

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y MODELADO DE UN BANCO DE PRUEBAS
PARA EL ESTUDIO DE LAS VIBRACIONES GENERADAS POR
DESBALANCEO DE ROTORES EN VOLADIZO**

JUAN ESTEBAN ÁLVAREZ NARANJO 1 116 440 303

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROGRAMA: INGENIERÍA MECÁNICA

PEREIRA

NOVIEMBRE 2013

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y MODELADO DE UN BANCO DE PRUEBAS
PARA EL ESTUDIO DE LAS VIBRACIONES GENERADAS POR
DESBALANCEO DE ROTORES EN VOLADIZO**

JUAN ESTEBAN ÁLVAREZ NARANJO 1 116 440 303

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de
Ingeniero mecánico**

Director

Ph. D. HECTOR FABIO QUINTERO RIAZA.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROGRAMA: INGENIERÍA MECÁNICA

PEREIRA

NOVIEMBRE 2013

NOTA DE ACEPTACIÓN

FIRMA DEL JURADO

DEDICATORIA

A quien dedico este documento es al amor más grande, incondicional y admirable, a la persona que me ha acompañado y se ha esforzado día a día, al ser que amo y a quien le agradezco la vida, a mi madre Luz Stella.

A Dios, que siempre está en mi camino.

AGRADECIMIENTOS

Al Ph.D. Héctor Fabio Quintero Riaza, docente de la facultad de Ingeniería Mecánica por su amplia colaboración, acompañamiento y asesoría en la realización del trabajo de grado del módulo de pruebas.

Al M.Sc Juan Fernando López López por su colaboración, tiempo y dedicación.

Al M.Sc Mauricio Monroy Jaramillo por la asesoría en las conexiones eléctricas y puesta en marcha del módulo de pruebas.

A la entidad COLCIENCIAS por los recursos asignados para la construcción del módulo de pruebas.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	9
1. JUSTIFICACIÓN	9
1.1 PERTINENCIA.....	9
1.2 IMPACTO.....	10
1.3 OBJETIVOS.....	11
1.3.1 Objetivo general.....	11
1.3.2 Objetivos específicos	11
1.4 MARCO TEÓRICO	12
1.4.1 Generalidades.....	12
1.4.2 Desbalanceo	18
2. DISEÑO DEL MÓDULO DE PRUEBAS.....	22
2.1 CÁLCULOS DIMENSIONALES	22
2.2 SELECCIÓN DEL MOTOR ELÉCTRICO.....	23
2.3 DISEÑO DEL EJE.....	23
2.3.1 Selección del material.....	23
2.3.2 Determinación del diámetro y longitud del eje	24
2.3.3 Cálculo de fuerzas transversales y pares de torsión.....	27
2.3.4 Determinación de las secciones y puntos críticos del eje	39
2.3.5 Cálculo de factores de seguridad con base en la resistencia de cargas dinámicas.....	39
2.3.6 Cálculo de factores de seguridad para el eje con base en la resistencia a la fatiga	41
2.3.7 Cálculo de la resistencia del eje a la rigidez	48
2.3.8 Cálculo de diseño del volante de inercia.....	50
2.3.9 Determinación de la frecuencia natural del sistema.....	54
2.3.10 Modos normales de vibración	59
2.4 SELECCIÓN DE COMPONENTES	63

2.4.1 Selección de chumaceras	63
2.4.2 Selección de acople mecánico.....	63
2.4.3 Selección de variador de velocidad	63
2.4.4 Selección de acelerómetros.....	63
2.4.5 Selección de la tarjeta de adquisición de datos	63
3 FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	65
3.1 DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA.....	65
3.2 MODELADO DEL SISTEMA ROTOR.....	67
3.2.1 Elemento volante	68
3.2.2 Elemento eje	69
3.2.3 Elemento apoyo	71
3.3 RESULTADOS DE SIMULACIÓN	76
4. RESULTADOS EXPERIMENTALES	79
4.1 COMPOSICIÓN DEL ESPECTRO VIBRATORIO	81
4.2 DESBALANCEO PERMISIBLE PARA DINTINTOS ROTORES RÍGIDOS ...	82
4.3 PRUEBA INICIAL.....	83
4.4 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN VERTICAL, APOYO 1	89
4.5 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN HORIZONTAL, APOYO 1	93
4.6 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN VERTICAL, APOYO 2	95
4.7 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN HORIZONTAL, APOYO 1	96
5. CONCLUSIONES Y APORTES	97
6. BIBLIOGRAFÍA	100
8. ANEXOS.....	103

RESUMEN

El desbalanceo mecánico es uno de los problemas de vibración más frecuentes en máquinas rotativas, siendo éste perjudicial para el tiempo de servicio o vida útil del equipo. Una de las maneras de detectar la presencia del fenómeno vibratorio es a través de señales de frecuencia, las cuales tomadas con ayuda de un analizador de vibraciones muestra la magnitud predominante en condición de desbalanceo.

Actualmente, no existe en el laboratorio de vibraciones mecánicas de la Universidad Tecnológica de Pereira, un banco de pruebas para experimentar el tipo de falla rotativa por desbalanceo y lograr crear conciencia en los estudiantes para corregirlas en un ambiente de trabajo

En el presente proyecto se ha desarrollado el diseñado, construcción y modelado matemático de un módulo de pruebas para medir vibraciones generadas por desbalanceo de rotores en voladizo, adaptación presente en máquinas industriales y que originan la condición de desbalanceo perjudicial para los elementos que conforman el quipo.

El diseño y modelado matemático del proyecto buscan obtener una configuración del módulo adecuada, mientras que las pruebas experimentales hechas en el banco generan una base de datos para guiar el proceso y así mismo visualizar el fenómeno de vibración.

Con los resultados obtenidos de las señales de vibración para diferentes condiciones de funcionamiento se logró caracterizar el banco de pruebas para la condición de desbalanceo, mostrando las señales propias de la falla.

INTRODUCCIÓN

1. JUSTIFICACIÓN

1.1 PERTINENCIA

Evitar las fallas en los componentes rotativos de las máquinas de manera anticipada es generar un tiempo de servicio confiable y duradero de los dispositivos industriales. Realizar un mantenimiento predictivo es entonces, una ayuda en busca de cubrir esta necesidad para reducir costos de contratación de personal, eliminar paradas innecesarias de las máquinas y optimizar procesos.

Las fallas más frecuentes que se encuentran en el ámbito industrial son las provocadas por defectos en los elementos rotativos, estos componentes en contacto se agrietan, producen desalineamiento, desbalanceo, fatiga, soltura mecánica, desprendimiento de partículas, lubricación inconsistente.

Los problemas mencionados anteriormente son consecuencia de la variación configurada para un sistema con respecto al tiempo alrededor de una posición de equilibrio estable, en el cual este fenómeno representa entre 15% y 40 del costo total de producción. Las señales de vibración obtenidas durante un estudio de operación de la maquinaria (sistema) y su respectivo análisis ayudará a solucionar problemas optimizando la productividad y confiabilidad del mantenimiento industrial¹.

¹Disponible en :

<http://www.leanexpertise.com/TPMOLINE/articles_on_total_productive_maintenace/tpm/tpmprocess/maintenanceinhistorySpanish.htm>

La industria está encaminada a un proceso de evolución en la calidad del mantenimiento, garantizando una alta eficiencia en sus procesos y obteniendo mayores ganancias, por tal razón, el uso de instrumentos digitales de medición para el análisis de vibraciones ayuda al mantenimiento predictivo a obtener resultados accesibles, confiables, sensibles y unívocos.

Construir módulos de análisis y experimentación en el área de vibraciones mecánicas es factible, pues se llega a la simulación y fundamentación para prever los defectos que sucedan en los componentes rotativos.

El módulo de simulación de vibraciones mecánicas puede predecir a partir de una muestra de datos durante un periodo, el tiempo en el cual la máquina fallará o requerirá algún tipo de mantenimiento y así poder optimizar un proceso.

1.2 Impacto

El presente proyecto está basado en el diseño, construcción y modelado de un banco para el estudio de las vibraciones por desbalanceo en rotores en voladizo, en el cual los beneficiados serán los estudiantes de la facultad de ingeniería mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira en el campo de las vibraciones mecánicas, diseño de máquinas, y áreas afines en la cual, corregir los defectos por desbalanceo son necesarios para un mejor uso de las máquinas.

Desde el punto de vista de investigación el proyecto tendrá gran incidencia porque ayudará a formular nuevas hipótesis acerca de los daños causados en los elementos rotativos, como también, podrá abrir nuevas líneas de investigación relacionadas con la adquisición de datos para el análisis de vibraciones.

Desde el punto de vista académico los estudiantes podrán adquirir los conocimientos necesarios para implementar un diagnóstico de cualquier máquina

rotativa en la cual sea posible realizar el análisis de frecuencias y así predecir defectos para aumentar el tiempo de servicio del dispositivo.

