

# **VALIDACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN DINÁMICA MEDIANTE TRES PROCEDIMIENTOS PARA MATERIALES DE USO COMÚN EN INGENIERÍA**

**DIANA C. ORDOÑEZ ORDOÑEZ**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA  
PEREIRA, COLOMBIA  
2015**

**VALIDACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN DINÁMICA MEDIANTE TRES  
PROCEDIMIENTOS PARA MATERIALES DE USO COMÚN EN INGENIERÍA**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el título de  
Ingeniero Mecánico

Diana C. Ordoñez Ordoñez

Director  
Ing. Héctor Fabio Quintero

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA  
PEREIRA, COLOMBIA  
2015**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

---

**Firma del Presidente del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

**PEREIRA, Agosto de 2015**

## **DEDICATORIA**

Inicialmente dedico este trabajo de grado, culminado con mucho esfuerzo a mis padres y hermanos, que fueron un apoyo incondicional tanto en lo económico como emocionalmente para la culminación de la carrera.

A mi familia en especial a mi tía Adoración por su apoyo y sus consejos, que hizo posible que no desistiera.

A todos mis compañeros y amigos con los cuales entendí que en este mundo hay personas muy valiosas las cuales debemos dar gracias a Dios por haber podido compartir y aprender con ellos.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primeramente le agradezco a Dios que me dio salud y fortaleza para la culminación de la carrera de Ingeniería Mecánica.

A la Universidad Tecnológica de Pereira por brindarme beneficios como el bono alimenticio y la monitoria social y el servicio médico, gracias a estos beneficios pude culminar el estudio.

A todos los profesores que compartieron sus conocimientos, los cuales quieren que aprendamos de ellos para que seamos excelentes Ingenieros Mecánicos y poder sobresalir en la industria o en los diferentes campos profesionales que elijamos. En especial le agradezco al Ingeniero Héctor Fabio Quintero por su apoyo y paciencia.

## RESUMEN

El contacto entre dos piezas origina la fricción entre estas, la fricción es en general no deseada, ya que produce desgaste, calentamiento de las piezas y pérdida de energía, debido a que la fricción es la resistencia al movimiento. El valor de la fuerza de fricción depende del valor máximo de la fuerza normal entre superficies en contacto así como la posibilidad de acñamiento – que las hacen útiles en muchos mecanismos, por ejemplo transmisiones por correa, trasmisiones por ruedas de fricción, embragues, frenos, mecanismos de escape, sistemas de seguridad, fusibles mecánicos, etc.

Este trabajo de grado presenta un enfoque experimental que se fundamenta en la creación de una base de datos del coeficiente de fricción entre algunos de los metales más utilizados; se determinará el coeficiente de fricción entre las combinaciones de tres metales (acero, aluminio, y bronce) por ser estos los de más común uso en la industria.

En este trabajo de grado, se determina el coeficiente de fricción por tres métodos: oscilaciones armónicas, fuerza de empuje y plano inclinado. Cada método tiene desarrollado un dispositivo para realizar el cálculo del coeficiente de fricción, en el que se realizan ensayos para determinar el coeficiente de fricción combinando los materiales propuestos. Con los datos obtenidos experimentalmente se hace un estudio con el fin de obtener las tablas del coeficiente de fricción, para después realizar una comparación de datos con tablas propuestas en fuentes bibliográficas con énfasis en el tema de aplicaciones de leyes de Newton y que utilizan otros métodos para la determinación del coeficiente de fricción. Esta comparación permite evaluar la confiabilidad del prototipo desarrollado en la Universidad Tecnológica de Pereira.

## INTRODUCCIÓN

El coeficiente de fricción de deslizamiento ha sido objeto de estudio desde Leonardo Da Vinci quien dedujo las leyes que gobiernan el movimiento de un bloque rectangular que desliza sobre una superficie plana; sin embargo, este estudio pasó desapercibido. Luego científicos como *Guillaume Amontons* y *Charles Coulomb* hicieron algunos aportes relacionados con el tema. En la actualidad se tiene una amplia sección de la ingeniería y disciplinas científicas que han desarrollado distintos métodos de representación de la fricción, con modelos que provienen del área de mecánica fundamental y dinámica de sistemas, entre otras<sup>1</sup>.

Las máquinas están conformadas por piezas metálicas, las cuales entran o están en contacto internamente para su funcionamiento, este contacto genera un coeficiente de fricción que es perjudicial ya que origina el desgaste, calentamiento de las piezas, y pérdida de energía, hasta llegar a un punto de fallo de la máquina. Por este motivo el estudio del coeficiente de fricción ha creado la necesidad de determinar su valor entre diversos metales concentrándose en los más utilizados en la industria. El coeficiente de fricción varía según condiciones ambientales, el estado superficial, la humedad relativa, la magnitud de la fuerza normal, la dirección de movimiento, etc.

El estudio del coeficiente de fricción ayuda a determinar de la vida útil y el tiempo de falla de las máquinas; el tiempo de falla ayuda a la programación de un mantenimiento preventivo y la anticipación de la compra de las piezas para una reparación rápida con pocas pérdidas. Algunos de los métodos para la determinación del coeficiente de fricción han sido: fuerza de empuje, plano inclinado, oscilaciones armónicas, entre otros.

---

<sup>1</sup> GARCÍA Franco, Ángel. Dinámica de partícula. Rozamiento por deslizamiento. Enero 2013

El objetivo de este trabajo de grado es determinar el coeficiente de fricción, de una manera fácil y rápida, por medio de tres métodos con algunos de los metales como el acero, aluminio y bronce, haciendo una comparación de los resultados con otros obtenidos de referencias bibliográficas. Con el fin de hacer una base de datos que ayude a las industrias a tener una mayor eficacia para el mantenimiento de maquinaria y tener en la Universidad Tecnológica de Pereira un prototipo que calcule el coeficiente de fricción de una manera fácil y rápida con un grado de confiabilidad alto.



## TABLA DE CONTENIDO

	pág.
LISTA DE TABLAS .....	11
LISTA DE FIGURAS .....	12
LISTA DE ANEXOS .....	14
JUSTIFICACIÓN.....	15
OBJETIVOS.....	17
OBJETIVO GENERAL .....	17
OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	17
1. FUERZA DE FRICCIÓN .....	18
1.1 COEFICIENTE DE FRICCIÓN .....	19
1.1.1 Coeficiente de fricción estático .....	19
1.1.2 Coeficiente de fricción dinámico .....	21
1.2 CURVA DE FRICCIÓN.....	22
2. MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN.....	24
2.1 METALES UTILIZADOS.....	25
2.1.1 Bronce .....	25
2.1.2 Acero .....	25
2.1.3 Aluminio.....	27

2.2	DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN UN PLANO HORIZONTAL MÉTODO FUERZA DE EMPUJE .....	27
2.3	DESPLAZAMIENTO DE UN OBJETO EN UN PLANO INCLINADO .....	33
2.3.1	Dispositivo del plano inclinado.....	34
2.4	DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN UN PLANO INCLINADO.....	36
2.5	DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN DINÁMICO POR MEDIO DE OSCILACIONES ARMÓNICAS .....	39
3.	ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS .....	49
3.1	DATOS OBTENIDOS DEL PROTOTIPO FUERZA DE EMPUJE .....	49
3.2	DATOS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE PLANO INCLINADO .....	52
3.3	DATOS DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN POR EL MÉTODO DE OCSILACIONES ARMÓNICAS.....	55
3.4	ANALISIS COMPARATIVO DE LOS DATOS OBTENIDOS DEL METODO DE FUERZA DE EMPUJE Y PLANO INCLINADO .....	58
4.	CONCLUSIONES .....	60
	BIBLIOGRAFÍA.....	62

## LISTA DE TABLAS

pág.

<b>Tabla 1.</b> Datos de calibración .....	30
<b>Tabla 2.</b> Promedio de los datos método fuerza de empuje .....	32
<b>Tabla 3.</b> Promedio de los datos plano inclinado .....	37
<b>Tabla 4.</b> Promedio del coeficiente de fricción del método de oscilaciones armónicas .....	47
<b>Tabla 5.</b> Coeficientes de fricción obtenidos de diferentes referencias bibliográficas .....	49
<b>Tabla 6.</b> Promedio del coeficiente de fricción y varianza de los datos tomados por el método de fuerza de empuje.....	50
<b>Tabla 7.</b> Confiabilidad del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje .....	50
<b>Tabla 8.</b> Promedio del coeficiente de fricción y variación de los datos plano inclinado.....	53
<b>Tabla 9.</b> Porcentaje de Confiabilidad y porcentaje de error por el método de plano inclinado.....	53
<b>Tabla 10.</b> Promedio del coeficiente de fricción del método de oscilaciones armónicas .....	56
<b>Tabla 11.</b> Promedio, porcentaje de confiabilidad y porcentaje de error del coeficientes de fricción método de oscilaciones armónicas.....	56
<b>Tabla 12.</b> Varianza de los datos del Método de Oscilaciones Armónicas.....	57
<b>Tabla 13.</b> Velocidades de la polea a la frecuencia del variador.....	57
<b>Tabla 14.</b> Comparación del coeficiente de fricción por los métodos fuerza de empuje y Plano inclinado .....	59

## LISTA DE FIGURAS

pág.

<b>Figura 1.</b> Representación de las fuerzas presentes cuando un objeto esta sobre una superficie plana sin desplazamiento .....	20
<b>Figura 2.</b> Fuerzas presentes cuando un objeto está en movimiento horizontal ....	22
<b>Figura 3.</b> Representación de la fuerza de fricción y la fuerza dinámica .....	23
<b>Figura 4.</b> Equipo fuerza de empuje .....	28
<b>Figura 5.</b> Prototipo fuerza de empuje .....	28
<b>Figura 6.</b> Calibración de prototipo .....	30
<b>Figura 7.</b> Coeficiente de fricción contra metal de las barras método fuerza de empuje .....	32
<b>Figura 8.</b> Coeficiente de fricción contra metal de las láminas método fuerza de empuje .....	33
<b>Figura 9.</b> Plano inclinado.....	33
<b>Figura 10.</b> Sistema plano inclinado .....	35
<b>Figura 11.</b> Plano inclinado.....	35
<b>Figura 12.</b> Coeficiente de fricción contra metal de las barras método plano inclinado.....	38
<b>Figura 13.</b> Coeficiente de fricción contra metal método plano inclinado .....	38
<b>Figura 14.</b> Esquema del prototipo .....	39
Figura 15. Fuerzas existentes en el modelo .....	40
<b>Figura 16.</b> Polea de soporte.....	42
Figura 17. Esquema de la barra sobre las poleas de soporte.....	43
<b>Figura 18.</b> Esquema del dimensionamiento del modelo oscilador en mm .....	44
<b>Figura 19.</b> Esquema del prototipo de funcionamiento .....	45
<b>Figura 20.</b> Montaje del prototipo de oscilaciones armónicas.....	46
<b>Figura 21.</b> Coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas .....	48

<b>Figura 22.</b> Coeficiente de fricción contra metal método fuerza de empuje.....	51
<b>Figura 23.</b> Fuerza de empuje, metal contra coeficiente de fricción .....	52
<b>Figura 24.</b> Coeficiente de fricción contra metal de las barra método plano inclinado .....	54
<b>Figura 25.</b> Coeficiente de fricción contra metal de las láminas método plano inclinado.....	55
<b>Figura 26.</b> Coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas .....	58

## LISTA DE ANEXOS

<b>Anexo 1.</b> Datos del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje ....	65
<b>Anexo 2.</b> Datos del Coeficiente de fricción en un plano inclinado .....	68
<b>Anexo 3.</b> Datos del Coeficiente de fricción Método Oscilaciones Armónicas.....	69

## JUSTIFICACIÓN

La Industria Colombiana debe competir en calidad con las empresas multinacionales sobretodo en un momento en que se tiene 16 de tratados de libre comercio. Las universidades dan su aporte en calidad que se fundamenta en el cumplimiento de estándares y normas derivados de la gestión del conocimiento, a partir de la ciencia, la tecnología y la Innovación.

La Metalmecánica es uno de las ramas más importantes de la región, existe la necesidad de contar con instrumentos para medir diferentes variables, que permiten desarrollar acciones de diseño y mantenimiento, incrementando la vida útil y eficiencia de partes mecánicas.

En este trabajo de grado se quiere dar solución a la medición del coeficiente de fricción con dos prototipos que se encuentran en la Facultad de Ingeniería Mecánica. Los prototipos proporcionan dos métodos simples y económicos, que generan datos sobre la mayoría de las dificultades encontradas en la determinación del coeficiente de fricción estática y dinámica. Las pruebas y ensayos que se realicen en los prototipo serán de gran utilidad en la Industria ya que permitirán intervenir en el diseño, producción y mantenimiento de partes, para garantizar una mayor vida útil mediante un menor desgaste de las partes, reduciendo también la probabilidad de accidentes y sus consecuentes pérdidas económicas, tecnológicas y humanas.

En general, el valor del coeficiente de fricción es característico de los materiales que entran en contacto; no es una propiedad intrínseca de un material. Este coeficiente depende además de factores como la temperatura, el acabado superficial de los cuerpos en contacto, lubricación, la velocidad relativa, la fuerza

normal, entre otros; estos factores dependen de su aplicación, de su tiempo de funcionamiento (mayor o menor vida útil). Es de gran importancia tener la verdadera medida de la fricción que permite estimar que tantas pérdidas mecánicas por fricción se tiene en el sistema, ya sea para el diseño de cada una de las partes móviles que puede presentar o para su respectivo mantenimiento.

En este proyecto se verifica el valor de los coeficientes de fricción de dos prototipos con el fin que los estudios sean confiables. En la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira se desarrollaron dos prototipos el primero utiliza el método de fuerza de empuje. El segundo fue desarrollado en el trabajo de grado denominado *Determinación del Coeficiente de Fricción de Deslizamiento para Algunos Materiales de Uso Común en Ingeniería Mediante el Método de las Oscilaciones Armónicas*. Estos prototipos permiten realizar dichas mediciones, sin embargo se requieren verificar si estos prototipos arrojan resultados confiables para diferentes materiales.

En este trabajo de grado se propone realizar la validación experimental del cálculo del coeficiente de fricción de ambos prototipos que determinan el coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas y por el método de fuerza de empuje, utilizando tres materiales diferentes.



