

ESTUDIO Y METODOLOGÍA DE FLUJO DE REDES APLICADO AL SECTOR DEL GAS NATURAL EN COLOMBIA

**Trabajo de Grado para Optar al Título de
Ingeniero electricista**

**Johan Alexander Santa Zapata
Sebastián Hurtado Pimienta**

**Director
Harold Salazar Isaza, PhD**

**Codirector
Carlos Arturo Saldarriaga Cortés, MSc**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAYO DEL 2015**

Tabla de contenido

1	<u>INTRODUCCIÓN.....</u>	6
1.1	DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE GAS NATURAL	8
1.2	METODOLOGÍAS DE SIMULACIÓN DE FLUJO EN REDES DE GAS NATURAL	10
2	<u>MODELO MATEMÁTICO Y MÉTODO DE SOLUCIÓN.....</u>	13
2.1	MODELO MATEMÁTICO DE LOS DIFERENTES COMPONENTES DE LA RED DE GAS NATURAL	13
2.2	ANALOGÍA CON EL SISTEMA ELÉCTRICO.....	15
2.3	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON APLICADO A LA SOLUCIÓN DEL MODELO DE LA RED DE GAS NATURAL	16
3	<u>RESULTADOS NUMÉRICOS.....</u>	27
3.1	SISTEMA RADIAL DE 15 NODOS	27
3.2	SISTEMA BELGA DE 22 NODOS	29
3.3	SISTEMA COLOMBIANO DE 54 NODOS	32
4	<u>CONCLUSIONES.....</u>	36
	<u>BIBLIOGRAFÍA.....</u>	37
	<u>APÉNDICE A – SISTEMAS DE PRUEBA.....</u>	38
A1.	SISTEMA DE 5 NODOS	38
A2.	SISTEMA DE 15 NODOS.....	39
A3.	SISTEMA DE 22 NODOS (BÉLGICA).....	40
A4.	SISTEMA DE 54 NODOS (COLOMBIA).....	41

Lista de figuras

Figura 2.1 Filosofía del método de Newton-Raphson.....	18
Figura 2.2 Sistema de prueba 5 nodos.....	21
Figura 3.1 Sistema de prueba de 15 nodos.....	27
Figura 3.2 Sistema de prueba de 22 nodos (Bélgica) Fuente: Adaptada de [9].....	29
Figura 3.3 Sistema de prueba de 54 nodos (Colombia) Fuente: Adaptada de [7].....	32

Lista de tablas

Tabla 2.1: Analogía entre el sistema eléctrico y el sistema de gas natural.....	15
Tabla 3.1: Resultados nodales del sistema de 15 nodos	28
Tabla 3.2: Flujos por los ductos del sistema de 15 nodos	28
Tabla 3.3: Resultados de los compresores del sistema de 15 nodos.....	29
Tabla 3.4: Resultados nodales del sistema de 22 nodos (Bélgica)	30
Tabla 3.5: Flujos por los ductos del sistema de 22 nodos (Bélgica)	31
Tabla 3.6: Resultados de los compresores del sistema de 22 nodos (Bélgica).....	31
Tabla 3.7: Resultados nodales del sistema de 54 nodos (Colombia).....	33
Tabla 3.9: Resultados de los compresores del sistema de 54 nodos (Colombia)	34
Tabla a.1: Datos Slack sistema 5 nodos	38
Tabla a.2: Datos Nodos sistema 5 nodos.....	38
Tabla a.3: Datos Ductos sistema 5 nodos.....	38
Tabla a.4: Datos Compresor sistema 5 nodos	38
Tabla a.5: Datos Slack sistema 15 nodos	39
Tabla a.6: Datos Nodos sistema 15 nodos.....	39
Tabla a.7: Datos Ductos sistema 15 nodos.....	39
Tabla a.8: Datos Compresores sistema 15 nodos	40
Tabla a.9: Datos Slack sistema 22 nodos (Bélgica)	40
Tabla a.10: Datos Nodos sistema 22 nodos (Bélgica).....	40
Tabla a.11: Datos Ductos sistema 22 nodos (Bélgica).....	41
Tabla a.12: Datos Compresores sistema 22 nodos (Bélgica)	41
Tabla a.13: Datos Slack sistema 54 nodos (Colombia).....	41
Tabla a.14: Datos Nodos sistema 54 nodos (Colombia)	42
Tabla a.15: Datos Ductos sistema 54 nodos (Colombia)	43
Tabla a.16: Datos Compresores sistema 54 nodos (Colombia).....	44

1 Introducción

El sector de gas natural ha tenido un auge creciente en la última década; la existencia de reservas importantes, la posibilidad de encontrar nuevas reservas y las características de este sector energético son factores claves que han contribuido a aumentar el interés gubernamental por fomentar y apoyar el desarrollo del sector a nivel nacional [1].

Es por esto que desde 1990 la política energética en Colombia ha tenido como uno de sus objetivos centrales la masificación del uso del gas en el sector industrial, comercial, residencial y termoeléctrico; siendo éste último el mayor consumidor de gas seguido por el sector industrial y el de uso doméstico.

La reforma del sector gas en Colombia, ha seguido un modelo similar a la del sector eléctrico dentro del marco de referencia básico establecido por las leyes de servicios públicos y la ley eléctrica. En general, el objetivo central ha sido incentivar la participación del sector privado y promover la libre competencia y la eficiencia en la prestación del servicio de gas combustible.

Sin embargo, los sectores de gas y electricidad han desarrollado de forma aislada sus mercados nacionales e internacionales, así también como sus metodologías y aspectos básicos en cuanto a la operación y planeamiento; el sector de energía eléctrica se caracteriza por tener un marco regulatorio fuerte y una operación centralizada. Por el contrario, el sector de gas se caracteriza por expandir su infraestructura teniendo como principal objetivo el abastecimiento de los contratos realizados y su operación se desarrolla de forma descentralizada aunque coordinada entre los diferentes centros principales de control (CPC) [2]. A pesar de estas diferencias ambos sectores comparten puntos de convergencia, y es importante entender ambos sectores como complementarios y no como competencia.

Para entender la interdependencia de los sectores de electricidad y gas en Colombia es necesario conocer la matriz energética nacional. Según el operador independiente del mercado colombiano (XM S.A E.S.P), en el año 2013 en Colombia la mayor parte del parque generador consistió de plantas hidráulicas con un 64 % seguido de las plantas térmicas que utilizan gas (13.5%) y carbón (6.8%). Por otro lado, en el sector de gas en Colombia la mayor parte de la producción se realiza para abastecer las plantas térmicas que

funcionan a gas, por lo que se hace evidente la relación estrecha que existe entre ambos sectores.

Además, es importante resaltar que debido al gran porcentaje de generación hidráulica que tiene el país, la generación eléctrica depende en gran medida de la variabilidad del clima, situación que perjudica la seguridad operativa del sistema eléctrico. Una de las medidas más importantes para contrarrestar este problema es la utilización de plantas térmicas, las cuales puedan suplir el déficit de energía ante una escasez de agua. Sin embargo, se ha evidenciado la necesidad de una mejor coordinación entre ambos sectores, pues en condiciones de escasez energética el país se ha enfrentado a cortes de energía causados por problemas en la red de gas y viceversa. A continuación se expondrán algunos de los casos más relevantes [3].

En el 2005, la empresa Promigas en su revista "Magazín", dejaba entrever que el futuro de los sectores de electricidad y gas vendría de la mano, titulando en su editorial "La integración energética: eficiencia económica y seguridad de abastecimiento de gas natural" [4]. Allí se mostraba que la demanda de gas natural en sus diferentes sectores creció rápidamente y la producción para 2008 no supliría dicha demanda.

Adicionalmente a la ya pronosticada falta en la producción, en 2009 se presentó un fenómeno del niño que ocasionó un importante déficit hidrológico, poniendo al sistema eléctrico en situación de dependencia frente al sistema de gas. Esto generó racionamientos eléctricos y de gas, pues el país no contaba con la capacidad de transporte y producción de gas para abastecer sus necesidades energéticas.

Por esta razón el ministro de minas de la época, anunciaba que las exportaciones de energía eléctrica a Ecuador y Venezuela se verían afectadas debido al desabastecimiento de gas que se presentó.

En el año 2012, la Costa Atlántica de Colombia sufrió un importante racionamiento eléctrico y desabastecimiento de gas, debido a problemas en la red de transporte de gas natural causados por la posible ruptura de un ducto en las orillas del río Magdalena, por lo que se tuvo que interrumpir el suministro de gas a dicha zona, impidiendo así el abastecimiento de las termoeléctricas en la zona norte del país.

Lo anterior, muestra la importancia de contar con metodologías de operación y planeamiento que integren ambos sectores [5], pues el comportamiento operativo de uno

influye directa o indirectamente sobre el otro.

Como ya se ha demostrado en múltiples trabajos académicos [5]-[7] la integración operativa de los sectores de electricidad y gas favorece el aprovechamiento eficiente y económico de los recursos. Sin embargo, para su implementación es fundamental contar con herramientas de cómputo (por ejemplo, herramientas de flujo en redes) que permitan determinar el estado operativo de cada sistema y aunque estas herramientas son de amplio uso en los sistemas eléctricos, no lo son para los sistemas de gas. Es por tal motivo, que se hace fundamental el desarrollo y adaptación de las herramientas de flujo en redes para su implementación en los sistemas de gas natural.