El banco de prueba para el estudio de las vibraciones generadas por desbalanceo tiene como fuente de energía de movimiento un motor trifásico de corriente alterna asíncrona con rotor jaula de ardilla. En la configuración del sistema se encuentran alojadas sobre el extremo derecho del eje acoplado al motor, dos volantes con 24 agujeros roscados cada una para adicionar o retirar tornillos opresores que balancearán el sistema hasta su posición de equilibrio.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

Diseñar, construir y modelar un banco de pruebas para el estudio de las vibraciones generadas por el desbalanceo de rotores en voladizo para el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Universidad Tecnológica de Pereira.

1.3.2 Objetivos específicos

1.3.2.1 Diseñar el banco de prueba para vibraciones generadas por desbalanceo de un rotor en voladizo

1.3.2.2 Construir el banco de prueba para vibraciones generadas por desbalanceo de un rotor en voladizo.

1.3.2.3 Instrumentar el banco de prueba para vibraciones generadas por desbalanceo de un rotor en voladizo.

1.3.2.4 Formular un modelo numérico o matemático del banco de prueba de rotor en voladizo.

1.3.2.4 Generar una base de datos para diferentes condiciones de operación y tipo de fallas del banco experimental.

1.4 MARCO TEÓRICO

1.4.1 Generalidades

Las vibraciones mecánicas ocurren cuando las máquinas herramientas no se encuentran en un nivel de exactitud adecuado y por lo tanto, éstas comienzan a presentar fallas en los componentes rotativos generando rápidamente fatiga, desgaste y ruptura de la herramienta.

El análisis de las vibraciones mecánicas busca la periodicidad de la señal de vibración para relacionarla con la posible causa que la induce, esta señal de vibración es causada por una fuerza que está variando en magnitud, dirección o punto de aplicación.

Actualmente para el diagnóstico de las vibraciones se utilizan diferentes herramientas en el proceso de medición de frecuencias (medidas en Hz o cpm), las cuales emplean el análisis de señales para predecir el comportamiento del sistema (máquina). Los tipos de análisis más utilizados son:

Análisis de la forma de onda. Este análisis se hace en el dominio del tiempo, generalmente se hace como complemento del análisis frecuencial. Se busca de esta forma hallar picos o características en la señal de vibración que pueden ser directamente relacionadas con la máquina que se está diagnosticando, o con el modelo que se tiene de ésta.

Análisis frecuencial o espectral. Este tipo de análisis se hace en el dominio de la frecuencia. Se obtiene el espectro de frecuencias de la señal de vibración y se observan los picos que muestra dicho espectro. Estos picos se pueden relacionar con fallas en la máquina y de esta forma se pueden hacer el diagnóstico de falla. Mientras en el análisis en el dominio del tiempo una falla se observa como un pulso periódico a lo largo de toda la señal, en el análisis espectral se identifica por medio de un pico abrupto en el espectro, lo cual hace mucho más fácil de identificar la falla en este dominio.

Análisis de la diferencia de fase de las vibraciones. La diferencia de fase entre dos vibraciones de igual frecuencia se puede definir como la diferencia en tiempo o en grados con que ellas llegan a sus valores máximos, mínimos o cero. La fase de las vibraciones se mide generalmente respecto a un pulso de referencia obtenido de un fototacómetro.

Análisis de los promedios sincrónicos en el tiempo. Esta técnica recolecta señales vibratorias en el dominio del tiempo, las suma y las promedia sincrónicamente mediante un pulso de referencia repetitivo. Las componentes sincrónicas al pulso se suman en el promedio, y las no sincrónicas van disminuyendo de valor con el número de promedios hasta que un gran número de promedio desaparece.

Análisis de órbitas. La órbita es el movimiento del centro del rotor en un plano perpendicular a su eje. Se obtiene combinando los desplazamientos vibratorios captados por dos sensores ubicados relativamente entre ellos a 90°.

Análisis de la envolvente o demodulación. Este análisis tiene como objetivo buscar la causa del por qué se excitan zonas resonantes de la máquina o estructura.

Análisis espectral con seguimiento de orders. Este análisis es adecuado para vibraciones estacionarias. Cuando es implementado en el análisis de máquinas que trabajan a velocidad variable, las componentes espectrales se dispersan en el espectro haciendo imposible su análisis. La solución a esto es realizar un análisis espectral con seguimiento de orders (order tracking spectrum). En este análisis la frecuencia de las vibraciones se expresan en función de la velocidad de rotación (1 order) y no en Hz o cpm.

En el diagnóstico de fallas en vibraciones mecánicas las transformaciones de Fourier son el método tradicional de análisis que presenta altos porcentajes de aciertos para fallas con componentes periódicos. En trabajos recientes con transformaciones de Fourier se observa la tendencia a la implementación de sistemas combinados en tiempo real. Se aprovecha el reducido tiempo computacional de las transformadas junto con algún clasificador de inteligencia artificial para la clasificación de fallas.

Se utilizan también, nuevas transformaciones de tiempo-frecuencia que tradicionalmente se habían utilizado en el procesamiento de imágenes, voz y sonar. Entre dichas transformaciones se destaca la transformada wavelet y distribuciones como la Wigner Ville y Choi Williams².

Además trabajos recientes muestran la importancia de las transformaciones bilineales en el diagnóstico temprano de fallas, las cuales desarrollan distribuciones que disminuyen los términos cruzados en el espectro y permiten una mejor detección de la falla.

² (OROZCO GUTIERREZ, y otros 2012, 215)

Para el mantenimiento predictivo en una planta o instalación, se cuenta actualmente con la medición y análisis de vibraciones, ya que cerca del 90% de las fallas en maquinaria producen variaciones detectables mediante el análisis de las señales de vibración. No todos los tipos de vibraciones son evitables, ya que algunas son inherentes a la operación de la máquina en sí misma, por lo que una de las tareas del analista es identificar aquellas que deben ser corregidas y determinar un nivel de vibraciones tolerable³.

Las señales de la vibración pueden ser obtenidas de un espectro de frecuencias, en el cual la esencia del análisis es descomponer la señal vibratoria en el dominio del tiempo. Esto permite, en el caso de las máquinas, correlacionar las vibraciones medidas generalmente en sus descansos, con las fuerzas que actúan dentro de ella. Existen procedimientos matemáticos para obtener la descomposición de la función periódica en armónicos de diferente frecuencia y amplitud. El procedimiento más implementado es la transformada de Fourier, FFT.

En una simplificación del comportamiento temporal de la vibración generada en una máquina, se puede considerar a ésta como una función periódica que puede ser separada en esas determinadas vibraciones ó componentes de vibración (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) .

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega_t + \phi_1) + A_2 \sin(2\omega_t + \phi_2) + A_3 \sin(3\omega_t + \phi_3) + \dots \quad (1)$$

Las amplitudes de los varios componentes de frecuencia (A_1, A_2, A_3, \dots) y sus ángulos de fase (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) presentes en la ecuación 1 pueden ser determinados analíticamente cuando la función es dada.

³ Disponible en internet en:
<<http://www.aaende.org.ar/sitio/biblioteca/material/CORENDE2000Raul.pdf>>

Los segundos términos ($2\omega, 3\omega, \dots$) son las armónicas de las componentes de la frecuencia primaria.

Es así como todos los equipamientos mecánicos y muchos de los sistemas dinámicos de una planta tales como intercambiadores de calor, ventiladores, reductores, filtros, tanques de mezclado etc, generarán algún nivel de vibración como parte de su funcionamiento normal. El claro entendimiento de las dinámicas de una máquina y como estas fuerzas internas generan componentes de vibración particulares de cada uno y el monitoreo de sus cambios son la clave para usar los datos de vibración como una herramienta de diagnóstico.

De esta forma la prevención de posibles fallas en las máquinas se convierte en una herramienta necesaria para una operación confiable y segura de una instalación. El riesgo de fallas y el tiempo en que una máquina queda fuera de servicio pueden disminuirse sólo si los problemas potenciales son anticipados y evitados⁴.

En general, las vibraciones en una máquina no son buenas: pueden causar desgaste, fisuras por fatiga, pérdida de efectividad de sellos, rotura de aislantes, ruido, etc. Pero al mismo tiempo las vibraciones son la mejor indicación de la condición mecánica de una máquina y pueden ser una herramienta de predicción muy sensible de la evolución de un defecto. Las fallas catastróficas en una maquinaria muchas veces son precedidas, a veces con meses de anticipación, por un cambio en las condiciones de vibración de la misma.

Las vibraciones en una máquina están directamente relacionadas con su vida útil de dos maneras: por un lado un bajo nivel de vibraciones indica que la máquina funcionará correctamente durante un largo período de tiempo, mientras que un

⁴ Disponible en internet: <<http://www.construsur.com.ar/News-sid-217-file-article-pageid-1.html>>

aumento en el nivel de vibraciones indica que la máquina se encamina hacia algún tipo de falla.

El análisis de vibraciones, se basa en el hecho que en muchos casos es posible relacionar las frecuencias de vibración con el problema específico, mientras que la amplitud de la misma da una indicación de la severidad del problema.

La tabla 1 ayuda a identificar el tipo de falla dependiendo de la frecuencia en la cual está operando la máquina.

Tabla 1. Frecuencias de vibración y origen probable de falla.

