

ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DEL
PUNTO DE CARGA MÁXIMA EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE
POTENCIA CONSIDERANDO COORDENADAS POLARES Y
RECTANGULARES

JOHAN SALVADOR HENAO MUÑOZ

FACULTAD DE INGENIERÍAS: ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,
FÍSICA Y CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA-COLOMBIA

2015

ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DEL
PUNTO DE CARGA MÁXIMA EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE
POTENCIA CONSIDERANDO COORDENADAS POLARES Y
RECTANGULARES

JOHAN SALVADOR HENAO MUÑOZ

Proyecto de grado presentado como requisito para optar por el título de
Ingeniero Electricista

Director:

Ph.D. MAURICIO GRANADA ECHEVERRI.

FACULTAD DE INGENIERÍAS: ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,
FÍSICA Y CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA-COLOMBIA

2015

A mi madre, Nelly Muñoz, y a mis hermanos.

Agradecimientos

Deseo expresar mis sinceros agradecimientos:

A mi madre, Nelly por su dedicación y amor.

A mis hermanos por su comprensión, motivación y apoyo económico, especialmente a mi hermana Carmenza y Alfonso.

Al profesor Mauricio Granada por su orientación, atención y seriedad.

A todos mis amigos y compañeros del Programa de Ingeniería Eléctrica.

A todos los profesores y administrativos del programa en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira por brindarme el conocimiento y los medios para continuar con mi formación académica.

Dedico especial agradecimiento a mi novia Angela Corrales, por su amor, dedicación y comprensión.

Johan.

Índice general

Resumen	1
1. Introducción	3
1.1. Consideraciones Generales	3
1.2. Motivación del Trabajo	5
1.3. Objetivo General	6
1.4. Objetivos Específicos	6
1.5. Estructura del Trabajo	6
2. Marco Teórico y Estado de Arte	8
2.1. Resumen Cronológico del FPC	8
2.2. Descripción de Referencias	10
3. Conceptos Generales	13
3.1. Introducción	13
3.2. Consideraciones Básicas de SEP	13
3.3. Flujo de Potencia	16
3.4. Estabilidad de Tensión	18

3.4.1. Consideraciones Generales	18
3.4.2. Estabilidad de Tensión ante Grandes Disturbios	20
3.4.3. Estabilidad de Tensión ante Pequeños Disturbios	21
3.4.4. Estabilidad de Tensión de Corto Plazo	21
3.4.5. Estabilidad de Tensión de Largo Plazo	21
3.4.6. Colapso de Tensión	22
4. Flujo de Potencia Continuado	24
4.1. Introducción	24
4.2. Principios Básicos	26
4.3. Representación en Coordenadas Polares de Tensión	27
4.3.1. Proceso de Estimación	28
4.3.2. Proceso de Corrección	31
4.4. Representación en Coordenadas Rectangulares de Tensión	32
4.4.1. Proceso de Estimación	32
4.4.2. Proceso de Corrección	35
4.5. Control de Potencia Reactiva	36
4.6. Diagrama de Flujo	37
4.7. Ejemplo Numérico	40
4.7.1. Solución en Coordenadas Polares	41
4.7.2. Solución en Coordenadas Rectangulares	49
5. Resultados	54
5.1. Introducción	54

5.2. Análisis Comparativo del Flujo de Potencia Continuo	55
6. Conclusiones	63
Apéndices	65
A. Flujo de Potencia Convencional	66
A.1. Formulación Polar	66
A.2. Formulación Rectangular	68
Bibliografía	71

Índice de tablas

4.1. Datos de las Líneas - Sistema de prueba 4 barras	40
4.2. Datos de las Barras - Sistema de prueba 4 barras	41
4.3. Solución de caso base - Sistema de prueba 4 barras	41
4.4. Puntos corregidos del flujo de potencia continuado polar - barra 2	43
4.5. Puntos corregidos del flujo de potencia continuado polar - barra 3	43
4.6. Puntos corregidos del flujo de potencia continuado rectangular - barra 2	49
4.7. Puntos corregidos del flujo de potencia continuado rectangular - barra 3	49
5.1. Características básicas de los sistemas de prueba	54
5.2. Características de los sistemas de prueba sin límites de potencia reactiva	55
5.3. Características de los sistemas de prueba con límites de potencia reactiva	58
5.4. Resultados para las tres mínimas tensiones en coordenadas polares y rectangulares	61
5.5. Comparación del esfuerzo computacional	62

Índice de figuras

3.1. Estructura funcional de un SEP	15
3.2. Modelo equivalente π de una línea de transmisión	17
4.1. Perfil de tensión generado por el flujo de potencia continuado	25
4.2. Metodología de Predicción y Corrección	27
4.3. Diagrama de flujo del programa de flujo de potencia continuado	38
4.4. Sistema de prueba de cuatro barras	40
4.5. Curvas de continuación - Sistema de prueba 4 barras	42
4.6. Curva de continuación barra 2- Sistema de prueba 4 barras	42
4.7. Curva de continuación barra 3- Sistema de prueba 4 barras	43
5.1. Curva de continuación barra 5 - Sistema IEEE 14	56
5.2. Curva de continuación barra 30 - Sistema IEEE 30	56
5.3. Curva de continuación barra 31 - Sistema IEEE 57	57
5.4. Curva de continuación barra 38 - Sistema IEEE 118	57
5.5. Curva de continuación barra 14 - Sistema IEEE 14	59
5.6. Curva de continuación barra 30 - Sistema IEEE 30	59
5.7. Curva de continuación barra 31 - Sistema IEEE 57	60

5.8. Curva de continuación barra 74 - Sistema IEEE 118 60

Resumen

Resumen del proyecto de grado presentado al programa de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, como parte de los requisitos necesarios para optar al título de Ingeniero Electricista.

***ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DEL
PUNTO DE CARGA MÁXIMA EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE
POTENCIA CONSIDERANDO COORDENADAS POLARES Y
RECTANGULARES***

Johan Salvador Henao Muñoz

Junio 2015

Director: Ph.D. Mauricio Granada Echeverri

Palabras clave: Flujo de Potencia Continuo, Punto de máxima carga (PMC), Estabilidad de tensión, Sistemas Eléctricos de Potencia, Colapso de tensión.

Este trabajo inicia con una introducción al problema de flujo de potencia continuado y sus tópicos más relevantes en cuanto a estabilidad de tensión mirándolo desde el punto de vista de colapso de tensión y considerando el punto de máxima carga de un sistema de potencia, además se presenta una mirada en cuanto a la motivación o justificación del trabajo, que muestra los hechos mas importantes por los cuales se aborda este tema como proyecto y su importancia en cuanto a investigar más allá con respecto a las coordenadas polares y rectangulares de tensión aplicadas al método de flujo de potencia continuado.

Luego, se presenta una revisión de la documentación relacionada con el método de flujo de potencia continuado, dando una visión más amplia de la importancia del método, así como su aplicación en diferentes estudios en estabilidad. Se hace énfasis a los orígenes del método de continuación, como a su empleo en diferentes estudios investigativos y de aplicación, además se mencionan y comenta referencias bibliográficas que fueron de gran ayuda para el desarrollo de trabajo.

Se realiza un estudio básico de conceptos en sistemas eléctricos de potencia que ayudan a comprender más fácilmente el método de flujo de potencia continuado.

Luego, se hace el desarrollo del método de flujo potencia continuado considerando los dos tipos de coordenadas, polares y rectangulares, mostrando a su vez, la forma en que es planteado y los pasos a seguir para hallar tanto el punto de máxima carga como el perfil de carga completo que ayuda al análisis del método en ambas coordenadas. Una vez desarrollado el método se presenta un ejemplo ilustrativo el cual permite hallar el punto de máxima carga y sus respectivos perfiles. Además, se muestran los pasos mas relevantes de los cálculos.

Los resultados obtenidos muestran en primera instancia, que la formulación en coordenadas rectangulares presenta resultados bastante satisfactorios, y que en la mayoría de los casos su ejecución es idéntica a la formulación polar, inclusive para valores elevados de carga.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Consideraciones Generales

El aumento continuo de la demanda de energía eléctrica aliada a limitaciones económicas y ambientales para la expansión de la capacidad de generación y transmisión ha dado lugar a la operación de sistemas eléctricos de potencia (SEP) cada vez más cerca de sus límites de operación. Por lo tanto, la estabilidad de tensión es hoy en día uno de los temas más importantes, tanto para las empresas operadoras del sistema de potencia, como para los investigadores en cuanto a temas académicos, más ahora con la inclusión de sistemas de generación distribuida y la consideración de cargas no lineales dependientes de la tensión y frecuencia. En este contexto, las características de control del sistema, tales como control de tensión y reactivos, se han utilizado en condiciones límite, debido a la postergación de las inversiones necesarias para la transmisión, la generación y compensación de potencia reactiva. Por lo tanto, la capacidad del sistema para mantener un nivel de funcionamiento deseado ha disminuido considerablemente después de la ocurrencia de cualquier trastorno.

Estos asuntos son ampliamente estudiados en análisis de estabilidad de tensión en SEP. Algunos problemas de inestabilidad en SEP se asocian, por ejemplo, a decrecimiento descontrolado de tensión, llamado *Colapso de Tensión*, y pueden ser estudiados en un análisis estático de estabilidad de tensión. Este análisis puede ser realizado a través de la obtención de perfiles de tensión de las barras en función de su carga, caracterizadas por las curvas PV, PQ y SV, las cuales permiten comprender las diferentes condiciones de operación y de carga del sistema.

Entre otras aplicaciones, estos perfiles son utilizados para:

- Determinar los límites de transferencia de potencia entre áreas de un sistema.
- Ajustar márgenes de seguridad.
- Observar el comportamiento de tensión en las barras del sistema.
- Comparar estrategias de planeamiento.

En estabilidad estática de tensión existen varios métodos para el análisis de problemas de inestabilidad. Este trabajo se centra específicamente en el método de continuación o de flujo de potencia continuado.

El método de continuación es una herramienta útil para generar curvas solución (p.ej. PV o $P\theta$), basado en la determinación aproximada de los puntos de equilibrio a partir de la variación de un parámetro, encontrando las soluciones para las ecuaciones algebraicas no lineales de un determinado sistema.

Las curvas PV pueden ser obtenidas por medio de sucesivas soluciones de flujo de potencia, a partir de un caso base hasta el punto de máxima carga, para aumentos graduales en demanda. De esta forma, se obtiene el margen de carga e información respecto al comportamiento de las tensiones de las diferentes barras del sistema.

Uno de los principales objetivos del estudio de estabilidad estática de tensión es calcular el punto de máxima carga del sistema. La importancia de conocer este punto, radica en que este sirve como fundamento para determinar los límites de estabilidad de tensión del sistema, como para la realización del análisis modal que proporciona información suficiente para reforzarlo. El punto de carga máxima define el límite entre las regiones de funcionamiento estables e inestables y se asocia con la singularidad de la matriz Jacobiana [21].

Para cargas más grandes que la carga máxima, las ecuaciones de flujo de potencia no tiene solución, es decir, la generación y la red no son físicamente capaces de alimentar la carga especificada. Por lo tanto, las ecuaciones de flujo de energía son esenciales para el análisis estático de estabilidad de la tensión, puesto que definen el límite de la región de operación estable.

Para eliminar la singularidad de la matriz Jacobiana, a través de la modificación del método solución de flujo de potencia convencional, se utiliza el método de continuación.

1.2. Motivación del Trabajo

Por lo regular los estudios realizados en sistemas eléctricos emplean ecuaciones en términos de coordenadas polares de tensión, y consecuente a esto, la totalidad de nuevos algoritmos son expresados con este tipo particular de coordenadas. Por lo que las coordenadas rectangulares son dejadas de lado o poco utilizadas para llevar a cabo análisis en sistemas de potencia, por ende realizar una comparación de estos dos tipos de coordenadas para el estudio de estabilidad resulta de gran importancia en avances más precisos de estudios referentes a estabilidad [21].

El estudio de una metodología de cálculo del punto máximo de carga de un SEP conlleva a determinar los márgenes de carga y poder aprovechar esta información para evaluar la seguridad de tensión en el sistema, incluso cuando el sistema de prueba se exige al máximo con respecto a la carga, por ende, el método de Flujo de Potencia Continuado, evaluado en coordenadas polares y rectangulares compara su eficacia, tanto en iteraciones como complejidad a la hora de implementar.

Por tanto, la formulación de este método no solo en coordenadas polares sino en rectangulares, puede constituir una valiosa herramienta para futuros estudios de estabilidad de tensión, teniendo en cuenta que los sistemas eléctricos de potencia tienden a operar más sobrecargados. Cada vez, es más importante conocer el comportamiento de este tipo de métodos, permitiendo inferir cual forma es más conveniente computacionalmente, ya que tiene una relación directa con la forma de cálculo y evaluación de los mismos.

Ante esta situación, se hace cada vez más apremiante, la necesidad de desarrollar nuevas metodologías y evaluar las existentes, para permitir un análisis preciso de la estabilidad de tensión. En este contexto, éste trabajo aborda el cálculo del punto de máxima carga a través de la utilización del método de flujo de potencia continuado. Por otra parte, la idea principal es evaluar el desempeño de este método cuando las ecuaciones básicas que caracterizan a la red son expresadas tanto en coordenadas polares como en coordenadas rectangulares.

Los resultados presentados se centran en el número de iteraciones y la trayectoria de conver-

gencia de los procesos iterativos con respecto a la continuación del flujo de potencia. Sistemas de prueba IEEE son utilizados en la simulación de resultados.

1.3. Objetivo General

Aplicar y evaluar el método de Flujo de potencia Continuado para calcular el punto de máxima carga en un sistema eléctrico de potencia, considerando coordenadas polares y coordenadas rectangulares.

1.4. Objetivos Específicos

- Revisar el estado de arte en lo referente al Flujo de potencia continuado; así como los problemas asociados a estabilidad de tensión.
- Seleccionar el conjunto de algoritmos relacionados con el métodos de Flujo de potencia continuado, que permita simular los sistemas de prueba de la literatura especializada (IEEE de 14, 30, 57 y 118 barras).
- Implementar el método de Flujo de potencia continuado a través del software licenciado Matlab, para hallar el punto de maxima carga considerando coordenadas polares y rectangulares en los sistemas de prueba mencionados anteriormente.
- Obtener conclusiones, comparaciones y recomendaciones.

1.5. Estructura del Trabajo

El trabajo consta de 5 etapas: una primera etapa de revision de la documentación relacionada con el flujo de potencia continuado, haciendo énfasis en el resumen cronológico y la revisión de las bibliografías más importantes para el desarrollo de este trabajo.

En la segunda etapa, se hace un estudio de los conceptos básicos de estabilidad y sistemas eléctricos de potencia, como también lo relacionado con flujo de potencia o de carga, considerando aquellos conceptos que serán de gran ayuda en el desenvolvimiento matemático del

flujo de potencia continuado, además, se muestra el método de Newton-Raphson modificado que es de gran ayuda para la solución de las ecuaciones no lineales resultantes del método de flujo de potencia continuado.

En la tercera etapa, se presentan las características principales y se hace un estudio del modelo matemático utilizado para representar el problema de flujo de potencia continuado considerando tanto coordenadas polares como rectangulares, al final se considera un ejemplo numérico ilustrativo demostrando las peculiaridades inherentes a esta metodología.

Durante la cuarta etapa se presentan de forma comparativa los resultados obtenidos mediante la utilización del método de flujo de potencia continuado. Por último, en la quinta etapa se presenta las principales conclusiones referentes al método de continuación, así como sugerencias para trabajos futuros.