Para lo anterior, es primordial conocer en general los diferentes componentes de un sistema de gas natural, así como, conocer los diferentes desarrollos académicos asociados a la aplicación de las metodologías de flujo en redes en el problema de operación y planeamiento de sistemas de electricidad y gas natural.

1.1 Descripción del sistema de gas natural

Al igual que los sistemas eléctricos, los sistemas de gas natural, son diseñados para brindarle al usuario final (residencial, comercial o industrial), un servicio continuo y de calidad.

Para conocer y entender cómo funciona un sistema es indispensable saber qué elementos lo conforman, cual es la función de cada uno de ellos y como se interconectan entre sí.

En general un sistema de gas natural básicamente se compone de:

- Yacimientos y campos de producción: lugar donde se obtiene el gas.
- Plantas refinadoras o de tratamiento: plantas donde se procesa física y químicamente el gas para ser utilizado.
- Red de transporte: diferentes elementos que permiten transportar el gas.
- Equipos de control: elementos específicos para monitorear todos los componentes de la red.
- Consumidores: usuarios que utilizan el gas.

Cuando se interconectan todos estos elementos se tiene un sistema, el cual posee etapas determinadas, con funciones específicas para manipular, transportar, distribuir o almacenar el gas, de tal manera que se logre ofrecer al consumidor final, un servicio que pueda

satisfacer las necesidades esperadas. Tales etapas son:

Procesamiento: en esta etapa se toma el gas que sale del yacimiento y se transporta mediante tuberías, hasta las plantas procesadoras de gas, donde se manipula y se separa entre sus diferentes componentes tales como líquidos (agua, petróleo), gases inflamables (Metano, Etano, Propano, Butano y Pentano), gases no inflamables (Dióxido de carbono y nitrógeno) e impurezas (vapor de agua, lodo y arena) [8].

Transmisión: esta etapa se caracteriza por transportar grandes cantidades de gas a través de largas distancias, teniendo como elementos principales las tuberías, las estaciones compresoras (que son las encargadas de controlar la presión del sistema), las válvulas, y los elementos de las redes de control tales como: protecciones de sobrepresión, equipos de monitoreo y equipos de medición [8].

Distribución: en esta parte del proceso, se debe tener en cuenta que la interconexión entre la red de transmisión y de distribución, se debe monitorear rigurosamente, debido a que el gas puede perder presión o puede tener fugas terminando en una falla del sistema.

Es por esto que las redes de control normalmente se posicionan en este punto de interconexión para mantener controlada la presión, el volumen, la temperatura y otros aspectos físicos del producto, con el fin de evitar la mayor cantidad de inconvenientes que se puedan presentar en el sistema.

Por otra parte, debido a que el gas no tiene olor, en los puntos de interconexión se le agrega un químico conocido como Mercaptano, que es un fuerte odorizante el cual permite detectar el gas natural con el olor particular que se le conoce.

La red de distribución se puede dividir en los siguientes tipos de tuberías:

- Suministro principal: es la tubería que se encuentra entre el punto de interconexión o la red de transmisión y la red de distribución. Funciona entre las dos presiones de las redes y normalmente es la encargada de interconectar la red de transmisión con algún usuario industrial.
- Alimentador principal: es la tubería que se encuentra entre el suministro principal (a través del regulador) y la distribución principal.

- Distribución principal: es la tubería que se ramifica para llevar el gas a las áreas de consumo masivo.
- Línea de servicio: es una pequeña tubería que interconecta la distribución principal con los consumidores.
- Línea de combustible: es la tubería final que se presenta entre la línea de servicio y se dirige hasta su punto de uso.

Almacenaje: es la etapa encargada de mantener el gas de manera segura en un determinado compartimiento para su uso a largo plazo.

Es necesario almacenar el gas debido a la variación en la demanda del producto, y a la posibilidad de ocurrencia de fallas, para lo cual es deseable tener gas almacenado en dispositivos dentro de la red, que sirvan para suplir la demanda de los consumidores sin alterar su operación normal.

Los contenedores para almacenar gas son ubicados comúnmente bajo tierra en las zonas industriales o cerca de las ciudades, los cuales deben estar debidamente protegidos y monitoreados.

Para depositar el gas es necesario aumentar la presión del producto y así inyectarlo en el contenedor, de tal manera que este tenga la presión suficiente para salir cuando lo necesiten.

Una posibilidad alterna de transportar o almacenar el gas, es por medio de LNG (Liquefied natural gas), sigla en inglés que se refiere a Gas Natural Líquido. Esta técnica consiste en transformar el gas natural en líquido mediante la disminución de temperatura, enfriándolo a -260 grados Fahrenheit, con el fin de transportarlo o almacenarlo en grandes cantidades.

Luego de transportarlo o cuando se desee utilizar el producto, solo es necesario aumentar su temperatura de tal manera que se evapore, y así ser reenviado por medio de las tuberías de transmisión o distribución [8].

1.2 Metodologías de simulación de flujo en redes de gas natural

Existen diferentes trabajos en la literatura especializada en donde se aborda el problema de flujo de gas natural. Para ello, se han utilizado diferentes algoritmos, enfoques y

modelos que resuelven problemas con variables físicas y económicas, tanto de sistemas aislados de gas, como del sistema conjunto gas-electricidad. A continuación se realizará un breve compendio de los elementos más importantes de trabajos previos y los avances más importantes de la comunidad científica alrededor del tema de gas natural.

En [9] se presenta una metodología basada en un problema de minimización de costos sujetos a relaciones no lineales de caudal y presión, así como a restricciones lineales de los límites de presión. Esta metodología es aplicada en un prototipo del sistema de transporte de Bélgica y utiliza para la solución del problema, un método de programación lineal sucesiva.

Por otro lado en [5] se desarrollan diferentes modelos de operación y planeamiento integrado de sistemas de electricidad y gas natural. En este trabajo se demuestra que los modelos integrados permiten encontrar mejores resultados en términos de aprovechamiento de recursos e infraestructura. Igualmente, presenta diferentes métodos de optimización adaptados para solucionar los diferentes modelos propuestos.

De manera similar en [10] se desarrolla una metodología de operación integrada de los sistemas de electricidad y gas natural donde se muestra un modelo matemático para ambos sistemas y se resuelve mediante el método de Newton para el sistema de prueba eléctrico IEEE de 118 nodos y el sistema de 15 nodos de gas de Bélgica.

Otro trabajo de interés se presenta en [11], en el cual se desarrolla una metodología maestro-esclavo para evaluar el efecto de la red de gas en la operación diaria de la red eléctrica. Esta metodología se basa en el método de Newton para resolver el modelo de la red de gas. Los resultados de este trabajo muestran que la metodología maestro-esclavo en conjunto con el método de Newton para resolver el conjunto de ecuaciones que modelan la red de gas, permite reducir la complejidad computacional del problema, en especial cuando trata sistemas de gran tamaño.

Por último se destaca [6] en donde se desarrolla un modelo de planeamiento integrado de sistemas de distribución de electricidad y gas natural. Este trabajo realiza una partición entre el problema de planeamiento (variables enteras) y el problema operativo (variables continuas) y utiliza un software comercial para resolver el modelo matemático no lineal asociado al problema operativo. Como se puede observar, existen múltiples problemas asociados a la integración de los sistemas de electricidad y gas natural, y todos ellos

requieren de la solución de modelos matemáticos que representan el estado operativo del sistema de gas, por lo que es fundamental ahondar en el estudio de herramientas de flujo en redes que permitan establecer de manera eficiente el estado operativo de la red de gas.

El presente documento está organizado de la siguiente manera. En el Capítulo II se describe el método de Newton-Raphson para la solución de flujo de redes de gas natural, se desarrollan las expresiones para obtener la matriz jacobiana y por último se muestra un sistema de tres nodos para mostrar paso a paso el desarrollo del método.

En el Capítulo III se muestran los resultados obtenidos para diferentes sistemas de prueba, mostrando la eficiencia y robustez del método.

Por último en el Capítulo IV, se dan las conclusiones y se mencionan los trabajos futuros relacionados con este proyecto.

2 Modelo matemático y método de solución

En este capítulo se muestra inicialmente el modelo matemático correspondiente a la red de gas natural, este modelo es tomado de [5]. Luego se discuten algunas analogías con el sistema eléctrico y por último se desarrollan las diferentes expresiones para implementar el método de Newton-Raphson y se realiza un ejemplo de aplicación.

2.1 Modelo matemático de los diferentes componentes de la red de gas natural

A continuación se describe el modelo matemático de los elementos considerados en la red de gas natural:

Yacimiento, Pozos o Plantas de regasificación de GNL: estos elementos se modelan como una inyección de gas natural en metros cúbicos por hora. La variable asociada es Ψ_{w_k} , donde el subíndice k corresponde al nodo de ubicación del pozo.

Demandas: los consumidores en general se modelan como inyecciones negativas de gas natural, su unidad es metros cúbicos por hora, y se representan por Ψ_{D_k} , donde el subíndice k corresponde al nodo donde se presenta la demanda.

Estaciones de almacenamiento: estos elementos tienen dos tipos de comportamiento dependiendo del estado de operación de la red. Un estado es el de inyección (vaciado), en el cual se asume que la estación de almacenamiento puede inyectar de forma constante una cantidad específica de gas, y por ende se modela igual a un pozo. El otro estado es el de consumo (llenado), en el cual se asume que la estación consume una cantidad de gas fija durante un periodo de tiempo determinado, y por eso se modela como una demanda.