FRECUENCIA	CAUSAS PROBABLES DE FALLA
1 X RPM	Desbalanceo, engranajes o poleas descentradas, desalineamiento o eje flexionado, resonancia, problemas eléctricos, fuerza alternativas.
2 X RPM	Huelgos o juegos mecánicos, desalineamiento, fuerzas alternativas, resonancia.
3 X RPM	Desalineamiento, combinación de huelgos mecánicos axiales excesivos con desalineamiento.
< a 0,5 x RPM	Remolino de aceite (oil whirl) en cojinetes o rotores.
Frecuencia de línea	Problemas eléctricos.
Armónicas de RPM	Engranajes dañados, fuerzas aerodinámicas, fuerzas hidráulicas, huelgos o juegos mecánicos, fuerzas alternativas.
Alta frecuencia (no armónicas)	Cojitenes antifricción.

Autor⁵.

⁵. (KULICHEVSKY, MARTIN GHISELLI y SACCHI 2000)

Generalmente los valores y amplitud de vibración se dan en los puntos donde se localiza el problema, aunque muchas veces la vibración es transmitida a otros puntos de la máquina aunque en ellos no se encuentre el problema. El análisis de las gráficas puede indicar el tipo de defecto existente, pero muy pocas veces aparecen problemas únicos y por tanto espectros donde se refleje un defecto claramente. La experiencia y el conocimiento de la máquina son dos factores fundamentales a la hora de identificar la causa que produce una vibración importante⁶.

1.4.2 Desbalanceo

Se define como la condición en la que el eje de inercia del rotor no coincide con su eje de rotación, provocando que el giro no sea concéntrico y produciéndose, por lo tanto, fuerzas o momentos dinámicos que producen vibraciones. La cantidad de desbalanceamiento se calcula con la ecuación 2.

$$U = m \cdot r_0 \quad (2)$$

donde,

U : cantidad de desbalanceamiento, [g · mm]

m : masa desbalanceada, [g]

r_0 : Distancia de la masa desbalanceada al eje de rotación, [mm]

El desbalanceamiento puede ser producido por diversas causas entre las cuales se encuentran:

⁶ Disponible en internet: < <http://www.guemisa.com/articul/pdf/vibraciones.pdf> >

- Desgaste de partes rotativas de las máquinas.
- Montaje defectuoso de componentes.
- Falta de simetría en las partes rotativas de las máquinas, debidas a la fundición, forjado, maquinado, a carga o a dilataciones no homogéneas.
- Falta de homogeneidad causada por soldaduras.
- Variaciones en la estructura química y cristalina del material, causadas por el vaciado o tratamiento térmico.
- Variaciones en el tamaño de tornillos, tuercas, y otros sujetadores.

Según la norma ISO 1925 ⁷, el desbalanceamiento se clasifica de acuerdo con la distribución de masas desbalanceadoras en:

- Desbalanceo estático, cuando el eje principal de inercia es paralelo al eje de rotación.
- Desbalanceamiento de cupla, cuando el eje principal de inercia intercepta al eje de rotación en el centro de gravedad del rotor.
- Desbalanceamiento cuasi-estático, cuando el eje principal de inercia intercepta al eje de rotación en un punto distinto al centro de gravedad del rotor.
- Desbalanceamiento dinámico, cuando el eje principal de inercia no intercepta al eje de rotación.

Para balancear un rotor se requieren instrumentos capaces de medir la vibración y de cálculos que permitan encontrar una relación directa entre la vibración, la magnitud y posición del desbalanceamiento del rotor. Estos instrumentos son comúnmente llamados instrumentos virtuales, desarrollados como una combinación de un hardware de operación no exclusiva con un software,

⁷ ISO 1925. "Mechanical vibration - Balancing -Vocabulary". Switzerland. 1990

obteniendo como resultado un instrumento de una arquitectura abierta es decir, con posibilidad de ser modificado cuando así se requiera.

En la Tabla 2 se puede observar cuál es el grado de calidad mínimo con el que deben ser balanceados diferentes tipos de rotores de acuerdo con lo establecido por la norma ISO 1940⁸.

Tabla 2. Grado de calidad del balanceo según ISO 1940.

Grado de calidad de balanceo (G)	Tipo de rotores, ejemplos generales
G 4000	Cigüeñales de máquinas diesel marinas con un número desconocido de cilindros
G 1600	Cigüeñales rígidamente montados en máquinas de gran tamaño de dos ciclos
G 630	Cigüeñales de máquinas de gran tamaño de cuatro ciclos
G 250	Cigüeñales para máquinas diesel para trabajo pesado de cuatro ciclos
G 100	Cigüeñales de máquinas diesel de seis o mas cilindros
G 40	Ruedas de automóviles, rines, ejes de transmisión automotriz, cigüeñales para máquinas de gasolina o diesel con seis o mas cilindros, para automóviles, camiones y locomotoras
G 16	Flechas de transmisión, ejes cardán, partes de maquinaria agrícola, cigüeñales de máquinas con seis o más cilindros bajo requerimientos especiales.

⁸ ANSI S2.19-1989. "Mechanical Vibration - Balance Quality Requirements of Rigid Rotors, Part 1: Determination of Permissible Residual Unbalance". Acoustical Society of America (ASA). 1990.

Tabla 2. (Continuación)

G 6.3	Bombas centrífugas, ventiladores, volantas, impulsores, armaduras eléctricas, máquinas herramientas y en general partes de maquinaria
G 2.5	Turbinas para gas y vapor, rotores de turbo-generadores, rotores de turbo-compresores, porta-herramientas giratorios, armaduras eléctricas con requerimientos especiales, acoples, etc.
G 1	Aditamentos giratorios para grabadoras y tocadiscos, ejes para máquinas rectificadoras, pequeñas armaduras eléctricas con requerimientos especiales
G 0.4	Giroscópicos, pequeñas armaduras eléctricas de extrema precisión

Autor^B .

Conociendo el grado de calidad se puede calcular el desbalanceamiento admisible para un tipo de máquina en particular, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$G = e \cdot \omega \quad (3)$$

$$e = U/m \quad (4)$$

donde,

G : Grado de calidad del balanceamiento, [mm/s]

e : Desbalanceamiento específico, [mm]

m : Masa del rotor, [g]

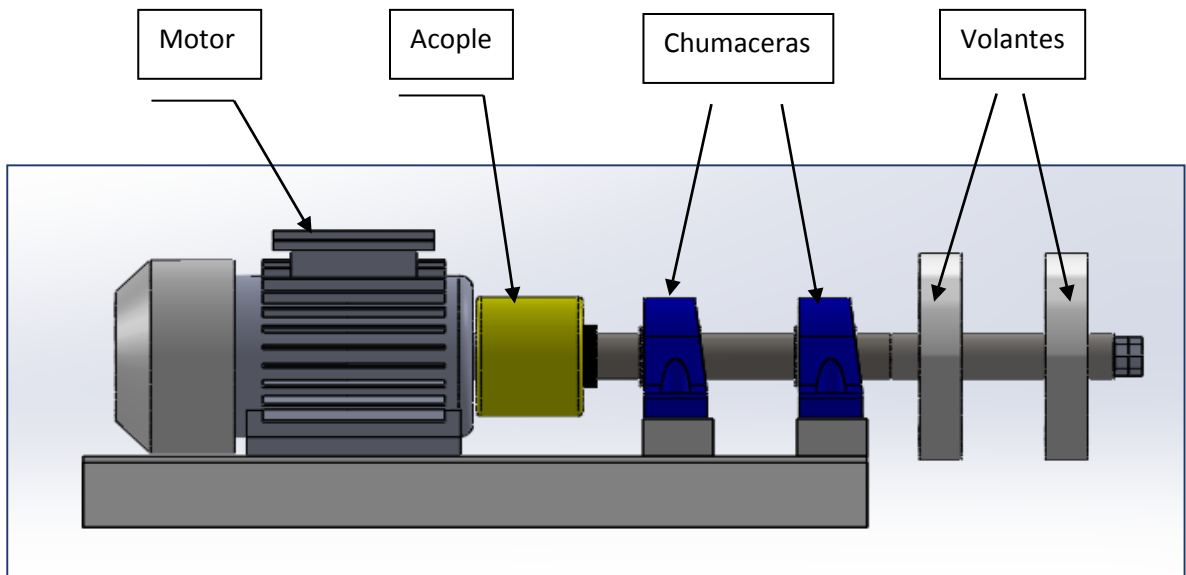
ω : Velocidad de rotación del rotor [rad/s]

2. DISEÑO DEL MÓDULO DE PRUEBAS

2.1 CÁLCULOS DIMENSIONALES

Para realizar los cálculos dimensionales del eje utilizado en el banco de pruebas para la simulación de fallas por desbalanceo se ha decidido utilizar un motor de corriente alterna asíncrona de potencia 1 HP a 1800 rpm. El motor se encuentra unido al eje por medio de un acople rígido, el eje se encuentra soportado por dos chumaceras y aloja dos volantes al extremo derecho del eje, cada una con 24 orificios que permitirán la incorporación de masas para realizar desbalanceo. El motor y las chumaceras se encuentran ubicados en una placa soportadora por dos perfiles de tubería estructural cuadrada. La figura 1, muestra el plano frontal del módulo para medir vibraciones por desbalanceo de rotores en voladizo.