## **OBJETIVOS**

### **OBJETIVO GENERAL**

Determinar el coeficiente de fricción de deslizamiento para algunos materiales de uso común en ingeniería con la finalidad de crear una base de datos confiables.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Medir el coeficiente de fricción utilizando el método de la fuerza de empuje y plano inclinado, para diferentes materiales
2. Medir el coeficiente de fricción utilizando el método de las oscilaciones armónicas para diferentes materiales
3. Comparar el coeficiente de fricción obtenido por los dos métodos
4. Generar una base de datos con los datos obtenidos con el prototipo y los instrumentos utilizados.
5. Realizar el análisis de resultados

## 1. FUERZA DE FRICCIÓN

La fuerza de fricción es la oposición al movimiento de los cuerpos y se da en todos los medios sólidos, líquidos y gaseosos. Debido a que la superficie de todos los cuerpos en contacto no es lisa es imposible desaparecer esta fuerza de fricción, que en unos casos resulta necesaria reducir y en otros aumentar, ya que la fricción es una fuerza con sentido contrario a la fuerza aplicada. De no ser por la existencia de la fuerza de fricción, si se le aplica una fuerza a un objeto tendría un movimiento infinito, no se podría detener. La fuerza de fricción es útil para la generación de movimiento, un ejemplo de esto son los vehículos en los cuales la fricción sirve de apoyo a las ruedas para impulsarse y en su ausencia solo girarán sin avanzar.

El rozamiento que una superficie ejerce sobre otra que resbala sobre ella, es directamente proporcional a la fuerza normal que oprime una superficie contra la otra, que es la fuerza que cualquier objeto ejerce sobre el otro, perpendicularmente a la superficie de contacto en común. Para el estudio de la fuerza de fricción, se considera un modelo simple de fricción en el que se supone que la fuerza de fricción es independiente del área, entonces se escribe la proporcionalidad entre la fuerza de fricción  $F_{fr}$  y la fuerza normal  $F_N$  como una ecuación insertando una constante de proporcionalidad  $\mu$ :  $\mu_k$  para el caso en que el cuerpo se mueva, y  $\mu_s$  para el caso estático.

$$F_{fr} = \mu * F_N \quad (1)$$

Esta relación no es una ley fundamental; es una relación experimental entre la magnitud de la fuerza  $F_{fr}$  que actúa de forma paralela a las dos superficies y la magnitud de la fuerza normal  $F_N$  que actúa de manera perpendicular a las superficies. El término  $\mu$  se llama coeficiente de fricción, este puede ser coeficiente

de fricción dinámico o estático y su valor depende de la naturaleza de las dos superficies.

## **1.1 COEFICIENTE DE FRICCIÓN**

El coeficiente de fricción se puede definir como la rugosidad de las superficies la adhesión, la formación de microsoldaduras y la creación de enlaces intermoleculares, esto depende de los materiales que están en contacto. El coeficiente de fricción es independiente de la presión de contacto sobre una gama relativamente amplia de materiales.

Cuando se tiene la existencia de algún contaminante, como el agua o aceite el valor del coeficiente de fricción se afecta. Pero también el modo en que afecta el coeficiente de fricción es dependiente de factores tales como la presión de contacto, el tamaño y la forma del área de contacto, la velocidad de movimiento y de la viscosidad del líquido. Esto hace que la medición del coeficiente de fricción ( $\mu$ ) en condiciones de humedad sea mucho más compleja. La falta de comprensión de esta complejidad ha dado lugar a diferentes modelos de máquina de ensayo de deslizamiento dando resultados totalmente diferentes de las pruebas para la misma superficie<sup>2</sup>.

### **1.1.1 Coeficiente de fricción estático**

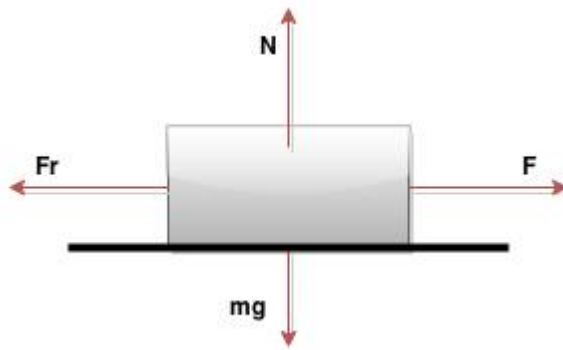
La fuerza de fricción estática es la resistencia al movimiento que toma valores desde cero hasta su valor máximo posible, a fin de contrarrestar exactamente una fuerza opuesta que actúa sobre el objeto en una dirección paralela a la superficie. En tal caso, la fuerza de los puntos de fricción en una dirección paralela a la superficie y directamente opuesto a la dirección de movimiento del objeto a lo

---

<sup>2</sup> Seway, Raymond A, Jewett, Jhon W. Física para ciencia e ingeniería. V1. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. c 2007

largo de la fuerza normal, es una reacción contra un componente, perpendicular a la superficie, de una fuerza que actúa sobre el objeto en una dirección hacia la superficie. Un ejemplo de una fuerza de este tipo podría ser la fuerza de la gravedad sobre el objeto. Cuando la fricción estática comienza a superar la magnitud permitida por el coeficiente de fricción estático, la fricción estática ya no se aplica y se sustituye por fricción dinámica y su correspondiente coeficiente. Para determinar el coeficiente de fricción estático se formula la ecuación de equilibrio de fuerzas presentes en el sistema (figura 1).

**Figura 1.** Representación de las fuerzas presentes cuando un objeto esta sobre una superficie plana sin desplazamiento



Donde

$F$ : Fuerza aplicada

$F_r$ : Fuerza de rozamiento

$\mu_s$ : coeficiente de fricción estático

$N$ : fuerza normal, con la que la superficie reacciona sobre el cuerpo sostenido

$m$ : masa

$g$ : gravedad

En las ecuaciones 2 y 3, se plantea, respectivamente, la ecuación de la suma de fuerzas en los ejes horizontal y vertical. Se reemplaza en la ecuación 2 la fuerza de fricción de la ecuación 1, y así se determina el coeficiente de fricción estático.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F = F_r, \quad 0 < F_r < \mu_s * N \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - mg = N = mg \quad (3)$$

Se sustituye la ecuación 2 en la 3, y se despeja el coeficiente de fricción estático, asumiendo que la fuerza  $F$  es igual a la fuerza de fricción máxima. En esta situación, se obtiene:

$$F = F_r = \mu_s * mg \quad (4)$$

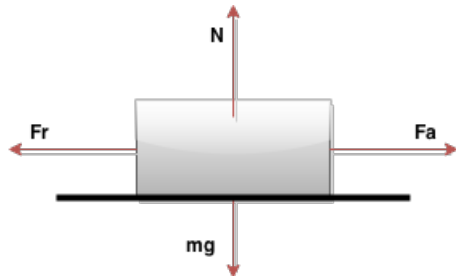
$$\mu_s = \frac{F}{mg} \quad (5)$$

### 1.1.2 Coeficiente de fricción dinámico

El coeficiente de fricción dinámico ( $\mu_k$ ) se utiliza cuando el objeto se mueve a lo largo de la superficie. Se determina la fuerza requerida para mantener el cuerpo en movimiento sobre la superficie, a una velocidad constante, ver figura 2.

En la configuración mostrada en la figura 2, el cuerpo está en movimiento, y sobre el cuerpo se ejerce la fuerza necesaria,  $F_a$ , para que el cuerpo se mueva con velocidad constante. En la configuración asumida en la figura 1, la fuerza que actúa sobre el cuerpo,  $F$ , es menor a la máxima fuerza de fricción posible,  $\mu_s N$ , por lo que el cuerpo no se mueve.

**Figura 2.** Fuerzas presentes cuando un objeto está en movimiento horizontal



El coeficiente de fricción dinámico se calcula de la misma forma que el estático, se formula la ecuación de equilibrio de fuerzas en los ejes x, y; ver ecuaciones 6 y 7.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_a = F_r \quad (6)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - mg = N = mg \quad (7)$$

Con las ecuaciones obtenidas se reemplaza la fuerza de fricción en la ecuación 7 y se despeja el coeficiente de fricción dinámico. Para esto, se sustituye la ecuación 7 en 1

$$F_r = \mu_k * N = \mu_k * mg \quad (8)$$

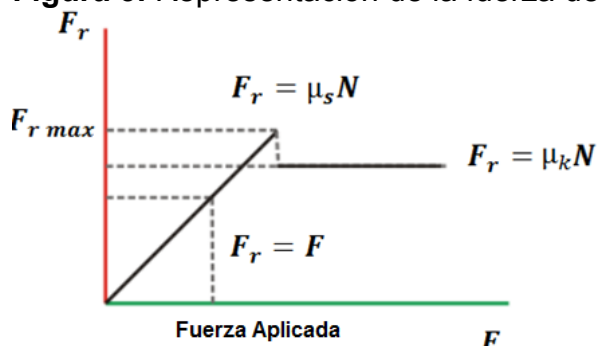
Se sustituye la ecuación 8 en la 6 y se reemplaza el coeficiente de fricción:

$$\mu_k = \frac{F_a}{m * g} \quad (9)$$

## 1.2 CURVA DE FRICCIÓN

En las curvas de fricción se muestra gráficamente los cambios de la fuerza en el tiempo, con el fin de producir el movimiento. En la figura 3 se observa un crecimiento constante de la fuerza, en este caso la fricción estática coincide con la fuerza aplicada causando que el movimiento no se genere. En esta situación se obtiene un crecimiento de la fuerza de fricción, llegando a un pico máximo llamado umbral de movimiento, en el que la fricción estática es máxima. En este instante la fuerza de fricción está caracterizada por el coeficiente de fricción estático. Después de alcanzar su máximo valor, cae rápidamente a la fricción dinámica la cual es aproximadamente constante para un rango de velocidad, el coeficiente de fricción es más bajo que el coeficiente de fricción estático. Reflejando en la experiencia común que es más fácil mantener el movimiento sobre una superficie horizontal, que iniciar el movimiento desde el reposo<sup>3</sup>. Este comportamiento se da por las irregularidades de la superficie, las cuales pueden ser por suciedad, deterioro de los materiales y/o naturaleza de los materiales, causando que la fuerza aplicada sea mayor a la fuerza de fricción dinámica.

**Figura 3.** Representación de la fuerza de fricción y la fuerza dinámica



**Fuente:** Teresa Martín Blas. Ana Serrato. EUI Forestal. Universidad Politécnica de Madrid. España. 2014

<sup>3</sup>M Olmo R Nave. Fricción Estática. Departamento de Física y Astronomía. Georgia State University

## 2. MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN

Debido a la necesidad de determinar el coeficiente de fricción en la industria se han hecho muchos estudios para determinar el coeficiente de fricción en muchos sectores de la industria, algunos de ellos son:

Alberto Rodríguez Leyva (2007) hizo un estudio de los factores que afectan el coeficiente de fricción externa en los pares tribológicos. De acuerdo con el autor, la magnitud de la fuerza de fricción está determinada por la variación de los parámetros de diseño; estos parámetros son dados por las propiedades mecánicas de las piezas rozantes y de la selección del proceso de maquinado para obtener la rugosidad superficial requerida. Dando un crecimiento en la eficiencia y la fiabilidad de las máquinas agrícolas así como en el consumo de combustible y en el grado de contaminación del medio ambiente.

Libardo Vanegas Useche (2008) estudió la determinación del coeficiente de fricción entre cerdas de acero de cepillos laterales para barrer calles. El objetivo del estudio, es determinar los coeficientes de fricción entre dos cerdas delgadas de acero de los cepillos laterales en barredoras de calles. Los resultados indican que el coeficiente de fricción depende de la fuerza normal, cuando ésta es pequeña, los coeficientes de fricción son grandes. Al incrementar la fuerza normal, los coeficientes de fricción se reducen hasta alcanzar un valor donde incrementos adicionales de la fuerza normal no producen cambios apreciables en los coeficientes. Una de las conclusiones fue que en la práctica, las fuerzas de fricción se ven afectadas por muchos factores, tales como la velocidad relativa y la fuerza normal entre las superficies.



Wilson Pérez Castro (2010) determinó experimentalmente el coeficiente de fricción empleando sensores de movimiento. El objetivo del trabajo es mostrar una alternativa en la medición del coeficiente de fricción estático y dinámico entre dos superficies sólidas cuando se emplea el método del plano inclinado. La medición es realizada por medio de sensores de movimiento. Una de las conclusiones fue que el coeficiente de fricción dinámico depende de varios factores. El autor concluye que los valores de fricción varían respecto al peso, la velocidad relativa y la naturaleza del material; lo cual confirma algunos estudios en los cuales el coeficiente de fricción puede incrementarse o disminuir con la fuerza normal.

En los siguientes apartados se presenta las descripciones de los métodos y procedimientos que se utilizan para realizar los experimentos con los que se determinará el coeficiente de fricción de tres metales.

## **2.1 METALES UTILIZADOS**

Los metales son elementos químicos que se caracterizan por tener un brillo especial llamado metálico, son sólidos con excepción del mercurio que es líquido; son buenos conductores de electricidad, buenos conductores de calor, alta resistencia, rigidez. Estas características causan que se utilicen en estructuras, en las máquinas, herramientas etc. Algunos de los metales más utilizados son:

### **2.1.1 Bronce**

Es una aleación de cobre (Cu) y estaño (Sn), el estaño está en un rango entre el 3 al 20% del peso de la composición. El bronce es duro, tenaz y sonoro. El bronce es muy utilizado en la fabricación de muelles de elevada resistencia mecánica, casquillos y tapones, tubos flexibles, manguitos, cojinetes, varillas para soldaduras y otras numerosas aplicaciones en metalurgia.

El bronce tiene buena resistencia a la corrosión en atmósferas industriales y marinas, son resistentes al desgaste y tienen fuerte resistencia mecánica, además son poco sensibles a la corrosión bajo tensión y al picado, y son excelentes para producir piezas fundidas<sup>4</sup>.

### **2.1.2 Acero**

El principal producto siderúrgico es el acero, siendo aproximadamente el 90% de la producción acero al carbono y el 10%, acero aleado. Por lo tanto, el material metálico más importante para la industria es el acero al carbono. El acero al carbono es una composición química compleja sus principales componentes es el hierro (Fe) y carbono (C), el carbono está en un rango entre el 0,01 al 2% del peso de la composición, en la composición se tienen elementos cuya presencia se debe a los procesos de su producción (manganeso y silicio), a la dificultad de excluirlos totalmente del metal (azufre, fósforo, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno) o a circunstancias casuales (cromo, níquel, cobre y otros).