Capítulo 2

Marco Teórico y Estado de Arte

2.1. Resumen Cronológico del Flujo de Potencia Continuo

A continuación, se hace un resumen cronológico de la evolución del método de flujo de potencia continuado:

Es un método de análisis estático basado en el flujo de potencia continuado que buscan con precisión los límites de estabilidad de tensión; este método pertenece a una clase general de ecuaciones algebraicas no lineales conocido como método *path-following* (Kundur, 1994). En 1989 se presentó un algoritmo que obtenía el límite de estabilidad con gran precisión numérica (Ajarapu y Christy, 1989). En 1991 se presentó el flujo de potencia continuado, el cual utilizaba un vector tangente de predicción y un algoritmo de corrección para encontrar el límite (Ajarapu y Christy, 1991). En 1993 se utilizó este método para el análisis en grandes sistemas de transmisión AC/DC (Cañizares y Alvarado, 1993). En 1997 se mejoró la velocidad de cálculo computacional usando vector tangente para aplicaciones en línea (De Souza et al., 1997). En este mismo año se utilizó una técnica de continuación para calcular un índice con la tensión actual y el de máxima cargabilidad, antes y después de cada contingencia; se dibujaron curvas PQ-V para representar la variación de tensión ante el aumento de la potencia activa y reactiva de la carga (Hsiao-Dong Chiang et al., 1997). En 1998 se utilizaron flujos potencia progresivos para encontrar el límite de estabilidad después de contingencias y definir

estrategias de mínimo deslastre de carga (Feng et al., 1998). En el año 2000 se utilizaron flujos continuados para definir el índice de incremento de carga LII, basado en encontrar la máxima cargabilidad de un nodo (Yang et al., 2000). En el 2001 se presentó un método para estimar el margen de flujo de potencia de las líneas de transmisión entre dos regiones, el cual a partir de las curvas de variación de tensión con respecto al flujo de potencia activa de las líneas de transmisión, calculaba el mínimo margen de operación estable ante contingencias críticas (Song et al., 2001). En el año 2004 se propuso un método de análisis de la estabilidad de tensión para grandes sistemas de potencia basado en el flujo de potencia continuado híbrido, el cual permite graficar dibujar rápidamente las curvas PV en un nodo; utilizando un método de predicción no lineal se gráfica la parte superior de la curva hasta los puntos cercanos al límite y un método de predicción lineal para la parte inferior (Mori y Kojima, 2004). También en este año se utilizó el método de flujos continuado para el análisis de los límites de potencia reactiva entregada por los generadores que regulan tensión (Yorino et al., 2004). En el 2005 se presentó un algoritmo de continuación de flujo de potencia trifásico en coordenadas polares, para el análisis de estabilidad de tensión en sistemas trifásicos desbalanceados (Zhang et al., 2005). En el 2006 se utilizó una técnica de continuación para definir los parámetros de carga utilizados en análisis dinámicos casi estacionarios (Wang et al., 2006). En este mismo año se incluye en la técnica de continuación, los parámetros de pérdidas activas de las ramas del sistema de transmisión (Nino et al., 2006). También se analizó la estabilidad de tensión dinámica, utilizando una técnica de continuación para trazar las rutas de equilibrio del sistema y luego se analizó cada punto de equilibrio con factores de participación modales (Su et al., 2006). En el año 2007 se probó flujos continuados con modelos mejorados de cargas y generadores (Lopez-Luis et al., 2007). En este mismo año se utilizaron expansiones de Taylor para formar la matriz Jacobiana y la técnica de continuación para trazar los puntos de equilibrio del sistema, con el fin de realizar un análisis dinámico de la estabilidad de tensión (Jia Kuan y Xin, 2007). En el año 2009 se probó un nuevo modelo de márgenes de carga y sensibilidad mediante coordenadas rectangulares de tensión en análisis de estabilidad (Vander M. C. et al., 2009). En el 2010 se utiliza las técnicas de parametrización geométricas para flujo de potencia de continuación (A.B. Neto y D.A. Alves et al., 2010). En 2011 se mejoró el método de flujo de potencia continuado para sistemas eléctricos AC/DC (Chongru Liu y Anjan Bose et al., 2011). En 2013 se probó un método de flujo de potencia simple y eficiente para calcular las principales variables correspondientes al punto de máxima carga, a partir de intervalos, bajo incertidumbres de los datos de carga (L.E.S. Pereira y V.M. da Costa et

al., 2013). También en este año se presenta un nuevo algoritmo para la re-configuración de la red basado en la maximización de la capacidad de carga del sistema. El flujo de potencia continuado se utiliza para encontrar el punto de máxima carga (M.M. Amana, G.B. Jasmon y A.H.A. Bakar, H. Mokhlis et al., 2013). En 2015 se probó un flujo de potencia continuado que permite obtener el margen de carga y transferencia de potencia activa máxima teniendo en cuenta el control de zonas de intercambio de sistemas eléctricos de potencia (H. Avila Carhullanqui, A. Bonini Neto y D.A. Alves et al., 2015).

2.2. Descripción de Referencias Más Importantes de Trabajos en Coordenadas Rectangulares

Un tema importante que ha sido abordado en los últimos años es la estabilidad de tensión, tanto para planeamiento como en operación de sistemas eléctricos de potencia [1, 2].

La estabilidad de tensión de un modo general puede ser definida como la habilidad de un sistema para permanecer en un punto de equilibrio durante su funcionamiento normal y que pueda alcanzar un nuevo punto de equilibrio estable cuando es sometido a una perturbación. El colapso de tensión es un evento que puede ocurrir en un sistema inestable, causando grandes huecos en la tensión, y en consecuencia la desconexión en cascada de líneas y generadores [21].

Generalmente los análisis de estabilidad de tensión son realizados por medio del trazado de perfiles de tensión de barras en función de su carga (curvas PV y PQ). Estas curvas son recomendadas por sector eléctrico internacional [4] para observar los márgenes de estabilidad de tensión. El análisis hecho a través de estas curvas es utilizado para ajustar márgenes de tensión, comparar estrategias de planeación u observar el comportamiento de la tensión en las barras.

Cuando la matriz Jacobiana se vuelve singular aparecen nuevas metodologías de solución modificando los métodos convencionales y siendo aun más importante el método de flujo continuado, siendo empleado en el análisis de sistemas ecuaciones algebraicas no lineales parametrizadas [5]. Otra forma de análisis propuesta para trazar las curvas de carga, es obtener múltiples soluciones y así el punto de colapso de tensión [6, 7, 8, 9, 11].

Las coordenadas rectangulares han sido estudiadas con resultados bastante significativos que son descritos en los siguientes trabajos tomados como referencias fundamentales para llevar a cabo el análisis y objetivo de este trabajo.

- El algoritmo que es presentado en [12] incorpora un factor de paso al problema de flujo de potencia expresado en coordenadas rectangulares de tensión. El algoritmo considera el cálculo de flujo de potencia como un problema de programación no lineal, determinando la dirección y magnitud de la solución de modo que minimice una función objetivo determinada. El valor de esta función tiende a cero si encuentra una solución a partir de una estimación inicial, o sigue siendo un valor positivo si aún no llega a una solución.
- El flujo de potencia representado por ecuaciones de corriente inyectada expresadas en coordenadas rectangulares es presentado en [13, 14]. En [13] aparece una variable dependiente ΔQ que es introducida por cada barra PV, imponiendo una restricción de tensión adicional con esta nueva ecuación en cada una de las barras PV. Además la matriz Jacobiana tiene bloques iguales de (2x2) fuera de la diagonal, correspondientes a los elementos de la matriz admitancia de las barras. Estos bloques son utilizados en cada iteración dependiendo del modelo de carga adoptado. En [13] la idea básica es resolver un sistema de ecuaciones en las que el aumento de tensión en las barras y la inyección de corriente aparecen como variables de estado actuales.
- En [15] se presenta la formulación extendida del flujo de potencia a través de inyección de corrientes mostrado en [13], para dar solución a sistemas trifásico desequilibrado de distribución de energía eléctrica. Esta metodología tiene una gran robustez matemática pero converge a una solución en unas pocas iteraciones.
- La formulación basada en el caso aumentado de [13], para resolver un conjunto de dispositivos de control en el problema del flujo de potencia a través de inyección de corrientes que es descrito en [16, 17].
- Las referencias [20] y [21] fundamentales en este trabajo comparan el desempeño del flujo de potencia polar y rectangular con y sin factor de paso o multiplicador óptimo, para diferentes casos de sistemas de carga leve, sobrecarga y sin solución. La conclusión de este trabajo muestra que la formulación polar con multiplicador óptimo presenta la mejor opción para los diferentes casos con y sin solución.

- La referencia [29] se describe la implementación del método continuado en el cálculo del punto de carga máxima en los sistemas de AC / DC. Una comparación de los resultados de estos métodos se presenta para grandes sistemas. Por otra parte, el punto de carga máxima también puede calcularse utilizando el método de punto interior [31, 32].
- La referencia [34] resuelve simultáneamente diferencial y ecuaciones algebraicas de flujo de potencia con el fin de calcular la tensión en el punto de carga máxima y las variables de estado y algebraica asociada.

Capítulo 3

Conceptos Generales

3.1. Introducción

En este capítulo se hace una aproximación a los conceptos fundamentales de sistemas eléctricos de potencia. A continuación, se presenta un breve estudio sobre el cálculo de flujo de potencia, herramienta básica utilizada en la planificación y operación de SEP's. En este contexto, también se muestra la potencia inyectada en barras, representadas en ecuaciones de coordenadas polares y rectangulares.

El siguiente tema abordado presenta una breve historia acerca de la estabilidad de tensión, conceptos necesarios y problemas asociados a este.

3.2. Consideraciones Básicas de SEP

Un sistema eléctrico de potencia comprende el conjunto de elementos mecánicos, eléctricos, y electrónicos que permiten desarrollar coordinadamente las siguientes tareas:

- Transformar las diferentes clases de energía.
- Transportar la energía eléctrica.
- Distribuir la energía eléctrica.

- Interconectar la diferentes áreas de producción y consumo.
- Negociar la energía dependiendo el modelo que se maneje.
- Controlar, supervisar, gobernar, en forma particular cada uno de los elementos del sistema de generación, transmisión, sub-transmisión y distribución, y en forma global para obtener en cada momento las mejores condiciones de operación [39].

En un sistema eléctrico de potencia existen elementos productores (generadores, líneas y condensadores) y consumidores (generadores, líneas, transformadores, reactores, cargas) de potencia reactiva, la cual esta directamente relacionada con la estabilidad de tensión. Además existen otros elementos que sin generar o absorber potencia reactiva, contribuyen al control del flujo de la potencia reactiva y a ejercer el control de tensión en forma adecuada, como son los transformadores con cambiadores de taps. Las líneas de transmisión producen y consumen potencia reactiva al mismo tiempo, y dependiendo de la potencia transmitida, y del nivel de tensión, predominará uno de los dos efectos. Los generadores o máquinas sincrónicas, pueden producir o consumir potencia reactiva dependiendo de si trabajan sobre-excitadas o sub-excitadas. Generalmente las cargas tienen una componente inductiva grande y por lo tanto, absorben reactivos. Los reactores en paralelo también absorben reactivos, mientras que los condensadores en paralelo generan reactivos [39]. Cada componente del sistema eléctrico posee funciones distintas y bien definidas [44].

- Generación: compuesto por las plantas o centrales generadoras; estas centrales pueden ser de tipo hidroeléctrico, térmico, nuclear, eólico, solar o biomasa. Las centrales hidroeléctricas, en general, son ubicadas en puntos distantes de los centros de consumo, lo cual requiere sistemas complejos de transmisión y una tensión elevada.
- Transmisión: constituido por líneas de transmisión y equipamientos auxiliares necesarios para transmitir la potencia producida en las centrales generadoras hasta los centro de consumo. Los sistemas de transmisión pueden ser en corriente alterna o corriente directa.
- Distribución: constituido por las subestaciones y alimentadores responsables de la distribución de energía eléctrica a los consumidores industriales, comerciales y residenciales. En general, incluye también una parte local del sistema de transmisión, en tensión más baja, denominada sub-transmisión.

Desde el punto de vista funcional, los SEP's presentan una estructura como la mostrada en la figura 3.1.

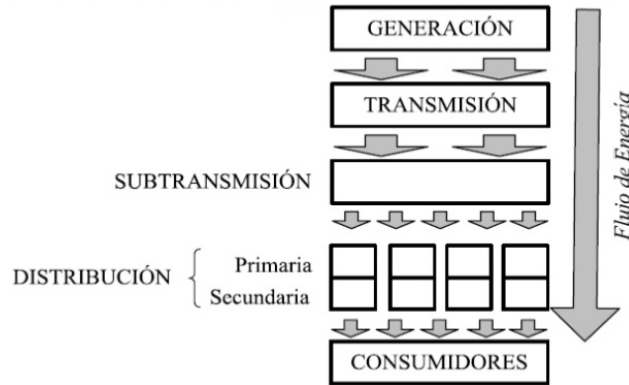


Figura 3.1: Estructura funcional de un SEP

El estudio de planeamiento y operación trata de la utilización del sistema existente, asegurando que el mercado consumidor de energía sea atendido, cumpliendo los criterios de calidad del suministro y bajos costos. El estudio de planeamiento de expansión aborda el crecimiento del sistema de acuerdo a las necesidades del mercado de consumo de energía, teniendo como base el análisis de datos macro-económicos. El principal objetivo de estos estudios es proporcionar una energía con un alto estándar de calidad. Se puede dividir en tres categorías de planificación y operación de SEP's:

- Planeamiento de expansión: tiene como objetivo determinar, dentro de un horizonte de largo plazo (20 años), el nuevo equipo que se instalará en el sistema para satisfacer un aumento previsto de la demanda de electricidad. Generalmente, la planificación se lleva a cabo más o menos independiente de los diferentes bloques funcionales del sistema.
- Planeamiento de la operación: tiene como objetivo establecer una estrategia operativa que incluye planes de contingencia para el mediano plazo. Por lo general es subdividido en el planeamiento de la operación energética, que considera la mejor estrategia para el uso de los recursos energéticos y de planeamiento de la operación eléctrica, que examina el impacto de las decisiones energéticas, el programa de mantenimiento y el funcionamiento del sistema de transmisión, destinada a garantizar un nivel adecuado de fiabilidad, entre otros.

- Operación en Tiempo Real: tiene como objetivo satisfacer el sistema de demanda instantánea, de acuerdo con las directrices del planeamiento de operaciones, con desviaciones mínimas de la tensión y la frecuencia y reducir al mínimo las interrupciones de suministro de energía.

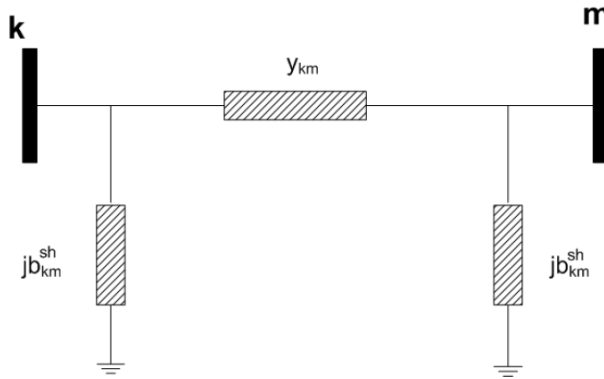
3.3. Flujo de Potencia

El estudio del flujo de potencia o flujo de carga consiste en la solución de estado estacionario de una red eléctrica para una condición de carga y generación dada. La solución del flujo de potencia corresponde a una situación hipotética de carga constante. El estudio del flujo de potencia tiene una aplicación directa en la planificación de la operación y expansión. En estas aplicaciones, la obtención de soluciones de estado estacionario permitirá rendimiento de la red con respecto a los niveles de voltaje, los flujos en las líneas, entre otros, tanto para la configuración normal, como en el caso de contingencias. El cálculo del flujo de potencia también es necesario como una ayuda en estudios de corto-circuito, de estabilidad, de optimización y fiabilidad, entre otros.

Debido a que es una solución en funcionamiento continuo, el problema del flujo de potencia es modelado por un conjunto de ecuaciones y desigualdades algebraicas no lineales. Esto implica aspectos de modelado de las cargas de la red de transporte o distribución, la generación y la consideración de ciertas características de funcionamiento del sistema.

La red de energía eléctrica es, a los efectos de los estudios de flujo de potencia, generalmente considerado como compuesto de elementos trifásicos equilibrados. Lo mismo sucede con las cargas y generación. En consecuencia, la red puede ser analizada utilizando una representación monofásica con los parámetros de secuencia positiva [44].

El modelo representativo de una línea de transmisión se muestra en la figura 3.2.


 Figura 3.2: Modelo equivalente π de una línea de transmisión

La potencia aparente líquida inyectada en una barra genérica k es dada por [35]:

$$P_k + jQ_k = V_k I_k^* = V_k \left(\sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right) \quad (3.1)$$

donde,

$$P_k = P_{G_k} - P_{d_k} \quad (3.2)$$

$$Q_k = Q_{G_k} - Q_{d_k} \quad (3.3)$$

La ecuación (3.1) se puede escribir separando las componentes real e imaginaria:

$$P_k = \Re \left\{ V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right\} \quad (3.4)$$

$$Q_k = \Im \left\{ V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m^* Y_{km}^* \right\} \quad (3.5)$$

Expresando las tensiones en forma polar, las ecuaciones (3.4) y (3.5) pueden ser representadas como [35]:

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) + P_{Dk} - P_{G_k} = 0 \quad (3.6)$$

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) + Q_{Dk} - Q_{G_k} = 0 \quad (3.7)$$

Por otro lado, expresando las ecuaciones en forma rectangular, las ecuaciones (3.4) y (3.5) pueden ser representadas como [35]:

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + P_{D_k} - P_{G_k} = 0 \quad (3.8)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + Q_{D_k} - Q_{G_k} = 0 \quad (3.9)$$

El apéndice 1 presenta la metodología básica de solución del flujo de potencia en coordenadas polares y rectangulares. Las ecuaciones (3.6) y (3.7) están escritas en el apéndice A como (A.4) y (A.5). De la misma forma, las ecuaciones (3.8) y (3.9) están escritas como (A.23) y (A.24). Al final del proceso iterativo tiene como resultado final los vectores de estado $\underline{\mathbf{V}}$ y $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ en coordenadas polares y $\underline{\mathbf{V}}_r$ y $\underline{\mathbf{V}}_m$ en coordenadas rectangulares.

3.4. Estabilidad de Tensión

3.4.1. Consideraciones Generales

La estabilidad de la tensión es un tema que ha sido en los últimos años cada vez más discutido tanto en la planificación como en la operación de los sistemas de energía eléctrica. En términos generales se puede definir como la capacidad del sistema para permanecer en un punto de equilibrio durante el funcionamiento normal y también para lograr un nuevo punto de equilibrio estable, después de haber sido sometido a una gran perturbación.

El análisis de estabilidad de un sistema se refiere a su comportamiento cuando se somete a perturbaciones. Un sistema eléctrico de potencia está constantemente sometido a pequeñas perturbaciones, representados por la variación de la carga y diversas acciones de control de tensión y frecuencia. Las grandes perturbaciones se refieren a la pérdida de una línea de transmisión o un generador. En ambos casos, después de la ocurrencia de la perturbación es necesario que el sistema vuelva a funcionar de forma satisfactoriamente. El principal factor responsable de la inestabilidad de tensión es la incapacidad del sistema para satisfacer la demanda de potencia reactiva necesaria para mantener los niveles de tensión dentro de valores

aceptables después de un trastorno [2].