Ductos: estos dispositivos se modelan utilizando la ecuación de Weymouth (ecuación (2.1)), la cual representa al flujo de gas (Ψ_{km}^P) por el ducto que conecta los nodos k - m en función de las presiones nodales (p_k y p_m) y una constante C_{km} que depende de las características físicas del ducto tales como longitud, diámetro y factor de rugosidad.

$$\Psi_{km}^P = \text{sign}(p_k - p_m) * C_{km} \sqrt{|p_k^2 - p_m^2|} \quad (2.1)$$

Compresores: estos dispositivos tienen como función controlar la presión en la red de transmisión, por lo que inyectan energía potencial al sistema. Usualmente los compresores consumen gas de la red de transporte para alimentar la turbina que permite el movimiento del compresor¹ y por ende en el proceso de compresión. En la ecuación (2.2) se representa el consumo del compresor (Ψ_k^{LC}) en función del flujo comprimido (Ψ_{km}^C) y una constante γ que depende de las características del compresor y la relación de compresión (β_{km}). Igualmente, en la ecuación (2.3) se presenta la expresión que relaciona la presión de entrada del compresor con la presión de salida del mismo y la relación de compresión β_{km} .

$$\Psi_k^{LC} = \gamma * |\Psi_{km}^C| \quad (2.2)$$

$$p_m = \beta_{km} * p_k \quad (2.3)$$

Balance nodal: esta ecuación es quizás la más importante del modelo de la red de gas, ya que integra los diferentes dispositivos existentes en la red. La ecuación de balance nodal garantiza el cumplimiento de la ley de conservación de la materia y la energía, lo que consiste en que toda la masa o flujo másico que ingresa a un nodo, también conocido como inyección nodal (yacimientos, estación de regasificación, almacenamiento en modo de inyección o flujos de ductos o compresores que entren al nodo), debe ser igual a la masa que sale del nodo, la cual se asocia, a flujos a través de ductos o compresores que salen del nodo, el consumo de los compresores que se conectan al nodo y a demandas nodales (consumidores industriales, comerciales, residenciales o generadores termoeléctricos a base de gas). En la ecuación (2.4) se presenta la ecuación de balance nodal.

$$\underbrace{\Psi_{W_k}}_{\text{Inyección nodal}} + \underbrace{\sum_{m \in \Omega_{P_k}} \Psi_{km}^P + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \Psi_{km}^C}_{\text{Flujo a través de ductos y compresores}} - \underbrace{\Psi_{D_k}}_{\text{Demanda nodal}} - \underbrace{\Psi_k^{LC}}_{\text{Consumo de compresores}} = 0 \quad (2.4)$$

Donde Ω_{P_k} y Ω_{C_k} corresponden a los conjuntos que contienen a todos los nodos que se conectan al nodo k por medio de un ducto o un compresor respectivamente.

¹ Existen compresores que utilizan otro tipo de energía primaria (gasolina o electricidad), sin embargo los más comunes son los compresores a gas y en Colombia solo se tiene este tipo de equipos. Por eso en este trabajo solo se consideran compresores a gas.

2.2 Analogía con el sistema eléctrico

En esta sección se desarrolla una comparación entre los diferentes dispositivos del sistema de gas y los elementos principales de un sistema eléctrico, con la intención de adaptar los desarrollos alrededor de la teoría de flujo en redes eléctricas a las redes de gas. En la tabla 2.1 se muestran las diferentes analogías entre los elementos eléctricos y los elementos de la red de gas, así como sus similitudes y diferencias.

Tabla 2.1: Analogía entre el sistema eléctrico y el sistema de gas natural

Elemento de gas	Elemento Eléctrico	Similitud	Diferencias
Yacimiento, pozo, estación de regasificación de GNL	Generador	<p>Su función principal es inyectar flujo a la red (electricidad o gas natural dependiendo de la red).</p> <p>Así como los generadores eléctricos son los encargados en general de controlar tensiones en la red eléctrica, los elementos de inyección de gas se utilizan para controlar presiones (dada su capacidad de controlar la inyección de flujo de gas)</p>	<p>Su principal diferencia se refiere a su comportamiento físico, pues los procesos de producción de electricidad y de extracción de gas no tienen nada en común. Téngase en cuenta que la electricidad es un energético secundario que debe obtenerse de la transformación de un energético primario, mientras que el gas por sí solo es un energético primario. Sin embargo esta diferencia no se refleja en el modelo de flujo en redes, pues ambos equipos se modelan como inyecciones.</p>
Demandas	Demandas	<p>Representan los diferentes tipos de consumidores.</p> <p>Un aspecto interesante es que existen elementos de la red eléctrica que inyectan electricidad a la red eléctrica, pero para su funcionamiento deben consumir gas de la red de gas. De forma análoga, en la red de gas se tienen elementos fundamentales para la operación de la red de gas como los compresores que requieren para su funcionamiento consumir electricidad (solo aplica para compresores eléctricos).</p>	<p>La red de gas presenta elementos que para su funcionamiento deben demandar energía de la red (compresores a gas).</p>

Compresores	Transformadores	<p>Controlan las variables de estado del sistema (tensiones en la red eléctrica y presiones en la red de gas).</p>	<p>Principios de operación, los compresores generalmente son equipos rotativos mientras que los transformadores son elementos estáticos.</p> <p>Los compresores requieren una fuente de energía para su funcionamiento, mientras que los transformadores no.</p> <p>Los transformadores presentan eficiencias muy superiores a los compresores.</p>
Ductos	Líneas	<p>Su función principal es transportar grandes cantidades de flujo (electricidad o gas dependiendo del sistema) a través del sistema.</p> <p>Ambos equipos presentan resistencia al flujo: en el ducto se debe a la fricción de su material de construcción, mientras que en la línea se debe a la resistencia eléctrica del conductor.</p>	<p>Los ductos no presentan pérdidas en el flujo que transportan (a menos que se presente una ruptura), mientras que el transporte de electricidad tiene inherente las pérdidas de energía en forma de calor.</p> <p>Las velocidades de transporte de la red de gas son bajas y dependen de la presión de operación, mientras que la velocidad de transporte de la electricidad está en el orden de la velocidad de la luz y no depende de ninguna variable del sistema.</p>
Almacenamiento	Almacenamiento	<p>Su función principal es almacenar energía.</p>	<p>Principios físicos de operación debido a las características del fluido almacenado.</p> <p>En los sistemas de gas el almacenamiento a gran escala es económica y técnicamente viable, mientras que en el caso eléctrico, éste tema está aun en desarrollo.</p>

2.3 Método de Newton-Raphson aplicado a la solución del modelo de la red de gas natural

En esta sección se desarrolla la formulación matemática para determinar la solución numérica del conjunto de ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.4), las cuales representan el comportamiento de estado estable de un sistema de gas natural. Como primer paso se reescriben las ecuaciones (2.1) a (2.3) las cuales se agrupan en la ecuación (2.5). Adicionalmente se reemplaza el valor absoluto de la ecuación (2.2) por el producto entre el flujo a través del compresor y el signo de esta variable, el cual se maneja como una constante que vale uno o menos uno y se debe recalcular en cada iteración del método. Otro aspecto importante es que para reducir la complejidad del problema se utiliza la variable π_k para reemplazar los términos asociados al cuadrado de las presiones nodales.

$$0 = \Psi_{W_k} - \Psi_{D_k} + \sum_{m \in \Omega_{p_k}} \left(\text{sign}(\pi_k - \pi_m) * C_{km} \sqrt{|\pi_k - \pi_m|} \right) + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \Psi_{km}^C - \gamma * \text{sign}(\Psi_{km}^C) * \Psi_{km}^C \quad (2.5)$$

Igualmente, la ecuación (2.3) se reescribe tal y como se muestra en la ecuación (2.6).

$$0 = (\beta_{km}^2 * \pi_k) - \pi_m \quad (2.6)$$

Para esto fue necesario elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación (2.3) y hacer el cambio de variable asociado a las presiones. Note que esta manipulación de la ecuación (2.3) no afecta el resultado de esta, pero si permite eliminar la no linealidad asociada al cuadrado de las presiones.

Para determinar el estado del sistema de gas natural, es necesario encontrar los valores de las variables de estado (presiones nodales y flujo por los compresores) que hacen que las ecuaciones (2.5) y (2.6) formuladas para cada nodo y cada compresor respectivamente, sean cero.

Dado que dichas ecuaciones son de carácter no lineal, se debe recurrir a un método numérico como el método de Newton-Raphson que permita su solución. Se decidió emplear dicho método debido al éxito que presenta en la solución de las ecuaciones de flujo asociadas a los sistemas eléctricos.

Para ilustrar la filosofía del método de Newton-Raphson, considere la figura (2.1), en la cual se muestra una función no lineal $f(x)$ de una variable. Note que para encontrar el valor de x que hace cero a $f(x)$, el método de Newton-Raphson utiliza una serie de aproximaciones lineales. Para esto, requiere de un punto de inicio x_o , el cual debe conocerse a priori. Con este punto se calcula el valor de la función $f(x_o)$ y si este es diferente de cero, entonces se determina el valor de x que hace cero a la ecuación tangente a la función en este punto. Con este nuevo valor de x se repite el proceso hasta que la función $f(x)$ sea igual a cero o hasta que el paso Δx , dado por la diferencia entre la posición de x en la iteración anterior y la actual, sea menor que una tolerancia.

