superintendencia a través del CCCM y en desarrollo del Convenio de Cooperación Técnica con la República Federal de Alemania (PTB), se convirtió el ente rector en el campo de la metrología.

En tres disposiciones (*Resolución No.2720* y *Decretos No.3466* y *No.1766*) se exige la elaboración de registros para fabricantes e importadores de instrumentos de medición y talleres de reparación para balanzas; también es exigido un registro que se refiere a la actitud para el uso y la calidad mínima de los productos, sin embargo no se consiguió realizar esta tarea sistemáticamente en todo el país.

Con la *Resolución No.131 de 1977*, el Superintendente de Industria y Comercio asigna funciones al Centro de Control de Calidad y Metrología, en ese mismo año, se inició la primera fase de estudio de necesidades metrológicas del país y de formación de los primeros profesionales especializados en el manejo de los equipos, contando para ello con la cooperación de la República Federal Alemana, en una segunda fase se realizó el montaje, la instalación e implementación de

dichos equipos, gracias a la asesoría de expertos alemanes quienes instalaron los patrones de medición de acuerdo a las Normas Internacionales.

La *Resolución No.237 de 1976* del Consejo Nacional de Normas y Calidades oficializó la norma "ICONTEC 1000: Sistema Internacional de Unidades (SI)". En el *Decreto No.3464 de 1980*, se adopta y se decreta como obligatorio el uso del Sistema Internacional de Unidades.

A partir de 1980 y hasta la fecha se ha notado una actividad legislativa intensificada, en el período mencionado fueron elaboradas un mayor número de Normas Técnicas en el campo de la metrología; esta mejora puede ser atribuida a la participación activa del Centro de Control de Calidad y Metrología y al desarrollo de conceptos de calidad a nivel industrial en esta época.

La reestructuración del Ministerio de Desarrollo Económico, incluye el establecimiento de una división central para asuntos de normalización, metrología y calidad es el tema de la *Ley 81 de 1988* y del *Decreto 2152 de 1992*. En el *Decreto 2153 de 1992* se establece la estructura orgánica de la SIC y se redefinen las funciones de la División de Metrología.

Disposiciones que se refieren a la metrología legal están bajo las palabras claves "pesas y medidas" contenidas en casi todas las reglamentaciones, tanto del gobierno central como de los departamentos y municipios. También existen reglamentos que se refieren a la protección de los consumidores y a los productos pre-empacados.

Para otros campos de la metrología legal, como por ejemplo:

- El control de los gases de escape de automóviles,
- taxímetros,

- surtidores de gasolina,
- cilindros de gas.

Existen normas legales de diferentes Ministerios, Departamentos y Municipios. La existencia de normas técnicas en metrología son importantes para el campo de la metrología legal, porque el Consejo Nacional de Normas y Calidades puede declararlas obligatorias. De conformidad con la reglamentación vigente, lo antes dicho es aplicable a las normas siguientes:

- El Sistema Internacional de unidades (SI).
- Materiales, productos y procedimientos que puedan perjudicar la salud o la seguridad de las personas.
- La protección del medio ambiente, el equilibrio ecológico y normas sobre la protección de las riquezas del subsuelo.

En el pasado diferentes autoridades competentes (SIC, INS, ICA) fueron responsables del control de cerca de 560 normas.

En el curso de la apertura económica y con base en las resoluciones No.002 de Abril de 1992, y No.003 de Julio de 1992, el Consejo declaró no obligatorias cerca de 360 normas oficiales.

Entre estas normas figuraban también la correspondiente al Sistema Internacional de Unidades y todas las normas sobre balanzas, pesas y contadores eléctricos pero en Julio de 1992, algunos párrafos de las normas que antes habían sido declaradas no obligatorias, fueron declarados obligatorios de nuevo con las resoluciones No.004 y No.030 del mismo año [4].

Sin embargo estas normas no incluyen las normas sobre balanzas, pesas y contadores eléctricos que son parte del campo de acción de la metrología legal,

esto sucede a pesar de la resolución No.002 del mismo año, donde el Consejo Nacional de Normas y Calidades había afirmado, explícitamente, que declararían obligatorias todas las normas que protegen los consumidores contra engaños.

Finalmente el Ministerio de Desarrollo Económico mediante el *Decreto No.2269 de Noviembre de 1993* organiza el Sistema Nacional de Normalización, Certificación y Metrología y deroga los decretos No.2746 y No.1746.

1.3 LA METROLOGÍA

La Metrología (del griego *μετρον* [*metron*], medida y *λογος* [*logos*], tratado o estudio) es la ciencia que aborda el estudio de las medidas, de los sistemas de unidades adoptados y de los instrumentos usados para efectuar e interpretar las mediciones. Esta ciencia Incluye aspectos teóricos y prácticos relacionados con las mediciones en todos los campos de la ciencia y de la tecnología, su objetivo principal es el de garantizar la confiabilidad en las mediciones.

La metrología es una ciencia en continua evolución y desarrollo; la mayoría de los avances tecnológicos en la actualidad se llevan a cabo muy de la mano con los progresos en el campo metrológico. A pesar de que la metrología no es muy conocida, está en contacto diario con todas las personas, desde actividades comunes y corrientes a las cuales no se les presta mucha atención como el uso del taxi como servicio de transporte, el consumo de energía eléctrica, agua potable y combustible; hasta aquellas de vital importancia, tales como la salud y el ambiente, por ejemplo: la medición de la presión arterial, la temperatura del cuerpo, los análisis de laboratorio, la fabricación de medicinas y hasta los desechos producidos por la industria.

Por otra parte, la metrología forma parte fundamental de lo que en los países industrializados se conoce como "Infraestructura Nacional de la Calidad", compuesta además por las actividades de: normalización, calibraciones, ensayos, certificación y acreditación, que a su vez son dependientes de las actividades metroológicas que aseguran la exactitud de las mediciones que se efectúan en las calibraciones y ensayos, cuyos resultados son la evidencia para las certificaciones.

Aunque la metrología puede clasificarse según el tipo de variable que se está midiendo y se han establecido áreas como: masas y balanzas, medidas eléctricas, temperatura entre otras, la clasificación más general de la metrología es de acuerdo a su campo de aplicación y se divide en: *metrología científica*, *metrología industrial* y *metrología legal*. Cada una de estas tres ramas tiene una función especial de apoyo a los diferentes sectores de la sociedad y se explican a continuación:

1.3.1 Metrología Científica: Esta rama está encargada de investigar continuamente el desarrollo de unidades de medición, patrones primarios, instrumentos, métodos y procedimientos. También se encarga de desarrollar tecnología de punta con el objeto de mejorar la exactitud en las medidas y encontrar nuevos patrones que representen de una manera superior las unidades del Sistema Internacional de Unidades (SI). Se ocupa, entre otras actividades como:

- Mantenimiento de patrones internacionales.
- Búsqueda de nuevos patrones que representen o materialicen de mejor manera las unidades de medición.
- Mejoramiento de la exactitud de las mediciones necesarias para los desarrollos científicos y tecnológicos.

1.3.2 Metrología Industrial: Comprende todas las actividades metrológicas que requiere la industria y el comercio para cumplir con calibraciones, trazabilidad, servicios y aseguramiento metrológico como soporte de sus sistemas de gestión de la calidad. De esta manera se intenta promover la competitividad a través de la constante mejora de las mediciones que inciden en la calidad del producto y así garantizar que es conforme con la normatividad. Debe ser ejercida por los gobiernos y entre sus campos de acción están:

- La calibración de los equipos de medición y prueba.
- La etapa de diseño de un producto o servicio.
- La inspección de materias primas, proceso y producto terminado.
- Durante el servicio técnico al producto.
- Durante las acciones de mantenimiento.
- Durante la prestación de un servicio.

1.3.3 Metrología Legal: Es el campo de la metrología encargada de ejercer el control metrológico sobre los instrumentos y métodos de medida para velar por su exactitud, contribuyendo a la protección de los consumidores, del medio ambiente y la prevención de fraudes. De acuerdo a lo anterior, la metrología legal es la que se encarga de verificar que lo indicado por el fabricante o el comerciante cumple con los requisitos técnicos y jurídicos que han sido establecidos y que garantizan la exactitud al consumidor final de los bienes o servicios ofrecidos. Se ocupa, entre otras actividades como:

- Verificación de pesas, balanzas y básculas.
- Verificación de cintas métricas.
- Verificación de surtidores de combustible.
- Verificación de productos pre - empacados.
- Control de escapes de gas de automóviles.

- Taxímetros.
- Contadores Eléctricos, de agua y de gas, etc.

1.4 VOCABULARIO INTERNACIONAL DE TÉRMINOS FUNDAMENTALES Y GENERALES DE METROLOGÍA

En la metrología como en cualquier otra ciencia, es tan importante obtener un buen resultado como expresarlo correctamente. Por esta razón es necesario conocer claramente el significado de los conceptos básicos que son empleados.

El Instituto Colombiano de Normas Técnicas, ICONTEC, adoptó en el año 1994 la norma NTC 2194: Metrología, Vocabulario de términos básicos y generales en metrología. Este documento está basado en la publicación técnica CNM-MMM-PT-001 (1996) del Centro Nacional de Metrología, CENAM, de México, el cual a su vez, se basa en otra norma de carácter internacional [2].

En las siguientes páginas se encontrarán los principales conceptos usados en actividades metrológicas.

Magnitud medible: Atributo de un fenómeno, cuerpo o sustancia que puede distinguir en forma cualitativa y determinar en forma cuantitativa.

- a. Magnitudes en sentido general: longitud, tiempo, masa, temperatura etc.
- b. Magnitudes particulares: longitud de una varilla dada, resistencia eléctrica de un espécimen determinado de alambre.

Sistema de magnitudes: Conjunto de magnitudes, en el sentido general, entre las cuales existen relaciones definidas.

Magnitud básica: Cada una de las magnitudes que, en un sistema de magnitudes, se aceptan por convención como funcionalmente independientes una respecto de otra, para clarificar en la mecánica, las magnitudes de longitud, masa y tiempo generalmente se toman como magnitudes básicas.

Magnitud derivada: En un sistema de magnitudes, es cada una de las magnitudes definida en función de las magnitudes básicas de ese sistema, de tal forma que en un sistema que tenga las magnitudes básicas de longitud, masa y tiempo, la velocidad es una magnitud derivada que se define como: longitud dividida por el tiempo.

Dimensión de una magnitud: Expresión que representa una magnitud en un sistema de magnitudes como el producto de los factores que representan las magnitudes básicas del sistema. Los factores que representan las magnitudes básicas, se llaman “dimensiones” de estas magnitudes básicas, por ejemplo en un sistema que tenga las magnitudes básicas de longitud, masa y tiempo, cuyas dimensiones se indican mediante L, M y T respectivamente, LMT^{-2} es la dimensión de la fuerza.

Unidad de medida: Una magnitud en particular, definida y adoptada por convención, con la cual se comparan otras magnitudes de la misma naturaleza, con el propósito de expresar sus cantidades en relación con esa magnitud. Las unidades de medida tienen nombres y símbolos asignados por convención.

Símbolo de una unidad de medida: Símbolo designado en forma convencional para una unidad de medida, como por ejemplo m es el símbolo para el metro y A es el símbolo para el ampere.

Sistema de unidades de medida: Conjunto de unidades básicas, junto con las unidades derivadas, definidas de acuerdo con las reglas dadas, para un sistema de magnitudes dado como lo es el Sistema Internacional de Unidades, SI.

Sistema Internacional de Unidades, SI: El sistema coherente de unidades adoptado y recomendado por la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM).

Unidad de medida básica: Unidad de medida de una magnitud básica en un sistema dado de magnitudes. En todo el sistema de unidades coherente hay sólo una unidad básica para cada magnitud básica.

Unidad de medida derivada: Unidad de medida de una magnitud derivada en un sistema de unidades.

Unidad de medida fuera de sistema: Unidad de medida que no pertenece a un sistema dado de unidades, por ejemplo el electronvoltio (aproximadamente $1,602 \times 10^{-19}$ J) es una unidad de energía fuera del sistema con respecto al SI.

Múltiplo de una unidad de medida: Unidad de medida más grande que se forma a partir de una unidad dada, de acuerdo con convenciones de escalonamiento, por ejemplo uno de los múltiplos decimales del metro es el kilómetro.

Submúltiplo de una unidad de medida: Unidad de medida más pequeña que se forma a partir de una unidad dada, de acuerdo con convenciones de escalonamiento, por ejemplo uno de los submúltiplos decimales del metro es el milímetro.

Valor de una magnitud: Cantidad de una magnitud en particular que se expresa como una unidad de medida multiplicada por un número. El valor de una magnitud puede ser positivo, negativo o cero y puede ser expresada en más de una forma.

Valor verdadero de una magnitud: Valor consistente con la definición de determinada magnitud en particular. Este es un valor que se obtendría por una medición perfecta. Los valores verdaderos son por naturaleza indeterminados.

Valor convencionalmente verdadero de una magnitud: Valor atribuido a una magnitud particular y reconocido, a veces por convención, como poseedor de una incertidumbre apropiada para un propósito dado. Con frecuencia se utiliza un gran número de resultados de mediciones para establecer un valor convencionalmente verdadero, un ejemplo de ello es el valor recomendado para la constante de Avogadro, $N_A: 6,0221367 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Valor numérico de una magnitud: Número que acompaña a una unidad de medida en el valor de una magnitud.

Medición: Conjunto de operaciones cuyo objeto es determinar un valor de una magnitud. Las operaciones se tienen que efectuar en forma automática.

Metrología: Ciencia de la Medición. La metrología incluye aspectos teóricos y prácticos relacionados con las mediciones, cualquiera que sea su incertidumbre y cualquiera que sea el campo de la ciencia o de la tecnología a la cual se aplique.

Principio de medición: Base científica de una medición, por ejemplo el efecto Doppler aplicado a la medición de la velocidad.

Método de medición: Secuencia lógica de las operaciones, descritas en forma genérica, que se utilizan al efectuar mediciones.

Procedimiento de medición: Conjunto de operaciones, descritas en forma específica, que se utilizan al efectuar mediciones particulares según un método dado.

Magnitud por medir: Magnitud particular sujeta a medición. La especificación de una magnitud por medir puede requerir indicaciones relativas a magnitudes tales como el tiempo, la temperatura y la presión.

Magnitud de influencia: Magnitud que no es la magnitud por medir, pero que incide en el resultado de la medición, como por ejemplo la temperatura de un micrómetro que se utiliza para medir la longitud, es una magnitud de influencia.

Señal de medida: Magnitud que representa a la magnitud por medir y que están funcionalmente relacionadas. La señal de entrada a un sistema de medición se puede llamar **estímulo**. La señal de salida se puede llamar **respuesta**.

EJEMPLOS.

- a. La señal eléctrica de salida de un transductor de presión.
- b. La frecuencia a partir de un convertidor de tensión a frecuencia.
- c. La fuerza electromotriz de una celda electroquímica de concentración, utilizada para medir una diferencia de concentración.

Valor transformado de una magnitud por medir: Valor de una señal de medida que representa a determinada magnitud por medir.

Resultado de una medición: Valor atribuido a una magnitud por medir, obtenido mediante medición. Cuando se dé un resultado, se debe aclarar si se refiere a:

- la indicación.

- el resultado no corregido.
- el resultado corregido.
- y si se han promediado varios valores.

Una expresión completa del resultado de una medición incluye información acerca de la incertidumbre de la medición.

Indicación de un instrumento de medición: Valor de una magnitud suministrado por un instrumento de medición. El valor que se lee en el dispositivo de medición se puede llamar **indicación directa**; ésta se multiplica por la constante del instrumento para obtener la indicación. La magnitud puede ser la magnitud por medir, una señal de medida, u otra magnitud utilizada al calcular el valor de la magnitud por medir. Para una medida materializada, la indicación es el valor que se le asigne.

Resultado no corregido: El resultado de una medición antes de la corrección por error sistemático.

Resultado corregido: Cercanía de una medición después de la corrección por error sistemático.

Exactitud de la medición: Cercanía del acuerdo entre el resultado de una medición y un valor verdadero de la magnitud por medir. El concepto de “exactitud” es cualitativo. No se debe usar el término **precisión** en vez de “exactitud”.

Repetibilidad de los resultados de las mediciones: Cercanía entre los resultados de mediciones sucesivas de la misma magnitud por medir, efectuadas en las mismas condiciones de medición. Estas condiciones se llaman **condiciones de repetibilidad** e incluyen:

- El mismo procedimiento de medición.

- El mismo observador.
- El mismo instrumento de medición utilizado en las mismas condiciones.
- El mismo lugar.
- Repetición dentro de un período de tiempo corto.

La repetibilidad se puede expresar en forma cuantitativa, en función de las características de dispersión de los resultados.

Reproducibilidad de los resultados de mediciones: Cercanía entre los resultados de las mediciones de la misma magnitud por medir, efectuada bajo condiciones de medición diferentes. Para que una expresión de la reproducibilidad sea válida, es necesario especificar las condiciones que cambian. Las condiciones que cambian pueden ser entre otras:

- El principio de medición.
- El método de medición.
- El observador.
- El instrumento de medición.
- El patrón de referencia.
- El lugar.
- Las condiciones de uso.
- El tiempo.

La reproducibilidad se puede expresar en forma cuantitativa, en función de las características de dispersión de los resultados. Los resultados considerados aquí son generalmente los resultados corregidos.

Desviación estándar experimental: Para una serie de n mediciones de la misma magnitud por medir, la cantidad σ que caracteriza a la dispersión de los resultados, y que está dada por la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (1.1)$$

Siendo x_i resultado de la medición enésima y siendo \bar{x} , la media aritmética de los n resultados considerados. La desviación estándar nos permite determinar, dónde están localizados los valores de una distribución de frecuencias con relación a la media, es decir que es la variación esperada con respecto a la media.

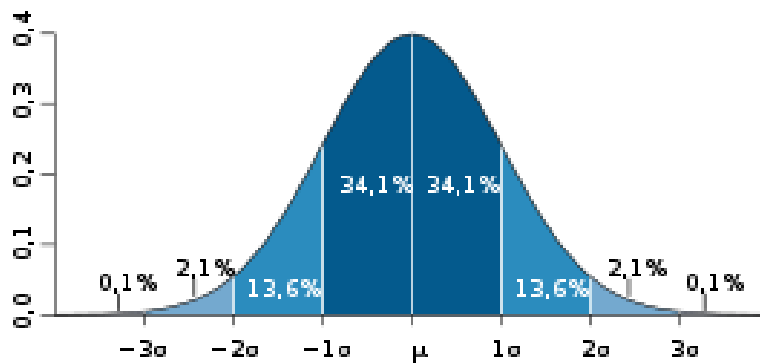


Figura 1. 8 Desviaciones estándar en una distribución normal.

Incertidumbre de la medición: La palabra "incertidumbre" significa duda, y por lo tanto, en un sentido más amplio "incertidumbre de medición" significa duda en la validez del resultado de una medición. La incertidumbre es el parámetro, asociado con el resultado de una medición, que caracteriza a la dispersión de los valores que en forma razonable se le podría atribuir a la magnitud por medir. La incertidumbre es un parámetro que indica la probabilidad que el resultado de una medición esté efectivamente dentro de ciertos límites alrededor de un valor medio (ver figura1.9)

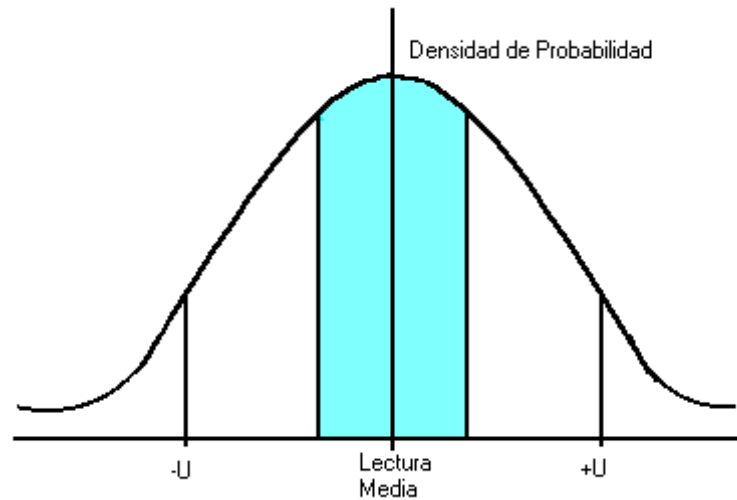


Figura 1. 9 Incertidumbre de medición.

Error de medición: Resultado de una medición menos un valor verdadero de la magnitud por medir. Puesto que no se puede determinar un valor verdadero, en la práctica se utiliza un valor convencionalmente verdadero. Cuando se necesita distinguir entre “error” y “error relativo”, el primero a veces se denomina **error absoluto de medición**. Este no se debe confundir con el **valor absoluto de error**, que es el módulo del error.

$$E = A_i - A_r \quad (1.2)$$

Donde:

A_i : es el valor medido

A_r : es el valor convencionalmente verdadero

Error relativo: Error de medición dividido por un valor verdadero de la magnitud por medir. Puesto que no se puede determinar un valor verdadero, en la práctica se utiliza un valor convencionalmente verdadero. Básicamente es la relación entre

el error absoluto (E), y el valor máximo de la escala (A_{max}). Por lo general este error se expresa en porcentaje.

$$\delta = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{A_{max}} \quad (1.3)$$

La formula anterior se utiliza para calcular el error relativo en el caso más general, es decir cuando la escala del instrumento de medida es uniforme, pero para los aparatos de medida cuya escala está **entre un valor distinto de cero y otro valor cualquiera** existe otra ecuación para calcular el error relativo. Para los aparatos de medida con **escala no uniforme** se tendrá otra ecuación para el cálculo del error relativo diferente a las anteriores. Por lo cual el cálculo del error relativo dependerá de la escala del instrumento de medida.

Error aleatorio: Resultado de una medición menos la media que resultaría a partir de un número infinito de mediciones de la misma magnitud por medir, efectuadas en condiciones de repetibilidad. Dado que únicamente es posible efectuar un número finito de mediciones, sólo se puede determinar una estimación del error aleatorio. El error aleatorio es igual al error menos el error sistemático.

$$E_{aleatorio} = A_i - \bar{A}_i \quad (1.4)$$

Error sistemático: Media que resultaría de un número infinito de mediciones de la misma magnitud por medir, efectuadas en condiciones de repetibilidad menos un valor verdadero de la magnitud por medir. Al igual que el error verdadero, no es posible conocer completamente el error sistemático y sus causas. El error sistemático es igual al error menos el error aleatorio.

$$E_{sistemático} = \bar{A}_i - A_r \quad (1.5)$$

Corrección: Valor agregado algebraicamente al resultado no corregido de una medición para compensar un error sistemático (valor verdadero menos el error medido). La corrección es igual al negativo del error sistemático estimado. Puesto que no se puede conocer perfectamente el error sistemático, la compensación no puede ser completa.

Factor de corrección: Factor numérico por el cual se multiplica el resultado no corregido de una medición, para compensar un error sistemático. Puesto que no se puede conocer perfectamente el error sistemático, la compensación no puede ser completa.

Mensurando: Es el atributo sujeto a medición de un fenómeno. Cuerpo o sustancia que puede ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.

Trazabilidad: La trazabilidad puede ser considerada “el pedigree de la medición”, ya que es una propiedad de la medición que permite que el resultado de esta sea relacionado con otros patrones nacionales e internacionales, mediante una cadena ininterrumpida. La cadena de trazabilidad debe comenzar con la medición realizada, mediante un instrumento particular, y finalizar en un patrón internacional, se conoce como cadena de trazabilidad a la cadena ininterrumpida de comparaciones. En otras palabras la trazabilidad es un proceso donde la indicación de un equipo de medición puede ser comparada, en una o más etapas con el patrón para la medición en cuestión.

Exactitud: La exactitud es un término cualitativo que se emplea para determinar que tan cercano se encuentra un valor a otro valor, considerado como referencia. Este término requiere de la existencia de una comparación por lo tanto es necesario decir, al emplear este término: A es más exacto que B. Cuando se habla de la exactitud del resultado de una medición es necesario efectuar un proceso de

comparación entre dos o más resultados, siendo el resultado más exacto aquel que posee la menor desviación del valor convencionalmente verdadero.

Repetibilidad: Este es un concepto que cuantifica la cercanía entre los resultados de una medición, puede ser una desviación estándar experimental u otra medida de tendencia. Se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza por un operador varias veces midiendo la misma pieza.

Para clarificar los conceptos de exactitud y repetibilidad se presenta el siguiente ejemplo:

Dos tiradores diferentes A y B disparan una serie de dardos a un blanco; el número de disparos por persona es igual, en la siguiente figura se muestran las marcas realizadas por ambos tiradores.

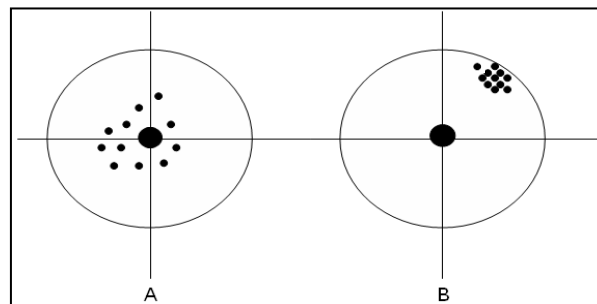


Figura 1. 10 Ilustración gráfica de exactitud y repetibilidad.

De la observación de la figura se deduce que las marcas de B están más cercanas entre sí que las de A, es decir que los disparos de B son más "repetibles" que los de A o, dicho de otras palabras, B es más "constante" que A. Sin embargo las marcas de A se encuentran más cerca del centro que las de B, es decir los disparos de A son más "exactos" que los disparos de B.

Para hablar de repetibilidad es necesario que las condiciones bajo las cuales se realiza la medición, o el disparo de las personas del ejemplo anterior, no cambien.

Calibración: La calibración es un proceso de comparación que se realiza entre los valores indicados por un instrumento de medición y los valores materializados por un patrón. El objeto de una calibración es determinar si el instrumento bajo prueba cumple o no con su clase de exactitud. Una vez finalizado un proceso de calibración es posible encontrar que un instrumento no cumple con las especificaciones de su clase de exactitud, siendo entonces necesaria la realización de un proceso de ajuste o reparación.

Ajuste: El ajuste es un proceso por medio del cual se ubica un instrumento en un estado de funcionamiento adecuado para su uso. Existen algunos ajustes que pueden ser realizados por el usuario de una manera rutinaria, un ejemplo de esto es el ajuste del cero en los instrumentos de medición analógicos.

Reproducibilidad: Si alguna de las condiciones de medición cambia se habla de reproducibilidad y no de repetibilidad; el cambio puede ocurrir en: El principio de medición, el método de medición, el observador, el instrumento de medición, el lugar, las condiciones de uso, etc. En general se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza varias veces, por diferentes operadores, midiendo la misma pieza.

Estabilidad: Variación obtenida cuando se utiliza un mismo instrumento o equipo, midiendo la misma parte en diferente momento.

Linealidad: Diferencia entre las exactitudes de los valores medidos a lo largo del intervalo de operación del equipo o instrumento.

1.5 MENSURANDO E INCERTIDUMBRE

Recordando entonces la definición del mensurando y de incertidumbre de medición. Tenemos

1.5.1 Incertidumbre estándar: Incertidumbre del resultado de una medición expresada como una desviación estándar. Esta se puede clasificar de la siguiente manera [5]:

- **Evaluación de Tipo A:** Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones.
- **Evaluación de Tipo B:** Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones.

En muchos casos la incertidumbre no se obtiene a partir de valores obtenidos en una serie de mediciones sino de informaciones preexistentes de diversa índole, decimos entonces que se trata de una incertidumbre tipo B.

1.5.2 Incertidumbre estándar combinada: Incertidumbre estándar del resultado de una medición, cuando ese resultado se obtiene a partir de los valores de otras

magnitudes de las cuales depende, que se calcula como la raíz cuadrada positiva de la suma de las varianzas y las covarianzas de esas magnitudes.

1.5.3 Incertidumbre expandida: Magnitud que define un intervalo alrededor del resultado de una medición, dentro del cual se espera encontrar con un alto nivel de confianza los valores que pudieran atribuirse razonablemente al mensurado.

1.5.4 Factor de cobertura: Factor numérico empleado como múltiplo de la incertidumbre estándar combinada con el objetivo de obtener la incertidumbre expandida. Los valores que usualmente toma este factor se encuentran entre 2 y 3.

1.5.5 Mejor capacidad de medición: Este concepto se emplea normalmente para describir la incertidumbre mínima que un laboratorio de calibración acreditado puede ofrecer en un determinado servicio de calibración prestado a sus clientes. Un laboratorio de calibración acreditado no puede reportar una incertidumbre menor que su **mejor capacidad de medición**.

1.6 EVALUACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES ESTÁNDAR

1.6.1 Evaluación Tipo A de la incertidumbre estándar: Para una magnitud de entrada X que varía aleatoriamente y que su valor se obtiene a partir de n observaciones repetidas, el mejor estimado \bar{x} es la media de las observaciones X_k que se obtiene de:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k \quad (1.6)$$

El mejor estimado de la incertidumbre estándar de Tipo A es la desviación estándar de la media (σ) de las observaciones.

$$U_{\bar{x}} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.7)$$

El número de observaciones n tiene que ser suficientemente grande ($n > 10$) para que la distribución de probabilidades de los valores observados sea un estimado confiable de la distribución de probabilidades de todos los posibles valores de la magnitud medida y por consiguiente, para que la media y la desviación estándar de la media sean estimados confiables del valor central y la variabilidad de la distribución de probabilidades de todos los posibles valores de la magnitud [6].

Cuando el número de observaciones n no es suficientemente grande se debe buscar otra forma de evaluación.

1.6.2 Evaluación Tipo B de la incertidumbre estándar: Cuando solamente se conoce un valor para la magnitud de entrada X , debe usarse ese valor como estimado x . La incertidumbre estándar u_x se evalúa a partir de la información que se tenga sobre la variabilidad de los posibles valores de la magnitud.

Si el valor del estimado es proveniente de una fuente externa, por ejemplo el estimado x se toma de la especificación de un fabricante, de un certificado de calibración, un manual u otra fuente externa al procedimiento de medición y si su incertidumbre está reportada como un múltiplo de una desviación estándar, la incertidumbre estándar u_x del estimado puede tomarse igual al valor reportado dividido por el factor que multiplica a la desviación estándar. En el caso en que el valor de la incertidumbre del estimado no esté disponible la estimación se debe basar en la experiencia, asumiendo una distribución de probabilidades para los

posibles valores de la magnitud de entrada. En ese caso la desviación estándar de la distribución asumida puede tomarse como mejor estimado de la incertidumbre estándar.

Cuando se realiza una sola medición, el resultado individual se toma como valor estimado de la magnitud y la incertidumbre estándar se evalúa igualmente a partir de la información que se tenga sobre la variabilidad de los posibles valores de la magnitud.

Si la información de que se dispone acerca de la variabilidad de los posibles valores del estimado sólo permite estimar fronteras, o sea los límites inferior (a_-) y superior (a_+) del rango de variación, y se puede asumir que los límites del intervalo son simétricos con respecto a su valor central y la probabilidad de que x se encuentre fuera de ese intervalo es cero (**distribución rectangular**), entonces se puede asumir que [2]:

- el mejor estimado x de la magnitud X es el valor central del intervalo:

$$x = \frac{1}{2} (a_- + a_+) \quad (1.8)$$

- y el mejor estimado de la incertidumbre estándar se calcula por la expresión:

$$U_x = \frac{(a_- + a_+)}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad (1.9)$$

- Como los límites son simétricos, la expresión queda de la forma:

$$U_x = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1.10)$$

En muchos casos es más cercano a la realidad esperar que los valores cerca de los límites sean menos probables que los valores alrededor del valor central. En esos casos es más razonable asumir una **distribución triangular** en lugar de una rectangular. Para la distribución triangular la esperanza de X se calcula de la misma forma que para la rectangular, pero la desviación estándar se calcula mediante la expresión:

$$S_x = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (1.11)$$

Se pueden resumir los casos en que se puede presentar una incertidumbre estándar Tipo B y su forma de hallarla, de la manera siguiente [7]:

CASO 1. Si la incertidumbre de un valor x se obtiene a partir de la especificación de un fabricante, o de un certificado de calibración, un manual u otra fuente externa al procedimiento de medición en que se indique que este es un múltiplo de la desviación estándar, U_x se obtiene simplemente de dividir la incertidumbre dada entre el factor multiplicativo.

CASO 2. La especificación de incertidumbre de un elemento de medición se indica respecto de un nivel de confianza (90%, 95%, 99%, etc.) se puede asumir, (salvo indicación contraria), que esta ha sido estimada en base a una distribución normal, por lo tanto podemos hallar la incertidumbre estándar dividiendo por el factor de STUDENT (t) correspondiente:

$$U(x_i) = \frac{U(x_i)}{t} \quad (1.12)$$

CASO 3. La especificación de incertidumbre no es explícita sino que se da un límite máximo para el error del instrumento. Esto implica que el comportamiento del instrumento tiene características de una distribución tipo rectangular o

uniforme dentro de unos límites establecidos. Para este tipo de distribución, la incertidumbre estándar se estima así:

$$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (1.13)$$

CASO 4. Incertidumbre asociada a la resolución de la indicación de un instrumento de medición. La incertidumbre básica asociada a este problema se puede obtener considerando que la información que se pueda contener en la porción menos significativa de la indicación de un instrumento, tiene una función de distribución tipo rectangular. En el caso de una indicación digital, la incertidumbre básica corresponde a la sensibilidad del dígito menos significativo, dividido entre dos, y dividida entre la raíz cuadrada de tres:

$$ANALOGOS \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{\sqrt{3}} \quad (1.14)$$

$$DIGITALES \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{2\sqrt{3}} \quad (1.15)$$

1.7 INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR COMBINADA

La incertidumbre estándar combinada (u_c) o incertidumbre total del resultado de una medición o magnitud de salida se obtiene combinando apropiadamente las incertidumbres estándar de los estimados de las magnitudes de entrada.

La función que relaciona la incertidumbre estándar combinada de la magnitud de salida con las incertidumbres estándar de las magnitudes de entrada se deriva de la Ley de la Propagación de Incertidumbres.

1.7.1 Ley de propagación de las incertidumbres: Como se ha indicado antes la magnitud de salida Y se puede determinar a partir de los valores medidos o determinados de las magnitudes de entrada X_1, X_2, \dots, X_n a través de la relación funcional de la siguiente forma [6]:

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.16)$$

La función f no sólo expresa una ley física sino también un proceso de medición y por eso debe contener a todas las magnitudes que contribuyen significativamente a la incertidumbre del resultado de la medición. La relación funcional entre los estimados de las magnitudes de entrada y salida se escribe de la misma forma:

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.17)$$

Desarrollando la función f en una serie de Taylor de primer orden alrededor de los estimados de las magnitudes de entrada, se puede obtener la ecuación que relaciona a las pequeñas desviaciones de los valores de la magnitud de salida Y alrededor del estimado y producidas por pequeñas variaciones de los valores de las magnitudes de entrada X_i alrededor de sus estimados x_i , que se escribe de la forma:

$$Y - y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (X_i - x_i) \quad (1.18)$$

La expresión presupone que todos los términos de la serie de orden superior son despreciables con respecto a los términos de primer orden. Las derivadas parciales se conocen como coeficientes de sensibilidad y generalmente se denotan de forma abreviada como c_i . El cuadrado de la desviación se escribe entonces de la forma:

$$(Y - y)^2 = \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (X_i - x_i) \right]^2 \quad (1.19)$$

Y da como resultado la expresión siguiente:

$$(Y - y)^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 (X_i - x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} (X_i - x_i)(X_j - x_j) \quad (1.20)$$

Como la esperanza de la desviación cuadrática es la varianza, y como ya sabemos que es también el cuadrado de la incertidumbre estándar, la expresión puede escribirse en la forma:

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(x_i x_j) \quad (1.21)$$

Donde $u(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ es la covarianza, que estima la correlación entre las magnitudes de entrada. Esta última expresión se denomina “Ley general de la propagación de las incertidumbres”.

1.7.2 Magnitudes de entrada no correlacionadas: Cuando las magnitudes de entrada son no correlacionadas las covarianzas son cero y la incertidumbre estándar combinada se calcula sólo a partir de las varianzas a través de la expresión siguiente [7]:

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) \quad (1.22)$$

1.7.3 Magnitudes de entrada correlacionadas: A menudo los resultados de mediciones de dos magnitudes de entrada están ligados, ya sea porque existe una

tercera magnitud que influye sobre ambas, porque se usa el mismo instrumento para medir o el mismo patrón para calibrar, o por alguna otra razón.

Cuando las magnitudes de entrada son correlacionadas la expresión para calcular la incertidumbre estándar combinada tiene en cuenta la correlación. La incertidumbre estándar combinada se calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza que se calcula a su vez a partir de la expresión siguiente:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot U(x_i x_j)} \quad (1.23)$$

Donde x_i y x_j son los estimados de las correspondientes magnitudes de entrada y $u(x_i, x_j)$ es el estimado de la covarianza.

La covarianza de dos magnitudes de entrada puede considerarse cero si [6]:

- Son independientes.
- Pueden considerarse aproximadamente independientes.
- alguna de ellas puede considerarse constante.
- No se conoce nada acerca de la correlación

En la práctica es muy usual que las magnitudes de entrada sean correlacionadas, por ejemplo, porque en la estimación de sus valores se usa el mismo patrón o dato de referencia, el mismo instrumento de medición, o el mismo método de medición. Eso quiere decir que si se tienen dos magnitudes de entrada cuyos estimados dependen de un conjunto de variables independientes (q_i y r_i) a través de dos funciones dadas f y g la covarianza de los estimados tiene un valor desigual de cero sólo si ambos dependen de una misma variable, o sea si alguna de las q_i coincide con alguna de las r_i . Si los estimados de las magnitudes de entrada se

obtienen a partir de n observaciones repetidas el estimado de la covarianza de las dos medias aritméticas está dado por:

$$U(\bar{q}, \bar{r}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})(r_k - \bar{r}) \quad (1.24)$$

Siempre que sea posible las covarianzas deben ser evaluadas experimentalmente variando las magnitudes de entrada correlacionadas.

En ocasiones en la práctica es conveniente emplear el coeficiente de correlación y las varianzas de las magnitudes de entrada correlacionadas en lugar de las covarianzas. En ese caso la ley de propagación de las incertidumbres toma la forma siguiente:

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot U(x_i)U(x_j)r(x_i, x_j) \quad (1.25)$$

Ya que el estimado del coeficiente de correlación está determinado por la expresión:

$$r(x_i, x_j) = \frac{U(x_i, x_j)}{U(x_i)U(x_j)} \quad (1.26)$$

Un valor de $r = 0$ indica independencia. Los valores de $r = +1$ o -1 indican dependencia total entre las dos variables. Si $r = 0$ (independencia), la ecuación anterior se transforma en la siguiente:

$$U_c(y) = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 U^2(x_i) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.27)$$

1.8 INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

Aunque la incertidumbre estándar combinada puede utilizarse para expresar la incertidumbre del resultado de una medición en algunas aplicaciones comerciales, industriales y regulatorias es necesario ofrecer una medida de la incertidumbre que represente a un intervalo alrededor del resultado de la medición dentro del cual puedan encontrarse los valores que razonablemente pueden ser atribuidos al mensurado con un alto nivel de confianza.

El resultado de la medición se expresa por tanto de la forma $Y = y \pm U$ que se interpreta como que y es el mejor estimado del valor atribuible al mensurado Y , y que el intervalo definido por $y - U$; $y + U$ contiene a los valores que pueden atribuirse razonablemente a Y con un alto nivel de confianza P .

Esa medida de la incertidumbre se denomina **incertidumbre expandida (U)** que se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (k) llamado **factor de cobertura** [7]:

$$U = k \cdot U_c \quad (1.28)$$

1.8.1 Elección del factor de cobertura

El factor de cobertura se selecciona sobre la base del **nivel de confianza** que se desea asociar al **intervalo de confianza** $y - U$; $y + U$. En la calibración de los instrumentos de medición generalmente se recomienda el valor convencional $k=2$, que corresponde a un nivel de confianza aproximado del 95 % [7].

Estimar el factor de cobertura significa considerar la incertidumbre de $u_c(y)$, es decir, cuan bien $u_c(y)$ estima la variabilidad asociada al resultado de la medición.

Para ello hay que partir del conocimiento que se tenga de la distribución de probabilidades que describe la magnitud de salida.

Si las distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada de las cuales depende la magnitud de salida son conocidas y si la función que las relaciona es una función lineal, la distribución de probabilidades de la magnitud de salida se puede obtener mediante la convolución de las distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada. El valor del factor de cobertura se determina entonces a partir de la distribución convolucionada resultante.

Como lo anterior generalmente no se cumple y además el proceso de convolución es complejo (raramente se aplica cuando se estiman intervalos de confianza), en la práctica se aplica el **Teorema del Límite Central** que establece que la distribución de los valores de la magnitud de salida puede ser considerada aproximadamente como una distribución normal si su varianza $\sigma^2(\mathbf{y})$ es mucho mayor que cualquiera de las contribuciones individuales $c_i^2 \sigma^2(\mathbf{x}_i)$ de las magnitudes de entrada [8].

Una consecuencia práctica inmediata del Teorema del límite central es que cuando la incertidumbre combinada de un resultado de medición no está dominada por una de las componentes de incertidumbre estándar de las magnitudes de entrada, una buena aproximación para calcular la incertidumbre expandida $\mathbf{U}_p = k_p \mathbf{U}_c(\mathbf{y})$ que define un intervalo de confianza con un nivel de confianza p es asignar a k_p el valor que corresponde asumiendo una distribución normal [7].

Si la medición se encuentra en una situación tal que una de las contribuciones de incertidumbre presupuestadas puede identificarse como un término dominante, por ejemplo el término con subíndice 1, la incertidumbre estándar combinada asociada al resultado de la medición y puede escribirse como:

$$U_c(y) = \sqrt{U_1^2(y) + U_R^2(y)} \quad (1.29)$$

Se tiene:

$$U_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N U_i^2(y)} \quad (1.30)$$

Que denota la contribución total de incertidumbre de los términos no dominantes. Cuando la relación entre la contribución total de incertidumbre $u_R(y)$ de los términos no dominantes y la contribución de incertidumbre $u_1(y)$ del término dominante es menor que 0,3, la ecuación anterior puede aproximarse como:

$$U_c(y) \cong U_1(y) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{U_R(y)}{U_1(y)} \right)^2 \right] \quad (1.31)$$

El error relativo de aproximación es menor que 1×10^{-3} . El máximo cambio relativo en la incertidumbre estándar combinada resultante desde el factor dentro de los paréntesis en la ecuación resultante no es mayor al 5%. Este valor está dentro de la tolerancia aceptada para el redondeo matemático de valores de incertidumbre.

Bajo estas suposiciones la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando es esencialmente idéntica a la distribución resultante a partir de la contribución dominante conocida. De esta densidad de distribución $\varphi(y)$, el nivel de confianza p puede estar determinado por cualquier valor de la incertidumbre expandida U por la relación integral:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (1.32)$$

Invirtiendo esta relación para un nivel de confianza dado, resulta en la relación entre la incertidumbre de medición expandida y el nivel de confianza $U = U(p)$ para la densidad de distribución dada $\varphi(y)$. Usando esta relación, el factor de cobertura puede expresarse finalmente como:

$$k(p) = \frac{U(p)}{U_c(y)} \quad (1.33)$$

1.8.2 Evaluación de la incertidumbre expandida

Resumiendo, si la función de distribución de probabilidad del mensurando “y” es normal, de manera rigurosa la incertidumbre expandida se calcula de acuerdo a:

$$U = U_c \cdot t_p(v_{ef}) \quad (1.34)$$

Donde $t_p(v_{ef})$ es el factor derivado de la distribución t de Student a un nivel de confianza p y v_{ef} grados de libertad .

Para obtener una mejor aproximación en la definición de los intervalos de confianza en lugar de emplearse la distribución normal se requiere emplear la distribución de Student y el factor de cobertura k_p entonces se determina a partir del coeficiente t de Student evaluado en el número de grados de libertad efectivos del estimado de salida, o sea, $k_p = t(V_{ef})$. Lo anterior es una consecuencia de que para la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$ la medida de la incertidumbre es el número de **grados de libertad efectivos** (V_{ef}) del estimado de salida y que en buena aproximación se obtiene combinando los grados de libertad de los estimados x_i de las X_i magnitudes de entrada. Esa combinación se obtiene a través de la llamada fórmula de Welch-Satterthwaite que tiene la forma siguiente:

$$v_{ef} = \frac{U_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 U^4(x_i)}{v_i}} \quad (1.35)$$

1.8.3 Teorema del límite central

En la práctica, la mayoría de los experimentos de medición tienen características que los aproximan fácilmente a una condición de normalidad. De acuerdo al *Teorema del Límite Central*, para que la distribución de probabilidad de un resultado de medición tienda al modelo normal se requiere [8]:

- a) Que la relación funcional f que define al mensurando Y sea una función lineal de otras magnitudes;
- b) Que la distribución de probabilidad de las magnitudes que definen al mensurando Y sea del tipo normal.
- c) También se puede aceptar que la distribución de probabilidad de algunas magnitudes de definición sea rectangular sólo si éstas últimas son en número menor que las del tipo normal, y si la desviación estándar experimental del proceso de medición se estima a partir de un conjunto grande de observaciones. Sin embargo, aún cuando la distribución de probabilidad de las magnitudes de definición no sea normal, el Teorema del Límite Central permite aproximar la distribución de probabilidad del mensurando Y por una distribución normal.

Si una variable Y se puede expresar como $Y = \sum c_i X_i$, y toda función X_i se puede caracterizar mediante una distribución de probabilidad normal, entonces Y estará también caracterizada por una distribución normal. Ahora, cuando algunas de las X_i no se pueden caracterizar mediante una distribución normal, la función Y podrá ser también caracterizada por una distribución aproximadamente normal en virtud del Teorema del Límite Central: “*La distribución de Y es aproximadamente normal*”

con un valor esperado $\varepsilon(Y) = \zeta \cdot \varepsilon(X_i)$ y varianza $(Y) = \sum \zeta_i^2 \sigma^2(X_i)$ donde $\varepsilon(X_i)$ y $\sigma^2(X_i)$ son el valor esperado de X_i y su varianza respectivamente, siempre y cuando los X_i sean independientes y $\sigma^2(Y)$ sea mucho mayor que cualquier componente $\zeta_i^2 \sigma^2(X_i)$ de una función X_i no caracterizada por una distribución normal".

La importancia de este teorema radica en que es el soporte de la combinación de diferentes magnitudes de entrada caracterizadas con distintas distribuciones de probabilidad para conformar la función de la magnitud (Y) de interés, caracterizada por una distribución aproximadamente normal, y poder obtener así, su incertidumbre estándar compuesta junto con su número efectivo de grados de libertad (v_{ef}).

De este teorema se puede deducir que la distribución de probabilidad de la variable Y estará más próxima a una distribución normal cuanto mayor sea el número de componentes X_i y cuanto más cercanos sean entre sí los valores de los $\zeta_i^2 \sigma^2(X_i)$. Por otro lado, se necesitarán menos funciones X_i cuanto más próximas de la normal sean sus respectivas distribuciones.

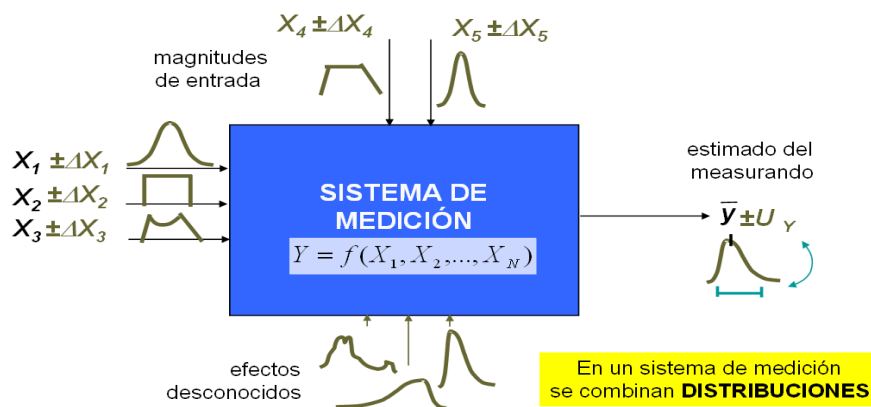


Figura 1. 11 Mediciones en el mundo real.