Un evento que puede ocurrir en un sistema con inestabilidad de tensión es un colapso de tensión, caracterizado por un gran hundimiento de las tensiones y las consiguientes desconexiones en cascada de líneas y generadores. Estos hechos han sido más frecuentes en los sistemas interconectados, altamente cargados y con falta de un soporte de reactivos adecuado. Estos sistemas operan con un margen de seguridad bajo, es decir, con poca capacidad para mantener el sistema estable después de una perturbación. Existen varias alteraciones en las condiciones de operación de un SEP que contribuyen al colapso de tensión, tales como:

- Sistemas de potencia altamente cargados, debido a la falta de refuerzo de los sistemas transmisión y de inversión en generación;
- Generadores, condensadores síncronos y controladores estáticos de reactivos que alcanzan sus límites de potencia reactiva;
- Salida de líneas y generadores;
- Variación de la carga con la tensión;
- Acción de cambiadores de tomas bajo carga de los transformadores.

El análisis de estabilidad de tensión se puede hacer a partir de dos enfoques, el dinámico y estático. El análisis dinámico se modela mediante un sistema de ecuaciones no lineales en el dominio del tiempo relacionada con las características dinámicas del sistema eléctrico. Este método proporciona una mejor comprensión de los mecanismos que hacen que el sistema presente inestable de tensión. Sin embargo, el esfuerzo computacional es muy alto para este tipo de análisis, y todavía se considera que gran parte de los fenómenos de inestabilidad de tensión involucra equipos con comportamiento dinámico lento o con retrasos en sus actuaciones, el sistema se puede analizar desde un enfoque considerando sólo sus ecuaciones algebraicas estáticas [1]. Los estudios demuestran que, bajo ciertas condiciones, los métodos desarrollados de acuerdo a los dos enfoques conducen a resultados similares [1].

El análisis estático de estabilidad de la tensión se puede realizar a través del trazado del perfil de tensión de las barras en función de su carga (PV y curvas QV). Entre otras aplicaciones, estos perfiles pueden ser utilizados para ajustar los márgenes, observar el comportamiento de las tensiones en las barras y comparar las estrategias de planificación.

Las curvas PV se pueden obtener por medio de flujo de potencia sucesiva de soluciones a partir de un caso base para el punto de carga máxima para aumentos graduales de la carga. De esta manera, se obtiene el margen de carga, e información sobre el comportamiento de las tensiones en las diversas barras del sistema. Dependiendo de cómo se procesa el aumento de la carga, los diferentes puntos de carga máxima puede ser obtenidos. El trazado completo de las curvas PV se obtiene utilizando el flujo de potencia continuación [8, 22]. De hecho, el flujo de potencia continuado resulta de la aplicación del método de continuación al problema de flujo de potencia.

Uno de los principales objetivos del estudio de estabilidad de tensión en estado estacionario es calcular el punto de máxima carga (PMC). La obtención de este punto es importante para el cálculo de los márgenes de estabilidad, como para realizar el análisis modal. El punto de carga máxima define el límite entre las regiones de funcionamiento estables e inestables. Para cargas más grandes que corresponde a este punto, las ecuaciones de flujo de potencia no tienen solución, es decir, la generación y la red no son físicamente capaces de suministrar la carga especificada. Por lo tanto, las ecuaciones de flujo de energía son esenciales para el análisis estático de estabilidad de la tensión, ya que representan el límite de la región de operación estable.

El margen de estabilidad de la tensión, o margen de carga, es la distancia existente entre el punto de operación y el punto correspondiente a la carga máxima de la red. Esta distancia viene dada por parámetros tales como la potencia activa, reactiva o aparente. Considerando como parámetro la potencia activa del sistema, se puede decir que el margen de carga representa el mayor aumento de consumo posible que mantiene el sistema operando en la región estable. El criterio de la estabilidad de la tensión define el margen considerado lo suficientemente seguro para que el sistema no colapse, seleccionado con el fin de proporcionar la seguridad adecuada sin restringir la operación del sistema.

3.4.2. Estabilidad de Tensión ante Grandes Disturbios

Se refiere a la capacidad del sistema de mantener las tensiones constantes después de disturbios grandes, tales como fallas que se presentan en el sistema de transmisión, pérdida de generación, o contingencias de corto circuito. Esta capacidad es determinada por las características del sistema, protecciones, la carga y las interacciones de controles continuos y

discretos. La determinación de la estabilidad de tensión a grandes disturbios requiere la revisión de la respuesta no lineal del sistema de potencia durante el tiempo suficiente para capturar el funcionamiento y las interacciones de los dispositivos tales como, los cambiadores de tomas bajo carga de los transformadores, y los limitadores de campo del generador. El periodo del estudio de interés se puede extender a partir de algunos segundos a diez minutos.

3.4.3. Estabilidad de Tensión ante Pequeños Disturbios

Se define este tipo de estabilidad como la capacidad del sistema de mantener las tensiones constantes después de pequeños disturbios, tales como, cambios incrementales en la carga del sistema. Esta forma de estabilidad es influenciada por las características de cargas, de controles continuos, y de controles discretos en un instante dado del tiempo. Este concepto es útil para la determinación, en todo momento, cómo las tensiones del sistema responderán a los pequeños cambios del sistema. Con implicaciones apropiadas, las ecuaciones del sistema se pueden linealizar para el análisis, de tal manera que se pueda evaluar la sensibilidad de los factores que influyen la estabilidad de tensión. Esta linealización, sin embargo, no puede explicar efectos no lineales de los controles. Por lo tanto, una combinación lineal y no lineal se utiliza en una manera complementaria para el análisis de la estabilidad de tensión.

3.4.4. Estabilidad de Tensión de Corto Plazo

La estabilidad de corto plazo de la tensión involucra la dinámica en el tiempo de los componentes rápidos de la carga, tales como motores de inducción cargas controladas electrónicamente, y los convertidores de la HVDC. el periodo del estudio de interés está en el orden de varios segundos y el análisis requiere la solución de las ecuaciones diferenciales del sistema; esto es similar al análisis de la estabilidad del ángulo del rotor.

3.4.5. Estabilidad de Tensión de Largo Plazo

La estabilidad de tensión de largo plazo involucra la dinámica de los equipos de respuesta lenta tal como los cambiadores de tomas de los transformadores, carga controladas por temperatura y los limitadores de la corriente del generador. El periodo de estudio se puede extender a

varios minutos y las simulaciones a largo plazo se requiere para el análisis del funcionamiento dinámico del sistema.

El análisis estático se puede utilizar para estimar márgenes de la estabilidad, para identificar los factores que influyen en la estabilidad y para analizar una amplia gama de las condiciones de sistema y de una gran cantidad de escenarios.

3.4.6. Colapso de Tensión

Entre los fenómenos descritos anteriormente se encuentra una desviación extrema de la tensión, llamado colapso de tensión. Este es un proceso mediante el cual una secuencia de eventos es acompañado por una inestabilidad de tensión, llevando el sistema a una caída de tensión a niveles tan bajos que son imposibles recuperarlos. Los efectos de un colapso de tensión son mucho más serios que un típico período de tener baja tensión. Como consecuencia de un colapso de tensión, secciones enteras del sistema de potencia pueden experimentar apagones.

La fuerza que maneja la inestabilidad de tensión es generalmente la carga; en respuesta a un disturbio, la potencia consumida por las cargas tiende a ser restaurada por la acción de los reguladores de tensión de las máquinas y los cambiadores de taps de los transformadores. Este restablecimiento de las cargas incrementa el stress de la red de alta tensión incrementando el consumo de potencia reactiva y causando una mayor reducción en la tensión. Una situación que causa inestabilidad de tensión ocurre cuando las dinámicas de la carga procuran restaurar el consumo de potencia más allá de la capacidad de la red de la transmisión y de la generación en línea.

Un factor importante que contribuye a la inestabilidad de tensión es la caída de tensión que ocurre cuando la potencia activa y reactiva atraviesan las reactancias inductivas de la red de transmisión; esto limita la capacidad de la red de transmisión para la transferencia de la potencia y el soporte de tensión. La transferencia de potencia y el soporte de tensión se limitan más a fondo cuando algunos de los generadores llegan a sus límites máximos de la capacidad de corriente de campo. Adicionalmente se amenaza la estabilidad de tensión cuando un disturbio aumenta la demanda de la potencia reactiva más allá de la capacidad sostenible de la potencia reactiva disponible.

De las definiciones anteriores se puede concluir que se debe realizar una adecuada planea-

ción operativa para prevenir todos los tipos de estabilidad y el colapso de tensión. En estos estudios se deben definir las necesidades de compensación, los requerimientos mínimos de unidades en líneas para todos los períodos de carga del día, las posiciones de los taps de los transformadores, entre otros.

Capítulo 4

Flujo de Potencia Continuado

4.1. Introducción

El método de flujo continuado se emplea para estudiar la confiabilidad de algunos regímenes en estado estacionario, en los que la carga y la generación del sistema se va incrementando en pasos hasta que el flujo de carga correspondiente no converja, lo que indica que se ha llegado a un estado no estable del sistema. El flujo continuado puede emplearse teniendo en cuenta las restricciones de operación del sistema, tales como límites de generación de potencia reactiva en los nodos de tensión controlada, límites de tensión en los nodos de carga, límites de transferencias por las líneas y los límites de potencia activa de los generadores [43].

El perfil de tensión mostrado en la Figura 4.1 relaciona el módulo de la tensión de una determinada barra con el aumento de carga en las barras del sistema de potencia; este perfil es obtenido mediante sucesivas soluciones de flujo de potencia e incrementos de la carga y la generación, teniendo como parámetro de continuación el factor de carga (γ), o el módulo de fase de la tensión en la barra, hasta que el punto de máxima carga sea obtenido. Para esto comúnmente se asume el aumento de la carga de una determinada área manteniéndose el factor de potencia constante y proporcional al caso base, considerando el modelo de carga de tipo constante. Sin embargo, no es posible obtenerlo de forma completa utilizando un programa de flujo de potencia convencional, ya que la matriz Jacobiana se vuelve singular en el punto de máxima carga. Por esto, no es posible obtener la solución del flujo de potencia en este punto. Para evitar este problema, se utiliza el método de continuación aplicado

al problema de flujo de potencia, generando la metodología comúnmente conocido como flujo de potencia continuado. Esta metodología es una de las herramientas más eficaces en estudio de estabilidad de tensión, que consiste en un método indirecto de obtener el punto de carga máxima. El único punto de operación con única solución es el punto de carga

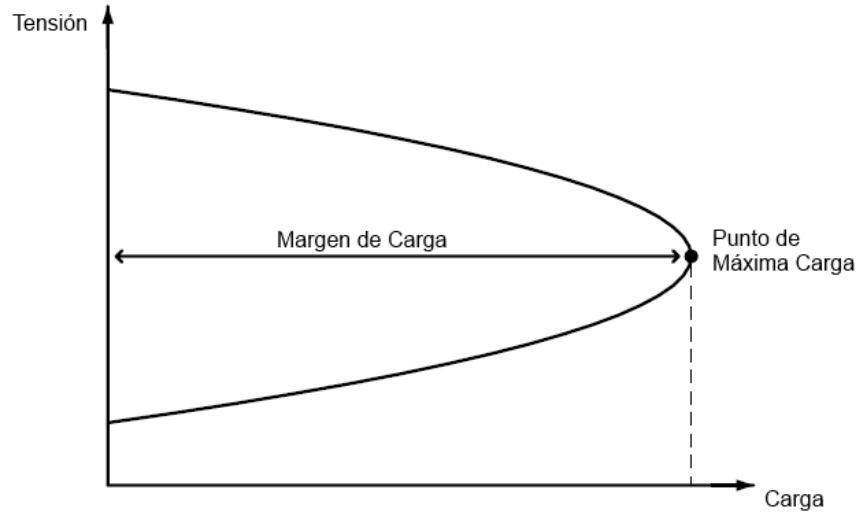


Figura 4.1: Perfil de tensión generado por el flujo de potencia continuado

máxima, correspondiente a la carga máxima que el sistema soporta sin perder estabilidad de la tensión. La parte inferior de la curva, que comprende las soluciones debajo del punto de carga máxima no tiene sentido práctico, ya que corresponden a puntos de funcionamiento inestables. Además, el flujo de potencia continuado también proporciona el margen de carga del sistema, es decir, la distancia en MW o MVA de un determinado punto de operación al punto de carga máxima, como se muestra en la Figura 4.1.

El flujo de potencia continuado ha sido un tema continuamente estudiado y presentado en la literatura. En [8] es presentado un modelo matemático de flujo de potencia continuado, utilizando el aumento de carga, la magnitud de la tensión y el ángulo de fase en la barra como parámetro de continuación. Las pérdidas totales de energía activa y reactiva, así como la potencia activa y reactiva generada por la barra de referencia se consideran como parámetro de continuación [22].

4.2. Principios Básicos

El principio general detrás del flujo de potencia continuado es simple. Se emplea un esquema predictor-corrector con el fin de encontrar un camino de solución del conjunto de ecuaciones de flujo de potencia, que se han reformulado para incluir un parámetro de carga (γ). Como se muestra en la Figura 4.2, se parte de una solución conocida y utiliza un predictor tangente para estimar una solución posterior correspondiente a un valor diferente del parámetro de carga. Esta estimación se corrige usando la misma técnica de Newton-Raphson empleada en un flujo de potencia convencional. La parametrización del lugar mencionados anteriormente proporciona un medio para identificar cada punto a lo largo de la ruta de solución y juega un papel fundamental en evitar la singularidad en el jacobiano [8].

Sea un sistema de ecuaciones no lineales (4.1), donde \mathbf{x} es un vector de dimensión $2n$, formado por las componentes $\boldsymbol{\theta}$, \mathbf{V} y $\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_m$, dependiendo de como son escritas las ecuaciones de potencia en coordenadas polares o rectangulares, respectivamente.

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \gamma) = \mathbf{0} \tag{4.1}$$

El método de continuación consiste en la obtención, a partir de una solución base (\mathbf{x}^1, γ^1) , la solución subsecuente del sistema (\mathbf{x}^2, γ^2) a un punto predeterminado (\mathbf{x}^*, γ^*) . La solución (\mathbf{x}^1, γ^1) representa la solución del caso base obtenida a partir del flujo de potencia convencional. Cada nueva solución del sistema es calculada a través de las etapas de predicción y corrección mostradas en la figura 4.2.

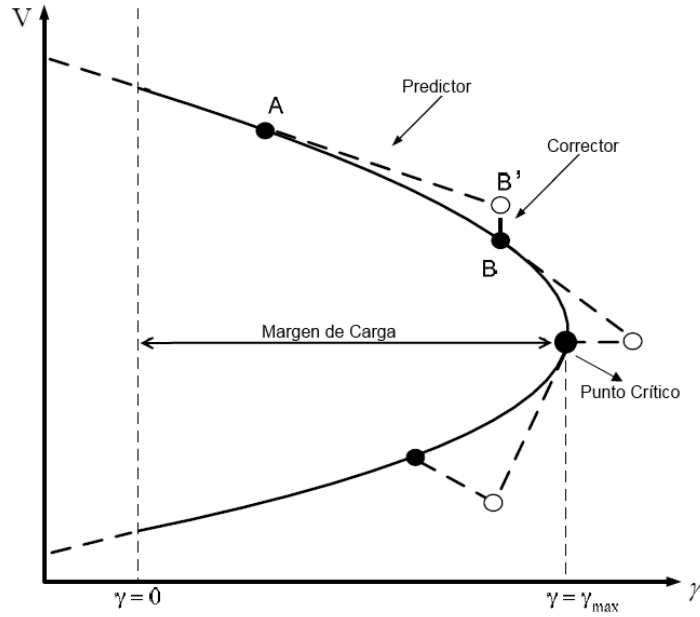


Figura 4.2: Metodología de Predicción y Corrección

Después de determinar el punto correcto de funcionamiento **A**, la estimación se realiza de acuerdo a la dirección tangente a la función descrita en (4.1) por un paso especificado. Por lo tanto, se calcula una nueva estimación puntual **B'**. Este punto se utiliza entonces como una condición inicial para la obtención de la solución correcta **B**. El proceso sigue este razonamiento repetidamente. La variable γ en (4.1) corresponde al aumento de carga, es decir, para $\gamma = 0$ es el caso base y para $\gamma = \gamma_{max}$ es el punto de carga máxima o punto crítico [21].

4.3. Representación en Coordenadas Polares de Tensión

Las ecuaciones de potencia representadas en coordenadas polares (3.6) y (3.7) que hacen referencia a una barra genérica k , mas la variable γ , están dadas por:

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) + P_{D_k}(1 + \gamma) - P_{G_k}(1 + \gamma K_{G_k}) = 0 \quad (4.2)$$

$$V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) + Q_{D_k}(1 + \gamma) - Q_{G_k}(1 + \gamma) = 0 \quad (4.3)$$

La distribución de la carga activa adicional entre unidades de generación se hace a través de los factores de participación K_{G_k} de cada unidad de generación k . Estos factores son obtenidos dividiendo la potencia activa generada por la unidad del caso base por la potencia activa total generada en el caso base.

4.3.1. Proceso de Estimación

Las ecuaciones (4.2) y (4.3) pueden ser escritas genéricamente de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{\mathbf{V}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.4)$$

El proceso de estimación es a través del vector tangente $[d\underline{\theta} \ d\underline{\mathbf{V}} \ d\gamma]^t$ obtenido de la linealización de (4.4). De esta forma:

$$d[\mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{\mathbf{V}}, \gamma)] = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.5)$$

De otra forma:

$$\mathbf{F}_\theta d\underline{\theta} + \mathbf{F}_V d\underline{\mathbf{V}} + \mathbf{F}_\gamma d\gamma = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.6)$$

En forma matricial se tiene:

$$[\mathbf{F}_\theta \ \mathbf{F}_V \ \mathbf{F}_\gamma] \begin{bmatrix} d\underline{\theta} \\ d\underline{\mathbf{V}} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.7)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\theta &= \frac{\partial \mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{\mathbf{V}}, \gamma)}{\partial \underline{\theta}} \\ \mathbf{F}_V &= \frac{\partial \mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{\mathbf{V}}, \gamma)}{\partial \underline{\mathbf{V}}} \\ \mathbf{F}_\gamma &= \frac{\partial \mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{\mathbf{V}}, \gamma)}{\partial \gamma} \end{aligned}$$

El sistema descrito por (4.7) es el proceso convencional de solución del flujo de potencia más una variable. Por lo tanto, para obtener una solución única es añadir otra ecuación al sistema.