El aumento del contenido de carbono en el acero eleva su resistencia a la tracción, incrementa el índice de fragilidad en frío, hace que disminuya la tenacidad y ductilidad. Los aceros se clasifican teniendo en cuenta sus propiedades y utilización, en tres grandes grupos: aceros de construcción, aceros de herramientas y aceros inoxidables.

Los aceros de construcción se utilizan para la fabricación de piezas, órganos o elementos de máquinas, motores, instalaciones, carriles, vehículos, etc.

Aceros con bajo contenido de carbono; aceros de 0,06 a 0,25% de carbono, se fabrican los puentes de ferrocarril, las grandes estructuras de las estaciones, las columnas metálicas de las líneas eléctricas, los cascos de los buques, las

---

<sup>4</sup> Materiales para construcción de piezas mecánicas. Subcapítulo 3.54 bronce. Universidad Tecnológica de Pereira.

estructuras de las casas, las carrocerías de los automóviles, los tubos de las bicicletas, los clavos, los alfileres, las cerraduras de las puertas, los asientos de las clases y muchos objetos más que utilizamos diariamente. En la mayoría de los casos se utiliza el acero tal como viene de las acerías, sin darle ningún tratamiento térmico especial<sup>5</sup>.

### **2.1.3 Aluminio**

Elemento químico de símbolo Al, número atómico 13, masa atómica 26,99 g. Es muy abundante en el planeta y se encuentra en el grupo 13 de la tabla periódica. El aluminio es un metal plateado muy ligero. Su masa atómica es 26,9815; tiene un punto de fusión de 660 °C, un punto de ebullición de 2.467 °C y una densidad relativa de 2,7. Es un metal muy electropositivo y muy reactivo. Al contacto con el aire se cubre rápidamente con una capa dura y transparente de óxido de aluminio que resiste la posterior acción corrosiva<sup>6</sup>. Por esta razón, los materiales hechos de aluminio no se oxidan, es resistente a la oxidación y buen conductor. El Aluminio es muy utilizado como material estructural en aviones, automóviles, trenes de alta velocidad, metros, tanques, superestructuras de buques, bicicletas, utensilios de cocina, herramientas

## **2.2 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN UN PLANO HORIZONTAL MÉTODO FUERZA DE EMPUJE**

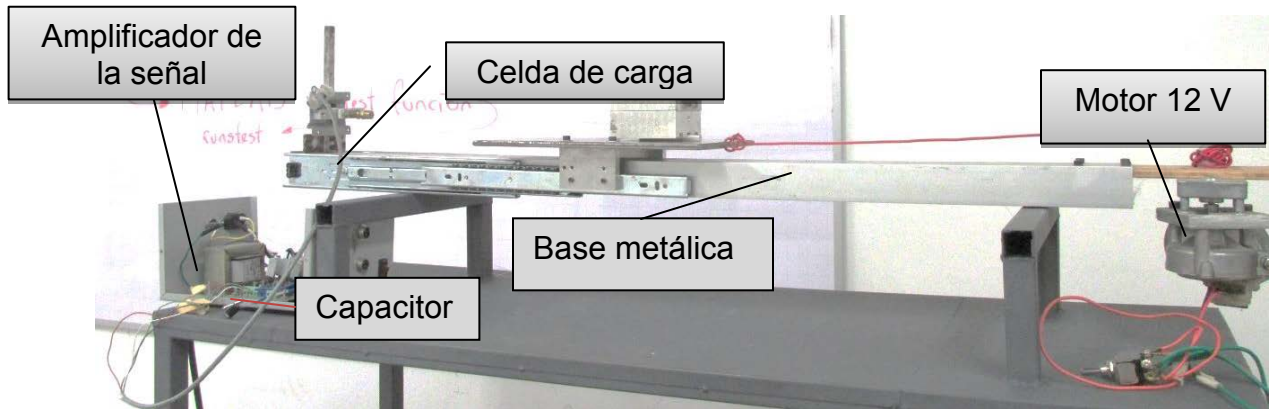
Para la determinación del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje se utiliza el prototipo mostrado en las figuras 4 y 5. El prototipo está ubicado en el Laboratorio de Vibraciones.

---

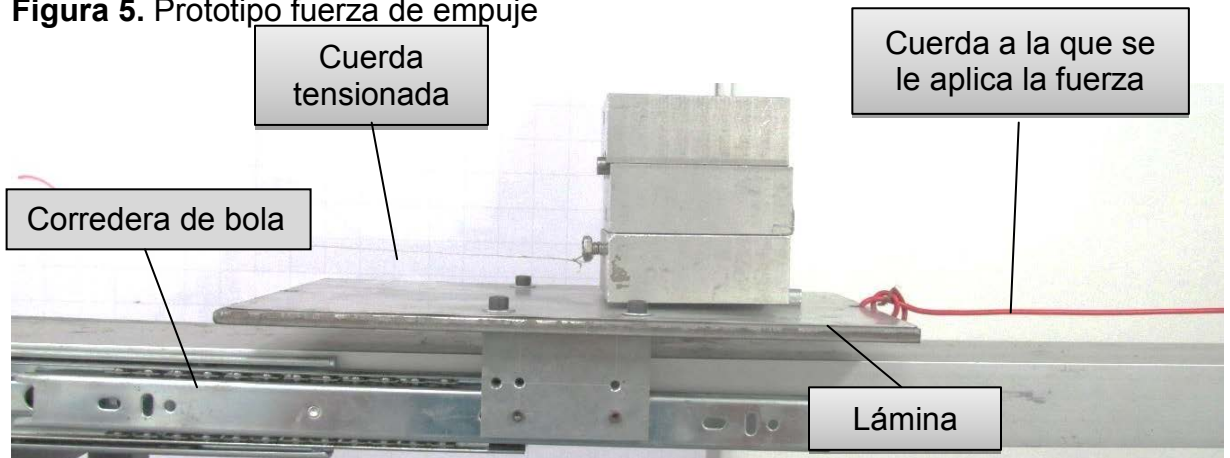
<sup>5</sup> GALEANO Peña Pulio. Acero. Universidad Tecnológica de Pereira

<sup>6</sup> GALEANO Peña Pulio. Aluminio. Universidad Tecnológica de Pereira

**Figura 4.** Equipo fuerza de empuje



**Figura 5.** Prototipo fuerza de empuje



El módulo está compuesto por:

- Celda de carga; con la cual se mide la tensión de la cuerda, que se conecta al amplificador con el fin de poder medir el voltaje en el osciloscopio.
- Un motor de 12 V; que es el encargado de dar movimiento al sistema, por medio de un cable que sujeta la lámina.

- Dos correderas de bolas de una longitud de 350 mm y altura 33 mm, que son las encargadas de hacer que la lámina se mueva a lo largo de estas.
- Base metálica; está conformada por una viga cuadrada de longitud 1 m, su base es de 75 mm x 39 mm; esta es la encargada de soportar todo el sistema.

## **EQUIPOS**

- Equipo de fuerza de empuje
- Osciloscopio
- Amplificador de la señal
- Voltímetro

## **MATERIALES**

- Barras de acero, aluminio, bronce de largo 74 mm de diámetro 9,3 mm con un maquinado en los polos de 3 mm a lo largo de la barra.
- Láminas de acero, bronce, aluminio de un calibre de  $\frac{1}{4}$  de pulg, de longitud 280 mm, y ancho 160 mm.

## **PROCEDIMIENTO**

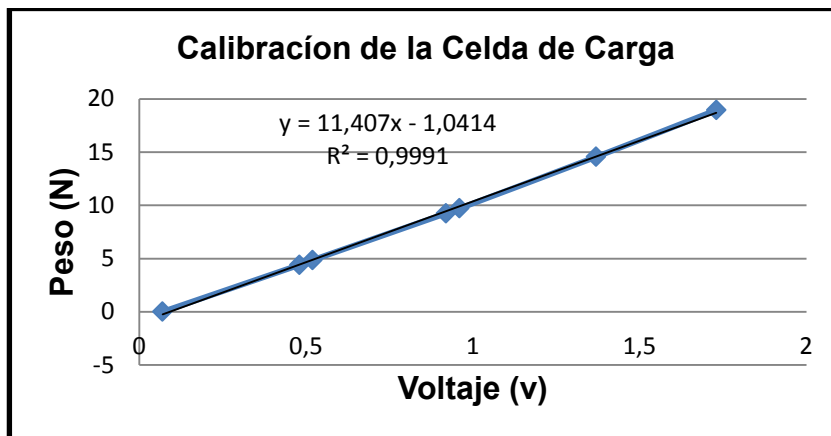
En primer lugar se procedió a la calibración de la celda de carga. Para la calibración de la celda de carga se suspende diferentes masas, las cuales fueron pesadas. Se mide con el osciloscopio el voltaje de la señal acondicionada de la celda de carga. Con estos datos, consignados en la tabla 1, se crea la gráfica peso contra voltaje, ver figura 6. La ganancia de la celda se obtiene de la pendiente de la gráfica. Para el modelo de la respuesta de la celda de carga se asume un modelo lineal entre el peso y el voltaje de la señal.

La ecuación del modelo se obtuvo utilizando las herramientas propias de Excel. Acorde con los resultados, el coeficiente de regresividad es  $R = 0,9991$ , con lo que se tiene certeza del comportamiento lineal de la celda de carga, ver figura 6.

**Tabla 1.** Datos de calibración

V(v)	W (N)
0,07	0,0052
0,48	4,400
0,52	4,861
0,92	9,246
0,96	9,707
1,37	14,553
1,73	18,948

**Figura 6.** Calibración de prototipo



- Al equipo se le instala la lámina metálica (acero, aluminio, bronce) ver figura 4 y 5, que soportará los bloques del material a ensayar (acero, aluminio, bronce).
- Se ubica las barras metálicas sobre la lámina metálica, se requiere observar que el montaje garantice un buen contacto entre la lámina metálica y la barra metálica.

- Se verifica en el osciloscopio que la cuerda no esté tensionada.
- Se pone a funcionar el sistema.
- Se observa la gráfica en el osciloscopio, esta debe tener una tendencia a la figura 3 del apartado 1.2. Cuando tenga un movimiento constante (coeficiente de fricción dinámico) guardar la imagen en la memoria del osciloscopio, para después determinar el coeficiente de fricción en Excel.
- Para obtener una gráfica con poca interferencia se filtran los datos con LabVIEW 2013
- Se toman entre 12 y 16 datos de todas las combinaciones de lámina y barra, con el fin de tener una muestra que permite el análisis estadístico, ver anexo 1.

Para determinar el coeficiente de fricción se hacen los siguientes pasos:

- Se pesa la masa que se pone sobre la lámina que está conformada por la barra metálica y el objeto que la sostiene, el peso de la masa se convierte a unidades de Newton.
- Se grafica con los datos filtrados la curva de fricción, voltaje contra tiempo.
- Se toma los datos cuya tendencia es una línea recta y se calcula el promedio de dichos datos.
- Se reemplaza el promedio en la ecuación obtenida de la calibración de la celda de carga y se divide por el peso en Newton.
- Se hace una tabla con las combinaciones de barra metálica y la lámina metálica, ver anexo 1.
- Se calcula el promedio de cada una de las combinaciones de lámina metálica y barra metálica, como se muestra en la tabla 2. Se obtienen tres promedios diferentes para cada tipo de lámina metálica, dependiendo de su combinación con el tipo de barra metálica.

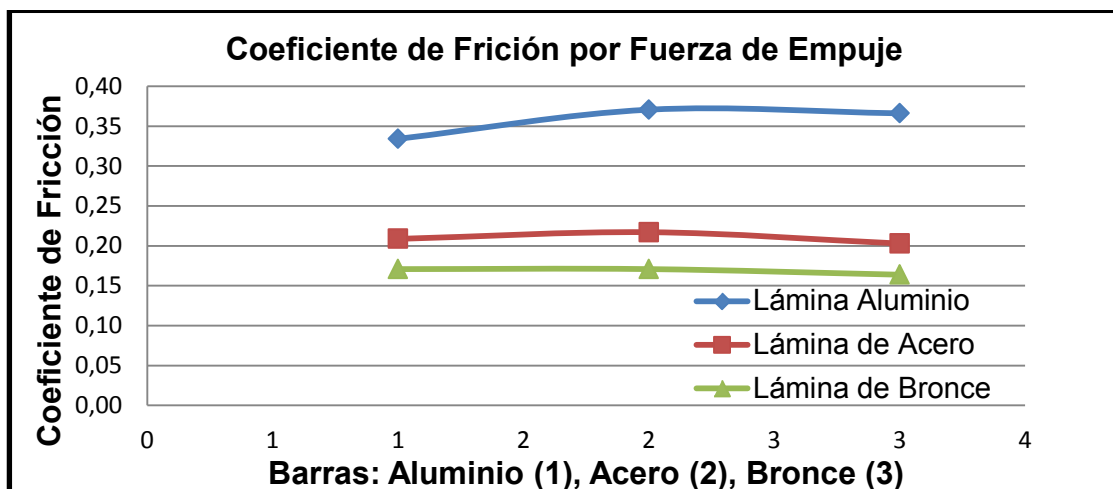
**Tabla 2.** Promedio de los datos método fuerza de empuje

Metal de las barra	Metal de las láminas		
	Aluminio	Acero	Bronce
Aluminio	0,334	0,209	0,171
Acero	0,371	0,217	0,175
Bronce	0,366	0,203	0,164

Con el promedio de los datos de la tabla 2, se hacen las siguientes figuras:

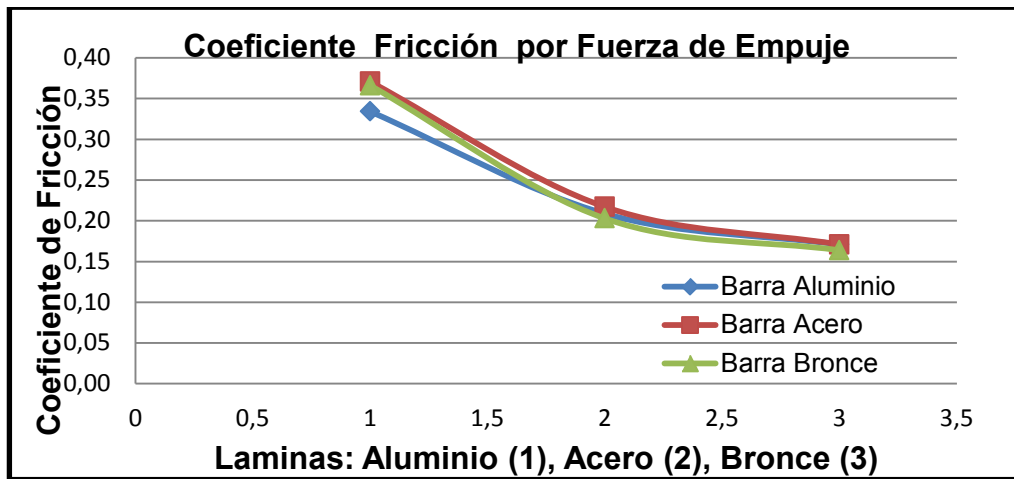
- se hace la figura 7 que representa el coeficiente de fricción contra barra metálica. En la figura se tendrán tres líneas que identifican las láminas de los tres metales del experimento.
- se hace la figura 8 que representa el coeficiente de fricción contra la lámina metálica. En la figura se tendrán tres líneas, que identifican las barras de los tres metales del experimento.