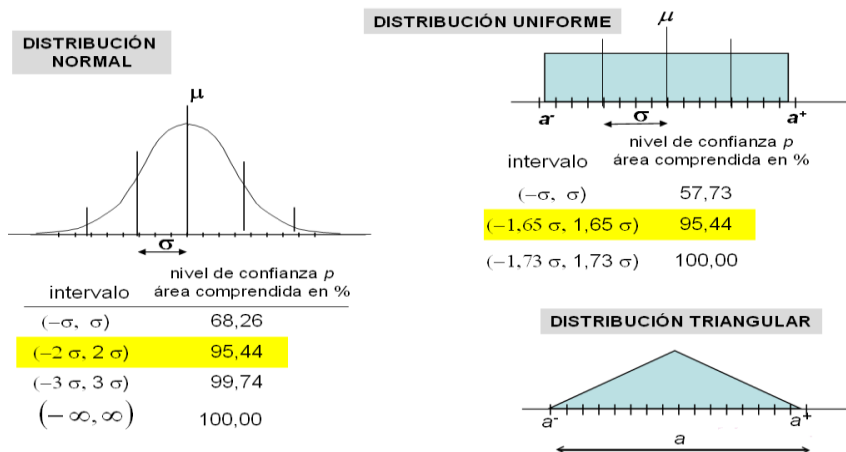


Figura 1. 12 Distribuciones frecuentes.

1.8.4 Criterio para la aplicación del Teorema del Límite Central

Si la medición se encuentra en una situación tal que una de las contribuciones de incertidumbre presupuestadas puede identificarse como un término dominante, la incertidumbre estándar combinada asociada al resultado de la medición y puede escribirse como:

$$U_c(y) = \sqrt{U_1^2(y) + U_R^2(y)} \quad (1.36)$$

Se tiene:

$$U_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N U_i^2(y)} \quad (1.37)$$

Que denota la contribución total de incertidumbre de los términos no dominantes. Cuando la relación entre la contribución total de incertidumbre $u_R(y)$ de los

términos no dominantes y la contribución de incertidumbre $u_1(y)$ del término dominante es menor que 0,3, la ecuación 1 puede aproximarse como:

$$U_c(y) \cong U_1(y) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{U_R(y)}{U_1(y)} \right)^2 \right] \quad (1.38)$$

El error relativo de aproximación es menor que 1×10^{-3} . El máximo cambio relativo en la incertidumbre estándar combinada resultante desde el factor dentro de los paréntesis en la ecuación anterior, no es mayor al 5%. Este valor está dentro de la tolerancia aceptada para el redondeo matemático de valores de incertidumbre.

Bajo estas suposiciones la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando es esencialmente idéntica a la distribución resultante a partir de la contribución dominante conocida. De esta densidad de distribución $\varphi(y)$, el nivel de confianza p puede estar determinado por cualquier valor de la incertidumbre expandida U por la relación integral:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (1.39)$$

Invirtiendo esta relación para un nivel de confianza dado, resulta en la relación entre la incertidumbre de medición expandida y el nivel de confianza $U = U(p)$ para la densidad de distribución dada $\varphi(y)$. Usando esta relación, el factor de cobertura puede expresarse finalmente como:

$$k(p) = \frac{U(p)}{U_c(y)} \quad (1.40)$$

2. DISEÑO DE LA PROPUESTA PARA LA ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN LOS LABORATORIOS DE FÍSICA

La metodología implementada en la realización de este proyecto se basa en la norma GTC 51 “Guía para la Expresión de Incertidumbre en Mediciones” [6].

Una medición es un proceso que tiene por objetivo determinar el valor de una magnitud particular, es decir el mensurando, siguiendo una serie de operaciones bien definidas. Sin embargo siempre que se realiza una medición inevitablemente se cometen errores debido a muchas causas, algunas pueden ser controladas y otras son incontroladas o inclusive desconocidas por lo cual al realizar una medición determinada, es indispensable comprender que ésta jamás será absolutamente exacta, es decir, el resultado de la medida no coincidirá exactamente con el valor verdadero del mensurando. Para expresar de manera correcta el resultado de una medición, es necesario calcular su respectiva incertidumbre asociada, puesto que el resultado de una medición no está completo si no se posee una declaración de la incertidumbre de la medición con un nivel de confianza determinado y no se debe confundir la incertidumbre de la medición como un término equivalente al error de la medición [9].

Al realizar mediciones de una magnitud física es obligatorio reportar el resultado de la medición con alguna indicación cuantitativa del resultado, con la finalidad de que el usuario pueda apreciar su confiabilidad.

La incertidumbre se calcula de forma distinta dependiendo de si el valor de la magnitud se obtiene por medio de una medida directa (directamente de un instrumento de medición) o de una medida indirecta (con la manipulación

matemática de una o varias medidas directas) por lo cual a continuación se define cada tipo de medición [10]:

Medidas directas: Una medida es directa cuando se obtiene observando directamente en un instrumento diseñado para medir magnitudes de la misma naturaleza. Por lo general las medidas directas son el caso más común al momento de hacerse una medición.

Medidas indirectas: Las medidas indirectas son aquellas que son el resultado de emplear una expresión matemática que implica operaciones con cantidades físicas que fueron medidas directamente.

Para el caso de medidas indirectas se expone un procedimiento que reúne los lineamientos más importantes para la adecuada expresión de la incertidumbre en las medidas. La incertidumbre de medidas indirectas proviene necesariamente de la incertidumbre obtenida por medio de las variables involucradas que se midieron por método directo. Contrario al caso de las medidas directas la determinación de incertidumbre en medidas indirectas es un proceso más complejo que puede llegar a involucrar aspectos de cálculo diferencial, debido a que es inevitable la presencia de correlaciones entre las variables de entrada.

A continuación se presentará paso a paso el procedimiento propuesto para la aplicación práctica del cálculo de incertidumbre de medición en la realización de medidas indirectas. Inicialmente se describen de manera general los pasos de la metodología propuesta en el artículo “Diseño de un procedimiento para el cálculo de incertidumbre en mediciones indirectas” mediante varias secciones del diagrama de flujo (ver figuras 2.1, 2.2 y 2.3) [7].

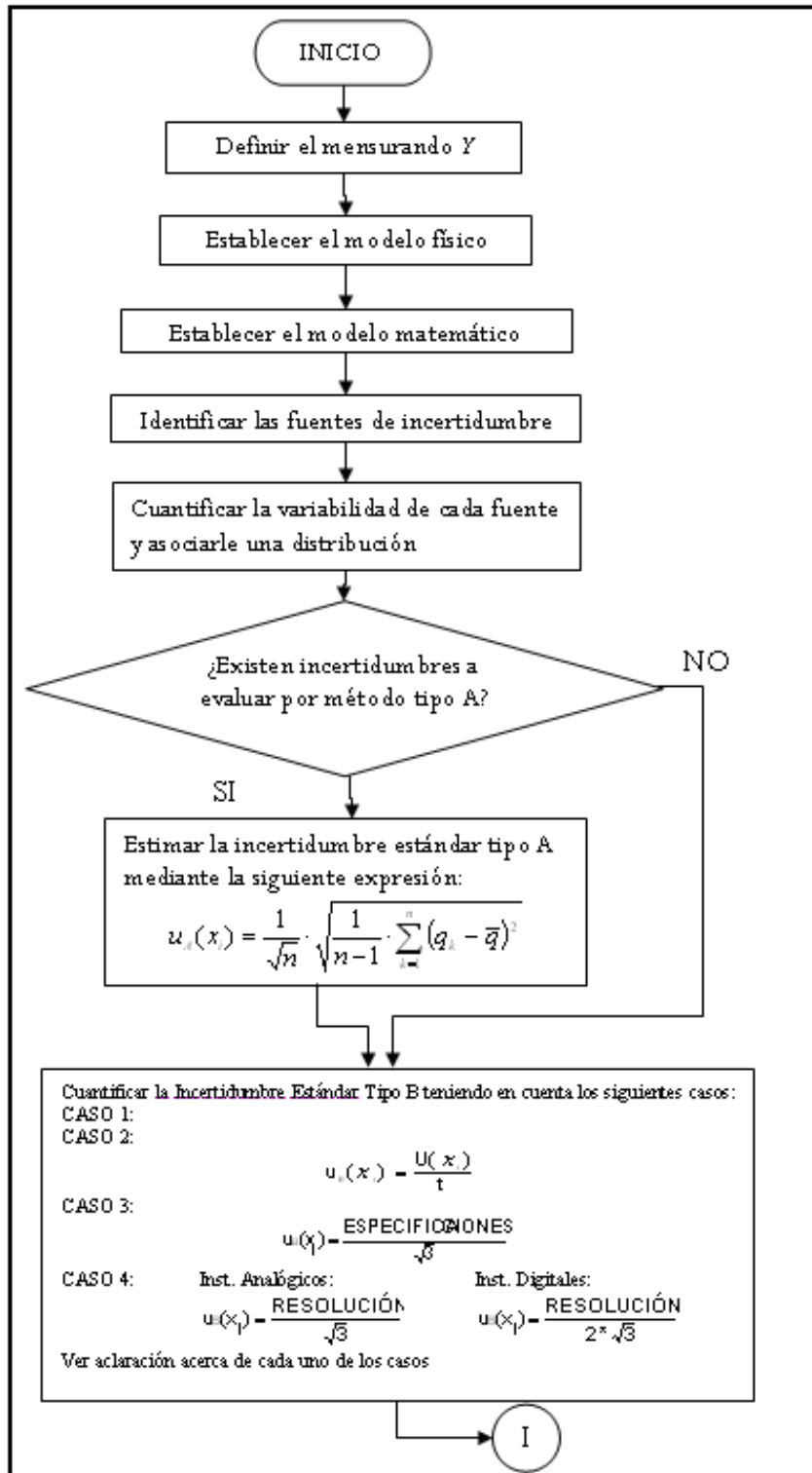


Figura 2.1 Sección del diagrama de flujo que especifica la metodología a seguir.

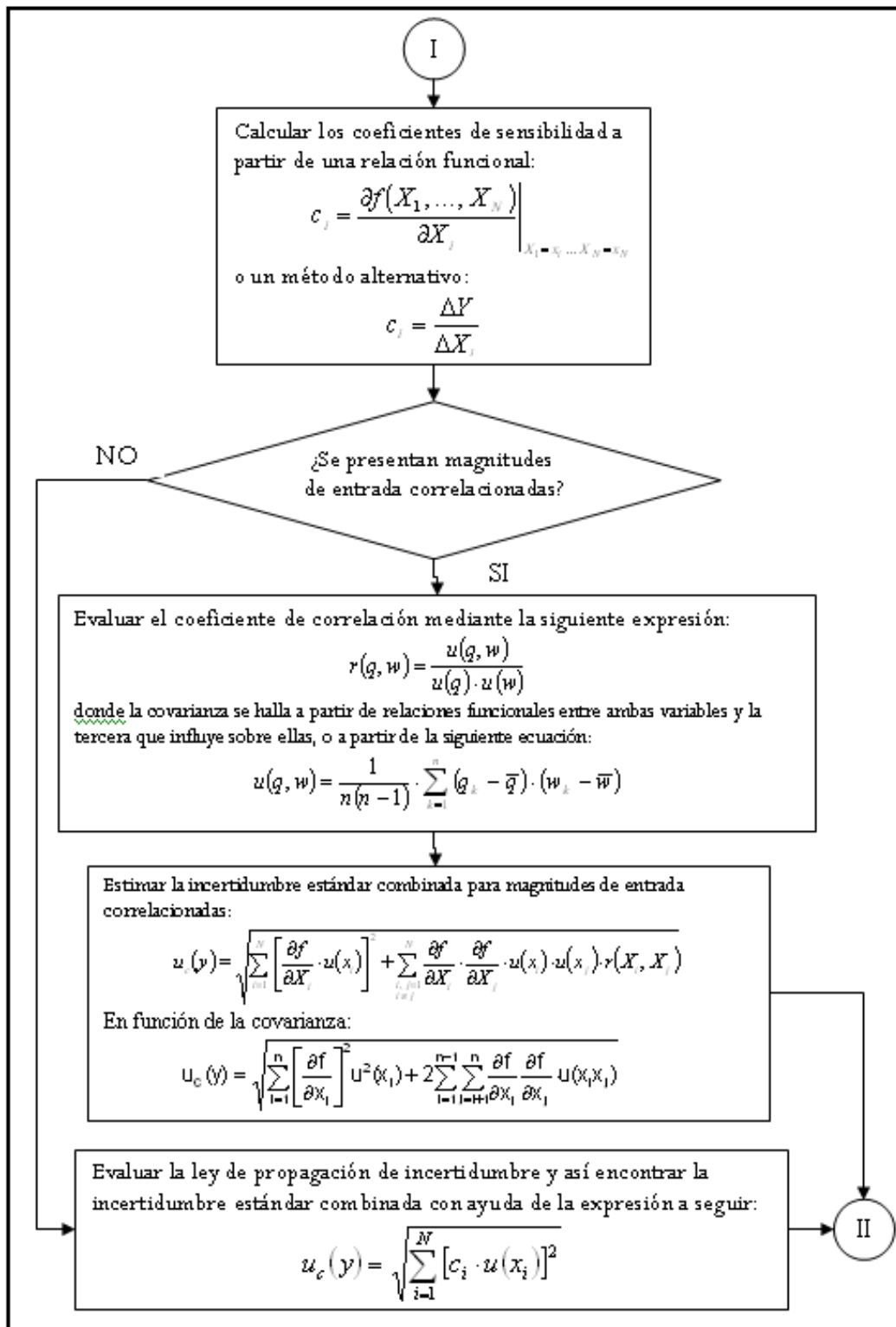


Figura 2.2 Segunda sección del método.

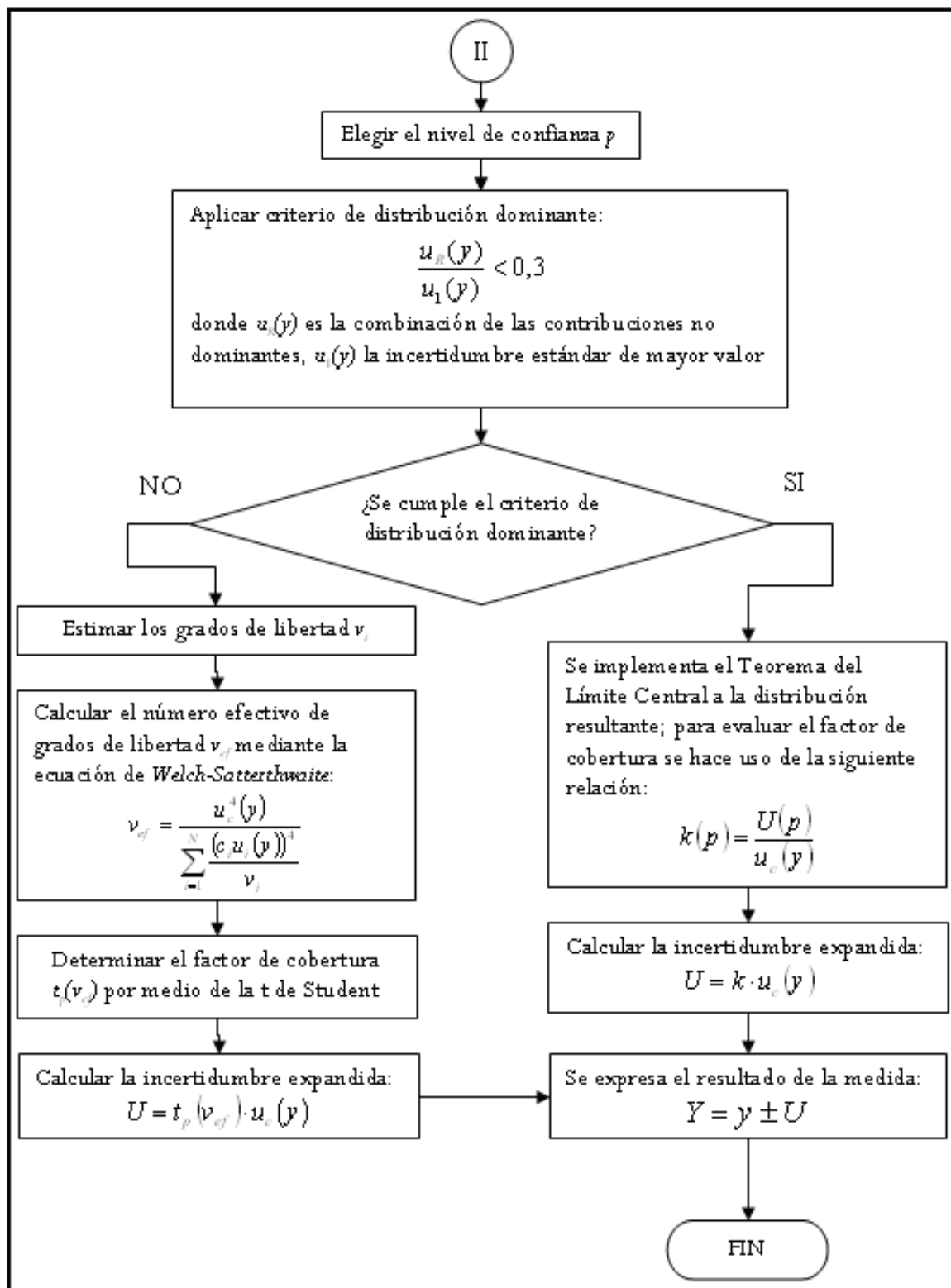


Figura 2.3 Tercera sección del método.

A continuación se presenta una explicación clara de cada uno de los pasos del diagrama de flujo que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre de medida en mediciones indirectas.

2.1 PASOS PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE

2.1.1 Definir el mensurando Y: Consiste en escribir un enunciado claro de lo que es medido, es decir, que al realizar una medición para determinar el valor de una magnitud, dicha magnitud recibe el nombre de mensurando y debe tener una expresión cuantitativa que relacione el valor de la magnitud medida, con los parámetros de los cuales depende [9].

El resultado de una medición incluye la mejor estimación del valor del mensurando y una estimación de la incertidumbre sobre ese valor, por lo cual la definición del mensurando es vital para tener buenos resultados de la medición.

2.1.2 Establecer el modelo físico: El modelo físico de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables físicas o químicas relevantes para la medición. Estas suposiciones usualmente incluyen [5]:

- La relación entre variables presentes en el fenómeno.
- Consideraciones sobre el fenómeno como conservación de cantidades, comportamiento temporal, comportamiento espacial, simetría.
- Consideraciones sobre propiedades de la sustancia como la homogeneidad y la isotropía.

Una medición física por simple que sea, tiene asociado un modelo que solo se aproxima al proceso real, el modelo físico se representa por un modelo descrito con lenguaje matemático.

2.1.3 Establecer el modelo matemático: El modelo matemático supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta o limitada de las relaciones entre las variables involucradas. Básicamente el modelo matemático consiste en presentar como una función la relación entre las magnitudes de entrada y el mensurando como la magnitud de salida de la siguiente forma [5]:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Considerando a la medición como un proceso, se identifican las magnitudes de entradas denotadas por el conjunto $\{X_i\}$, expresión en la cual el índice i toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada N .

El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función f evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada. Se denota con x_i al mejor estimado de las magnitudes de entrada X_i .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

En resumen modelar el procedimiento de medición significa determinar la relación funcional f entre las magnitudes de salida y entrada, es decir aquella función que contiene todas las magnitudes de las cuales depende el mensurado.

2.1.4 Identificar las fuentes de incertidumbre: Básicamente consiste en una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar una medición,

algunas fuentes posibles de incertidumbre provienen de diversos factores involucrados en la medición por ejemplo [5]:

- Los resultados de calibración del instrumento.
- La repetibilidad de las lecturas.
- La reproducibilidad de las mediciones por cambio de observadores, instrumentos u otros elementos.
- Características del propio instrumento como la resolución.
- Variaciones de las condiciones ambientales.

Las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para las practicas realizadas en los laboratorios de física, serán la debidas a la repetibilidad de las lecturas tomadas y a las especificaciones de exactitud y de resolución en cada instrumento de medida utilizado [7], es decir que se evaluaran las incertidumbres estándar aportadas por cada equipo para luego mezclarlas en una sola incertidumbre combinada total asociada al error de medición como se ilustra en la figura 2.4.

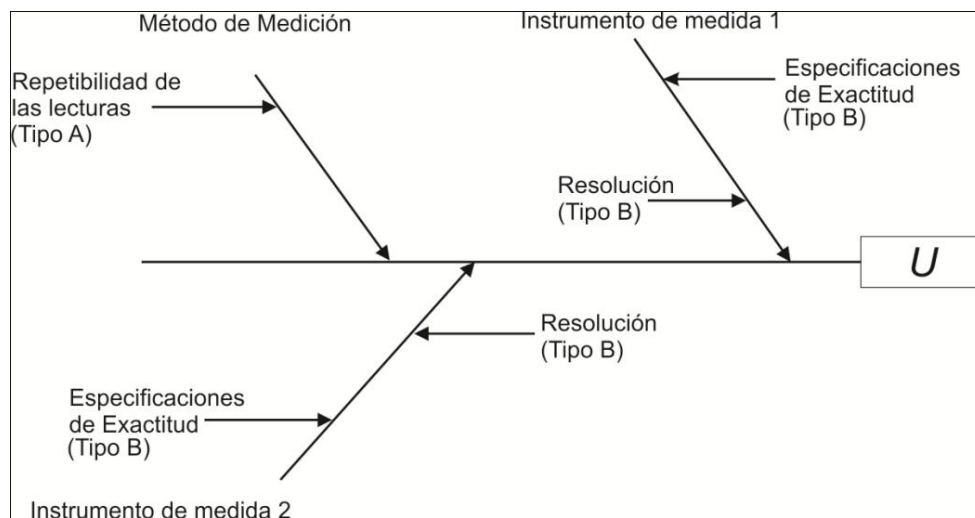


Figura 2.4 Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

2.1.5 Cuantificar la variabilidad de cada fuente y asociarle una distribución:

La cuantificación de una fuente de incertidumbre incluye la asignación de un valor y la determinación de la distribución a la cual se refiere este valor. Las distribuciones que parecen más frecuentemente son:

- Distribución normal.
- Distribución rectangular.
- Distribución rectangular.

Distribución normal: También llamada distribución gaussiana, su importancia se debe fundamentalmente a la frecuencia con que distintas variables asociadas a fenómenos naturales, siguen aproximadamente esta distribución. Básicamente consiste en los resultados de una medición repetida afectada por una o más magnitudes de influencia que varían aleatoriamente.

Las magnitudes físicas observables, determinadas en condiciones de repetibilidad generalmente tienen distribuciones de probabilidad descritas a través de la **función de distribución normal o gaussiana** y es una de las más usadas en aplicaciones prácticas [2].

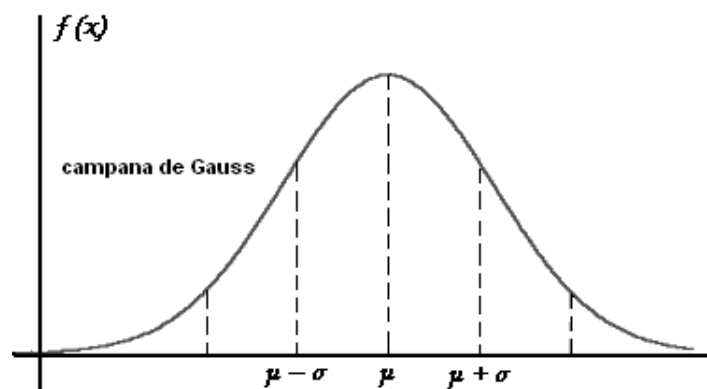


Figura 2.5 Distribución normal.

Distribución rectangular: En una distribución rectangular cada valor en un intervalo dado tiene la misma probabilidad, o sea la función de densidad de probabilidad es constante en este intervalo. Ejemplos típicos son la resolución de un instrumento digital o la información técnica sobre tolerancias de un instrumento [2].

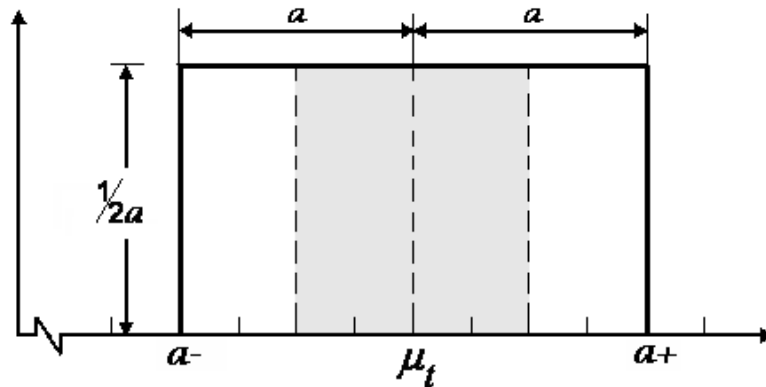


Figura 2.6 Distribución rectangular.

Distribución triangular: Si hay conocimiento de los límites superior e inferior y evidencia de que la probabilidad es más alta para valores en el centro del intervalo y se reduce hacia los límites, puede ser más adecuado basar la estimación de la incertidumbre en una distribución triangular [2].

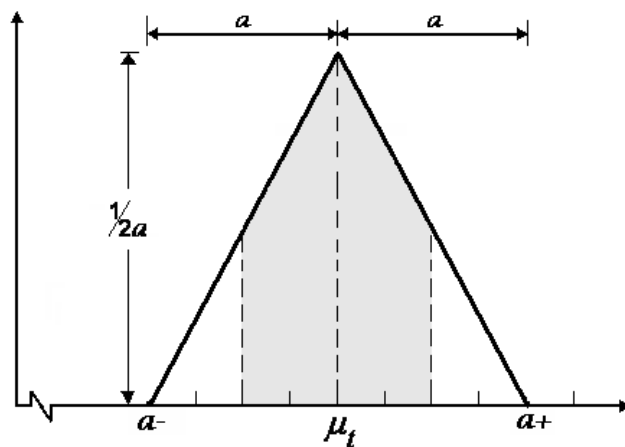


Figura 2.7 Distribución triangular.

2.1.6 Estimar la incertidumbre estándar tipo A: Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, se estima basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición [5], es decir que la incertidumbre tipo A se obtiene a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio y se calcula con la desviación estándar de las mediciones dividido por la raíz cuadrada del número de mediciones.

$$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2.3)$$

$$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.4)$$

2.1.7 Cuantificar la incertidumbre estándar tipo B: Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones. Se obtiene a partir de informaciones preexistentes de diversa índole, existen cuatro casos para calcular las incertidumbres tipo B, las cuales pueden ser vistas a continuación:

CASO 1: Si la incertidumbre de un valor x se obtiene a partir de la especificación de un fabricante, o de un certificado de calibración, un manual u otra fuente externa al procedimiento de medición en que se indique que este es un múltiplo de la desviación estándar, U_x se obtiene simplemente de dividir la incertidumbre dada entre el factor multiplicativo [7].

CASO 2: La especificación de incertidumbre de un elemento de medición se indica respecto de un nivel de confianza (90%, 95%, 99%, etc.) se puede asumir, (salvo indicación contraria), que esta ha sido estimada en base a una distribución normal,

por lo tanto podemos hallar la incertidumbre estándar dividiendo por el factor de STUDENT (t) correspondiente:

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{t} \quad (2.5)$$

CASO 3: Las especificaciones son determinadas por el fabricante del equipo mediante técnicas seleccionadas pero en la mayoría de los experimentos solo tendremos acceso a la tolerancia dada por el instrumento, que es el error instrumental que proporciona cualquier aparato científico y está dada por la expresión (2.6)

$$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (2.6)$$

CASO 4: Incertidumbre asociada a la resolución de la indicación de un instrumento de medición. La incertidumbre básica asociada a este problema se puede obtener considerando que la información que se pueda contener en la porción menos significativa de la indicación de un instrumento [7].

En el caso de una indicación digital la incertidumbre se calcula como:

$$DIGITALES \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{2\sqrt{3}} \quad (2.7)$$

En el caso de una indicación análoga la incertidumbre básica corresponde a:

$$ANALOGOS \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{\sqrt{3}} \quad (2.8)$$

2.1.8 Calcular los coeficientes de sensibilidad: Los coeficientes de sensibilidad describen qué tan sensible es el mensurando con respecto a las variaciones en la magnitud de entrada correspondiente [5]. Los coeficientes de sensibilidad relacionados con cada una de las magnitudes de entrada X_i se encuentran a partir de derivadas parciales y se calculan a partir de la relación funcional:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

2.1.9 Evaluar el coeficiente de correlación: El coeficiente de correlación (r) es también una medida de la dependencia mutua de dos variables aleatorias y se define como el cociente de su covarianza con respecto a la raíz cuadrada positiva del producto de sus respectivas varianzas. El estimado del coeficiente de correlación se calcula por [2]:

$$r(q, w) = \frac{u(q, w)}{u(q) \cdot u(w)} \quad (2.10)$$

En el denominador aparecen las incertidumbres estándar de las variables aludidas y en el numerador la covarianza de la misma, donde la covarianza se halla a partir de:

- a) Por medio de las relaciones funcionales entre ambas variables y la tercera que influye sobre ellas.
- b) A partir de un conjunto de n valores de q y w según:

$$u(\bar{q}, \bar{w}) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q}) \cdot (w_k - \bar{w}) \quad (2.11)$$

Un valor de $r = 0$, indica independencia de q y w . Los valores de $r = +1$ o $r = -1$ indican una correlación total.

2.1.10 Estimar la incertidumbre estándar combinada para magnitudes de entrada correlacionadas: Cuando las magnitudes de entrada son correlacionadas la expresión para calcular la incertidumbre estándar combinada tiene en cuenta la correlación. La incertidumbre estándar combinada se calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza que se calcula a su vez a partir de la siguiente expresión [2]:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(x_i x_j)} \quad (2.12)$$

2.1.11 Evaluar la ley de propagación de incertidumbre: En el caso de magnitudes de entrada no correlacionadas, la incertidumbre combinada $U_c(y)$ se calcula por la suma geométrica de las contribuciones particulares [5]:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [C_i \cdot U(x_i)]^2} \quad (2.13)$$

2.1.12 Aplicación del criterio de distribución dominante: Si la medición se encuentra en una situación tal que una de las contribuciones de incertidumbre presupuestadas puede identificarse como un término dominante, se tiene que:

$$\frac{U_R(y)}{U_1(y)} < 0,3$$

Donde $U_1(y)$ es la incertidumbre estándar de mayor valor y $U_R(y)$ es la combinación de las incertidumbres estándar restantes:

$$U_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N U_i^2(y)}$$

2.1.13 Calcular el número efectivo de grados de libertad: Para obtener una mejor aproximación en la definición de los intervalos de confianza en lugar de emplearse la distribución normal se debe emplear la distribución de Student y el factor de cobertura K , entonces se determina a partir del coeficiente t de Student evaluado en el número efectivo de grados de libertad del estimado de salida, o sea, $K = t(\gamma_{ef})$. Lo anterior es una consecuencia de que para la incertidumbre estándar combinada $U_c(y)$ la medida de la incertidumbre es el número efectivo de grados de libertad (γ_{ef}) del estimado de salida y que en buena aproximación se obtiene combinando los grados de libertad de los estimados x_i de las magnitudes de entrada. Esta combinación se obtiene de la ecuación de Welch – Satterthwaite que tiene la siguiente forma [2]:

$$\gamma_{ef} = \frac{U_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{C_i^4 U^4(x_i)}{\gamma_i}} \quad (2.14)$$

El número efectivo de grados de libertad γ_{ef} de cada distribución se determina teniendo en cuenta los siguientes criterios:

$\gamma_{ief} = n - 1$. Evaluaciones tipo A con una restricción.

$\gamma_{ief} = n - m$. Evaluaciones tipo A con m restricciones.

$\gamma_{ief} = \infty$. Cuando se aplican distribuciones rectangulares.

$\gamma_{ief} = 50$. Si se deduce de una distribución normal para la cual se han tomado suficientes datos.

Grados de libertad	Fraccion p en porcentaje					
	68,27 ^(a)	90	95	95,45 ^(a)	99	99,73 ^(a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,8
2	1,32	2,92	4,3	4,53	9,92	19,21
3	1,2	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,6	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,9
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,5	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,8	2,2	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,2	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,9	3,51
18	1,03	1,73	2,1	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,7	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,7	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,7	3,2
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,66	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1	1,645	1,96	2	2,576	3

Tabla 2.1 Valores de la distribución t de Student.

2.1.14 Implementar el Teorema del Límite Central para evaluar el factor de cobertura: Si al aplicar el criterio de distribución dominante, el resultado es menor que 0,3 la relación para hallar el factor de cobertura se expresa como:

$$k(p) = \frac{U(p)}{U_c(y)}$$

2.1.15 Calcular la incertidumbre expandida: La incertidumbre expandida es requerida para suministrar un intervalo en el cual podría encontrarse una fracción grande de la distribución de valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando, es decir con una probabilidad mayor a la que se tendría si solo se trabajase con la incertidumbre combinada, lo cual se obtiene expandiendo el intervalo de incertidumbre por un factor k, llamado factor de cobertura [9].

$$U_E = k \cdot U_c \quad (2.15)$$

El factor de cobertura esta dado por el número efectivo de grados de libertad del sistema de medición, k es factor derivado de la distribución t de Student a un nivel de confianza p y γ_{ef} grados de libertad y se obtiene de la tabla 2.1.

2.1.16 Expresar el resultado de la medida: En la División de Metrología de la Superintendencia de Industria y Comercio y en la mayoría de los laboratorios a nivel nacional, la política común es expresar los resultados de sus mediciones con un nivel de confianza no menor al 95%, en vista de la costumbre en laboratorios similares fuera del país, como en el caso del CENAM de México. Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (2.16)$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas, redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo, aunque en algunos casos se pueden ofrecer algunos dígitos adicionales para evitar redondeos. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

Para facilitar el proceso de aprendizaje sobre el cálculo de incertidumbre de medición para los estudiantes de los laboratorios de física y en base al diagrama de flujo explicado anteriormente, se desarrolló una metodología mas didáctica y sencilla con los elementos básicos para el cálculo de incertidumbre tanto en medidas directas como en medidas indirectas de la siguiente forma:

2.2 METODOLOGÍA PARA MEDIDAS DIRECTAS:

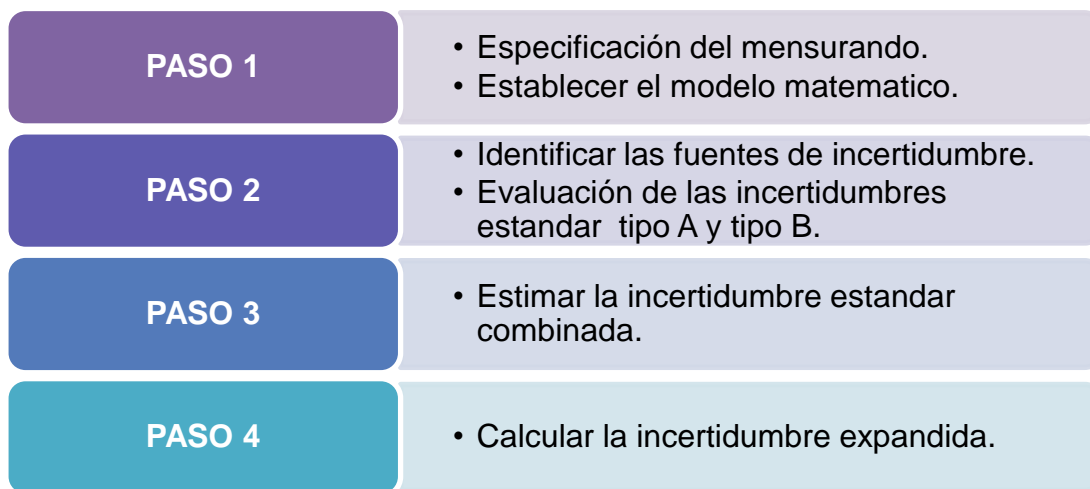


Figura 2.8 Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas directas.

2.3 METODOLOGÍA PARA MEDIDAS INDIRECTAS:

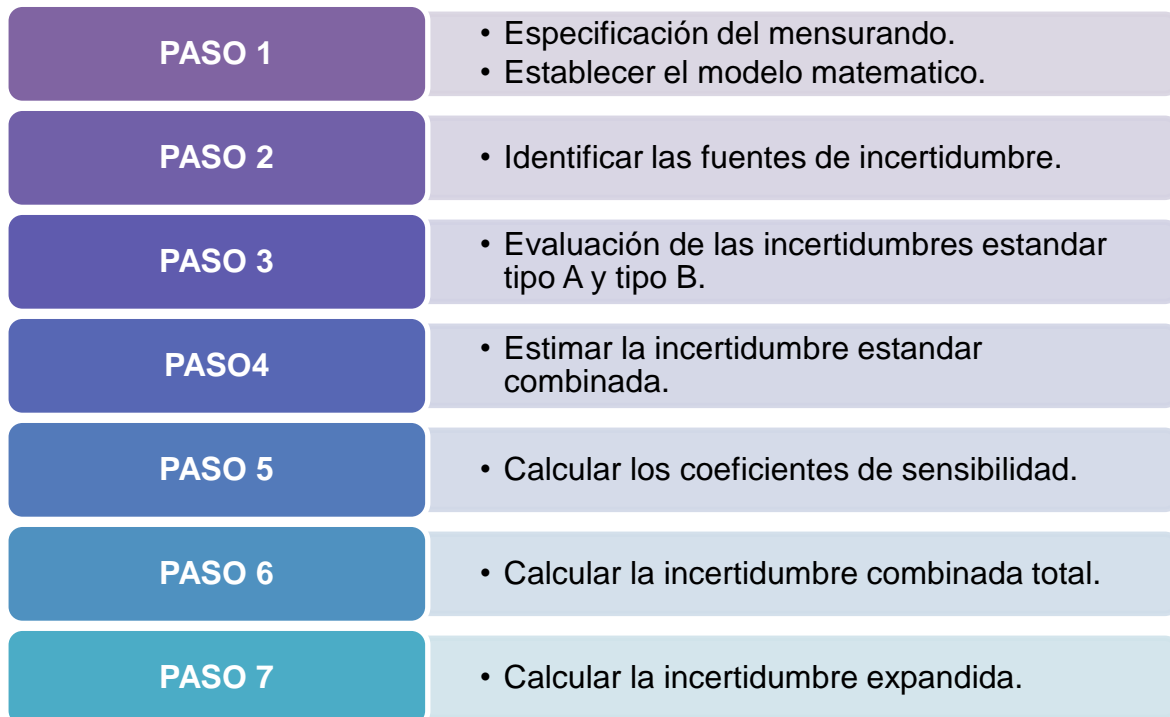


Figura 2.9 Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.

Para clarificar la metodología expuesta en este capítulo se realiza un ejemplo explicativo con el cálculo de incertidumbre total, es decir cuando se tienen variables de entrada correlacionadas con la finalidad que el lector pueda ver detalladamente el cálculo de incertidumbre de medición, aunque en los capítulos 3 y 4 se expone con mayor profundidad la metodología diseñada a nivel de pregrado, y su aplicación mediante las diferentes guías expuestas, igualmente en los anexos se puede observar la solución de dichas guías con el respectivo cálculo de incertidumbre.

2.4 EJEMPLO

2.4.1 Cálculo del área de un triángulo (variables correlacionadas)

Se presenta el siguiente ejercicio considerando su valor didáctico respecto al caso en el que las variables involucradas en el proceso de medición están correlacionadas [2].

2.5.2 Enunciado del problema: Calcule el área del triángulo de la figura 2.10 y su incertidumbre expandida.

Para realizar este trabajo, 10 personas midieron la base y la altura de la figura 2.10 con una regla graduada en milímetros (mm). Los datos se encuentran consignados en la tabla 2.2.

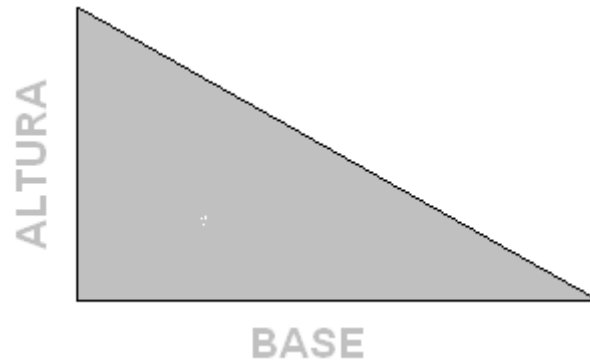


Figura 2.10 Triángulo.

Magnitud	Número de mediciones										Valor medio	Desviación estándar
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
B (mm)	81,0	81,0	81,1	81,6	81,0	81,2	81,0	81,3	81,2	81,2	81,16	0,18973666
H (mm)	37,5	37,0	37,3	37,9	37,5	37,3	37,0	37,7	37,5	37,7	37,44	0,29514591

Tabla 2.2 Resultados de las mediciones de la figura 2.10

Las características metrológicas de la regla son las siguientes:

- División mínima de escala 1 mm.
- No presenta error en su indicación a temperatura ambiente.
- La incertidumbre de la indicación (dada por su resolución) se estima en 0,2 mm.

Las mediciones se desarrollaron de la siguiente forma:

- Cada persona midió primero la base y, acto seguido, la altura.
- El lapso de tiempo transcurrido entre dos pares de mediciones fue, por lo menos, 10 veces mayor que el transcurrido entre una medición de la base y su correspondiente altura.
- En cada par de mediciones la regla estuvo a una temperatura de aproximadamente 20 °C.

Nota: Halle primero la incertidumbre de medición de la base y de la altura del rectángulo U_B y U_H

Tenga en cuenta que la base y la altura fueron medidas con el mismo instrumento y por pares.

2.4.3 Desarrollo

Cálculo del área: De los valores obtenidos en la tabla 1 podemos calcular el área mediante la ecuación:

$$A = \frac{\bar{B} \times \bar{H}}{2} \quad (2.17)$$

Donde \bar{B} y \bar{H} son los valores medios de la base y la altura respectivamente.

Reemplazando por los valores numéricos tenemos:

$$A = \frac{81,16 \text{ mm} \times 37,44 \text{ mm}}{2} = 1519,3152 \text{ mm}^2$$

Incertidumbre del área: Dado que la base y la altura fueron medidas, por pares, con el mismo instrumento es posible que estén correlacionados, por lo cual se aplica la ecuación (2.12):

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 U^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(x_i x_j)}$$

$$U_c(A) = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial H} \right)^2 U^2(H) + \left(\frac{\partial A}{\partial B} \right)^2 U^2(B) + 2 \left(\frac{\partial A}{\partial H} \right) \left(\frac{\partial A}{\partial B} \right) U(H, B)}$$

$$U_c(A) = \sqrt{\frac{\bar{B}^2}{4} \cdot U^2(H) + \frac{\bar{H}^2}{4} \cdot U^2(B) + 2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \cdot \frac{\bar{H}}{2} \cdot U(H, B)} \quad (2.18)$$

Incertidumbre estándar de los lados (B, H): La incertidumbre de los valores empleado en la determinación de A tienen dos componentes:

- Una proveniente del método, la cual se estima mediante la desviación estándar de la media, expresiones (2.3 y 2.4) Incertidumbre Tipo A:

$$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad , \quad U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$U_A(B) = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 0,0600 \text{ mm} \quad U_A(H) = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 0,09333 \text{ mm} \quad (2.19)$$

- Y otra proveniente de la resolución del instrumento, expresión (2.8) Incertidumbre Tipo B:

$$\text{ANALOGOS} \quad U_B = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{\sqrt{3}}$$

$$U_B = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{\sqrt{3}} = \frac{0,2 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,11547 \text{ mm} \quad (2.20)$$

Empleando los valores de la tabla 2.2 tenemos:

$$U_c(B) = \sqrt{1^2 \cdot \left(\frac{0,18973666 \text{ mm}}{\sqrt{10}}\right)^2 + 1^2 \cdot \left(\frac{0,2 \text{ mm}}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0,130128 \text{ mm} \quad (2.21)$$

$$U_c(H) = \sqrt{1^2 \cdot \left(\frac{0,29514591 \text{ mm}}{\sqrt{10}}\right)^2 + 1^2 \cdot \left(\frac{0,2 \text{ mm}}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0,148474 \text{ mm} \quad (2.22)$$

Covarianza: Para hallar la Covarianza de los valores medios de B y H aplicamos la ecuación (2.11):

$$u(\bar{q}, \bar{w}) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q}) \cdot (w_k - \bar{w})$$

$$u(\bar{B}, \bar{H}) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{k=1}^n (B_k - \bar{B}) \cdot (H_k - \bar{H})$$

Donde n es el número de pares de mediciones efectuadas (10 en este caso). Reemplazando por valores numéricos en la expresión anterior tenemos:

$$U(\bar{B}, \bar{H}) = 0,0041778 \text{ mm}^2 \quad (2.23)$$

Incertidumbre estándar combinada: De las expresiones (2.18), (2.21), (2.22) y (2.23), se obtiene la incertidumbre estándar combinada del área:

$$U_c(A) = \sqrt{\frac{B^2}{4} \cdot U_c^2(H) + \frac{H^2}{4} \cdot U_c^2(B) + 2 \cdot \frac{B}{2} \cdot \frac{H}{2} \cdot U(\bar{H}, \bar{B})}$$

$$U_c(A) = \sqrt{\left(\frac{81,16 \text{ mm}^2}{2}(0,14847 \text{ mm})^2 + \frac{37,44 \text{ mm}^2}{2}(0,13013 \text{ mm})^2 + 2 * \frac{81,16 \text{ mm}}{2} * \frac{37,44 \text{ mm}}{2} * 0,00418 \text{ mm}^2\right)}$$

$$U_c(A) = 6,97014 \text{ mm}^2$$

Criterio de distribución dominante: Aplicando la siguiente relación:

$$\frac{U_R(y)}{U_1(y)} < 0,3$$

Donde $U_1(y)$ es la incertidumbre estándar de mayor valor y $U_R(y)$ es la combinación de las incertidumbres estándar restantes:

$$\frac{0,130128}{0,148474} = 0,876436 > 0,3$$

Por lo cual no se cumple el criterio y el siguiente paso es hallar el número efectivo de grados de libertad para calcular la incertidumbre expandida.