Esto se puede hacer especificando un valor diferente de cero a una de las componentes del vector tangente, asegurando la no singularidad de la matriz Jacobiana en el punto de máxima carga [8]. De esta forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_\theta & \mathbf{F}_V & \mathbf{F}_\gamma \\ & \underline{e}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ z \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

De donde el vector \underline{e} es nulo excepto en la posición k , que tiene valor unitario. La variable z define el tamaño de la variación del parámetro de continuación.

En cada etapa de estimación se hace la elección del parámetro de continuación. En este trabajo, esta elección se realiza mediante el análisis de la variación de cada estado entre los dos últimos puntos fijos (A y B en la Figura 4.2). Aquel estado con mayor variación porcentual en relación con los otros será el siguiente parámetro de continuación. En (4.9) se muestran las expresiones utilizadas para calcular la variación porcentual de la carga y de las tensiones en las barras.

$$var_{-\gamma}(\%) = \frac{\gamma_A - \gamma_B}{\gamma_A} 100\% \quad (4.9)$$

$$var_{-V}(\%) = \frac{V_A - V_B}{V_A} 100\%$$

Mientras la carga del sistema este más alejado del punto máximo, el parámetro de continuación es la carga adicional γ , por presentar mayor variación porcentual en relación a la tensión, el parámetro de continuación pasa a ser el módulo de tensión en una de las barras de tensión variable (tipo PQ), siendo la barra escogida aquella que presente mayor variación porcentual de tensión entre los dos últimos puntos corregidos de la curva.

Desarrollando la ecuación (4.8) teniendo en cuenta las ecuaciones (4.2) y (4.3), obsérvese que el proceso de estimación de la carga γ esta dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_p & \mathbf{J}_{P_\gamma} \\ \underline{\mathbf{0}}^t & \underline{\mathbf{0}}^t \\ \hline & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Donde p_γ es el paso de variación de carga, cuyo valor sera positivo si el punto de máxima carga no ha sido alcanzado y negativo en el caso contrario. La matriz \mathbf{J}_p es obtenida directamente

de (A1.20 Actualizar). Los valores de $\underline{\mathbf{J}}_{P_\gamma}$ y $\underline{\mathbf{J}}_{Q_\gamma}$ solamente son diferente de cero para las barras con aumento en demanda. Para una barra genérica k , considerándose el modelo de carga constante de tipo potencia constante se tiene:

$$J_{P_{\gamma_k}} = P_{D_k} \quad (4.11)$$

$$J_{Q_{\gamma_k}} = Q_{D_k} \quad (4.12)$$

Por otro lado, sí el parámetro de continuación es la tensión V_q , donde q se refiere a la barra con mayor variación porcentual de tensión entre los dos últimos puntos corregidos, entonces el sistema a resolver presenta el siguiente formato:

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} & & & & \underline{\mathbf{J}}_{P_\gamma} & & & & \begin{matrix} d\theta \\ dV_1 \\ \vdots \\ dV_q \\ \vdots \\ dV_n \\ d\gamma \end{matrix} \\ & & & & J_{Q_{\gamma_1}} & & & & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -p_v \end{matrix} \\ & & & & \vdots & & & & \\ & & & & J_{Q_{\gamma_q}} & & & & \\ & & & & \vdots & & & & \\ & & & & J_{Q_{\gamma_n}} & & & & \\ \hline \underline{\mathbf{0}}^t & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & 0 & & \end{array} \right] = \quad (4.13)$$

Donde p_v es el paso de variación de la tensión en la barra q .

Después de calcular el vector tangente, las variables de estado se actualizan. Así, desde el punto correcto A se obtiene la siguiente estimación \mathbf{B}' :

$$\begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{\mathbf{V}} \\ \gamma \end{bmatrix}^{B'} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{\mathbf{V}} \\ \gamma \end{bmatrix}^A + \begin{bmatrix} d\theta \\ d\mathbf{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

El vector tangente en la formulación polar es útil también en la determinación de las áreas frágiles del sistema, pues en el punto de bifurcación, el vector tangente se acerca al vector propio derecho asociado con el valor propio cero de la matriz jacobiana [28]. Por lo tanto, se puede utilizar para indicar las variables de estado que sufren la mayor variación con el aumento de la demanda del sistema. También hay técnicas para acelerar el proceso continuó utilizando el vector tangente [29].

Después de el calculo del vector de corrección dado por (4.16) o (4.17), las variables de estado son actualizadas en una iteración dada $(h + 1)$ de acuerdo con (4.18). Al final del proceso iterativo, o punto correcto \mathbf{B} es obtenido a partir de la estimativa \mathbf{B}' .

$$\begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{\mathbf{V}} \\ \gamma \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{\mathbf{V}} \\ \gamma \end{bmatrix}^h + \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{\mathbf{V}} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix}^h \quad (4.18)$$

4.4. Representación en Coordenadas Rectangulares de Tensión

Las ecuaciones de potencia representadas en coordenadas polares (3.8) y (3.9) que hacen referencia a una barra genérica k , mas la variable γ , están dadas por:

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + P_{D_k} (1 + \gamma) - P_{G_k} (1 + \gamma K_{G_k}) = 0 \quad (4.19)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) + Q_{D_k} (1 + \gamma) - Q_{G_k} (1 + \gamma) = 0 \quad (4.20)$$

4.4.1. Proceso de Estimación

Las ecuaciones (4.19) y (4.20) pueden ser escritas genéricamente de las siguiente forma:

$$\mathbf{F}(\underline{\mathbf{V}}_r, \underline{\mathbf{V}}_m, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.21)$$

El proceso de estimación es a través del vector tangente $[d\underline{\mathbf{V}}_r \ d\underline{\mathbf{V}}_m \ d\gamma]^t$ obtenido de la linealización de (4.21). De esta forma:

$$d[\mathbf{F}(\underline{\mathbf{V}}_r, \underline{\mathbf{V}}_m, \gamma)] = \underline{\mathbf{0}} \quad (4.22)$$

En forma matricial se tiene:

$$[\mathbf{F}_{\mathbf{V}_r} \quad \mathbf{F}_{\mathbf{V}_m} \quad \mathbf{F}_\gamma] \begin{bmatrix} d\mathbf{V}_r \\ d\mathbf{V}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.23)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{V}_r} &= \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}(\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_m, \gamma)}{\partial \mathbf{V}_r} \\ \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{V}_m} &= \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}(\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_m, \gamma)}{\partial \mathbf{V}_m} \\ \underline{\mathbf{F}}_\gamma &= \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}(\mathbf{V}_r, \mathbf{V}_m, \gamma)}{\partial \gamma} \end{aligned}$$

Así como en el caso de coordenadas polares, se añade una nueva ecuación para especificar un valor diferente de cero a uno de los componentes del vector tangente y por lo tanto responsable de asegurar la no singularidad del Jacobiano en el punto de carga máxima, de esta forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathbf{V}_r} & \mathbf{F}_{\mathbf{V}_m} & \mathbf{F}_\gamma \\ & \underline{\mathbf{e}}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{V}_r \\ d\mathbf{V}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ z \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Cabe resaltar que al escoger es parámetro de continuación sigue las mismas directrices definidas en el caso de coordenadas polares. Desarrollando la ecuación (4.24) teniendo en cuenta las ecuaciones (4.19) y (4.20), se observa que el proceso de estimación por carga γ esta dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_r & \underline{\mathbf{J}}_{P_\gamma} \\ \underline{\mathbf{0}}^t & \underline{\mathbf{J}}_{Q_\gamma} \\ \underline{\mathbf{0}}^t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{V}_r \\ d\mathbf{V}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Donde p_γ es el paso de variación de carga, cuyo valor sera positivo si el punto de máxima carga no ha sido alcanzado y negativo en el caso contrario. La matriz \mathbf{J}_r es obtenida directamente de (A1.42 o A1.43 Actualizar). Los valores de $\underline{\mathbf{J}}_{P_\gamma}$ y $\underline{\mathbf{J}}_{Q_\gamma}$ son obtenidos de las ecuaciones (4.11) y (4.12). Pero, los términos $\underline{\mathbf{J}}_{Q_\gamma}$ son calculados apenas para las barras de tipo PQ .

Por otro lado, si el parámetro de continuación es la tensión V_q , donde q se refiere a la barra con mayor variación porcentual de tensión entre los do últimos puntos corregidos, entonces

valor definido por p_v que es el paso de variación de la tensión en la barra q .

$$\Delta w = (V_q^{esp} - V_q^2) - p_v \quad (4.32)$$

Después del calculo del vector de corrección dado por (4.30) o (4.31), las variables de estado son actualizadas en una iteración dada $(h + 1)$ de acuerdo con (4.33). Al final del proceso iterativo, o punto correcto \mathbf{B} es obtenido a partir de la estimativa \mathbf{B}' .

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_r \\ \underline{V}_m \\ \gamma \end{bmatrix}^{h+1} = \begin{bmatrix} \underline{V}_r \\ \underline{V}_m \\ \gamma \end{bmatrix}^h + \begin{bmatrix} \Delta \underline{V}_r \\ \Delta \underline{V}_m \\ \Delta \gamma \end{bmatrix}^h \quad (4.33)$$

4.5. Control de Potencia Reactiva

La falta de soporte adecuado a la generación de potencia reactiva en los sistemas de energía es reconocido como el factor que más contribuye al proceso de colapso de tensión. Formas precisas para calcular la capacidad de generación de energía reactiva en el sistema se pueden obtener teniendo en cuenta las limitaciones en el rotor y la corriente del estator y el ángulo del rotor en cada generador. Sin embargo, en este trabajo se utiliza el enfoque más habitual de la curva de capacidad, donde los limites generación de potencia reactiva son obtenidos del modelo estático de los generadores. Estos limites pueden ser representados por la siguiente desigualdad:

$$\mathbf{Q}_{g_{pv}}^{min} < \mathbf{Q}_{g_{pv}} < \mathbf{Q}_{g_{pv}}^{max}$$

Donde $\mathbf{Q}_{g_{pv}}^{min}$ y $\mathbf{Q}_{g_{pv}}^{max}$ son vectores cuyos componentes son respectivamente los limites mínimo y máximo de generación de potencia reactiva en las barras PV del sistema. La potencia reactiva generada por las barras PV son representadas por el vector $\mathbf{Q}_{g_{pv}}$.

El procedimiento normalmente adotado para el tratamiento de este tipo de restricciones consiste en verificar, durante el proceso iterativo, si el límite de potencia reactiva generada de alguna barra fue violado. En caso afirmativo, la barra correspondiente pasa a ser una barra de carga PQ , deja de ser controlada y pasa a ser una variable adicional calculada a lo largo de las iteraciones. Una vez convertida en PQ , la barra no se convierte de nuevo en una

barra *PV* durante el proceso iterativo.

En el límite usual del tratamiento de límites de generación de potencia reactiva, puede ocurrir violaciones de límites de más de una barra de generación al mismo tiempo, para un dado incremento del proceso iterativo. La pérdida de control de tensión de diversas barras puede dificultar la convergencia.

Como el objetivo es controlar la generación de potencia reactiva, se mantiene la estrategia convencional de análisis de los límites en cada iteración de la etapa de corrección.

4.6. Diagrama de Flujo

El diagrama de flujo presentado en la Figura 4.3 ilustra todos los pasos considerados en la obtención de la curva de continuación, para cualquier formulación utilizada en el flujo de potencia continuado. El programa inicia con la solución del flujo de potencia para el caso base. Se presenta en el diagrama una etapa de división del paso, la cual es necesaria, ya que la distancia entre los puntos estimados y corregidos pueden comprometer la corrección. Si el punto estimado está lejos de la curva *PV*, el método no converge o requiere un número excesivo de iteraciones.

El primer punto estimado siempre es obtenido utilizando la carga como parámetro de continuación, si la corrección para este punto falla, entonces el paso de carga es dividido por 2 y es obtenido un nuevo punto estimado. El programa realiza este proceso de división no más de 10 veces consecutivas, verificando en cada paso, si el valor de paso no ha alcanzado un valor mínimo preestablecido de 0,1%. Ocurrendo una de estas situaciones, el parámetro de continuación pasa a ser la tensión en la barra que tenga la mayor variación porcentual de tensión entre los dos últimos puntos corregidos. El número máximo de divisiones y los valores mínimos preestablecidos son empíricos.

Si la corrección del punto estimado por tensión falla, entonces el paso por tensión es dividido por 2 y es obtenido un nuevo punto estimado. El programa realiza este proceso de división no más de 10 veces consecutivas, verificando en cada paso, si el valor de paso por tensión no ha alcanzado un valor mínimo preestablecido de 0,5%. Ocurrendo una de estas situaciones, el parámetro de continuación pasa a ser la tensión en la segunda barra que tenga la mayor

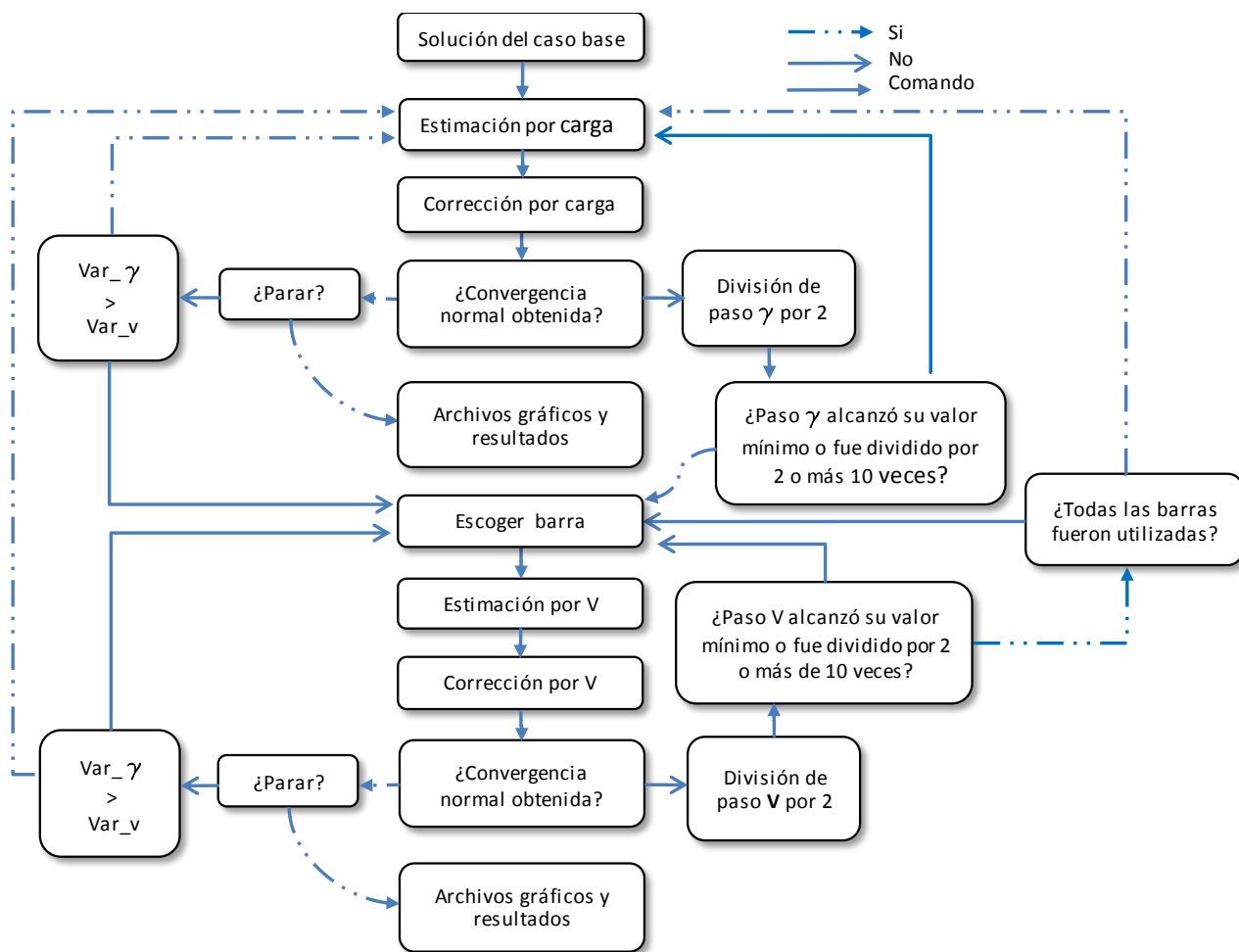


Figura 4.3: Diagrama de flujo del programa de flujo de potencia continuado

variación porcentual de tensión entre los dos últimos puntos corregidos. A medida que la tensión en las otras barras pasan a ser el parámetro de continuación, el paso mínimo se convierte en el 10% más alto que el paso mínimo anterior. Así, el programa puede llegar a utilizar la tensión en todas las barras de carga como parámetro continuación. Si esto ocurre y no es posible obtener el siguiente punto de la curva, el parámetro continuación vuelve a ser la carga adicional.

A medida que cada punto corregido se obtiene, los valores de pasos de continuación, pasos mínimos y el número de divisiones de los pasos son ajustados a sus valores originales, a fin de no perjudicar la obtención de los siguientes puntos corregidos, evitando que el programa se vuelve más lento.

Al intentar obtener un punto corregido a través de un punto estimado, el programa considera un criterio de no convergencia cuando el parámetro es la carga adicional y es predeterminado en no más de 20 iteraciones para los intentos de corrección y 9 iteraciones cuando el parámetro es la tensión. Estos números se determinaron empíricamente, dependiendo de la convergencia del proceso iterativo.