**Figura 7.** Coeficiente de fricción contra metal de las barras: método fuerza de empuje





**Figura 8.** Coeficiente de fricción contra metal de las láminas método fuerza de empuje

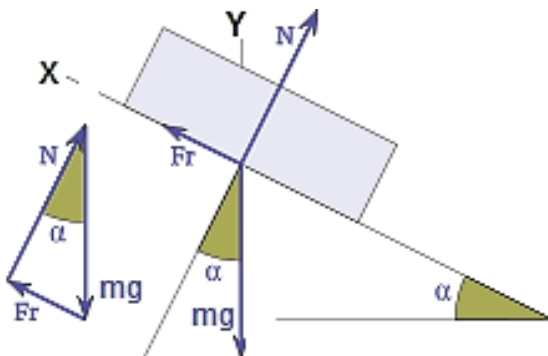


### 2.3 DESPLAZAMIENTO DE UN OBJETO EN UN PLANO INCLINADO

El desplazamiento de un objeto en un plano inclinado se puede dar por efecto de la gravedad o por una fuerza externa que superan la fuerza de fricción.

En un plano inclinado la normal ( $N$ ) no es igual al peso del cuerpo, tal como se muestra en la figura 9, formulando las ecuaciones de equilibrio se tiene que la normal es igual al peso por el ángulo de inclinación.

**Figura 9.** Plano inclinado



Basado en la figura 9, se formulan las ecuaciones de equilibrio de fuerzas en los ejes  $x - y$ . En el caso que el cuerpo se deslice sobre la superficie con velocidad constante, se obtiene:

$$\sum F_x = 0 = F_r - m * g * \sin \alpha \quad (10)$$

$$F_r = m * g * \sin \alpha \quad (11)$$

$$\sum F_y = 0 = N - m * g * \cos \alpha \quad (12)$$

$$F_r = N * \mu_k \quad (13)$$

Reemplazando la ecuación 13 en la 12, se obtiene:

$$F_r = \mu * m * g * \cos \alpha \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones 11 y 14, se tiene:

$$m * g * \sin \alpha = \mu_k * m * g * \cos \alpha \quad (15)$$

Se despeja  $\mu_k$  (coeficiente de fricción dinámico)

$$\mu_k = \tan \alpha \quad (16)$$

### 2.3.1 Dispositivo del plano inclinado

Se encuentra la necesidad de elaborar un sistema que ayude a inclinar las láminas metálicas, dando una estabilidad en donde se pueda tomar las medidas de los catetos o ángulo de inclinación para poder tener una mayor confiabilidad del experimento.

### MATERIALES

- Base metálica de 3 ¼ pulg \* 10 pulg calibre 3/8 pulg

- Tornillo de longitud  $5 \frac{29}{32}$  pulg, diámetro 0,56 pulg con rosca NC

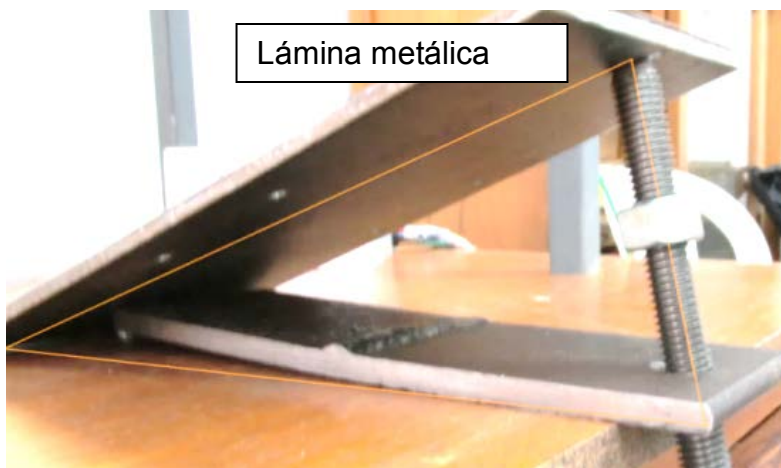
## PROCEDIMIENTO

El maquinado de la perforación se hace con una inclinación para dar un área de contacto mayor entre el tornillo y la lámina ver figura 10 y figura 11.

**Figura 10.** Sistema plano inclinado



**Figura 11.** Plano inclinado



## **2.4 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN UN PLANO INCLINADO**

En este experimento se tiene la masa con la barra metálica sobre la lámina metálica en reposo, con un ángulo de inclinación pequeño, gradualmente se aumenta el ángulo de inclinación de la lámina metálica hasta que la barra metálica se deslice. Se toman las medidas de los catetos y del ángulo de inclinación para una mejor confiabilidad del coeficiente de fricción. La fuerza normal va aumentando con el ángulo de inclinación hasta llegar a un pico máximo y posteriormente se produce el movimiento, véase en el numeral 1.2.

Este método no tiene muchas variables, debido a que la única fuerza que actúa es la fuerza normal que crece con el ángulo de inclinación, ver figura 9 del numeral 2.3. En este numeral también se encuentran las ecuaciones para determinar el coeficiente de fricción de este método plano inclinado

### **EQUIPOS**

- Sistema de plano inclinado

### **MATERIALES**

- Lámina de acero, bronce, aluminio utilizadas el experimento de fuerza de empuje.
- Barras de acero, bronce, aluminio utilizadas el experimento de fuerza de empuje.
- Cinta métrica
- Regla

### **PROCEDIMIENTO**

- Se ubica la lámina de metal (acero, aluminio, bronce) en el sistema de plano inclinado ver figura 11.

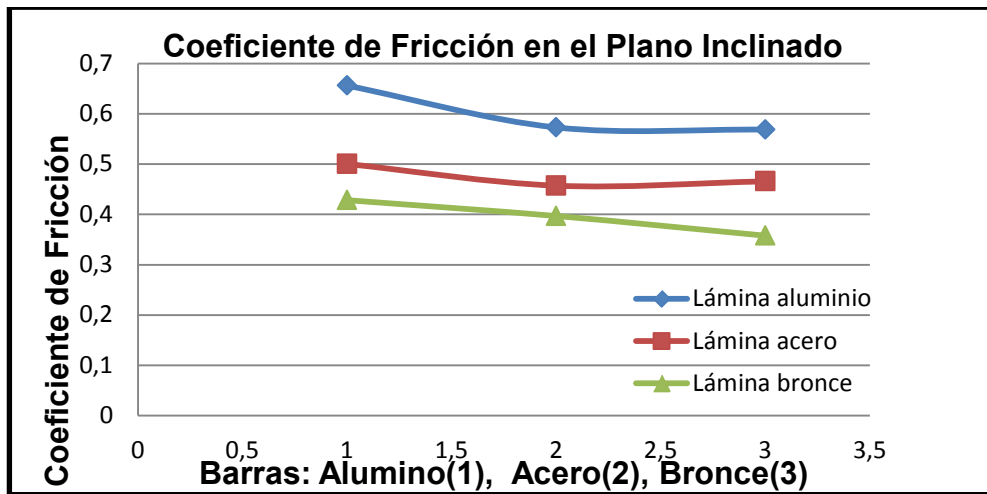
- Se ubica la barra metálica (acero, aluminio, bronce) en la lámina el sistema debe de estar en reposo.
- se aumenta gradualmente el ángulo de inclinación hasta que la barra se deslice, en ese punto se toman las medidas necesarias para determinar el coeficiente de fricción, ver figura 11.
- se toman entre 7 y 10 datos de todas la combinaciones barra (acero, bronce aluminio) con lamina (acero, bronce, aluminio) con el fin de obtener repetitividad del coeficiente de fricción.
- Se determina el coeficiente de fricción con las fórmulas del numeral 2.3 y se hace una tabla con todos los datos, ver anexo 2.
- Se toma el promedio de los datos medidos, que se presentan en la tabla 3.

**Tabla 3.** Promedio de los datos plano inclinado

Metal de barras	Metal de las lamina		
	Aluminio	Acero	Bronce
Aluminio	0,656	0,500	0,428
Acero	0,573	0,457	0,397
Bronce	0,568	0,466	0,357

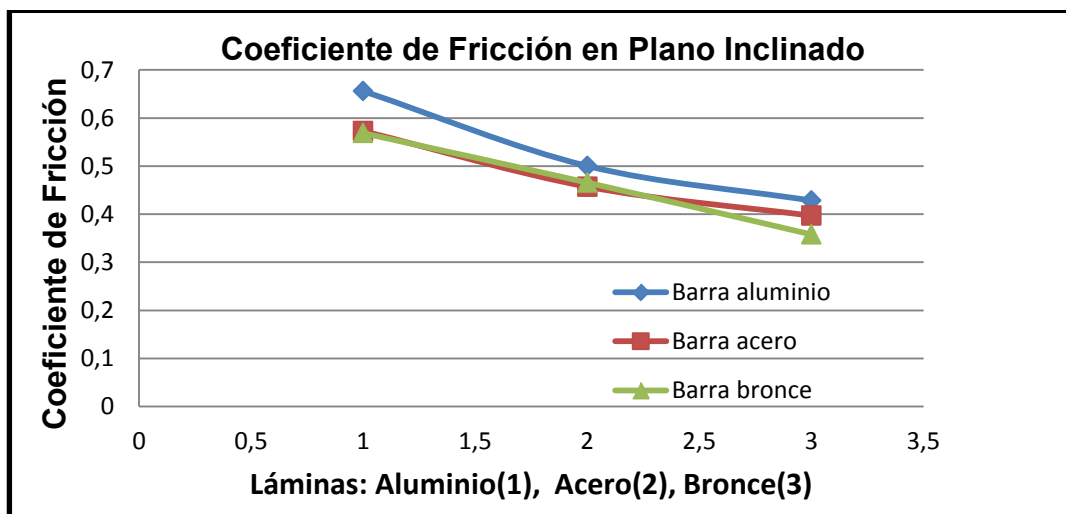
En la figura 12 y en la figura 13 se presentan los resultados obtenidos en la tabla 3. La figura 12 representa el coeficiente de fricción contra el metal de las barra. En la figura se tendrán tres líneas que identifican las láminas de los tres metales del experimento.

**Figura 12.** Coeficiente de fricción contra metal de las barras método plano inclinado



En la figura 13 se representa el coeficiente de fricción contra el metal de las láminas, en las tres líneas identifican el metal de las barras de los tres metales del experimento.

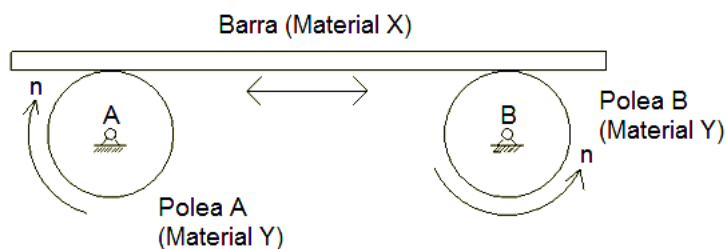
**Figura 13.** Coeficiente de fricción contra metal de las láminas método plano inclinado



## 2.5 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN DINÁMICO POR MEDIO DE OSCILACIONES ARMÓNICAS

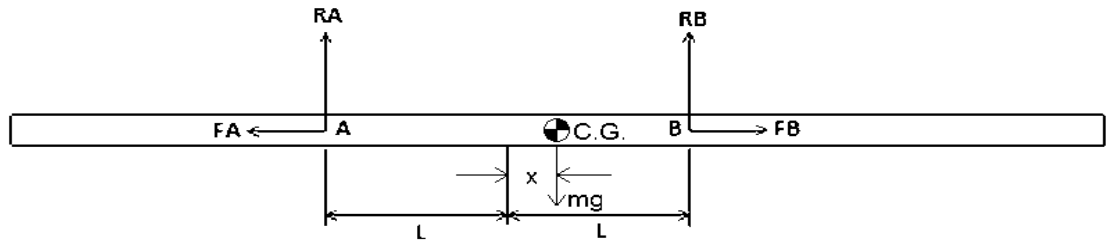
En este método se utilizan tres barra de metal (barra de acero barra de aluminio y barra de bronce), se ubica la barra de metal sobre dos poleas que giran en sentido opuesto, venciendo la fricción existente entre la barra metálica a ensayar y el material de las poleas, la barra metálica oscila a lo largo de la dirección longitudinal (Figura 14), esto es captado por el medidor horizontal de frecuencias las cuales se analizan para determinar el coeficiente de fricción dinámica. El prototipo en los ensayos cuenta con un juego de poleas de aluminio dando solo tres combinaciones para determinar el coeficiente de fricción (aluminio-acero, aluminio-bronce, aluminio-aluminio).

**Figura 14.** Esquema del prototipo



En la figura 15 se muestra la distancia que se desplaza el centro geométrico de la barra metálica con respecto al centro geométrico del sistema, se observan las reacciones en las poleas A y B ( $R_A$  y  $R_B$ ), las fuerzas de fricción entre la polea y la barra ( $F_A$  y  $F_B$ ).