Incertidumbre expandida: Aplicando la fórmula de Welch – Satterthwaite a las expresiones (2.21) y (2.22) se calculan los grados efectivos de libertad para $U(B)$ y $U(H)$ y aplicándola nuevamente a $U(A)$ se obtiene el número efectivo de grados de libertad para la incertidumbre del área el cual resulta ser igual a 102,44 por lo que podemos asignar un factor de cubrimiento $K = 1,96$ para lograr un nivel de confianza del 95 %. Los cálculos se presentan a continuación:

$$\gamma_{ef} = \frac{U_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{C_i^4 U^4(x_i)}{\gamma_i}} = \frac{U_c^4(B)}{\frac{U_A^4(B)}{n-1} + \frac{U_B^2(B)}{\infty}}$$

$$\gamma_{ef} = \frac{(0,130128 \text{ mm})^4}{\frac{(0,0600 \text{ mm})^4}{9} + \frac{(0,11547)^4}{\infty}} = 199,123$$

$$\gamma_{ef} = \frac{U_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{C_i^4 U^4(x_i)}{\gamma_i}} = \frac{U_c^4(H)}{\frac{U_A^4(H)}{n-1} + \frac{U_B^2(H)}{\infty}}$$

$$\gamma_{ef} = \frac{(0,148474 \text{ mm})^4}{\frac{(0,09333 \text{ mm})^4}{9} + \frac{(0,11547)^4}{\infty}} = 57,636$$

$$\gamma_{ef} = \frac{U_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{C_i^4 U^4(x_i)}{\gamma_i}} = \frac{U_c^4(A)}{\frac{U_c^4(H) * \left(\frac{B}{2}\right)^4}{199,123} + \frac{U_c^4(B) * \left(\frac{H}{2}\right)^4}{57,6447}}$$

$$\gamma_{ef} = \frac{(6,477447 \text{ mm}^2)^4}{\frac{(0,148474 \text{ mm})^4 * \left(\frac{81,16 \text{ mm}}{2}\right)^4}{199,123} + \frac{(0,130128 \text{ mm})^4 * \left(\frac{37,44 \text{ mm}}{2}\right)^4}{57,6447}}$$

$$\gamma_{ef} = 102,44$$

Por lo tanto, el valor de incertidumbre expandida es el siguiente:

$$U = KU_c = 1,96 * U_c(A) = 1,96 * 6,97014 \text{ mm}^2 = 13,6615 \text{ mm}^2$$

El valor del área y su incertidumbre expandida es mm^2 es:

$$A = 1519,32 \text{ mm}^2 \pm K * U(A) = 1,96 * 13,6615 \text{ mm}^2$$

$$A = 1519,32 \text{ mm}^2 \pm 13,6615 \text{ mm}^2$$

Realizando el redondeo respectivo tenemos:

$$\boxed{A = 1519 \text{ mm}^2 \pm 14 \text{ mm}^2}$$

3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DISEÑADA EN LOS EXPERIMENTOS DEL LABORATORIO DE FÍSICA I

Al iniciar este proyecto tan solo se pensaba incluir en las guías actuales la metodología diseñada para la estimación de la incertidumbre de medición en experimentos de física, pero al realizar una revisión detallada, especialmente en las primeras prácticas realizadas en el laboratorio de Física I, se observó que para llevar a cabo el objetivo principal de desarrollar e implementar la metodología diseñada, era necesario reformar y cambiar algunas de estas guías, pero lo que más se requería en dicho momento era la elaboración de una guía introductoria la cual lleva el nombre de: **“INTRODUCCIÓN A LA MEDIDA (LA METROLOGÍA COMO CIENCIA DE LA MEDICIÓN)”** en la cual se definen clara y sencillamente los fundamentos de la metrología siguiendo estrictamente las definiciones dadas en el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM), identificando y diferenciando los términos más utilizados dentro del lenguaje metrológico y en la cual se enseñan las reglas internacionales respecto al manejo gramatical del Sistema Internacional de Unidades, esta guía es fundamental en el desarrollo de este proyecto, puesto que en ella se encuentran los aspectos básicos para el desarrollo de la metodología diseñada.

Debido a la necesidad de reformar las guías existentes para llevar a cabo los objetivos de este proyecto, se realizó la elección de algunos experimentos que permitirán al estudiante identificar conceptos básicos de la metrología y la aplicación del método general para la estimación de la incertidumbre de medición, de tal forma que la siguiente guía reformada lleva el título: **“CIFRAS SIGNIFICATIVAS”**, en la cual se encuentran las reglas de expresión de resultados experimentales es decir el manejo de cifras significativas y redondeo de números.

Continuando con una nueva guía la cual se ha nombrado: **“TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE ERRORES EXPERIMENTALES Y APLICACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA EL CALCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN (MEDIDAS DIRECTAS)”** , en la cual se introduce al estudiante al punto central de este proyecto, enseñar el tratamiento estadístico de errores y aplicación del método general para el cálculo de incertidumbres de medición en el caso en el que se realizan medidas directas, para lo cual se plantea un esquema paso a paso para facilitar el cálculo y el aprendizaje tanto en estudiantes como profesores y cualquier persona interesada en el tema.

Con la finalidad que el estudiante aplique los conceptos y procedimientos adquiridos se desarrolló una guía con el título: **“MEDIDAS DE PEQUEÑAS LONGITUDES”**, la cual enseña al estudiante a manejar instrumentos como el pie de rey y el tornillo micrométrico, los cuales están diseñados para este tipo de mediciones y en base a las medidas obtenidas por los estudiantes, se les pide realizar el procedimiento descrito para el cálculo de incertidumbre de medición descrito en la guía anterior, y finalmente expresar dicho resultado de medición con su respectiva incertidumbre.

Con el objetivo de incrementar el nivel de conocimiento en el tema del cálculo de incertidumbre de medición, se reformó la guía que lleva el título de: **“MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MEDIDAS INDIRECTAS)”**, en la cual se explica paso a paso el procedimiento para la aplicación del método para el cálculo de incertidumbre de medición en el caso en el que realizan medidas indirectas, mediante una práctica de laboratorio cuyo objetivo es calcular el valor de la gravedad, por lo cual el estudiante deberá implementar dicho procedimiento y expresar el valor experimental de la gravedad hallado en el laboratorio con su respectiva incertidumbre; sin embargo el esquema para el cálculo de incertidumbre de medición en medidas indirectas, no incluye el cálculo del coeficiente de correlación, el número efectivo de grados de libertad y el factor de

cobertura, puesto que este tipo de cálculo es más complejo y requiere aspectos de cálculo diferencial, por lo cual algunos de ellos se asumen con un valor específico que se considera como el mejor estimado en base a las costumbres de laboratorios fuera del país como en el caso del CENAM de México.

A pesar de que en las guías diseñadas se excluyan algunos pasos del método general para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas, en el capítulo 2 de este proyecto se encuentra el diagrama con el método completo donde se explica el procedimiento completo para dicho cálculo y se clarifica con un ejemplo en el cual hay variables de entrada correlacionadas que incluyen cálculos diferenciales y en los anexos se encuentra la solución de las guías diseñadas.

A continuación se presentan las guías descritas anteriormente, cuya finalidad es que el estudiante desarrolle la capacidad de conocer claramente el significado de los conceptos básicos que son empleados para obtener un buen resultado de medición y expresarlo correctamente, es decir con su respectiva incertidumbre, pues en nuestro país este es un aspecto al cual no se le da la debida importancia y es uno de los motivos para realizar este proyecto con la finalidad de concientizar a la comunidad universitaria y crear de este modo a partir de las guías reformadas una cultura metrológica al respecto de cómo se deben reportar las medidas y su correspondiente incertidumbre.



FÍSICA EXPERIMENTAL I

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

PEREIRA, JUNIO DE 2011



1. INTRODUCCIÓN A LA MEDIDA.

LA METROLOGÍA COMO CIENCIA DE LA MEDICIÓN.

NOTA: Esta primera guía será entregada por el profesor en la primera sesión del laboratorio de Física 1 y desarrollada por los grupos fuera de clase.

1.1 OBJETIVOS

- Determinar los fundamentos de la metrología (ciencia de la medición) usados internacionalmente.
- Identificar y diferenciar los términos más utilizados dentro del lenguaje metrológico.
- Utilizar adecuadamente las reglas internacionales que hablan del manejo gramatical del Sistema Internacional de unidades.
- Diferenciar entre medición directa e indirecta.

1.2 INTRODUCCIÓN

La metrología es la ciencia de la medición y se puede considerar como una rama de la física pues la metrología entra en todos los dominios de la ciencia ya sea en el progreso científico, el desarrollo tecnológico o el bienestar social. Su objetivo principal es garantizar la confiabilidad de las mediciones en cualquier campo de la ciencia y tecnología, para ello la metrología incluye todos los aspectos teóricos y prácticos relacionados con las mediciones realizadas, la metrología puede

dividirse en las siguientes clases [2]:

- **METROLOGÍA INDUSTRIAL:** Su objetivo es garantizar la confiabilidad de las mediciones que se realizan en la industria entre ellas la calibración de equipos de medición y prueba, la inspección de materias primas, proceso y producto terminado etc.
- **METROLOGÍA LEGAL:** Su objetivo es proteger a los consumidores para que reciban los bienes y servicios con las características que ofrecen los diferentes fabricantes y debe ser ejercida por los gobiernos, algunas de las funciones consisten en la verificación de surtidores de combustibles, contadores eléctricos, de agua, de gas, taxímetros, masas y balanzas entre otras.
- **METROLOGÍA CIENTÍFICA:** Su objetivo es llevar a cabo investigaciones para mejorar los patrones, las técnicas y métodos de medición, los instrumentos y la exactitud de las medidas. En ella se realizan actividades como mantenimiento de patrones internacionales, mejoramiento de la exactitud de las mediciones necesarias para los desarrollos científicos y tecnológicos, búsqueda de nuevos patrones que representen o materialicen de mejor manera las unidades de medición.

La metrología también puede clasificarse según el tipo de variable que se está midiendo de acuerdo con esto se han establecido áreas como: Masas y balanzas, mediciones longitudinales y geométricas, mediciones eléctricas, temperatura, etc.

1.2.1 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES SI

El Sistema Internacional de Unidades es un código, aceptado a nivel mundial para intercambio de información relacionado con las operaciones de medición, compuesto por un conjunto práctico y coherente de unidades de medida, aprobado por la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) en 1960, este sistema se

basa en el sistema métrico decimal [2].

Todos los problemas relacionados con las unidades de las magnitudes físicas se definen a nivel internacional en la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) la cual se reúne cada 4 años y está conformado por delegados de todos los estados miembros pero las máximas autoridades mundiales son el “Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM)”, la “Organización Internacional de Normalización” y la “Organización Internacional de Metrología Legal”, todos estos comités y organizaciones hacen parte de la estructura de la convención del metro creado en 1875.

La aceptación del Sistema Internacional de Unidades se debe al trabajo arduo de científicos, que después de muchos intentos despejaron el camino para una mejor difusión de la ciencia y de los adelantos tecnológicos, gracias a la adopción de convenciones alrededor de los sistemas de medición.

En nuestro país el SI se encuentra descrito en la norma técnica colombiana NTC 1000: Metrología, Sistema Internacional de Unidades. Esta es una norma oficial obligatoria.

Unidades básicas: El Sistema Internacional se fundamenta en las siguientes siete unidades básicas:

Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Tabla 1.1 Unidades fundamentales

Cada una de estas unidades tiene hoy una definición científica con el propósito de que sea totalmente invariante en el tiempo y el espacio a manera de ilustración se presenta la definición de metro (m):

“Es la longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz, durante un intervalo de tiempo de 1/229 792 458 de segundo”.

Unidades derivadas: Las unidades derivadas se expresan algebraicamente en términos de unidades básicas. Algunas unidades derivadas poseen nombres y símbolos especiales [2]:

Magnitud Física	Nombre de la unidad	Símbolo	Definición en unidades del SI
frecuencia ($f=1/T$)	Hertz	Hz	s^{-1}
fuerza ($F=ma$)	newton	N	$m \cdot Kg \cdot s^{-2}$
presión ($p=F/A$)	pascal	Pa	$N/m^2 = m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
energía (E), trabajo ($W=FL$) cantidad de calor (Q)	joule	J	$N \cdot m = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
área ($S=l^2$)	metro cuadrado	m^2	m^2
volumen ($V=l^3$)	metro cúbico	m^3	m^3
densidad ($\rho=m/V$)	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	kg/m^3
velocidad ($v=dI/dt$)	metro por segundo	m/s	m/s
aceleración ($a=d^2I/dt^2$)	metro por segundo al cuadrado	m/s^2	m/s^2
velocidad angular ($\omega=2\pi/T=d\phi/dt$)	radian por segundo	rad/s	rad/s
aceleración angular ($\alpha=d\omega/dt=d^2\phi/dt^2$)	radian por segundo al cuadrado	rad/s^2	rad/s^2

Tabla 1.2 Ejemplos de unidades derivadas

1.2.2 GRAMÁTICA DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Con el fin de evitar confusiones y facilitar la comunicación del SI, este tiene sus propias reglas para la escritura y uso de los símbolos y unidades algunas de ellas

se describen en la siguiente tabla [2].

Regla No.	Descripción	Forma Correcta	Forma Incorrecta
1	Todos los símbolos de las unidades SI se escriben con letras minúsculas del alfabeto latino, con la excepción del ohm (Ω), y aquellos que provienen del nombre de científicos, se escriben con mayúscula.	kg kilogramo A ampere	<i>Kg</i> <i>amp</i>
2	Los símbolos de las unidades se escriben sin punto final y no deben pluralizarse para no utilizar la letra "s" la cual representa el segundo.	50 cm 50 kg	50 cm. 50 kgs
3	En la expresión de una magnitud, los símbolos de las unidades se escriben después del valor numérico completo, dejando un espacio entre el valor numérico y el símbolo	253 m 5 °C	253m 5°C
4	Cuando se escribe el producto de los símbolos éste se expresa nombrando simplemente a estos símbolos	m*s se dice metro segundo	metro por segundo
5	Las unidades no se deben representar por sus símbolos cuando se escribe en letras su valor numérico. Igualmente al referirse a una unidad, se recomienda escribir el nombre completo, salvo casos en los cuales no exista riesgo de confusión al escribir únicamente el símbolo.	cincuenta metros	cincuenta m
6	Los nombres completos de las unidades y los símbolos no deben usarse combinados en una sola expresión.	m/s	metro/s
7	Cuando se deba escribir o pronunciar el plural del nombre de una unidad SI, se usaran las reglas de la Gramática Española	10 newtons 50 gramos	10 N's 50 gramo
8	Debe evitarse el uso de unidades de diferentes sistemas	kilogramo por metro cúbico	kilogramo por galón
9	Se debe utilizar el sistema de 24 horas con dos dígitos para la hora, dos dígitos para los minutos y dos dígitos para los segundos. En los intermedios se indica el símbolo de la unidad	20 h 00 09 h 30 min 12 h 40 min	8 PM 9:30 hrs 12 h 40'

Tabla 1.3 Algunas reglas para la escritura y uso de los símbolos y unidades

1.3 CONCEPTOS MÁS USADOS

En la metrología como en cualquier otra ciencia, es tan importante obtener un buen resultado como expresarlo correctamente. Por esta razón es necesario conocer claramente el significado de los conceptos básicos que son empleados.

El Instituto Colombiano de Normas Técnicas, ICONTEC, adopto en el año 1994 la norma NTC 2194: Metrología, Vocabulario de términos básicos y generales en metrología. Este documento está basado en la publicación técnica CNM-MMM-PT-001 (1996) del Centro Nacional de Metrología, CENAM, de México, el cual a su vez, se basa en otra norma de carácter internacional.

En las siguientes páginas se encontrarán los principales conceptos usados en actividades metroológicas [2].

Magnitud medible: Atributo a un fenómeno, cuerpo o sustancia que puede ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.

- a. Magnitudes en sentido general: longitud, tiempo, masa, temperatura etc.
- b. Magnitudes particulares: longitud de una varilla dada, resistencia eléctrica de un espécimen determinado de alambre.

Unidad de medida: Magnitud en particular definida y adoptada por convención, con la cual se comparan las otras magnitudes de la misma naturaleza, para expresar cuantitativamente su relación con esta magnitud.

- a. La unidad de medida tiene asignados de forma convencional nombres y símbolos.

Símbolo de una unidad de medida: Símbolo designado en forma convencional para una unidad de medida (por ejemplo m es el símbolo para metro y A es el símbolo para Ampere).

Valor de una magnitud: Cantidad de una magnitud en particular que se expresa como una unidad de medida multiplicada por un número (por ejemplo la longitud de una varilla 5,34 m o 534 cm) el valor de una magnitud puede ser expresado en más de una forma.

Valor verdadero de una magnitud: Valor consistente con la definición de una determinada magnitud particular, este es un valor que se obtendría por una medición perfecta por lo cual los valores verdaderos son indeterminados.

Valor convencionalmente verdadero: Valor atribuido a una magnitud particular y aceptado, algunas veces por convención, como un valor que tiene una incertidumbre apropiada para un propósito determinado, con frecuencia se utiliza un gran número de resultados de mediciones para establecer un valor convencionalmente verdadero (por ejemplo el valor recomendado por CODATA en 1986 para la constante de Avogadro $N_A: 6,0221367 \times 10^{23} mol^{-1}$).

Valor numérico de una magnitud: Número que multiplica a la unidad de medida en la expresión del valor de una magnitud.

Medición: Conjunto de operaciones que tiene por objeto determinar el valor de una magnitud, las operaciones pueden ser realizadas automáticamente.

Medida directa: Una medida es directa cuando se obtiene observando directamente en un instrumento diseñado para medir magnitudes de la misma naturaleza (por ejemplo, cuando se mide tensión eléctrica por medio de un multímetro digital).

Medida indirecta: Las medidas indirectas son aquellas que son resultado de emplear una expresión matemática que implica operaciones con cantidades físicas que fueron medidas directamente.

Instrumento de medida: Dispositivo para realizar mediciones solo o asociado a uno o varios dispositivos suplementarios.

Escala de un instrumento: Parte de un instrumento visualizador, que consiste en un conjunto ordenado de marcas, eventualmente acompañados de números o valores de la magnitud.

Clase de exactitud: Clase de instrumentos o sistemas de medida que satisfacen requisitos metrológicos determinados destinados a mantener los errores de medida o las incertidumbres instrumentales dentro de los límites especificados, bajo condiciones de funcionamiento dadas. Una clase de exactitud habitualmente se indica mediante un número o un símbolo adoptado por convenio.

Tolerancia: Dada una magnitud significativa y cuantificable el margen de tolerancia es el intervalo de valores en el que debe encontrarse dicha magnitud para que se acepte como válida. El propósito de los intervalos de tolerancia es el de admitir un margen para las imperfecciones, ya que se considera imposible la precisión absoluta desde el punto de vista técnico. En ingeniería es usual especificar el mayor valor posible de tolerancia mientras el componente en cuestión mantenga su funcionalidad.

La tolerancia puede ser especificada por un rango explícito de valores permitidos, una máxima desviación de un valor nominal, o por un factor o porcentaje de un valor nominal. Por ejemplo, si la longitud aceptable de un barra de acero está en el intervalo $1 \text{ m} \pm 0,01 \text{ m}$, la tolerancia es de 0,01 m (longitud absoluta) o 1% (porcentaje).

Valor medio: El mejor valor que podemos ofrecer para la magnitud medida es la media, o valor medio que representa el promedio aritmético de un conjunto de observaciones de acuerdo con la expresión.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

Donde x_i = medida individual.

Para calcular el valor medio de una serie de medidas básicamente se suman los valores y el resultado se divide entre el número de observaciones.

Desviación estándar experimental: Para una serie de n mediciones de la misma magnitud por medir, la cantidad σ que caracteriza a la dispersión de los resultados, y que está dada por la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2)$$

Siendo x_i resultado de la medición enésima y siendo, \bar{x} , la media aritmética de los n resultados considerados. La desviación estándar nos permite determinar, dónde están localizados los valores de una distribución de frecuencias con relación a la media, es decir que es la variación esperada con respecto a la media.

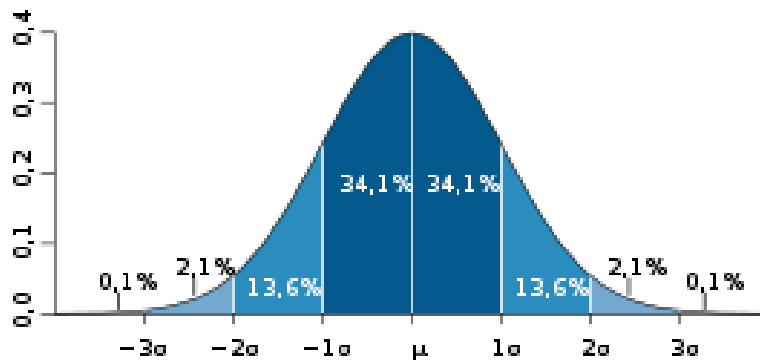


Figura 1.1 Desviaciones estándar en una distribución normal.

Trazabilidad: Propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida. La trazabilidad puede ser considerada “el pedigree de la medición”, ya que es una propiedad de la medición que permite que el resultado de esta sea relacionado con otros patrones nacionales e internacionales, mediante una cadena ininterrumpida. La cadena de trazabilidad debe comenzar con la medición realizada, mediante un instrumento particular, y finalizar en un patrón internacional, se conoce como cadena de trazabilidad a la cadena ininterrumpida de comparaciones. En otras palabras la trazabilidad es un proceso donde la indicación de un equipo de medición puede ser comparada, en una o más etapas con el patrón para la medición en cuestión.

Exactitud: La exactitud es un término cualitativo que se emplea para determinar qué tan cercano se encuentra un valor a otro valor, considerado como referencia. Este término requiere de la existencia de una comparación entre un valor medido y un valor de un mensurando; por lo tanto es necesario decir al emplear este término: A es más exacto que B, no es una magnitud y no se expresa numéricamente. Se dice que una medición es más exacta cuanto más pequeño es el error de medida.

Repetibilidad: Este es un concepto que cuantifica la cercanía entre los resultados de una medición, puede ser una desviación estándar experimental u otra medida de tendencia. Se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza por un operador varias veces midiendo la misma pieza.

Para clarificar los conceptos de exactitud y repetibilidad se presenta el siguiente ejemplo:

Dos tiradores diferentes A y B disparan una serie de dardos a un blanco; el número de disparos por persona es igual, en la siguiente figura se muestran las

marcas realizadas por ambos tiradores.

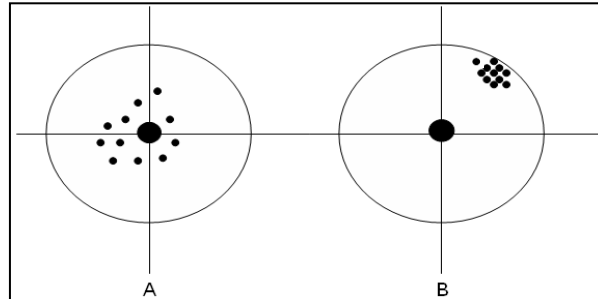


Figura 1.2 Ilustración gráfica de exactitud y repetibilidad.

De la observación de la figura se deduce que las marcas de B están más cercanas entre sí que las de A, es decir que los disparos de B son más "repetibles" que los de A o, dicho de otras palabras, B es más "constante" que A. Sin embargo las marcas de A se encuentran más cerca del centro que las de B, es decir los disparos de A son más "exactos" que los disparos de B. Para hablar de repetibilidad es necesario que las condiciones bajo las cuales se realiza la medición, o el disparo de las personas del ejemplo anterior, no cambien.

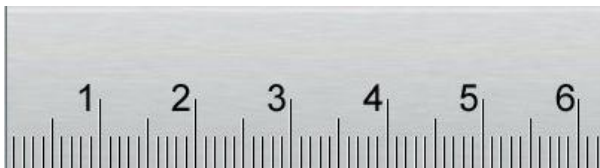
Reproducibilidad: Si alguna de las condiciones de medición cambia se habla de reproducibilidad y no de repetibilidad; el cambio puede ocurrir en: El principio de medición, el método de medición, el observador, el instrumento de medición, el lugar, las condiciones de uso, etc. En general se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza varias veces, por diferentes operadores, midiendo la misma pieza.

Calibración: La calibración es un proceso de comparación que se realiza entre los valores indicados por un instrumento de medición y los valores materializados por

un patrón. El objeto de una calibración es determinar si el instrumento bajo prueba cumple o no con las especificaciones dadas por el fabricante como la tolerancia, clase de exactitud entre otras. Una vez finalizado un proceso de calibración es posible encontrar que un instrumento no cumple con sus especificaciones, siendo entonces necesaria la realización de un proceso de ajuste o reparación.

Ajuste: El ajuste es un proceso por medio del cual se ubica un instrumento en un estado de funcionamiento adecuado para su uso. Existen algunos ajustes que pueden ser realizados por el usuario de una manera rutinaria, un ejemplo de esto es el ajuste del cero en los instrumentos de medición analógicos.

Resolución de un instrumento de medida: La diferencia más pequeña en unidades entre las indicaciones del dispositivo indicador en el instrumento de medida que puede ser distinguida significativamente, es decir que es la mínima diferencia entre indicaciones visualizadas, que el usuario puede percibir.



Regla: instrumento análogo

Resolución: 1mm ó 0,001 m



Cronometro: instrumento Digital

Resolución: 10ms ó 0,01s

Error: El error de medición es la diferencia existente entre el resultado de la medición indicado por el instrumento A_i y el valor convencionalmente verdadero A_r de la magnitud medida. Como el valor verdadero de la magnitud solo puede ser

estimado, el error entonces también es sólo un estimado.

$$E = A_i - A_r \quad (3)$$

Dónde:

A_i : es el valor medido

A_r : es el valor convencionalmente verdadero

Cuando sea necesario distinguir entre “error” y “error relativo”, el error a veces se denomina **error absoluto de medición** y no debe confundirse con el valor absoluto del error.

Error relativo: Es la relación entre el error absoluto (E), y el valor máximo de la escala (A_{max}). Por lo general este error se expresa en porcentaje.

$$\delta = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{A_{max}} \quad (4)$$

La formula anterior se utiliza para calcular el error relativo en el caso más general, es decir cuando la escala del instrumento de medida es uniforme, pero para los aparatos de medida cuya escala está **entre un valor distinto de cero y otro valor cualquiera** existe otra ecuación para calcular el error relativo. Para los aparatos de medida con **escala no uniforme** se tendrá otra ecuación para el cálculo del error relativo diferente a las anteriores. Por lo cual el cálculo del error relativo dependerá de la escala del instrumento de medida.

Incertidumbre: La palabra "incertidumbre" significa duda, y por lo tanto, en un sentido más amplio "incertidumbre de medición" significa duda en la validez del

resultado de una medición. La incertidumbre es el parámetro, asociado con el resultado de una medición, que caracteriza a la dispersión de los valores que en forma razonable se le podría atribuir a la magnitud por medir. La incertidumbre es un parámetro que indica la probabilidad que el resultado de una medición esté efectivamente dentro de ciertos límites alrededor de un valor medio (ver figura 1.3)

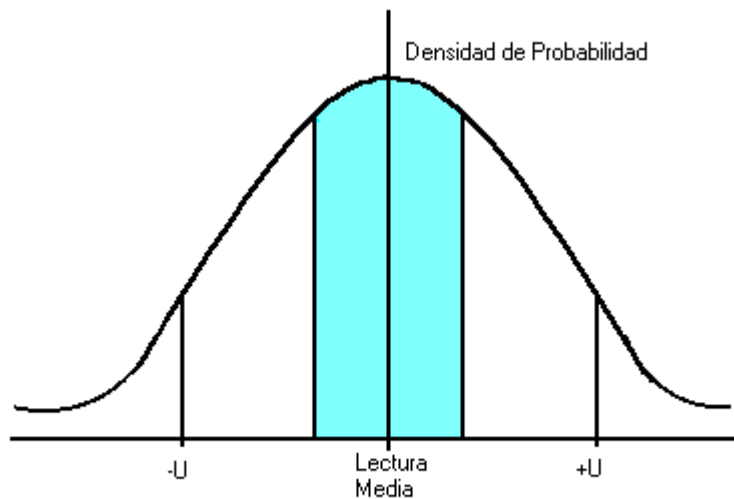


Figura 1.3 Incertidumbre de medición.

1.4 TALLER

1. La metrología es la _____ de la medición, cuyo objetivo principal es garantizar la _____ de las mediciones.

2. La metrología puede dividirse en las siguientes Clases:
 - 2.1. _____
 - 2.2. _____
 - 2.3. _____

3. La metrología _____ se aplica en:

- La calibración de los equipos de medición y prueba.
- La inspección de materias primas, proceso y producto terminado.

4. La metrología _____ tiene como objetivo proteger a los consumidores para que reciban los bienes y servicios con las características que ofrecen o anuncian los diferentes fabricantes.

5. El Sistema Internacional se fundamenta en las siguientes unidades básicas:

Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Longitud		
Masa		
Tiempo		
Corriente eléctrica		
Temperatura termodinámica		
Cantidad de sustancia		
Intensidad luminosa		

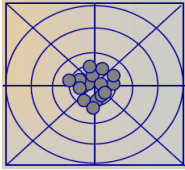
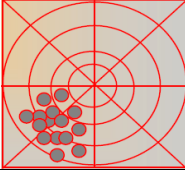
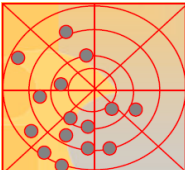
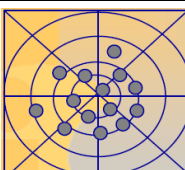
6. Determine si es Falso o Verdadero:

6.1. La Calibración es un proceso por medio del cual se ubica un instrumento en un estado de funcionamiento adecuado para su uso ().

6.2. La palabra "Error" significa duda, y por lo tanto, en un sentido más amplio "error de medición" significa duda en la validez del resultado de una medición. El Error del resultado de una medición refleja la falta de conocimiento exacto del valor del mensurando ().

7. Consigne el número de la definición en el cuadro que corresponda.

TERMINOS GENERALES DE METROLOGÍA

1. Repetibilidad	Diferencia existente entre el resultado de la medición y el valor convencionalmente verdadero de la magnitud de medida.
2. Reproducibilidad	La diferencia más pequeña entre las indicaciones de un dispositivo indicador que puede ser distinguido significativamente.
3. Trazabilidad	Proceso de comparación que se realiza entre los valores indicados por el instrumento de medición y los valores materializados por un patrón.
4. Incertidumbre	Aptitud de un instrumento de medición para proporcionar indicaciones próximas entre sí, obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza por un operador varias veces midiendo la misma pieza.
5. Error	Parámetro, asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos a la magnitud por medir.
6. Resolución	Variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza varias veces, por diferentes operadores, midiendo la misma pieza.
7. Calibración	Propiedad del resultado de una medición o del valor de un patrón, por la cual pueda ser relacionado a referencias determinadas, generalmente patrones nacionales o internacionales, por medio de una cadena ininterrumpida de comparaciones, teniendo todas las incertidumbres determinadas.
8.No-Repetible y No-Exacto.	
9.Repetible y Exacto.	
10.Exacto y No – Repetible	
11.Repetible y No-Exacto	

8. Coloque el nombre correcto de la unidad en caso de que sea necesario

UNIDAD	CORRECTO
kelvin	
metro	
kilogramo	
ampere	
Kelvin	
Metro	
Kilogramo	
Ampere	
niutonio	
julio	
amperio	

1.5 CONCLUSIONES

- En sus propias palabras explique los diferentes tipos de Metrología dentro de cada uno de sus contextos.
- ¿Por qué considera usted que la Metrología es importante en el mundo actual como ciencia de la medida?
- ¿Cuál es la diferencia entre una medición directa y una medición indirecta?
- ¿Cuál cree usted que sea la diferencia entre error e incertidumbre?
- En los tratados de libre comercio ¿en qué cree usted que tiene importancia la Metrología?
- ¿En qué radica la importancia de utilizar el lenguaje y escritura del **SI** acordes con la normas internacionales?
- ¿Cree usted que la metrología es solo importante en las zonas industriales o también en el ámbito de la ciencia?



2. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

2.1. OBJETIVOS

- Establecer y aplicar las reglas para determinar el número de cifras significativas en una medida experimental.
- Aprender e implementar las reglas básicas para el redondeo de mediciones.
- Expresar de manera adecuada los resultados de mediciones obtenidos experimentalmente.
- Efectuar cálculos teniendo en cuenta el número de cifras significativas.
- Calcular valores medios y desviación estándar (σ) interpretando físicamente estos resultados.

2.2. INTRODUCCIÓN

Las mediciones no pueden realizarse con una exactitud absoluta y como los cálculos tienen tendencia a producir resultados que consisten en largas filas de números, se debe tener cuidado de citar el resultado final con sensatez. La confiabilidad de una medida está relacionada con el número de cifras significativas que se emplean para escribirla [11].

Cuando se hacen mediciones de ciertas cantidades, los valores medidos se conocen solo dentro de los límites de la incertidumbre experimental. El valor de esta incertidumbre depende de factores tales como la calidad del aparato, la habilidad del experimentador y el número de mediciones efectuadas.

En una medición, el número de dígitos indica los valores con los cuales el experimentador se encuentra razonablemente seguro. Ese número se denomina “**cifras significativas**”. Además en física, escribir a una medida cifras adicionales de las cuales no tenemos seguridad, no tiene sentido. En otras palabras las cifras significativas de una medida son todas aquellas que pueden leerse directamente del aparato de medición utilizado, lo que quiere decir que no van más allá de la resolución del instrumento.

Ejemplo: La medida 2.0476**3**kg obtenida con una balanza digital con resolución de 0.0001 kg, tiene cinco cifras significativas: 2,0,4,7 y 6. El **3**, no puede leerse en esta balanza y por consiguiente no tiene sentido.

Cifra apreciada o estimada: Cuando un **observador hábil** en la medida, intenta calcular una fracción de la longitud entre dos marcas sucesivas de una escala y asigna un número a la aproximación, está dando una cifra apreciada.

Ejemplo: La longitud medida con una regla de 30 cm está entre 3,6 y 3,7 cm; aproximadamente a la mitad. ¿Cómo se reporta? El observador podría apreciar o estimar esta medida, sobre todo si se vale de otros instrumentos que le ayuden en esta tarea, como por ejemplo una lupa. Por esta razón no es raro encontrar en algunos reportes de medida, mediciones con una cifra apreciada o estimada que por lo tanto tienen una cifra más que la indicada por la resolución del instrumento.

Existen instrumentos de medición analógicos y digitales; en esto últimos no se pueden “apreciar” cifras significativas ya que el instrumento expresa sus medidas con base en su resolución. En los instrumentos analógicos por el contrario se podrían apreciar o estimar cifras extras a la resolución real del instrumento.

Para estos cursos de laboratorio se expresarán las mediciones únicamente con las cifras significativas que no van más allá de la resolución del

instrumento; con base en esta directiva expresaremos las mediciones realizadas y el número correspondiente de cifras significativas.

La realidad con respecto al número de cifras significativas de una medición es que estas al final dependen de la incertidumbre de la misma; a medida que se vayan madurando en estos conceptos se comprenderá mejor lo expresado y se llegará a la conclusión de que en una medición siempre habrá cifras significativas seguras y una o a lo sumo dos cifras significativas que son dudosas dependiendo del número de cifras significativas con que se exprese la incertidumbre de medición. El razonamiento anterior está basado en: “El número de cifras significativas en la expresión de la incertidumbre es generalmente uno, o dos cuando la exactitud es alta (si la primera cifra significativa es uno o dos, cabe la posibilidad de usar un dígito más para evitar la pérdida de información útil). Además debe asegurarse que el número de cifras significativas del valor del mensurando sea consistente con el de la incertidumbre” [12].

2.2.1. NÚMEROS EXACTOS E INEXACTOS

Al escribir o manipular números se debe distinguir los números exactos de los inexactos. Los números exactos corresponden a números enteros o fracciones, los que provienen de una definición (por ejemplo “una pulgada es igual a 2.54 cm”) y las constantes matemáticas como π , e , pero en el caso de estas constantes, el número de sus cifras decimales dependerá de las otras cantidades. Como ilustración se presenta el siguiente ejemplo:

Hallar el área de un círculo cuyo radio es 8.73 cm.

$$A = \pi \times R^2 = 3,14 \times (8,73 \text{ cm})^2 = 239,30 \text{ cm}^2 \quad (1)$$

Los números inexactos son todos aquellos que expresan el resultado de mediciones experimentales.

Si por ejemplo medimos una longitud con una regla graduada en milímetros; es lógico que este instrumento de medida medirá con una exactitud únicamente de milímetros. Si una persona con esta regla, encuentra que la longitud del lado de un triángulo es de 15,26 cm decimos que esta persona “estimó” decimas de milímetro, puesto que era imposible con el instrumento de medida dado, determinar con exactitud las 6 decimas de milímetro, por lo cual para esta medida no se puede aceptar más de una cifra significativa decimal.

Además el instrumento de medida (la regla) no es perfecto, por lo cual toda medición conlleva un error. De hecho cualquier aparato científico además de una escala o graduación proporciona una estimación del error instrumental, que es determinada por el fabricante utilizando técnicas seleccionadas para ello y que de manera general se denomina “**tolerancia**”.

El resultado de la medida del ejemplo anterior puede ser expresado de diferentes maneras, así:

$$15,2 \text{ cm} \equiv 0,152 \text{ m} \equiv 152 \text{ mm} \equiv 0,152 \cdot 10^3 \text{ mm} \quad (2)$$

Estos resultados tienen 3 cifras significativas que son los dígitos correctos en una medida realizada con este instrumento de medida.

2.2.2. MULTIPLOS Y SUBMULTIPLOS DECIMALES EN EL SI

Los patrones, aunque escogidos arbitrariamente, se han elegido de modo que las unidades sean del tamaño adecuado para las necesidades ordinarias del hombre.

Así 1 metro tiene el orden de magnitud “correcto” para la medida “normal” de distancias. Pero otras distancias tienen un tamaño tal que su escritura completa en unidades ordinarias resulta incomoda [2].

Por ejemplo, “la distancia del sol a la estrella más cercana es de $40400400000000000\text{ m} = 4,04004 \cdot 10^{16}\text{ m}$ ”. En estos casos se acostumbra escribir los valores de las magnitudes físicas en forma abreviada, para lo cual se utilizan los prefijos que se muestran en la siguiente tabla.

Prefijo	Abreviatura	Valor del prefijo
yotta	Y	$10^{24} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
zetta	Z	$10^{21} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
exa	E	$10^{18} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
peta	P	$10^{15} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
tera	T	$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
giga	G	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
mega	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$
kilo	k	$10^3 = 1\ 000$
hecto	h	$10^2 = 100$
deca	da	$10^1 = 10$
deci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
mili	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$
pico	p	$10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$
femto	f	$10^{-15} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 001$
atto	a	$10^{-18} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
zepto	z	$10^{-21} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
yocto	y	$10^{-24} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$

Tabla 2.1 Prefijos para especificar múltiplos de 10.

De igual forma como existen reglas para el uso de unidades del Sistema Internacional de unidades (SI) también hay reglas para el uso de los prefijos algunas de ellas son descritas en la tabla 2.2.

Regla No.	Descripción	Forma Correcta	Forma Incorrecta
1	En la escritura de los múltiplos y submúltiplos de las unidades, el nombre del prefijo no debe estar separado del nombre de la unidad.	microfarad	micro farad
2	Los prefijos deberán ser usados con las unidades SI para indicar orden de magnitud ya que proporcionan convenientes substitutos de las potencias de 10.	18,4 Gm	18 400 000 000 m
3	Se recomienda el uso de prefijos escalonados de mil en mil	nano (n) micro (μ), mili (m)	1 hg (en vez de 0,1kg)
4	No deben usarse prefijos repetidos en una sola expresión.	pF Gg	$\mu\mu$ F Mkg
5	El símbolo del prefijo no debe estar separado del símbolo de la unidad ni por un espacio, ni por cualquier signo tipográfico.	μ m	μ m ó μ -m
6	Los prefijos que se utilicen para formar los múltiplos y submúltiplos de las unidades, deben ser antepuestos a las unidades de base o derivadas del SI.	μ s (microsegundo) mK (milikelvin)	

Tabla 2.2 Algunas reglas para el uso de prefijos [2].

2.3. ¿CÓMO DETERMINAR EL NÚMERO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS?

Para determinar el número de cifras significativas de un número menor que 1 se cuenta el número de cifras que lo forman incluyendo los ceros situados al lado derecho o en el medio, pero no los ceros de la izquierda. Por ejemplo, la representación de la constante de gravitación universal es $0,00000000006670 \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$ contiene 14 cifras decimales y 4 cifras significativas [13].

Para determinar el número de cifras significativas de un número mayor que 1 se cuenta el número de cifras que lo conforman incluyendo los ceros situados en el medio, pero no los ceros situados al lado derecho; por esto el valor de la velocidad de la luz $c = 2997926600000 \text{ ms}^{-1} = 2,9979266 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, posee 8 cifras significativas.

2.4. ALGUNAS REGLAS DE OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Al sumar o restar medidas, **no** tiene sentido conservar más decimales que los que tenga el número con menos decimales. Esto se ilustra con la suma ($29,32\text{m} + 0,01853\text{m} + 2,033\text{m}$). En este caso se debe redondear a dos decimales, antes de efectuar la suma. En el numeral 2.5 de esta guías e muestran las reglas para el redondeo de números [11].

$$29,32 \text{ m} + 0,02 \text{ m} + 2,03 \text{ m} = 31,37 \text{ m} \quad (3)$$

Al multiplicar o dividir medidas, el número de cifras significativas del resultado debe ser igual al del término con menor número de cifras significativas.

Ejemplo:

$$1,04 \text{ cm}^2 \times \pi \text{ debe escribirse, } 1,04 \text{ cm}^2 \times 3,14 = 3,27 \text{ cm}^2 \quad (4)$$

2.5. REGLAS PARA EL REDONDEO DE NÚMEROS

1. Si la primera de las cifras que se descarta es inferior a 5, las cifras que se conservan se dejan inalteradas: $28,4\underline{4} \approx 28,4$ [13].
2. Si la primera cifra que se descarta es mayor que 5, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1: $28,4\underline{6} \approx 28,5$.

3. Si la primera de las cifras que se descarta es exactamente 5 y las cifras que le siguen no son todas cero, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1: $28,4\underline{5}6 \approx 28,5$.
4. Si la primera de las cifras que se descartan es exactamente 5 y las cifras que le siguen son todas cero, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1 si es impar y se deja inalterada si es par: $28,5\underline{5}0 \approx 28,6$ y $28,4\underline{5}0 \approx 28,4$.

2.6. MATERIALES

- Escuadra.
- Regla graduada en milímetros (Tolerancia 2%).

2.7. TRABAJO PARA DESARROLLAR

- Con una regla graduada en milímetros mida los lados a , b , c del triángulo de la figura 2.1 y anote los resultados de sus mediciones en la tabla de datos 2.3, se recomienda incluir en sus mediciones una cifra dudosa (Recuerde el trabajo con cifras significativas) [11].

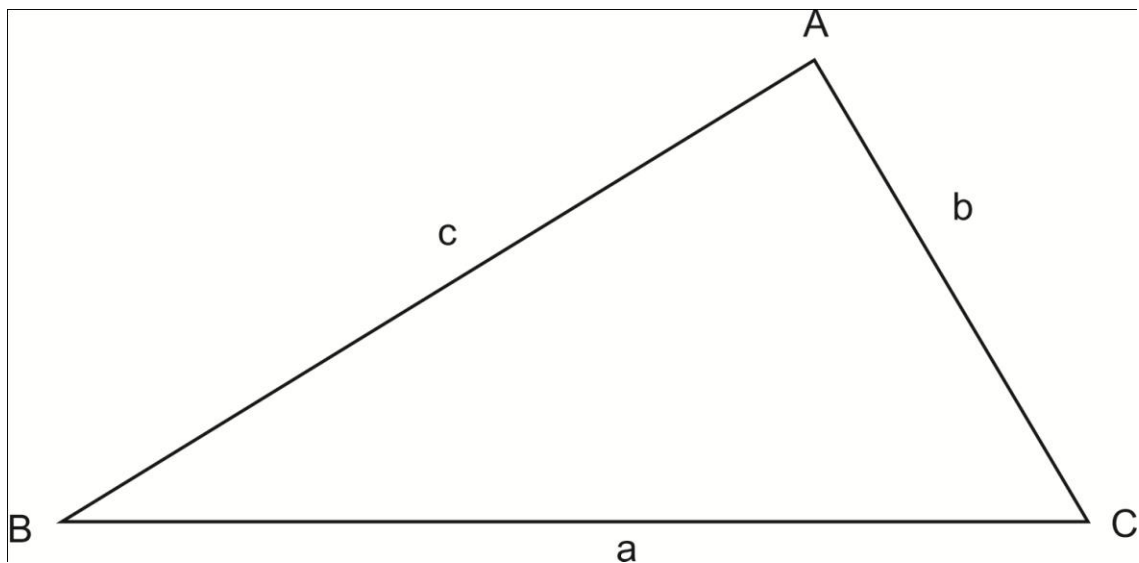


Figura 2.1 Un triángulo de lados a , b , c .

- Trace las alturas sobre cada uno de los lados del triángulo. Recuerde que una altura es un segmento trazado perpendicularmente desde un vértice hasta la recta que contiene el lado opuesto.

Mida con sus compañeros con la regla cada una de las alturas y anote sus valores en la tabla de datos 2.3.

- Calcule los valores medios para cada uno de los lados y cada una de las alturas medidas por los tres estudiantes. Anótelos en la tabla 2.3.
- Halle las desviaciones estándar (σ) de los datos obtenidos por los tres estudiantes para los lados y las alturas. Registre sus resultados en la tabla 2.3. Para este cálculo utilice herramientas como Excel o una calculadora que tenga estas funciones.
- Calcule el área del triángulo, utilizando sucesivamente los tres lados como bases y sus correspondientes alturas. Consigne los resultados de cada estudiante en la tabla 2.4

Recuerde que el área A de un triángulo se calcula mediante la expresión:

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \quad (5)$$

Los cálculos que debe realizar son entonces los siguientes (tenga en cuenta el número correcto de cifras significativas). Consigne los resultados de cada estudiante en la tabla 2.4

$$A_1 = \frac{(a \times h_a)}{2} \quad (6)$$

$$A_2 = \frac{(b \times h_b)}{2} \quad (7)$$

$$A_3 = \frac{(c \times h_c)}{2} \quad (8)$$

Halle el valor medio de las áreas de cada estudiante y anótelos en la tabla 2.4

	LADOS			ALTURA		
	a (cm)	b (cm)	c (cm)	h_a (cm)	h_b (cm)	h_c (cm)
Estudiante 1						
Estudiante 2						
Estudiante 3						
Valores medios (cm)	$\bar{a} =$	$\bar{b} =$	$\bar{c} =$	$\bar{h}_a =$	$\bar{h}_b =$	$\bar{h}_c =$
Desviación estándar (σ) (cm)						

Tabla 2.3 Resultados de las mediciones en la figura 2.1.

		Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
Área sin redondeo (cm^2)	A_1			
	A_2			
	A_3			
Área con redondeo (cm^2)	A_1			
	A_2			
	A_3			
Valor medio	\bar{A}			

Tabla 2.4 Resultados obtenidos para el área del triángulo.

2.8. ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ En este experimento ha realizado medidas directas e indirectas. Indíquelas.
- ✓ ¿Con cuántas cifras decimales ha expresado los resultados de sus mediciones? ¿por qué?

- ✓ Como tema de investigación que servirá para posteriores guías, ¿Qué significado físico tendría el valor de las desviaciones estándar (σ) consignadas en la tabla 2.3. Explique gráficamente.
- ✓ ¿Qué significado físico tiene el error por especificaciones del fabricante (tolerancia)?
- ✓ Con base a los resultados de la tabla 2.4 halle la desviación estándar (σ) para el área del triángulo, utilice los valores encontrados por los tres estudiantes luego del redondeo. ¿Qué significa esto físicamente? Explique gráficamente.

2.9. CONCLUSIONES

- ¿Esperaba que los resultados obtenidos en A_1 , A_2 , A_3 y \bar{A} fueran iguales? ¿Por qué?
- Compare los resultados que usted ha obtenido con los de sus compañeros. Indique las semejanzas, diferencias y sus conclusiones finales.
- Si hubiera utilizado instrumentos de medición de mayor o menor resolución, ¿cómo habrían variado sus resultados?
- ¿Habría sido igual el número de cifras significativas utilizadas en sus respuestas si hubiera utilizado un instrumento con mayor o menor resolución?



**3. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE ERRORES EXPERIMENTALES Y
APLICACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE
INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN.
(MEDIDAS DIRECTAS)**

3.1. OBJETIVOS

- Realizar de manera adecuada la medición del tiempo que tarda un balón en descender por un plano inclinado.
- Adquirir habilidad en el uso y aplicación de las herramientas estadísticas en el análisis de medidas de naturaleza aleatoria.
- Construir e interpretar un histograma de densidad de probabilidad.
- Calcular el valor medio, la varianza, la desviación estándar y el error estadístico de una muestra de datos experimentales.
- Determinar cualitativamente si un conjunto de datos experimentales se distribuye normalmente.
- Calcular la incertidumbre tipo A para los datos experimentales obtenidos.
- Calcular las incertidumbres tipo B para los datos experimentales obtenidos.
- Calcular la incertidumbre combinada y expandida de la medición.
- Expresar el resultado de la medición con su respectiva incertidumbre.