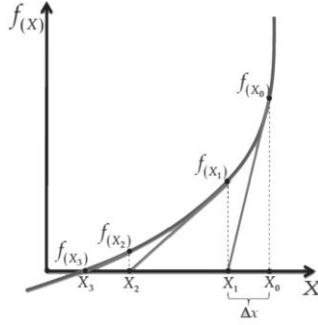


Figura 2.1 Filosofía del método de Newton-Raphson

La filosofía del método es igual cuando se trata de un conjunto de ecuaciones no lineales multivariadas; la única diferencia es que se requiere de una notación matricial.

A continuación se muestra la aproximación lineal empleada para la solución de las ecuaciones asociadas al flujo de gas natural.

En primer lugar se define un vector que contiene las variables de estado del problema. Este vector está dado por el flujo del pozo de referencia $\Psi_{W_{SL}}$, la presión nodal al cuadrado de cada nodo dado por $\bar{\Pi} = [\pi_1 \quad \pi_2 \quad \dots \quad \pi_n]^T$ y los flujos a través de los compresores. En la ecuación (2.7) se muestra el vector de variables de estado.

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Luego se define como $G(\bar{X})$ al vector que contiene el conjunto de ecuaciones no lineales asociado a las ecuaciones de flujo de la red de gas, el cual se muestra en la ecuación (2.8).

$$G(\bar{X}) = \begin{bmatrix} G_1(\bar{X}) \\ G_2(\bar{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{W_k} - \Psi_{D_k} + \sum_{m \in \Omega_{P_k}} \left(\text{sign}(\pi_k - \pi_m) C_{km} \sqrt{|\pi_k - \pi_m|} \right) + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \Psi_{km}^C - \gamma * \text{sign}(\Psi_{km}^C) * \Psi_{km}^C \\ (\beta_{km}^2 * \pi_k) - \pi_m \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Note que el vector $G(\bar{X})$ está compuesto por dos sub vectores: $G_1(\bar{X})$ que corresponde

a la ecuación (2.5) planteada para cada nodo de gas excepto el nodo de referencia y $G_2(\bar{X})$ que se asocia a la ecuación (2.6) formulada para cada compresor del sistema.

Posteriormente en la ecuación (2.9) se muestra la aproximación lineal de la función vectorial mostrada en la ecuación (2.8).

$$\Delta G(\bar{X}) = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \bar{\Psi}^C} \\ \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Psi}^C} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobiano}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \Psi_{W_{SL}} \\ \Delta \bar{\Pi} \\ \Delta \bar{\Psi}^C \end{bmatrix}}_{\text{Variables de estado}} \quad (2.9)$$

Aproximación lineal de $G(\bar{X})$

Donde las expresiones asociadas al Jacobiano se muestran en las ecuaciones (2.10) a (2.14).

$$\frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Si se asocia al nodo de referencia} \\ 0 \rightarrow \text{En caso contrario} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} = \begin{cases} \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_k} = \sum_{m \in \Omega_{Dk}} \left(\frac{-C_{km}}{2\sqrt{|\pi_k - \pi_m|}} \right) \\ \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_m} = \frac{C_{km}}{2\sqrt{|\pi_k - \pi_m|}} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{km}^C} = \begin{cases} 1 - \gamma^* \text{sign}(\Psi_{km}^C) \rightarrow \text{Si la entrada del compresor esta conectada al nodo} \\ 1 \rightarrow \text{Si la salida del compresor esta conectada al nodo} \\ 0 \rightarrow \text{Si no hay un compresor conectado al nodo} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} = \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Psi}^C} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} = \begin{cases} \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_k} = \beta_{km}^2 \rightarrow \text{Si la entrada del compresor est\u00e1 conectada al nodo} \\ \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_m} = -1 \rightarrow \text{Si la salida del compresor est\u00e1 conectada al nodo} \\ 0 \rightarrow \text{Si no hay un compresor conectado al nodo} \end{cases} \quad (2.14)$$

Ahora para encontrar el valor de las variables de estado que satisfacen la ecuaci\u00f3n (2.8) se debe partir de un punto inicial. En este caso el punto inicial escogido coloca el flujo del pozo de referencia en un valor igual a la diferencia entre la demanda agregada del sistema y la suma de los flujos de todos los otros pozos, el flujo por los compresores lo hace igual a cero y el cuadrado de las presiones lo hace igual a un valor aleatorio alrededor del valor nominal de las presiones nodales al cuadrado^{2,3}. Luego se eval\u00faa este punto en la ecuaci\u00f3n (2.8). Si la satisface, entonces este punto es el asociado al estado estable del sistema de gas; en caso contrario, se calculan los t\u00e9rminos del Jacobiano evaluado en este punto y se determina el valor de \bar{X} que hace a la ecuaci\u00f3n (2.9) igual a cero. Con el nuevo punto se eval\u00faa la ecuaci\u00f3n (2.8) y se repite el proceso descrito hasta encontrar un valor de \bar{X} que satisfaga la ecuaci\u00f3n (2.8) en un rango de tolerancia apropiado.

Con el fin de facilitar el entendimiento de este m\u00e9todo, a continuaci\u00f3n se describe un ejemplo paso a paso, para lo cual se emplea el sistema de la figura 2.2 cuyos datos se presentan en el ap\u00e9ndice A.

Inicialmente se deben determinar las variables de estado, luego se debe construir el conjunto de ecuaciones que representan el comportamiento de estado estable del sistema, despu\u00e9s se plantea la forma general de la matriz Jacobiana y finalmente, utilizando el m\u00e9todo de Newton-Raphson, se calcula el valor de las variables de estado. La tolerancia propuesta en este caso es 10^{-5} .

² La aleatoriedad alrededor del valor nominal se usa para evitar que los elementos del Jacobiano asociados a la ecuaci\u00f3n (2.11) tiendan a cero en el momento inicial, impidiendo el avance del m\u00e9todo.

³ Este es solo uno de los muchos posibles puntos iniciales, ya que un buen punto de partida puede acelerar la convergencia del m\u00e9todo. Sin embargo en este trabajo no se prob\u00f3 el efecto de distintos puntos de inicio.

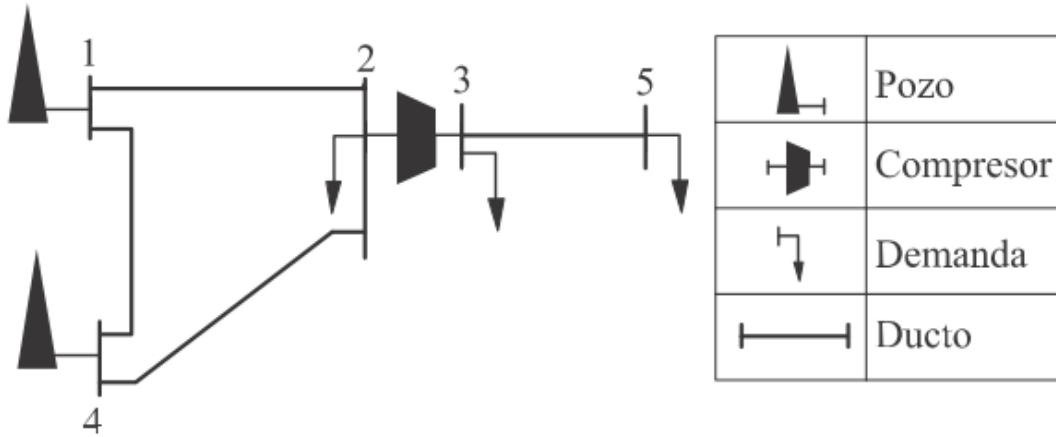


Figura 2.2 Sistema de prueba 5 nodos

Las variables de estado son:

$$\bar{X} = [\Psi_{W_1} \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5 \quad \Psi_{23}^C]^T$$

El conjunto de ecuaciones es:

$$G = \left[\begin{array}{c} \Psi_{W_1} - \Psi_{D_1} - \text{sign}(\pi_1 - \pi_2)C_{12}\sqrt{|\pi_1 - \pi_2|} - \text{sign}(\pi_1 - \pi_4)C_{14}\sqrt{|\pi_1 - \pi_4|} \\ -\Psi_{D_2} + \text{sign}(\pi_1 - \pi_2)C_{12}\sqrt{|\pi_1 - \pi_2|} + \text{sign}(\pi_4 - \pi_2)C_{42}\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|} - \Psi_{23}^C - \gamma * \text{sign}(\Psi_{23}^C) * \Psi_{23}^C \\ -\Psi_{D_3} - \text{sign}(\pi_3 - \pi_5)C_{35}\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|} + \Psi_{23}^C \\ \Psi_{W_4} - \Psi_{D_4} + \text{sign}(\pi_1 - \pi_4)C_{14}\sqrt{|\pi_1 - \pi_4|} - \text{sign}(\pi_4 - \pi_2)C_{42}\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|} \\ -\Psi_{D_5} + \text{sign}(\pi_3 - \pi_5)C_{35}\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|} \\ (\beta_{23}^2 * \pi_2) - \pi_3 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \right\} G_1 \\ \left. \right\} G_2$$