**Figura 15.** Fuerzas existentes en el modelo



**Fuente:** trabajo de grado Luisa Fernanda Espitia, Universidad Tecnológica de Pereira.

A continuación se muestra el modelo matemático que utilizó Luisa Fernanda Espitia, en el trabajo de grado en el que desarrolló el prototipo utilizado, que mediante oscilaciones armónicas permita determinar el coeficiente de fricción por deslizamiento<sup>7</sup>.

De la suma de momentos en el punto A del sistema, se tiene:

$$\sum M_A = 0; \quad R_B = mg \left( \frac{L+x}{2L} \right) \quad (17)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$R_A + R_B = mg \quad (18)$$

Se reemplaza la ecuación 17 en 18 y se despeja  $R_A$

$$R_A = mg \left( \frac{L-x}{2L} \right) \quad (19)$$

Reemplazando las fuerzas normales en la fuerzas de fricción, se obtiene

<sup>7</sup> ESPITIA Delgado, Luisa. Determinación del coeficiente de fricción de deslizamiento de algunos materiales de uso común en ingeniería mediante el método de oscilaciones armónicas. Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia 2013



$$F_B = \mu mg \left( \frac{L+x}{2L} \right) \quad (20)$$

$$F_A = \mu mg \left( \frac{L-x}{2L} \right) \quad (21)$$

Si la barra metálica queda a la derecha, las ecuaciones quedan igual, de lo contrario si está a la izquierda, el signo cambia.  $\mu$  es el coeficiente de fricción de deslizamiento entre la polea y la barra metálica.

Es claro que  $F_A \neq F_B$  y, por lo tanto dan oscilaciones horizontales armónicas. De acuerdo con la ecuación de equilibrio del sistema en el eje horizontal, se obtiene:

$$m\ddot{x} = F_A - F_B \quad (22)$$

Se rempazan las ecuaciones 19 y 21 en 22

$$m\ddot{x} = \mu mg \left( \frac{L-x}{2L} \right) - \mu mg \left( \frac{L+x}{2L} \right)$$

Simplificando términos, se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{-(\mu g x)}{L}$$

Si se define

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \quad (23)$$

Siendo  $\omega$  la frecuencia angular de las oscilaciones. La solución de la ecuación diferencial dada puede representarse mediante

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

La frecuencia angular de las oscilaciones se representa mediante

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (24)$$

Igualando 23 y 24 se obtiene el periodo  $T$ :

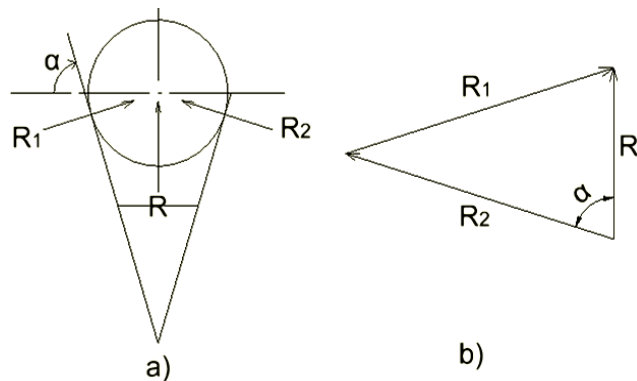
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \quad (25)$$

Por último se llega a la expresión que permite determinar el coeficiente de fricción:

$$\mu = \frac{4\pi^2 L}{g} * \frac{1}{T^2} \quad (26)$$

Con el fin de evitar que la barra metálica se caiga de las poleas de soporte, se utiliza poleas en V. Para este caso las reacciones se pueden ver en la figura 16.

**Figura 16.** Polea de soporte



a) Polea de forma en V

b) Suma Vectorial de las reacciones en la polea

**Fuente:** Luisa Fernanda Espitia. Trabajo de grado Universidad Tecnológica de Pereira.

Las reacciones en la polea están dadas por:

$$R_1 = R_2 = \frac{R}{2 \cos \alpha} \quad (28)$$

Reemplazando 28 en 20 se obtiene:

$$F = 2 \mu R_1 = \frac{\mu R}{\cos \alpha} \quad (29)$$

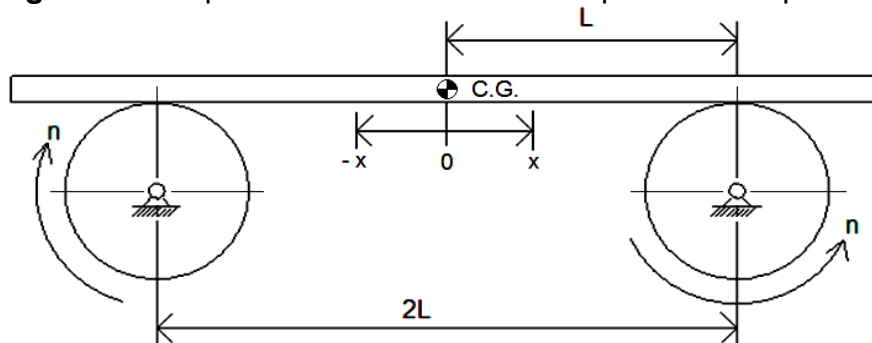
En conclusión, cuando las poleas tienen forma en V la fuerza de fricción se determina mediante:

$$\mu = \frac{4\pi^2 L}{g} \cos \alpha * \frac{1}{T^2} \quad (30)$$

En la ecuación 30 se observa que el coeficiente de fricción es función exclusivamente del período de la oscilación y del ángulo de la polea.

Para obtener el período de la oscilación se requiere determinar la distancia entre el centro geométrico del sistema y la distancia entre las dos poleas ( $2L$ ), ver figura 17, en donde  $L$  es igual a la mitad de la distancia entre las poleas.

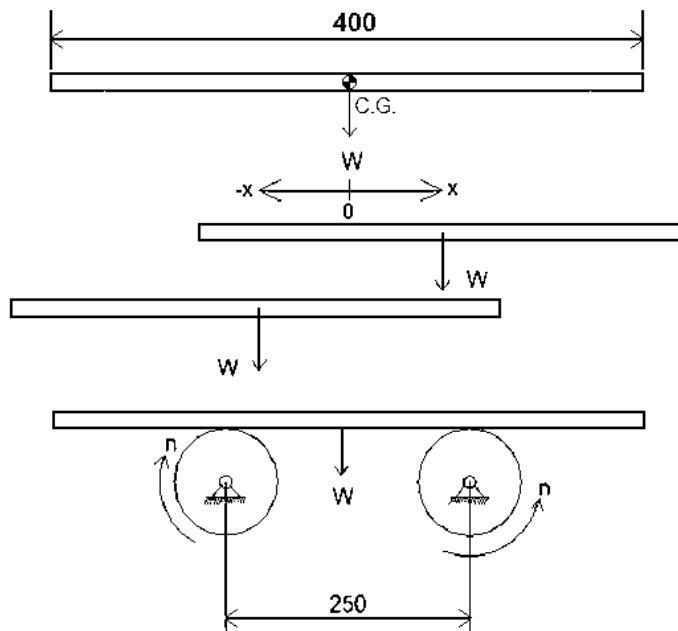
**Figura 17.** Esquema de la barra sobre las poleas de soporte



**Fuente:** Luisa Fernanda Espitia. Trabajo de grado Universidad Tecnológica de Pereira.

La barra metálica que se utiliza en la prueba es de 400 mm de longitud, la cual será ubicada en las aberturas de las poleas que se encuentra en los extremos del prototipo, la distancia entre poleas es de 250 mm, con esta distancia se obtiene la longitud que se introduce en la ecuación 31, ver figura 18.

**Figura 18.** Esquema del dimensionamiento del modelo oscilador en mm



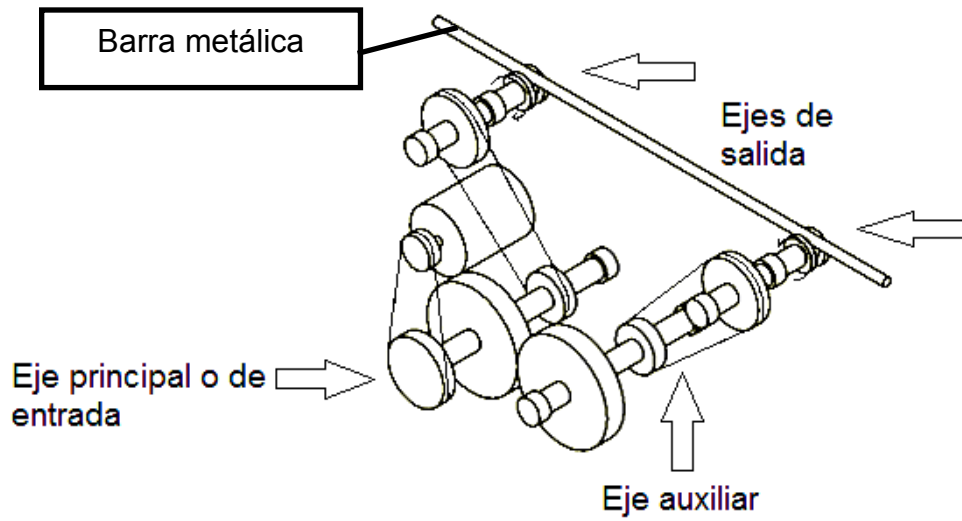
**Fuente:** Luisa Fernanda Espitia. Trabajo de grado Universidad Tecnológica de Pereira

$$L = \frac{250 \text{ mm}}{2} = 125 \text{ mm} \quad (31)$$

En las figuras 19 y 20 se muestra el prototipo del método de oscilaciones armónicas que está conformado por:

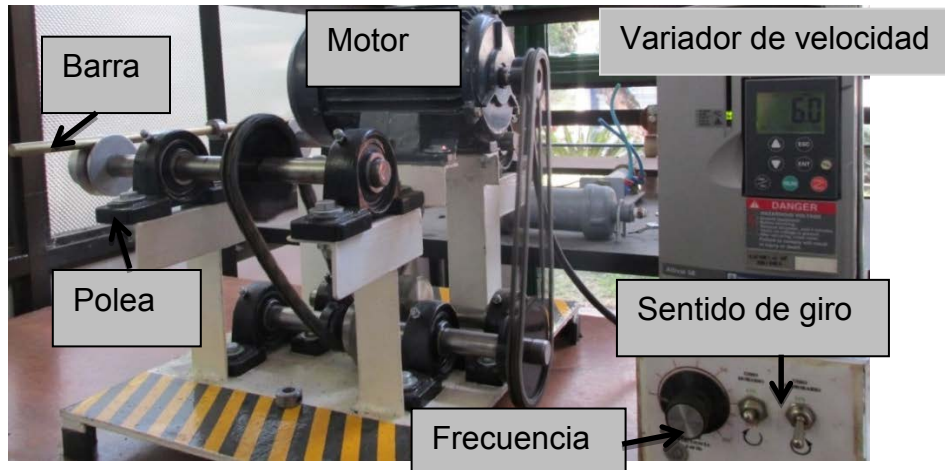
- un motor de 120 V
- un par de engranajes
- Dos cadenas
- Chumaceras
- Ejes
- Estructura

**Figura 19.** Esquema del prototipo de funcionamiento



**Fuente:** trabajo de grado Luisa Fernanda Espitia, Universidad Tecnológica de Pereira

**Figura 20.** Montaje del prototipo de oscilaciones armónicas



## **MATERIALES**

Barras del mismo material utilizadas en el método de oscilaciones armónicas, con una longitud mayor de 40 cm de longitud

## **EQUIPOS**

- Osciloscopio
- Sensor inductivo
- Prototipo que determina el coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas.
- Fuente 24 V
- Variador de velocidad
- Computador

## **PROCEDIMIENTO**

- se coloca la barra (aluminio, acero, bronce) en la polea de aluminio, ver figura 19.
- Se conecta el osciloscopio al sensor inductivo y a la fuente.
- Se conecta el motor al variador de velocidad.

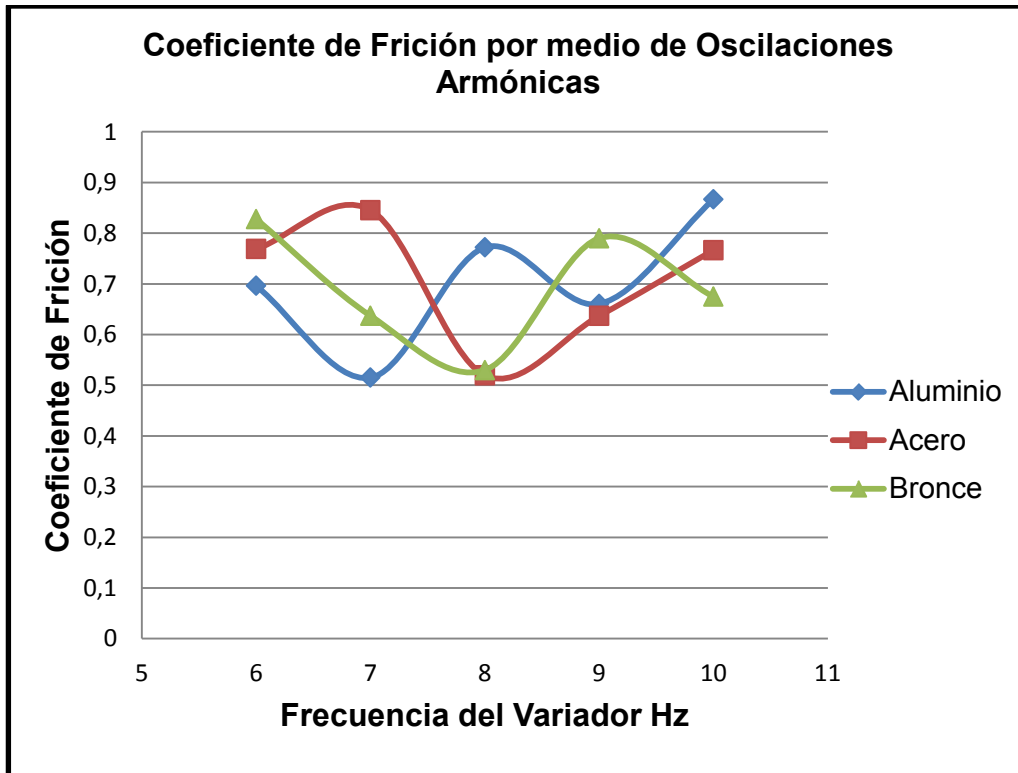
- Se invierten los sentidos de giro del variador, deben estar en sentidos contrarios, ver figura 19.
- Se aumenta la frecuencia del variador gradualmente desde 6 Hz a 10 Hz.
- Se guarda las gráficas arrojadas por el osciloscopio de cada variación de frecuencia con cada barra (6Hz, 7Hz, 8Hz, 9Hz, 10Hz)
- Se toman 19 datos para cada combinación de barra y frecuencia del variador
- Se grafica cada dato en Excel y se toma el periodo
- Se hace una tabla para las barras con el periodo y la variación de frecuencia calculando el coeficiente de fricción con la ecuación 26, ver anexo 3.
- Se toma el promedio del coeficiente de fricción con cada frecuencia, ver tabla 4.