3.2. INTRODUCCIÓN

Para comprender la operación de cualquier instrumento de medida es necesario conocer cada uno de los elementos que lo conforman y la función general ejecutada por cada uno de ellos. Los elementos del instrumento son los que se encargan de poner en contacto al observador con el medio que se mide [13].

Una medición es una muestra del conjunto de todas las observaciones posibles. Está sujeta a fluctuaciones estadísticas debidas al medio ambiente y otros agentes, pues se obtiene mediante el uso de instrumentos que no pueden ser del todo exactos, además el observador es un ser humano que a menudo introduce errores en la medición y que constituye el elemento final de este proceso.

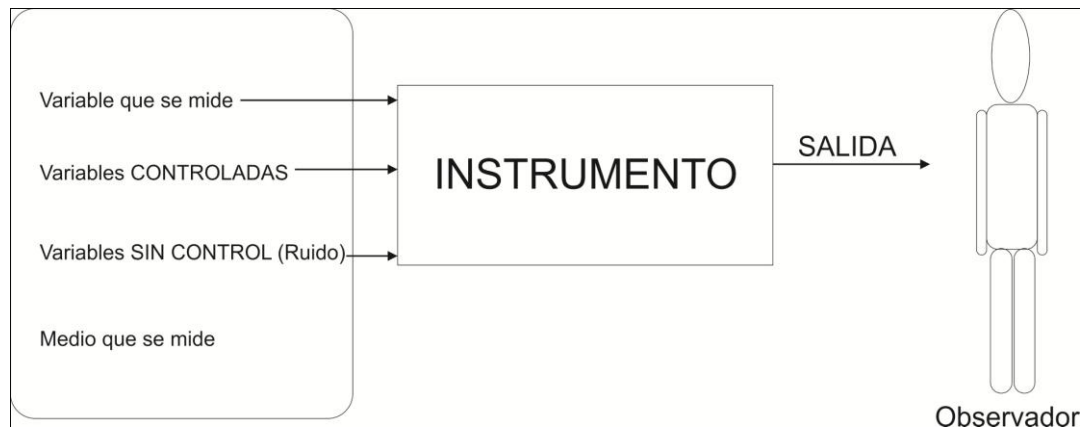


Figura 3.1 Diagrama esquemático de un sistema de medida.

El medio ambiente es donde se encuentran las variables, tanto la que se mide, como las indeseables en el proceso. La variable que se mide es la que se está interesado en cuantificar. Las interferencias representan las cantidades que no son de interés en la medición pero entran al instrumento y son captadas por él.

Las **variables controladas** son aquellas que intervienen en la medida global pero sobre las cuales se tiene cierto control, se pueden mantener más o menos constantes durante el proceso de medición. Por el contrario las **variables sin control** son aquellas sobre las cuales no se tiene ningún control, y son las causantes de la aleatoriedad de las medidas, afortunadamente intervienen mínimamente.

Al realizar una medición determinada, es indispensable comprender que ésta jamás será absolutamente exacta, para expresar de manera correcta el resultado de una medición, es necesario calcular su respectiva incertidumbre asociada.

En esta práctica se medirá el tiempo que tarda un balón en descender por una rampa, en condiciones más o menos controladas. A continuación se presentan los elementos mínimos necesarios para el análisis de las medidas obtenidas con la intención de estudiar el comportamiento de la variable.

3.3. HISTOGRAMA

Si se tiene un conjunto de datos se puede construir una gráfica donde el eje x está dividido en intervalos correspondientes a grupos de medidas y el eje y el número de medidas que se cuentan en cada intervalo, esta grafica recibe el nombre de **histograma de probabilidades** y permite visualizar el comportamiento (distribución) de los datos [13].

Los pasos para construir el histograma son:

- Identificar los valores mínimo y máximo del conjunto total de medidas.
- Establecer un conjunto de intervalos de tamaño constante Δx .
- Determinar las frecuencias, o sea el número de medidas que se encuentran en cada uno de los intervalos.

Debido a que los intervalos deben ser de igual tamaño, para determinar el ancho de cada intervalo Δx se utiliza la siguiente expresión:

$$\Delta x = \frac{\text{valor más grande de los datos} - \text{valor más pequeño de los datos}}{\text{número total de intervalos}}$$

Para ello se debe utilizar la definición de la **densidad de probabilidad Z**:

$$Z = \frac{p}{\Delta x} \quad (1)$$

Donde p es la probabilidad de que una medida esté en un intervalo de interés y se define como:

$$p = \frac{\text{Número de lecturas en el intervalo}}{\text{Número total de lecturas}} \quad (2)$$

Como regla general, los estadísticos rara vez, utilizan menos de 6 y más de 15 intervalos.

En un sistema de ejes coordenados, colocando los intervalos Δx en el eje x y las frecuencias de cada intervalo en el eje z, se construye una gráfica de Z en función de Δx , obteniéndose un diagrama de barras conocido como **histograma de probabilidad**.

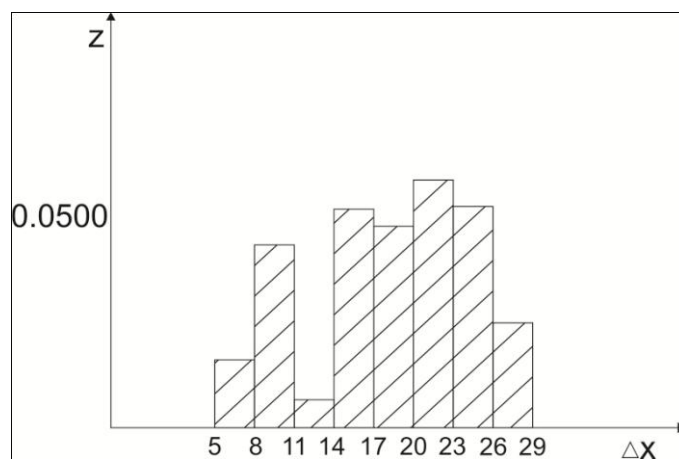


Figura 3.2 Histograma de Probabilidad.

En la distribución anterior el área de cada barra ($A_i = Z \cdot \Delta x$) representa la probabilidad de encontrar una medida en ese intervalo. El área total de las barras del histograma representa la probabilidad total P de encontrar cualquier medida entre el valor mínimo y el valor máximo del conjunto de datos posibles ($P = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$).

Para clarificar supongamos que tenemos un conjunto de 50 observaciones anotadas en el orden en el que aparecen, de tal manera que $n = 50$ (*Número total de lecturas*), para que los datos sean útiles, se deben organizar las observaciones, de modo que se puedan distinguir patrones y llegar a conclusiones lógicas, la forma más sencilla de presentar los datos es en forma ascendente o descendente pues se pueden notar rápidamente los valores mayor y menor de los datos, se puede dividir fácilmente los datos en secciones, y se puede ver si algunos de los datos aparecen más de una vez.

Una forma común de organizar los datos consiste en dividirlos en categorías o intervalos y luego contar el número de datos que quedan en cada intervalo, este método produce una **distribución de frecuencias**, que no es más que una tabla en la que los datos se organizan en grupos de valores que describen una característica de los datos, la frecuencia absoluta o frecuencia se conoce como el número de datos que hay en un intervalo, pero también existe la frecuencia relativa que es simplemente la división de la frecuencia absoluta de cada intervalo entre el número total de lecturas $f_r = f/n$ y se puede expresar como una fracción, un número decimal o un porcentaje; la suma de todas las frecuencias relativas es igual a 1 o a 100%, la representación gráfica de la distribución de frecuencias se realiza mediante un **histograma de probabilidades** el cual puede ser construido utilizando las frecuencias absolutas o las frecuencias relativas siguiendo los pasos para construir el histograma mencionados en el numeral 3.3.

3.3.1. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

A cada valor que pueda tomar una variable aleatoria siempre va a estar asociada una determinada probabilidad. La regla que expresa la relación entre los valores que puede tomar una variable aleatoria y su probabilidad se denomina Ley **de distribución de probabilidades** y puede representarse de la forma grafica, como se muestra en la figura 3.3 [2].

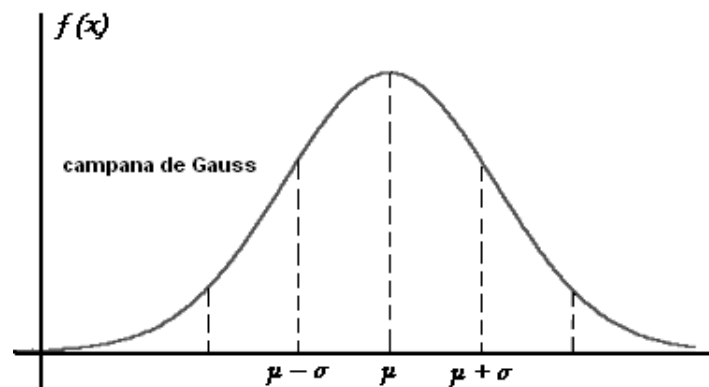


Figura 3.3 Distribución de probabilidades.

Las magnitudes físicas observables, determinadas en condiciones de repetibilidad generalmente tienen distribuciones de probabilidad descritas a través de la función de distribución normal o gaussiana y es una de las más usadas en aplicaciones prácticas. Está dada por la expresión (3):

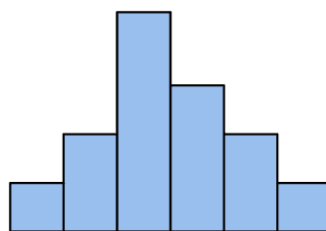


Figura 3.4 Función de distribución normal.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (3)$$

Donde:

x : varía entre $-\infty$ y $+\infty$.

σ : es la desviación estándar.

μ : es el valor esperado para una población (infinitos datos).

La distribución se caracteriza por el símbolo σ , un pequeño valor de σ indica la existencia de una gran probabilidad de encontrar un dato cerca del valor esperado μ .

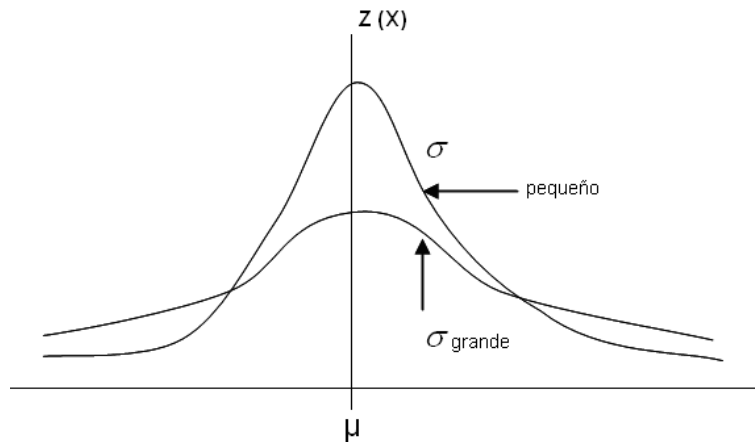
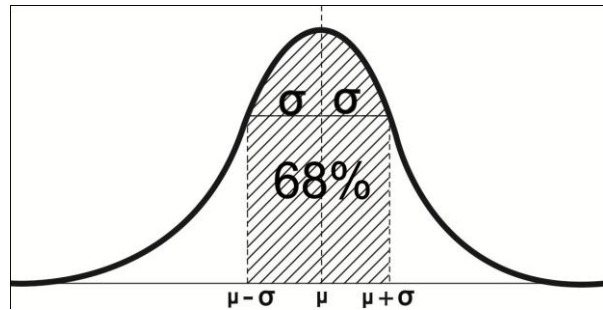


Figura 3.5 Curvas Gaussianas con diferentes σ .

Por el carácter aleatorio de los datos, las cantidades σ y μ no se pueden conocer con exactitud. Lo que puede hacerse es una aproximación a ellas utilizando la información obtenida con el instrumento de medida. En una distribución de Gauss puede demostrarse que para un conjunto de muchas medidas.

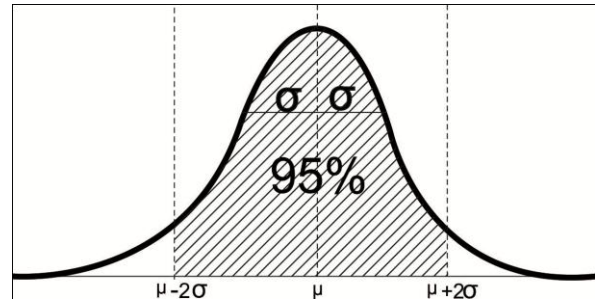
El 68% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$$



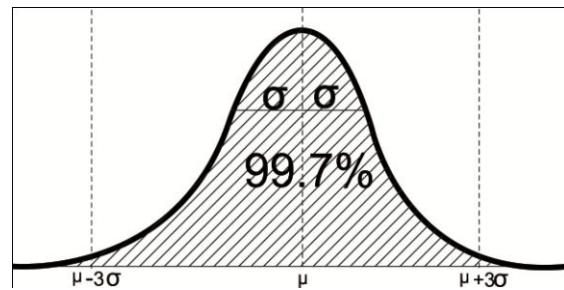
El 95% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma$$



El 99.7% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma$$



Los parámetros que caracterizan la distribución de probabilidades obtenida son estimados o aproximaciones de la esperanza matemática (μ) y la varianza (σ^2). El estimado de la esperanza matemática (μ) es la media aritmética o valor medio y la varianza se calcula como la desviación estándar al cuadrado [2].

Es posible que los datos reales obtenidos no se distribuyan normalmente de una manera exacta pero en muchos casos se producen aproximaciones que llevan al experimentador a asumir este modelo estadístico para la distribución.

Para decidir si un conjunto de medidas se distribuye normalmente o no, se presenta un criterio el cual hace uso de una función $Z(x)$, tal que: $Z(x) = \Pr(X \leq x)$ donde $Z(x)$ es la suma de las frecuencias relativas de todos los valores de la muestra que son menores o iguales que un cierto valor x . Esta función recibe el nombre de *función de distribución* de la muestra y es una función que ofrece, para cada valor de x , la probabilidad de que la variable aleatoria X sea menor o igual que x [2].

La función de distribución correspondiente para la distribución gaussiana de la figura 3.2, tabulada por métodos numéricos, tiene la forma mostrada en la figura 3.6.

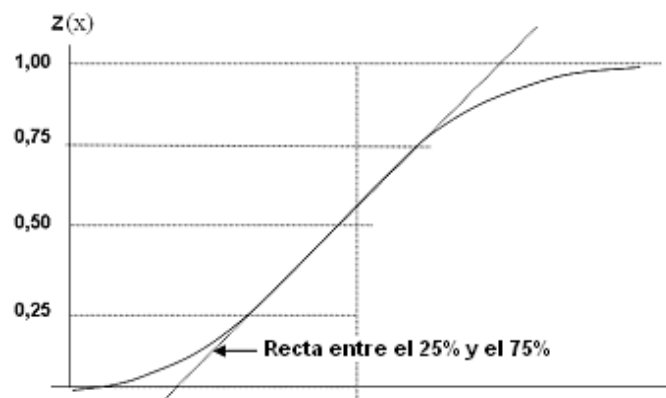


Figura 3.6 Función de distribución acumulativa cuando $f(x)$ es Gaussiana.

Como puede observarse, en la región comprendida entre el 25% y el 75% de la frecuencia relativa acumulada $Z(x)$, de la gráfica tiene un comportamiento lineal. Utilizando entonces un papel milimetrado y asumiendo que los datos se distribuyen normalmente, al graficar en el eje vertical el porcentaje de lecturas que quedan en, o debajo del valor de la abscisa y en el eje horizontal, los intervalos Δx en el rango arriba señalado, los puntos de la curva pueden dibujarse como una línea recta entre el 25% y el 75%. El valor de la abscisa correspondiente al 50% de la ordenada deber estar muy cercano al valor medio “ver figura 3.6”.

3.4. CONCEPTOS ESTADÍSTICOS

Valor medio: El mejor valor que podemos ofrecer para la magnitud medida es la media, o valor medio que representa el promedio aritmético de un conjunto de observaciones de acuerdo con la expresión:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

Donde x_i = medida individual.

Desviación estándar: Para estimar el error cometido en una serie de medidas se puede realizar una medida de sus desviaciones. Como estas se producen al azar para que no se compensen unas con otras lo mejor es promediar sus cuadrados. En estadística se llama desviación estándar a este promedio de desviaciones, de acuerdo con la expresión.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (5)$$

Varianza: Es el cuadrado de la desviación estándar denotada por s^2 , la cual está dada por la siguiente ecuación.

$$s^2 = \sigma^2 \quad (6)$$

$$s^2(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (7)$$

Error estadístico (incertidumbre tipo A): Es la medida de la incertidumbre con la cual se conoce el valor medio, está dada por.

$$\varepsilon^2(x) = \frac{s^2(x)}{n} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

3.5. ERRORES EXPERIMENTALES

Todo aparato de medida tiene cierto error y se debe en parte, a la construcción del aparato y al desgaste durante el funcionamiento del aparato, entre otros.

Error absoluto: Es la diferencia que existe entre el valor indicado por el instrumento A_i y el valor convencionalmente verdadero A_r de la magnitud medida.

$$E = A_i - A_r \quad (10)$$

Cuando sea necesario distinguir entre “error” y “error relativo”, el error suele llamarse **error absoluto de medición** y no debe confundirse con **el valor absoluto del error**.

Los errores experimentales se dividen en dos clases:

➤ **Errores sistemáticos:** Se deben a diversas causas y son determinables y corregibles si se sabe lo suficiente de la Física del proceso. Se les llama sistemáticos porque se refieren a una perturbación que influencia todas las medidas de una cantidad particular, de igual manera. Están asociados tanto al instrumento de medición como a la persona que la realiza. Algunos de ellos están relacionados con influencias ambientales no controladas. La mayoría de los

errores sistemáticos corresponden a alguna de las siguientes cuatro categorías

- Teóricos (Cálculos errados).
- Instrumentales (Errores de calibración).
- Ambientales (Fluctuaciones en la temperatura, humedad, etc.).
- De observación (Errores de paralaje, efectos ópticos indeseables: reflexión, refracción, etc.)

$$E_{sistemático} = \bar{A}_i - A_r \quad (11)$$

Donde:

\bar{A}_i : es la media de todas las mediciones.

A_r : es el valor convencionalmente verdadero.

- **Errores accidentales o aleatorios:** Se deben a la suma de gran número de perturbaciones individuales que se combinan para dar resultados que son muy altos en un momento (o lugar) y muy bajos en otro. Las causas individuales pueden ser conocidas o solo sospechadas.

$$E_{aleatorio} = A_i - \bar{A}_i \quad (12)$$

Donde:

A_i : es el valor medido.

\bar{A}_i : es la media de todas las mediciones.

3.6. MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN MEDIDAS DIRECTAS.

A continuación se suministra una guía para la correcta ejecución de todos los pasos mencionados anteriormente del método general para el cálculo de incertidumbre de medición en **medidas directas**.

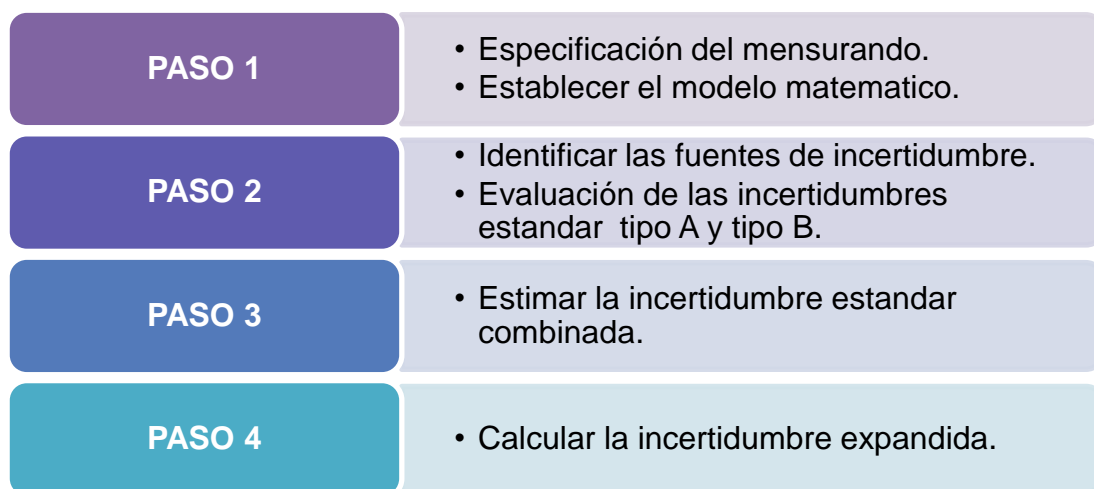


Figura 3.7 Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas directas.

PASO 1: Especificación del mensurando y Establecer el modelo matemático:

Consiste en escribir un enunciado claro de lo que es medido, incluyendo la relación entre el mensurando y las magnitudes de entrada (por ejemplo magnitudes medidas, constantes, etc.) sobre las cuales éste depende. **El modelo matemático** consiste en presentar como una función la relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida de la siguiente forma [5]:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (13)$$

Para clarificar, si se mide una longitud cualquiera con una regla metálica, el resultado será el indicado en la regla, pero se debe tener en cuenta que las propiedades físicas de la regla varían dependiendo de la temperatura debido a la dilatación térmica de los metales, es decir que la regla sufre una dilatación lineal, también se deben tener en cuenta las propiedades del objeto que se mide, pues si el objeto tiene alguna deformación o curva, este será otro factor influyente en la medición final de la longitud de dicho objeto, por lo cual el **modelo matemático** se expresará así [9]:

$$Y = L(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Donde:

L : Es la medida de la longitud observada sobre la regla.

(X_1, X_2, \dots, X_N) : Son las magnitudes de entrada sobre las cuales la medida de la longitud depende (propiedades físicas de la regla y del objeto).

PASO 2: Identificar las fuentes de incertidumbre. Evaluación de las incertidumbres estándar:

Para identificar las fuentes de incertidumbre, es necesario realizar una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar la medición, algunas de estas fuentes pueden ser errores introducidos a la medición por el observador, efectos de las condiciones ambientales sobre la medida, entre otras, pero las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para las prácticas realizadas en el laboratorio de Física I, serán las debidas a la repetibilidad de las mediciones y las obtenidas por las especificaciones de exactitud y de resolución en el instrumento de medida usado.

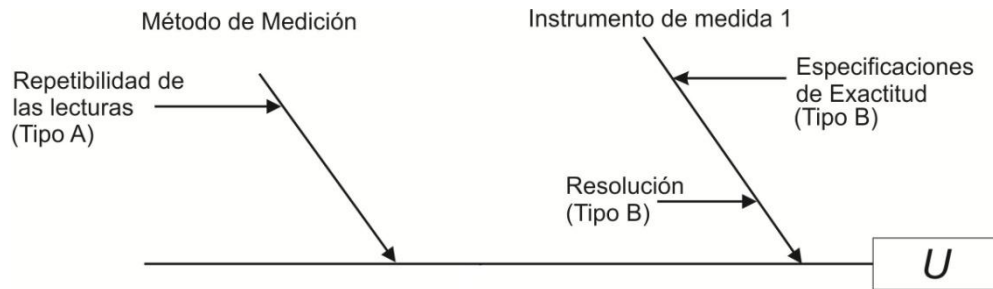


Figura 3.8 Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

Después de identificar las fuentes de incertidumbre se debe evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Para la evaluación de las incertidumbres individuales existen dos métodos principales: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B** descritos a continuación.

Tipo A: Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, se estima basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición, es decir que la incertidumbre tipo A se obtiene a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio y se calcula con la desviación estándar de las mediciones dividido por la raíz cuadrada del número de mediciones [9].

$$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (14)$$

$$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

TIPO B: Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones. Se obtiene a partir de informaciones preexistentes de diversa índole, existen cuatro casos para calcular las incertidumbres tipo B, las cuales pueden ser vistas en el documento anexo a estas guías en el cual se muestra el método riguroso para el cálculo de incertidumbre de medición, sin embargo para el desarrollo de las practicas en el laboratorio solo tendremos en cuenta los siguientes dos casos:

Caso1: Por especificaciones

Las especificaciones son determinadas por el fabricante del equipo mediante técnicas seleccionadas pero en la mayoría de los experimentos solo tendremos acceso a la tolerancia dada por el instrumento, que es el error instrumental que proporciona cualquier aparato científico y está dada por la expresión (16).

$$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (16)$$

Para clarificar este concepto si tenemos una regla de 1 m graduada en mm, que posee una tolerancia de 2 % y se mide una longitud de 357 mm o 35,7 cm; el 2 % de esta medida es el máximo error que puede cometer la regla al medir esa longitud.

$$U_{B1} = \frac{2 \% (357 \text{ mm})}{\sqrt{3}} = 4,12 \text{ mm}$$

Caso 2: Por resolución

Asociada a la resolución de la indicación del instrumento de medición, es la información que contiene la porción menos significativa de la indicación del instrumento.

$$ANALOGOS \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{\sqrt{3}} \quad (17)$$

$$DIGITALES \quad U_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{2\sqrt{3}} \quad (18)$$

PASO 3: Calcular la incertidumbre estándar combinada

Se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes de las cuales depende, se calcula como la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de las desviaciones estándar tipo A y tipo B.

$$U_C = \sqrt{(U_A)^2 + (U_{B1})^2 + (U_{B2})^2} \quad (19)$$

PASO 4: Calcular la incertidumbre expandida

Se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot U_C \quad (20)$$

El factor de cobertura esta dado por el número de grados de libertad del sistema de medición, de manera introductoria consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza para este caso:

$$k = 1,96 \quad (21)$$

En un documento anexo a estas guías se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (22)$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas, redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo, aunque en algunos casos se pueden ofrecer algunos dígitos adicionales para evitar redondeos. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

3.7. MATERIALES

- Un cronómetro digital con resolución $10^{-5} s$ y una tolerancia especificada por el fabricante del 2%
- Una rampa de varillas paralelas.

- Un balón de acero de 2 centímetros de diámetro.
- Dos interruptores.
- Una hoja de papel milimetrado.

3.8. RECOMENDACIONES

- ✓ Conectar el cronómetro diez minutos antes de hacer la práctica.
- ✓ No sobrepasar la tensión de alimentación.
- ✓ Buscar pendientes para la rampa no mayores de 60 grados.
- ✓ Desconectar el equipo una vez haya terminado la práctica.
- ✓ En cuanto al procedimiento es importante que la trampa este fija y tratar de repetir el experimento, en lo posible bajo las mismas condiciones.

3.9. TRABAJO PARA DESARROLLAR

Se desea medir el tiempo que tarda un balón en bajar desde el punto A hasta el punto B de una rampa. Se espera que el tiempo que tarda el balón en descender constituya una variable aleatoria debida a la naturaleza de las superficies en contacto (balón y varillas), entre otras. Es importante antes de continuar con el montaje del equipo pensar un poco acerca del tipo de movimiento del balón, ¿se trata de deslizamiento o rodamiento? [13].

3.9.1. PARTE I

- 1) Disponga el equipo entregado de tal manera que le permita medir el tiempo que tarda el balón en descender desde el punto A hasta el punto B.
- 2) Realice 100 veces el experimento de soltar el balón desde la parte más alta de la rampa.
- 3) Organice los 100 datos en una tabla.

- 4) En una nueva tabla, ordene las lecturas de menor a mayor.
- 5) Agrupe estos datos en 15 intervalos. El ancho de cada intervalo debe ser el mismo. Tanto el tiempo mínimo como el tiempo máximo deben quedar incluidos.
- 6) Construya un diagrama de barras de altura Z y ancho Δx . Este diagrama recibe el nombre de **histograma de densidad de probabilidad**.
- 7) Determine el valor medio del tiempo empleado por el balón en recorrer la distancia especificada, para ello utilice la ecuación (4) \bar{x} y puede utilizar Excel para estos cálculos.
- 8) Calcule la desviación estándar σ empleando la función de la calculadora σ_{N-1} o funciones de Excel.
- 9) Calcule la incertidumbre tipo A (error estadístico) utilice para ello la ecuación (14) y (15).

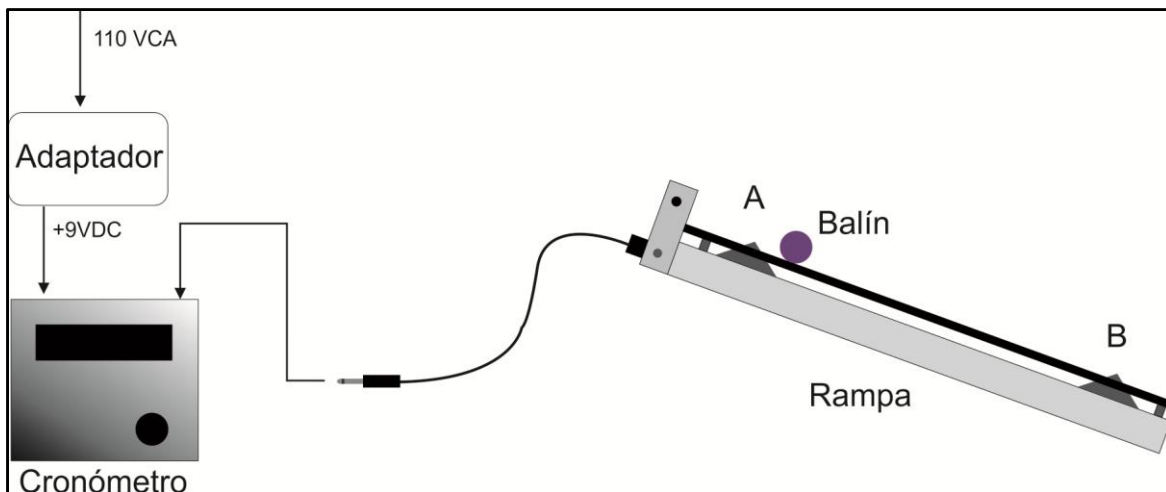


Figura 3.9 Diagrama que ilustra el montaje del equipo para medir los tiempos.

3.9.2. PARTE II

- 1) Calcule la incertidumbres tipo B por especificaciones y por resolución con las ecuaciones (16), (17), (18) según sea el caso.

- 2) Halle los valores de la incertidumbre combinada usando el procedimiento descrito en el paso 3 del cálculo de incertidumbre en medidas directas.
- 3) Encuentre el valor de la incertidumbre expandida de su medición utilizando las ecuaciones (20) y (21).
- 4) Escriba el valor medio del tiempo con su incertidumbre.

3.10. ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ ¿Qué representa el área de cada una de las barras?
- ✓ ¿Qué valor debe resultar al sumar el área de todas las barras? ¿Qué significado tiene este resultado?

3.11. CONCLUSIONES

- Teniendo en cuenta los objetivos planteados proponga sus propias conclusiones.



4. MEDIDAS DE PEQUEÑAS LONGITUDES

4.1. OBJETIVOS

- Identificar cada una de las partes que componen un calibrador y un tornillo micrométrico y sus funciones respectivas.
- Adquirir destreza en el uso del calibrador y del tornillo micrométrico como instrumento de medida de pequeñas longitudes.
- Expresar los resultados de las mediciones con el número correcto de cifras significativas.
- Calcular el área de la moneda con los diámetros medidos y expresar el resultado con el número correcto de cifras las significativas.
- Calcular la incertidumbre de medición para las medidas directas realizadas.

4.2. INTRODUCCIÓN

A medida que la física progresa, se hace más grande el campo de investigación, lo cual conlleva al perfeccionamiento de los instrumentos de medida. Para la medición de pequeñas longitudes (menores a 10 cm), es necesario usar instrumentos diferentes a la regla o metro común.

Las reglas y metros tienen por lo general una resolución de 1 mm o 0,001 m, ya que el ancho de las divisiones no permite hacer varias marcas en un milímetro. Por lo cual para medir el diámetro de un cabello o el espesor de una hoja de papel, estos instrumentos de medida no serían útiles [13].

Para realizar estas mediciones es necesario recurrir a instrumentos con mayor resolución, tales como el calibrador (pie de rey) y el tornillo micrométrico.

4.3. CALIBRADOR (PIE DE REY)

Es el instrumento de medida más común cuando se requieren medidas de decimas de milímetro, con este instrumento se pueden realizar medidas del diámetro interno y externo de una pieza y la profundidad de una cavidad.

El calibrador consta de una estructura soporte en forma de L, que cuenta con una regla graduada por lo general en milímetros también llamada escala principal, sobre la cual se desliza una reglilla o nonio, de manera que las graduaciones de ambas escalas puedan observarse al mismo tiempo, este cuenta con dos puntas o piezas metálicas (1 fija y 1 móvil) entre las que se coloca la pieza a medir, ya sea para mediciones internas o externas, además cuenta con una varilla para mediciones de profundidad [14].

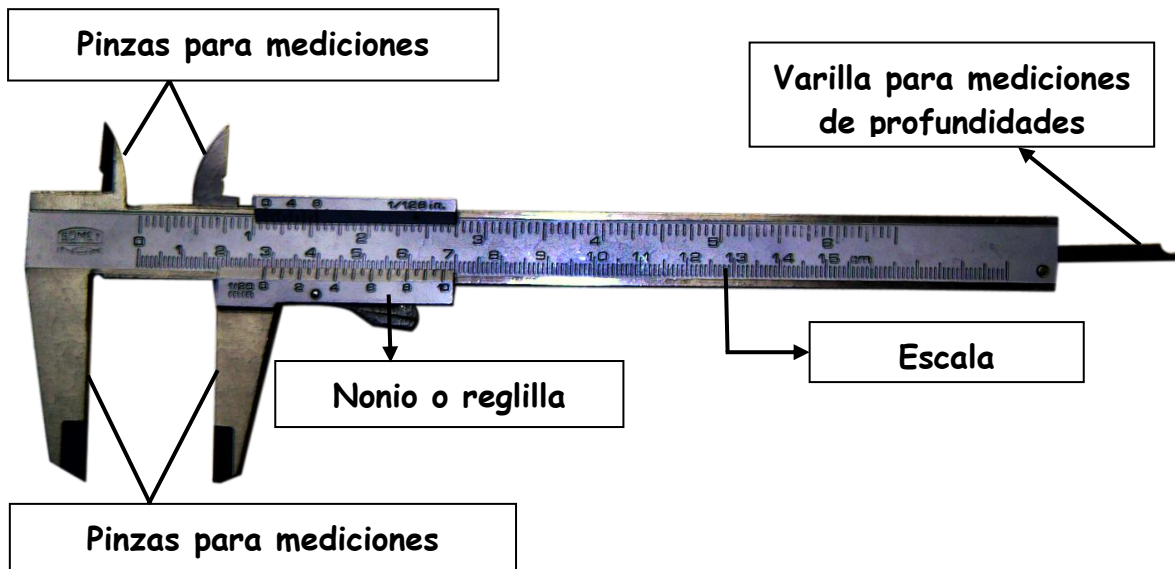


Figura 4.1 Calibrador o pie de rey.

El calibrador se basa en el principio del nonio, el nonio es una pequeña regla graduada móvil que se puede deslizar sobre otra regla mayor o escala principal sobre la que se efectúa la medida. El nonio esta graduado de tal manera que N de sus divisiones abarca $N - 1$ divisiones de la escala principal, es decir que si en la reglilla móvil hay 10 divisiones en una longitud de 0.9 mm, la resolución para este tipo de calibrador es de $(1/10)$ mm, el calibrador utilizado en el laboratorio tiene una reglilla que móvil abarca 39 divisiones de la regla fija, su resolución corresponde a $(1/20)$ mm, es decir que el calibrador tiene una legibilidad de 0,05 mm como se muestra en la figura 4.2 [11] [15].



Figura 4.2 Resolución del calibrador.

4.3.1. AJUSTE DEL CERO

Es indispensable asegurarse que cuando el calibrador está cerrado, marque 0,0 de lo contrario deberá anotar cuantas decimas de milímetro hay que agregar o quitar a cada medición [13].

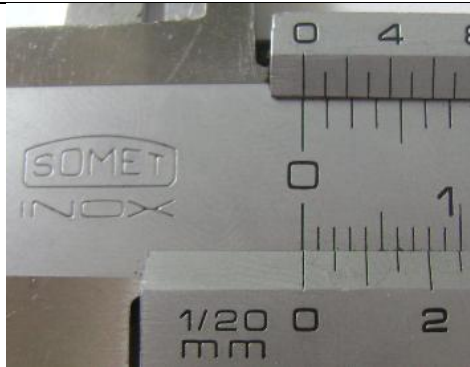


Figura 4.3 Ajuste del cero para un calibrador.

4.4. ¿CÓMO REALIZAR MEDICIONES CON EL CALIBRADOR?

Para hacer la lectura de la longitud medida en el calibrador se procederá así:

- 1) Colocar el objeto entre los topes o pinzas ya sea para una medición interna o externa.

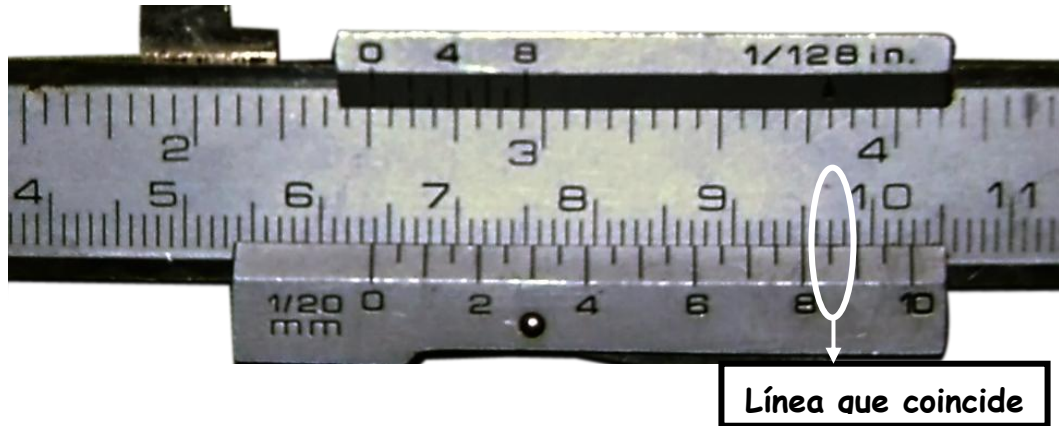


Figuras 4.4 Imágenes que muestran cómo utilizar el calibrador para mediciones internas y externas de una pieza

- 2) La parte entera se lee a la izquierda del cero del nonio o reglilla y sobre la escala fija. **Parte entera: 63 mm**

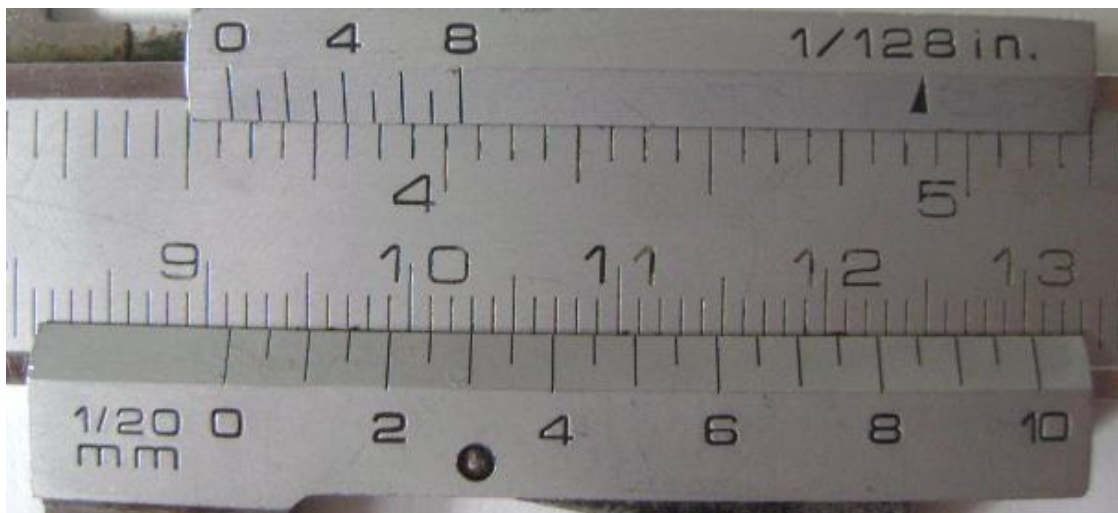
- 3) La parte decimal se halla observando cuál división del nonio coincide en mayor forma con una de las divisiones de la escala fija.

Parte decimal: 0.85 mm



- 4) La longitud total medida será el resultado de sumar la parte entera y la parte decimal. **Longitud: 63,85 mm**

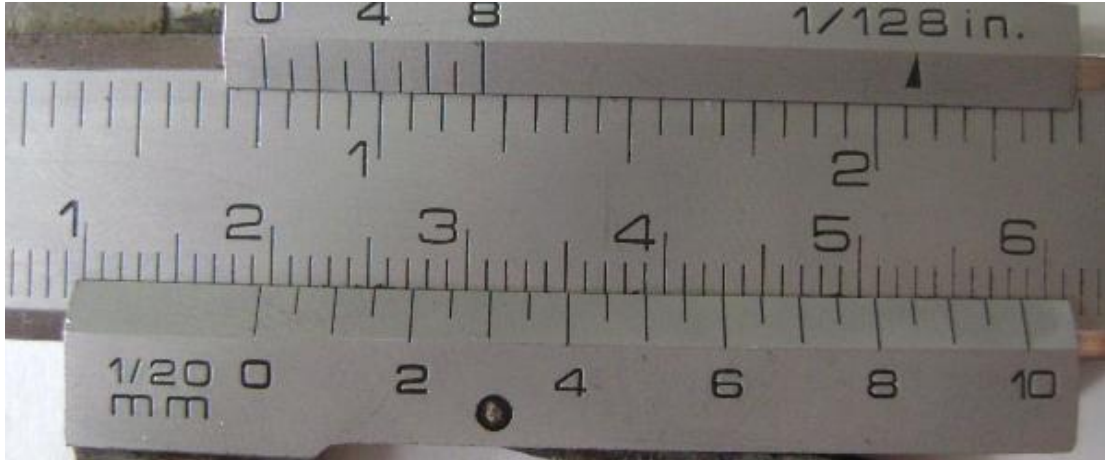
EJERCICIOS



Parte entera: _____

Parte decimal: _____

Longitud: _____



Parte entera: _____

Parte decimal: _____

Longitud: _____

4.5. TORNILLO MICROMÉTRICO

El tornillo micrométrico que utilizaremos en este laboratorio, está formado por un cuerpo en forma de herradura, en uno de sus extremos hay un tope o punta fija, en el otro extremo está el tope móvil en forma de varilla cilíndrica, este está unido al tambor giratorio, también posee una regla cilíndrica graduada en medios milímetros o escala fija, al final del aparato se encuentra el tornillo de fricción sobre el cual se actúa para realizar la medición con la misma presión [15].

Básicamente consiste en un tornillo fino que avanza 0,5 mm sobre la escala fija cada que el tornillo **gire una vuelta completa**, pero este dato no se debe confundir con la resolución del instrumento, pues el tornillo micrométrico tiene una mayor exactitud que el calibrador la cual se encuentra escrita sobre el cuerpo en forma de herradura y corresponde a una resolución de 0,01 mm.

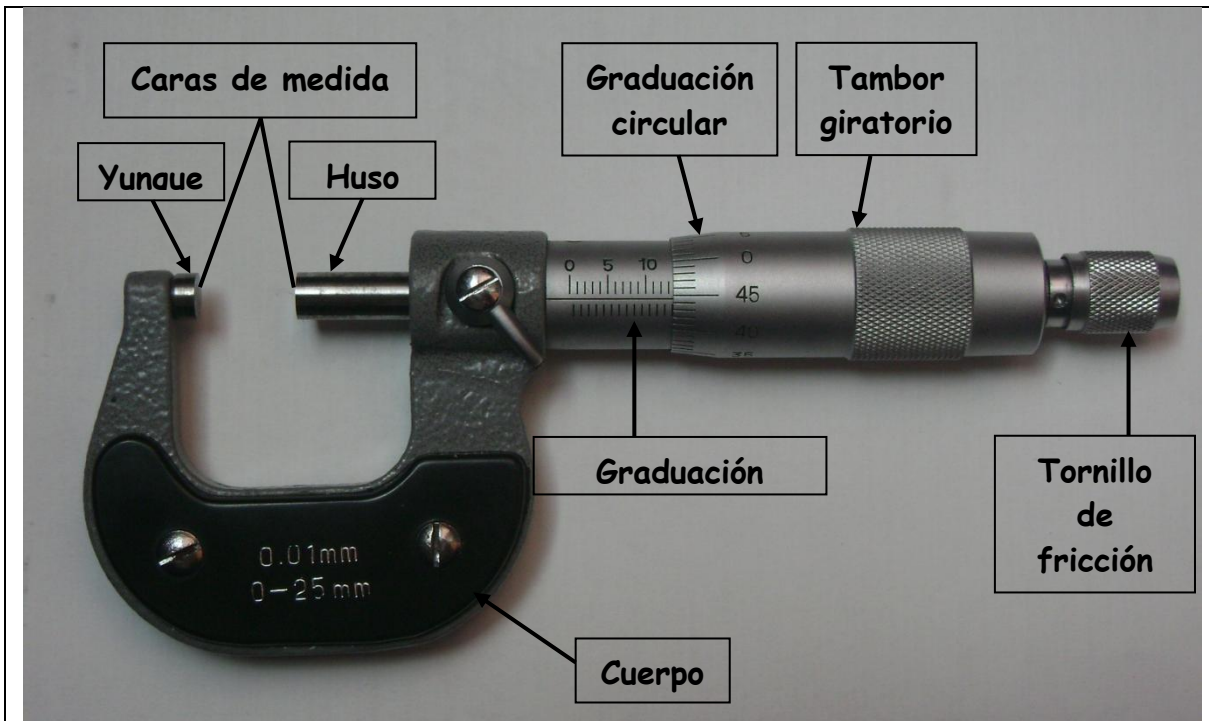


Figura 4.5 Tornillo micrométrico.

Cuando los topes están en contacto, el tambor cubre completamente la regla graduada o escala principal y la división 0 del tambor graduado coincide con la línea 0 de la escala principal. Al irse separando los topes, se va descubriendo la regla graduada.

El tornillo micrométrico trabaja con el principio de tornillo y tuerca, si sujetamos la tuerca, el tornillo se desplazará al darle vueltas, es decir que todo movimiento lineal del eje del instrumento, está regulado por el movimiento rotacional.

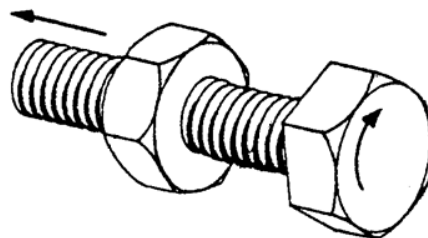


Figura 4.6 Principio de funcionamiento del tornillo micrométrico.

4.5.1. AJUSTE DEL CERO

Es indispensable asegurarse que su tornillo lea 0,00 cuando esté cerrado es decir leyendo un espesor de 0,00. Si al cerrarlo el tornillo marca un cierto número de divisiones por debajo o por encima de cero, esto debe anotarse para sustraerlo o agregarlo a toda medida que se realice [13].



Figura 4.7 Ajuste del cero para el tornillo micrométrico.

4.6. ¿CÓMO REALIZAR MEDICIONES CON EL TORNILLO MICROMÉTRICO?

Para realizar lecturas con el tornillo micrométrico se procederá así:

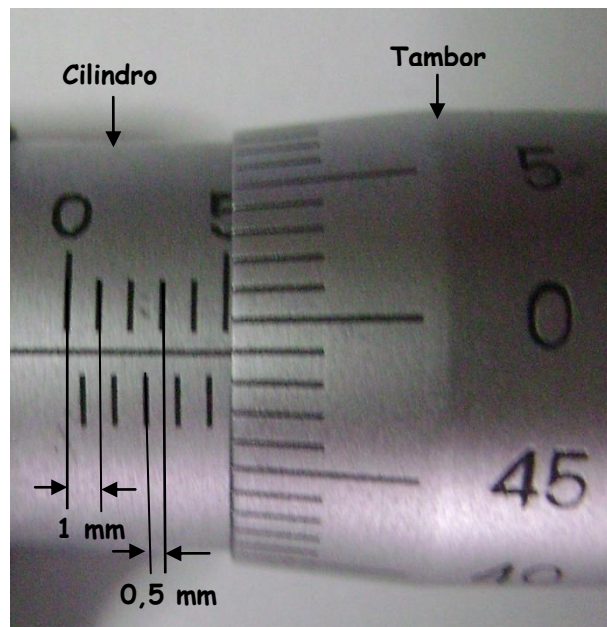
1) Se abre el instrumento (separar los topes) en una amplitud ligeramente mayor que la dimensión de la pieza a medir. Procure sostener el tornillo micrométrico con su mano izquierda y girar el tornillo de fricción con su mano derecha.