Figura 1. Vista frontal del banco de pruebas para el estudio de desbalanceo de rotores en voladizo.



2.2 SELECCIÓN DEL MOTOR ELÉCTRICO

Se ha seleccionado un motor de corriente alterna asincrónico con rotor jaula de ardilla marca Traicol. La tabla 3 muestra la ficha técnica correspondiente.

Tabla 3. Ficha técnica para el motor seleccionado tipo MS 802-4 B14

Velocidad 1660 min ⁻¹ (4 polos)							
Código actual	Tipo	Frame IEC	HP	kW	I _n [A]		cos φ
					260 V	440V	
Sn. 1211087348	MS 802-4 B14	34-1	1,2	0,90	3,34	1,93	0,78

2.3 DISEÑO DEL EJE

2.3.1 Selección del material

Se ha decidido seleccionar un acero AISI/SAE 1045 en frío por su adecuada resistencia y dureza, las propiedades mecánicas del material son:

Tabla 4. Propiedades aproximadas para el material AISI/SAE 1045

AISI/SAE	Módulo de elasticidad <i>E</i>	Módulo de rigidez <i>G</i>	Resistencia de fluencia en tracción <i>S_y</i>	Esfuerzo último en tracción <i>S_u</i>	Elongación (en 2 pulg)	Dureza Brinell
	GPa	GPa	MPa	MPa	%	HB
1045	207	80.8	531	627	12	179

Autor: Norton, R. 1999⁹

⁹ (NORTON 1999)

2.3.2 Determinación del diámetro y longitud del eje

El valor del diámetro obtenido a partir del cálculo, será aproximado a un valor estándar que satisfaga la condición de rotor en voladizo.

El momento flector para una sección circular de sección constante puede ser calculado mediante la expresión 5.

$$M_T = \frac{\tau_y \cdot J}{c} \quad (5)$$

donde,

τ_y : Esfuerzo permisible de fluencia en cizalladura [Pa]

c : Radio del eje en el punto para el cual se define el esfuerzo [m]

J : Momento polar de inercia [m⁴]

Se conoce que el momento polar de inercia para un eje sólido está dado por la siguiente expresión:

$$J = \frac{1}{2} \pi \cdot d^4 = \frac{1}{2} \pi \cdot c^4 \quad (6)$$

Al reemplazar la ecuación 6 en la ecuación 5 se tiene:

$$\tau_y = \frac{2 \cdot M_T}{\pi \cdot c^3} \quad (7)$$

Teniendo en cuenta que $c = \frac{d}{2}$ donde d es diámetro del eje, se obtiene:

$$\tau_y = \frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot d^3} \quad (8)$$

Se procede a despejar el diámetro,

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_T}{\pi \cdot \tau_y}} \quad (9)$$

Donde,

$M_T : T_{arranque}$, momento de torsión máximo (se toma en relación al momento de torsión nominal $T_{nominal}$ [N·m])

τ_y : Esfuerzo permisible de fluencia en cizalladura tomando para el cálculo el diámetro previo del intervalo $\tau_y = 20 \dots 25 \text{ MPa}^{10}$. El material del eje será acero AISI SAE 1045, se tomará $\tau_y = 20 \text{ MPa}$ para prevenir riesgos en los cálculos.

Utilizando $T_{nominal} = 4,817 \text{ N} \cdot \text{m}$ que corresponde a las condiciones de funcionamiento del motor, además del momento pico que se obtiene en $T_{arranque} = 2,2 \cdot T_{nominal}$, se tiene:

$$M_T = T_{arranque} = 2,2 T_{nominal} \quad (10)$$

¹⁰ (ROMERO PIEDRAHITA 1998)

$$M_T = T_{arranque} = 10,597 \text{ Nm}$$

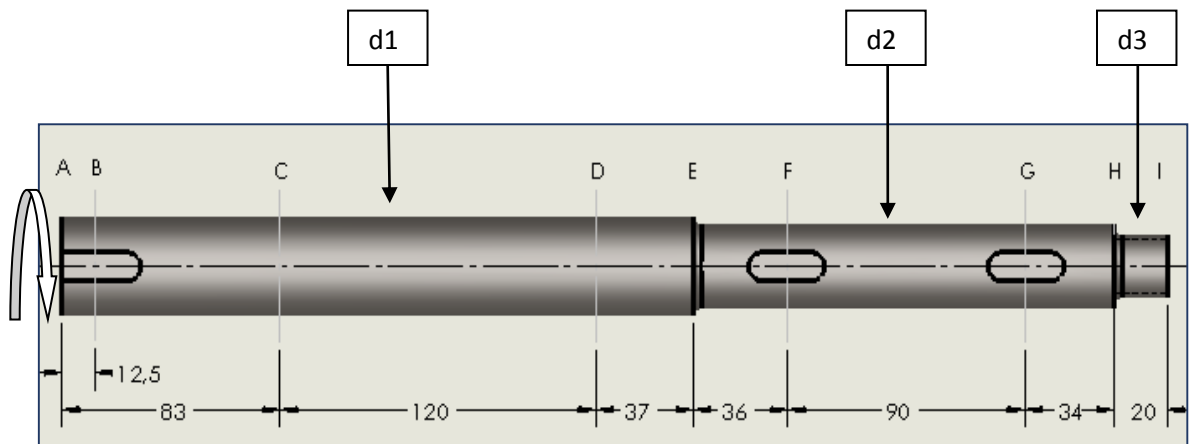
Reemplazando los valores de M_T y τ_y en la ecuación 9, se tiene:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_T}{\pi \cdot \tau_y}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10,597}{\pi \cdot 20 \times 10^6}}$$

$$d \geq 13,922 \text{ mm}$$

Se selecciona un eje de diámetro 35 mm que corresponderá al escalón mayor, debido al peso generado por las volantes que soportará en uno de sus extremos. En la figura 2 se muestra la configuración del eje a diseñar.

Figura 2. Eje para el banco de pruebas de rotores en voladizo



De la figura 2:

$$d1 = 35,00 \text{ mm}$$

$$d2 = 30,00 \text{ mm}$$

$$d3 = 22,23 \text{ mm}$$

En la sección B se encontrará ubicado el acople flexible, en la secciones C y D se ubicarán los rodamientos, en las secciones F y G se ubicarán los Volantes, y en las secciones H e I se ubicarán dos tuercas izquierdas de 7/8" que impedirá el movimiento axial de los componentes que alojará el eje.

2.3.3 Cálculos de fuerzas transversales y pares de torsión

Se realiza la asignación de las coordenadas espaciales para el eje del banco de pruebas como se muestra en la figura 3.

Figura 3. Coordenadas para el eje del banco de pruebas de rotor en voladizo



Es necesario determinar la fuerza distribuida que actúa sobre el eje debido a su propio peso, para esto se realiza los cálculos para los tres diámetros de las secciones del eje.

$$F_{eje} = m_{eje} \cdot g = V_{eje} \cdot \rho_{Ac} \cdot g \quad (11)$$

Reemplazando los valores correspondientes en la ecuación 2.10, para la primera sección transversal de diámetro 30 mm se obtiene:

Primera sección:

$$F_{eje,d1} = \left(\frac{\pi \cdot d_1^2 \cdot L}{4} \right) \cdot \rho_{Ac} \cdot g$$

$$F_{eje,d1} = \left(\frac{\pi \cdot (0,035 \text{ m})^2 \cdot 0,240 \text{ m}}{4} \right) \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{eje,d1} = 17,669 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Segunda sección:

$$F_{eje,d2} = \left(\frac{\pi \cdot (0,030 \text{ m})^2 \cdot 0,160 \text{ m}}{4} \right) \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{eje,d2} = 8,654 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Tercera sección:

$$F_{eje,d3} = \left(\frac{\pi \cdot (0,0222 \text{ m})^2 \cdot 0,020 \text{ m}}{4} \right) \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{eje,d3} = 0,592 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Fuerza total del eje,

$$F_{eje,total} = F_{eje,d1} + F_{eje,d2} + F_{eje,d3}$$

$$F_{eje,total} = 26,915 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Debido a la desalineación, el acople recarga una fuerza complementaria F_a ¹⁰.