La matriz Jacobiana está dada por:

$$\begin{aligned}
 J(\bar{X}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \bar{\Psi}^C} \\ \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Pi}} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \bar{\Psi}^C} \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_1}} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_2} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_3} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_4} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \pi_5} & \frac{\partial G_1(\bar{X})}{\partial \Psi_{23}^C} \\ \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \Psi_{W_1}} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_2} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_3} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_4} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \pi_5} & \frac{\partial G_2(\bar{X})}{\partial \Psi_{23}^C} \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} 1 & \frac{C_{12}}{2\sqrt{|\pi_1 - \pi_2|}} & 0 & \frac{C_{14}}{2\sqrt{|\pi_1 - \pi_4|}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-C_{12}}{2\sqrt{|\pi_1 - \pi_2|}} + \frac{-C_{42}}{2\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|}} & 0 & \frac{C_{42}}{2\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|}} & 0 & -1 - \gamma^* \text{sign}(\Psi_{23}^C) \\ 0 & 0 & \frac{-C_{35}}{2\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|}} & 0 & \frac{C_{35}}{2\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|}} & 1 \\ 0 & \frac{C_{42}}{2\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|}} & 0 & \frac{-C_{14}}{2\sqrt{|\pi_1 - \pi_4|}} + \frac{-C_{42}}{2\sqrt{|\pi_4 - \pi_2|}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_{35}}{2\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|}} & 0 & \frac{-C_{35}}{2\sqrt{|\pi_3 - \pi_5|}} & 0 \\ 0 & \beta_{23}^2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

A continuación se desarrolla el método de Newton-Raphson paso a paso:

Determinar el punto inicial: como se planteó en el numeral 2.3.

$$\bar{X} = [16.0000 \quad 8.6471 \quad 8.6451 \quad 8.6441 \quad 8.6431 \quad 8.6421 \quad 0]^T$$

Inicio del proceso iterativo:

Iteración 1

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = [14.4714 \quad -28.3894 \quad 15.7942 \quad 13.9180 \quad -15.7942 \quad -0.0000]^T$$

Como no cumple la tolerancia se calcula el Jacobiano:

$$J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 12.5696 & 0 & 50.8024 & 0 & 0 \\ 0 & -24.7712 & 0 & 12.2017 & 0 & -1.0586 \\ 0 & 0 & -11.8884 & 0 & 11.8884 & 1.0000 \\ 0 & 12.2017 & 0 & -63.0040 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.8884 & 0 & -11.8884 & 0 \\ 0 & -1.4400 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego se calcula el incremento $\Delta\bar{X}$:

$$\Delta\bar{X} = [-0.0000 \quad -1.1466 \quad -1.6512 \quad -0.0012 \quad -2.9797 \quad 0]^T$$

Después se halla el nuevo punto \bar{X} :

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 8.4889 \quad 12.2240 \quad 8.6568 \quad 12.0471 \quad 25.0000]^T$$

Iteración 2

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = [6.9656 \quad -13.5816 \quad 7.7304 \quad 6.6160 \quad -7.7304 \quad 0.0000]^T$$

Como no cumple la tolerancia se calcula el Jacobiano:

$$J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 4.3771 & 0 & 54.1353 & 0 & 0 \\ 0 & -8.7400 & 0 & 4.3629 & 0 & -1.0586 \\ 0 & 0 & -4.0751 & 0 & 4.0751 & 1.0000 \\ 0 & 4.3629 & 0 & -58.4982 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.0751 & 0 & -4.0751 & 0 \\ 0 & -1.4400 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego se calcula el incremento $\Delta\bar{X}$:

$$\Delta\bar{X} = [0.0000 \quad -1.5554 \quad -2.2398 \quad -0.0029 \quad -4.1368 \quad 0]^T$$

Después se halla el nuevo punto \bar{X} :

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 7.3423 \quad 10.5729 \quad 8.6557 \quad 9.0674 \quad 25.0000]^T$$

Iteración 3

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = [1.3026 \quad -2.6237 \quad 1.5544 \quad 1.3211 \quad -1.5544 \quad 0]^T$$

Como no cumple la tolerancia se calcula el Jacobiano:

$$J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 2.9564 & 0 & 66.6757 & 0 & 0 \\ 0 & -5.9099 & 0 & 2.9535 & 0 & -1.0586 \\ 0 & 0 & -2.7107 & 0 & 2.7107 & 1.0000 \\ 0 & 2.9535 & 0 & -69.6292 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.7107 & 0 & -2.7107 & 0 \\ 0 & -1.4400 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego se calcula el incremento $\Delta\bar{X}$:

$$\Delta\bar{X} = [0.0000 \quad -0.4439 \quad -0.6392 \quad 0.0001 \quad -1.2126 \quad 0]^T$$

Después se halla el nuevo punto \bar{X} :

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 5.7868 \quad 8.3331 \quad 8.6528 \quad 4.9306 \quad 25.0000]^T$$

Iteración 4

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = [0.0472 \quad -0.0945 \quad 0.0605 \quad 0.0473 \quad -0.0605 \quad 0]^T$$

Como no cumple la tolerancia se calcula el Jacobiano:

$$J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 2.7507 & 0 & 65.8312 & 0 & 0 \\ 0 & -5.4990 & 0 & 2.7483 & 0 & -1.0586 \\ 0 & 0 & -2.5076 & 0 & 2.5076 & 1.0000 \\ 0 & 2.7483 & 0 & -68.5795 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5076 & 0 & -2.5076 & 0 \\ 0 & -1.4400 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego se calcula el incremento $\Delta\bar{X}$:

$$\Delta\bar{X} = [0.0000 \quad -0.0172 \quad -0.0247 \quad 0.0000 \quad -0.0489 \quad 0]^T$$

Después se halla el nuevo punto \bar{X} :

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 5.3430 \quad 7.6939 \quad 8.6529 \quad 3.7180 \quad 25.0000]^T$$

Iteración 5

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = 1.0e-003 * [0.0613 \quad -0.1225 \quad 0.0915 \quad 0.0612 \quad -0.0915 \quad 0]^T$$

Como no cumple la tolerancia se calcula el Jacobiano:

$$J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 2.7435 & 0 & 65.8286 & 0 & 0 \\ 0 & -5.4847 & 0 & 2.7412 & 0 & -1.0586 \\ 0 & 0 & -2.5000 & 0 & 2.5000 & 1.0000 \\ 0 & 2.7412 & 0 & -68.5698 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5000 & 0 & -2.5000 & 0 \\ 0 & -1.4400 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego se calcula el incremento $\Delta\bar{X}$:

$$\Delta \bar{X} = 1.0e-004 * [-0.0000 \quad -0.2233 \quad -0.3216 \quad -0.0000 \quad -0.6875 \quad -0.0000]^T$$

Después se halla el nuevo punto \bar{X} :

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 5.3258 \quad 7.6691 \quad 8.6529 \quad 3.6692 \quad 25.0000]^T$$

Iteración 6

Se evalúa el conjunto de ecuaciones de flujo de la red de gas $G(\bar{X})$:

$$G(\bar{X}) = 1.0e-009 * [0.1030 \quad -0.2057 \quad 0.2093 \quad 0.1027 \quad -0.2093 \quad 0]^T$$

Como cumple el criterio de tolerancia se termina el algoritmo y se muestran los resultados.

Las Variables de estado son:

$$\bar{X} = [17.4651 \quad 8.6471 \quad 5.3258 \quad 7.6691 \quad 8.6529 \quad 3.6692 \quad 25.0000]^T$$

Las presiones nodales [bar] son:

$$p_1 = 2.9406; p_2 = 2.3078; p_3 = 2.7693; p_4 = 2.9416; p_5 = 1.9155;$$

Los flujos en los pozos [m³/h] son:

$$\Psi_{w_1} = 17.4651; \Psi_{w_4} = 20;$$

Los flujo por los ductos [m³/h] son:

$$\Psi_{12}^P = 18.2246; \Psi_{14}^P = -0.7595; \Psi_{42}^P = 18.2405; \Psi_{35}^P = 20;$$

El flujo por el compresor [m³/h] es:

$$\Psi_{23}^C = 25;$$

3 Resultados numéricos

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos usando el método de Newton-Raphson implementado en MATLAB. Se consideran diferentes sistemas de prueba reportados en la literatura especializada [7], [9]. Los datos de los sistemas de prueba utilizados se presentan en el apéndice A.