2) Sitúe la pieza entre los topes, gire el tambor suavemente hasta que los topes apoyen contra la pieza, se escuchará un clic cuando el objeto a medir entre convenientemente ajustado entre los topes del tornillo. Esta operación debe ser realizada actuando a través del tornillo de fricción.



3) Primero se lee la escala principal la cual esta graduada cada 0,5 mm, después se lee la escala graduada cada 0.01mm que está en el tambor.



Lectura sobre el cilindro: **4.5 mm.**

Lectura del tambor que coincide con el cilindro: **0.49 mm.**

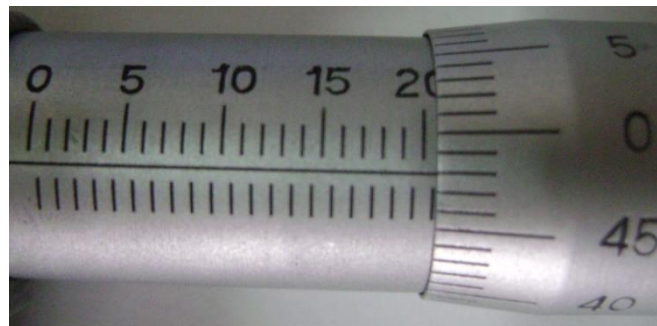
4) Finalmente se suman ambas lecturas y se obtiene la lectura total.

$$\text{Lectura total} = 4.5 \text{ mm} + 0.49 \text{ mm} = \mathbf{4.99 \text{ mm}}$$

EJERCICIOS



Lectura sobre el cilindro: _____
Lectura del tambor que coincide con el cilindro: _____
Lectura total: _____



Lectura sobre el cilindro: _____
Lectura del tambor que coincide con el cilindro: _____
Lectura total: _____

4.7. MATERIALES

- Una regla graduada en milímetros.
- Un calibrador.
- Un tornillo micrométrico.
- Arandelas.
- Balines.

4.8. RECOMENDACIONES

- ✓ Cerciérese de que el calibrador no está descalibrado; es decir que debe asegurarse que el ajuste del cero en el instrumento de medida que utilice marque adecuadamente al estar cerrado 0,0. De lo contrario tenga en cuenta este error al registrar sus mediciones.

- ✓ Evite el error de paralaje; para ello observe la medida lo más perpendicularmente posible a sus ojos.
- ✓ Trate los instrumentos con cuidado, no apriete demasiado al ajustar.

4.9. TRABAJO PARA DESARROLLAR

- 1) Tome dos monedas de diferente valor y realice 5 mediciones de su diámetro y espesor usando la regla, el calibrador y el tornillo micrométrico. Todos los miembros del grupo deben hacer mediciones. No se aceptará en esta o ninguna práctica que unos midan y otros apunten, consigne los datos en la tabla 4.1.
- 2) Tome una arandela y mida 5 veces el diámetro interno y externo usando el calibrador. En cada medición retire el calibrador y cambie el lugar de contacto sobre la arandela. Anote los datos en la tabla 4.2.
- 3) Tome los dos balines suministrados y mida 5 veces su diámetro usando el tornillo micrométrico. Registre los datos en la tabla 4.3.
- 4) Tome un cabello y determine su espesor usando el tornillo micrométrico. Repita la medición 10 veces en distintos puntos del cabello.
- 5) Halle para cada uno de los diámetros medidos en sus monedas el área respectiva, recuerde el trabajo con cifras significativas y el redondeo de números para este y todos los cálculos requeridos posteriormente. Consigne los datos en la tabla 4.4.
- 6) Calcule el área promedio de las respectivas monedas para cada uno de los instrumentos utilizados, consigne los datos en la tabla 4.4.
- 7) Con los datos de los instrumentos elabore una tabla con toda la información disponible: resolución de los instrumentos, error de cero si lo tiene, tolerancia.
- 8) Calcule la incertidumbre de las medidas directas (diámetro interno y externo de las arandelas y diámetro de los balines) siguiendo el procedimiento descrito en la guía # 3, como ayuda durante el proceso consigne los valores pedidos en la tabla 4.5

9) Exprese el resultado final con su incertidumbre y el número adecuado de cifras significativas.

OBJETO A MEDIR	DIMENSION	MEDICIÓN CON REGLA	MEDICION CON CLAIBRADOR	MEDICION CON TORNILLO
MONEDA #1	Diámetro			
	Espesor			
MONEDA #2	Diámetro			
	Espesor			

Tabla 4.1 Resultados de las mediciones para dos monedas.

OBJETO A MEDIR	DIMENSION	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3
ARANDELA	Diámetro interno			
	Diámetro externo			

Tabla 4.2 Resultados de medición de una arandela con el calibrador.

OBJETO A MEDIR	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3
BALÍN # 1 (Diámetro)			
BALÍN # 2 (Diámetro)			

Tabla 4.3 Resultados de las mediciones para los balines con el tornillo micrométrico.

	MEDICION CON REGLA	MEDICION CON CLAIBRADOR	MEDICION CON TORNILLO
Área MONEDA #1 (mm ²)			
Área promedio (mm ²)			
ÁREA MONEDA #2 (mm ²)			
Área promedio (mm ²)			

Tabla 4.4 Resultados de los cálculos para el área de las monedas.

		Promedio	Desviación estándar	Incertidumbre tipo A	Incertidumbre tipo B	Incertidumbre tipo B	Incertidumbre combinada	Incertidumbre expandida
Diámetro interno (mm)	Est 1							
	Est 2							
	Est 3							
Diámetro externo (mm)	Est 1							
	Est 2							
	Est 3							
Diámetro balín # 1 (mm)	Est 1							
	Est 2							
	Est 3							
Diámetro balín # 2 (mm)	Est 1							
	Est 2							
	Est 3							

Tabla 4.5 Resultados del cálculo de incertidumbre en medidas directas.

4.10. ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ ¿A qué atribuye la diferencia en las medidas del diámetro y el espesor de las monedas?
- ✓ ¿A qué atribuye la diferencia en las medidas de los diámetros de la arandela?
- ✓ ¿Con cuantas cifras decimales escribe usted sus medidas cuando utiliza consecutivamente una regla graduada en milímetros, un calibrador y un tornillo micrométrico.

4.11. CONCLUSIONES

- ¿A qué cree que se deban las diferencias encontradas por usted, al realizar las medidas con el tornillo micrométrico, el calibrador y la regla graduada en milímetros?
- ¿Qué semejanzas y diferencias encuentra usted entre un calibrador y un tornillo micrométrico?
- ¿Qué diferencia encuentra usted entre medición directa e indirecta?
- ¿Qué conclusiones generales podría enunciar para este experimento?
- Escriba al menos tres criterios que usted tomaría para decidir que instrumento de medición usar entre un calibrador y un tornillo micrométrico, para realizar la medición de una pieza en un proceso de manufactura.



5. MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

(MEDIDAS INDIRECTAS)

NOTA: En esta guía se establece las reglas generales para la evaluación y expresión de la incertidumbre de medición para el caso en el que se realizan mediciones indirectas como lo es el cálculo experimental de la gravedad.

5.1. OBJETIVOS

- Estudiar experimentalmente un movimiento uniformemente acelerado, en el caso de un cuerpo que cae desde una determinada altura.
- Encontrar experimentalmente el valor de la aceleración y compararlo con el valor de la gravedad.
- Expresare el resultado de medición de la gravedad con su respectiva incertidumbre.

5.2. INTRODUCCIÓN

Un movimiento uniformemente acelerado se define como aquel en el cual la aceleración de un cuerpo permanece constante. La caída libre es un ejemplo típico de este tipo de movimiento debido a que cuando un cuerpo se deja caer libremente, su velocidad va aumentando de manera tal, que su aceleración permanece constante.

La aceleración con que cae un balón es aproximadamente constante si no se tiene en cuenta la fricción del balón con el aire. En realidad la aceleración con que cae un cuerpo depende de factores tales como:

- La altitud respecto al Ecuador.
- La altura a partir del nivel del mar.
- La densidad volumétrica del terreno circundante.
- La posición del sol y de la luna.
- La geometría del cuerpo que cae.
- La viscosidad del medio (aire).
- El valor de la velocidad (si se ha alcanzado la velocidad límite la aceleración es cero).

Esta práctica se realiza empleando alturas relativamente pequeñas, además las características de los aparatos de medida no permiten medir los pequeños efectos que los factores antes relacionados tienen sobre la aceleración, por tanto para un objeto que cae “libremente” la distancia recorrida está dada por:

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (1)$$

Suponiendo que en la ecuación (1) la velocidad inicial v_0 y la altura inicial h_0 son iguales a cero, obtendrá una ecuación más sencilla.

$$h = \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Despejando la aceleración de la ecuación (2)

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (3)$$

La aceleración que experimenta un cuerpo en un campo gravitacional se le denomina aceleración de gravedad y se le representa por la letra “g”, por lo cual para la ecuación (3) en la práctica de caída libre en el laboratorio, podemos afirmar que ($a = g$).

$$g = \frac{2h}{t^2} \quad (4)$$

Esto quiere decir que si se mide el tiempo que tarda el objeto en descender una altura h, se puede determinar el valor de la aceleración (gravedad), pero un dato no será suficiente para obtener un resultado confiable; es necesario realizar varios experimentos y aplicar la metodología desarrollada en prácticas anteriores basada en el análisis de resultados experimentales con herramientas tales como la estadística y las técnicas de análisis gráfico [13], por lo cual para obtener el valor experimental de la aceleración (gravedad) en caída libre, es necesario tener los valores promedios experimentales del tiempo (\bar{t}_i) y de las alturas (\bar{h}_i).

Por la razón anterior se explicará la metodología para la determinación de la incertidumbre en **medidas indirectas** como lo es la medición de la gravedad en esta práctica, pues es un proceso más complejo que puede llegar a involucrar aspectos de cálculo diferencial.

5.3. MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN MEDIDAS INDIRECTAS.

Recordando que las medidas indirectas son aquellas que son resultado de emplear una expresión matemática que implica operaciones con cantidades físicas que fueron medidas directamente, se presenta el siguiente esquema para el cálculo de incertidumbre de **medidas indirectas**.

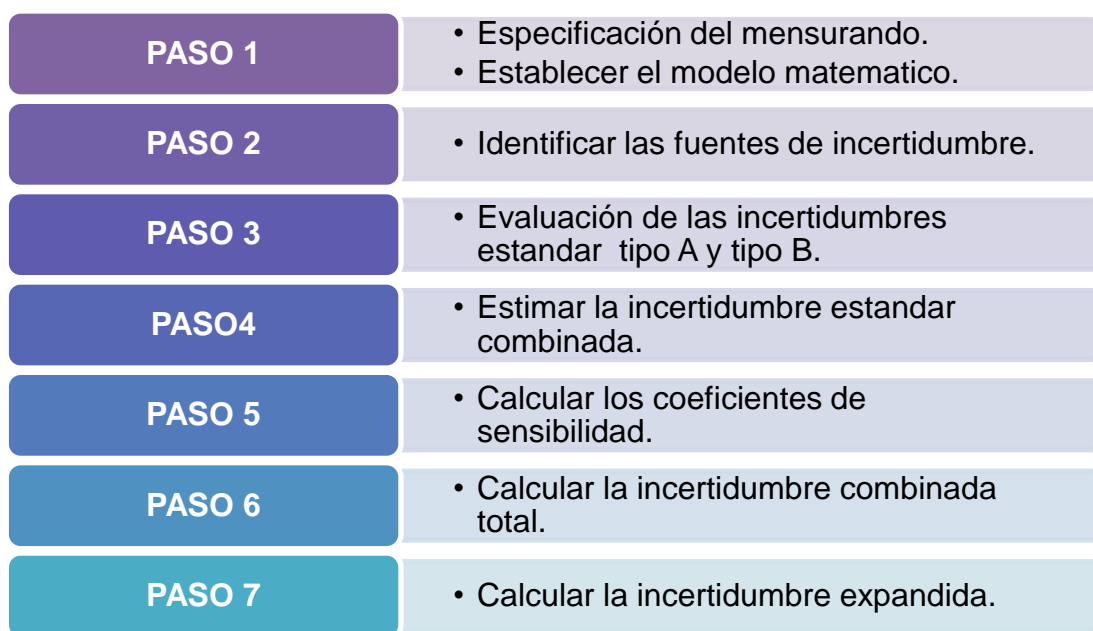


Figura 5.1. Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.

A continuación se explicarán cada uno de los pasos mencionados en el diagrama para el correcto cálculo de incertidumbre de medición.

PASO 1: Especificación del mensurando y Establecer el modelo matemático.

La especificación del mensurando consiste básicamente en la clara definición de la magnitud a medir. El **modelo físico** de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables químicas o físicas relevantes para la medición. Se debe tener en cuenta que cualquier medición física, por simple que sea tiene asociado un modelo que solo se aproxima al real. Lo siguiente que se debe hacer para estimar la incertidumbre de medición, es modelar matemáticamente el procedimiento de medición [5].

El **modelo matemático** supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta de las relaciones entre las variables involucradas. Considerando la medición como un proceso, se identifican magnitudes de entrada denotadas por el conjunto $\{X_i\}$, expresión en la cual el índice i toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada N [9].

La relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida se representa como una función:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (5)$$

El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función f evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada. Se denota con x_i al mejor estimado de las magnitudes de entrada X_i .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (6)$$

En resumen modelar el procedimiento de medición significa determinar la relación funcional f entre las magnitudes de salida y entrada, es decir aquella función que contiene todas las magnitudes de las cuales depende el mensurado.

Ejemplo: En este caso se desea determinar el valor de la aceleración (gravedad) que experimenta un cuerpo indirectamente con la ayuda de un cronómetro y una cinta métrica.

El **mensurando** (lo qué se mide) es la gravedad.

El **modelo matemático** se representa como: $g = \frac{2\bar{h}}{\bar{t}^2}$

Donde \bar{h} es el valor medio de las alturas medidas sobre la cinta métrica y \bar{t} es el valor medio del tiempo de caída del balón para cada altura y son las variables de entrada.

PASO 2: Identificar las fuentes de incertidumbre.

Básicamente consiste en una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar una medición, algunas fuentes posibles se presentan a continuación.

- Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones, o mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales.
- Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos análogos.
- Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición.
- El método y procedimiento de medición.

Las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para los experimentos realizados en el Laboratorio de Física I, serán las debidas a la repetibilidad de las lecturas tomadas y las especificaciones de exactitud y de resolución en cada instrumento de medida utilizado [7].

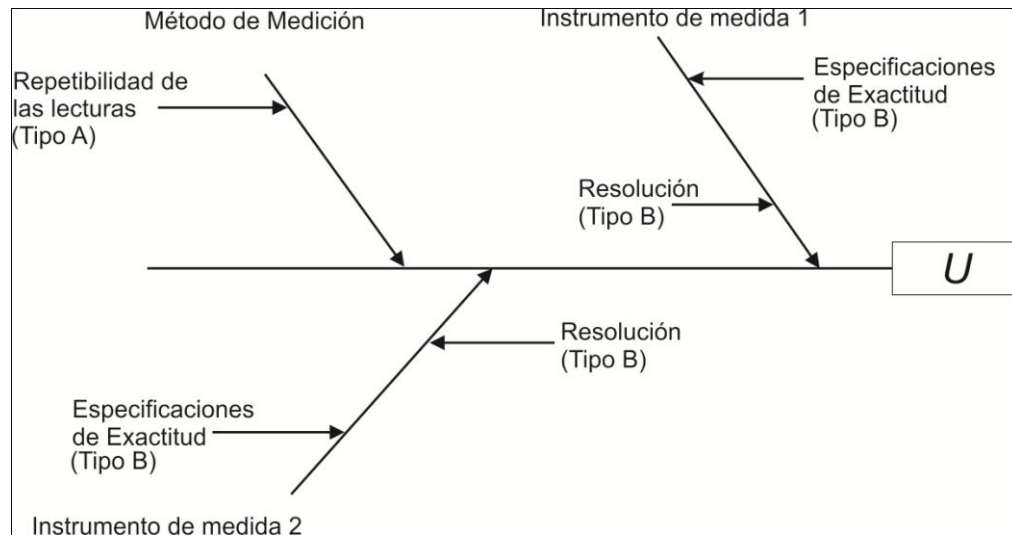


Figura 5.2. Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

PASO 3: Evaluación de las incertidumbres estándar tipo A y tipo B

Una vez han sido identificadas las fuentes de incertidumbre es necesario evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Existen dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B**.

Recordando que el método tipo A está basado en un análisis estadístico de una serie de mediciones, y que el método tipo B comprende toda la demás información externa disponible como: certificados de calibración, manuales de los instrumentos de medición y los equipos de medición (por ejemplo su resolución y tolerancia), en base a la explicación para el cálculo de incertidumbre en **mediciones directas** de la guía # 3 el alumno está en capacidad de evaluar las incertidumbre tipo A y tipo B como se describen en el paso 2, utilizando las ecuaciones (14), (15), (16), (17), (18) según sea el caso.

PASO 4: Estimar la incertidumbre estándar combinada.

Los resultados obtenidos en el paso anterior consisten en un número de contribuciones cuantificadas a toda la incertidumbre. Las contribuciones son expresadas como desviaciones estándar y deben ser combinadas de acuerdo a las reglas apropiadas, para dar una incertidumbre estándar combinada.

La incertidumbre estándar combinada se determina mediante la raíz cuadrada positiva de la suma de las desviaciones estándar tipo A y tipo B de cada una de las variables que intervienen en la medición indirecta [2].

Para clarificar este concepto, en el caso del cálculo experimental de la aceleración (gravedad) de un cuerpo en caída libre indirectamente, se realizan medidas de longitud (alturas) y tiempos por lo cual tendremos:

$$U_c(g)_h = \sqrt{(U_A)_h^2 + (U_{B1})_h^2 + (U_{B2})_h^2} \quad (7)$$

$$U_c(g)_t = \sqrt{(U_A)_t^2 + (U_{B1})_t^2 + (U_{B2})_t^2} \quad (8)$$

La ecuación (7) es la incertidumbre combinada de la gravedad respecto a las medidas de alturas realizadas con la cinta métrica, lo cual involucra la incertidumbre tipo A $(U_A)_h$ y tipo B por especificaciones $(U_{B1})_h$ y por resolución $(U_{B2})_h$ de la cinta métrica. De igual forma tenemos la ecuación (8) que es la incertidumbre combinada de la gravedad pero ahora respecto a las medidas de tiempo.

Es importante resaltar que estas incertidumbres combinadas NO son la incertidumbre total de la medición indirecta que en este caso sería la gravedad es decir que aun falta calcular la incertidumbre combinada total de la gravedad $U_c(g)_{TOTAL} = ?$.

PASO 5: Calcular los coeficientes de sensibilidad.

Los coeficientes de sensibilidad describen qué tan sensible es el mensurando con respecto a las variaciones en la magnitud de entrada correspondiente. Los coeficientes de sensibilidad se calculan a partir de la relación funcional descrita en la siguiente ecuación [7]:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (9)$$

Así que para el caso de la gravedad C_h y C_t son los coeficientes de sensibilidad evaluados como:

$$C_h = \frac{\partial f}{\partial h} \quad y \quad C_t = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (10)$$

Donde:

$$f = a = g = \frac{2h}{t^2}$$

$$C_t = -\frac{4h_i}{t_i^3} \quad ; \quad C_h = \frac{2}{t_i^2}$$

Los coeficientes de sensibilidad para este caso son las derivadas parciales de f con respecto a la altura y al tiempo.

PASO 6: Estimar la incertidumbre combinada total.

Con este resultado, se tienen ahora todas las contribuciones necesarias para calcular la incertidumbre estándar combinada de las incertidumbres combinadas asociadas a cada una de las mediciones directas cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas. Para hallar la incertidumbre combinada total de una medición se usa la siguiente expresión [5]:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i)^2 \cdot U_c^2(x_i)} \quad (11)$$

Aplicando la ecuación (11) al caso de la gravedad se obtiene que:

$$U_c(g)_{TOTAL} = \sqrt{C_h^2 \cdot U_c^2(g)_h + C_t^2 \cdot U_c^2(g)_t} \quad (12)$$

$$U_c(g)_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{2}{t_i^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{(U_A)^2_h + (U_{B1})^2_h + (U_{B2})^2_h}\right)^2 + \left(-\frac{4h_i}{t_i^3}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{(U_A)^2_t + (U_{B1})^2_t + (U_{B2})^2_t}\right)^2}$$

PASO 7: Calcular la incertidumbre expandida.

Aunque la incertidumbre estándar combinada puede utilizarse para expresar la incertidumbre del resultado de una medición en algunas aplicaciones comerciales, industriales y regulatorias es necesario ofrecer una medida de la incertidumbre que represente un intervalo alrededor del resultado de la medición, dentro del cual puedan encontrarse los valores que razonablemente pueden ser atribuidos al mensurado con un alto nivel de confianza [9].

La incertidumbre expandida se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot U_C \quad (13)$$

El factor de cobertura esta dado por el número de grados de libertad del sistema de medición, de manera introductoria consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza para este caso:

$$k = 1,96 \quad (14)$$

En las figuras 5.3, 5.4 y 5.5 se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (15)$$

Para el caso de la gravedad tendremos que:

$$Y = \bar{g} \pm U_E(g)$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas, redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo, para la expresión de la incertidumbre de medición; el valor medio de la medida se redondea al número de dígitos decimales de la incertidumbre de medición, aunque en algunos casos se pueden ofrecer algunos dígitos adicionales para evitar redondeos. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

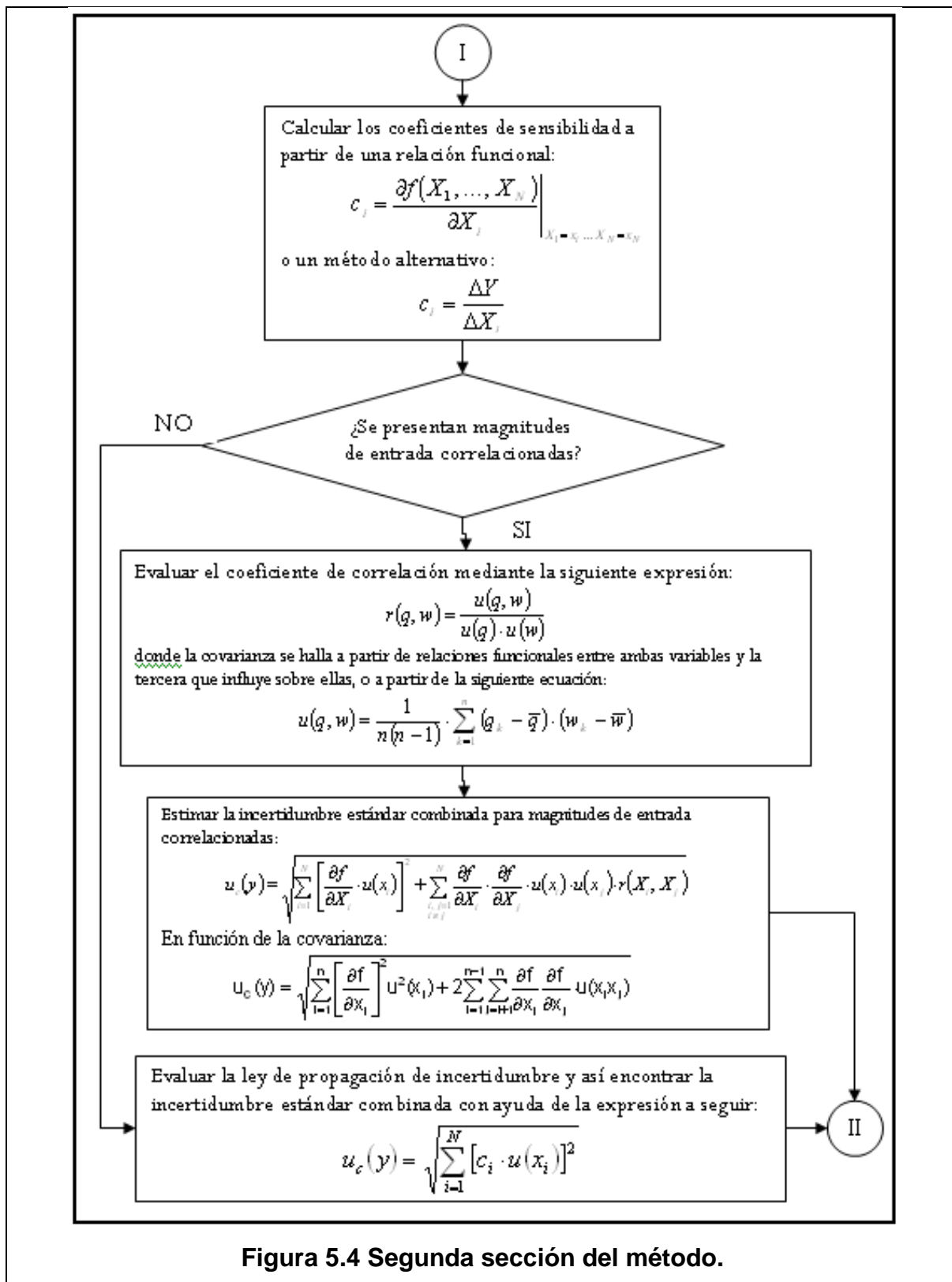


Figura 5.4 Segunda sección del método.

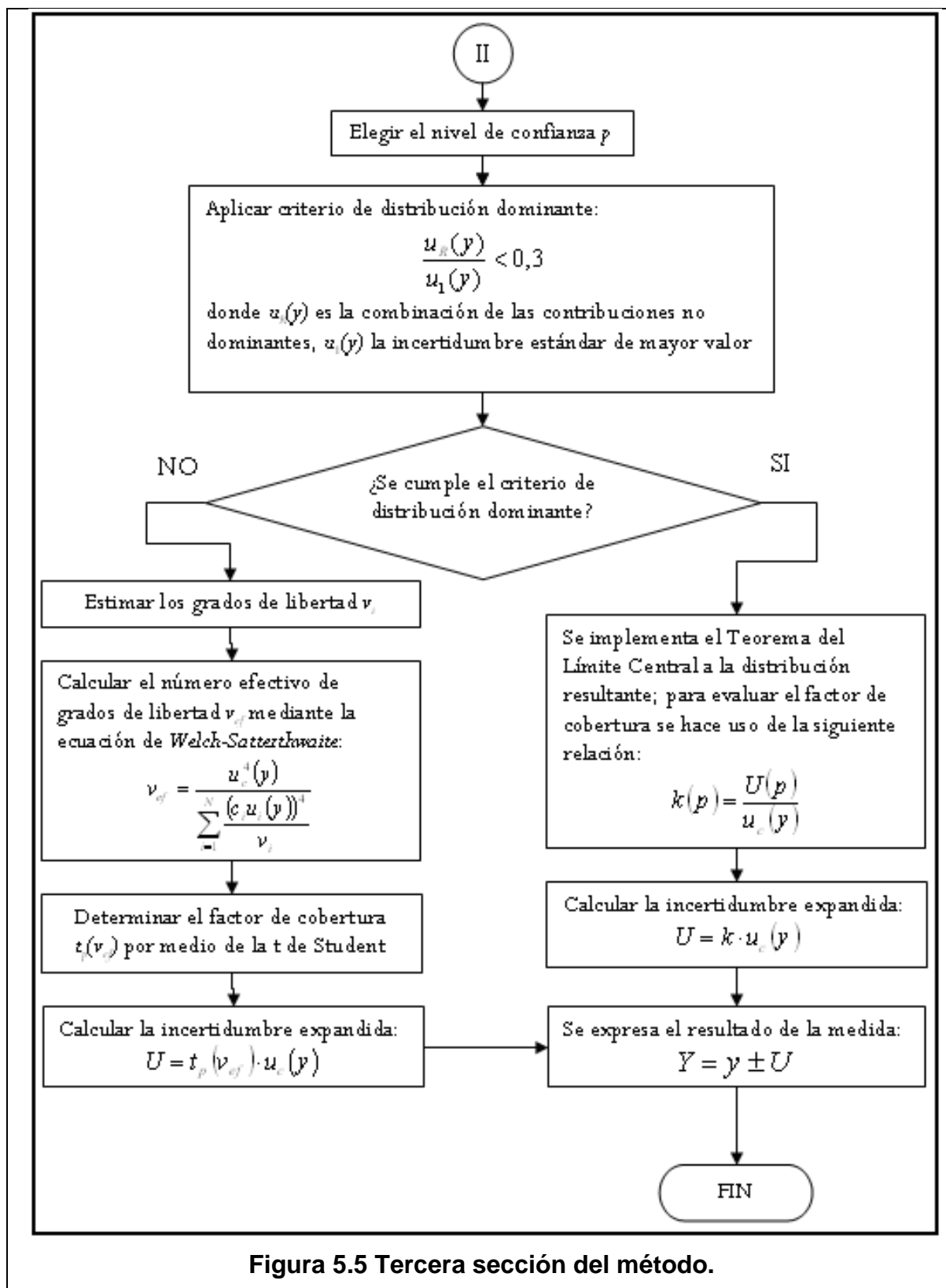


Figura 5.5 Tercera sección del método.

Nota: Introdutoriamente se considera que no existe correlación entre las variables de entrada, en el caso en que las variables estén correlacionadas se debe seguir el método riguroso descrito en el diagrama de flujo presentado anteriormente en las figuras 5.3, 5.4 y 5.5.

5.4. MATERIALES

- Un adaptador 9V CD.
- Cronómetro UTP (Tolerancia: 0,01% ; Resolución: 10^{-4} s).
- Cinta métrica (Tolerancia: 0.1% ; Resolución: 10^{-3} m).
- Sensor acústico para detectar el final de la caída del balón.
- Un balón de acero con 0,010 m de diámetro aproximadamente.
- Cables de conexión.
- Una calculadora con funciones estadísticas.
- Opcional: una computadora personal PC.

5.5. RECOMENDACIONES

- ✓ Lea detenidamente la introducción, las recomendaciones y el trabajo para desarrollar de esta guía antes de comenzar su experimento.
- ✓ En cuanto al equipo: Utilizar el balón sugerido, conectar el cronometro unos 10 minutos antes de realizar la práctica y desconectarlo una vez se haya terminado la misma.
- ✓ En cuanto al manejo de datos: Verificar constantemente el número de datos y su correspondencia con los datos introducidos en la calculadora para garantizar resultados correctos.
- ✓ En cuanto a la medida de la altura: Colocar el balón debajo del electroimán y hacer la lectura disminuyendo el error de paralelaje. Reporte el dato teniendo en cuenta la resolución del metro.

5.6. TRABAJO PARA DESARROLLAR

Para determinar experimentalmente la aceleración de un cuerpo que se mueve debido a la fuerza gravitacional, es necesario tener valores confiables de altura y tiempo en cantidad suficiente para proceder a su análisis. La altura (h) se mide directamente sobre la cinta métrica graduada en milímetros adherida al soporte con error de calibración de 0,1% y una resolución de 10^{-3} m. Para medir el tiempo (t) se usa el cronómetro UTP. Cuando se selecciona el modo “caída libre”, este suministra corriente eléctrica a un electroimán, el cual produce un campo magnético B capaz de sostener un balón de acero. Al presionar la tecla <soltar>, se suspende la corriente al electroimán y “simultáneamente” empieza al conteo de tiempo hasta cuando el balón “toca” el sensor de caída. El dato obtenido es mostrado en la pantalla con un error de calibración de 0,01% y una resolución de 10^{-4} s.

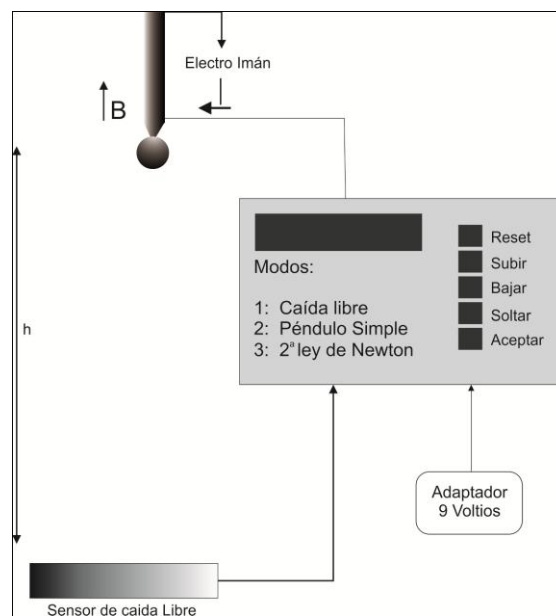


Figura 5.6. Diagrama que ilustra el montaje del equipo para la práctica de caída libre.

5.6.1. TOMA DE DATOS

Para tomar datos proceda de la siguiente manera:

- Seleccione el modo caída libre (<Reset> “1” y <Aceptar>)
 - Elija la altura deseada para le balón.
 - Presione <solatar>. Anote el valor obtenido del tiempo.
 - Para un nuevo dato presione nuevamente <Aceptar> y <Soltar>.
1. Ubique el balón a una altura de 0,20 m y tome cinco (5) datos de tiempo, cada estudiante deberá situar el balón en cada una de las alturas propuestas y realizar al menos una medición de la altura. Recuerde descontar el diámetro del balón.
 2. Repita el procedimiento (paso N°1) para las siguientes alturas: 0,40m, 0,60m, 0,80m y así sucesivamente hasta la máxima altura posible.
 3. Organice las medidas de altura y tiempo en la tabla 5.1.

h = 0,2 m		h = 0,4 m		h = 0,6 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
h = 0,8 m		h = 1,0 m		h = 1,2 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
h = 1,4 m		h = 1,6 m		h = 1,8 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)

Tabla 5.1 Resultados de las mediciones.

5.6.2. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE RESULTADOS

Sugerimos el siguiente procedimiento para que lo tenga en cuenta al momento de realizar cálculos de la gravedad experimental y su respectiva incertidumbre. Los datos obtenidos de alturas \bar{h}_i y los promedios del tiempo \bar{t}_i le permitirán hacer el análisis para obtener la ecuación del comportamiento del balón a media que se cae.

- 1) Halle los valores promedios de la altura y el tiempo para cada una de las alturas realizadas en esta práctica consigne los datos obtenidos en la tabla 5.3.
- 2) Determine el valor de la aceleración (gravedad) para cada altura, recuerde realizar todos sus cálculos con el número correcto de cifras significativas teniendo en cuenta las reglas para operaciones matemáticas. Consigne sus datos en la tabla 5.3.
- 3) Con los datos de las 2 primeras columnas de la tabla 5.3 construya una gráfica de altura contra tiempo correspondiente al movimiento del balón durante su descenso.
- 4) Utilizando la técnica de análisis gráfico apropiada encuentre la ecuación del movimiento del balón en su caída y compárela con la ecuación (2).
- 5) Realice el análisis de incertidumbres según el proceso descrito en esta guía para la medición indirecta de la gravedad. Como guía para este cálculo consigne los datos pedidos en la tabla 5.2 finalmente consigne los datos de incertidumbre solicitados en la tabla 5.3.
- 6) Exprese el mejor valor la gravedad con las unidades y el número de cifras significativas correctas para expresar la aceleración.

	INCERTIDUMBRES PARA EL ROLOJ DIGITAL			INCERTIDUMBRES PARA LA CINTA METRICA			INCERTIDUMBRES COMBINADAS	
	U_A	U_{B1}	U_{B2}	U_A	U_{B1}	U_{B2}	$Uc(g)_{(h)}$	$Uc(G)_{(t)}$
20								
40								
60								
80								
100								
120								
140								
160								
180								

Tabla 5.2 Resultados estadísticos.

cm	\bar{h}_i (m)	\bar{t}_i (s)	g_i (m/s ²)	C_h	C_t	$Uc(g)_{total}$	$U_E(g)$
20							
40							
60							
80							
100							
120							
140							
160							
180							

Tabla 5.3 Resultados obtenidos.

Nota: Recuerde que para hallara la incertidumbre expandida de sus mediciones k se asume con un valor de 1.96.

5.7. ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ En la grafica obtenida en el numeral 3 del tratamiento estadístico de resultados construya barras de incertidumbre para cada punto.

- ✓ ¿Cuál es el valor de la pendiente de dicho gráfico?
- ✓ ¿Cuáles son las unidades de esta pendiente?
- ✓ ¿Qué cantidad física representa la pendiente de su gráfico?
- ✓ ¿Cuál fue el valor de la aceleración de gravedad obtenida por su grupo?
- ✓ ¿Qué significado tiene el valor de la incertidumbre calculada para el dato obtenido de la aceleración de gravedad?

5.8. CONCLUSIONES

- De acuerdo a los resultados obtenidos ¿Qué tipo de movimiento describe el balón? ¿Es uniforme? ¿Es uniformemente acelerado? Justifique su respuesta.
- ¿El valor obtenido para la aceleración se parece a alguna constante conocida?
- ¿Qué dificultades tuvo en la realización del experimento?
- ¿Qué dificultades tuvo para hacer el análisis de los resultados?

4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DISEÑADA EN LOS EXPERIMENTOS DEL LABORATORIO DE FÍSICA II

Al igual que en el capítulo III, inicialmente se pensó incluir en las guías actuales la metodología diseñada para la estimación de la incertidumbre de medición en experimentos de física II, pero haciendo una revisión detallada sobre las prácticas de este laboratorio se llegó a la conclusión de que no todos los experimentos eran aptos para la enseñanza de la metodología diseñada, así que se incluyeron nuevas guías y se modificaron otras, para cumplir con el objetivo principal de desarrollar e implementar la metodología diseñada para la estimación de la incertidumbre de medición en experimentos de física.

Para lograr este objetivo inicialmente se creó una guía que fue llamada: **“MEDICION DE VARIABLES ELECTRICAS”**, en la cual se puede identificar y diferenciar los términos más usados dentro del lenguaje metrológico con respecto a las variables eléctricas y en la cual se enseñan las reglas internacionales respecto al manejo gramatical del Sistema Internacional de Unidades (SI); la diferencia entre medidas directas e indirectas, conceptos con los que el estudiante ya se ha familiarizado durante su paso por el curso del laboratorio de física I, esta guía es fundamental en el desarrollo de este proyecto puesto que en ella se encuentran los aspectos básicos de la metodología diseñada.

La siguiente guía lleva el nombre de: **“MANEJO DE APARATOS DE MEDIDA”**, Esta guía es de vital importancia puesto que hace una introducción a los instrumentos de medición eléctrica, aquí el estudiante puede identificar y distinguir los componentes de un circuito eléctrico y familiarizarse con ellos, establecer y distinguir las características de los componentes básicos e igualmente entender y trabajar con y a partir de un esquema ó plano eléctrico, en esta guía se introduce

al estudiante a la estimación del cálculo de incertidumbre ya que es un aspecto fundamental para la evaluación de todas las practicas de este laboratorio.

Para la tercer guía titulada: “**VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LEY DE OHM**”, se introduce al estudiante a trabajar directamente con mediciones eléctricas donde identificará y diferenciará comportamientos lineales y no lineales que presentan elementos de circuitos eléctricos y aplicará técnicas de análisis sobre datos experimentales, esta guía es la aplicación de toda la metodología diseñada sobre la estimación del cálculo de incertidumbre por tal motivo el estudiante debe tener claro los conceptos vistos en las guías anteriores para lograr un buen análisis de resultados.

A continuación se presentan las guías descritas anteriormente, cuya finalidad es que el estudiante desarrolle la capacidad de conocer claramente el significado de los conceptos básicos que son empleados para obtener un buen resultado de medición y expresarlo correctamente, es decir con su respectiva incertidumbre. Contribuyendo a partir de estas guías a la formación de la cultura metrológica en la comunidad educativa de la Universidad Tecnológica de Pereira.



FÍSICA EXPERIMENTAL II

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

PEREIRA, JUNIO DE 2011



1. MEDICIÓN DE VARIABLES ELÉCTRICAS

1.1 OBJETIVOS

- Identificar y diferenciar los términos más usados dentro del lenguaje metrológico con respecto a las variables eléctricas.
- Utilizar adecuadamente las reglas internacionales referente al manejo gramatical del Sistema Internacional de unidades.
- Diferenciar entre medición directa e indirecta.
- Diferenciar entre un instrumento analógico y un instrumento digital.
- Identificar y diferenciar las especificaciones técnicas y metrológicas de los instrumentos analógicos y digitales.

1.2 INTRODUCCIÓN

La presente guía tiene por objetivo preparar y presentar un fundamento conceptual en forma organizada acerca del funcionamiento de los equipos y el manejo metrológico que el estudiante debe emplear en cada una de las practicas del laboratorio de Física II, el cual está fundamentado en temas de electricidad básica.

Inicialmente se explican conceptos metrológicos respecto a variables eléctricas basados en la norma GTC 51 “Guía para la Expresión de Incertidumbre en Mediciones”, de igual forma se presenta la manera adecuada para la identificación, descripción y funcionamiento de los aparatos de medida utilizados

en el laboratorio, es decir, su modo de operación, sus escalas, su rango y su clase de exactitud.

Cuando se realizan mediciones, es muy importante obtener un buen resultado como expresarlo correctamente. Por esta razón es necesario conocer claramente el significado de los conceptos básicos que son empleados al momento de realizar mediciones en el laboratorio de Física II.

1.3 CONCEPTOS MÁS USADOS

Medición: Conjunto de operaciones que tiene por objeto determinar el valor de una magnitud, las operaciones pueden ser realizadas manual o automáticamente.

Medida directa: Una medida es directa cuando se obtiene observando directamente en un instrumento diseñado para medir magnitudes de la misma naturaleza (por ejemplo, cuando se mide tensión eléctrica por medio de un multímetro digital).

Medida indirecta: Las medidas indirectas son aquellas que son resultado de emplear una expresión matemática que implica operaciones con cantidades físicas que fueron medidas directamente.

Instrumento de medida: Dispositivo para realizar mediciones solo o asociado a uno o varios dispositivos suplementarios.

Escala de un instrumento: Parte de un instrumento visualizador, que consiste en un conjunto ordenado de marcas, eventualmente acompañados de números o valores de la magnitud.

Clase de exactitud: Clase de instrumentos o sistemas de medida que satisfacen requisitos metrológicos determinados destinados a mantener los errores de medida o las incertidumbres instrumentales dentro de los límites especificados, bajo condiciones de funcionamiento dadas. Una clase de exactitud habitualmente se indica mediante un número o un símbolo adoptado por convenio.

Tolerancia: Dada una magnitud significativa y cuantificable el margen de tolerancia es el intervalo de valores en el que debe encontrarse dicha magnitud para que se acepte como válida. El propósito de los intervalos de tolerancia es el de admitir un margen para las imperfecciones, ya que se considera imposible la precisión absoluta desde el punto de vista técnico, en ingeniería es usual especificar el mayor valor posible de tolerancia mientras el componente en cuestión mantenga su funcionalidad.

La tolerancia puede ser especificada por un rango explícito de valores permitidos, una máxima desviación de un valor nominal, o por un factor o porcentaje de un valor nominal. Por ejemplo, si la longitud aceptable de un barra de acero está en el intervalo $1 \text{ m} \pm 0,01 \text{ m}$, la tolerancia es de $0,01 \text{ m}$ (longitud absoluta) o 1% (porcentaje).

Valor medio: El mejor valor que podemos ofrecer para la magnitud medida es la media, o valor medio que representa el promedio aritmético de un conjunto de observaciones de acuerdo con la expresión.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

Donde x_i = medida individual.

Para calcular el valor medio de una serie de medidas básicamente se suman los valores y el resultado se divide entre el número de observaciones.

Desviación estándar experimental: Para una serie de n mediciones de la misma magnitud por medir, la cantidad σ que caracteriza a la dispersión de los resultados, y que está dada por la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2)$$

Siendo x_i resultado de la medición enésima y siendo, \bar{x} , la medida aritmética de los n resultados considerados. La desviación estándar nos permite determinar, dónde están localizados los valores de una distribución de frecuencias con relación a la media, es decir que es la variación esperada con respecto a la media.

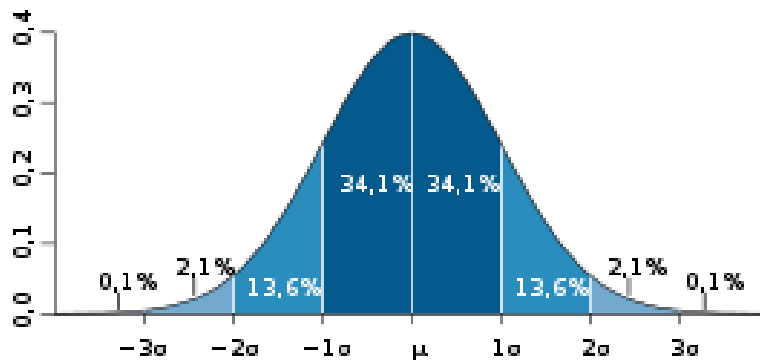


Figura 1.1 Desviaciones estándar en una distribución normal.

Trazabilidad: Propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida. La trazabilidad puede ser considerada “el pedigree de la medición”, ya que es una propiedad de la medición que permite que el resultado de esta sea relacionado con otros patrones nacionales e internacionales, mediante una cadena ininterrumpida. La cadena de trazabilidad debe comenzar con la

medición realizada, mediante un instrumento particular, y finalizar en un patrón internacional, se conoce como cadena de trazabilidad a la cadena ininterrumpida de comparaciones. En otras palabras la trazabilidad es un proceso donde la indicación de un equipo de medición puede ser comparada, en una o más etapas con el patrón para la medición en cuestión.

Exactitud: La exactitud es un término cualitativo que se emplea para determinar qué tan cercano se encuentra un valor a otro valor, considerado como referencia. Este término requiere de la existencia de una comparación entre un valor medido y un valor de un mensurando; por lo tanto es necesario decir al emplear este término: A es más exacto que B, no es una magnitud y no se expresa numéricamente. Se dice que una medición es más exacta cuanto más pequeño es el error de medida.

Repetibilidad: Este es un concepto que cuantifica la cercanía entre los resultados de una medición, puede ser una desviación estándar experimental u otra medida de tendencia. Se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza por un operador varias veces midiendo la misma pieza.

Ejemplo: Dos tiradores diferentes A y B disparan una serie de dardos a un blanco; el número de disparos por persona es igual, en la siguiente figura se muestran las marcas realizadas por ambos tiradores.

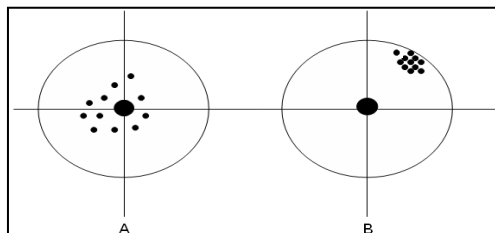


Figura 1.2 Ilustración gráfica de exactitud y repetibilidad.

De la observación de la figura se deduce que las marcas de B están más cercanas entre sí que las de A, es decir que los disparos de B son más "repetibles" que los de A o, dicho de otras palabras, B es más "constante" que A. Sin embargo las marcas de A se encuentran más cerca del centro que las de B, es decir los disparos de A son más "exactos" que los disparos de B. Para hablar de repetibilidad es necesario que las condiciones bajo las cuales se realiza la medición, o el disparo de las personas del ejemplo anterior, no cambien.

Reproducibilidad: Si alguna de las condiciones de medición cambia se habla de reproducibilidad y no de repetibilidad; el cambio puede ocurrir en: El principio de medición, el método de medición, el observador, el instrumento de medición, el lugar, las condiciones de uso, etc. En general se define como la variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza varias veces, por diferentes operadores, midiendo la misma pieza.