**Tabla 4.** Promedio del coeficiente de fricción del método de oscilaciones armónicas

Frecuencia del variador	acero	Bronce	aluminio
6 Hz	0,769	0,828	0,696
7 Hz	0,846	0,637	0,515
8 Hz	0,520	0,530	0,771
9 Hz	0,636	0,790	0,660
10 Hz	0,766	0,675	0,867
promedio	0,657	0,691	0,702

- Se grafica velocidades contra coeficiente de fricción, ver figura 21.

Figura 21. Coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas





### 3. ANÁLISIS DE LOS DATOS OBTENIDOS

En la tabla 5 se presenta el coeficiente de fricción estático y dinámico de los metales que son utilizados en el experimento, tomado de varias referencias bibliográficas, [Física para Ingenieros<sup>8</sup>, Física General<sup>9</sup>]. Se presenta el coeficiente de fricción de aluminio-aluminio, acero-acero, aluminio-acero, acero-bronce, y bronce-aluminio.

**Tabla 5.** Coeficientes de fricción obtenidos de diferentes referencias bibliográficas

Metales		$\mu_s$	$\mu_k$
Aluminio	Aluminio	1,1	1,4
Acero	Acero	0,74	0,57
Aluminio	Acero	0,61	0,47
Acero	Bronce	0,16	
Bronce	Aluminio	0,45	0,45

#### 3.1 DATOS OBTENIDOS DEL PROTOTIPO FUERZA DE EMPUJE

Para un mejor análisis de los datos se calcula el promedio y la varianza y de los datos del anexo 1, ver tabla 6.

Comparando los promedios de los datos con este método y la tabla 5 que son valores investigados de referencias bibliográficas se tiene que los datos obtenidos tienen el coeficiente de fricción más alto con las combinaciones del aluminio, después sigue el acero y por último el bronce.

<sup>8</sup> Seway, Raymond A, Jewett, Jhon W. Física para ciencia e ingeniería. V 1. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. c 2007

<sup>9</sup> Burbano de Ercilla, Santiago. Burbano García. Enrique. Gracia Muñoz, Carlos. Física General 32ª Ed. Editorial Tebar, S.L., [s.f.].

En la tabla 6, se observa que la varianza de los datos es pequeña, dando a entender que los datos que se tomaron por el método de fuerza de empuje están correctos ya que tienden a ser uniformes.

**Tabla 6.** Promedio del coeficiente de fricción y varianza de los datos tomados por el método de fuerza de empuje

Metal de las barras	Metal de las lámina					
	Aluminio		Acero		Bronce	
	Promedio	Varianza	Promedio	Varianza	Promedio	Varianza
Aluminio	0,327	0,002	0,209	0,0005	0,171	0,0003
Acero	0,371	0,004	0,217	0,0003	0,175	0,0003
Bronce	0,366	0,001	0,203	0,0002	0,164	0,0008

En la tabla 7 se presenta el cálculo de porcentajes de confiabilidad de los resultados obtenidos por el método de fuerza de empuje, para las diferentes combinaciones de materiales.

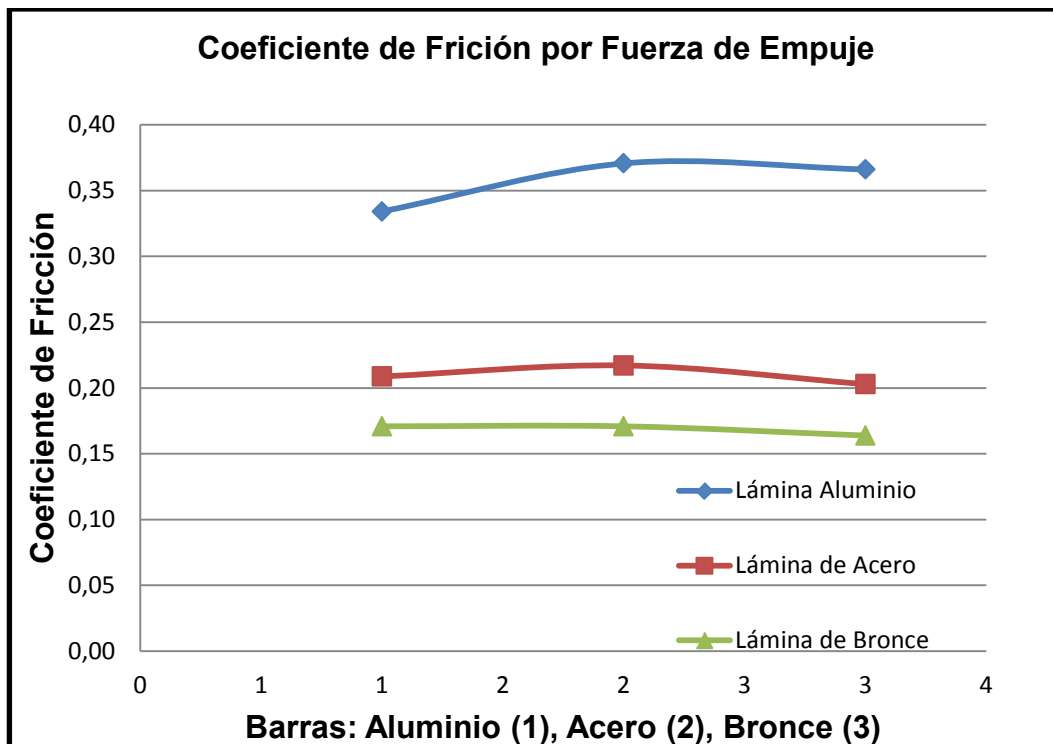
**Tabla 7.** Confiabilidad del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje

Combinación Metales		Porcentaje de confiabilidad %	Porcentaje de error %
Aluminio	Aluminio	23,867	76,133
Acero	Acero	38,090	61,910
Aluminio	Acero	44,412	55,588
Acero	Bronce	109,373	9,373
Bronce	Aluminio	81,354	18,646

En la tabla 7 se observa que los datos de mayor confiabilidad con el método de fuerza de empuje son las combinaciones entre el acero-bronce con un porcentaje de 104,4% con un porcentaje de error de 9,34%. Bronce- aluminio con un porcentaje de confiabilidad 81,4% y un porcentaje de error de 18,6%.

En la figura 22, se observa una tendencia en la que el aluminio tiene un mayor coeficiente de fricción, con los metales de la prueba seguido del acero y por último el bronce.

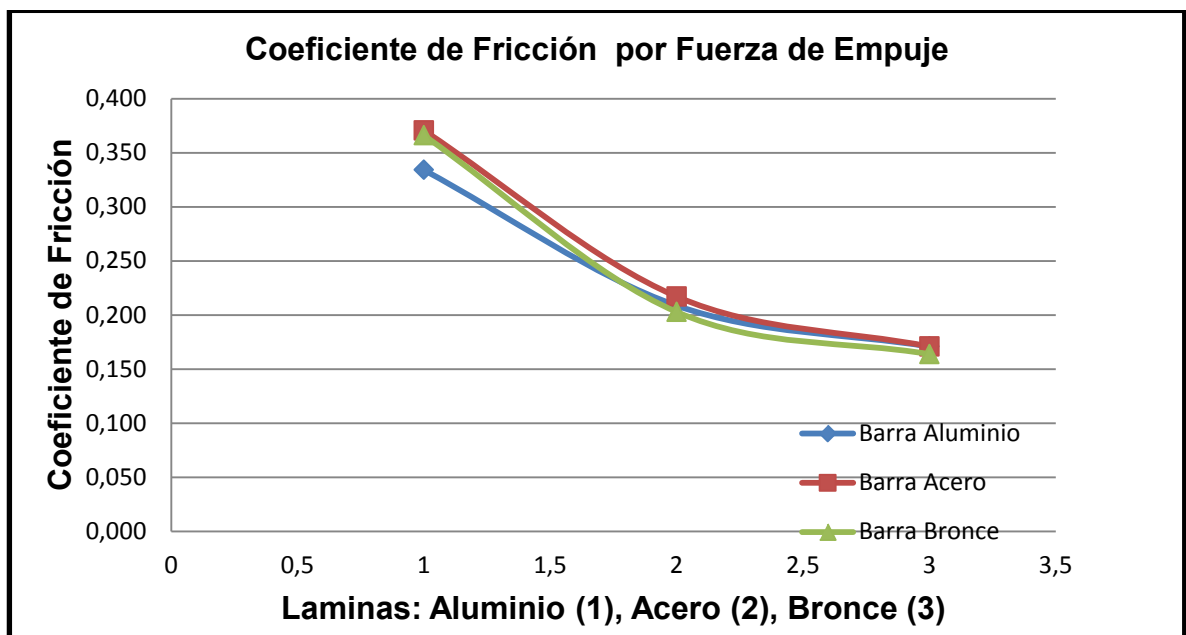
**Figura 22.** Coeficiente de fricción contra metal método fuerza de empuje



En la figura 23 se observa que el coeficiente de fricción de la combinación de los metales no es muy variable, ya que los coeficientes de fricción toman valores muy cercanos y no tienen un orden. Por ejemplo la combinación del aluminio se tiene

que el coeficiente de fricción más alto es con el acero, después con el bronce y por último con el aluminio, con la combinación del acero se tiene que el coeficiente de fricción máximo es con el acero, después con el aluminio y por último el bronce. Esto da a entender que no se tiene un orden y se observa que las líneas que representan los metales están muy cercanas.

**Figura 23.** Fuerza de empuje, metal contra coeficiente de fricción



### 3.2 DATOS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE PLANO INCLINADO

Similar al procedimiento realizado con el método de la fuerza de empuje, se toma el promedio de los datos obtenidos, los datos tomados se encuentran en el anexo 2. En la tabla 8 se presenta el promedio de los datos analizados.

**Tabla 8.** Promedio del coeficiente de fricción y variación de los datos plano inclinado

Barra	Aluminio		Acero		Bronce	
	promedio	Varianza	Promedio	Varianza	Promedio	Varianza
Aluminio	0,656	0,002	0,500	0,0002	0,428	3,7E-05
Acero	0,572	0,001	0,457	0,0007	0,397	0,00023
Bronce	0,569	0,002	0,468	0,0007	0,357	0,00033

En la tabla 8, se observa que la varianza de los datos es pequeña, dando a entender que los datos que se tomaron por el método de fuerza de empuje están correctos ya que tienden hacer uniformes.

En la tabla 9 se presenta el porcentaje de confiabilidad de los datos obtenidos por este método comparado con los valores encontrados en las referencias bibliográficas.

**Tabla 9.** Porcentaje de Confiabilidad y porcentaje de error por el método de plano inclinado

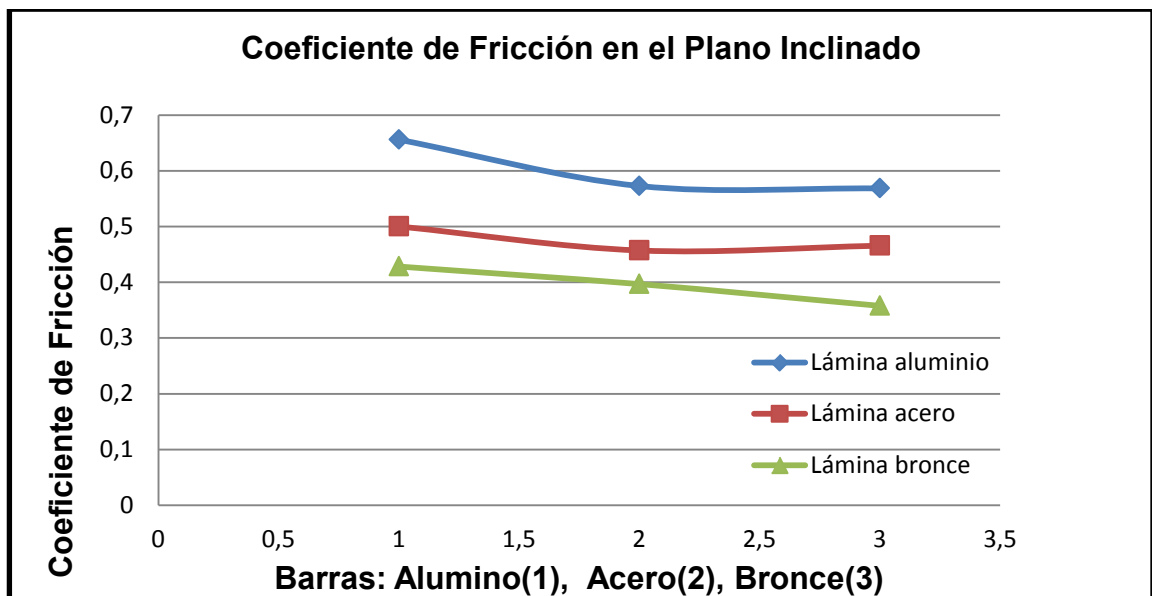
Combinaciones de los Metales		Porcentaje de Confiabilidad (%)	Porcentaje de error (%)
Aluminio	Aluminio	46,86	53,14
Acero	Acero	80,20	19,80
Aluminio	Acero	106,44	21,88
Acero	Bronce	358,04	185,71
Bronce	Aluminio	126,34	4,81

En la tabla 9 se observa que por el método de plano inclinado, para las siguientes combinaciones se tiene un porcentaje de confiabilidad alta para, acero-acero con un porcentaje de 80,2% y un porcentaje de error de 19,8 %, aluminio-acero con un

porcentaje de confiabilidad de 106% y un porcentaje de error de 22%, bronce-aluminio con un porcentaje de 126% y un porcentaje de error de 4,81%. En la combinación acero bronce se tiene un porcentaje de error de 182 % que es un porcentaje muy alto.