Como último proceso se generan los archivos gráficos y resultados correspondientes al sistema en evaluación.

4.7. Ejemplo Numérico

Sea el sistema de prueba de la Figura 4.4, constituido por tres barras y dos líneas de transmisión. Los datos de las líneas de transmisión y de las barras están representados en las Tablas 4.1 y 4.2, respectivamente.

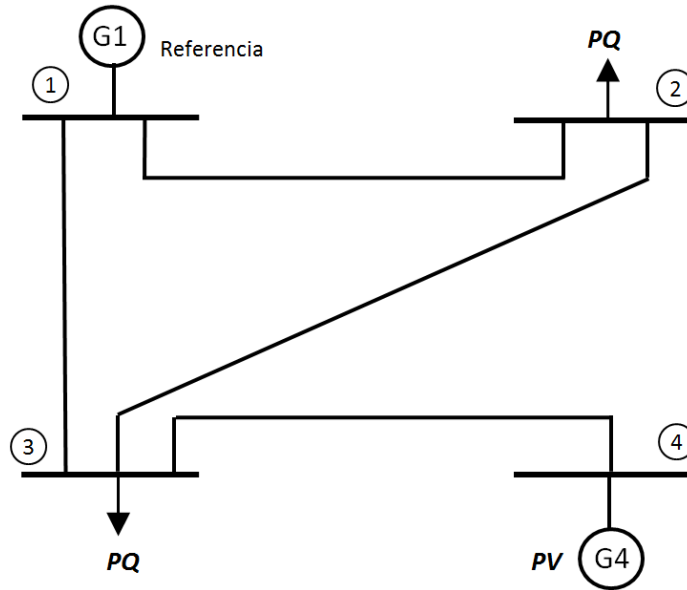


Figura 4.4: Sistema de prueba de cuatro barras

Tabla 4.1: Datos de las Líneas - Sistema de prueba 4 barras

Nodo Inicial	Nodo Final	Resistencia Serie (p.u)	Reactancia Serie (p.u)	Ysh/2 Serie (p.u)
1	2	0,08	0,40	0,0167
1	3	0,12	0,50	0,0147
2	3	0,10	0,40	0,0173
3	4	0	0,30	0

El objetivo es presentar los procesos de estimación y corrección utilizando el sistema de prueba. La solución del flujo de potencia referente al caso base es mostrado en la Tabla 4.3. El modelo de carga es de potencia constante, los límites de generación en las barras de tipo PV están desactivados y el factor de potencia de las cargas es mantenido constante durante todo el proceso.

Tabla 4.2: Datos de las Barras - Sistema de prueba 4 barras

Barra	Tipo	Tensión (p.u)	Ángulo (°)	P_G (p.u)	Q_G (p.u)	P_D (p.u)	Q_D (p.u)
1	$V\theta$	1,05	0	1,00	0	0	0
2	PQ	1,00	0	0	0	0,55	0,13
3	PQ	1,00	0	0	0	0,30	0,18
4	PV	1,00	0	0,50	0	0	0

Tabla 4.3: Solución de caso base - Sistema de prueba 4 barras

Barra	Tipo	Tensión (p.u)	Ángulo (°)	P_G (p.u)	Q_G (p.u)	P_D (p.u)	Q_D (p.u)
1	$V\theta$	1,05	0	0,3681	0,2746	0	0
2	PQ	0,9641	-6,4556	0	0	0,55	0,13
3	PQ	0,9818	-0,4580	0	0	0,30	0,18
4	PV	1	8,3301	0,50	0,0991	0	0

4.7.1. Solución en Coordenadas Polares

En la Figura 4.5 se muestran las curvas de continuación del sistema de cuatro barras, con el punto de máxima carga y su respectiva tensión de colapso. En las Figuras 4.6 y 4.7 se ilustran las curvas de continuación de las barras de carga 2 y 3 considerando el paso de continuación del 10% para el parámetro de carga y cuando el parámetro es por tensión se considera del 5%, teniendo en cuenta que a medida que se disminuye el tamaño de paso, es mayor la precisión de la curva obtenida. En las Tablas 4.4 y 4.5 se muestran algunos puntos corregidos de las barras 2 y 3 respectivamente, los cuales están ilustrados en las Figuras 4.6 y 4.7.

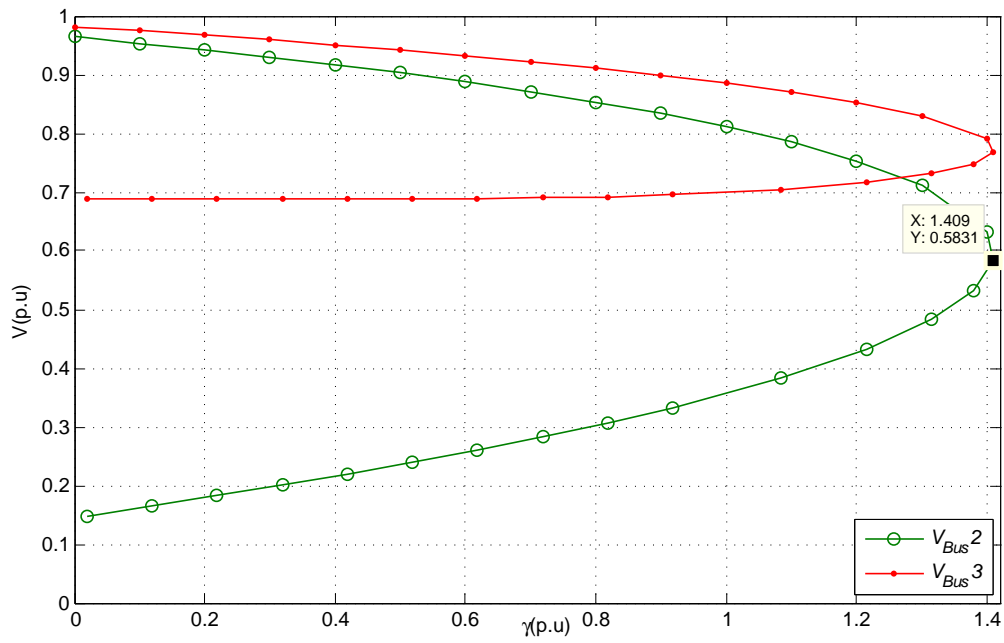


Figura 4.5: Curvas de continuación - Sistema de prueba 4 barras

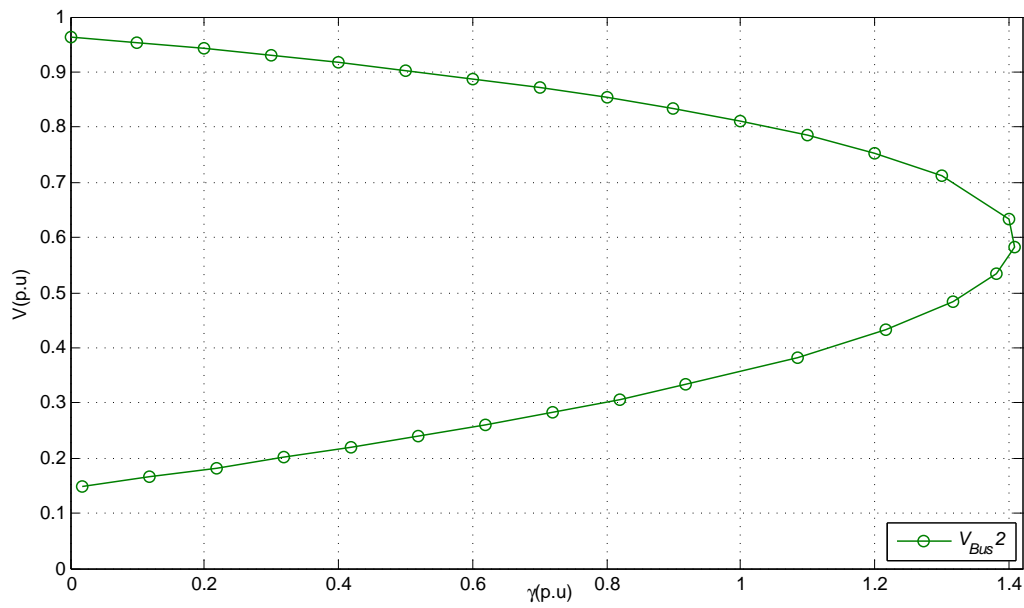


Figura 4.6: Curva de continuación barra 2- Sistema de prueba 4 barras

Tabla 4.4: Puntos corregidos del flujo de potencia continuado polar - barra 2

Punto	Parámetro de continuación	$V_2(p.u)$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_4(^{\circ})$	$\gamma(p.u)$
1	γ	0,9641	-6,4556	8,3301	0
2	γ	0,9533	-7,641	7,417	0,1
15	γ	0,6331	-34,353	-8,793	1,4
16	V_2	0,5831	-37,701	-9,752	1,4093
17	V_2	0,5331	-40,886	-10,240	1,3804

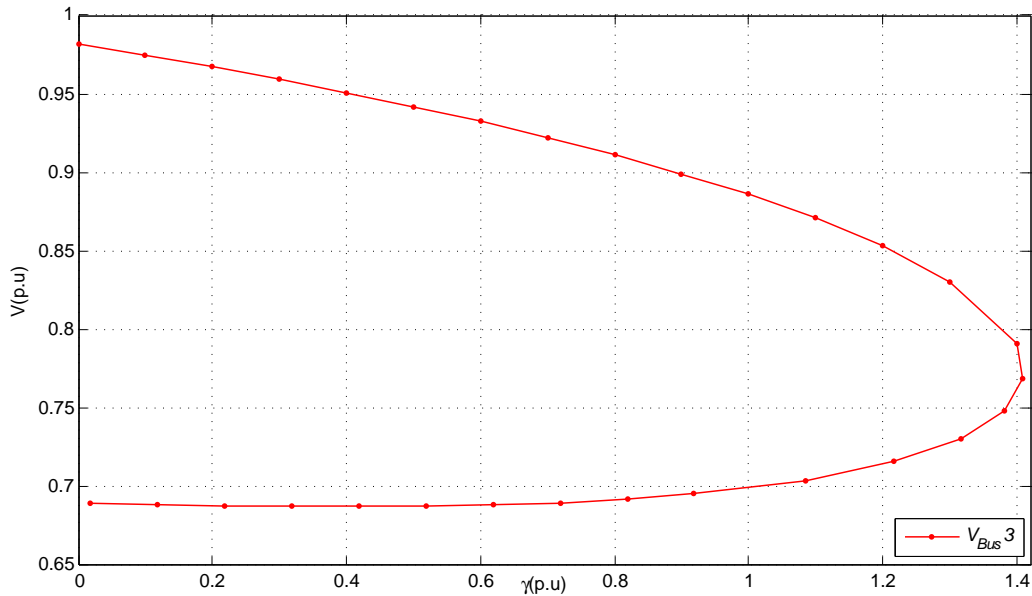


Figura 4.7: Curva de continuación barra 3- Sistema de prueba 4 barras

Tabla 4.5: Puntos corregidos del flujo de potencia continuado polar - barra 3

Punto	Parámetro de continuación	$V_3(p.u)$	$\theta_3(^{\circ})$	$\theta_4(^{\circ})$	$\gamma(p.u)$
1	γ	0,9818	-0,4580	8,3301	0
2	γ	0,9746	-1,436	7,417	0,1
15	γ	0,7913	-19,721	-8,793	1,4
16	V_2	0,7688	-21,004	-9,752	1,4093
17	V_2	0,7485	-21,800	-10,240	1,3804

El punto 16 corresponde a la máxima carga. Se muestra a continuación la obtención de los puntos 2 y 16. Para el punto 2 se considera el caso base como punto de partida. Por lo tanto, las demandas de potencia activa y reactiva de las barras en el caso base vienen dadas por:

$$\begin{aligned}P_{D_1} &= 0 \\P_{D_2} &= 0,55 \text{ p.u.} \\P_{D_3} &= 0,30 \text{ p.u.} \\P_{D_4} &= 0 \\Q_{D_1} &= 0 \\Q_{D_2} &= 0,13 \text{ p.u.} \\Q_{D_3} &= 0,18 \text{ p.u.} \\Q_{D_4} &= 0\end{aligned}$$

En el punto estimado correspondiente a $\gamma = 0,1$ tiene las siguientes demandas de potencia activa y reactiva en cada barra:

$$\begin{aligned}P_{D_1} &= 0 \\P_{D_2} &= 0,605 \text{ p.u.} \\P_{D_3} &= 0,330 \text{ p.u.} \\P_{D_4} &= 0 \\Q_{D_1} &= 0 \\Q_{D_2} &= 0,143 \text{ p.u.} \\Q_{D_3} &= 0,198 \text{ p.u.} \\Q_{D_4} &= 0\end{aligned}$$

A través de (A1.1) y (A1.2) se obtiene las potencias activas y reactivas líquidas inyectadas en cada barra:

$$\begin{aligned}P_1 &= 0,4576 \text{ p.u.} \\P_2 &= -0,6050 \text{ p.u.} \\P_3 &= -0,3300 \text{ p.u.} \\P_4 &= 0,5000 \text{ p.u.} \\Q_1 &= 0,3054 \text{ p.u.} \\Q_2 &= -0,1430 \text{ p.u.} \\Q_3 &= -0,1980 \text{ p.u.} \\Q_4 &= 0,1232 \text{ p.u.}\end{aligned}$$

La aplicación de la Ecuación (4.10) referente al proceso de estimación de la carga resulta en el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 4,5203 & -2,1569 & 0 & 0,4602 & -0,8011 & 0,5500 \\ -2,2733 & 7,4532 & -3,2342 & -0,3330 & 0,7176 & 0,3000 \\ 0 & -3,2342 & 3,2342 & 0 & 0,5093 & 0 \\ -1,5437 & 0,7865 & 0 & 4,4187 & -2,1969 & 0,1300 \\ 0,3211 & -1,3045 & 0,5000 & -2,3578 & 7,2247 & 0,1800 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ d\theta_3 \\ dV_2 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

Cuya solución resultante es:

$$\begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ d\theta_3 \\ dV_2 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0204 \\ -0,0169 \\ -0,0158 \\ -0,0105 \\ -0,0070 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

Luego, el punto estimado es dado por (4.14), o sea:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_2 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{Estimado} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_2 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{Corregido} + \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ d\theta_3 \\ dV_2 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix}^{Estimado} = \begin{bmatrix} -0,1127 \\ -0,0080 \\ 0,1454 \\ 0,9641 \\ 0,9818 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0204 \\ -0,0169 \\ -0,0158 \\ -0,0105 \\ -0,0070 \\ 0,1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1331 \\ -0,0249 \\ 0,1296 \\ 0,9536 \\ 0,9748 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

Referente al punto 1

A partir de los valores de tensión y ángulos estimados se obtiene entonces los valores corregidos, aplicando el método iterativo descrito por la Ecuación (4.16). Utilizando una tolerancia de 10^{-5} p.u., las variables de estado asociadas al punto corregido 2 se obtienen en apenas una iteración. Los ángulos están dados en radianes.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_2 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1334 \\ -0,0251 \\ 0,1294 \\ 0,9533 \\ 0,9746 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

La aplicación de la expresión (4.9) indica que para estimar el proximo punto se debe considerar como parámetro de continuación la carga.

$$var_{-\gamma} = \frac{1-1,1}{1} * 100 \% = 10 \%$$

$$var_{-V_2} = \frac{0,9641-0,9533}{0,9641} * 100 \% = 1,1202 \%$$

$$var_{-V_3} = \frac{0,9818-0,9746}{0,9818} * 100 \% = 0,7333 \%$$

Para determinar el punto 16 el de máxima carga se considera como partida. Las demandas de potencia activa y reactiva correspondientes el punto 15 ($\gamma = 1,4$) están dadas por:

$$\begin{aligned} P_{D_1} &= 0 \\ P_{D_2} &= 1,320 \text{ p.u.} \\ P_{D_3} &= 0,720 \text{ p.u.} \\ P_{D_4} &= 0 \\ Q_{D_1} &= 0 \\ Q_{D_2} &= 0,312 \text{ p.u.} \\ Q_{D_3} &= 0,432 \text{ p.u.} \\ Q_{D_4} &= 0 \end{aligned}$$

A través de (A1.1) y (A1.2) se obtiene las potencias activas y reactivas líquidas inyectadas en cada barra:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 1,8435 \text{ p.u.} \\
 P_2 &= -1,3200 \text{ p.u.} \\
 P_3 &= -0,7200 \text{ p.u.} \\
 P_4 &= 0,5000 \text{ p.u.} \\
 Q_1 &= 1,5947 \text{ p.u.} \\
 Q_2 &= -0,3120 \text{ p.u.} \\
 Q_3 &= -0,4320 \text{ p.u.} \\
 Q_4 &= 0,7435 \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

La aplicación de la Ecuación (4.13) referente al proceso de estimación por tensión resulta en el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix}
 2,2050 & -1,0661 & 0 & -1,4082 & -0,7366 & 0,5500 \\
 -1,2150 & 5,1567 & -2,5899 & 0,0200 & -0,0853 & 0,3000 \\
 0 & -2,5899 & 2,5899 & 0 & 0,6319 & 0 \\
 -1,7485 & 0,5829 & 0 & 2,4972 & -1,3472 & 0,1300 \\
 -0,0126 & -1,3725 & 0,5000 & -1,9191 & 5,4248 & 0,1800 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 d\theta_1 \\
 d\theta_2 \\
 d\theta_3 \\
 dV_2 \\
 dV_3 \\
 d\gamma
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -0,05
 \end{bmatrix}$$

Cuya solución resultante es:

$$\begin{bmatrix}
 d\theta_1 \\
 d\theta_2 \\
 d\theta_3 \\
 dV_2 \\
 dV_3 \\
 d\gamma
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -0,0599 \\
 -0,0264 \\
 -0,0206 \\
 -0,0500 \\
 -0,0236 \\
 0,0293
 \end{bmatrix}$$

Luego, el punto estimado es dado por (4.14), o sea:

$$\begin{bmatrix}
 \theta_1 \\
 \theta_2 \\
 \theta_3 \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 \gamma
 \end{bmatrix}
 \overset{\text{Estimado}}{=}
 \begin{bmatrix}
 \theta_1 \\
 \theta_2 \\
 \theta_3 \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 \gamma
 \end{bmatrix}
 \overset{\text{Corregido}}{\underset{\text{Referente al punto 15}}{}}
 +
 \begin{bmatrix}
 d\theta_1 \\
 d\theta_2 \\
 d\theta_3 \\
 dV_2 \\
 dV_3 \\
 d\gamma
 \end{bmatrix}
 \overset{\text{Estimado}}{=}
 \begin{bmatrix}
 -0,5996 \\
 -0,3442 \\
 -0,1535 \\
 0,6331 \\
 0,7913 \\
 1,4000
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 -0,0599 \\
 -0,0264 \\
 -0,0206 \\
 -0,0500 \\
 -0,0236 \\
 0,0293
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -0,6594 \\
 -0,3705 \\
 -0,1741 \\
 0,5831 \\
 0,7677 \\
 1,4293
 \end{bmatrix}$$

A partir de los valores de tensión, ángulos y carga estimados se obtiene entonces los valores corregidos, aplicando el método iterativo descrito por la Ecuación (4.17). Utilizando una tolerancia de 10^{-5} p.u. En el proceso iterativo de corrección, V_2 se mantiene constante. En apenas dos iteración el Proceso converge al punto 16, con los siguientes valores.