Calibración: La calibración es un proceso de comparación que se realiza entre los valores indicados por un instrumento de medición y los valores materializados por un patrón. El objeto de una calibración es determinar si el instrumento bajo prueba cumple o no con su incertidumbre. Una vez finalizado un proceso de calibración es posible encontrar que un instrumento no cumple con las especificaciones de su incertidumbre, siendo entonces necesaria la realización de un proceso de ajuste o reparación [2].

Ajuste: El ajuste es un proceso por medio del cual se ubica un instrumento en un estado de funcionamiento adecuado para su uso. Existen algunos ajustes que pueden ser realizados por el usuario de una manera rutinaria, un ejemplo de esto es el ajuste del cero en los instrumentos de medición analógicos.

Cuando sea necesario distinguir entre “error” y “error relativo”, el error a veces se denomina **error absoluto de medición** y no debe confundirse con el valor absoluto del error.

Error relativo: Es la relación entre el error absoluto (E), y el valor máximo de la escala (A_{max}). Por lo general este error se expresa en porcentaje [1].

$$\delta = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{A_{max}} \quad (4)$$

La fórmula anterior se utiliza para calcular el error relativo en el caso más general, es decir cuando la escala del instrumento de medida es uniforme, pero para los aparatos de medida cuya escala está **entre un valor distinto de cero y otro valor cualquiera** existe otra ecuación para calcular el error relativo. Para los aparatos de medida con **escala no uniforme** se tendrá otra ecuación para el cálculo del error relativo diferente a las anteriores. Por lo cual el cálculo del error relativo dependerá de la escala del instrumento de medida.

Error aleatorio: Al repetir una medición utilizando el mismo proceso de medición (el mismo instrumento, operador, excitación, método, etcétera) no se logra el mismo resultado. En este caso, los errores sistemáticos se mantienen constantes, y las diferencias obtenidas se deben a efectos fortuitos, denominados errores aleatorios o accidentales. Dependiendo de las causas que originan este error se puede realizar una subdivisión de los errores aleatorios:

- Rozamientos internos.
- Acción externa combinada.
- Errores de apreciación de la indicación.
- Errores de truncamiento.

Siendo entonces el error aleatorio de una medida, la diferencia que existe entre una medición (A_i) y la media de todas las mediciones (\bar{A}_i) [1].

$$E_{aleatorio} = A_i - \bar{A}_i \quad (5)$$

EJEMPLO: Si tenemos A_r : 81 W y se mide un valor 80 W con un vatímetro y la media de las mediciones nos dio 78,9 W. ¿Cuál es el error aleatorio?

$$E_{aleatorio} = 80W - 78,9 W = 1,1W$$

Error sistemático: Se llaman así porque se repiten sistemáticamente en el mismo valor y sentido en todas las mediciones que se efectúan en iguales condiciones. Hay varias causas que originan este tipo de error, y se pueden dividir de la siguiente forma:

- Errores que introducen los instrumentos o errores de ajuste.
- Errores debidos a la conexión de los instrumentos o errores de método.
- Errores por causas externas o errores por efecto de las magnitudes de influencia.
- Errores por la modalidad del observador o ecuación personal.

Por lo tanto el error sistemático de una medida es igual a la diferencia de la media de todas las mediciones con el valor real de la variable (A_r). Para el ejemplo anterior el error sistemático sería igual a $-2,1 W$ [1].

$$E_{sistemático} = \bar{A}_i - A_r \quad (6)$$

Errores de ajuste: Estos errores son debidos a las imperfecciones en el diseño y construcción de los instrumentos. Mediante la calibración durante la construcción, se logra que para determinadas lecturas se haga coincidir las

indicaciones del instrumento con valores obtenidos con un instrumento patrón local. Sin embargo, por limitaciones técnicas y económicas, no se efectúa ese proceso en todas las divisiones de la escala. Esto origina ciertos desajustes en algunos valores de la escala, que se mantienen constantes a lo largo del tiempo. Estos errores repetitivos pueden ser medidos en módulo y signo a través del contraste, que es un ensayo consistente en comparar simultáneamente la indicación del instrumento con la indicación de un instrumento patrón de la más alta calidad metrológica (cuya indicación representa el valor convencionalmente verdadero).

Errores de método: Los errores de método se originan en el principio de funcionamiento de los instrumentos de medición. Hay que considerar que el hecho de conectar un instrumento en un circuito, siempre origina algún tipo de perturbación en el mismo. Por ejemplo, en los instrumentos analógicos aparecen los errores de consumo, fase, etcétera. Para corregir estos errores deben determinarse las características eléctricas de los instrumentos (resistencia, inductancia y capacidad). En algunos casos es posible el uso de sistemas de compensación, de forma tal de autoeliminar el efecto perturbador. Por ejemplo, en el caso del vatímetro compensado, que posee un arrollamiento auxiliar que contrarresta la medición del consumo propio.

Error de paralaje: Se origina en la falta de perpendicularidad entre el rayo visual del observador y la escala respectiva. Esta incertidumbre se puede reducir con la colocación de un espejo en la parte posterior del índice. Así la perpendicularidad del rayo visual se logrará cuando el observador no vea la imagen del mismo en el espejo [1].

Error del límite separador del ojo: El ojo humano normal puede discriminar entre dos posiciones separadas a más de 0,1 mm, cuando se observa desde una distancia de 300 mm. Por lo tanto, si dos puntos están separados a menos de esa

distancia no podrá distinguirlos. La magnitud de este error es típicamente subjetiva, pues hay personas que tienen una visión mejor o peor que la normal. Para disminuir este tipo de error se puede recurrir al uso de lentes de aumento en las lecturas.

Incertidumbre: La palabra "incertidumbre" significa duda, y por lo tanto, en un sentido más amplio "incertidumbre de medición" significa duda en la validez del resultado de una medición. La incertidumbre es el parámetro, asociado con el resultado de una medición, que caracteriza a la dispersión de los valores que en forma razonable se le podría atribuir a la magnitud por medir. La incertidumbre es un parámetro que indica la probabilidad que el resultado de una medición esté efectivamente dentro de ciertos límites alrededor de un valor medio [5].

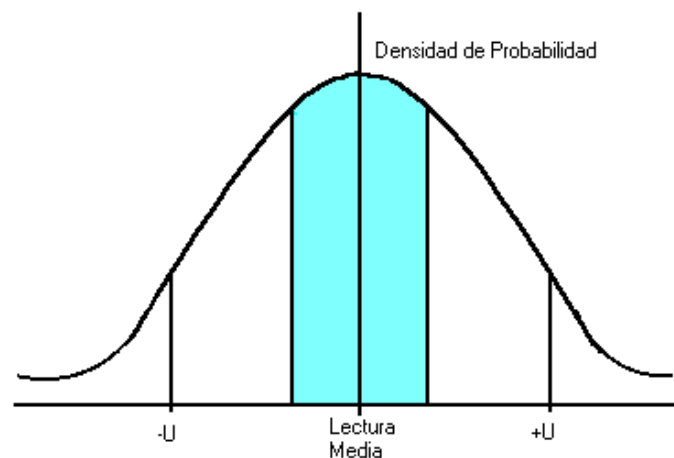


Figura 1.3 Incertidumbre de medición.

1.4 UNIDADES DEL SI UTILIZADAS EN VARIABLES ELÉCTRICAS

El Sistema Internacional de Unidades es un código, aceptado a nivel mundial para intercambio de información relacionado con las operaciones de medición, compuesto por un conjunto práctico y coherente de unidades de medida.

En nuestro país el SI se encuentra descrito en la norma técnica colombiana NTC 1000: Metrología, Sistema Internacional de Unidades. Esta es una norma oficial obligatoria.

Las unidades fundamentales del SI (Sistema Internacional de Unidades) utilizadas en el estudio de las variables eléctricas se encuentran descritas en la tabla 1.1.

Magnitud	Nombre	Símbolo
Corriente Eléctrica	Ampere	A
Resistencia Eléctrica	ohmio	Ω
Voltaje	volt	V

Tabla 1.1 Unidades del SI utilizadas en la medición de variables eléctricas [1].

Corriente Eléctrica: “Es el flujo de carga por unidad de tiempo a través de un circuito eléctrico”. Se debe al movimiento de los electrones en e interior del materia.

Resistencia Eléctrica: Es toda oposición que encuentra la corriente a su paso por un circuito eléctrico cerrado, atenuando o frenando el libre flujo de circulación de las cargas eléctricas o electrones.

Voltaje: Es una magnitud física que impulsa a los electrones a lo largo de un conductor en un circuito eléctrico cerrado, provocando el flujo de una corriente eléctrica, también se define como la diferencia que hay entre dos puntos en el potencial eléctrico, nos referimos a potencial eléctrico como el trabajo que se realiza para trasladar una carga positiva de un punto a otro.

1.5 INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN LA MEDICIÓN DE VARIABLES ELÉCTRICAS

Los instrumentos de medición de variables eléctricas llevan consigo una importancia incalculable, ya que estos miden e indican magnitudes que son indispensables para el buen control de muchos de los procesos en aplicaciones tecnológicas.

Los instrumentos más utilizados para medir cantidades eléctricas son los voltímetros, amperímetros, óhmetros y osciloscopios. El multímetro es un instrumento que generalmente reúne en un solo equipo los tres primeros, el funcionamiento de estos aparatos puede ser **analógico** ó **digital**.

A continuación se describen las características asociadas con los aparatos de medida que se utilizaran en este laboratorio:

- Diferencia entre equipos analógicos y digitales.
- Manejo y lecturas de sus escalas.
- Rangos de medida.
- Clase de exactitud.

1.5.1 INSTRUMENTOS ANALÓGICOS

Los instrumentos analógicos vienen en una gran variedad de formas tamaños y presentaciones. No obstante, la mayoría tienen en común los siguientes elementos:

- Un par de puntas de prueba que comunican el instrumento con el circuito bajo prueba.

- Escalas análogas y aguja.
- Selector de función, el cual permite seleccionar la naturaleza de la medida, es decir si se trata de un voltaje o una corriente.
- Selector del rango, permite seleccionar el rango de valores a ser medido.

Los instrumentos analógicos son equipos que miden variables físicas de la misma naturaleza, expresando su valor mediante agujas o numeración [1].

Los instrumentos analógicos son diseñados con una parte fija y otra móvil que tienen un solo grado de libertad, la lectura se indica en una escala graduada y el órgano indicador está compuesto por una aguja, el movimiento de esta aguja es generalmente de izquierda a derecha.

En el laboratorio se realizan medidas de corriente y voltaje con el multímetro analógico Leybold, el cual cuenta con un selector de de función o tipo de magnitud a medir (voltaje o corriente), también posee un selector de función o tipo de magnitud a medir: corriente continua “—” (CC) ó corriente alterna “~” (CA).

Como las magnitudes a medir están comprendidas en un rango muy amplio de valores, el multímetro posee un selector de escala, para seleccionar la escala que mejor se adecue al valor de de la magnitud a medir.

Ejemplo: Si se desea medir una corriente de 3 A y el multímetro posee un selectro de escala con rangos entre (0 – 2) A, (0 -5) A y (0 - 10) A, se seleccionará la escala de (0 - 5) A.

En caso de no conocer el valor de la medición, se debe seleccionar la escala más grande del multímetro y a partir de ella se va reduciendo hasta tener una escala adecuada para hacer la medición.

Finalmente el operador lee el instrumento y convierte la indicación analógica en un valor numérico con la ayuda de la escala.



Figura 1.4 Instrumento Analógico (Multímetro).

1.5.1.1 Especificaciones de exactitud en los instrumentos analógicos.

La calidad de un instrumento de medida análogo la da su especificación de exactitud, que se representa por un número (**Clase de exactitud**).

La especificación de exactitud se representa por un número denominado **Clase de Exactitud**. Existen siete clases de exactitud para los instrumentos analógicos: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5 y 5.

Para los instrumentos analógicos con ajuste mecánico del cero, la clase de exactitud es el máximo error de indicación (diferencia entre el valor indicado y el valor convencionalmente verdadero) de la magnitud medida, expresado en porcentaje del valor final del campo de medida (valor máximo del rango) [2].

$$clase = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{A_{max}} \quad (7)$$

La clase de un instrumento analógico corresponde al error relativo porcentual del valor máximo del rango:

EJEMPLO: Si se mide un valor convencionalmente verdadero de 80 V con un voltímetro de clase 0,5 y un valor máximo de rango de 250 V. ¿Cuál es la máxima diferencia que podrá existir (si el instrumento opera correctamente) entre el valor medido y el valor verdadero?

$$0,5 = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{250 V}$$

$$(A_i - A_r) = \frac{0,5 \% \times 250V}{100\%} = \pm 1,25 V$$

Si esta medición se realizara con un voltímetro de clase 1, con un valor máximo de rango de 100 V. ¿Cuál sería el máximo error de indicación del instrumento? ¿Cuál es el instrumento más apropiado para realizar la medición de 80 V? ¿Por qué?

Respuestas:

El error de indicación sería como máximo de: $\pm 1 V$.

El instrumento más apropiado para realizar la medición es el de clase 1, a pesar de que posee una exactitud menor que el primer instrumento.

Conclusión: Se debe evitar el uso de instrumentos analógicos cuyo valor final de escala sea bastante mayor que el valor a medir. Lo más recomendable es que el valor a medir pueda ser observado en el tercio superior de la escala.

1.5.2 INSTRUMENTOS DIGITALES

Estos instrumentos indican la cantidad que está siendo medida en una pantalla digital. Algunas ventajas de los instrumentos digitales son:

- Generalmente la exactitud es mayor que en los analógicos.
- La lectura es un número definido. Esto permite la eliminación del error de paralaje.
- Son fácilmente acoplables a computadoras o registradoras.

Los instrumentos digitales se caracterizan por tener una pantalla numérica que da automáticamente la lectura con un punto decimal, lo cual elimina el error de paralelaje y la reducción de errores humanos asociados con la interpretación de la posición de la aguja en una escala analógica y ofrecen mejor exactitud y resolución [2].



Figura 1.5 Instrumento Digital (Multímetro).

1.5.2.1 Funcionamiento

El instrumento digital recibe la señal análoga que está siendo medida, ésta es sometida a amplificación y posteriormente es digitalizada mediante un circuito analógico-digital (A/D), la señal digital se muestra en una pantalla. En la figura 1.6 se muestra el diagrama de bloques de un instrumento digital básico [1].

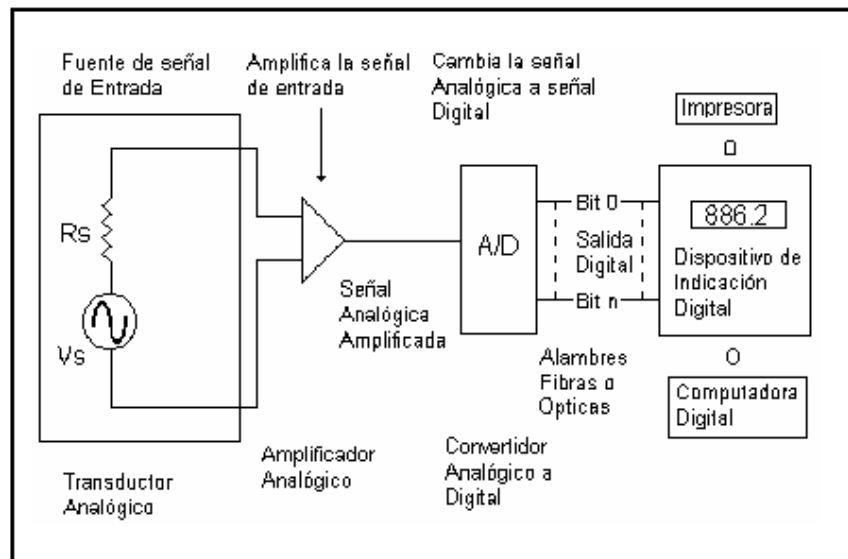


Figura 1.6 Funcionamiento de un instrumento digital

1.5.2.2 Número de dígitos

Es común encontrar en un instrumento digital un número que indica la capacidad de lectura del instrumento. Este número puede ser $3 \frac{1}{2}$, $4 \frac{1}{2}$, $3 \frac{3}{4}$, etcétera. Siendo lo más común para la parte fraccionaria $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$.

La parte fraccionaria del número indica que el dígito más significativo (el de la izquierda) de la pantalla no puede variar entre "0" y "9". Si es de un $\frac{1}{2}$ este dígito

puede ser “0” o “1”. Si es de $\frac{3}{4}$ este dígito puede ser “0”, “1”, “2” o “3”. La parte entera del número indica cuantos dígitos (después del más significativo) pueden variar entre “0” y “9”.

Si se efectúa una “medición perfecta” de un “valor verdadero” de 3,29 V, en un voltímetro de $4\frac{1}{2}$ dígitos en la escala de 10 V, es necesario que la indicación del Instrumento ocupe 5 dígitos de la pantalla; el dígito más significativo sólo puede tomar el valor “0” o “1”, en esta medición en particular ese dígito es “0”. Los siguientes dígitos pueden tomar cualquier valor, luego por tratarse de una “medición perfecta” la indicación del instrumento es 03,290 V, ya que los instrumentos digitales no presentan un cero a la izquierda de otro número en la parte entera, la indicación es: 3,290 V [1].

EJEMPLOS:

NÚMERO DE DIGITOS	VALOR VERDADERO	LECTURA
$3\frac{1}{2}$	100 mV	100,0 mV
$4\frac{1}{2}$	100 mV	100,00 mV
$3\frac{1}{2}$	4 V	4,00 V
$3\frac{1}{2}$	10 V	10,00 V
$3\frac{3}{4}$	270 V	270,0 V

RANGO	NÚMERO DE DIGITOS	LECTURA MÁXIMA
100 mV	$3\frac{1}{2}$	100,0 mV
200 mV	$3\frac{1}{2}$	199,9 mV
400 mV	$3\frac{3}{4}$	399,9 mV
2000 Hz	$4\frac{1}{2}$	1999,9 Hz

1.5.2.3 Resolución

La resolución de un instrumento digital es el mínimo cambio que puede ser observado en la lectura del instrumento. Está relacionada con el número de dígitos de la pantalla y el rango. A manera de ejemplo se presenta distintas resoluciones para un instrumento de $3\frac{1}{2}$ dígitos.

RANGO	RESOLUCIÓN
100 mV	0,1 mV
1 V	0,001 V
10 V	0,01V

Algunos instrumentos poseen resolución de por ejemplo 0,2 unidades ó 0,3 unidades; en estos instrumentos los cambios en el dígito menos significativo (el de la derecha) no se dan de “1 en 1” sino de “2 en 2” o de “3 en 3” respectivamente. El siguiente valor que podrá mostrar un instrumento que esté indicando 10,24 V y cuya resolución es de 0,02 V será de 10,26 V. Si la resolución fuera 0,03 V el siguiente valor indicado sería 10,27 V.

1.5.2.4 Linealidad

Los instrumentos digitales funcionan con conversores A/D, los cuales tienen un comportamiento lineal apreciable en la manera como se ven los datos. Debido a esto se hacen pruebas (Pruebas de calibración) de cero, medio rango y punto próximo a fondo de rango como mínimo, por ejemplo si el rango es de 19,99 V (20 V), las lecturas deben ser de 0V, 10 V y 19 V.

De acuerdo con lo anterior, tomando los tres puntos descritos y sabiendo que estos errores están dentro o fuera de tolerancia, podemos saber si el rango completo cumple con las especificaciones. A continuación se muestra en la figura 1.7 la respuesta de lectura de un instrumento digital.

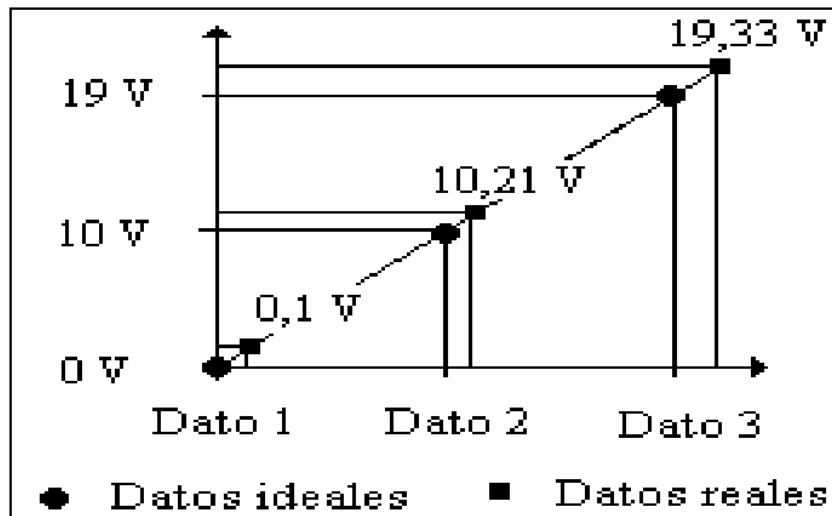


Figura 1.7 Linealidad de un instrumento digital [1]

1.5.2.5 Especificaciones de exactitud de los instrumentos digitales

En las especificaciones hay tres conceptos involucrados: La resolución, el error constante y el error proporcional. Los errores constantes son los que no varían a través de todo el rango del instrumento. Estos se expresan en términos del número de dígitos o del rango [2].

Los errores proporcionales como su nombre lo indica, son proporcionales a la magnitud de la indicación del instrumento. Estos se expresan en términos de porcentaje de la lectura. Algunos fabricantes especifican la exactitud del instrumento en términos de una combinación de errores constantes y proporcionales. Ejemplo:

- a. “ $\pm 0,01$ % de la lectura $\pm 0,01$ % del rango”
- b. “ $\pm 0,05$ % de la lectura ± 1 dígito”

EJEMPLO: Si un instrumento digital de 4 dígitos mide 5,000 V y la exactitud es de “ $\pm(0,01\% \text{ de la lectura} + 1 \text{ digito})$ ”, el error máximo que debe presentarse en la lectura es de 0,01 % de 5 V más 0,001 V, o sea 0,0015 V.

Para expresar el error constante algunas veces se emplea un número de unidades de la magnitud; por ejemplo 30 μ V. Resumiendo las especificaciones de exactitud de un instrumento digital pueden aparecer de manera similar al siguiente ejemplo:

EJEMPLO:($\pm 0,01\%$ de la lectura $\pm 0,02\%$ del rango ± 2 dígitos $\pm 30\mu$ V).

La especificación de exactitud permite conocer el error tolerado en el instrumento; esto significa que bajo unas condiciones de referencia el instrumento al leer un valor no debe sobrepasar el error tolerado o tolerancia. A continuación se calcula la tolerancia para un voltímetro digital cuya exactitud es de $\pm 0,02\%$ de la lectura ± 2 dígitos y cuya resolución es de 0,01V. La lectura obtenida es de 10,03 V.

$$\text{Tolerancia} = \pm (0,02 \times 10,03/100 + 2 \times 0,01) \text{ V}$$

$$\text{Tolerancia} = \pm (0,002006 + 0,02) \text{ V}$$

$$\text{Tolerancia} = \pm 0,022006 \text{ V}$$

Esta Tolerancia se acostumbra expresar con la misma resolución de la lectura, por lo tanto: Tolerancia = 0,02 V

1.6 MEDICIÓN DE TENSIÓN ELÉCTRICA (VOLTAJE)

Los instrumentos para la medición de tensión eléctrica son llamados comúnmente: *voltímetros*. El voltímetro es un instrumento que sirve para medir la diferencia de potencial (V) entre dos puntos de un circuito eléctrico, para efectuar la medida de la diferencia de potencial el voltímetro debe colocarse en paralelo. El correcto uso de un voltímetro requiere la conexión de sus terminales en los puntos de un

circuito eléctrico a través de los cuales la tensión tenga que ser medida [1].

El voltímetro siempre se conecta en paralelo, observando la polaridad para el caso de corriente continua CC, como se muestra en las figuras 1.8 y 1.9.

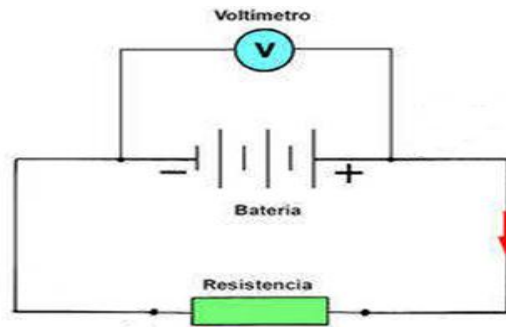


Figura 1.8 Lectura de la diferencia de potencial entre los bornes de la batería.

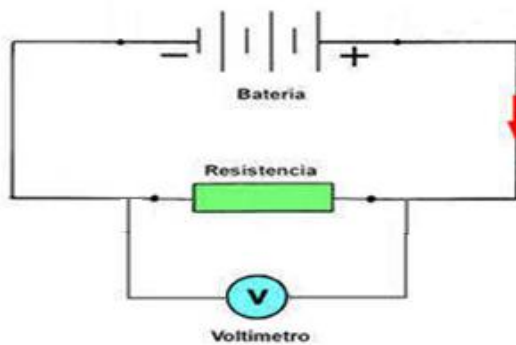


Figura 1.9 Lectura de la caída de potencial entre los bornes de la resistencia.

1.7 MEDICIÓN DE CORRIENTE ELÉCTRICA

La corriente eléctrica es el flujo de cargas eléctricas. En un conductor sólido los electrones son los que transportan la carga. La cantidad de corriente que fluye por un circuito depende del voltaje suministrado por la fuente, pero además depende

de la resistencia que opone el conductor al flujo de carga, es decir, la resistencia eléctrica. Su unidad de medida es el Amperio (A) [1].

Amperímetro

Es un instrumento que sirve para medir la intensidad de corriente que está circulando por un circuito eléctrico. El amperímetro se coloca en serie en el circuito electrónico para que se pueda medir toda la corriente que pasa a través de él.

El amperímetro se conecta siempre en serie observando la polaridad para el caso de corriente continua CC, como se ilustra en la figura 1.10.

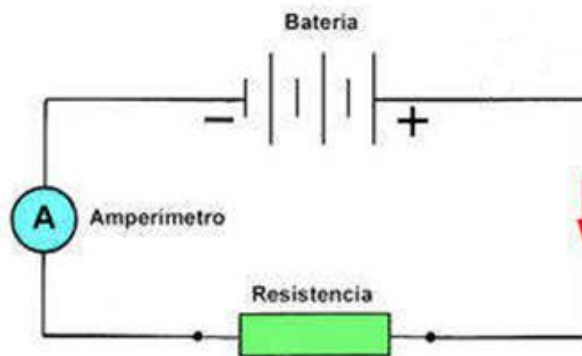


Figura 1.10 Circuito eléctrico con un amperímetro.

1.8 MEDICIÓN DE RESISTENCIA ELÉCTRICA

La resistencia eléctrica es toda oposición que encuentra la corriente a su paso por un circuito eléctrico cerrado. Cualquier dispositivo conectado a un circuito eléctrico representa en sí una carga, resistencia u obstáculo para la circulación de la corriente eléctrica.

La resistencia eléctrica se mide normalmente con un óhmetro o un multímetro en función de óhmetro, debido a la relación existente entre la diferencia de potencial eléctrico (voltaje) y la intensidad de corriente y suele ser representada con la letra **R** y su unidad en el SI es el ohm (Ω).

$$R = \frac{V}{I} \quad (8)$$

En la figura 1.8 se muestra como se mide la resistencia con un multímetro.



Figura 1.11 Medición de una resistencia con un multímetro

La resistividad eléctrica de un material es un número que describe qué tanto ese material resiste al flujo de electricidad. La resistividad es medida en unidades de ohm metro (Ωm).

1.9 SELECCIÓN DEL RANGO

En cualquiera de los casos, los instrumentos poseen un selector de escalas, para seleccionar adecuadamente el rango de medición. La lectura de la medida realizada dependerá del tipo de instrumento utilizado, análogo o digital.

En los instrumentos análogos, la lectura se obtiene mediante una escala fija graduada y el indicador está compuesto por una aguja; en los digitales, la lectura se realiza directamente por medio de una pantalla numérica que da automáticamente la lectura con un punto decimal.

En instrumentos de aguja el movimiento del indicador es generalmente, de izquierda (cero) a derecha. En los voltímetros y amperímetros el cero se encuentra al principio de la escala y al final de la escala, se encuentra el máximo valor posible de medir en esa escala.

EJEMPLO:

Se desea medir una intensidad de corriente de 3 A, y el instrumento posee un selector de escala con rangos entre 0 - 2 A, 0 - 5 A y 0 - 10 A, se seleccionará la escala de 0 - 5 A.

1.10 TALLER

1. Se mide un valor convencionalmente verdadero de 75 V con un Voltímetro de Clase 1 y un valor máximo de rango de 300 V, además se cuenta con un Voltímetro de rango 100 V y Clase 1.5.
¿Cuál es el instrumento más apropiado para realizar esta medida y porque?
2. Se presenta el siguiente equipo de medida análogo con las siguientes especificaciones: Clase: 2.5; Rango (Amax): 300 V. Las medidas observadas fueron las siguientes: A_i : 200 V; A_r : 204,8 V. Determine el error absoluto, error relativo, y defina si el instrumento de medida está o no dentro de especificaciones.
3. De acuerdo a la tabla 1.2, determine la clase de exactitud del amperímetro análogo y los errores respectivos.

Dato No.	Ar	Valor	Rango	Error Absoluto	Error Relativo	Clase
1	4 A	4,2 A				
2		4,1 A				
3		3,9 A				
4		3,9 A				
5		4,1 A				
6		4,2 A				
7		4,0 A				
8		4,1 A				
9		3,9 A				
10		4,0 A				

Tabla 1.2 Resultados de las mediciones.

4. De acuerdo a la tabla 1.3 determine la resolución de acuerdo al rango para un instrumento digital de 3 ½ dígitos.

RANGO	RESOLUCIÓN
100 mV	
1 V	
10 V	
100 V	

Tabla 1.3 Resultados obtenidos.

5. De acuerdo con el número de dígitos dados por el fabricante del instrumento digital, especifique en la tabla 1.4, cuál es la lectura indicada por el instrumento digital.

Número de Dígitos	Valor Verdadero	Lectura
3 ½	1000 V	
3 ¾	300 mV	
4 ½	100 V	100,00 V
3 ½	1 V	1,000 V
3 ¾	398 V	398,0 V
5 ¾	270 V	
5 ½	1020 V	
3 ¾	27 A	

Tabla 1.4 Lecturas indicadas por el instrumento digital.

6. Determine la lectura máxima efectuada por el instrumento digital en la tabla 1.5, de acuerdo con el número de dígitos y rango de operación especificados:

Rango	Número de Dígitos	Lectura Máxima
100 V	3 ½	
40 Ω	3 ¾	
30 mA	3 ½	
4 mA	3 ¾	
40 kΩ	5 ¾	
2000 V	5 ½	
30 mA	3 ¾	

Tabla 1.5 Lecturas máximas efectuadas por el instrumento digital según especificaciones dada

1.8 CONCLUSIONES

- ¿Cuál es la diferencia entre una medida directa y una medida indirecta?
- ¿Cuál es la diferencia entre un instrumento analógico y un instrumento digital?
- Cree usted que es importante tener en cuenta al momento de medir una variable eléctrica con un instrumento análogo o digital, su clase de exactitud? ¿por qué?

- ¿Cree usted que es importante tener en cuenta al momento de medir una variable eléctrica con un instrumento análogo o digital, el rango y la escala de medida? ¿por qué?
- ¿Qué tan importante puede ser la resolución del instrumento de medida a la hora de hacer las mediciones?



2. INTRODUCCIÓN AL MANEJO DE APARATOS DE MEDIDA (MEDIDAS DIRECTAS)

2.1 OBJETIVOS

- Identificar y distinguir los componentes eléctricos de un circuito.
- Leer e interpretar correctamente un esquema eléctrico.
- Instalar un circuito a la vista del esquema inequívocamente.
- Adquirir habilidad para leer y utilizar las diferentes escalas de un multímetro.
- Conectar correctamente un aparato de medida para medir intensidad de corriente en un circuito de corriente directa DC.
- Conectar correctamente un medidor de voltaje, para medir diferencias de potencial en circuitos de corriente continua.
- Medir resistencias eléctricas con un multímetro.
- Estudiar el proceso para el cálculo de incertidumbre de medición en el caso en el que se realizan medidas directas en instrumentos análogos o digitales.
- Calcular las correspondientes incertidumbres de medición de las medidas directas que se realicen.
- Comparar los valores registrados por instrumentos de medida eléctrica, uno análogo y otro digital.

2.2 INTRODUCCIÓN

Los instrumentos de medición eléctrica han sido desarrollados durante mucho tiempo para comparar magnitudes físicas mediante un proceso de medición.

Las mediciones eléctricas se realizan con aparatos especialmente diseñados según la naturaleza de la corriente; es decir, si es alterna (~) o continua (-). Los instrumentos se clasifican por los parámetros de voltaje, tensión e intensidad.

De esta forma, podemos enunciar los instrumentos de medición como el **Amperímetro** para la medición de intensidad de corriente, el **Voltímetro** como la unidad de tensión, el **Ohmetro** como la unidad de resistencia y los **Multímetros** como unidades de medición múltiples

La importancia de los instrumentos eléctricos de medición es incalculable ya que mediante el uso de ellos se miden e indican magnitudes eléctricas, como corriente, carga, potencial y energía; o las características eléctricas de los circuitos como la resistencia, la capacitancia y la inductancia.

Esta práctica permite que el estudiante conozca instrumentos eléctricos de medida, se familiarice con ellos, establezca y distinga las características de los componentes básicos e igualmente entienda y trabaje con y a partir de un esquema ó plano eléctrico.

Además el alumno podrá aplicar una técnica sencilla para comparar un instrumento análogo de medidas eléctricas, en un rango de escala determinado empleando como patrón un multímetro digital.

2.3 FUNDAMENTO TEÓRICO

2.3.1 COMPONENTES ELÉCTRICOS DE UN CIRCUITO ELÉCTRICO.

El circuito electrónico es la combinación de componentes eléctricos conectados entre sí a una fuente de tensión, la cual suministra energía eléctrica al circuito. El circuito eléctrico más simple posee una fuente de tensión conectada a una carga.

La carga puede ser un resistor, una lámpara eléctrica o cualquier otro componente eléctrico.

Para mover una carga es necesario localizarla en una diferencia de potencial o voltaje. Para crear esta diferencia de potencial se usan las pilas, llamadas genéricamente “fuentes de fuerza electromotriz (\mathcal{E} *fem*)”. La unidad de diferencia de potencial en el Sistema Internacional de unidades SI es el volt y su símbolo es (V).

En todos los planos de circuitos eléctricos las fuentes de alimentación se indican con los símbolos que se muestran en las figuras 2.1 y 2.2.

La representación para una fuente de corriente continua en la figura 2.1 consta de una línea más grande, marcada con el signo +, lo cual indica el punto de más alto potencial, mientras la línea más pequeña indica una baja de potencial. [16].

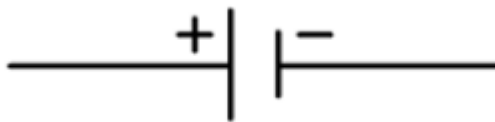


Figura 2.1. Fuente de corriente continua de valor fijo.



Figura 2.2. Fuente de alimentación de valor variable.

Cuando se quiere representar valores de resistencia eléctrica (cuya unidad de medida en el Sistema Internacional es el ohm, y su símbolo es: Ω) en un circuito, se emplea el símbolo de la figura 2.3.

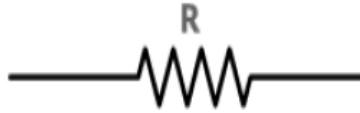


Figura 2.3 Resistencia eléctrica.

En otros casos son necesarias resistencias variables o reóstatos, representados en los circuitos mediante los símbolos de las figuras 2.4 y 2.5.



Figura 2.4 Representación de un reóstato.



Figura 2.5 Representación de una resistencia variable.

Si la conexión del reóstato se realiza entre **a** y **b**, se estará tomando un valor fijo de resistencia; si es entre **a** y **c**, su valor es variable y depende de la posición del cursor y su magnitud se mide con un multímetro operando éste como óhmetro.

Un circuito eléctrico elemental se presenta esquemáticamente en la figura 2.6. En él los componentes están indicados por sus símbolos eléctricos y los conductores que van de un componente a otro representados por líneas rectas y continuas.

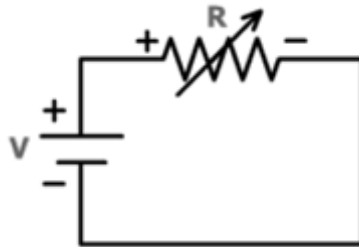


Figura 2.6. Circuito eléctrico básico

2.3.2 APARATOS DE MEDIDA EN UN CIRCUITO ELÉCTRICO.

El paso de cargas (o movimiento de electrones) por unidad de tiempo a través de una sección transversal de un conductor se llama **corriente eléctrica** y su unidad de medida en el sistema internacional es el amperre y su símbolo es **A**. [16].

Si se requiere medir la corriente eléctrica I en un circuito como el de la figura 2.6 **debe insertarse un amperímetro** y conectarlo tal como se indica en la figura 2.7.

NOTA: Es muy importante respetar la polaridad descrita en la figura 2.7 para el aparato de medida. Se entiende por polaridad la posición de los signos + y – que acompañan al símbolo del amperímetro $\text{---}(\text{A})\text{---}$. Si se conecta el amperímetro en una forma diferente a la citada, puede causarse un daño grave al aparato.

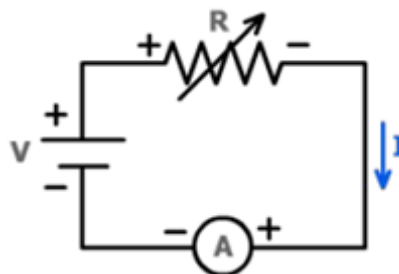



Figura 2.7 Medición de corriente eléctrica.

Este tipo de conexión en el cual la resistencia R y el amperímetro son atravesados por la misma corriente I , se llama **conexión serie**.

Si se requiere medir la diferencia de potencial entre los puntos a y b , donde se encuentra conectada la resistencia R de la figura 2.8, **debe utilizarse un**

voltímetro  y conectarlo entre tales puntos según se indica en la figura 2.9. Esta conexión es llamada **conexión en paralelo**.

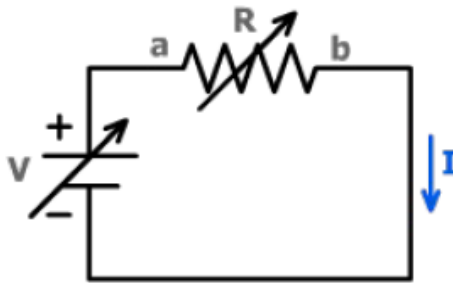


Figura 2.8 Conexión serie

NOTA: Es muy importante respetar la polaridad y el tipo de conexión mostrado en la figura 2.9 para el aparato de medida (voltímetro). Conecte siempre el voltímetro en la forma indicada.

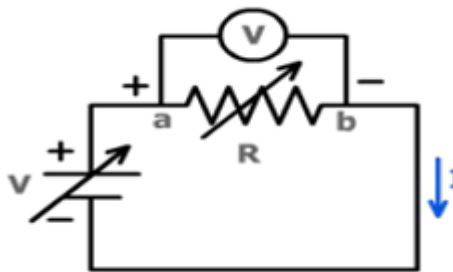


Figura 2.9 Medición de la diferencia de potencial.

2.3.3 CARACTERÍSTICAS DE MEDIDA ASOCIADAS A INSTRUMENTOS ANALÓGICOS Y DIGITALES DE VARIABLES ELÉCTRICAS

Las características fundamentales asociadas a unos instrumentos en relación con la medida son: el rango, la clase de exactitud, la resolución y sus correspondientes parámetros están definidos como:

- a. Rango de la escala.
- b. Resolución
- c. Clase de exactitud

a. **Rango de la escala** x_m está determinada por la escala seleccionada y se expresa como la diferencia entre los valores de lectura máxima (x_{max}) y mínimo (x_{min}) de la escala es decir:

$$x_m = x_{max} - x_{min} \quad (1)$$

b. **Resolución de un instrumento de medida:** La diferencia más pequeña en unidades entre las indicaciones del dispositivo indicador en el instrumento de medida que puede ser distinguida significativamente, es decir que es la mínima diferencia entre indicaciones visualizadas, que el usuario puede percibir.



Voltímetro Leybold: Instrumento analógico. Multímetro FLUKE: Instrumento digital.

Resolución: 0,05 mA

Resolución: 0,1 mA; 0,1 mV, 0,1 Ω

c. **Clase de exactitud:** La clase de exactitud de muchos instrumentos de medida está asociada con los diferentes rangos que posee, es decir, cada rango de escala tiene su respectivo error.

La especificación de exactitud se representa por un número denominado **Clase de Exactitud**. Existen siete clases de exactitud para los instrumentos analógicos: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5 y 5. [2].

Para los instrumentos analógicos con ajusté mecánico del cero, la clase de exactitud es el máximo error (diferencia entre el valor indicado y el valor convencionalmente verdadero) de la magnitud medida expresado en porcentaje dividido entre valor máximo del rango.

$$clase = \frac{(A_i - A_r) \times 100\%}{A_{max}} \quad (2)$$

Las especificaciones de exactitud en instrumentos digitales consiste en tres conceptos involucrados: La resolución, el error constante y el error proporcional.

Los errores constantes son los que no varían a través de todo el rango del instrumento. Estos se expresan en términos del número de dígitos o del rango.

Los errores proporcionales como su nombre lo indica, son proporcionales a la magnitud de la indicación del instrumento. Estos se expresan en términos de porcentaje de la lectura. Algunos fabricantes especifican la exactitud del instrumento en términos de una combinación de errores constantes y proporcionales. Ejemplo:

c. “± 0,01 % de la lectura ± 0,01 % del rango”

d. “± 0,05 % de la lectura ± 1 dígito”

Al momento de reportar la medición de una variable que fue medida con un instrumento digital como el multímetro fluke, se debe tener en cuenta las especificaciones del fabricante como el máximo error que considera el fabricante a la hora de realizar una medida.

2.4 PROCESO PARA EXPRESAR UNA MEDIDA REALIZADA CON LOS INSTRUMENTOS DEL LABORATORIO.

Una medición es un proceso que tiene por objetivo determinar el valor de una magnitud particular, es decir el mensurando, siguiendo una serie de operaciones bien definidas. Sin embargo siempre que se realiza una medición inevitablemente se cometen errores debido a muchas causas, algunas pueden ser controladas y otras son incontroladas o inclusive desconocidas por lo cual al realizar una medición determinada, es indispensable comprender que ésta jamás será absolutamente exacta, es decir, el resultado de la medida no coincidirá exactamente con el valor verdadero del mensurando.

Para expresar de manera correcta el resultado de una medición, es necesario calcular su respectiva incertidumbre asociada, puesto que el resultado de una medición no está completo si no se posee una declaración de la incertidumbre de la medición con un nivel de confianza determinado.

2.4.1 MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN.

Para calcular la incertidumbre de medición es necesario, primero que el estudiante esté familiarizado con el vocabulario básico y general de la metrología, suministrados en las guías introductorias de los laboratorios de física I y física II, las cuales están basadas en la norma GTC 51 (Guía internacional para la expresión de la incertidumbre de las medidas).

Se espera que el estudiante este habituado con el proceso y las ecuaciones necesarias, pues han sido estudiadas durante el curso del laboratorio de física I. Sin embargo a continuación mostramos nuevamente el proceso paso a paso para dicho cálculo.

En este punto se debe tener en cuenta el tipo de medición, si es una medida directa o indirecta. Antes de realizar cualquier cálculo debe adquirir las especificaciones dadas por el fabricante de los equipos utilizados en el laboratorio, (analógicos y digitales), para el multímetro digital 77III, el manual de funcionamiento suministrado por la casa fabricante describe las características que aparecen a continuación:

Función	Resolución	Clase de exactitud
Voltímetro DC	0,001 V	(0,3%+1)
	0,01 V	(0,3%+1)
	0,1 V	(0,3%+1)
Ω	0,1 Ω	(0,5%+2)
	0,001 K Ω	(0,5%+1)
	0,01 K Ω	(0,5%+1)

Tabla 2.1 Especificaciones del multímetro fluke 77III

MEDIDAS DIRECTAS:

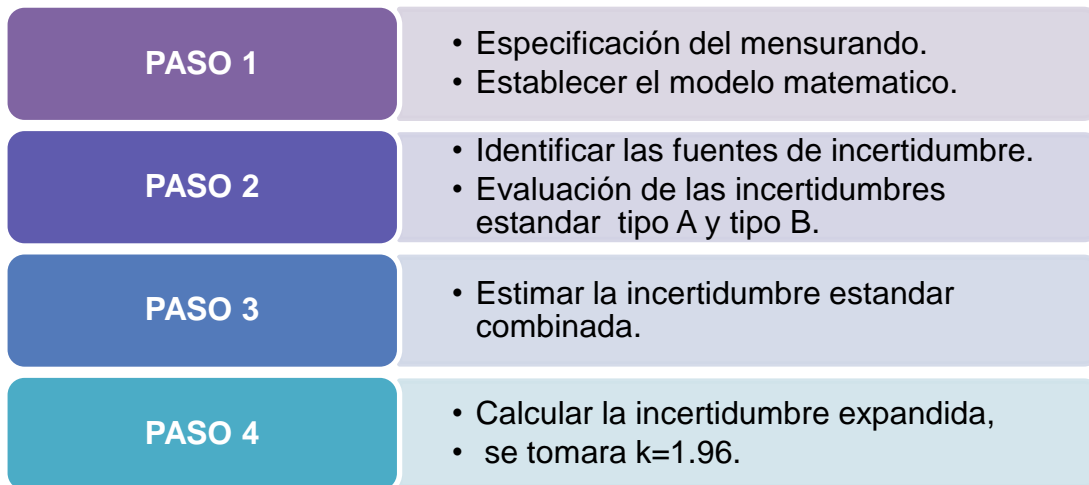


Figura 2.10 Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas directas. [10].

PASO 1: Especificación del mensurando y Establecer el modelo matemático:

Consiste en escribir un enunciado claro de lo qué es medido, incluyendo la relación entre el mensurando y las magnitudes de entrada (por ejemplo magnitudes medidas, constantes, etc.) sobre las cuales éste depende. **El modelo matemático** consiste en presentar como una función la relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida de la siguiente forma:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3)$$

Para clarificar, si se mide una longitud cualquiera con una regla metálica, el resultado será el indicado en la regla, pero se debe tener en cuenta que las propiedades físicas de la regla varían dependiendo de la temperatura debido a la

dilatación térmica de los metales, es decir que la regla sufre una dilatación lineal, también se deben tener en cuenta las propiedades del objeto que se mide, pues si el objeto tiene alguna deformación o curva, este será otro factor influyente en la medición final de la longitud de dicho objeto, por lo cual el **modelo matemático** se expresará así:

$$Y = L(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Donde:

L : Es la medida de la longitud observada sobre la regla.

(X_1, X_2, \dots, X_N) : Son las magnitudes de entrada sobre las cuales la medida de la longitud depende (propiedades físicas de la regla y del objeto).

PASO 2: Identificar las fuentes de incertidumbre. Evaluación de las incertidumbres estándar:

Para identificar las fuentes de incertidumbre, es necesario realizar una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar la medición, algunas de estas fuentes pueden ser errores introducidos a la medición por el observador, efectos de las condiciones ambientales sobre la medida, entre otras, pero las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para las prácticas realizadas en el laboratorio de Física II, serán las debidas a la repetibilidad de las mediciones y las obtenidas por las especificaciones de exactitud y de resolución en el instrumento de medida usado.

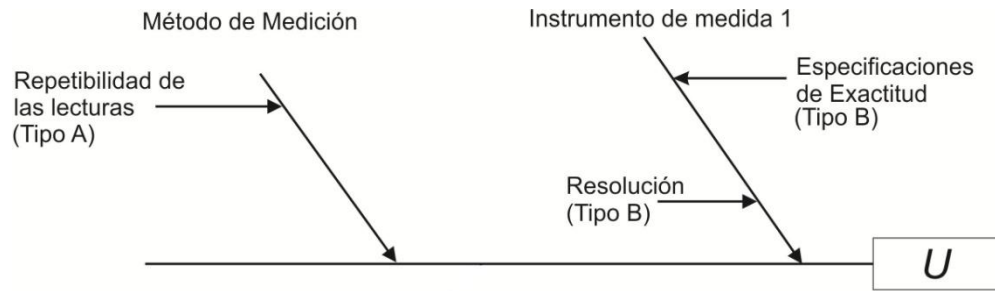


Figura 2.11 Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

Después de identificar las fuentes de incertidumbre se debe evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Para la evaluación de las incertidumbres individuales existen dos métodos principales: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B** descritos a continuación.