3.1 Sistema radial de 15 nodos

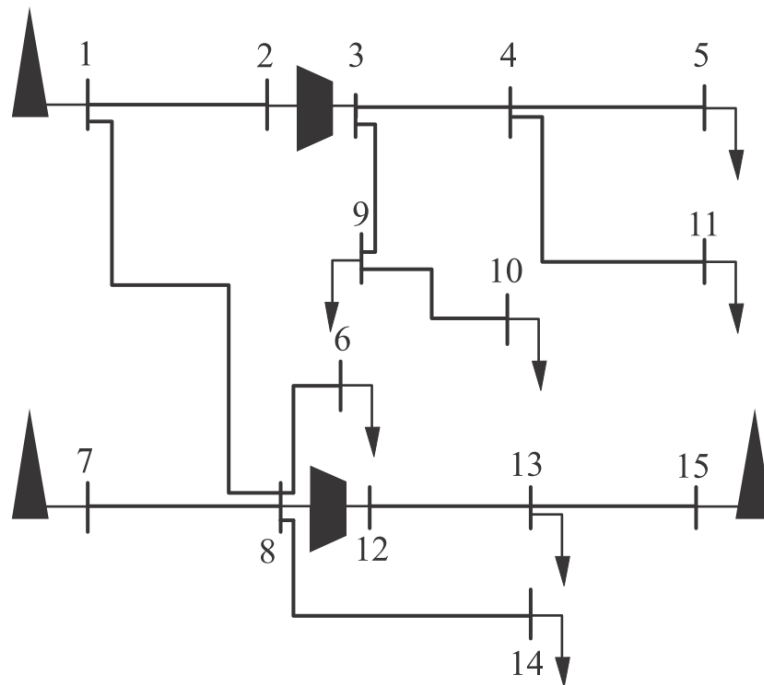


Figura 3.1 Sistema de prueba de 15 nodos

En la figura 3.2 se muestra un sistema radial de transporte de gas natural, el cual cuenta con tres posibles puntos de inyección de gas situados en los nodos 1, 7 y 15, con dos estaciones compresoras y siete nodos de demanda.

En las tablas 3.1 a 3.3 se presentan los resultados del flujo de gas implementado. El tiempo de convergencia fue de 0.081418 segundos y realizó un total de 24 iteraciones.

Tabla 3.1: Resultados nodales del sistema de 15 nodos

Nodo	Presión [bar]	Inyección del pozo [m³/h]
1	1.6236	50
2	0.8998	0
3	1.6196	0
4	1.4547	0
5	1.4504	2.3953
6	1.3265	0
7	1.7087	20
8	1.6612	0
9	1.5044	0
10	1.4503	0
11	1.3986	0
12	0.9229	0
13	1.4359	0
14	0.9151	0
15	1.8713	59.9994

Tabla 3.2: Flujos por los ductos del sistema de 15 nodos

Nodo inicial	Nodo final	Flujo [m³/h]
1	2	67.5726
3	4	35.6047
3	9	30
4	5	5.6047
4	11	20
9	10	20
1	8	-17.5726
8	6	50
8	7	-20
12	14	6
12	13	-54.9994
13	15	-59.9994

Tabla 3.3: Resultados de los compresores del sistema de 15 nodos

Nodo inicial	Nodo final	Flujo del compresor [m ³ /h]	Consumo del compresor [m ³ /h]
2	3	65.6047	1.9679
8	12	-47.5726	1.4268

Como se puede observar el método implementado logra determinar satisfactoriamente los valores de estado estable del sistema bajo estudio, encontrando el valor operativo de las presiones nodales, los flujos inyectados en cada una de las fuentes y los flujos por ductos y compresores que permiten el abastecimiento apropiado de las demandas.

3.2 Sistema belga de 22 nodos

En la figura 3.2 se muestra el sistema de prueba de 22 nodos que corresponde al sistema de transporte de alta presión de Bélgica [9]. Este sistema tiene una topología radial, la cual es típica en la operación de los sistemas de gas natural, y presenta seis puntos de inyección los cuales se asocian a yacimientos o estaciones de almacenamiento en etapa de inyección. También cuenta con dos estaciones compresoras y diecinueve ductos para abastecer ocho puntos de demanda concentrada.

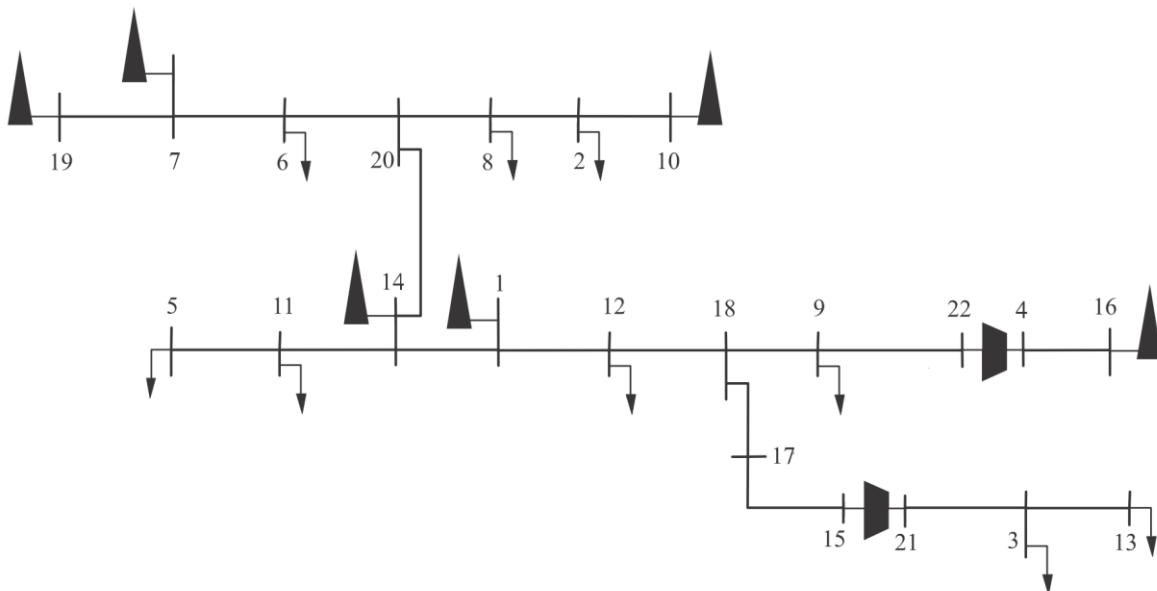


Figura 3.2 Sistema de prueba de 22 nodos (Bélgica) Fuente: Adaptada de [9]

En las tablas 3.4 a 3.6 se presentan los resultados del flujo de gas aplicado al sistema de 22 nodos. El tiempo de convergencia fue de 0.078130 segundos con un total de 9 iteraciones.

Con el objetivo de verificar la precisión del método se realizó una comparación con los resultados reportados en [9], se encontró que el error promedio entre los resultados reportados por [9] y los obtenidos con la metodología propuesta es del 2%, lo cual muestra que el método implementado presenta una buena precisión.

Tabla 3.4: Resultados nodales del sistema de 22 nodos (Bélgica)

Nodo	Presión [bar]	Inyección del pozo [Mm³/d]
1	52.6142	1.2
2	52.7194	0
3	38.765	0
4	58.5477	0
5	49.3893	0
6	54.7454	0
7	54.8594	8.171
8	52.6873	0
9	57.066	0
10	54.8062	4.743
11	51.0621	0
12	53.9546	0
13	37.0182	0
14	52.4064	0.96
15	47.9715	0
16	59	22.0376
17	55.0554	0
18	55.8764	0
19	54.8808	9.215
20	53.5451	0
21	64.7615	0
22	58.899	0

Tabla 3.5: Flujos por los ductos del sistema de 22 nodos (Bélgica)

Nodo inicial	Nodo final	Flujo [Mm^3/d]
19	7	9.215
7	6	17.386
6	20	13.468
10	2	4.743
2	8	0.709
8	20	-4.547
20	14	8.921
16	4	22.0376
22	9	22.0326
9	18	15.6676
18	12	13.503
12	1	11.383
1	14	12.583
14	11	22.464
11	5	15.616
18	17	2.1646
17	15	2.1646
21	3	2.141
3	13	1.919

Tabla 3.6: Resultados de los compresores del sistema de 22 nodos (Bélgica)

Nodo inicial	Nodo final	Flujo del compresor [Mm^3/d]	Consumo del compresor [Mm^3/d]
22	4	-22.0326	0.0050
15	21	2.1410	0.0236

Igualmente, que en el caso de 15 nodos se prueba que la metodología desarrollada permite determinar satisfactoriamente el estado operativo del sistema y que los tiempos de cómputo son apropiados para el estudio de sistemas mayor tamaño pues estos se encuentran en el orden de fracciones de segundo.

3.3 Sistema colombiano de 54 nodos

En la figura 3.4 se muestra un sistema de 54 nodos, el cual fue tomado de [7] y corresponde al sistema de transporte de alta presión de Colombia.