La aplicación de la Ecuación (4.17) referente al proceso de corrección por tensión resulta en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1,9175 & -0,9347 & 0 & -1,6462 & -0,7196 & 0,5500 \\ -1,0847 & 4,8831 & -2,5099 & 0,0817 & -0,1517 & 0,3000 \\ 0 & -2,5099 & 2,5099 & 0 & 0,6507 & 0 \\ -1,6868 & 0,5525 & 0 & 2,2193 & -1,2174 & 0,1300 \\ -0,0477 & -1,3449 & 0,4995 & -1,8602 & 5,2254 & 0,1800 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0127 \\ 0,0019 \\ 0,0005 \\ -0,0041 \\ -0,0016 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando el método de Newton-Raphson conlleva a encontrar la siguiente solución:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_2 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6580 \\ -0,3666 \\ -0,1702 \\ 0,5831 \\ 0,7688 \\ 1,4093 \end{bmatrix}$$

La aplicación de la expresión (4.9) indica que para estimar el proximo punto se debe considerar como parámetro de continuación la tensión en la barra 2.

$$var_{-\gamma} = \frac{|1,4-1,4093|}{1,4} * 100 \% = 0,6643 \%$$

$$var_{-V_2} = \frac{0,6331-0,5831}{0,6331} * 100 \% = 7,8976 \%$$

$$var_{-V_3} = \frac{0,7913-0,7688}{0,7913} * 100 \% = 2,8434 \%$$

4.7.2. Solución en Coordenadas Rectangulares

La solución en coordenadas rectangulares genera las mismas curvas de continuación mostradas en las Figuras 4.5, 4.6 y 4.7. En la Tabla 4.6 y 4.7 son mostrados algunos de los puntos corregidos en coordenadas rectangulares para las barras 2 y 3, y sus valores equivalentes en coordenadas polares, los cuales están ilustrados en las Figuras 4.6 y 4.7 respectivamente.

Tabla 4.6: Puntos corregidos del flujo de potencia continuado rectangular - barra 2

Punto	Parámetro de continuación	V_{r_2} (p.u)	V_{m_2} (p.u)	V_2 (p.u)	θ_2 (°)	θ_4 (°)	γ (p.u)
1	γ	0,958	-0,1084	0,9641	-6,4556	8,3301	0
2	γ	0,9449	-0,1268	0,9533	-7,641	7,417	0,1
15	γ	0,5227	-0,3572	0,6331	-34,353	-8,793	1,4
16	V_2	0,4613	-0,3566	0,5831	-37,701	-9,752	1,4093
17	V_2	0,4030	-0,3489	0,5331	-40,886	-10,240	1,3804

Tabla 4.7: Puntos corregidos del flujo de potencia continuado rectangular - barra 3

Punto	Parámetro de continuación	V_{r_3} (p.u)	V_{m_3} (p.u)	V_3 (p.u)	θ_3 (°)	θ_4 (°)	γ (p.u)
1	γ	0,9818	-0,0078	0,9818	-0,4580	8,3301	0
2	γ	0,9743	-0,0244	0,9746	-1,436	7,417	0,1
15	γ	0,7449	-0,2670	0,7913	-19,721	-8,793	1,4
16	V_2	0,7177	-0,2755	0,7688	-21,004	-9,752	1,4093
17	V_2	0,6950	-0,2780	0,7485	-21,800	-10,240	1,3804

Los valores de las demandas de potencia activa y reactiva en las barras y los valores de potencia activa y reactiva inyectadas en cada barra son idénticos a los calculados en la formulación polar. Por lo tanto, la estimación del punto 2, correspondiente a $\gamma = 0,1$, se hace usando la ecuación (4.25) que resulta en el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} 0,9844 & -0,8186 & 0 & 4,6069 & -2,1904 & 0 & 0,5500 \\ -0,5960 & 0,7782 & -0,0262 & -2,3054 & 7,5854 & -3,2725 & 0,3000 \\ 0 & 0,4829 & 0,0262 & 0 & -3,2982 & 3,2725 & 0 \\ 4,2107 & -2,1904 & 0 & -2,0878 & 0,8186 & 0 & 0,1300 \\ -2,3054 & 7,2139 & -3,2725 & 0,5960 & -1,3864 & 0,0262 & 0,1800 \\ 0 & 0 & 1,9789 & 0 & 0 & 0,2898 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

Cuya solución resultante es:

$$\begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0127 \\ -0,0071 \\ 0,0023 \\ -0,0184 \\ -0,0165 \\ -0,0156 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

Luego, el punto estimado es dado por (4.29), o sea:

$$\begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{Estimado}} = \begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{Corregido}} + \begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{Estimado}} = \begin{bmatrix} 0,9580 \\ 0,9818 \\ 0,9894 \\ -0,1084 \\ -0,0078 \\ 0,1449 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0127 \\ -0,0071 \\ 0,0023 \\ -0,0184 \\ -0,0165 \\ -0,0156 \\ 0,1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9454 \\ 0,9747 \\ 0,9917 \\ -0,1268 \\ -0,0244 \\ 0,1292 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

Referente al punto 1

A partir de los valores de tensión y ángulos estimados se obtiene entonces los valores corregidos, aplicando el método iterativo descrito por la Ecuación (4.30). Utilizando una tolerancia de 10^{-5} p.u., las variables de estado asociadas al punto corregido 2 se obtienen en apenas dos iteraciones.

$$\begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9449 \\ 0,9743 \\ 0,9916 \\ -0,1268 \\ -0,0244 \\ 0,1291 \\ 0,1000 \end{bmatrix}$$

Transformando los resultados a coordenadas polares, y aplicando la expresión (4.9) indica que para estimar el proximo punto se debe considerar como parámetro de continuación la carga.

$$var_{-\gamma} = \frac{1-1,1}{1} * 100 \% = 10 \%$$

$$var_{-V_2} = \frac{0,9641-0,9533}{0,9641} * 100 \% = 1,1202 \%$$

$$var_{-V_3} = \frac{0,9818-0,9746}{0,9818} * 100 \% = 0,7333 \%$$

Para determinar el punto 16 se considera como partida el punto 15. Haciendo $\gamma = 1,4$, donde se obtienen las mismas potencias activas y reactivas demandada e inyectadas como en la formulación polar. La aplicación de la Ecuación (4.26) referente al proceso de estimación por tensión, resulta en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0,8027 & -1,1480 & 0 & 3,6700 & -1,0197 & 0 & 0,5500 \\ -1,0664 & 2,1187 & -0,8900 & -1,5956 & 6,1632 & -2,4830 & 0,3000 \\ 0 & -0,5096 & 0,8900 & 0 & -3,2942 & 2,4830 & 0 \\ 0,5032 & -1,0197 & 0 & -3,6892 & 1,1480 & 0 & 0,1300 \\ -1,5956 & 4,5213 & -2,4830 & 1,0664 & -3,4633 & 0,8900 & 0,1800 \\ 0 & 0 & 1,9765 & 0 & 0 & -0,3057 & 0 \\ \hline 0,8256 & 0 & 0 & -0,5643 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,05 \end{bmatrix}$$

Cuya solución resultante es:

$$\begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0627 \\ -0,0292 \\ -0,0031 \\ -0,0031 \\ -0,0117 \\ -0,0204 \\ 0,0293 \end{bmatrix}$$

Luego, el punto estimado es dado por (4.29), o sea:

$$\begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{Estimado}} = \begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{Corregido}} + \begin{bmatrix} dV_{r_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{r_4} \\ dV_{m_2} \\ dV_{m_3} \\ dV_{m_4} \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{Estimado}} = \begin{bmatrix} 0,5227 \\ 0,7449 \\ 0,9882 \\ -0,3572 \\ -0,2670 \\ -0,1529 \\ 1,4000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0627 \\ -0,0292 \\ -0,0031 \\ -0,0031 \\ -0,0117 \\ -0,0204 \\ 0,0293 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4600 \\ 0,7157 \\ 0,9851 \\ -0,3603 \\ -0,2787 \\ -0,1732 \\ 1,4293 \end{bmatrix}$$

Referente al punto 15

A partir de los valores de tensión, ángulos y carga estimados se obtiene entonces los valores corregidos, aplicando el método iterativo descrito por la Ecuación (4.31). Utilizando una tolerancia de 10^{-5} p.u. En el proceso iterativo de corrección, V_2 se mantiene constante. En apenas dos iteraciones el proceso converge al punto 16, con los siguientes valores.

La aplicación de la Ecuación (4.31) referente al proceso de corrección por tensión resulta en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0,7134 & -1,1184 & 0 & 3,6015 & -0,8704 & 0 & 0,5500 \\ -1,0767 & 2,1697 & -0,9290 & -1,5200 & 5,9828 & -2,3856 & 0,3000 \\ 0 & -0,5774 & 0,9290 & 0 & -3,2837 & 2,3856 & 0 \\ -0,0268 & -0,8704 & 0 & -3,6736 & 1,1184 & 0 & 0,1300 \\ -1,5200 & 4,2365 & -2,3856 & 1,0767 & -3,5275 & 0,9290 & 0,1800 \\ 0 & 0 & 1,9702 & 0 & 0 & -0,3465 & 0 \\ \hline 0,7872 & 0 & 0 & -0,6166 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{r_3} \\ \Delta V_{r_4} \\ \Delta V_{m_2} \\ \Delta V_{m_3} \\ \Delta V_{m_4} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0016 \\ 0,0004 \\ -0,0019 \\ -0,0146 \\ -0,0016 \\ -0,0004 \\ -0,0012 \end{bmatrix}$$

Aplicando el método de Newton-Raphson conlleva a encontrar la siguiente solución:

$$\begin{bmatrix} V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{r_4} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ V_{m_4} \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4613 \\ 0,7177 \\ 0,9855 \\ -0,3566 \\ -0,2755 \\ -0,1694 \\ 1,4093 \end{bmatrix}$$

La aplicación de la expresión (4.9) indica que para estimar el proximo punto se debe considerar como parámetro de continuación la tensión en la barra 2.

$$var_{-\gamma} = \frac{|1,4-1,4093|}{1,4} * 100 \% = 0,6643 \%$$

$$var_{-V_2} = \frac{0,6331-0,5831}{0,6331} * 100 \% = 7,8976 \%$$

$$var_{-V_3} = \frac{0,7913-0,7688}{0,7913} * 100 \% = 2,8434 \%$$

Capítulo 5

Resultados

5.1. Introducción

Para llevar a cabo este estudio son utilizados los SEP mostrados en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Características básicas de los sistemas de prueba

Sistema	Número de circuitos	Número de barras PV	Número de transformadores	Carga* (MW)	Carga* (Mvar)
IEEE 14	20	4	3	259	73,5
IEEE 30	41	5	4	283,4	126,2
IEEE 57	80	6	17	1250,8	336,4
IEEE 118	186	53	9	3668	1438

Los datos de los sistemas IEEE son presentados en [46]. El programa computacional fue implementado utilizando el software MATLAB. Con el objetivo de calcular el punto de máxima carga a través del método de flujo de potencia continuado considerando coordenadas polares y rectangulares.

En los sistemas de prueba se adopta una tolerancia para la convergencia del proceso iterativo de 10^{-5} p.u. El paso inicial de continuación para la tensión es la carga de 0,02 p.u. Las cargas son modeladas como potencia constante, los Tap's de los transformadores se asumen fijos y la demanda adicional la sule solamente la barra de referencia. Como el objetivo es explicar las características de las metodologías, se considera dos casos, cuando hay influencia de los límites de generación de potencia reactiva y cuando no hay influencia de los límites de

generación de potencia reactiva.

En general, los resultados presentados evalúan el desempeño de las metodologías en estudio cuando se aumenta la carga en todas las barras, manteniendo así, el factor de potencia constante.

5.2. Análisis Comparativo del Flujo de Potencia Continuo

En la Tabla 5.2 se muestra el punto de máxima de carga y la tensión en la barra que sufre la mayor variación de tensión considerando ambas coordenadas. Los resultados presentados muestran que ambas coordenadas generan el mismo punto de máxima carga y consecuente a esto, los mismo valores de tensión en este punto.

Tabla 5.2: Características de los sistemas de prueba sin límites de potencia reactiva

Sistema	Punto de máxima carga (p.u)		Margen de carga (MW)	Barra crítica	Tensión	
	Polar	Rectangular			Polar	Rectangular
IEEE 14	2,9786	2,9786	771,4574	5	0,6865∠-64,4124°	0,6865∠-64,4124°
IEEE 30	1,7538	1,7538	497,0269	30	0,4941∠-78,5059°	0,4941∠-78,5059°
IEEE 57	0,7503	0,7503	938,47502	31	0,4583∠-76,9478°	0,4583∠-76,9478°
IEEE 118	0,9227	0,9227	3384,4636	38	0,7969∠-64,3661°	0,7969∠-64,3661°

Las Figuras 5.1 a 5.4 muestran los perfiles de tensión en las barras que sufren la mayor variación de tensión definidas en la Tabla 5.2, generadas para ambas coordenadas. Estas figuras toman como referencia el caso base. Además no se considera la influencia de los límites de generación de potencia reactiva.

5.2. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL FLUJO DE POTENCIA CONTINUADO