Tipo A: Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, se estima basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición, es decir que la incertidumbre tipo A se obtiene a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio y se calcula con la desviación estándar de las mediciones dividido por la raíz cuadrada del número de mediciones.

$$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (4)$$

$$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

TIPO B: Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones. Se obtiene a partir de informaciones preexistentes de diversa índole, existen cuatro casos para calcular las incertidumbres tipo B, las cuales pueden ser vistas en el documento anexo a estas guías en el cual se muestra el método riguroso para el cálculo de incertidumbre de medición, sin embargo para el desarrollo de las practicas en el laboratorio solo tendremos en cuenta los siguientes dos casos:

Caso1: **Por especificaciones**

Las especificaciones son determinadas por el fabricante del equipo mediante técnicas seleccionadas pero en la mayoría de los experimentos solo tendremos acceso a la clase de exactitud y la tolerancia dada por el instrumento, que es el error instrumental que proporciona cualquier aparato científico y está dada por la expresión (6)

$$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

Para clarificar este concepto si tenemos una regla de 1 m graduada en mm, que posee una tolerancia de 2 % y se mide una longitud de 357 mm o 35,7 cm; el 2 % de esta medida es el máximo error que puede cometer la regla al medir esa longitud.

$$U_{B1} = \frac{2 \% (357 \text{ mm})}{\sqrt{3}} = 4,12 \text{ mm}$$

Caso 2: **Por resolución**

Asociada a la resolución de la indicación del instrumento de medición, es la información que contiene la porción menos significativa de la indicación del instrumento.

$$\text{ANALOGOS} \quad U_{B2} = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

$$\text{DIGITALES} \quad U_{B2} = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{2\sqrt{3}} \quad (8)$$

PASO 3: Calcular la incertidumbre estándar combinada

Se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes de las cuales depende, se calcula como la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de las desviaciones estándar tipo A y tipo B.

$$U_C = \sqrt{(U_A)^2 + (U_{B1})^2 + (U_{B2})^2} \quad (9)$$

PASO 4: Calcular la incertidumbre expandida

Se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot U_C \quad (10)$$

El factor de cobertura esta dado por el número de grados de libertad del sistema de medición, de manera introductoria consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza para este caso:

$$k = 1,96 \quad (11)$$

En un documento anexo a estas guías se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (12)$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas, redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo, aunque en algunos casos se pueden ofrecer algunos dígitos adicionales para evitar redondeos. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

2.5 MATERIALES

- Reóstatos Phywe de diferentes valores.
- Multímetro digital Fluke o Hi-Tech.
- Multímetros análogos Leybold.
- Fuente de alimentación de corriente directa DC y corriente alterna AC, Phywe.
- 10 Conductores.

2.6 TRABAJO A DESARROLLAR

2.6.1 MANEJO DE COMPONENTES Y EQUIPOS PARA MEDICIONES ELÉCTRICAS

1. Instale el circuito de la figura 2.12

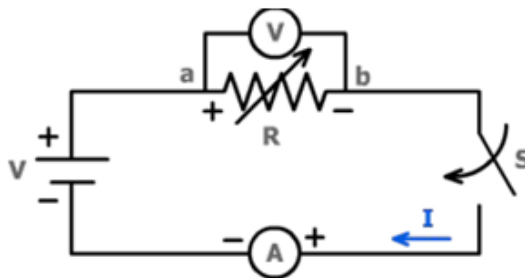


Figura 2.12 Circuito para instalar.

Donde V es una fuente Phywe de corriente directa. Los signos + y - corresponden a los bornes positivo y negativo que tiene la fuente en la escala cuyo rango va desde 0,0 hasta 20,0 volt de corriente continua. R es un reóstato de 330Ω de valor nominal conectado como resistencia variable, tome 4 medidas con el óhmetro y consígnelas en la tabla 2.2 donde: $\text{---}(\text{A})\text{---}$ $\text{---}(\text{V})\text{---}$ son los medidores de corriente y voltaje respectivamente y S un interruptor inicialmente abierto.

2. Mueva con cuidado el dial de la fuente de la figura 2.12 hasta que el voltímetro señale 5,0 volt o un valor cercano en la escala de corriente directa (—). Desplace el cursor del reóstato de tal manera que abarque la longitud plena de éste. Cierre el interruptor S. [16].

Seleccione la escala más adecuada para los medidores. Empiece por la más alta y vaya en sentido decreciente, hasta llegar a una escala donde la aguja ocupe una posición alrededor del punto de media escala.

Anote las lecturas de los medidores en la tabla 2.2.

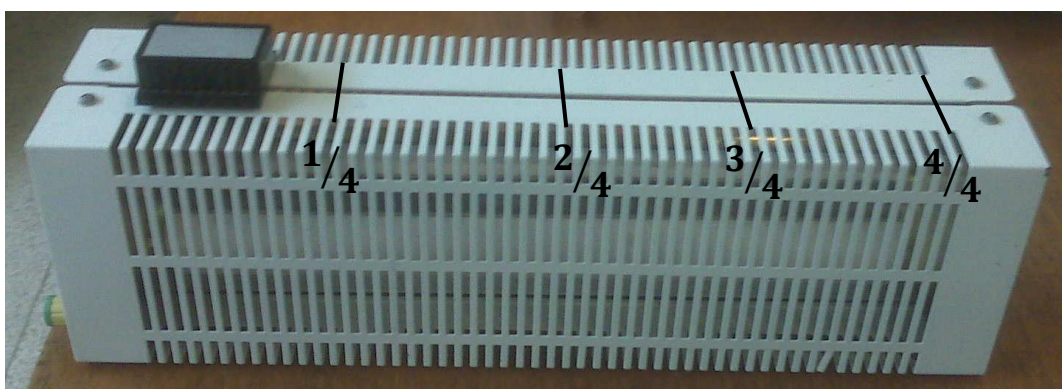
3. Repita el procedimiento del literal b desplazando el cursor del reóstato hasta que abarque, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ de su longitud plena, ya que para cada longitud debe tomar cuatro medidas para un mejor resultado, para no perder la medida coloque marcas que ayuden a tomar una medida exacta en el reóstato. no olvide medir la resistencia en cada caso y completar la tabla de datos 2.2 para 5,0 volt, como alimentación en la fuente.

El símbolo que aparece en la figura 2.12 identificado con la letra **R**, es equivalente a la representación de las figuras 2.4 y 2.5, cuando la conexión está entre los terminales variables a y c. Dado que el terminal **b** no está conectado, puede renombrarse el terminal **c** con la letra **b**.

FUENTE	LONGITUD APROXIMADA	MEDIDA CON OHMETRO	CORRIENTE I(A)	RANGO DE ESCALA
V=5.0 V	4/4			
	3/4			
	2/4			
	1/4			
	4/4			
	3/4			
	2/4			
	1/4			
	4/4			
	3/4			
	2/4			
	1/4			
	4/4			
	3/4			
	2/4			
	1/4			

Tabla 2.2 Resultados de medición.

4. Con los datos de la tabla 2.2 completar la tabla 2.3 donde se debe hacer el cálculo de incertidumbre de mediciones directas teniendo en cuenta la resistencia y la corriente, esto solo se hará para la medida de longitud de 4/4 de la escala del reóstato.



LONGITUD: 4/4 FUENTE :5.0 V			
CALCULO DE INCERTIDUMBRES		Resistencia (Ω)	Corriente (mA)
		promedio	promedio
DESVIACION ESTANDAR (σ)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$		
INCERTIDUMBRE TIPO A (U_A)	$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$		
INCERTIDUMBRE TIPO B (U_B (especifica))	$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}}$		
INCERTIDUMBRE TIPO B (U_B (resolucion))	Análogos $U_{B2} = \frac{RESOLUCI\ O\ N}{\sqrt{3}}$ Digitales $U_{B2} = \frac{RESOLUCI\ O\ N}{2\sqrt{3}}$		
INCERTIDUMBRE COMBINADA	$U_c = \sqrt{(U_A)^2 + (U_{B1})^2 + (U_{B2})^2}$		
INCERTIDUMBRE EXPANDIDA	$U_E = k \cdot U_C ; k=1.96$		

Tabla 2.3 Cálculo de incertidumbre para las medidas con una fuente de 5.0 V.

2.6.2 COMPARACIÓN ENTRE LAS MEDIDAS REGISTRADAS POR UN VOLTÍMETRO LEYBOLD (ANÁLOGO) EN LA ESCALA DE 10 V Y LAS PROPORCIONADAS POR UN VOLTÍMETRO DIGITAL

5 Instalar el circuito de la figura 2.13.

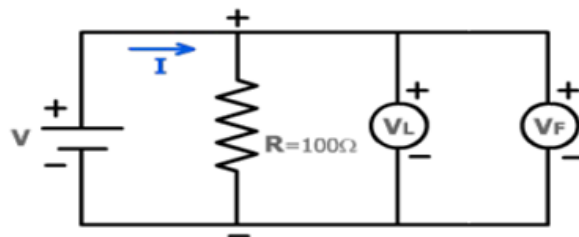


Figura 2.13 Circuito para instalar.

5 Desde el dial de la fuente varíe la alimentación partiendo de cero (0,0), con incrementos de 1,0 volt hasta marcar en el voltímetro patrón Fluke (77III) 9,0 V

o un valor cercano y hacer lo mismo para el voltímetro LEYBOLD, consigne los datos de los dos voltímetros en la tabla 2.4.

- 5 Realice las lecturas con el voltímetro Leybold, empezando en 10,0 V, luego 9,5 V y a partir de este valor en pasos decrecientes de 1,0 volt hasta 0,5 V y complete la tabla 2.4.

Voltímetro Fluke (Digital) Clase = 2 PATRON (V)	Voltímetro LEYBOLD (Análogo) Clase de exactitud=1,5 LECTURA (V)	ERROR ABSOLUTO LECTURA – PATRON (V)	CLASE $\frac{LECTURA - PATRON}{RANGO} \times 100$
1,			
2,			
3,			
4,			
5,			
6,			
7,			
8,			
9,			
	10,0		
	9,5		
	8,5		
	7,5		
	6,5		
	5,5		
	4,5		
	3,5		
	2,5		
	1,5		
	0,5		

Tabla 2.4 Resultados de medición.

2.7 ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ Calcule el error absoluto en cada par de medidas tomadas en el numeral 2.6.2 y llene la columna respectiva de la tabla 2.5.
- ✓ Analizar las diferencias entre los datos suministrados por el voltímetro Fluke y el Leybold registrados en la tabla 2.5 ¿A qué se podrían atribuir tales diferencias? ¿Existe alguna variación si la toma de datos es creciente o decreciente?
- ✓ Expresar medidas de voltaje e intensidad de corriente considerando las lecturas que suministra el instrumento análogo y su correspondiente incertidumbre empleando el procedimiento descrito en el numeral 2.4.

- ✓ Exprese medidas de voltaje y resistencia considerando la lectura que suministra el instrumento digital con su respectiva incertidumbre.
- ✓ De acuerdo a los datos obtenidos en la columna 4 de la tabla 2.5 el voltímetro Leybold (análogo) está o no dentro de las especificaciones dadas por el fabricante. Justifique su respuesta.

2.8 CONCLUSIONES

- Discutir el comportamiento de la corriente en los circuitos del numeral 2.6.1 a medida que cambia R .
- ¿Qué dificultad tuvo al realizar el calculo de incertidumbre con la longitud dada?
- Justificar por qué es o no confiable el voltímetro Leybold como instrumento de medida.
- Mencione aplicaciones de señales eléctricas de corriente alterna y corriente directa.



3. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LEY DE OHM

3.1. OBJETIVOS

- Comprobar experimentalmente la ley de Ohm.
- Analizar las diferencias existentes entre elementos lineales y no lineales.
- Utilizando la ley de ohm calcular experimentalmente el valor de una resistencia con su correspondiente incertidumbre de medición.

3.2. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se utilizaran los conceptos básicos de la electrónica, para verificar la ley de ohm, ya que esta afirma que la corriente que circula por un conductor eléctrico es directamente proporcional a la tensión e inversamente proporcional a la resistencia.

De igual forma identificará y diferenciará comportamientos lineales y no lineales que presentan elementos de circuitos eléctricos y aplicará técnicas de análisis sobre datos experimentales, discutidos en el laboratorio de física I.

3.3. FUNDAMENTO TEÓRICO

La relación matemática que expresa la ley de Ohm, fue descubierta y demostrada por el físico alemán Georg Simon Ohm en 1827 y expresa que a una temperatura dada (constante),[10] existe una proporcionalidad directa entre la diferencia de potencial (V) aplicada entre los extremos de una resistencia (R) y la

intensidad de corriente (I) que circula por dicho conductor y la podemos escribir como:

$$V = I \times R \quad (1)$$

Donde:

R: Resistencia.

V: Diferencia de potencial

I: Corriente

La ley de Ohm no es una propiedad general de la materia, ya que no todas las sustancias y dispositivos la obedecen. Una sustancia que se comporta de acuerdo con la ley de Ohm, recibe el nombre de “conductor óhmico” o “conductor lineal”; en caso contrario, el conductor se denomina “no lineal” [11].

Para clarificar las sustancias para las cuales R es constante, es decir V es una función lineal de (I) tiene un comportamiento como el que se muestra en la figura 3.1 y se denominan **conductores lineales** y aquellos que no cumplen esta condición se llaman **conductores no lineales** ver Figura 3.2.

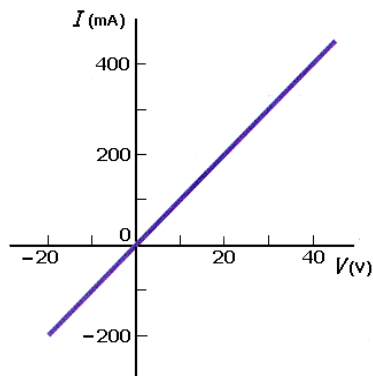


Figura 3.1 Conductor lineal.

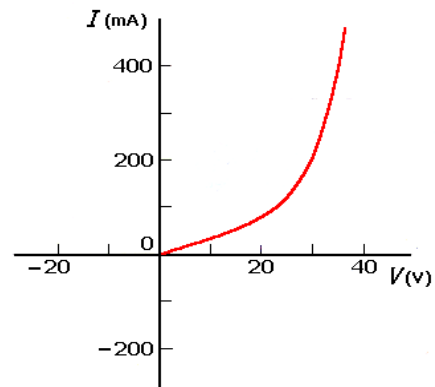


Figura 3.2 Conductor no lineal.

Mediante el montaje del circuito de la figura 3.3 se puede verificar si es lineal o no la resistencia R en dicho circuito.

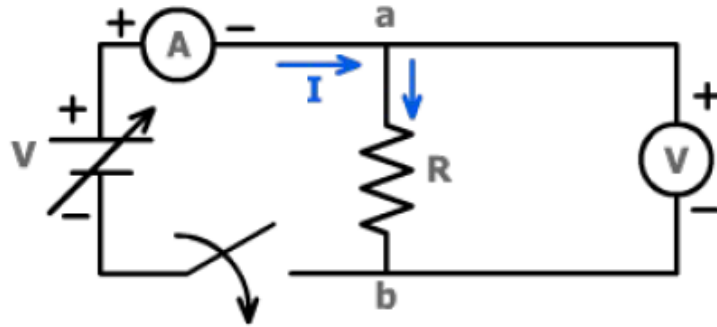


Figura 3.3 Circuito para la verificación de una resistencia lineal.

3.3.1. MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN. [7]

MEDIDAS INDIRECTAS:

PASO 1	<ul style="list-style-type: none"> • Especificación del mensurando. • Establecer el modelo matemático.
PASO 2	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar las fuentes de incertidumbre.
PASO 3	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación de las incertidumbres estándar tipo A y tipo B.
PASO 4	<ul style="list-style-type: none"> • Estimar la incertidumbre estándar combinada.
PASO 5	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular los coeficientes de sensibilidad.
PASO 6	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular la incertidumbre combinada total.
PASO 7	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular la incertidumbre expandida.

Figura 3.4. Diagrama que especifica la metodología a seguir para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas.

A continuación se explicarán cada uno de los pasos mencionados en el diagrama para el correcto cálculo de incertidumbre de medición.

PASO 1: Especificación del mensurando y Establecer el modelo matemático.

La especificación del mensurando consiste básicamente en la clara definición de la magnitud a medir. El **modelo físico** de la medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables químicas o físicas relevantes para la medición. Se debe tener en cuenta que cualquier medición física, por simple que sea tiene asociado un modelo que solo se aproxima al real. Lo siguiente que se debe hacer para estimar la incertidumbre de medición, es modelar matemáticamente el procedimiento de medición.

El **modelo matemático** supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta de las relaciones entre las variables involucradas. Considerando la medición como un proceso, se identifican magnitudes de entrada denotadas por el conjunto $\{X_i\}$, expresión en la cual el índice i toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada N . [6]

La relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y como la magnitud de salida se representa como una función:

$$Y = f(\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2)$$

El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función f evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada. Se denota con x_i al mejor estimado de las magnitudes de entrada X_i .

$$y = f(x_1, x_2) = R_x = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \quad (3)$$

En resumen modelar el procedimiento de medición significa determinar la relación funcional f entre las magnitudes de salida y entrada, es decir aquella función que contiene todas las magnitudes de las cuales depende el mensurado.

El **mensurando** (lo qué se mide) es la resistencia.

El **modelo matemático** se representa como: $R = \frac{V}{I}$

PASO 2: Identificar las fuentes de incertidumbre.

Básicamente consiste en una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar una medición, algunas fuentes posibles se presentan a continuación.

- Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones, o mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales.
- Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos análogos.
- Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición.
- El método y procedimiento de medición.

Las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta para los experimentos realizados en el Laboratorio de Física II, serán las debidas a la repetibilidad de las lecturas tomadas y las especificaciones de exactitud y de resolución en cada instrumento de medida utilizado.

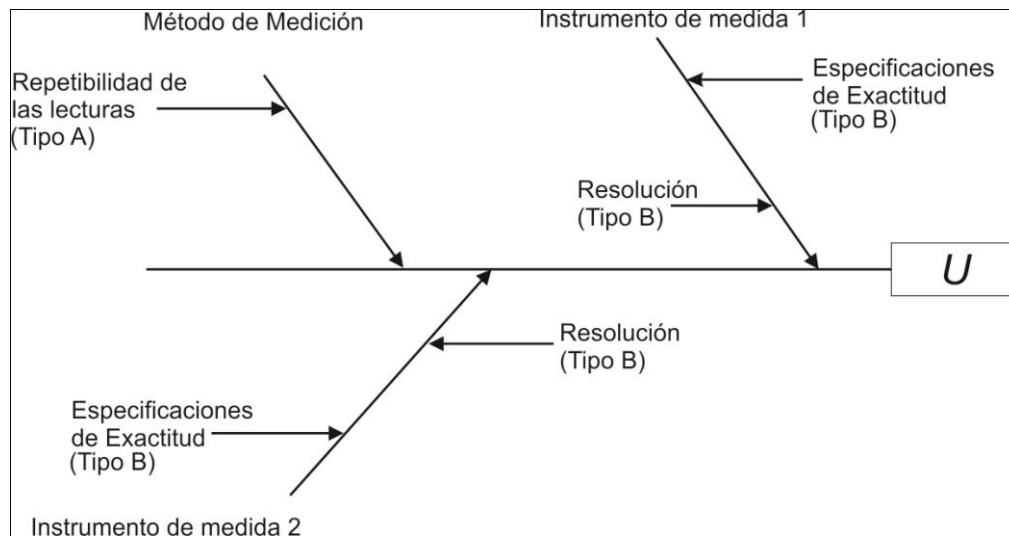


Figura 3.5. Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

PASO 3: Evaluación de las incertidumbres estándar tipo A y tipo B

Una vez han sido identificadas las fuentes de incertidumbre es necesario evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Existen dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B** descritos a continuación.

Tipo A: Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, se estima basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición, es decir que la incertidumbre tipo A se obtiene a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio y se

calcula con la desviación estándar de las mediciones dividido por la raíz cuadrada del número de mediciones.

$$U_A(\bar{V}) = \frac{\sigma(V)}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

$$U_A(\bar{I}) = \frac{\sigma(I)}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

TIPO B: Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones. Se obtiene a partir de informaciones preexistentes de diversa índole, existen cuatro casos para calcular las incertidumbres tipo B, las cuales pueden ser vistas en el documento anexo a estas guías en el cual se muestra el método riguroso para el cálculo de incertidumbre de medición, sin embargo para el desarrollo de las practicas en el laboratorio solo tendremos en cuenta los siguientes dos casos [7]:

Caso1: **Por especificaciones**

Las especificaciones son determinadas por el fabricante del equipo mediante técnicas seleccionadas pero en la mayoría de los experimentos solo tendremos acceso a la tolerancia dada por el instrumento, que es el error instrumental que proporciona cualquier aparato científico.

$$U_{B1}(V_{Esp}) = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$U_{B1}(I_{Esp}) = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

Para clarificar este concepto si tenemos una regla de 1 m graduada en mm, que posee una tolerancia de 2 % y se mide una longitud de 357 mm o 35,7 cm; el 2 % de esta medida es el máximo error que de acuerdo al fabricante puede cometer la regla al medir esa longitud.

$$U_{B1} = \frac{2\% (357 \text{ mm})}{\sqrt{3}} = 4,12 \text{ mm}$$

Caso 2: **Por resolución**

Asociada a la resolución de la indicación del instrumento de medición, es la información que contiene la porción menos significativa de la indicación del instrumento.

$$\text{ANALOGOS} \quad U_{B2}(V_{Res}) = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

$$\text{DIGITALES} \quad U_{B2}(I_{Res}) = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{2\sqrt{3}} \quad (9)$$

PASO 4: Estimar la incertidumbre estándar combinada.

Los resultados obtenidos en el paso anterior consisten en un número de contribuciones cuantificadas a toda la incertidumbre. Las contribuciones son expresadas como desviaciones estándar y deben ser combinadas de acuerdo a las reglas apropiadas, para dar una incertidumbre estándar combinada.

La incertidumbre estándar combinada se determina mediante la raíz cuadrada positiva de la suma de las desviaciones estándar tipo A y tipo B de cada una de las variables que intervienen en la medición indirecta.

$$U_c(V) = \sqrt{(U_A)^2_V + (U_{B1})^2_V + (U_{B2})^2_V} \quad (10)$$

$$U_c(I) = \sqrt{(U_A)^2_I + (U_{B1})^2_I + (U_{B2})^2_I} \quad (11)$$

La ecuación (12) es la incertidumbre combinada del voltaje respecto a las medidas de voltaje realizadas con el instrumento, lo cual involucra la incertidumbre tipo A $(U_A)_v$ y tipo B por especificaciones $(U_{B1})_v$ y por resolución $(U_{B2})_v$ de la balanza. De igual forma tenemos la ecuación (13) que es la incertidumbre combinada de la corriente pero ahora respecto a las medidas de corriente.

Es importante resaltar que estas incertidumbres combinadas NO son la incertidumbre total de la medición indirecta que en este caso sería la resistencia $R = V/I$ es decir que aun falta calcular la incertidumbre combinada total de la resistencia $U_c(R)_{TOTAL} = ?$.

PASO 5: Calcular los coeficientes de sensibilidad.

Los coeficientes de sensibilidad describen qué tan sensible es el mensurando con respecto a las variaciones en la magnitud de entrada correspondiente. Los coeficientes de sensibilidad se calculan a partir de la relación funcional:

$$C_i = \frac{\partial R}{\partial V} \quad (12)$$

Así que para el caso de la experimentación de la ley de ohm C_V y C_I son los coeficientes de sensibilidad evaluados como:

$$C_V = \frac{\partial R}{\partial V} \quad y \quad C_I = \frac{\partial R}{\partial I} \quad (13)$$

PASO 6: Estimar la incertidumbre combinada total.

Con este resultado, se tienen ahora todas las contribuciones necesarias para calcular la incertidumbre estándar combinada de las incertidumbres combinadas asociadas a cada una de las mediciones directas. Para hallar la incertidumbre combinada total de una medición se usa la siguiente expresión:

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i)^2 \cdot U_c^2(V)} \quad (14)$$

Aplicando la ecuación (14) a esta aplicación se tiene:

$$U_c(R)_{TOTAL} = \sqrt{C_V^2 \cdot U_c^2(R)_V + C_I^2 \cdot U_c^2(R)_I} \quad (15)$$

PASO 7: Calcular la incertidumbre expandida.

Aunque la incertidumbre estándar combinada puede utilizarse para expresar la incertidumbre del resultado de una medición en algunas aplicaciones comerciales, industriales y regulatorias es necesario ofrecer una medida de la incertidumbre que represente un intervalo alrededor del resultado de la medición, dentro del cual puedan encontrarse los valores que razonablemente pueden ser atribuidos al mensurado con un alto nivel de confianza.

La incertidumbre expandida se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot U_C \quad (16)$$

El factor de cobertura esta dado por el número de grados de libertad del sistema de medición, de manera introductoria consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza para este caso:

$$k = 1,96 \quad (17)$$

En un documento anexo a estas guías se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA

DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \quad (18)$$

$$Y = R_x \pm U$$

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar dos cifras significativas, redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo, aunque en algunos casos se pueden ofrecer algunos dígitos adicionales para evitar redondeos. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.

Para un mejor entendimiento del cálculo de estimación de incertidumbre se presenta un diagrama que muestra la metodología a seguir para este cálculo.

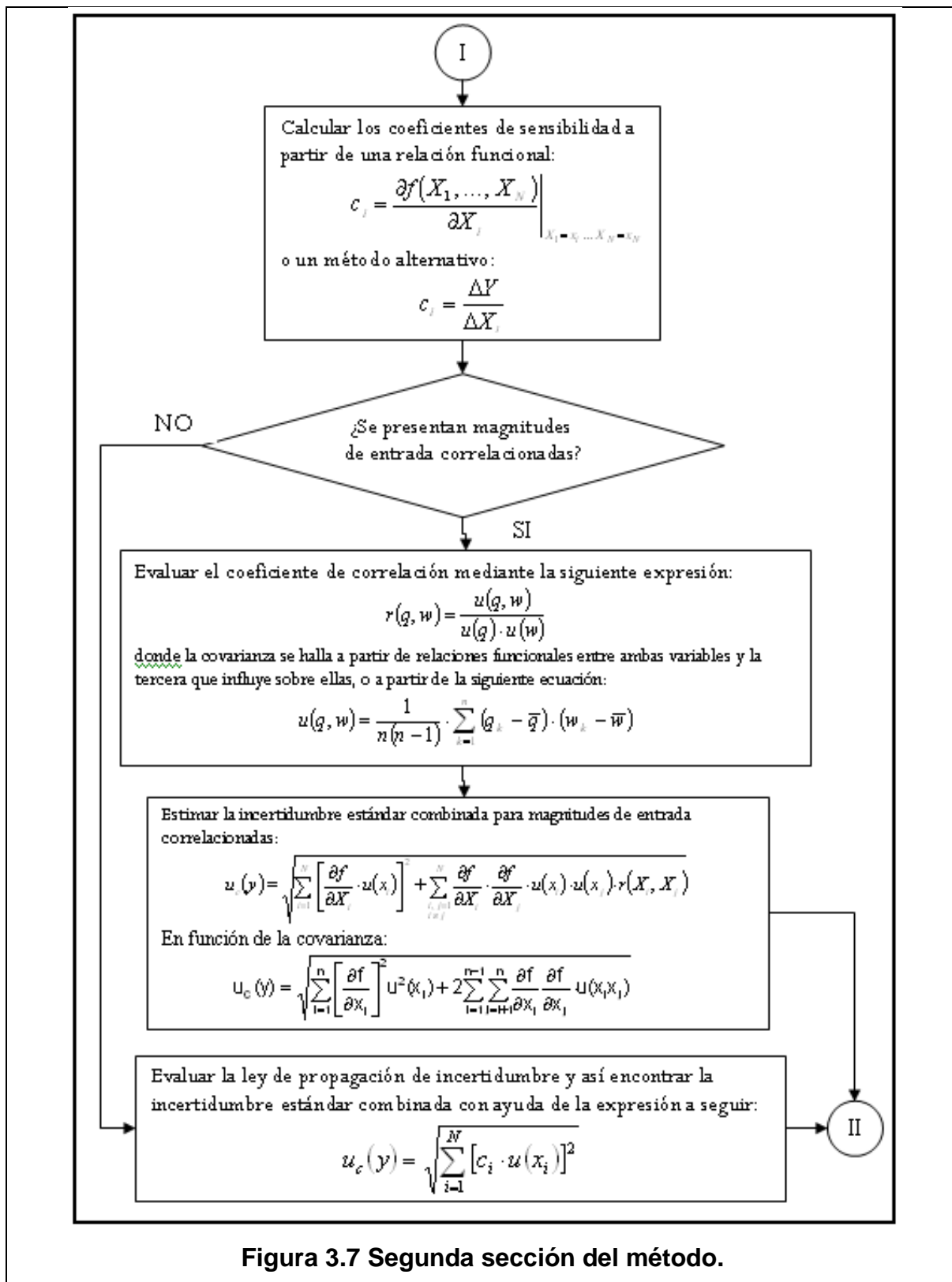


Figura 3.7 Segunda sección del método.

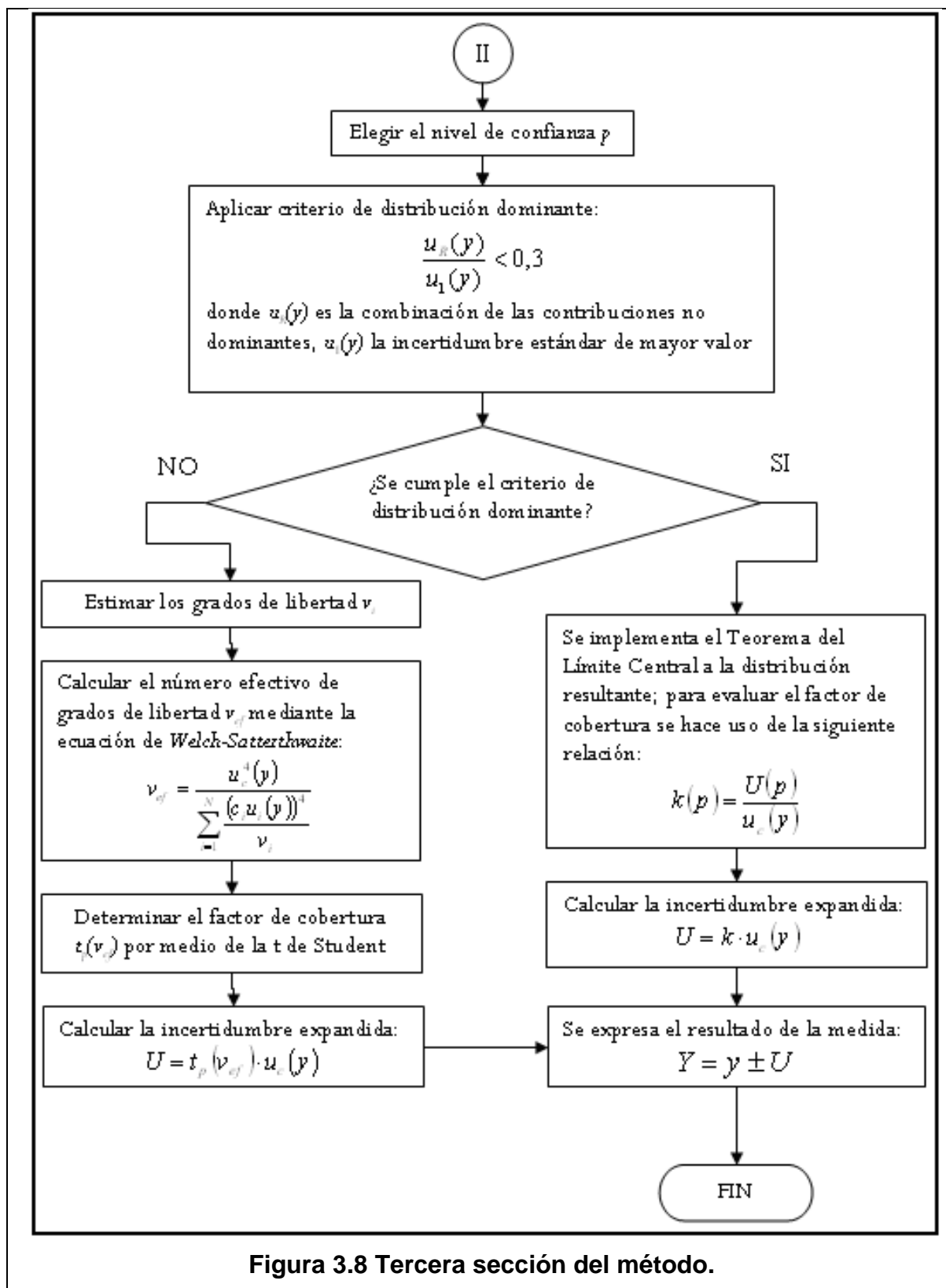


Figura 3.8 Tercera sección del método.

Nota: Para calcular la incertidumbre expandida, k se asume con un valor de 1,96.

Introductoriamente se considera que no existe correlación entre las variables de entrada, en el caso en que las variables estén correlacionadas se debe seguir el método riguroso descrito en el diagrama de flujo presentado anteriormente.

En este caso no se considerara correlaciones ya que no existe correlación entre las variables. Pero en el caso que exista correlación asociada a la relación existente entre los resultados de las mediciones de dos magnitudes se utilizara la siguiente expresión.

$$u(\bar{V}, \bar{I}) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{x=1}^n (V_x - \bar{V}) \cdot (I_x - \bar{I}) \quad (19)$$

y para hacer más fácil el cálculo En Microsoft Excel, la covarianza entre dos magnitudes se puede obtener por medio de la función 'COVAR(A:B;C:D)', dividiendo el resultado entre $n-1$, donde "A:B" y "C:D" son los vectores de los valores obtenidos en la medición de cada una de las dos magnitudes, y n es el número de mediciones por magnitud. Así mismo, el coeficiente de correlación $r(X_v, X_I)$ se puede encontrar por medio de la función "COEF.DE.CORREL(A:B;C:D)".

3.4. MATERIALES

- Reóstatos 100Ω o 300Ω.
- Multímetro digital fluke. clase de exactitud:1,5
- Multímetro análogo leybold. Clase:2
- Fuente de alimentación de corriente directa DC variable phywe.
- 10 conductores.

3.5. TRABAJO A DESARROLLAR

3.5.1. Estudio de elementos lineales o óhmicos

Para instalar el circuito de la figura 3.9:

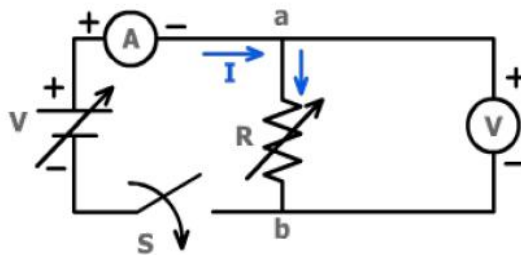


Figura 3.9 Diagrama de conexión.

- 1) Seleccione un reóstato de 100Ω ó 300Ω de valor nominal de resistencia y luego mídala con el óhmetro Fluke y consigne su valor, en la parte superior externa de la tabla 3.1.
- 2) En el circuito de la figura 3.9 asegúrese de la correcta conexión de los equipos de medida considerando su polaridad y la escala adecuada de trabajo.
- 3) Cuando encienda la fuente inicialmente, este seguro de que marca el valor mínimo, luego desde su dial aumente la tensión de volt a volt a partir de 1,0 volt o un valor cercano (controle la correcta ejecución de este paso anotando las lecturas correspondientes del voltímetro), hasta llegar a 10,0 volt y luego en forma descendente, desde 10,0 volt disminuya hasta regresar a 1,0 volt. Tome también las lecturas respectivas en el amperímetro y consigne los datos en la tabla 3.1.

Voltímetro		Amperímetro	
$V_m =$		$I_m =$	
R= Ω		Rango	
V(V)	I(A)	V(V)	I(A)
1,		10,	
2,		9,	
3,		8,	
4,		7,	
5,		6,	
6,		5,	
7,		4,	
8,		3,	
9,		2,	
10,		1,	
10,		1,	
9,		2,	
8,		3,	
7,		4,	
6,		5,	
5,		6,	
4,		7,	
3,		8,	
2,		9,	
1,		10,	

Tabla 3.1 Toma de datos.

NOTA: Invierta el tiempo que necesite ajustando la fuente de alimentación hasta que le proporcione exactamente 1,0 V.

El reóstato de 100 Ω o 330 Ω instalado entre los terminales a y b según la figura 3.4, debe medirse con el óhmetro profesional y luego conectarse entre los bornes fijos.

4) Con los datos de las dos primeras columnas de la tabla 3.3 construya una

gráfica de voltaje contra corriente y utilizando la técnica de análisis gráfico apropiada encuentre la ecuación de la recta.

- 5) Realice el análisis de incertidumbres según el proceso descrito en la esta guía para la medición indirecta de la resistencia utilizando los valores de la tabla 3.1 y consigne los datos pedidos en la tabla 3.2 y finalmente consigne los datos de incertidumbre solicitados en la tabla 3.3. Tenga en cuenta que por cada valor nominal de voltaje tiene 4 mediciones de voltaje.

	INCERTIDUMBRES PARA EL VOLTIMETRO LEYBOLD			INCERTIDUMBRES PARA EL MULTIMETRO FLUKE			INCERTIDUMBRES COMBINADAS	
	U_A	U_{B1}	U_{B2}	U_A	U_{B1}	U_{B2}	$U_{C(V)}$	$U_{C(I)}$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Tabla 3.2 Resultados estadísticos.

VALOR NOMINAL	$\bar{V}(V)$	$\bar{I}(A)$	C_V	C_I	$U_{C(R)}_{total}$	$U_E(R)$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Tabla 3.3 Resultados obtenidos.

3.5.2. Estudio de un elemento no óhmico como variación de la figura 3.9
(para este caso no habría que hacer estimación de incertidumbre.)

Instale el circuito de la figura 3.10

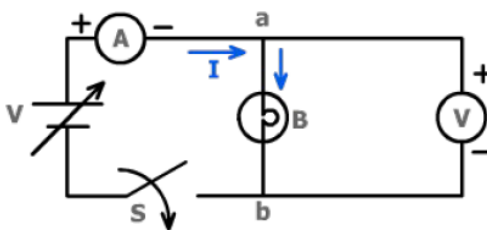


Figura 3.10 Circuito eléctrico utilizando un bombillo.

El elemento conectado entre los puntos **a** y **b**, es un bombillo **B** que tiene unas especificaciones suministradas por el fabricante las cuales **NO DEBEN SER SOBREPASADAS**.

- 1) Mida la resistencia del bombillo antes de insertarlo en el circuito. Cambie la escala del amperímetro a una de mayor valor para su protección.
- 2) Repita el procedimiento del numeral 3.5.1 paso 3 llene la tabla 3.4 y grafique voltaje contra corriente

Voltímetro		Amperímetro	
$\bar{V} =$		$\bar{I} =$	
V(V)	I(A)	V(V)	I(A)
1,		9,5	
2,		8,5	
3,		7,5	
4,		6,5	
5,		5,5	
6,		4,5	
7,		3,5	
8,		2,5	
9,		1,5	
10,		0,	

Tabla 3.4 Resultados de mediciones.

3.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

- ✓ Elabore las respectivas gráficas para cada una de las tablas de datos consignadas en la guía.
- ✓ En los gráficos donde obtenga una recta, calcule su pendiente y determine la ordenada al origen; dé el significado correspondiente a cada una de estas cantidades, sus unidades y escriba una ecuación que relacione las variables V e I .
- ✓ Con los datos de la tabla 3.1 haga una gráfica y explique la relación encontrada entre V e I para cada punto coloque las respectivas barras de incertidumbre.
- ✓ Utilizando la técnica de análisis gráfico apropiado Encuentre la ecuación de la ley de ohm y compárela con la ecuación (1).
- ✓ ¿Cuál es el valor de la pendiente de dicho gráfico?
- ✓ ¿Cuál es con las unidades de esta pendiente?
- ✓ ¿Qué cantidad física representa la pendiente de su gráfico?

3.7 CONCLUSIONES

- ¿Qué graficas obtuvo a partir de los datos consignados en las tablas 3.1 y 3.3? Explique.
- ¿Cómo es el comportamiento de las resistencias usadas en los numerales 3.5.1 y 3.5.2 del procedimiento?
- ¿Qué curva obtuvo a partir de la tabla 3.4? ¿Qué relación existe entre V e I?
- Para una resistencia dada; discutir las diferencias entre los valores nominales, reales y los calculados.
- ¿Existen resistencias de valor cero o negativas? Justifique su respuesta.
- ¿Qué diferencia hay entre las medidas tomadas con el voltímetro y el amperímetro? Que concluye respecto al cálculo de incertidumbre de la tabla 3.2?

5 DISCUSIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS

Este trabajo fue creado con el propósito de implementar una cultura metrológica de forma didáctica en los cursos experimentales de física en la Universidad Tecnológica de Pereira, dirigida tanto a profesores como a estudiantes con la finalidad de suplir las deficiencias de dichos cursos, pues se observó que no se le daba la correspondiente importancia a los cálculos de incertidumbre o en otros casos no se realizaba de manera adecuada.

Para lograr dicho objetivo se modificaron, redactaron e introdujeron nuevas guías, pero en este proceso surgieron algunos aspectos de preocupación, pues al observar detalladamente la relación entre el número de créditos académicos de los laboratorios de física y las horas de dedicación del estudiante, se apreció que las tres horas de dedicación del estudiante estipuladas en el pensum académico, no son suficientes para que el estudiante realice un pre-informe, informe y lectura consciente de cada una de las guías, además la carga académica de estos estudiantes está entre quince y veinte créditos académicos entre las cuales se encuentran materias con más de cuatro créditos académicos que demandan mayor dedicación por parte del estudiante. Proponemos eliminar la presentación de los pre-informes que en muchas ocasiones, son realizados por los estudiantes sin la debida dedicación y preparación consciente que debe tener un trabajo de este tipo, otra razón para proponer la eliminación de los pre-informes es el mal uso del internet ya que en la mayoría de los casos los estudiantes no están capacitados para elaborar un pre-informe de forma eficaz y creativamente a partir la variada información que pueden obtener en internet, no utilizan de forma optima este instrumento y por el contrario, empobrecen el proceso de aprendizaje.

Al eliminar la presentación de los pre-informes se propone como obligatorio, la lectura consciente de la guía antes de ingresar al laboratorio y realizar la práctica, el estudiante debe realizar los ejercicios propuestos dentro de las guías y tener claros los conceptos teóricos fundamentales para realizar la práctica, con la finalidad que el profesor al iniciar la clase realice una prueba oral o escrita en la cual los estudiantes demostraran la preparación que tienen para realizar la práctica.

Pero la responsabilidad no debe recaer únicamente en el estudiante; el profesor también deberá estar capacitado para impartir la materia y seguir los procedimientos propuestos en cada guía y solucionar todas las dudas de los estudiantes relacionadas con la adquisición de datos durante la práctica o acerca de los cálculos exigidos en cada guía, pero primordialmente deberá recalcar en cada clase la importancia y la expresión de sus resultados de acuerdo al procedimiento y metodología descritos para el cálculo de incertidumbre.

La metodología diseñada e implementada en las guías de los laboratorios de física está basada en la norma GTC 51 “Guía para la Expresión de Incertidumbre en Mediciones” [6], en esta norma se establecen las reglas generales para la evaluación y expresión de incertidumbres en la medición y cuyo objetivo principal es mantener el control y el aseguramiento de la calidad de las mediciones.

Para la enseñanza de la metodología diseñada en los laboratorios de física de la Universidad Tecnológica de Pereira, de forma práctica y creativa se creó una guía con el título: **“TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE ERRORES EXPERIMENTALES Y APLICACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA EL CALCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN (MEDIDAS DIRECTAS)”**, en la cual se enseña al estudiante el tratamiento estadístico de errores y aplicación del método general para el cálculo de incertidumbres de medición en el caso en el que se realizan medidas directas, pues este tipo de cálculo es mucho más sencillo y fácil de

asimilar para los alumnos, la metodología que se presenta en dicha guía deberá ser puesta en práctica durante el transcurso del laboratorio de Física I y Física II mediante la aplicación del método diseñado a los modelos físicos planteados como es el caso de la guía: **“INTRODUCCIÓN AL MANEJO DE APARATOS DE MEDIDA”** perteneciente al laboratorio de Física II, en la cual el alumno pondrá a prueba sus conocimientos sobre la metodología planteada mediante las mediciones directas de corriente y voltaje en un circuito básico.

Con el objetivo de incrementar el nivel de conocimiento en el tema del cálculo de incertidumbre de medición, se reformó la guía del laboratorio de Física I con el nombre: **“MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MEDIDAS INDIRECTAS)”**, en la cual se explica el procedimiento para la aplicación del método para el cálculo de incertidumbre de medición en el caso en el que realizan medidas indirectas, en la cual el estudiante deberá implementar dicho procedimiento y expresar el valor experimental obtenido en el laboratorio con su respectiva incertidumbre; sin embargo el esquema para el cálculo de incertidumbre de medición en medidas indirectas, no incluye el cálculo del coeficiente de correlación, el número efectivo de grados de libertad y el factor de cobertura, puesto que este tipo de cálculo es más complejo y requiere aspectos de cálculo diferencial, que los estudiantes de segundo semestre no están capacitados para realizar, por lo cual algunos de ellos se asumen con un valor específico según las políticas comunes seguidas por la División de Metrología de la Superintendencia de Industria y Comercio y en la mayoría de los laboratorios a nivel nacional además por la costumbre de laboratorios similares fuera del país como en el caso del CENAM de México de expresar los resultados de sus mediciones con un nivel de confianza no menor al 95%. De tal forma que el alumno estará en la capacidad de poner en práctica la metodología enseñada en las guías durante la realización de experimentos físicos en los cuales se realicen mediciones indirectas como es el caso de la guía del laboratorio de Física II: **“VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LEY DE OHM”**, y todas

aquellas practicas que así lo permitan en cualquier curso de laboratorio experimental.

A pesar de que en las guías diseñadas se excluyan algunos pasos del método general para el cálculo de incertidumbre en medidas indirectas, en los anexos de este proyecto se encuentra la solución de las guías diseñadas con la aplicación de la metodología diseñada para el cálculo de incertidumbre de medición tanto en medidas directa e indirectas, de igual forma en el capítulo 2, se explica el procedimiento completo para dicho calculo y se clarifica con un ejemplo en el cual hay variables de entrada correlacionadas que incluyen cálculos diferenciales para facilitar el cálculo y el aprendizaje tanto en estudiantes como profesores y cualquier persona interesada en el tema.

Se propone que durante la realización de los experimentos en el laboratorio se produzca la interacción conceptual y la verificación practica de cada una de las guías diseñadas, con lo cual se genera confianza en los resultado de la aplicación del método implementado (Estimación de la Incertidumbre de medida), creando así un habito para estudiantes y profesores, rápido, de fácil entendimiento, con conceptos claros e importantes para el tratamiento de datos experimentales; de esta forma se facilita la enseñanza de estos cursos puesto que los estudiantes deberán tener la debida preparación.

Con esta metodología se pretende desarrollar el pensamiento de tal forma que los estudiantes adquieran los elementos fundamentales de razonamiento, por lo cual el alumno deberá desarrollar habilidades como observación, manipulación, clasificación, registro de datos y trabajo colectivo, con la finalidad de cumplir el objetivo fundamental al que se desea llegar con este trabajo, que es la elaboración y aplicación del cálculo de incertidumbre a los modelos físicos planteados, lo cual conlleva a suplir un aspecto fundamental del que carecen los estudiantes y es la comunicación creativa del trabajo experimental tanto verbal como escrito pues

implica alcanzar un grado superior de comprensión de los fenómenos estudiados, pues está demostrado que la mayoría de los estudiantes no comprenden bien lo que leen y tienen serias deficiencias para el realizar un razonamiento eficiente.