En la figura 24 se observa una tendencia en donde el aluminio tiene su máximo valor con el aluminio, después aluminio con acero y por último aluminio con bronce, este orden se tiene en todas las combinaciones. Esto también se observa en la figura 22 que se obtuvo por el método de la fuerza de empuje.

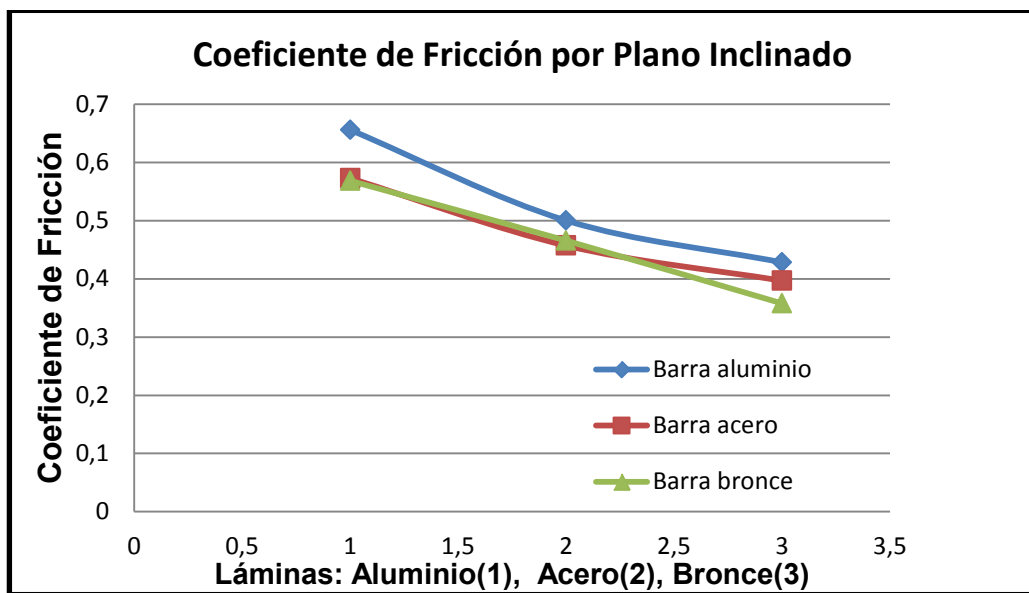
**Figura 24.** Coeficiente de fricción contra metal de las barra método plano inclinado



En la figura 25 se observa que el coeficiente de fricción es máximo con las combinaciones de aluminio (aluminio-acero, aluminio-bronce, aluminio-aluminio). Para las combinaciones del acero (acero-acero, acero-bronce, acero-aluminio) y bronce (bronce-acero, bronce-bronce, bronce-aluminio) no se tiene un comportamiento variable que identifique cuál de las combinaciones tiene un

coeficiente de fricción mayor. Por ejemplo las tres combinaciones del aluminio están muy cercanas, en las tres combinaciones del acero también se observan muy cercanas, en las tres combinaciones del bronce la mayor es con el acero y sigue con el bronce.

**Figura 25.** Coeficiente de fricción contra metal de las láminas método plano inclinado



### 3.3 DATOS DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN POR EL MÉTODO DE OSCILACIONES ARMÓNICAS

Para hacer un análisis más confiable se toma el promedio de los datos obtenidos, ver anexo 4. En la tabla 10 se presenta el valor promedio de los resultados obtenidos, y en la tabla 11 se presenta el porcentaje de confiabilidad.

**Tabla 10.** Promedio del coeficiente de fricción del método de oscilaciones armónicas

Frecuencia del variador	acero	Bronce	Aluminio
6Hz	0,769	0,828	0,696
7Hz	0,845	0,637	0,515
8Hz	0,519	0,530	0,772
9Hz	0,636	0,790	0,661
10Hz	0,766	0,675	0,867
promedio	0,657	0,691	0,702

En la tabla 11 solo se tienen tres combinaciones debido a la polea que es de aluminio, las combinaciones son: aluminio- aluminio, aluminio-acero, aluminio-bronce, se toma el promedio de estas combinaciones y se calcula el porcentaje de confiabilidad y el porcentaje de error. En la tabla se puede observar que el error en todas las combinaciones es casi de un 55%.

**Tabla 11.** Promedio, porcentaje de confiabilidad y porcentaje de error del coeficientes de fricción método de oscilaciones armónicas

Combinaciones de los metales		Promedio de los datos	Porcentaje de confiabilidad %	Porcentaje de error
Aluminio	Aluminio	0,702	50,148	49,852
Aluminio	Acero	0,769	163,551	63,551
Aluminio	Bronce	0,692	153,751	53,751

En la tabla 12 se presenta el cálculo de la varianza de los valores obtenidos en los diferentes ensayos. De acuerdo con los resultados mostrados, se observa que los datos tienen una variación pequeña, dando a entender que los datos se tomaron correctamente.



**Tabla 12.** Varianza de los datos del Método de Oscilaciones Armónicas

		Bronce	Acero	Aluminio
frecuencia 6Hz	Varianza	0,010	0,017	0,012
frecuencia 7Hz	Varianza	0,011	0,008	0,011
frecuencia 8Hz	Varianza	0,027	0,005	0,005
frecuencia 9Hz	Varianza	0,223	0,003	0,003
frecuencia 10Hz	Varianza	0,004	0,003	0,003

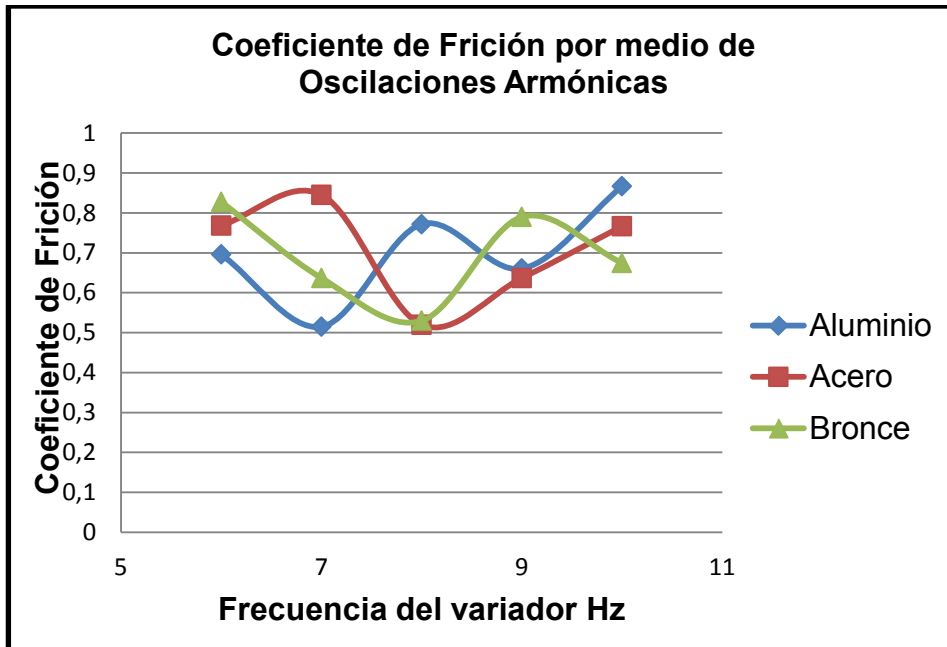
Para determinar la velocidad del eje de la polea para las diferentes frecuencias del variador de velocidad, se utiliza un tacómetro para medir la velocidad angular. Los datos se encuentran en la tabla 13.

**Tabla 13.** Velocidades de la polea a la frecuencia del variador

Frecuencia Variador Hz	Velocidad Tacómetro $\text{min}^{-1}$	Velocidad de la Polea $\text{min}^{-1}$
6	64	39,0
7	58	35,3
8	69	42,0
9	107	65,2
10	118	71,9

En la figura 26 se presenta el coeficiente de fricción de las tres combinaciones de los tres metales, en función de la frecuencia de operación del variador. Se observa que la velocidad relativa no tiene una influencia en la determinación del coeficiente de fricción, debido a que los datos se dan muy cercanos, sin ninguna tendencia.

**Figura 26.** Coeficiente de fricción por medio de oscilaciones armónicas



### 3.4 ANALISIS COMPARATIVO DE LOS DATOS OBTENIDOS DEL METODO DE FUERZA DE EMPUJE Y PLANO INCLINADO

En este apartado se realizará el análisis comparativo de los datos obtenidos por el método del plano inclinado y el método de las fuerzas de empuje. Se descarta los resultados del método de oscilaciones armónicas, por presentar valores que no permiten obtener ninguna conclusión, debida a que los datos obtenidos no tienen una variación significativa.

En la tabla 14 se presenta los valores obtenidos y se calcula el error obtenido por los dos métodos. En la tabla 14 se observa que la diferencia de los dos métodos no excede el 36%, que es menor a la comparación que se obtienen al comparar cada método con los coeficientes obtenidos de referencias bibliográficas.

**Tabla 14.** Comparación del coeficiente de fricción por los métodos fuerza de empuje y Plano inclinado

Metales		Fuerza de empuje	Plano inclinado
Aluminio	Aluminio	0,334	0,656
Acero	Acero	0,217	0,457
Aluminio	Acero	0,208	0,572
Acero	Bronce	0,175	0,457
Bronce	Aluminio	0,366	0,428

## 4 CONCLUSIONES

Acorde con los resultados de los ensayos realizados, se concluye que con el método de fuerza de empuje, y el método del plano inclinado el coeficiente de fricción de las combinaciones de los metales aluminio-aluminio tiene un mayor coeficiente de fricción.

De manera similar, se observa con el método de plano inclinado, que la combinación acero bronce tiene el menor coeficiente de fricción.

Con los métodos de fuerza de empuje y el del plano inclinado se tiene una tendencia en las que, las combinaciones del aluminio (aluminio-aluminio, aluminio-acero, aluminio-bronce) tienen un mayor coeficiente de fricción.

En las mediciones del coeficiente de fricción de las combinaciones de aluminio con acero y bronce por el método de oscilaciones armónicas, no se obtiene una variación significativa, dado que los resultados del coeficiente de fricción con diferentes velocidades de la polea y diferentes metales dan un resultado con pocas diferencias entre estos. Dando a entender que con este método la velocidad relativa no influye en el coeficiente de fricción.

Con los datos obtenidos no es posible hacer una base de datos debido a la variabilidad de los datos con los tres métodos, se tiene dos métodos fuerza de empuje y plano inclinado en donde los resultados se asemejan pero no es suficiente para realizar una base de datos.

En el método de las oscilaciones armónicas, la barra presentaba movimiento oscilatorio; sin embargo, se observó un periodo de oscilación variable durante cada ensayo. Al variar la velocidad de la polea, no se obtuvo una tendencia que permita deducir como afecta la velocidad de giro de las poleas a la prueba.

En el proceso de calibración de la celda de carga del módulo para el método de la fuerza de empuje, se observa un comportamiento lineal de la relación entre la fuerza de tensión y el voltaje de salida amplificada de la celda de carga.

En el módulo para el método de la fuerza de empuje se observa que con un peso pequeño sobre la lámina, no se tienen lecturas confiables. Esto se solucionó ubicando varios bloques para aumentar la fuerza normal entre la lámina y la barra a ensayar.

En los datos se tiene que la combinación de aluminio tiene un coeficiente de fricción mayor, por esto el desgaste del aluminio va hacer mayor originando que las piezas de las máquinas que sean de aluminio y entren en contacto se desgastarán más rápido.

En los datos se tiene que las combinación de bronce tiene un coeficiente de fricción menor dando un desgaste menor, por esto se concluye que las piezas que sean fabricadas con este material serán más resistente al desgaste.

Para la medición del coeficiente de fricción depende del metal que está en movimiento y que metal está fijo, ya que el coeficiente de fricción, acorde con los resultados obtenidos por el método del plano inclinado y por la fuerza de empuje, serán diferentes.

Al comparar los resultados con las referencias bibliográficas, el coeficiente de fricción es variable, esto puede ser por factores como los componentes del metal y el medio que rodea a los metales en contacto. Por esto se concluye que estos parámetros influyen en el coeficiente de fricción.

## BIBLIOGRAFÍA

SERWAY, Raymond A, Jewett, Jhon W. Física para ciencia e ingeniería. V 1. 7 Ed. Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. c 2007

BURBANO de Ercilla, Santiago. Burbano García. Enrique. Gracia Muñoz, Carlos. Física General 32ª Ed. Editorial Tebar, S.L., [s.f.].

BERNAL Navarro, Manuel. Oscilaciones Armónicas. [en línea] Universidad de Almería. España. 2015. disponible en <http://www.ual.es/~mnavarro/Tema%205%20Oscilaciones.pdf>

BLAS Martin Teresa. SERRATO Ana. EUI Forestal. [en línea] Universidad Politécnica de Madrid. España. 2014. Disponible en [http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/ asignaturas/fisica/dinam1p/dinam1p\\_3.html](http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/ asignaturas/fisica/dinam1p/dinam1p_3.html)

CABRERA, Ricardo. Naturaleza de las fuerzas. [en línea] Buenos Aires. Argentina. Diciembre 2009. Disponible en [http://ricuti.com.ar/intro\\_NMS.html](http://ricuti.com.ar/intro_NMS.html)

SPITIA Delgado, Luisa Determinación del coeficiente de fricción de deslizamiento de algunos materiales de uso común en ingeniería mediante el método de oscilaciones armónicas. Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia 2013.

GALEANO Peña, Pulio. Aceros. [en línea]. Universidad Tecnológica de Pereira. Disponible <http://www.utp.edu.co/~publio17/aceroalC.htm>.

GALEANO Peña, Pulio. Aluminio. [en línea]. Universidad Tecnológica de Pereira. Disponible <http://www.utp.edu.co/~publio17/aluminio.htm>

GARCIA Franco, Ángel .Dinámica de la partícula. Rozamiento por deslizamiento. [en línea] Enero 2013 2008.

[http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica\\_/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.html)

LEYVA Rodríguez, Alberto. Metodología de cálculo y factores que afectan el coeficiente de fricción externa en los pares tribológicos de la maquinaria agrícola. Ciencias Holguín, vol. 13, núm. 1, pp.1-8. 2007.

OLMO, M. Nave. Fricción Estática. Departamento de Física y Astronomía.