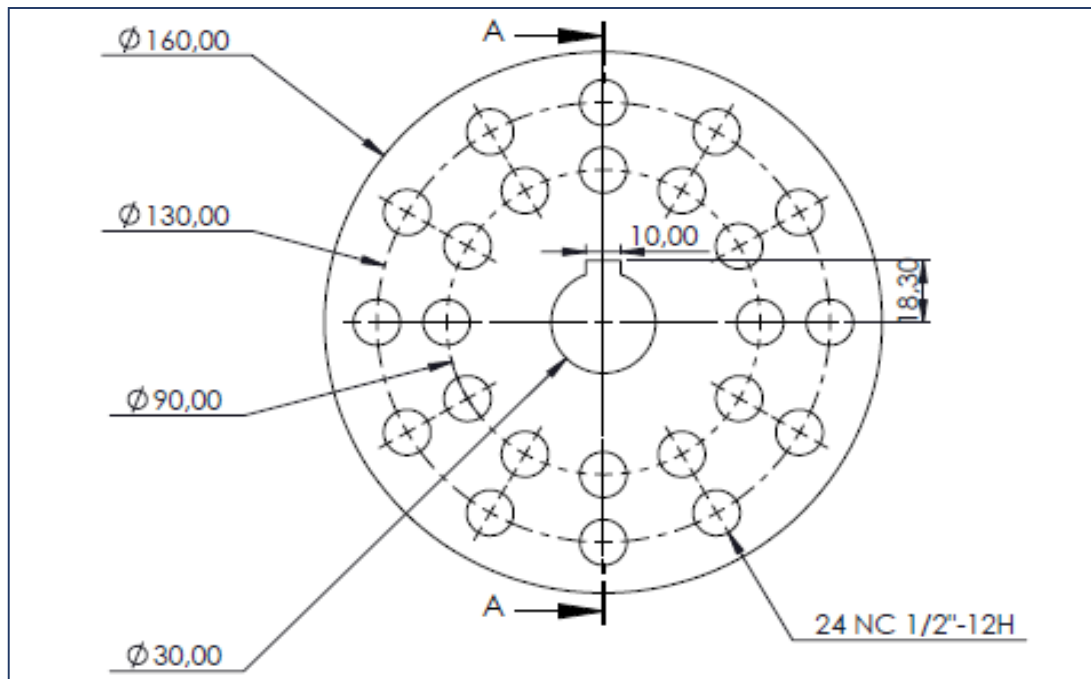
$$F_a = 250 \cdot (M_T)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

Reemplazando el valor de momento torsional $M_T = 10,597 \text{ N} \cdot \text{m}$ en la ecuación 12, se tiene:

$$F_a = 813,823 \text{ N}$$

Se debe evaluar las fuerzas ejercidas por las masas que se ubicarán en los dos volantes. Se calcula el peso de las volantes las cuales tienen un diámetro exterior de 160 mm, un diámetro interior de 30 mm, espesor de 30 mm, además contienen 24 agujeros, la figura 4 muestra el plano frontal de la volante con sus respectivos orificios donde se alojaron las masas calibradas en forma de tornillo.

Figura 4. Vista frontal del volante.



Datos del volante:

Material: Aluminio

N° de agujeros= 24

Espesor = 30 mm

$$\rho_{AL} = 2700 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$d_{ext} = 160 \text{ mm}$$

$$d_{int} = 35 \text{ mm}$$

La masa total de cada una de los volantes será:

$$m_0 = m_{\text{volante}} + m_{\text{tornillo}} \quad (13)$$

Se decide realizar el cálculo que soportará el eje para un volante con la suma de la masa del volante más la masa de un tornillo.

Reemplazando en la ecuación 13, teniendo en cuenta que la masa del tornillo es de 11,7 g, y la masa de cada volante es de 1,629 kg, se tiene:

$$m_0 = 1,629 \text{ kg} + 0,0117 \text{ kg}$$

$$m_0 = 1,641 \text{ kg}$$

Entonces, el peso de cada uno de los volantes será:

$$F_{w1} = F_{w2} = m_{\text{volante}} \cdot g \quad (14)$$

Reemplazando los valores correspondientes en la ecuación 14, se obtiene:

$$F_{w1} = F_{w2} = 1,629 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{w1} = F_{w2} = 15,98 \text{ N}$$

Dado que los volantes contienen una masa calibrada, de la cual se conoce su magnitud y ubicación, se genera una fuerza centrífuga debida a la misma. Esta fuerza se calcula mediante la expresión:

$$F_c = \omega_n^2 \cdot m_t \cdot r \quad (15)$$

donde,

ω_n : Velocidad del rotor $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$

m_t : Masa del tornillo calibrada [kg]

r : Ubicación de la masa calibrada con respecto al eje de rotación [m]

Reemplazando los valores correspondientes con el volante 1 y 2 en la ecuación 15, donde $r = 45 \text{ mm}$, se tiene:

$$F_{c1} = F_{c2} = \left(183,259 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0,0117 \text{ kg} \cdot 0,045 \text{ m}$$

$$F_{c1} = F_{c2} = 17,681 \text{ N}$$

Encontradas las fuerzas que se desarrollan en el eje debido a los diferentes componentes, se realiza los diagramas de fuerzas cortantes, momentos flectores,

deformaciones lineales y deformaciones torsionales para los planos Z-Y y Z-X. Los diagramas fueron obtenidos con ayuda del programa MD solids¹¹.

Diagrama momento fuerza cortante y momento flector en el plano Z- Y

Para la configuración del eje en el plano Z-Y, las fuerzas presentes son:

La fuerza que produce el acople sobre el eje, el peso de los volantes, y el propio peso del eje que se comporta como una fuerza distribuida.

Designación:

$$P_1 = P_2 = F_{w1} = F_{w2} = 15,98 \text{ N (Fuerza correspondiente al peso de cada volante)}$$

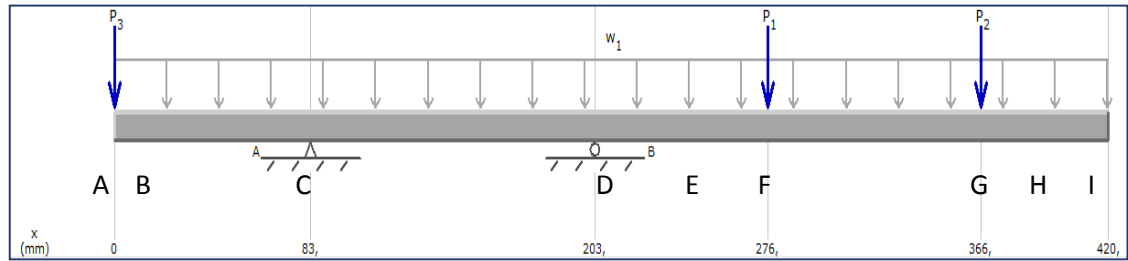
$$P_3 = F_a = 813,823 \text{ N (Fuerza del acople)}$$

$$w_1 = F_{eje} = 26,915 \text{ N} \cdot \text{m (Fuerza distribuida debido al peso del eje)}$$

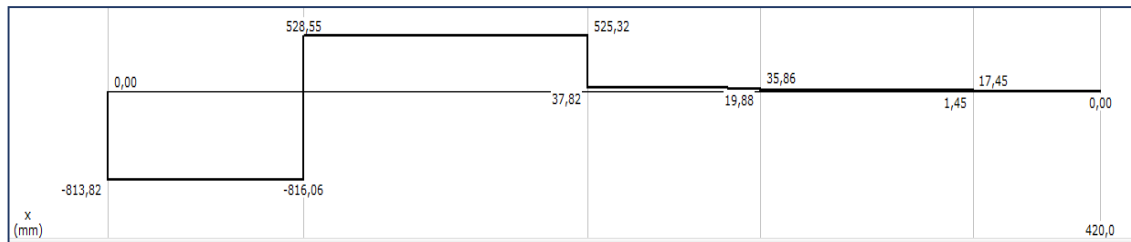
La figura 5 (a) ilustra el diagrama de cuerpo libre del eje. La figura 5 (b) y 5 (C) muestra los diagramas de fuerza cortante, momento flector respectivamente para el eje en el plano Z-Y.

¹¹ MD Solids®, educational Software for mechanics of materials, copyright 1997-2009, Timothy A. Philpot.

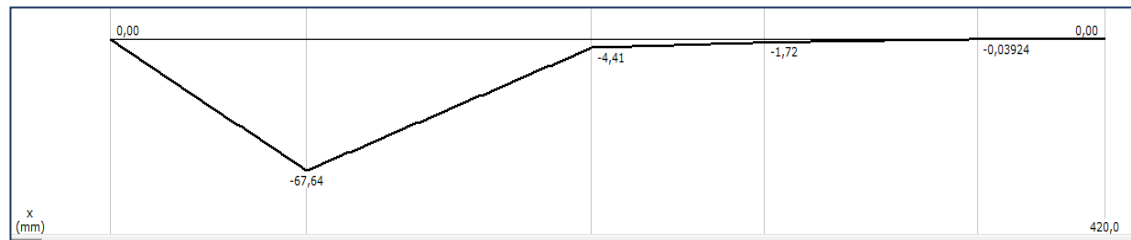
Figura 5. (a) Diagrama de carga; (b) Diagrama de fuerza cortante, (c) Diagrama de momento flector.