Todo trabajo experimental requiere de una instancia de comunicación escrita y verbal, el informe debe ser creativo y debe reflejar el proceso realizado en la elaboración de cada una de las practicas, el lenguaje debe ser sencillo preciso y claro, fundamentado en el manejo de conceptos metrológicos adquiridos en las clases iniciales de los laboratorios de física por lo cual se propone el siguiente esquema para la presentación de informes:

- Portada.
- Resumen.
- Introducción.
- Trabajo desarrollado.
- Análisis de resultados.
- Conclusiones.

La **portada** del informe incluye: nombre del informe o práctica desarrollada, nombre o número del equipo de trabajo, nombres de todos los miembros del grupo, el nombre de la materia que cursan y la fecha.

El informe debe contener un **resumen** de la practica realizada, el objetivo del resumen es permitir que el lector conozca las ideas principales sin necesidad de leer el informe entero, una **introducción** que presenta brevemente los objetivos de la practica y los objetivos del inforeme (datos, cálculos, y análisis de resultados) y si se desea fundamento teórico relacionado con la práctica.

Debe incluir una sección titulada **trabajo desarrollado**, aquí se describe detalladamente (paso a paso) el procedimiento del trabajo y como lo fueron desarrollando, es decir procedimientos de la practica (montaje del equipo, como lo desarrollo el grupo de trabajo, datos obtenidos y observaciones acerca de la práctica).

La sección de **análisis de resultados** el grupo que prepara el informe, debe realizar los cálculos correspondientes a la práctica, incluidos los cálculos de estimación de incertidumbre de las medidas y deberá desarrollar las preguntas y puntos que se describen en cada una de las guías, en la sección titulada “Análisis de resultados”.

Finalmente la sección de **conclusiones** puede incluir observaciones y sugerencias por parte de los alumnos, igualmente deberán contestar las conclusiones que se presentan al final de cada guía, y las solicitadas por el profesor.

6 CONCLUSIONES

- Se cumplió con el objetivo general de nuestro proyecto, ya que se diseñó e implementó una metodología para que los estudiantes de los laboratorios de física puedan estimar la incertidumbre de medición en las prácticas realizadas.
- Se realizó la revisión completa de la bibliografía incluyendo lecturas de artículos y normas correspondientes a la estimación de la incertidumbre de medición, logrando que el contenido de las guías sea técnicamente correcto desde el punto de vista físico, matemático y metrológico.
- De acuerdo a la bibliografía encontrada se pudo entender, aprender y obtener una forma adecuada para crear la metodología planteada en este proyecto, que es de gran importancia para la comunidad educativa de la Universidad Tecnológica de Pereira.
- Se diseñaron guías introductorias para los laboratorios de Física I y Física II sobre términos metrológicos y la estimación de la incertidumbre de medición, con la fundamentación teórica requerida para estos cursos.
- La metodología se implementó mediante la clasificación adecuada de las prácticas existentes de los laboratorios de Física I y Física II, buscando que dichas prácticas estuvieran ligadas al cálculo de incertidumbre de medición como la medición de la gravedad mediante un **movimiento uniformemente acelerado y la ley de ohm.**
- Las guías del laboratorio de Física I, se crearon de una manera didáctica que tanto estudiantes como profesores adopten nuestra metodología y creen de esta forma y a partir de dicho momento, una cultura metrológica concerniente

a la toma de datos, como interpretarlos y como estimar la incertidumbre de medición en las prácticas de este laboratorio.

- Mediante la examinación detallada de las prácticas de cada laboratorio se obtuvo la implementación de la metodología diseñada en dos conjuntos de prácticas experimentales, el primero está enfocado al laboratorio de Física I y consta de 5 experimentos, el segundo está orientado al laboratorio de Física II y consta de 3 experimentos expuestos en este trabajo cumpliendo de esta forma con el objetivo del proyecto.
- Los dos conjuntos de guías experimentales de los laboratorios de Física, explican claramente los términos más usados en metrología y la metodología diseñada para la estimación de incertidumbre de medición, dando así las bases para seguir una cultura de investigación concerniente al cálculo de incertidumbre en cualquier práctica de laboratorio o experimento que se presente, iniciando el laboratorio de Física I y continuando en los siguientes cursos experimentales.
- Proponemos eliminar la presentación de pre-informes y realizar solamente la lectura consciente de cada guía antes de ingresar a la clase, de esta forma el trabajo en el laboratorio generará la flexibilidad y la responsabilidad necesaria para los estudiantes.
- Sugerimos que la metodología diseñada sea acogida por todos los profesores a cargo de estos cursos experimentales e implementen en los diferentes grupos del laboratorio, con la finalidad que los resultados obtenidos sean más exactos y expresados adecuadamente según las normas establecidas internacionalmente y la metodología propuesta en las guías.

BIBLIOGRAFÍA

[1] ASPECTOS METROLOGICOS FUNDAMENTALES PARA LA ACREDITACION DE UN LABORATORIO DE PATRONAMIENTO ELECTRICO. LLAMOSA R. Luis E, ET AL, editorial UTP, 2005.

[2] ASPECTOS METROLOGICOS FUNDAMENTALES. LLAMOSA R. Luis E, ET AL, editorial UTP, 2005.

[3] PRIETO, Emilio. Breve historia de la metrología [archivo en línea], Madrid: centro español de metrología; 2001 disponible en internet ([URL:http://www.cem.es/sites/default/files/historia.pdf](http://www.cem.es/sites/default/files/historia.pdf)).

[4] Historia de la metrología: CEM, (www.cem.es/cem/metrologia/hisotoria.pdf)

[5] SCHMID, WOLFGANG A. y LAZOS M.,Rubén J. guía para estimar la incertidumbre de la medición [Archivo pdf en línea]. El marques, Querétaro: CENAM, 2004.

([URL:http://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/descargas/PDF/GUIAPARAESTIMARINCERTIDUMBRE_Med2004_09_27.pdf](http://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/descargas/PDF/GUIAPARAESTIMARINCERTIDUMBRE_Med2004_09_27.pdf))

[6] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS Y CERTIFICACION. Norma GTC 51: Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones. Bogota D.C.:INCONTEC, 1997.

[7] LLAMOSA R, Luis Enrique; GOMEZ E, José del C; y RAMIREZ B, Andrés Felipe. Diseño de un procedimiento para el cálculo de incertidumbre en

mediciones indirectas. Scientia et Technica Año XV, No 42, Agosto de 2009. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

[8] LLAMOSA R, Luis Enrique; GOMEZ E, José del C; Utilización del teorema del límite central en el cálculo de la incertidumbre de medición. Scientia et Technica Año XV, No 43, Diciembre de 2009. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

[9] SAEZ R, Sigifredo J, FONT A, luís; incertidumbre de la medición: teoría y práctica. Maracay –estado de Aragua. Copyright 2001 L&S CONSULTORES C.A. Febrero 2001.

[10] LLAMOSA R, Luis Enrique; GOMEZ E, José del C; y RAMIREZ B, Andrés Felipe. Metodología para la estimación de la incertidumbre en mediciones directas, Scientia et Technica Año XV, No 41, Mayo de 2009. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

[11] LOPEZ A Carlos Alberto; LLAMOSA R Luis Enrique. Experimento y razonamiento Laboratorio de Física Fundamental I. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira 1989.

[12] GUÍA PARA ESTIMAR LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN, Wolfgang A. Schmid y Ruben J. Lazos Martínez, CENAM, Queretaro – Mexico, Mayo 2000.

[13] UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA; DEPARTAMENTO DE FÍSICA; Física Experimental I. Pereira, abril 2001.

[14] UNIVERSIDAD DE ALICANTE. DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA. Prácticas de laboratorio.

[15] CENAM. Calibración de calibradores tipo vernier. Gonzales Muñoz, Hector. Rev1/CENAM/ el Marques, Qro, México, Mayo 2001.

(http://www.unalmed.edu.co/fisica/paginas/cursos/paginas_cursos/metrologia/documentos/vernierV2.pdf)

[16] UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA; DEPARTAMENTO DE FÍSICA; Física experimental II. Ciclo 1. C. Holguín. 2008

(<http://media.utp.edu.co/facultad-ciencias-basicas/archivos/contenidos-departamento-de-fisica/lab-fisica-ii-1.pdf>)

ANEXOS

ANEXO A: SOLUCIÓN GUÍA #1 LABORATORIO DE FÍSICA I

1.1 TALLER

1. La metrología es la ciencia de la medición, cuyo objetivo principal es garantizar la confiabilidad de las mediciones.

2. La metrología puede dividirse en las siguientes Clases:

- 2.1 Industrial
- 2.2 Legal
- 2.3 Científica

3. La metrología Industrial se aplica en:

- La calibración de los equipos de medición y prueba.
- La inspección de materias primas, proceso y producto terminado.

4. La metrología Legal tiene como objetivo proteger a los consumidores para que reciban los bienes y servicios con las características que ofrecen o anuncian los diferentes fabricantes.

5. El Sistema Internacional se fundamenta en las siguientes unidades básicas:

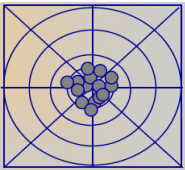

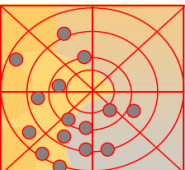
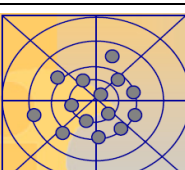
Magnitud	Unidad básica	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

6. Determine si es Falso o Verdadero:

- .1 La Calibración es un proceso por medio del cual se ubica un instrumento en un estado de funcionamiento adecuado para su uso (F).
- .2 La palabra "Error" significa duda, y por lo tanto, en un sentido más amplio "error de medición" significa duda en la validez del resultado de una

medición. El Error del resultado de una medición refleja la falta de conocimiento exacto del valor del mensurando (F).

7. Consigne el número de la definición en el cuadro que corresponda.

TERMINOS GENERALES DE METROLOGÍA		
1. Repetibilidad	5	Diferencia existente entre el resultado de la medición y el valor convencionalmente verdadero de la magnitud de medida.
2. Reproducibilidad	6	La diferencia más pequeña entre las indicaciones de un dispositivo indicador que puede ser distinguido significativamente.
3. Trazabilidad	7	Proceso de comparación que se realiza entre los valores indicados por el instrumento de medición y los valores materializados por un patrón.
4. Incertidumbre	1	Aptitud de un instrumento de medición para proporcionar indicaciones próximas entre sí, obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza por un operador varias veces midiendo la misma pieza.
5. Error	4	Parámetro, asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos a la magnitud por medir.
6. Resolución	2	Variación obtenida cuando el equipo o instrumento se utiliza varias veces, por diferentes operadores, midiendo la misma pieza.
7. Calibración	3	Propiedad del resultado de una medición o del valor de un patrón, por la cual pueda ser relacionado a referencias determinadas, generalmente patrones nacionales o internacionales, por medio de una cadena ininterrumpida de comparaciones, teniendo todas las incertidumbres determinadas.
8.No-Repetible y No-Exacto.	9	
9.Repetible y Exacto.	11	
10.Exacto y No -Repetible	8	
11.Repetible y No-Exacto	10	

8. Coloque el nombre correcto de la unidad en caso de que sea necesario

UNIDAD	CORRECTO
kelvin	
metro	
kilogramo	
ampere	
Kelvin	kelvin
Metro	metro
Kilogramo	kilogramo
Ampere	ampere
niutonio	newton
julio	joule
amperio	ampere

ANEXO B: SOLUCIÓN GUÍA # 2 LABORATORIO DE FÍSICA I

2.7 TRABAJO PARA DESARROLLAR

- Con una regla graduada en milímetros mida los lados a , b , c del triángulo de la figura 2.1 y anote los resultados de sus mediciones en la tabla de datos 2.3, se recomienda incluir en sus mediciones una cifra dudosa.

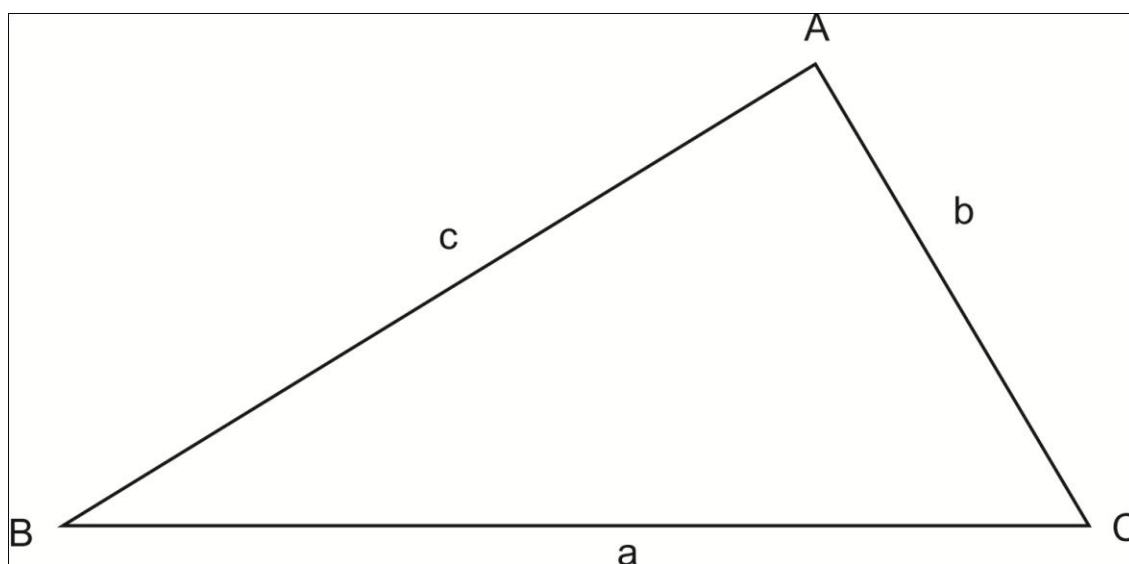


Figura 2.1 Un triángulo de lados a , b , c .

- Trace las alturas sobre cada uno de los lados del triángulo. Mida con sus compañeros con la regla cada una de las alturas y anote sus valores en la tabla de datos 2.3.
- Calcule los valores medios para cada uno de los lados y cada una de las alturas medidas por los tres estudiantes. Anótelos en la tabla 2.3.
- Halle las desviaciones estándar (σ) de los datos obtenidos por los tres estudiantes para los lados y las alturas. Registre sus resultados en la tabla 2.3. Para este cálculo utilice herramientas como Excel o una calculadora que tenga estas funciones.

	LADOS			ALTURA		
	a (cm)	b (cm)	c (cm)	h_a (cm)	h_b (cm)	h_c (cm)
Estudiante 1	13,70	7,15	11,70	6,15	11,70	7,10
Estudiante 2	13,70	7,15	11,75	6,00	11,60	7,00
Estudiante 3	13,60	7,15	11,80	6,00	11,70	7,10
Valores medios (cm)	$\bar{a} = 13,67$	$\bar{b} = 7,15$	$\bar{c} = 11,75$	$\bar{h}_a = 6,05$	$\bar{h}_b = 11,67$	$\bar{h}_c = 7,07$
Desviación estándar (σ) cm	0,057735	0	0,05	0,086603	0,057735	0,057735

Tabla 2.3 Resultado de las mediciones en la figura 2.1

- Calcule el área del triángulo, utilizando sucesivamente los tres lados como bases y sus correspondientes alturas. Consigne los resultados de cada estudiante en la tabla 2.4

ESTUDIANTE 1:

$$A_1 = \frac{(a \times h_a)}{2} = \frac{(13,70 \text{ cm} \times 6,15 \text{ cm})}{2} = 42,1275 \text{ cm}^2 = 42,13 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{(b \times h_b)}{2} = \frac{(7,15 \text{ cm} \times 11,70 \text{ cm})}{2} = 41,8275 \text{ cm}^2 = 41,83 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{(c \times h_c)}{2} = \frac{(11,70 \text{ cm} \times 7,10 \text{ cm})}{2} = 42,535 \text{ cm}^2 = 41,54 \text{ cm}^2$$

ESTUDIANTE 2:

$$A_1 = \frac{(a \times h_a)}{2} = \frac{(13,70 \text{ cm} \times 6,00 \text{ cm})}{2} = 41,10 \text{ cm}^2 = 41,10 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{(b \times h_b)}{2} = \frac{(7,15 \text{ cm} \times 11,60 \text{ cm})}{2} = 41,47 \text{ cm}^2 = 41,47 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{(c \times h_c)}{2} = \frac{(11,75 \text{ cm} \times 7,00 \text{ cm})}{2} = 41,125 \text{ cm}^2 = 41,13 \text{ cm}^2$$

ESTUDIANTE 3:

$$A_1 = \frac{(a \times h_a)}{2} = \frac{(13,60 \text{ cm} \times 6,00 \text{ cm})}{2} = 40,80 \text{ cm}^2 = 40,80 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{(b \times h_b)}{2} = \frac{(7,15 \text{ cm} \times 11,70 \text{ cm})}{2} = 41,8275 \text{ cm}^2 = 41,83 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{(c \times h_c)}{2} = \frac{(11,80 \text{ cm} \times 7,10 \text{ cm})}{2} = 41,89 \text{ cm}^2 = 41,89 \text{ cm}^2$$

- Halle el valor medio de las áreas de cada estudiante y anótelos en la tabla 2.4

		Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
Área sin redondeo (cm^2)	A_1	42,1275	41,10	40,80
	A_2	41,8275	41,47	41,8275
	A_3	41,535	41,125	41,89
Área con redondeo (cm^2)	A_1	41,13	41,10	40,80
	A_2	41,83	41,47	41,83
	A_3	41,54	41,13	41,89
Valor medio (cm^2)	\bar{A}	41,83	41,23	41,51

Tabla 2.4 Resultados obtenidos para el área del triángulo.

ANEXO C: SOLUCIÓN GUÍA # 3 LABORATORIO DE FÍSICA I

3.9. TRABAJO PARA DESARROLLAR

3.9.1. PARTE 1

4) Ordene en una tabla las lecturas de menor a mayor.

TIEMPO (s)	TIEMPO (s)	TIEMPO (s)	TIEMPO (s)	TIEMPO (s)
0,33906	0,34415	0,34545	0,34648	0,34821
0,34155	0,34421	0,34552	0,34651	0,34822
0,34222	0,34434	0,34565	0,34652	0,34834
0,34228	0,34436	0,34566	0,34653	0,34834
0,34232	0,34447	0,34571	0,34653	0,34839
0,34266	0,34466	0,34581	0,34656	0,34843
0,34278	0,34471	0,34582	0,34663	0,34854
0,34281	0,34473	0,34588	0,34673	0,34855
0,34304	0,34477	0,34608	0,34674	0,34885
0,34326	0,34482	0,34616	0,34675	0,34894
0,34328	0,34486	0,34617	0,34694	0,34898
0,34331	0,34493	0,34624	0,34706	0,34903
0,34361	0,34506	0,34625	0,34712	0,34905
0,34379	0,34511	0,34626	0,34715	0,34925
0,34382	0,34513	0,34631	0,34723	0,34956
0,34383	0,34517	0,34636	0,34726	0,34982
0,34394	0,34522	0,34644	0,34769	0,35016
0,34403	0,34528	0,34644	0,34781	0,35032
0,34411	0,34535	0,34645	0,34796	0,35137
0,34412	0,34535	0,34647	0,34809	0,35145

Tabla de datos ordenados de menor a mayor.

5) Agrupar los datos en 15 intervalos. El ancho de cada intervalo debe ser el mismo.

Para agrupar los 100 datos en 15 intervalos del mismo tamaño utilizamos la siguiente expresión:

$$\Delta x = \frac{\text{valor más grande de los datos} - \text{valor más pequeño de los datos}}{\text{número total de intervalos}}$$

$$\Delta x(\text{Amplitud}) = \frac{(0,35145 - 0,33906) \text{ s}}{15} = 0,000826 \text{ s} \rightarrow \boxed{\Delta x = 0,00083 \text{ s}}$$

Tenemos que cada intervalos debe tener una ancho de 0,00029 s con lo cual podemos construir nuestra tabla de frecuencias.

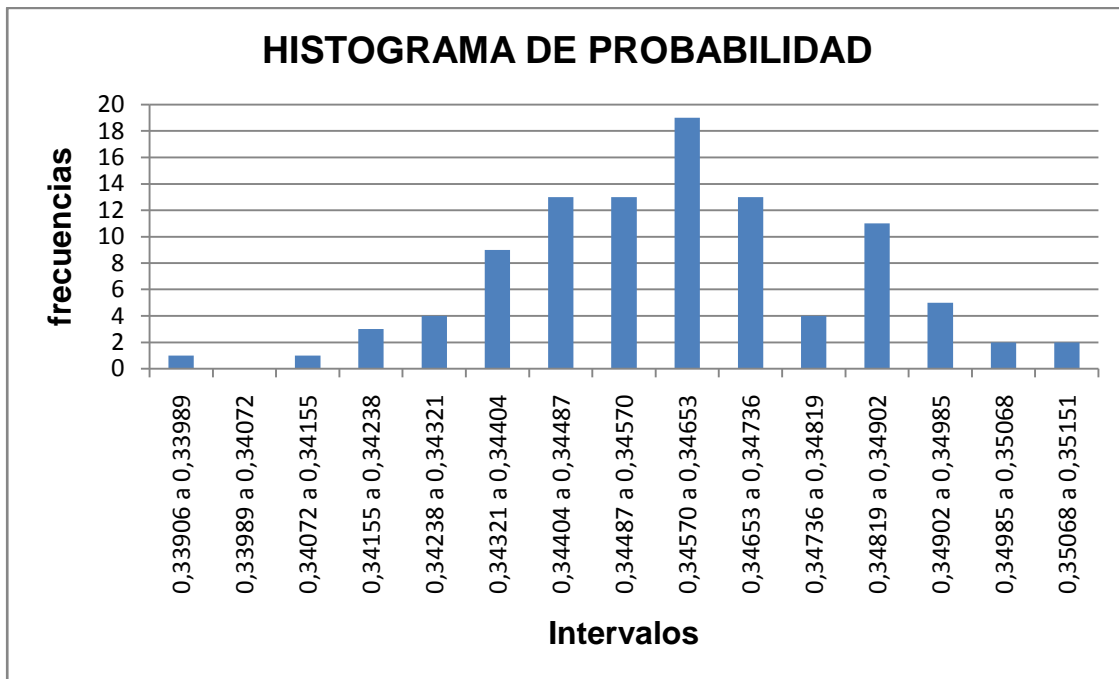
N°	INTERVALO	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA
1	0,33906 a 0,33989	1	0,01
2	0,33989 a 0,34072	0	0
3	0,34072 a 0,34155	1	0,01
4	0,34155 a 0,34238	3	0,03
5	0,34238 a 0,34321	4	0,04
6	0,34321 a 0,34404	9	0,09
7	0,34404 a 0,34487	13	0,13
8	0,34487 a 0,34570	13	0,13
9	0,34570 a 0,34653	19	0,19
10	0,34653 a 0,34736	13	0,13
11	0,34736 a 0,34819	4	0,04
12	0,34819 a 0,34902	11	0,11
13	0,34902 a 0,34985	5	0,05
14	0,34985 a 0,35068	2	0,02
15	0,35068 a 0,35151	2	0,02

Tabla de frecuencias.

Donde p es la probabilidad de que una medida esté en un intervalo de interés (frecuencia relativa) y se define como:

$$p = \frac{\text{Número de lecturas en el intervalo}}{\text{Número total de lecturas}}$$

- 6) Construya un diagrama de barras de altura Z y ancho Δx . Este diagrama recibe el nombre de **histograma de densidad de probabilidad**.



Histograma de densidad de probabilidad.

7) Valor medio del tiempo empleado por el balón en recorrer la distancia especificada:

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \rightarrow \boxed{\bar{t} = 0,34602 \text{ s}}$$

8) Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = 0,00221827 \text{ s}$$

9) Incertidumbre tipo A:

$$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,00221827}{\sqrt{100}} \rightarrow \boxed{U_A = 0,00022183 \text{ s}}$$

3.9.2. PARTE II

1) Incertidumbres tipo B (Resolución 10^{-5} s y Tolerancia de 2%)

$$U_{B1} = \frac{\text{ESPECIFICACIONES}}{\sqrt{3}} = \frac{0,02 \times 0,34602 \text{ s}}{\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{U_{B1} = 0,00399546 \text{ s}}$$

$$\text{DIGITALES} \quad U_{B2} = \frac{\text{RESOLUCIÓN}}{2\sqrt{3}} = \frac{10^{-5} \text{ s}}{2\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \boxed{U_{B2} = 2,88675 \times 10^{-6} \text{ s}}$$

2) Incertidumbre combinada:

$$U_C = \sqrt{(U_A)^2 + (U_{B1})^2 + (U_{B2})^2} \rightarrow \boxed{U_C = 0,00400162 \text{ s}}$$

3) Incertidumbre expandida:

$$U_E = k \cdot U_C = 1,96 (0,00400162 \text{ s}) = \boxed{U_E = 0,00784317 \text{ s}}$$

4) Escriba el valor medio del tiempo con su incertidumbre:

$$Y = y \pm U(y)$$

$$\boxed{t = 0,2963 \text{ s} \pm 0,0078 \text{ s}}$$

ANEXO D: SOLUCIÓN GUÍA # 4 LABORATORIO DE FÍSICA I

4.9 TRABAJO PARA DESARROLLAR

- 1) Tome dos monedas de diferente valor y realice 5 mediciones de su diámetro y espesor usando la regla, el calibrador y el tornillo micrométrico.

OBJETO A MEDIR	DIMENSION	MEDICION CON REGLA	MEDICION CON CLAIBRADOR	MEDICION CON TORNILLO
MONEDA #1 \$ 100	Diámetro (mm)	23	23,00	23,11
		24	23,05	23,10
		24	23,05	23,12
		23	23,10	23,09
		23	23,05	23,11
	Espesor (mm)	2	1,70	1,62
		2	1,75	1,61
		2	1,70	1,62
		2	1,70	1,61
		2	1,70	1,60
MONEDA #2 \$ 200	Diámetro (mm)	24	24,50	24,58
		24	24,55	24,58
		24	24,50	24,58
		25	24,55	24,57
		25	24,55	24,59
	Espesor (mm)	2	2,00	1,83
		2	2,00	1,85
		2	2,00	1,80
		2	2,00	1,80
		2	2,00	1,82

Tabla 4.1 Resultados de las mediciones para dos monedas.

- 2) Tome una arandela y mida 5 veces el diámetro interno y externo usando el calibrador. En cada medición retire el calibrador y cambie el lugar de contacto sobre la arandela. Anote los datos en la tabla 4.2.

OBJETO A MEDIR	DIMENSION	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3
ARANDELA	Diámetro interno (mm)	6,85	6,80	6,80
		6,80	6,75	6,80
		6,80	6,80	6,80
		6,80	6,85	6,85
		6,75	6,70	6,80
	Diámetro externo (mm)	21,05	21,10	21,00
		21,10	21,00	20,95
		21,05	21,10	21,00
		21,10	21,00	21,00
		21,10	21,05	21,00

Tabla 4.2 Resultados de medición de una arandela con el calibrador.

- 3) Tome los dos balines suministrados y mida 5 veces su diámetro usando el tornillo micrométrico. Registre los datos en la tabla 4.3.

OBJETO A MEDIR	ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 3
BALÍN # 1 (Diámetro mm)	6,34	6,33	6,34
	6,34	6,35	6,34
	6,34	6,34	6,34
	6,33	6,34	6,35
	6,34	6,34	6,34
BALÍN # 2 (Diámetro mm)	4,76	4,76	4,75
	4,75	4,76	4,75
	4,76	4,76	4,76
	4,75	4,75	4,75
	4,76	4,76	4,76

Tabla 4.3 Resultados de las mediciones para los balines con el tornillo micrométrico.

- 4) Tome un cabello y determine su espesor usando el tornillo micrométrico. Repita la medición 10 veces en distintos puntos del cabello.

Espesor cabello (mm)
0,06
0,06
0,05
0,06
0,05
0,06
0,06
0,05
0,06
0,06

Tabla 4.4 Resultados de mediciones para el cabello.

- 5) Halle para cada uno de los diámetros medidos en sus monedas el área respectiva, recuerde el trabajo con cifras significativas y el redondeo de números para este y todos los cálculos requeridos posteriormente. Consigne los datos en la tabla 4.4.
- 6) Calcule el área promedio de las respectivas monedas para cada uno de los instrumentos utilizados, consigne los datos en la tabla 4.4.

	MEDICION CON REGLA	MEDICION CON CLAIBRADOR	MEDICION CON TORNILLO
Área MONEDA #1 (mm^2)	415	415,48	419,46
	452	417,28	419,10
	452	417,28	419,82
	415	419,10	418,73
	415	417,28	419,46
Área promedio (mm^2)	430	417,28	419,31
ÁREA MONEDA #2 (mm^2)	452	471,44	474,52
	452	473,36	474,52
	452	471,44	474,52
	491	473,36	474,13
	491	473,36	474,91
Área promedio (mm^2)	468	472,59	474,52

Tabla 4.5 Resultados de los cálculos para el área de las monedas.

- 7) Con los datos de los instrumentos elabore una tabla con toda la información disponible: resolución de los instrumentos, error de cero si lo tiene, tolerancia.

	REGLA	CALIBRADOR	TORNILLO
Error de cero	0	0	0
Resolución	1 mm	0,05 mm	0,01 mm
Tolerancia	2,5 %	1 %	0,05 %

Tabla 4.6 Especificaciones de los instrumentos de medida.

- 8) Calcule la incertidumbre de las medidas directas (diámetro interno y externo de las arandelas y diámetro de los balines) siguiendo el procedimiento descrito en la guía # 3, como ayuda durante el proceso consigne los valores pedidos en la tabla 4.5.

		Promedio	Desviación estándar	Incertidumbre tipo A	Incertidumbre tipo B	Incertidumbre tipo B	Incertidumbre combinada	Incertidumbre expandida
Diámetro interno (mm)	Est 1	6,80	0,035355339	0,015811388	0,039259818	0,028867513	0,051231501	0,100413741
	Est 2	6,78	0,057008771	0,025495098	0,039144348	0,028867513	0,0549146	0,107632617
	Est 3	6,81	0,02236068	0,01	0,039317553	0,028867513	0,049791599	0,097591534
Diámetro externo (mm)	Est 1	21,08	0,027386128	0,012247449	0,121705437	0,028867513	0,125680335	0,246333457
	Est 2	21,05	0,05	0,02236068	0,121532232	0,028867513	0,126899238	0,248722507
	Est 3	20,99	0,02236068	0,01	0,121185822	0,028867513	0,124977345	0,244955595
Diámetro balín # 1 (mm)	Est 1	6,34	0,004472136	0,002	0,01829623	0,005773503	0,019289514	0,037807448
	Est 2	6,34	0,005477226	0,00244949	0,018290457	0,005773503	0,019335825	0,037898217
	Est 3	6,34	0,004472136	0,002	0,018307777	0,005773503	0,019300467	0,037828916
Diámetro balín # 2 (mm)	Est 1	4,76	0,005477226	0,00244949	0,013729389	0,005773503	0,015094021	0,029584281
	Est 2	4,76	0,004472136	0,002	0,013735163	0,005773503	0,015032898	0,029464481
	Est 3	4,75	0,005477226	0,00244949	0,013723616	0,005773503	0,01508877	0,029573988

Tabla 4.7 Resultados del cálculo de incertidumbre en medidas directas.

- 9) Exprese el resultado final con su incertidumbre y el número adecuado de cifras significativas.

RESULTADOS ESTUDIANTE 1

Diámetro interno de la arandela: $6,80 \text{ mm} \pm 0,10 \text{ mm}$
Diámetro externo de la arandela: $21,08 \text{ mm} \pm 0,25 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 1: $6,340 \text{ mm} \pm 0,038 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 2: $4,76 \text{ mm} \pm 0,03 \text{ mm}$

RESULTADOS ESTUDIANTE 2

Diámetro interno de la arandela: $6,78 \text{ mm} \pm 0,11 \text{ mm}$
Diámetro externo de la arandela: $21,05 \text{ mm} \pm 0,25 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 1: $6,340 \text{ mm} \pm 0,038 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 2: $4,760 \text{ mm} \pm 0,029 \text{ mm}$

RESULTADOS ESTUDIANTE 3

Diámetro interno de la arandela: $6,81 \text{ mm} \pm 0,10 \text{ mm}$
Diámetro externo de la arandela: $20,99 \text{ mm} \pm 0,24 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 1: $6,340 \text{ mm} \pm 0,038 \text{ mm}$
Diámetro del balín # 2: $4,75 \text{ mm} \pm 0,03 \text{ mm}$

ANEXO E: SOLUCIÓN GUÍA # 5 LABORATORIO DE FÍSICA I

5.6. TRABAJO PARA DESARROLLAR

5.6.1. TOMA DE DATOS

h = 0,2 m		h = 0,4 m		h = 0,6 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
0,192	0,1975	0,392	0,2830	0,592	0,3479
0,182	0,1975	0,402	0,2830	0,582	0,3480
0,202	0,1975	0,382	0,2830	0,602	0,3480
0,182	0,1976	0,382	0,2830	0,592	0,3480
0,192	0,1976	0,392	0,2830	0,572	0,3480
h = 0,8 m		h = 1,0 m		h = 1,2 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
0,792	0,4024	0,992	0,4507	1,192	0,4941
0,782	0,4024	1,002	0,4508	1,182	0,4942
0,772	0,4025	0,972	0,4508	1,192	0,4942
0,802	0,4025	0,982	0,4508	1,172	0,4943
0,792	0,4025	0,992	0,4508	1,192	0,4943
h = 1,4 m		h = 1,6 m		h = 1,8 m	
h (m)	t (s)	h (m)	t (s)	h (m)	t (s)
1,392	0,5342	1,592	0,5714	1,792	0,6063
1,392	0,5342	1,602	0,5715	1,782	0,6063
1,372	0,5342	1,592	0,5715	1,802	0,6063
1,382	0,5343	1,582	0,5715	1,792	0,6063
1,382	0,5343	1,582	0,5715	1,802	0,6064

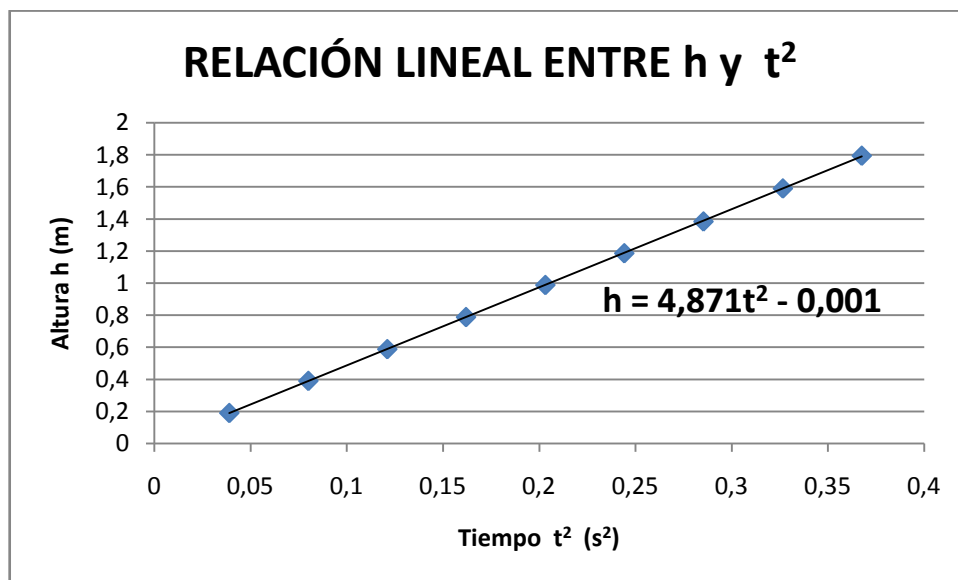
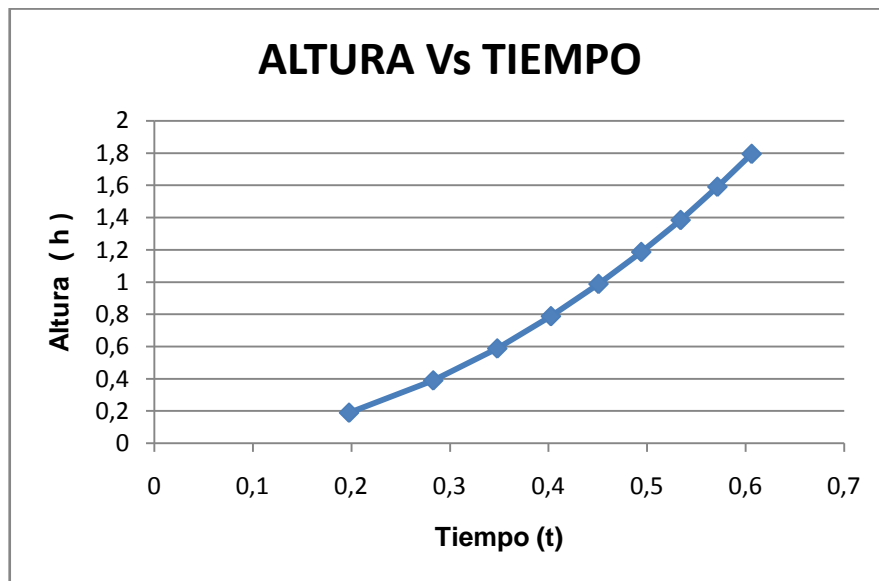
5.6.2. TRATAMIENTO ESTADISTICO DE RESULTADOS

- 1) Halle los valores promedios de la altura y el tiempo para cada una de las alturas realizadas en esta práctica consigne los datos obtenidos en la tabla 5.3.
- 2) Determine el valor de la aceleración (gravedad) para cada altura, recuerde realizar todos sus cálculos con el número correcto de cifras significativas teniendo en cuenta las reglas para operaciones matemáticas. Consigne sus datos en la tabla 5.3.

Para calcular aceleración utilizamos la siguiente ecuación:

$$a = \frac{2\bar{h}}{\bar{t}^2}$$

- 3) Con los datos de la altura promedio y el tiempo promedio consignados en las columnas 2 y 3 de la tabla 5.3 construya una gráfica de altura contra tiempo correspondiente al movimiento del balón durante su descenso.
- 4) Utilizando la técnica de análisis gráfico apropiada encuentre la ecuación del movimiento del balón en su caída y compárela con la ecuación (13).



5) Realice el análisis de incertidumbres según el proceso descrito en esta guía para la medición indirecta de la gravedad. Como guía para este cálculo consigne los datos pedidos en la tabla 5.2 finalmente consigne los datos de incertidumbre solicitados en la tabla 5.3.

Para calcular los coeficientes de sensibilidad utilizamos la siguiente ecuación:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad \text{donde} \quad f = a = \frac{2h}{t^2}$$

$$C_t = -\frac{4h_i}{t_i^3} \quad ; \quad C_h = \frac{2}{t_i^2}$$

	INCERTIDUMBRES PARA EL ROLOJ DIGITAL			INCERTIDUMBRES PARA LA CINTA METRICA			INCERTIDUMBRES COMBINADAS	
	U_A	U_{B1}	U_{B2}	U_A	U_{B1}	U_{B2}	$U_{C(h)}$	$U_{C(t)}$
20	2,44949E-05	1,14027E-05	2,88675E-05	0,00374166	1,096966E-04	0,00057735	0,003787528	3,95393E-05
40	0	1,6339E-05	2,88675E-05	0,00374166	2,251666E-04	0,00057735	0,003792629	3,31707E-05
60	2E-05	2,00918E-05	2,88675E-05	0,00509902	3,394820E-04	0,00057735	0,005142818	4,046E-05
80	2,44949E-05	2,32383E-05	2,88675E-05	0,00509902	4,549520E-04	0,00057735	0,005151729	4,44225E-05
100	2E-05	2,6027E-05	2,88675E-05	0,00509902	5,704221E-04	0,00057735	0,005163208	4,3712E-05
120	3,74166E-05	2,85327E-05	2,88675E-05	0,004	6,847374E-04	0,00057735	0,004099049	5,52037E-05
140	2,44949E-05	3,08421E-05	2,88675E-05	0,00374166	7,990528E-04	0,00057735	0,003869343	4,8832E-05
160	2E-05	3,29956E-05	2,88675E-05	0,00374166	9,179869E-04	0,00057735	0,003895643	4,81876E-05
180	2E-05	3,50047E-05	2,88675E-05	0,00374166	1,035766E-03	0,00057735	0,003925066	4,95849E-05

Tabla 5.2 Resultados estadísticos.

cm	\bar{h}_i (m)	\bar{t}_i (s)	a_i (m/s ²)	C_h	C_t	$U_{C(g)}_{total}$	$U_E(g)$
20	0,190	0,1975	9,742	51,27383432	-98,65345338	0,194240242	0,380710874
40	0,390	0,2830	9,739	24,97221841	-68,82802246	0,094737869	0,185686223
60	0,588	0,3480	9,711	16,51473114	-55,80840178	0,084962274	0,166526057
80	0,788	0,4025	9,728	12,34520273	-48,33798635	0,063635382	0,124725348
100	0,988	0,4508	9,723	9,841520035	-43,13851728	0,050848789	0,099663626
120	1,186	0,4942	9,712	8,188880123	-39,3039734	0,033636668	0,06592787
140	1,384	0,5342	9,700	7,008454018	-36,3148647	0,027176035	0,053265029
160	1,590	0,5715	9,736	6,123469037	-34,07284609	0,023911286	0,04686612
180	1,794	0,6063	9,761	5,440700997	-32,1973201	0,021414706	0,041972824

Tabla 5.3 Resultados obtenidos.

6) Exprese el mejor valor la gravedad con las unidades correctas para expresar la aceleración.

$$g = \bar{g} \pm U_E(g)$$

$$g = 9,73 \text{ m/s}^2 \pm 0,38 \text{ m/s}^2$$

ANEXO F: SOLUCIÓN GUÍA # 1 LABORATORIO DE FÍSICA II

1.10 TRABAJO PARA DESARROLLAR

1. El instrumento más apropiado para realizar esta clase de medida es un instrumento análogo que por ser equipos que miden variables físicas de la misma naturaleza expresan su valor mediante agujas, por tal motivo este instrumento esta dentro de la clase de especificaciones de los instrumentos análogos porque haciendo el debido proceso nos da como resultado q la clase del instrumento es 1.

$$clase = \frac{(A_i - A_r) * 100\%}{A_{max}} = 1$$

2. Error absoluto: $E = |A_i - A_r| = 4.8$

$$\text{Error relativo: } \delta = \frac{(A_i - A_r) * 100\%}{A_{max}} = 0.016$$

Este instrumento de medida está dentro de las especificaciones de los instrumentos análogos.

3. Determinar la clase de exactitud del amperímetro análogo y los errores respectivos

Dato No	Ar	Valor	Rango	Error Absoluto	Error Relativo	Clase
1	4 A	4,2	(0-10) A	0,2	0,02	1
2		4,1		0,1	0,01	
3		3,9		0,1	0,01	
4		3,9		0,1	0,01	
5		4,1		0,1	0,01	
6		4,2		0,2	0,02	
7		4		0	0	
8		4,1		0,1	0,01	
9		3,9		0,1	0,01	
10		4		0	0	

4. Determine la resolución de acuerdo al rango

Rango	Resolución
100 mV	0,1 mV
1 V	0,001 V
10 V	0,01 V
100 V	0,1 V

5. Cuál es la lectura indicada por el instrumento digital?

Numero de dígitos	Valor Verdadero	Lectura
3 ½	1000 V	1V
3 ¾	300 mV	300,0 V
4 ½	100 V	100,00 V
3 ½	1 V	1,000 V
3 ¾	398 V	398,0 V
5 ¾	270 V	270,0 V
5 ½	1020 V	1020.00 V
3 ¾	27 V	27.0 V

6. Determinar la lectura máxima efectuada por el instrumento digital

Rango	Numero de Dígitos	Lectura Máxima
100 V	3 ½	100.0 V
40 Ω	3 ¾	39.9 Ω
30 mA	3 ½	29.9 mA
4 mA	3 ¾	3 mA
40 kΩ	5 ¾	39.9 kΩ
2000 V	5 ½	1999.9 V
30 mA	3 ¾	29.9 mA

ANEXO G: SOLUCIÓN GUÍA # 2 LABORATORIO DE FÍSICA II

2.6 TRABAJO A DESARROLLAR

2.6.1. PARTE 1

2, 3 completar la tabla

FUENTE	LONGITUD APROXIMADA	MEDIDA CON OHMETRO	CORRIENTE I(mA)	RANGO DE ESCALA
V=5.0 V	4/4	327.0 Ω	16 mA	0-30
	3/4	252.3 Ω	21 mA	0-30
	2/4	159.7 Ω	34 mA	0-100
	1/4	70.0 Ω	76 mA	0-100
	1/4	70.0 Ω	76 mA	0-100
	2/4	159.7 Ω	34 mA	0-100
	3/4	252.3 Ω	21 mA	0-30
	4/4	330.0 Ω	17 mA	0-30
	4/4	328.0 Ω	16,3 mA	0-30
	3/4	252.0 Ω	21 mA	0-30
	2/4	159.7 Ω	34 mA	0-100
	1/4	70 Ω	76 mA	0-100
	1/4	70 Ω	76 mA	0-100
	2/4	159.7 Ω	34 mA	0-100
	3/4	252.0 Ω	21 mA	0-30
	4/4	326.0 Ω	16,2mA	0-30

Tabla 2.2 resultados de medición para los numerales 2, 3.

4. completar la tabla

LONGITUD: 4/4 FUENTE :5.0 V			
CALCULO DE INCERTIDUMBRES		Resistencia (Ω)	Corriente (mA)
		Promedio: 327,75 Ω	promedio 16,375 mA
DESVIACION ESTANDAR (σ)	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$	1,7078	0,4349
INCERTIDUMBRE TIPO A (U_A)	$U_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	0,8539	0,2174
INCERTIDUMBRE TIPO B (U_B (especificaciones))	$U_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}}$	0,09932	0,0602
INCERTIDUMBRE TIPO B (U_B (resolución))	Análogos $U_{B2} = \frac{RESOLUCI\acute{O}N}{\sqrt{3}}$ Digitales $U_{B2} = \frac{RESOLUCI\acute{O}N}{2\sqrt{3}}$	0,002886	0,002886
INCERTIDUMBRE COMBINADA	$U_c = \sqrt{(U_A)^2 + (U_{B1})^2 + (U_{B2})^2}$	0,8596	0,2256
INCERTIDUMBRE EXPANDIDA	$U_E = k \cdot U_C ; k=1.96$	0,16848	0,44217

Tabla 2.3 Calculo de incertidumbre para las medidas con una fuente de 5.0 v

2.6.2. PARTE 2

2, 3.

Voltímetro Fluke (Digital) Clase = 1,5 PATRON (V)	Voltímetro LEYBOLD (Análogo) Clase de exactitud=2 LECTURA (V)	ERROR ABSOLUTO LECTURA – PATRON (V)	CLASE $\frac{LECTURA - PATRON}{RANGO} \times 100$
0,985	1,1	0,1	3,3
2,02	2,1	0,1	3,3
2,947	3	0,1	3,3
4,09	4,2	0,1	1
4,91	5,1	0,2	2
5,99	6	0,0	0
7,01	7,2	0,2	2
8,06	8,2	0,1	1
9,01	9,3	0,3	3
9,78	10,0	0,2	2
9,25	9,5	0,3	3
8,31	8,5	0,2	2
7,37	7,5	0,1	1
6,3	6,5	0,2	2
5,37	5,5	0,1	1
4,33	4,5	0,2	2
3,35	3,5	0,2	2
2,470	2,5	0,0	0
1,470	1,5	0,0	0
0,490	0,5	0,0	0

Tabla 2.4 resultados de medición