[en línea]. Georgia State University. Atlanta 2000 Disponible en:

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/frict2.html>

Metalografía Universidad Tecnológica de Pereira, [en línea]. Colombia. 2012

<http://blog.utp.edu.co/metalografia/2012/07/28/5-5-diagrama-hierro-carbono-puntos-criticos-y-ejemplos-de-regla-de-la-palanca-2-2/>

Materiales para construcción de piezas mecánicas. [en línea]. Universidad Tecnológica de Pereira

<http://www.utp.edu.co/~dhmesa/pdfs/clase10teoria.pdf>

PÉREZ Castro. ARROYAVE Juan Felipe. Determinación del Coeficiente de Fricción Empleando Sensores Movimiento. Scientia et Technica, 2010, vol 44, pp 357- 362

QUINTERO Hector Fabio. Vibraciones Mecánicas . [en línea]. Universidad Tecnológica de Pereira. 2015. <http://sites.google.com/site/vibracionesutp/>

USECHE Vanegas Libardo. WAHAB Abdel Magd Determinación del coeficiente de fricción entre cerdas de acero de cepillos laterales para barrer calles. Scientia et Technica, 2008, vol 39, pp 165-169

JONDAR ,Xavier Aguado. Diferencias y Similitudes entre el Rozamiento Deslizante y el Rozamiento en Giro. [en línea]. Universidad de Castilla-la Mancha.disponible en  
<http://www.uclm.es/profesorado/xaguado/ASIGNATURAS/BTD/4-Apuntes/Tema4/comparativa.pdf>



**Anexo 1. Datos del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje**

<b>Coeficiente de Fricción por el Método de fuerza de Empuje</b>						
Metal de las Barra	Metal de las láminas					
	aluminio		bronce		acero	
	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	filtrados
aluminio	0,273	0,273	0,140	0,137	0,172	0,177
	0,277	0,278	0,146	0,140	0,186	0,178
	0,281	0,282	0,150	0,142	0,189	0,186
	0,293	0,293	0,159	0,150	0,190	0,193
	0,316	0,307	0,160	0,161	0,199	0,196
	0,321	0,316	0,161	0,167	0,202	0,207
	0,324	0,322	0,172	0,169	0,210	0,210
	0,356	0,326	0,174	0,169	0,212	0,213
	0,369	0,350	0,177	0,176	0,217	0,219
	0,377	0,379	0,184	0,181	0,217	0,222
	0,398	0,396	0,186	0,186	0,229	0,224
	0,426	0,404	0,188	0,188	0,236	0,232
			0,195	0,195	0,281	0,257
			0,200	0,200		
		0,201	0,203			
Promedio	0,334	0,327	0,173	0,171	0,211	0,209
Varianza	0,002	0,002	0,0003	0,0004	0,001	0,0005
Desviación	0,048	0,044	0,018	0,020	0,027	0,022

Datos del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje

Coeficiente de Fricción por el Método de fuerza de Empuje						
Metal de las barras	Metal de las láminas					
	aluminio		bronce		acero	
	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	Filtrados
acero	0,286	0,293	0,168	0,168	0,192	0,189
	0,301	0,293	0,178	0,178	0,197	0,190
	0,317	0,314	0,179	0,180	0,205	0,205
	0,330	0,319	0,179	0,180	0,209	0,205
	0,346	0,349	0,189	0,189	0,212	0,208
	0,354	0,353	0,190	0,189	0,212	0,209
	0,372	0,371	0,202	0,202	0,212	0,215
	0,392	0,393	0,202	0,203	0,212	0,215
	0,402	0,403	0,218	0,218	0,214	0,216
	0,421	0,420	0,225	0,225	0,217	0,219
	0,461	0,462	0,225	0,225	0,217	0,219
	0,482	0,479	0,234	0,234	0,224	0,221
			0,235	0,237	0,226	0,229
			0,238	0,239	0,226	0,229
			0,254	0,253	0,256	0,245
		0,255	0,254	0,264	0,262	
Promedio	0,372	0,371	0,211	0,211	0,218	0,217
Varianza	0,004	0,004	0,001	0,001	0,0003	0,0003
desviación	0,059	0,060	0,027	0,027	0,018	0,017

Datos del coeficiente de fricción por el método de fuerza de empuje

Coeficiente de Fricción por el Método de fuerza de Empuje						
Metal de las Barra	Metal de las láminas					
	aluminio		bronce		acero	
	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	filtrados	sin filtrar	filtrados
bronce	0,306	0,303	0,126	0,131	0,179	0,183
	0,327	0,346	0,138	0,136	0,186	0,186
	0,353	0,347	0,143	0,147	0,186	0,187
	0,356	0,362	0,144	0,148	0,192	0,194
	0,370	0,366	0,148	0,149	0,193	0,194
	0,381	0,368	0,154	0,165	0,195	0,196
	0,402	0,377	0,179	0,183	0,196	0,202
	0,409	0,385	0,222	0,199	0,209	0,207
	0,444	0,441	0,225	0,217	0,209	0,207
					0,210	0,208
					0,219	0,212
					0,222	0,216
					0,223	0,217
					0,239	0,231
Promedio	0,372	0,366	0,164	0,164	0,204	0,203
Varianza	0,002	0,001	0,001	0,001	0,0003	0,0002
Desviación	0,040	0,035	0,034	0,028	0,016	0,013

**Anexo 2. Datos del Coeficiente de fricción en un plano inclinado**

Metal de las barras	Metal de las Láminas		
	Aluminio	Acero	Bronce
Aluminio	0,680	0,508	0,433
	0,620	0,479	0,431
	0,760	0,500	0,433
	0,660	0,520	0,427
	0,600	0,520	0,419
	0,620	0,484	0,435
	0,640	0,500	0,419
	0,700	0,483	
	0,600	0,508	
	0,680		
Promedio	0,656	0,500	0,428
Varianza	0,002	0,0002	0,00004
Desviación	0,048	0,015	0,006
Acero	0,560	0,438	0,382
	0,520	0,438	0,389
	0,620	0,469	0,396
	0,620	0,425	0,417
	0,560	0,463	0,375
	0,580	0,456	0,403
	0,550	0,513	0,417
	Promedio	0,573	0,457
Varianza	0,001	0,001	0,000
Desviación	0,034	0,027	0,015
Bronce	0,592	0,520	0,323
	0,500	0,440	0,371
	0,533	0,480	0,363
	0,500	0,440	0,371
	0,540	0,460	0,355
	0,620	0,470	0,339
	0,620		0,383
	0,560		0,358
	0,600		
	0,620		
Promedio	0,569	0,468	0,358
Varianza	0,002	0,001	0,0003
Desviación	0,046	0,027	0,018

### Anexo 3. Datos del Coeficiente de fricción Método Oscilaciones Armónicas

Coeficiente de Fricción del Bronce									
Frecuencia variador 6Hz		Frecuencia variador 7Hz		Frecuencia variador 8Hz		Frecuencia variador 9Hz		Frecuencia variador 10Hz	
T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente
0,72	0,970	0,76	0,871	0,66	1,155	0,46	2,377	0,8	0,786
0,72	0,970	0,76	0,871	0,88	0,650	0,52	1,860	0,8	0,786
0,72	0,970	0,78	0,827	0,9	0,621	0,76	0,871	0,82	0,748
0,72	0,970	0,84	0,713	0,92	0,594	0,78	0,827	0,82	0,748
0,74	0,919	0,84	0,713	0,94	0,569	0,82	0,748	0,82	0,748
0,74	0,919	0,9	0,621	0,94	0,569	0,84	0,713	0,84	0,713
0,76	0,871	0,9	0,621	0,98	0,524	0,88	0,650	0,84	0,713
0,76	0,871	0,9	0,621	0,98	0,524	0,9	0,621	0,86	0,680
0,78	0,827	0,9	0,621	1	0,503	0,9	0,621	0,86	0,680
0,79	0,806	0,92	0,594	1,02	0,483	0,92	0,594	0,88	0,650
0,8	0,786	0,94	0,569	1,02	0,483	0,92	0,594	0,88	0,650
0,8	0,786	0,94	0,569	1,04	0,465	0,92	0,594	0,9	0,621
0,82	0,748	0,94	0,569	1,06	0,448	0,92	0,594	0,9	0,621
0,82	0,748	0,94	0,569	1,08	0,431	0,94	0,569	0,9	0,621
0,82	0,748	0,94	0,569	1,1	0,416	0,94	0,569	0,9	0,621
0,82	0,748	0,96	0,546	1,1	0,416	0,94	0,569	0,9	0,621
0,84	0,713	0,96	0,546	1,1	0,416	0,96	0,546	0,9	0,621
0,86	0,680	0,96	0,546	1,12	0,401	0,96	0,546	0,9	0,621
0,86	0,680	0,96	0,546	1,12	0,401	0,96	0,546	0,94	0,569
Promedio	0,828		0,637		0,530		0,790		0,675
Varianza	0,010		0,011		0,027		0,223		0,004
Desviación	0,099		0,107		0,165		0,472		0,063

Datos del Coeficiente de fricción Método Oscilaciones Armónicas

Coeficiente de Fricción del Aluminio									
Frecuencia variador 6Hz		Frecuencia variador 7Hz		Frecuencia variador 8Hz		Frecuencia variador 9Hz		Frecuencia variador 10Hz	
T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente	T[s]	coeficiente
0,76	0,871	0,8	0,827	0,74	0,919	0,78	0,827	0,72	0,970
0,76	0,871	0,9	0,680	0,74	0,919	0,82	0,748	0,72	0,970
0,78	0,827	0,9	0,650	0,78	0,827	0,84	0,713	0,74	0,919
0,78	0,827	0,9	0,594	0,78	0,827	0,84	0,713	0,74	0,919
0,8	0,786	0,9	0,594	0,78	0,827	0,84	0,713	0,74	0,919
0,8	0,786	0,9	0,569	0,78	0,827	0,86	0,680	0,74	0,919
0,82	0,748	1	0,524	0,8	0,786	0,86	0,680	0,74	0,919
0,82	0,748	1	0,524	0,8	0,786	0,86	0,680	0,76	0,871
0,82	0,748	1	0,483	0,8	0,786	0,88	0,650	0,76	0,871
0,84	0,713	1	0,483	0,8	0,786	0,88	0,650	0,76	0,871
0,86	0,680	1,1	0,448	0,82	0,748	0,88	0,650	0,76	0,871
0,86	0,680	1,1	0,448	0,82	0,748	0,9	0,621	0,78	0,827
0,9	0,621	1,1	0,431	0,82	0,748	0,9	0,621	0,78	0,827
0,9	0,621	1,1	0,431	0,82	0,748	0,9	0,621	0,78	0,827
0,92	0,594	1,1	0,416	0,82	0,748	0,9	0,621	0,78	0,827
0,94	0,569	1,1	0,416	0,82	0,748	0,9	0,621	0,78	0,827
0,94	0,569	1,1	0,416	0,84	0,713	0,9	0,621	0,78	0,827
0,94	0,569	1,1	0,401	0,88	0,650	0,92	0,594	0,8	0,786
0,96	0,546	1	0,483	0,88	0,650	0,92	0,594	0,8	0,786
0,96	0,546	1	0,483	0,88	0,650	0,92	0,594	0,8	0,786
promedio	0,696		0,515		0,772		0,661		0,867
varianza	0,012		0,011		0,005		0,003		0,003
desviación	0,108		0,107		0,073		0,058		0,057

Datos del Coeficiente de fricción Método Oscilaciones Armónicas

Coeficiente de Fricción del Acero									
Frecuencia variador 6Hz		Frecuencia variador 7Hz		Frecuencia variador 8Hz		Frecuencia variador 9Hz		Frecuencia variador 10Hz	
T [s]	coeficiente	T [s]	coeficiente	T [s]	coeficiente	T [s]	coeficiente	T [s]	coeficiente
0,71	0,992	0,7	1,015	0,82	0,748	0,8	0,786	0,8	0,871
0,71	0,992	0,7	1,015	0,82	0,748	0,8	0,786	0,8	0,871
0,72	0,970	0,7	1,015	0,9	0,621	0,8	0,713	0,8	0,827
0,72	0,970	0,7	0,970	0,9	0,621	0,8	0,713	0,8	0,827
0,74	0,909	0,7	0,970	0,96	0,546	0,9	0,680	0,8	0,827
0,74	0,909	0,7	0,949	0,96	0,546	0,9	0,680	0,8	0,827
0,74	0,909	0,7	0,947	0,98	0,524	0,9	0,680	0,8	0,827
0,74	0,909	0,7	0,947	0,98	0,524	0,9	0,680	0,8	0,827
0,74	0,909	0,7	0,919	0,98	0,524	0,9	0,650	0,8	0,786
0,74	0,909	0,7	0,919	0,98	0,524	0,9	0,650	0,8	0,786
0,75	0,889	0,7	0,899	0,98	0,524	0,9	0,650	0,8	0,786
0,75	0,889	0,8	0,827	0,98	0,524	0,9	0,650	0,8	0,786
0,82	0,748	0,8	0,827	1	0,503	0,9	0,621	0,8	0,786
0,82	0,741	0,8	0,827	1	0,503	0,9	0,621	0,8	0,786
0,82	0,741	0,8	0,827	1	0,503	0,9	0,621	0,8	0,786
0,83	0,727	0,8	0,827	1	0,503	0,9	0,621	0,8	0,786
0,83	0,727	0,8	0,827	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,786
0,83	0,727	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,786
0,83	0,727	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,748
0,84	0,710	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,748
0,84	0,710	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,748
0,86	0,686	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,621	0,8	0,748
0,86	0,686	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,609	0,8	0,713
0,88	0,650	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,609	0,8	0,713
0,88	0,650	0,8	0,786	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,88	0,650	0,8	0,770	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,88	0,650	0,8	0,770	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,9	0,627	0,8	0,770	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,9	0,627	0,8	0,770	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,9	0,621	0,8	0,755	1,02	0,483	0,9	0,594	0,8	0,713
0,9	0,621	0,8	0,755	1,04	0,465	0,9	0,569	0,9	0,680
0,92	0,594	0,8	0,748	1,04	0,465	0,9	0,569	0,9	0,680
0,92	0,594	0,8	0,748	1,04	0,465	0,9	0,569	0,9	0,680
Promedio	0,769		0,845		0,520		0,637		0,767
Varianza	0,017		0,008		0,005		0,003		0,003
Desviación	0,130		0,087		0,068		0,053		0,053