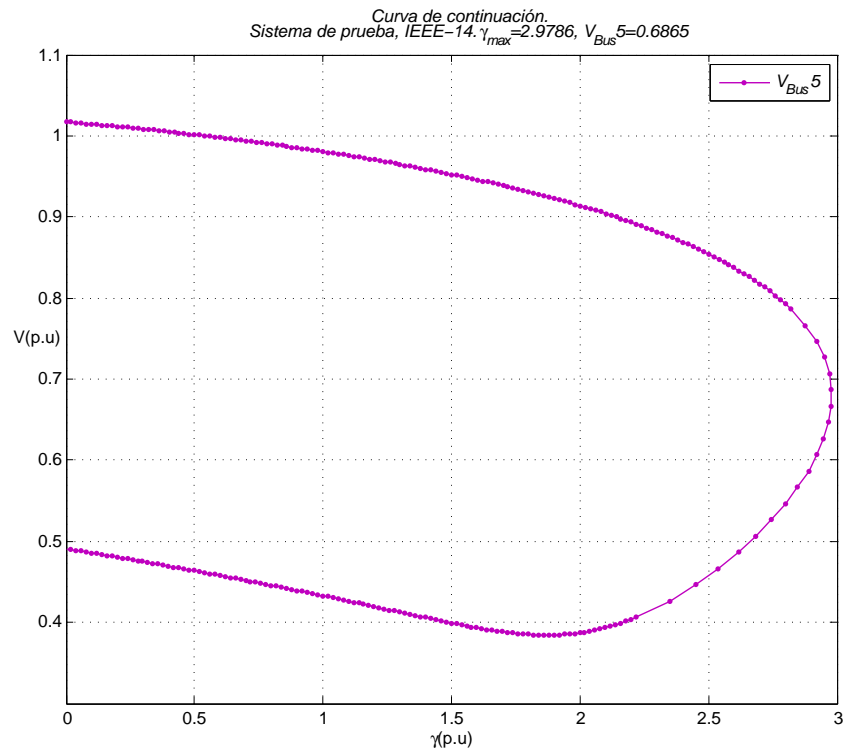


Figura 5.1: Curva de continuación barra 5 - Sistema IEEE 14

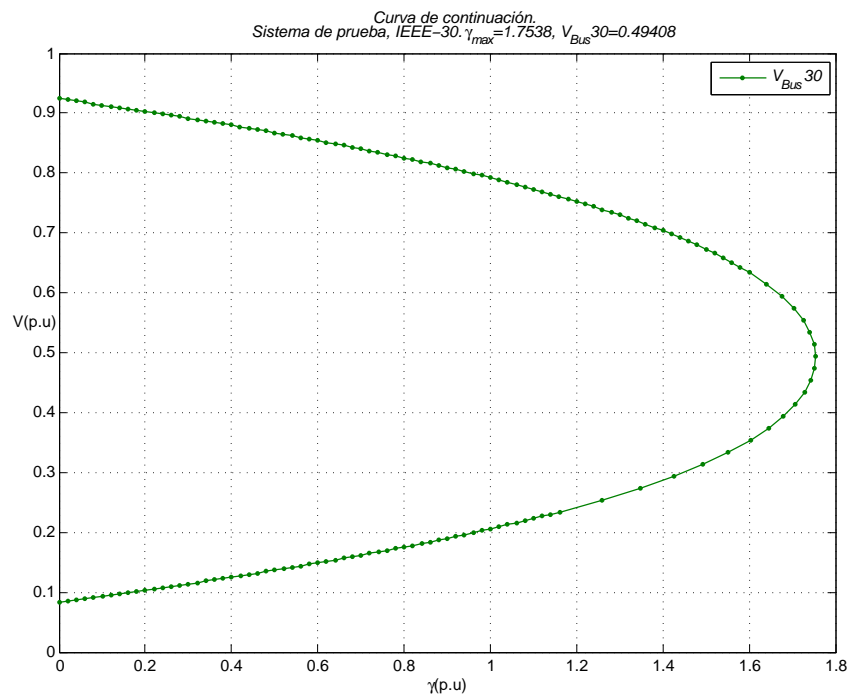


Figura 5.2: Curva de continuación barra 30 - Sistema IEEE 30

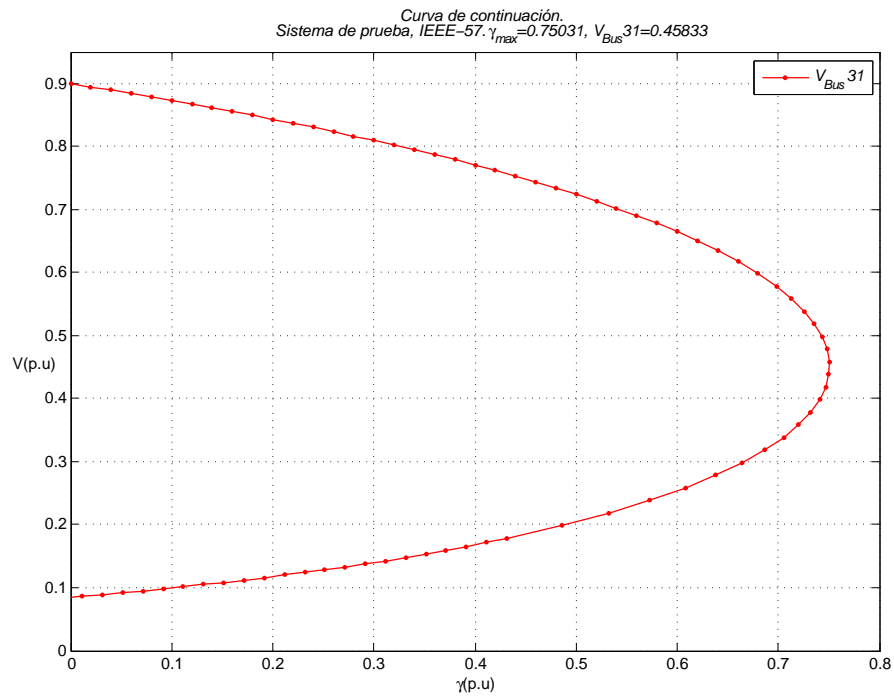


Figura 5.3: Curva de continuación barra 31 - Sistema IEEE 57

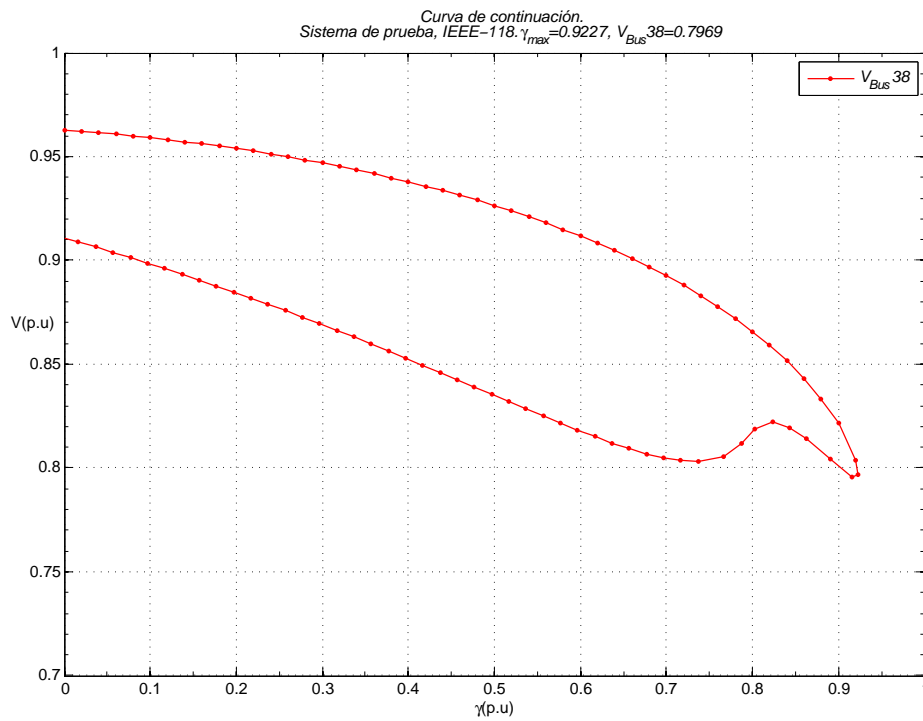


Figura 5.4: Curva de continuación barra 38 - Sistema IEEE 118

En la Tabla 5.3 se muestra el punto de máxima de carga y la tensión en la barra que sufre la mayor variación de tensión considerando ambas coordenadas. Los resultados presentados muestran que ambas coordenadas generan el mismo punto de máxima carga y consecuente a esto, los mismo valores de tensión en este punto.

Tabla 5.3: Características de los sistemas de prueba con límites de potencia reactiva

Sistema	Punto de máxima carga (p.u)		Margen de carga (MW)	Barra crítica	Tensión	
	Polar	Rectangular			Polar	Rectangular
IEEE 14	0,7231	0,7231	187,2829	14	0,5878∠-46,6937°	0,5878∠-46,6937°
IEEE 30	0,4604	0,4604	130,4774	30	0,5030∠-46,2989°	0,5030∠-46,2989°
IEEE 57	0,3916	0,3916	489,8133	31	0,4660∠-58,1670°	0,4660∠-58,1670°
IEEE 118	0,6455	0,6455	2367,694	74	0,6937∠-43,0807°	0,6937∠-43,0807°

Las figuras 5.5 a 5.8 muestran los perfiles de tensión en las barras que sufren la mayor variación de tensión definidas en la Tabla 5.3 generadas para ambas coordenadas. Estas figuras toman como referencia el caso base. Además, se considera la influencia de los límites de generación de potencia reactiva; cabe resaltar que para los sistemas IEEE-14, IEEE-30 y IEEE-57 todas las barras *PV* son convertidas en *PQ* en el punto de máxima carga nominal. La barra 74 del sistema IEEE-118 es inicialmente de tipo *PV*.

5.2. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL FLUJO DE POTENCIA CONTINUADO

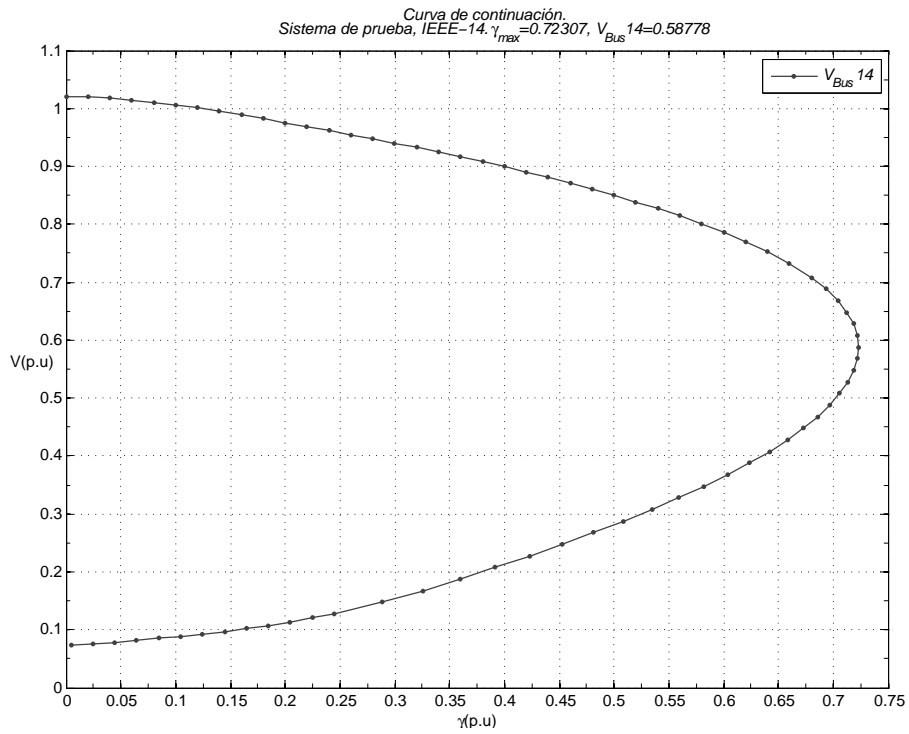


Figura 5.5: Curva de continuación barra 14 - Sistema IEEE 14

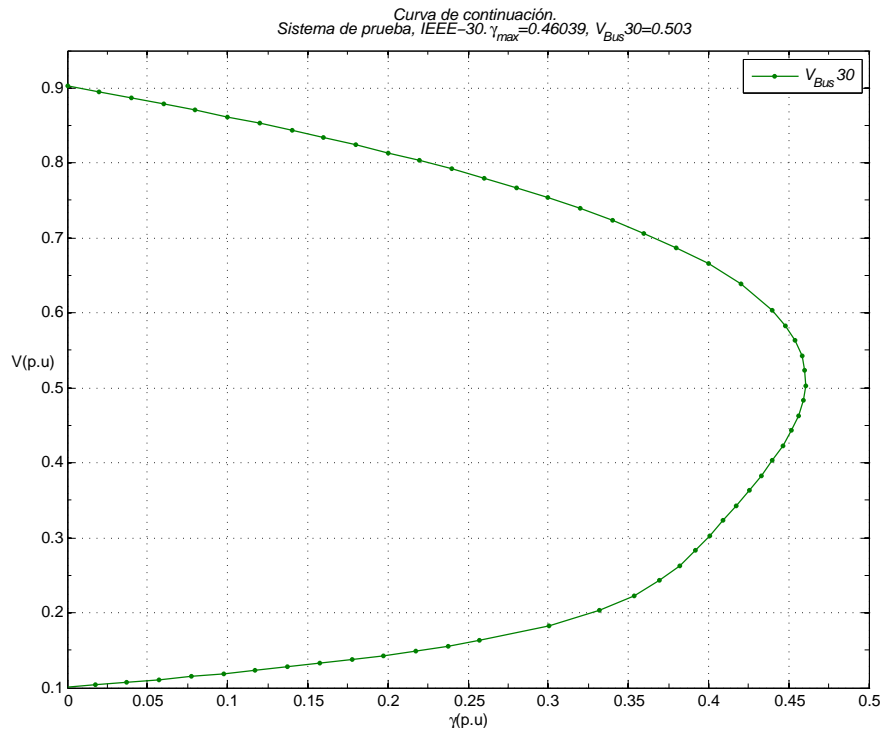


Figura 5.6: Curva de continuación barra 30 - Sistema IEEE 30

5.2. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL FLUJO DE POTENCIA CONTINUADO

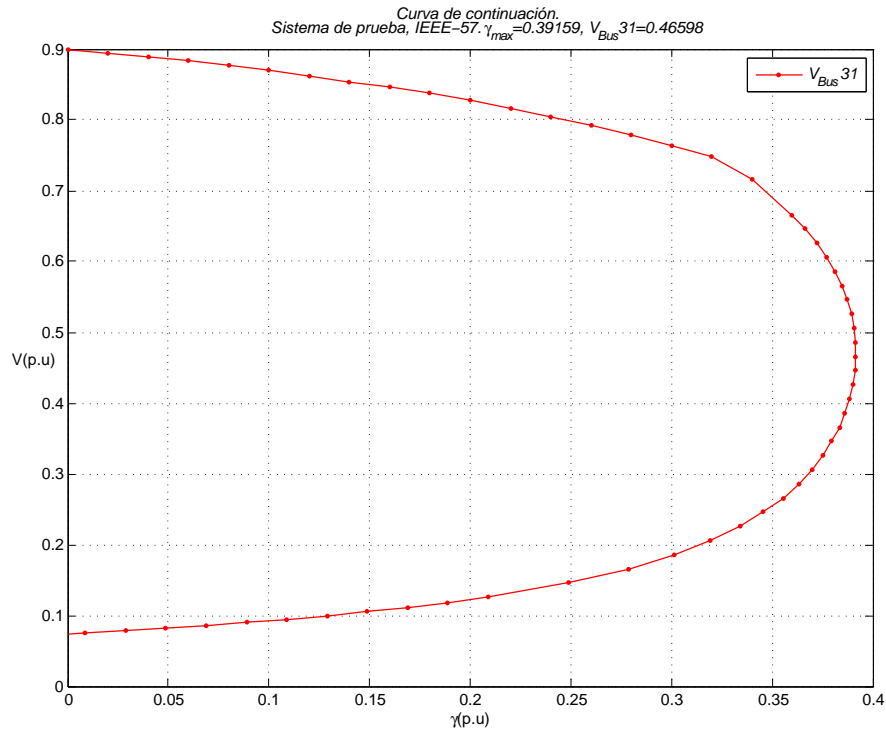


Figura 5.7: Curva de continuación barra 31 - Sistema IEEE 57

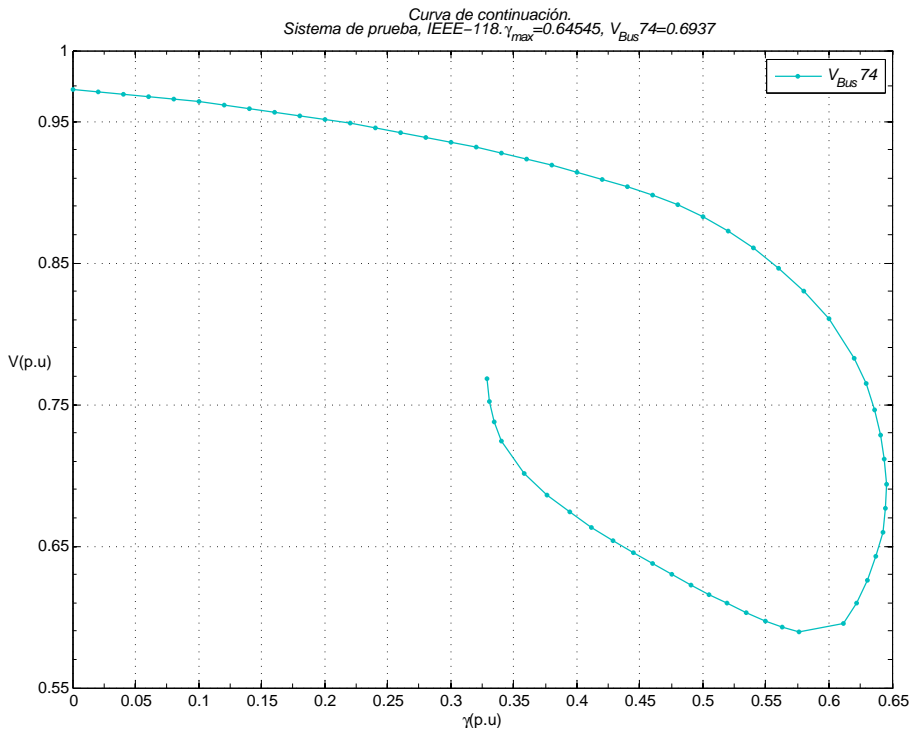


Figura 5.8: Curva de continuación barra 74 - Sistema IEEE 118

La Tabla 5.4 sintetiza los resultados del análisis del punto de máxima carga para los diversos sistemas de prueba utilizados en este trabajo, considerando los flujos de potencia continuado polar y rectangular y teniendo en cuenta la influencia de generación de potencia reactiva. Para cada sistema se presentan las tres tensiones más probable a inyección de reactivos en orden decreciente de gravedad. Las columnas V y θ se refieren a las barras obtenidas por las coordenadas polares.

Tabla 5.4: Resultados para las tres mínimas tensiones en coordenadas polares y rectangulares

Sistema	Sensibilidad de tensión		V (p.u.)	θ (grados)
	Polar	Rectangular		
IEEE 14	14	14	0,5878	-46,6937
	10	10	0,6345	-41,9028
	13	13	0,6430	-42,6167
IEEE 30	30	30	0,5030	-46,2989
	26	26	0,5165	-39,7921
	29	29	0,5284	-41,5651
IEEE 57	31	31	0,4660	-58,1670
	33	33	0,5234	-54,0793
	30	30	0,5263	-54,7163
IEEE 118	74	74	0,6937	-43,0807
	118	118	0,7020	-43,7650
	70	70	0,7101	-44,2079

La Tabla 5.5 muestra la relación entre los tiempos computacionales presentados por la formulación en coordenadas polares (t_{fp}) y la formulación en coordenadas rectangular (t_{fr}) en la obtención de la curva de continuación cuando se aplica el control de generación de potencia reactiva y cuando no hay control de generación de potencia reactiva para valores mayores a uno significa que la formulación rectangular es mejor en cuanto a eficiencia, por otro lado, si el valor es menor a uno significa que la formulación polar es mejor en cuanto a eficiencia computacional.