(a)



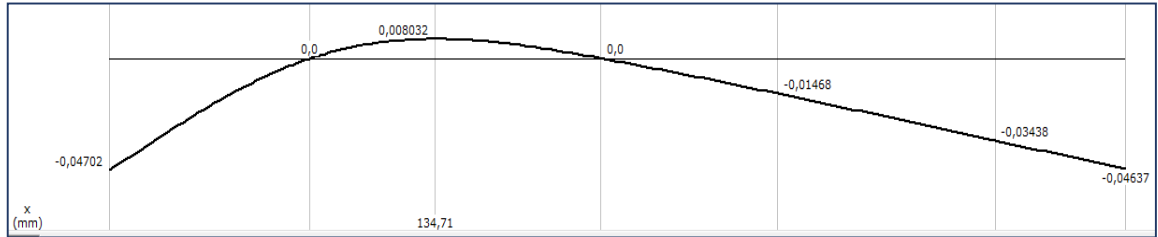
(b)



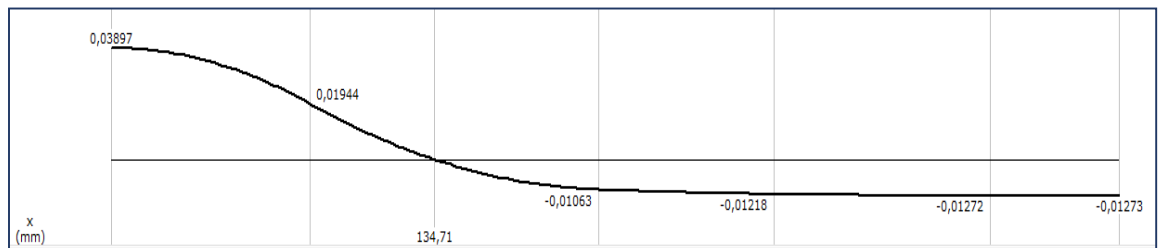
(c)

La figura 6 (a) muestra los diagramas de deformaciones lineales y la figura 6 (b) muestra las deformaciones torsionales para el eje en el plano Z-Y.

Figura 6. (a) Diagrama de deformaciones lineales, (b) Diagrama de deformaciones torsionales.



(a)



(b)

De la figura 5 (b), se obtiene las reacciones en los apoyos correspondientes a los dos rodamientos.

$$R_{Ay} = 1\,344,60 \text{ N}$$

$$R_{By} = 487,50 \text{ N}$$

De la figura 6 (c), se obtiene el momento flector máximo que se presenta entre el acople y el primer apoyo.

$$M_y = 67,64 \text{ N}$$

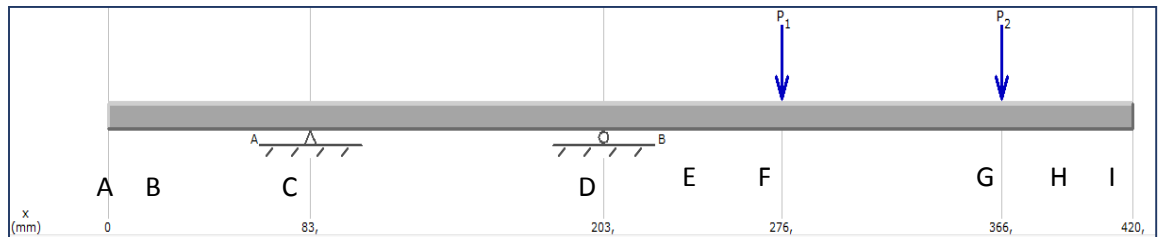
Diagrama momento fuerza cortante y momento flector en el plano Z-X

Las fuerzas presentes en el plano Z-X corresponden a las fuerzas centrífugas generadas por las masas desbalanceadas ubicadas en cada uno de los volantes, estas fuerzas generan desbalanceo dinámico.

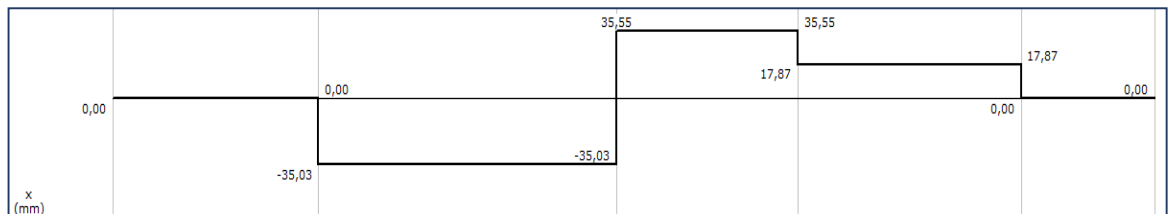
$$F_{c1} = F_{c2} = 17,681 \text{ N}$$

La figura 7 muestra los diagramas de fuerza cortante, momento flector para el eje en el plano Z-X.

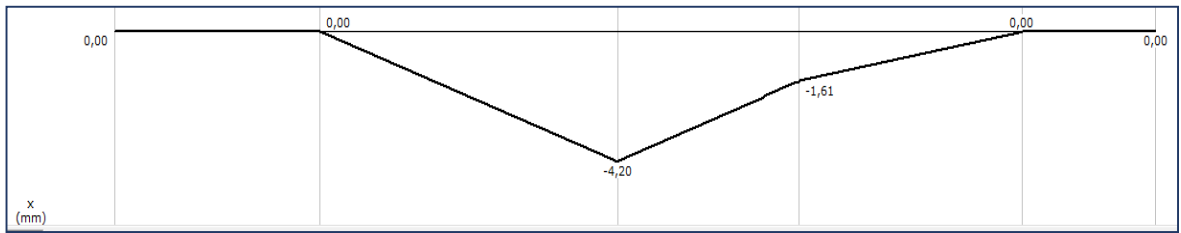
Figura 7. (a) Diagrama de carga; (b) Diagrama de fuerza cortante, (c) Diagrama de momento flector.



(a)



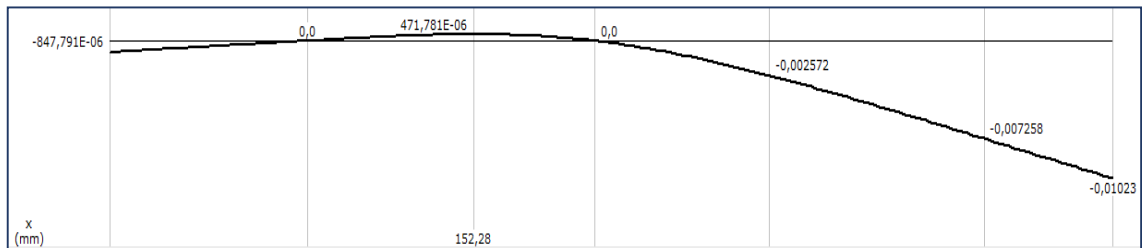
(b)



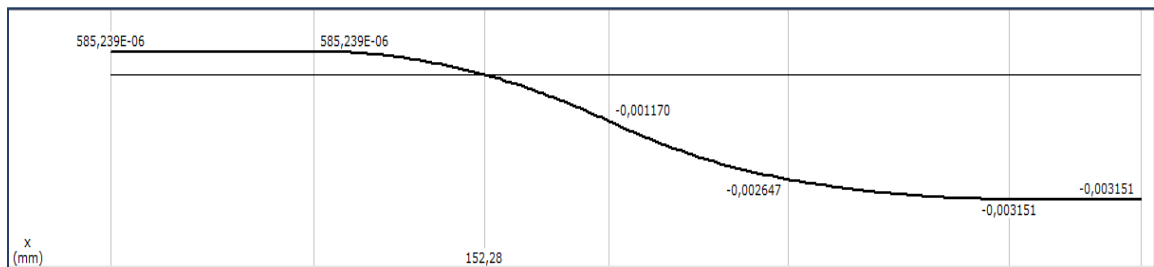
(c)

La figura 8 (a) muestra los diagramas de deformaciones lineales y la figura 8 (b) muestra las deformaciones torsionales para el eje en el plano Z-Y.

Figura 8. (a) Diagrama de deformaciones lineales, (b) Diagrama de deformaciones torsionales.



(a)



(b)

De la figura 7 (b), se obtiene las reacciones en los apoyos correspondientes a los dos rodamientos.

$$R_{Ax} = 35,03, \text{ N}$$

$$R_{Bx} = 70,58 \text{ N}$$

De la figura 7 (c), se obtiene el momento flector máximo que se presenta entre el acople y el primer apoyo.

$$M_x = 4,20 \text{ N}$$

Se determina el momento flector equivalente con los momentos flectores máximos generados en el plano Z-Y y en el plano Z-X.

$$M_f = \sqrt{(M_x)^2 + (M_y)^2}$$

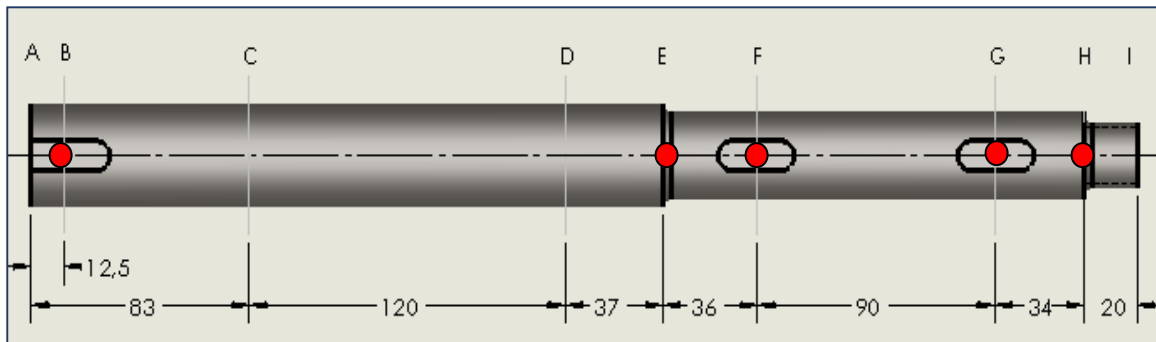
$$M_f = \sqrt{(4,20)^2 + (67,64)^2}$$

$$M_f = 67,77 \text{ N}$$

2.3.4 Determinación de las secciones críticas y puntos críticos del eje

En la figura 9 se presenta la ubicación de las secciones y puntos críticos del eje para el banco de pruebas del rotor en voladizo.