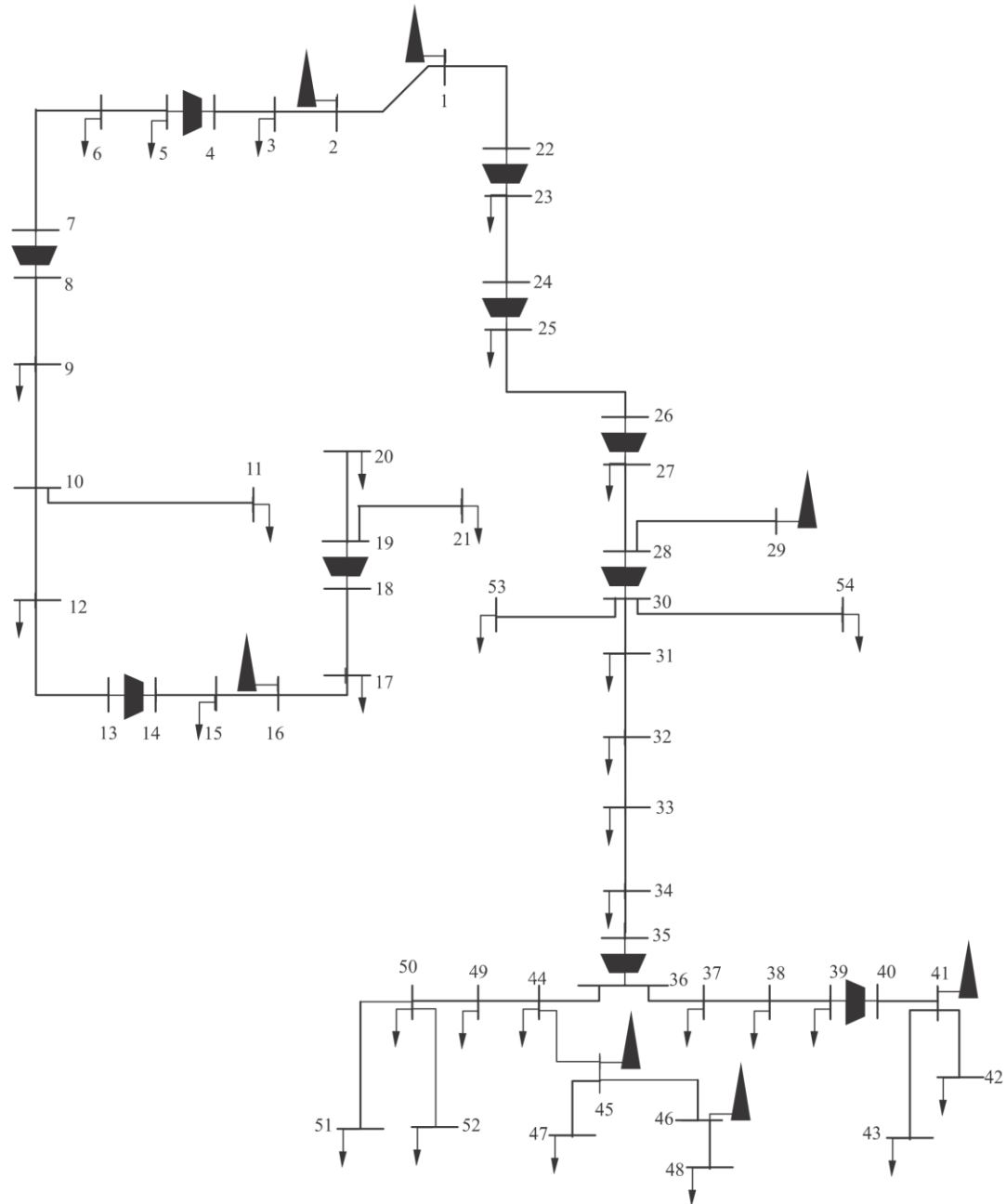


Figura 3.3 Sistema de prueba de 54 nodos (Colombia) Fuente: Adaptada de [7]

Este sistema es un equivalente del sistema colombiano de transporte de gas natural, el

cual consiste de 54 nodos de los cuales 20 nodos se asocian a cargas concentradas, e incluye consumos promedio de grandes consumidores como los generadores termoeléctricos. Igualmente se consideran siete centros de producción de gas, dentro de los cuales se destacan los campos de producción más grandes del país, Ballenas (nodo 1) y Cusiana (nodo 41). Este sistema, al igual que los anteriores, presenta una topología radial y contiene diez estaciones compresoras y cuarenta y tres ductos.

En las tablas 3.7 a 3.9 se muestran los resultados obtenidos por la metodología propuesta para el sistema de 54 nodos. El tiempo de convergencia fue de 0.4750 segundos con un total de 25 iteraciones.

Tabla 3.7: Resultados nodales del sistema de 54 nodos (Colombia)

Nodo	Presión [bar]	Inyección del pozo [Mm³/h]	Nodo	Presión [bar]	Inyección del pozo [Mm³/h]
1	82.002	1125.53	28	34.998	0
2	81.072	10	29	35.004	10
3	79.8	0	30	53.31	0
4	79.29	0	31	52.926	0
5	79.29	0	32	52.692	0
6	78.672	0	33	52.476	0
7	78.258	0	34	52.242	0
8	78.258	0	35	51.93	0
9	77.646	0	36	64.836	0
10	76.59	0	37	70.158	0
11	76.59	0	38	73.5	0
12	75.522	0	39	78.132	0
13	75.09	0	40	78.132	0
14	75.09	0	41	81.786	850
15	73.77	0	42	81.654	0
16	72.87	10	43	80.382	0
17	71.67	0	44	57.648	0
18	70.932	0	45	57.72	1
19	70.932	0	46	58.272	184.33
20	70.884	0	47	57.558	0
21	70.452	0	48	58.218	0
22	55.314	0	49	45.936	0
23	82.002	0	50	36.624	0
24	60.51	0	51	34.998	0
25	82.002	0	52	36.624	0
26	46.944	0	53	34.998	0
27	75.108	0	54	53.31	0

Tabla 3.8: Flujos por los ductos del sistema de 54 nodos (Colombia)

Nodo inicial	Nodo final	Flujo [Mm ³ /h]	Nodo inicial	Nodo final	Flujo [Mm ³ /h]
1	2	274	30	53	400
2	3	284	30	31	116.06
3	4	284	31	32	90.06
5	6	254	32	33	90.06
6	7	254	33	34	90.06
8	9	254	34	35	90.06
9	10	254	36	37	-377
10	11	0	37	38	-436
10	12	254	38	39	-481
12	13	254	40	41	-481
14	15	254	41	42	69
15	16	229	41	43	300
16	17	239	36	44	466.67
17	18	204	44	45	-48.33
19	20	54	45	47	87
19	21	150	45	46	-134.33
1	22	851.53	46	48	50
23	24	798.69	44	49	490
25	26	772.21	49	50	390
27	28	763.26	50	51	240
29	28	10	50	52	0
30	54	0	--	--	--

Tabla 3.8: Resultados de los compresores del sistema de 54 nodos (Colombia)

Nodo inicial	Nodo final	Flujo del compresor [Mm ³ /h]	Consumo del compresor [Mm ³ /h]
4	5	284	0
7	8	254	0
13	14	254	0
18	19	204	0
22	23	841.69	9.83
24	25	792.21	6.48
26	27	763.26	8.95
28	30	766.06	7.2
35	36	89.67	0.39
39	40	-481	0

Como se puede observar este sistema presenta una complejidad superior a los anteriores, lo cual se refleja en el aumento de los tiempos de cómputo, sin embargo, estos continúan siendo menores a un segundo, lo cual comprueba la eficiencia del método.

Por otro lado se tiene que los resultados arrojados por el método muestran el estado operativo del sistema colombiano ante una situación típica de carga. Estos resultados pueden ser de utilidad para los operadores y planeadores del sistema de gas, pues permite determinar que regiones presentan una mayor congestión en los ductos que las alimentan y así determinar prioridades de expansión o incluso determinar planes de mantenimiento que garanticen la continuidad del servicio en los elementos más cargados del sistema, previniendo así posibles racionamientos.

De la tabla 3.8 se observa que los ductos asociados a la región conectada entre los nodos 1 y 28 presentan los mayores congestionamientos, lo cual se debe a que estos ductos son los que conectan el yacimiento de mayor producción, con el interior de país. Igualmente, se tiene que las regiones conectadas entre los nodos 36 y 49 (región asociada al sur-occidente del país) y la región entre los nodos 41 y 38 (región que contiene el segundo yacimiento más importante del país y uno de los consumidores residenciales e industriales más grandes Bogotá), presentan también congestiones importantes en sus ductos de alimentación. Con esta información, un tomador de decisiones puede determinar la importancia de una expansión en la red troncal que evite futuros racionamientos, o determinar la necesidad de construir estaciones de regasificación en la costa Pacífica del país que alivien los flujos entre la costa Atlántica y el interior del país.

4 Conclusiones

- En este trabajo se desarrolló una metodología de flujo en redes aplicada a sistemas de gas natural, basada en el método de Newton-Raphson. Esta metodología fue aplicada a diferentes sistemas de prueba reportados en la literatura. Los resultados numéricos comprobaron que la metodología tiene un comportamiento apropiado en términos de tiempo de convergencia y precisión.
- Para los diferentes participantes (consumidores, productores y transportadores) del sistema de gas natural así como para las entidades de planeamiento y regulación es fundamental contar con metodologías como la presentada en este trabajo, pues las herramientas de flujo en redes son la piedra angular de estudios de diseño de redes, diseño de estrategias de participación en el mercado (tanto de electricidad como de gas) y abastecimiento energético, entre otros.
- La complejidad de una red de gas no depende exclusivamente de su tamaño (número de nodos y ductos) sino también de la distribución de las fuentes en la red (pozos) y las demandas (consumidores). Esto se puede comprobar al comparar los resultados del sistema de 15 nodos y los del sistema de 22, ya que a pesar de que el último tiene un mayor tamaño, su tiempo de convergencia es 4% menor al del otro sistema y el número de iteraciones es menor en un 62.5%.
- Como trabajos futuros se propone el desarrollo de metodologías de planeamiento utilizando la metodología de flujo en redes desarrollada en este trabajo para evaluar el comportamiento de cada propuesta. Igualmente, esta herramienta puede ser adaptada para la medición de confiabilidad en la red de gas natural realizando una analogía con las metodologías aplicadas al sistema eléctrico.