Tabla 5.5: Comparación del esfuerzo computacional

Sistema	t_{fp}/t_{fr}	
	Sin límites de reactivos	Con límites de reactivos
IEEE 14	0,7699	0,7875
IEEE 30	0,6809	0,7193
IEEE 57	0,6294	0,6041
IEEE 118	0,3976	0,3871

Analizando la Tabla 5.5 se observa la gran ventaja computacional resultado de la formulación en coordenadas polares en el problema de flujo de potencia continuado.

Capítulo 6

Conclusiones

Los métodos de continuación son poderosas herramientas de análisis de flujo de carga que permite determinar el punto de máxima carga, así como todas las posibles soluciones de las ecuaciones de flujo de carga (curvas *PV* completa), constituyendo una base para la validación de la seguridad y estabilidad de tensión.

Las principales contribuciones descritas en este trabajo, están relacionadas con la comparación de coordenadas polares y rectangulares, como así mismo un enfoque cuando se utiliza control de reactivos en la generación.

La técnica de parametrización presentada para el método de continuación, muestra que con una pequeña modificación del método de Newton convencional es posible realizar el trazado de las curvas *PV* en su totalidad. El método convencional utilizado en coordenadas polares y rectangulares presentan un excelente desempeño al momento de determinar el punto de máxima carga, sin embargo sí el sistema bajo análisis posee muchas restricciones, la velocidad de computo puede aumentar de forma considerable

Las metodologías implementadas tanto en coordenadas polares como en rectangulares son validas para hallar el punto de máxima carga por medio del flujo de potencia continuado. La formulación del método en coordenadas rectangulares estudiado en este trabajo posee una estructura matemática muy simple, dando como resultado una comparación con la solución polar del proceso convencional.

Con relación al método de flujo de potencia continuado es posible concluir que se presentan

las mismas características de convergencia en la mayoría de los casos para las metodologías de coordenadas polares y rectangulares, tanto en el proceso de predicción como en de corrección del punto, inclusive para valores elevados de carga y considerando tanto la influencia de límites de generación de potencia reactiva como cuando no se consideran. Teniendo en cuenta la importancia del flujo de potencia continuado en las áreas de planeamiento y de operación, constituye una herramienta de gran valor en el análisis de los problemas actuales concernientes a la estabilidad de tensión de los sistemas eléctricos de potencia.

Para redes complejas como el sistema de 118 barras, se debe tener especial cuidado con la selección de la barra que será el parámetro de continuación, pues en las condiciones de baja carga no es posible encontrar la barra de menor tensión o de mayor variación de tensión.

El paso de estimación utiliza un vector tangente presentando buenos resultados, pues a demás de estimar el proximo punto de la curva, ofrece otra información como la proximidad al punto de máxima carga, indica si el punto al cual converge esta en la parte superior (tangente positiva) o en la parte inferior de la curva (tangente negativa) y suministra información sobre la variación del sistema.

En las metodologías propuestas se utilizó el flujo de carga de Newton-Raphson levemente modificado como corrector, nada impide utilizar otros métodos como el flujo de carga desacoplado rápido o sus variaciones.

El método de flujo de potencia continuado en coordenadas rectangulares presenta un modelo matemático más simple de implementar en cuanto a control de reactivos cuando se compara con el proceso convencional polar, además presenta resultados bastante satisfactorios inclusive para valores elevados de carga, de esta forma se considera como una herramienta adicional y de gran valor para estudios de estabilidad.

De forma general y en base a los resultados obtenidos se determina que la metodología de flujo de potencia continuado en coordenadas polares tiene una gran ventaja sobre la formulación en coordenadas rectangulares, llevando a escoger este método por tener mayor eficiencia como se observa en la Tabla 5.5 y con menor complejidad a la hora de implementar cuando se le agregan más restricciones.

Algunas sugerencias de estudios futuros para dar continuidad a este trabajo se tienen:

- Una formulación del método de flujo de potencia continuado aplicando el método de la

secante para las metodología de continuación en coordenadas polares y rectangulares.

- Un desarrollo para el análisis de sensibilidad del margen de carga con relación a la variación de parámetro del sistema de potencia como desconexión de líneas y cargas.
- Investigación de resultados para sistemas de potencia mal condicionados.
- Implementar métodos de optimización para el proceso de iterativo de Newton-Raphson que permita aumentar la eficiencia computacional.

Apéndice A

Flujo de Potencia Convencional

El problema de flujo de potencia es expresado en función de las ecuaciones de potencia escritas en términos de coordenadas polares y rectangulares de tensión en las barras. Se presentará una breve revisión de las técnicas utilizadas para la solución de flujo de potencia.

A.1. Formulación Polar

Las expresiones para la potencia activa y reactiva netas inyectadas en una barra k , en función de las coordenadas polares de tensiones son dados por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) \quad (\text{A.1})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.2})$$

Donde,

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (\text{A.3})$$

Los residuos de potencia activa y potencia reactiva son entonces:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) \quad (\text{A.4})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.5})$$

Donde P_k^{esp} y Q_k^{esp} son dados por:

$$P_k^{esp} = P_{G_k} - P_{D_k} \quad (\text{A.6})$$

$$Q_k^{esp} = Q_{G_k} - Q_{D_k} \quad (\text{A.7})$$

Los términos de las matriz Jacobiana utilizada en el proceso iterativo son dados por:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m=1}^n V_m (-G_{km} \text{sen } \theta_{km} + B_{km} \text{cos } \theta_{km}) - V_k^2 B_{kk} = -V_k^2 B_{kk} - Q_k \quad (\text{A.8})$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.9})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) + V_k G_{kk} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.10})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.11})$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) - V_k^2 G_{kk} = -V_k^2 G_{kk} + P_k \quad (\text{A.12})$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (-G_{km} \text{cos } \theta_{km} - B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.13})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) + V_k B_{kk} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.14})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.15})$$

El sistema de ecuaciones utilizado en cada paso del proceso iterativo tiene la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H} & \underline{N} \\ \underline{M} & \underline{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} = \mathbf{J_P} \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

De la ecuación (A.16) se obtienen las correcciones $\underline{\Delta \theta}$ y $\underline{\Delta V}$, siendo las actualizaciones en la h -ésima iteración dadas por:

$$\underline{\theta}^{(h+1)} = \underline{\theta}^{(h)} + \underline{\Delta \theta}^{(h)} \quad (\text{A.17})$$

$$\underline{\mathbf{V}}^{(h+1)} = \underline{\mathbf{V}}^{(h)} + \Delta \underline{\mathbf{V}}^{(h)} \quad (\text{A.18})$$

La matriz Jacobiana polar se puede representar en dos formas diferente, dadas por las ecuaciones (A.19) y (A.20). El orden de la matriz Jacobiana es $(2n \times 2n)$.

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

A.2. Formulación Rectangular

Las expresiones para la potencia activa y reactiva netas inyectadas en una barra k , en función de las coordenadas rectangulares de tensiones son dados por:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (\text{A.21})$$

$$Q_k = \sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (\text{A.22})$$

Los residuos de potencia activa y potencia reactiva son entonces:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - \sum_{m \in \Omega_k} (V_{rk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) + V_{mk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (\text{A.23})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - \sum_{m \in \Omega_k} (V_{mk} (G_{km} V_{rm} - B_{km} V_{mm}) - V_{rk} (G_{km} V_{mm} + B_{km} V_{rm})) \quad (\text{A.24})$$

Donde P_k^{esp} y Q_k^{esp} son dados, respectivamente, por las ecuaciones (A.6) y (A.7).

En esta formulación el modulo de tensión no es una variable explícita, luego, son necesarias ecuaciones adicionales para representar las restricciones de tensión en las barras de tensión controlada PV . Se supone una barra genérica p de tipo PV , entonces las restricciones son usualmente de la forma:

$$\Delta V_p^2 = (V_p^{esp})^2 - (V_{r_p}^2 + V_{m_p}^2) \quad (\text{A.25})$$

Los términos de la matriz Jacobiana utilizada en el proceso iterativo son dados por:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_k}} = V_{r_k} G_{kk} + V_{m_k} B_{kk} + I_{r_k} \quad (\text{A.26})$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_m}} = V_{r_k} G_{km} + V_{m_k} B_{km} \quad (\text{A.27})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} B_{kk} + V_{m_k} G_{kk} + I_{m_k} \quad (\text{A.28})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} B_{km} + V_{m_k} G_{km} \quad (\text{A.29})$$

$$J_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_k}} = -V_{r_k} B_{kk} + V_{m_k} G_{kk} - I_{m_k} \quad (\text{A.30})$$

$$J_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_m}} = -V_{r_k} B_{km} + V_{m_k} G_{km} \quad (\text{A.31})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} G_{kk} - V_{m_k} B_{kk} + I_{r_k} \quad (\text{A.32})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} G_{km} - V_{m_k} B_{km} \quad (\text{A.33})$$

$$K_{pm} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A.34})$$

$$K_{pp} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{r_p}} = 2V_{r_p} \quad (\text{A.35})$$

$$M_{pm} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{m_m}} = 0 \quad (\text{A.36})$$

$$M_{pp} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{m_p}} = 2V_{m_p} \quad (\text{A.37})$$

Las componentes real e imaginaria de las corrientes inyectadas en las barras representadas por las expresiones (A.26), (A.28), (A.30) y (A.32) son obtenidas a través de la expresión:

$$I = YV = I_r + jI_m \quad (\text{A.38})$$

El sistema de ecuaciones utilizado en cada paso del proceso iterativo tiene la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \\ \underline{\Delta V^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H} & \underline{N} \\ \underline{J} & \underline{L} \\ \underline{K} & \underline{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta V}_r \\ \underline{\Delta V}_m \end{bmatrix} = \mathbf{J}_P \begin{bmatrix} \underline{\Delta V}_r \\ \underline{\Delta V}_m \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

De la ecuación (A.39) se obtiene las correcciones

$\Delta \underline{V}_r$ y $\Delta \underline{V}_m$, siendo las actualizaciones en la h -ésima iteración dadas por:

$$\underline{V}_r^{(h+1)} = \underline{V}_r^{(h)} + \Delta \underline{V}_r^{(h)} \quad (\text{A.40})$$

$$\underline{V}_m^{(h+1)} = \underline{V}_m^{(h)} + \Delta \underline{V}_m^{(h)} \quad (\text{A.41})$$

La matriz Jacobiana rectangular puede ser representada por las ecuaciones (A.42) y (A.43) considera la barra como de tipo PV . La matriz Jacobiana rectangular aumentada representada por (A.43), para cada barra de tipo PV hay una línea y una columna adicional. El orden de la matriz Jacobiana (A.42) es $(2n \times 2n)$, en cuanto al orden de la matriz Jacobiana (A.43) es $(2n + npv) \times (2n + npv)$.

Bibliografía

- [1] C. W. Taylor. “Power system voltage stability/EPRI-power system engineering series”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [2] P. Kundur. “Power system stability and control”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [3] Allgower E.L., Georg K. “Introduction to numerical continuation methods”, Colorado State University, (1990).
- [4] WSCC - Reactive power reserve work group. “Final report, voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy, and reactive power reserve monitoring methodology”, 1998.
- [5] R. Seydel. “From equilibrium to chaos: Practical bifurcation and stability analysis”, Springer-Verlag New York, 1998.
- [6] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, e T. Watanabe. “Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, No. 2:584-593, 1991.
- [7] V. Ajjarapu. “Computational Techniques for Voltage Stability Assessment and Control”. Springer, New York, 2006.
- [8] V. Ajjarapu e C. Christy. “The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, No. 1:416:423, 1992.
- [9] C. A Cañizares, F. L Alvarado, C. L Demarco, I. Dobson e W. F Long. “Point of collapse methods applied to AC/DC power systems”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, No. 2:673-683, 1992.

- [10] C. Liu, A. Bose, M. Ham, X. Chen, “Improved Continuation Power Flow Method for AC/DC Power System”. IEEE Electrical Power and Energy Conference, 2011.
- [11] P. R. Bijwe e R. S. Tare. “An efficient continuation power flow method for voltage stability analysis”, *Electric Machines and Power Systems*, vol. 25, pp: 927-938, 1997.
- [12] S. Iwamoto e Y. Tamura. “A load flow calculation method for ill-conditioned power systems”. IEEE Transactions on Power Systems, PAS-100, No. 4: 1736-1743, 1981.
- [13] V. M. da Costa, N. Martins e J. L. R. Pereira. “Developments in the Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, No. 4: 1320-1326, 1999.
- [14] A. G. Exposito e E. R. Ramos. “Augmented rectangular load flow model”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, No. 2: 271-276, 2002.
- [15] P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr., V. M. da Costa e N. Martins. “Three-phase power flow calculations using the current injection method”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, No. 2: 508-514, 2000.
- [16] V. M. da Costa, J. L. R. Pereira e N. Martins. “An augmented Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 23, No. 4: 305-312, 2001.
- [17] A. M. Variz, V. M. da Costa, JLR Pereira e N. Martins. “Improved representation of control adjustments into the Newton-Raphson power flow”, *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 25, No. 7: 501-513, 2003.
- [18] C. A. Ferreira e V. M. da Costa. “A second order power flow based on current injection equations”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, No. 4: 254-263, 2005.
- [19] C. A. Castro, L. M. C. Braz e C. A. F. Murary. “A critical evaluation of step size optimization based load flow methods”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, No. 1: 202-207, 2000.
- [20] J. E. Tate e T. J. Overbye, “A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 20, No. 4: 1667-1674, 2005.

- [21] M. Rocha Guedes, “Coordenadas polares versus coordenadas rectangulares no cálculo do ponto de máximo carregamento em sistemas eléctricos de potencia”. Universidade Federal de Juiz de Fora, MG-Brasil, 2007
- [22] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Continuation method parameterized by power losses”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No.1: 763-768, 2000.
- [23] A. J. Flueck e J. R. Dondeti. “A new continuation power flow tool for investigating the nonlinear effects of transmission branch parameter variations”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 1:223-227, 2000.
- [24] X. P. Zhang, P. Ju e E. Handschin. “Continuation three-phase power flow: A tool for voltage stability analysis of unbalanced three-phase power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, No. 3: 1320-1329, 2005.
- [25] F. C. V. Malange, D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e G. R. M. da Costa. “Real power losses reduction and loading margin improvement via continuation method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, No. 3: 1690-1692, 2004.
- [26] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Parameterized fast decoupled power flow methods for obtaining the maximum loading point of power systems \tilde{U} Part I: mathematical modeling”. *Electric Power Systems Research*, vol. 69, No. 1: 93-104, 2004.
- [27] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Parameterized fast decoupled power flow methods for obtaining the maximum loading point of power systems \tilde{U} Part II: performance evaluation”. *Electric Power Systems Research*, vol. 69, No. 2: 85-92, 2004.
- [28] A. C. Z. Souza, C. A. Cañizares e V. H. Quintana. “New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, No. 3: 1380-1387, 1997.
- [29] C. A. Cañizares e F. L. Alvarado. “Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, No. 1:1-8, 1993.

- [30] T. V. Cutsem e C. Vournas. “Voltage stability of electric power systems”. University of Liège Belgium, National Technical University, Athens Greece, Inc., 1998.
- [31] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong e S. Mokhtari. “Maximum loadability of power systems using interior points non-linear optimization method”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, No. 1:162-172, 1997.
- [32] Y. Dai, J. D. Mccalley e V. Vittal. “Simplification, expansion and enhancement of direct interior point algorithm for power system maximum loadability”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, No. 3:1014-1021, 2000.
- [33] C. A. Cañizares. “Conditions for saddle node bifurcations in AC/DC power system”. Int. J. Electrical Power and Energy Systems, vol. 17, No. 1: 61-68, 1995.
- [34] Z. Feng, V. Ajjarapu e B. Long. “Identification of voltage collapse through direct equilibrium tracing”. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, No. 1:342-349, 2000.
- [35] A. J. Monticelli. “Fluxo de carga em redes de energia elétrica”. Editora Edgard Blucher Ltda, 1983.
- [36] UPME, Ministerio de minas y energía, “PLAN DE EXPANSIÓN DE REFERENCIA GENERACIÓN-TRANSMISIÓN 2013-2027”, http://www.upme.gov.co/Docs/Plan_Expansion/2013/Plan_GT_2013-2027_Vdefinitiva.pdf
- [37] D. A. ALVES, “Obtenção do ponto de máximo carregamento em sistemas elétricos de potência utilizando novas técnicas de parametrização para o método de continuação”. Ph.D. thesis, Universidade Estadual de Campinas,São Paulo, 2000.
- [38] A. B. Neto, A. D. Alves, “Improved geometric parameterisation techniques for continuation power flow”. IEEE, IET JOURNALS & MAGAZINES, 2010.
- [39] R. A. Gallego, “Notas de Clase de Análisis Sistemas de Potencia”. Universidad Tecnológica de Pereira.
- [40] T. Wildi, “Máquinas eléctricas y sistemas de potencia”, Pearson Education, 2007, Pag. 140.
- [41] B.M. Weedy, “Sistemas eléctricos de gran potencia”, Reverte, 1978, Pag. 182.

- [42] Benavides. J.J, Maya. D.F. “ANÁLISIS DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN PARA EL ESTUDIO DE ESTABILIDAD DE TENSION”. Proyecto de grado. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira 2008.
- [43] John E. Candelo, Gladys Caicedo y Ferley Castro, “Métodos para el Estudio de la Estabilidad de Voltaje en Sistemas de Potencia”, Univ. del Valle, Esc. de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Grupo de Investigación en Alta Tensión, Ciudad Universitaria Meléndez.
- [44] D. M. Falcão. Apostila de Análise de Redes. COPPE/UFRJ
- [45] M. A. Oliveira, “Estudo de Algoritmo de Continuação Aplicado a Resposta Não-Linear em Freqüencia”. Tesis. Universida estatal de Campiñas. SP-Brasil. Julio 2005.
- [46] <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.