Figura 9. Secciones y puntos críticos del eje



Las secciones críticas son: B, C, D, E, F, G, H.

Los puntos críticos se encuentran en las secciones B, E, F, G y H.

2.3.5 Cálculo de factores de seguridad con base en la resistencia de cargas dinámicas

Las secciones más críticas son:

- Las secciones H e I porque tienen menor diámetro y presentan mayor deflexión torsional, sin embargo la sección H presenta un concentrador de esfuerzo por redondeo debido a cambio de diámetro.

- Entre las secciones F y G, F presenta mayor momento flector sin embargo, G presenta mayor deformación torsional.
- La sección E presenta cambio de sección y momento flector considerable.
- Entre las secciones C y D, C presenta mayor momento flector.

Se utiliza la ecuación 16 descartando fuerza axial, concerniente a la Teoría de Esfuerzo Cortante Máximo (TECM) para el cálculo del diámetro mínimo de la sección con base en la resistencia de las cargas dinámicas aplicado a la teoría de falla estática, esto en busca en la comprobación de resistencia a sobrecargas sometidas en el eje a esfuerzos mayores a los nominales en su arranque.

$$d = \left[\frac{32N}{\pi S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad (16)$$

Cargas pico = tres veces las nominales

Se asume un factor de seguridad, $N = 2$ por seguridad.

Tabla 5. Factores de diámetros mínimos de las secciones críticas

Sección	M [N·mm]	T [N·mm]	N	d [mm]
H	0,000	14451	2	8,215
F	2342,328	14451	2	8,251
G	39,400	14451	2	8,215
E	4166,593	14451	2	8,325
C	67640,000	14451	2	13,844

2.3.6 Cálculo de factores de seguridad con base en la resistencia a la fatiga

$$\underline{d1 = 35 \text{ mm}}$$

Entre las secciones B, C, y D, B presentes en la figura 9, se encuentra un chavetero donde habrá concentrador de esfuerzo.

$$\underline{d2 = 30 \text{ mm}}$$

Entre las secciones E, F y G, E presentes en la figura 9, se encuentra un concentrador de esfuerzo por cambio de diámetro, entre F y G de la figura 9, se analiza F por tener mayor momento flector como se indica en las figuras 5(c) y 6(c).

Para el estudio de la resistencia a la fatiga se utiliza la norma para el diseño de ejes ANSI/ASME B106.1M-1985¹², esto debido a que cumple con las condiciones de par de torsión constante, flexión giratorio con momento constante, material dúctil, sección transversal circular sólida, no existe fuerza axial ni otro tipo de carga diferente de torsión y flexión.

La norma establece que el diámetro d , en la sección de análisis puede calcularse con la ecuación 17:

$$d = \frac{32 \cdot N}{\pi} \left[\left(\left(\frac{k_f \cdot M}{k \cdot S'_n} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T}{S_y} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (17)$$

¹² (VANEGAS USECHE s.f.)

donde,

N : Factor de seguridad de diseño. Se asume $N = 2$

M : Momento flector máximo del eje [N·m]

k_f : Coeficiente de reducción de resistencia a la fatiga para flexión y torsión.

k : Factor de corrección a la fatiga.

T : Momento torsor transmitido por el eje [N·m]

$S_n = 0,5 \cdot S_u$ para $S_u < 200$ ksi (1400 MPa)

d : Diámetro de la sección

Para obtener el factor de concentración de esfuerzo por fatiga (k_f) para la sección "E" se utiliza la ecuación 18.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (18)$$

donde,

q : define el índice de sensibilidad a la entalla

K_t : define la relación de cambio de diámetro

El índice de sensibilidad a la entalla se obtiene con la ecuación 19.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad (19)$$

donde,

\sqrt{a} : Constante de Neuber para aceros que depende del esfuerzo última en tracción. Para el estudio, $\sqrt{a} = 0,277 \text{ mm}^{0,5}$.

r : Radio de redondeo $r = 3 \text{ mm}$.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0,277 \text{ mm}^{0,5}}{\sqrt{3 \text{ mm}}}}$$

$$q = 0,664$$

La relación de cambio de diámetro (K_t), se determina con la gráfica del anexo A.

$$K_t = 1,6$$

Reemplazando en la ecuación 18 se tiene:

$$K_{fE} = 1,389$$

El concentrador de esfuerzo por fatiga para las secciones B, F y G se determina con la tabla 6.

Tabla 6. Factores de concentración de esfuerzos por fatiga para chaveteros, valido para aceros

Clase de chavetero	Recocido, dureza menor que 200 HB		Endurecido, dureza mayor que 200 HB	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Perfil	1,6	1,3	2,0	1,6
Patín	1,3	1,3	1,6	1,6

Autor¹³.

$$K_{fB} = K_{fF} = K_{fG} = 1,6$$

El cálculo del factor de corrección a la fatiga (k) se realiza mediante la siguiente expresión:

$$k = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \quad (20)$$

donde,

k_a : Se tendrá un eje mecanizado, con un esfuerzo último a la tracción de 627 MPa. Parámetro tomado del anexo B.

$$K_a = 0,77$$

¹³ (FAIRES 1991)

K_b : Se tienen los siguientes diámetros en el eje:

$$d_{A,B,C,D} = 35 \text{ mm}$$

$$d_{E,F,G} = 30 \text{ mm}$$

$$d_{H,I} = 22,23 \text{ mm}$$

Para el rango de los diámetros del eje, se utiliza la ecuación 21.

$$K_b = 1,24 \cdot d_e^{-0,107}; \text{ si } 8 < d_e \leq 51 \text{ mm} \quad (21)$$

Reemplazando en la ecuación 21 se tiene:

$$K_{bB} = 0,848$$

$$K_{bE,F} = 0,862$$

$$K_c = 0,753 \text{ Coeficiente de confiabilidad, } 99,9\%$$

$$K_d = 1 \text{ Coeficiente de temperatura.}$$

$$K_e = 1 \text{ Coeficiente de efectos varios.}$$

Reemplazando estos valores en la expresión 20, se tiene que:

$$K_{bB} = 0,77 \cdot 0,848 \cdot 0,753 \cdot 1 \cdot 1$$

$$K_{bB} = 0,492$$

$$K_{bE,F,G} = 0,77 \cdot 0,862 \cdot 0,753 \cdot 1 \cdot 1$$

$$K_{bE,F} = 0,499$$

La resistencia a la fatiga corregida está dada por:

$$S_n = K \cdot S_e' \quad (22)$$

donde,

S_e' : Límite a la fatiga, para aceros al carbono se determina con la ecuación 23

$$S_e' = 0,5 \cdot S_u \quad (23)$$

El esfuerzo último (S_u) del acero 1045 empleado en el diseño es de 627 MPa, reemplazando en 23 se obtiene:

$$S_e' = 0,5 \cdot 627 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 313,5 \text{ MPa}$$

La resistencia a la fatiga corregida para las diferentes secciones se calcula,

$$S_{nB} = 0,492 \cdot 313,5 \text{ MPa}$$

$$S_{nB} = 154,242 \text{ MPa}$$

$$S_{nE,F} = 0,499 \cdot 313,5 \text{ MPa}$$

$$S_{nE,F} = 156,437 \text{ MPa}$$

Reemplazando en la ecuación 17 se obtiene:

Tabla 7. Diámetro mínimo de las secciones críticas

Sección	M [N mm]	T [N mm]	S_n [N/mm ²]	N	K_f	d [mm]
B	10170	4817	154,242	2	1,60	12,917
E	4167	4817	156,437	2	1,38	9,149
F	2342	4817	156,437	2	1,60	8,008

Mediante la expresión 24 se verifica el factor de seguridad para la sección B del análisis para resistencia a la fatiga.

$$N = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \left(\left(\frac{K_f \cdot M}{S_n} \right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{T}{S_y} \right)^2 \right)^{-1/2} \quad (24)$$

donde,

d= 35 mm, corresponde al diámetro asumido para la sección B.

Reemplazando en 24 se obtiene:

$$N = \frac{\pi \cdot (35 \text{ mm})^3}{32} \left(\left(\frac{1,6 \cdot 10170 \text{ N} \cdot \text{mm}}{154,242 \text{ N/mm}^2} \right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4817 \text{ N} \cdot \text{mm}}{513 \text{ N/mm}^2} \right)^2 \right)^{-1/2}$$

$$N = 39,78$$

Se verifica la resistencia a la fatiga con el factor de seguridad encontrado, puesto que es superior al asumido en el diseño, $N = 2$.