Bibliografía

- [1] MME, UPME, “Plan de abastecimiento para el suministro y transporte de gas natural - versión 2010”, 2010. Disponible en: <http://www.upme.gov.co>
- [2] J. García, “Estudio del diseño del mercado de gas en Colombia y su integración con el sector eléctrico”, Tesis de Pregrado, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, 2010.
- [3] Ministerio de Minas y Energía. Resoluciones 181654 – 181686 – 181739. Disponibles en: <http://www.minminas.gov.co>
- [4] Promigas, “Magasín: Usos del gas- El gas natural en la industria colombiana”, Numero 10, año 2005. Disponible en: www.promigas.com
- [5] C.A. Saldarriaga, “Modelos de Optimización para la Integración de los Sectores de Electricidad y Gas Natural” Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, 2013.
- [6] C.A. Saldarriaga, R.A. Hincapié and H. Salazar, "A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks," IEEE Trans. on Power Systems, 28(4), pp.4052-4063, Nov. 2013.
- [7] C.A. Saldarriaga, H. Salazar, “Análisis de factibilidad para la integración operativa de los sectores de electricidad y gas natural en Colombia”, Informe final proyecto de jóvenes investigadores, 2010.
- [8] SHIVELY, B. a. Understanding Today's Natural Gas Business. Enerdynamics, The energy Education Experts, 2011.
- [9] De Wolf, Y. Smeen, “The Gas Transmission Problem Solved by an Extension of the Simplex Algorithm,” Monagemnr Science, vol46, N. 1 I, pp. 1454-1465,2000.
- [10] A. Martinez-Mares and C.R. Fuerte-Esquivel, "A Unified Gas and Power Flow Analysis in Natural Gas and Electricity Coupled Networks," Power Systems, IEEE Transactions on , vol.27, no.4, pp.2156,2166, Nov. 2012
- [11] C. Liu, M. Shahidehpour, Y. Fu and Z. Li, “Security-Constrained Unit Commitment With Natural Gas Transmission Constraints,” Power Systems, IEEE Transactions on , vol.24, no.3, pp.1523,1536, Aug. 2009

Apéndice A – Sistemas de prueba

En este apéndice se presentan los diferentes sistemas de prueba utilizados en este trabajo.

A1. Sistema de 5 nodos

Tabla a.1: Datos Slack sistema 5 nodos

Nodo slack	Presión slack [bar]
1	2.9406

Tabla a.2: Datos Nodos sistema 5 nodos

Nodo	Presión máxima [bar]	Presión mínima [bar]	Demanda [m ³ /h]	Inyección Pozo [m ³ /h]
1	3	0.9	0	--
2	3	0.9	10	0
3	3	0.9	5	0
4	3	0.9	1	20
5	3	0.9	20	0

Tabla a.3: Datos Ductos sistema 5 nodos

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Cij [m ³ /bar-h]
1	2	10
1	4	10
4	2	10
3	5	10

Tabla a.4: Datos Compresor sistema 5 nodos

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Beta
2	3	1.2

A2. Sistema de 15 nodos

Tabla a.5: Datos Slack sistema 15 nodos

Nodo slack	Presión slack [bar]
15	1.8713

Tabla a.6: Datos Nodos sistema 15 nodos

Nodo	Presión máxima [bar]	Presión mínima [bar]	Demanda [m ³ /h]	Inyección Pozo [m ³ /h]
1	5	0.9	0	50
2	5	0.9	0	0
3	5	0.9	0	0
4	5	0.9	10	0
5	5	0.9	8	2.3953
6	5	0.9	50	0
7	5	0.9	0	20
8	5	0.9	0	0
9	5	0.9	10	0
10	5	0.9	20	0
11	5	0.9	20	0
12	5	0.9	0	0
13	5	0.9	5	0
14	5	0.9	6	0
15	5	0.9	0	--

Tabla a.7: Datos Ductos sistema 15 nodos

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Cij [m ³ /bar-h]
1	2	50
3	4	50
3	9	50
4	5	50
4	11	50
9	10	50
1	8	50
8	6	50
8	7	50
12	14	50
12	13	50
13	15	50

Tabla a.8: Datos Compresores sistema 15 nodos

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Beta	Gamma
2	3	1.8	0.03
8	12	1.7999	0.03

A3. Sistema de 22 nodos (Bélgica)**Tabla a.9:** Datos Slack sistema 22 nodos (Bélgica)

Nodo slak	Presión slak [bar]
16	59

Tabla a.10: Datos Nodos sistema 22 nodos (Bélgica)

Nodo	Presión maxima [bar]	Presión minima [bar]	Demanda [Mm ³ /d]	Inyección Pozo [Mm ³ /d]
1	66.2	0	0	1.2
2	80	30	4.034	0
3	66.2	0	0.222	0
4	66.2	0	0	0
5	66.2	50	15.616	0
6	80	30	3.918	0
7	77	0	0	8.171
8	80	30	5.256	0
9	66.2	30	6.365	0
10	77	0	0	4.743
11	66.2	0	6.848	0
12	66.2	0	2.12	0
13	66.2	25	1.919	0
14	66.2	0	0	0.96
15	63	0	0	0
16	66.2	50	0	--
17	66.2	0	0	0
18	66.2	0	0	0
19	77	0	0	9.215
20	80	0	0	0
21	77	0	0	0
22	80	0	0	0

Tabla a.11: Datos Ductos sistema 22 nodos (Bélgica)

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Cij [Mm ³ /bar-d]
19	7	6.0234
7	6	4.9181
6	20	1.1813
10	2	0.3166
2	8	0.3856
8	20	0.4763
20	14	0.8122
16	4	3.0224
22	9	1.5112
9	18	1.3517
18	12	0.9294
12	1	0.9524
1	14	2.6937
14	11	1.9048
11	5	1.2047
18	17	0.2268
17	15	0.0801
21	3	0.0413
3	13	0.1668

Tabla a.12: Datos Compresores sistema 22 nodos (Bélgica)

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Beta	Gamma
22	4	1.006	0.0002
15	21	1.35	0.011

A4. Sistema de 54 nodos (Colombia)**Tabla a.13:** Datos Slack sistema 54 nodos (Colombia)

Nodo slak	Presión slak [bar]
1	82

Tabla a.14: Datos Nodos sistema 54 nodos (Colombia)

Nodo	Presión maxima [bar]	Presión minima [bar]	Demanda [Mm³/h]	Inyección Pozo [Mm³/h]
1	82	35	0	--
2	82	35	0	10
3	82	35	0	0
4	82	35	0	0
5	82	35	30	0
6	82	35	0	0
7	82	35	0	0
8	82	35	0	0
9	82	35	0	0
10	82	35	0	0
11	82	35	0	0
12	82	35	0	0
13	82	35	0	0
14	82	35	0	0
15	82	35	25	0
16	82	35	0	10
17	82	35	35	0
18	82	35	0	0
19	82	35	0	0
20	82	35	54	0
21	82	35	150	0
22	82	35	0	0
23	82	35	43	0
24	82	35	0	0
25	82	35	20	0
26	82	35	0	0
27	82	35	0	0
28	82	35	0	0
29	82	35	0	10
30	82	35	250	0
31	82	35	26	0
32	82	35	0	0
33	82	35	0	0
34	82	35	0	0
35	82	35	0	0
36	82	35	0	0
37	82	35	59	0
38	82	35	45	0

39	82	35	0	0
40	82	35	0	0
41	82	35	0	850
42	82	35	69	0
43	82	35	300	0
44	82	35	25	0
45	82	35	0	1
46	82	35	0	184.33
47	82	35	87	0
48	82	35	50	0
49	82	35	100	0
50	82	35	150	0
51	82	35	240	0
52	82	35	0	0
53	82	35	400	0
54	82	35	0	0

Tabla a.15: Datos Ductos sistema 54 nodos (Colombia)

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Cij [Mm³/bar-h]
1	2	22.2414497
2	3	19.89335738
3	4	31.45415981
5	6	25.68221394
6	7	31.45415981
8	9	26.12125795
9	10	19.89335738
10	11	18.16006763
10	12	19.89335738
12	13	31.45415981
14	15	18.16006763
15	16	19.89335738
16	17	18.16006763
17	18	19.89335738
19	20	19.89335738
19	21	18.16006763
1	22	14.0667279
23	24	14.43215831
25	26	11.48543524
27	28	11.48543524
29	28	22.2414497

30	54	23.77710987
30	53	9.946678689
30	31	18.16006763
31	32	18.16006763
32	33	18.79745585
33	34	18.16006763
34	35	15.72707991
36	37	14.0667279
37	38	19.89335738
38	39	18.16006763
40	41	19.89335738
41	42	14.82763313
41	43	19.89335738
36	44	15.72707991
44	45	16.81295563
45	47	19.89335738
45	46	16.81295563
46	48	19.89335738
44	49	14.0667279
49	50	14.0667279
50	51	22.2414497
50	52	18.16006763

Tabla a.16: Datos Compresores sistema 54 nodos (Colombia)

Nodo de Inicio	Nodo de Fin	Beta	Gamma
4	5	1.0000	0.0117
7	8	1.0000	0.0082
13	14	1.0000	0.0082
18	19	1.0000	0.0117
22	23	1.4825	0.0117
24	25	1.3552	0.0082
26	27	1.6000	0.0117
28	30	1.5232	0.0094
35	36	1.2486	0.0043
39	40	1.0000	0.0117