2.3.7 Cálculo de la resistencia del eje a la rigidez

Para determinar vibraciones intensivas en el eje, se debe realizar el cálculo de resistencia a la rigidez, esto en busca de garantizar el correcto funcionamiento de las piezas y accesorios incorporados en el módulo de pruebas.

Las figuras 6 (a) y 8 (a) muestran que la mayor deflexión se encuentra en el extremo del eje, sección I (Figura 9) , por lo tanto el estudio de la resistencia a la rigidez se realiza con la deflexión total para esta sección del eje.

La deflexión total es la suma geométrica de las componentes en los diferentes planos para la sección I. Utilizando la ecuación 25 se determina este parámetro.

$$y_{Total} = \sqrt{y_{Y-Z}^2 + y_{X-Z}^2} \quad (25)$$

Reemplazando,

$$y_{Total} = \sqrt{(0,04637 \text{ mm})^2 + (0,01023)^2}$$

$$y_{Total} = 0,04748 \text{ mm}$$

Para un eje que porta engranajes, volantes, poleas, etc, la deflexión máxima no debe ser mayor que la permisible $[y] = (0,0002 \dots 0,0003) \cdot l$, donde l es la distancia entre apoyos¹⁴.

$$[y] = 0,0003 \cdot 120\text{mm} = 0,04 \text{ mm}$$

Se corrobora que $y_{Total} = 0,04748 \text{ mm} \leq [y] = 0,04 \text{ mm}$, por lo tanto la resistencia del árbol a la deflexión es suficiente.

El cálculo de la rigidez a la torsión se realiza comparando el valor de los ángulos de torsión $[\theta]$ con los valores permisibles por unidad de longitud. Según (ROMERO PIEDRAHITA 1998)¹⁰, se tiene que $[\theta] = 9E - 03 \text{ rad/m}$.

El ángulo de torsión está dado por la ecuación 26:

$$\theta = \frac{TL}{JG} = \frac{32TL}{\pi \cdot d^4 \cdot G} \quad (26)$$

donde,

T : Par torsor transmitido.

L : Longitud total del eje.

J : Momento de inercia del eje.

G : Módulo de rigidez del acero 1045

¹⁴ Disponible en:

<<http://digital.ni.com/worldwide/latam.nsf/web/all/17B74C117EA21CD686256A9A0080BBF3>>

Reemplazando en la ecuación 26 se tiene:

$$\theta = \frac{32TL}{\pi \cdot d^4 \cdot G} = \frac{32 \cdot 4817 \text{ Nmm} \cdot 420 \text{ mm}}{\pi \cdot (35 \text{ mm})^4 \cdot 80800 \text{ N/mm}^2}$$
$$\theta = 0,000169 \text{ rad} \leq [\theta] = 0,009 \text{ rad}$$

Para el cálculo de la deformación cortante se utiliza la ecuación 27.

$$\gamma = \frac{r \cdot \theta}{L} \quad (27)$$

Reemplazando en la ecuación 27 se tiene:

$$\gamma = \frac{r \cdot \theta}{L} = \frac{17,5 \cdot 0,000169}{420 \text{ mm}}$$
$$\gamma = 7,042E - 06 \text{ rad}$$

2.3.8 Cálculo de diseño del volante de inercia

Los dos volantes presentes en el módulo de pruebas son de Aluminio, con un diámetro interno de 30 mm, diámetro externo 160 mm y espesor 30 mm. La tabla 8 muestra las propiedades del Aluminio.

Tabla 8. Propiedades del material

PROPIEDADES DEL ALUMINIO		
Propiedades mecánicas	Resistencia a la fluencia S_y [MPa]	28
	Resistencia a la tensión [MPa]	69
	Módulo de Poisson	0,334
Propiedades físicas	Densidad [kg/m ³]	2700
	Peso específico [N/m ³]	26487

Autor¹⁵

La energía cinética almacenada para un sistema rotativo se representa mediante la ecuación 28

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot \bar{\omega}^2 \quad (28)$$

donde,

I_m : Momento de inercia de la volante [kg · m²]

$\bar{\omega}$: Velocidad angular de rotación [rad/s]

El momento de inercia se calcula mediante la expresión 29.

$$I_m = \frac{m}{2} \cdot (r_0^2 + r_i^2) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot (r_0^4 - r_i^4) \cdot s \quad (29)$$

donde,

r_0 : Radio exterior de la volante [m]

r_i : Radio interior de la volante [m]

¹⁵ (VANEGAS USECHE, Diseño I. Tablas de diseño. Apendice 3 s.f.)

s : Espesor de la volante [m]

γ : Peso específico del material [N/m^3]

Reemplazando en la ecuación 29 se obtiene,

$$I_m = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{26400 \text{ N}/\text{m}^3}{9,81 \text{ m}/\text{s}^2} \cdot ((0,080 \text{ m})^4 - (0,015 \text{ m})^4) \cdot (0,030 \text{ m})$$

$$I_m = 0,00519 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Para el cálculo de la velocidad promedio se utiliza la ecuación 30.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_{m\acute{a}x} + \omega_{m\acute{i}n}}{2} \quad (30)$$

Las revoluciones mínimas del motor, son las correspondientes a la tercera parte de la velocidad del motor, debido a que sin son menores tenderá a sobrecalentarse. Se tiene que:

$$\omega_{m\acute{i}n} = \frac{1}{3} \omega_{m\acute{a}x} = \frac{1}{3} \cdot (1660 \text{ rpm})$$

$$\omega_{m\acute{i}n} = 553,333 \text{ rpm}$$

Reemplazando en la ecuación 2.29

$$\bar{\omega} = \frac{1660 + 553,333}{2}$$

$$\bar{\omega} = 1106,665 \text{ rpm} = 115,889 \text{ rad}/\text{s}$$

Reemplazando los valores obtenidos del momento de inercia y la velocidad angular promedio en la ecuación 28 se tiene:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,00519 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (115,889 \text{ rad/s})^2$$

$$E_c = 34,852 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El cálculo del esfuerzo tangencial está definido para un disco sólido mediante la expresión 31, (ROMERO PIEDRAHITA 1998).

$$\sigma_{\theta} = \rho \cdot \omega_{fluencia} = \frac{(3 + \nu)}{8} \cdot \left[r_i^2 + r_0^2 + \frac{r_i^2 \cdot r_0^2}{r^2} - \frac{1 + 3\nu}{3 + \nu} \cdot r^2 \right] \quad (31)$$

donde,

ω : Velocidad angular [rad/s]

r_0 : Radio exterior de la volante [m]

r_i : Radio interior de la volante [m]

ν : Módulo de Poisson

ρ : Densidad del material [kg/m³]

$\sigma_{\theta} = S_y$

El esfuerzo tangencial tiende a ser mayor que el esfuerzo radial en el diámetro interno del volante, donde en algún punto pueda fallar. Para obtener el valor de la velocidad de rotación a la cual se iniciará la fluencia del material, se debe tener en cuenta que el valor del esfuerzo tangencial es el límite de fluencia del material y el radio interno debe ser igual a r .

De la ecuación 2.30 se despeja la velocidad angular y se obtiene:

$$\omega_{fluencia} = \sqrt{\frac{\sigma_{\theta}}{\rho \cdot \frac{(3 + \nu)}{8} \cdot \left[r_i^2 + r_o^2 + \frac{r_i^2 \cdot r_o^2}{r^2} - \frac{1 + 3\nu}{3 + \nu} \cdot r^2 \right]}}$$

$$\omega_{fluencia} = \sqrt{\frac{28 \times 10^6 \text{ Pa}}{2700 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{(3 + 0,334)}{8} \cdot \left[(0,015 \text{ m})^2 + (0,080 \text{ m})^2 + \frac{(0,015 \text{ m})^2 \cdot (0,080 \text{ m})^2}{(0,015)^2} - \frac{1 + 3 \cdot 0,334}{3 + 0,334} \cdot (0,015)^2 \right]}}$$

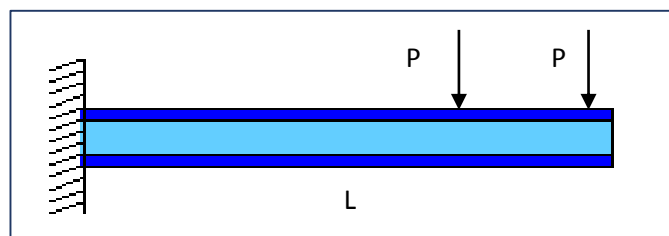
$$\omega_{fluencia} = 1389,424 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 13268,019 \text{ rpm}$$

Como se muestra, $\omega_{fluencia}$ se encuentra en un valor mayor que la velocidad de rotación del sistema, por ende se corrobora la resistencia a la fluencia de los volantes.

2.3.9 Determinación de la frecuencia natural del sistema

Para determinar la frecuencia natural del sistema, se asume la deflexión del eje con la ecuación de una viga empotrada en el extremo izquierdo como se muestra en la figura 10.

Figura10. Viga en voladizo



La longitud para resolver el sistema es tomada desde la posición de la última chumacera.

La ecuación 32 indica la deflexión para una viga empotrada en uno de sus extremos.

$$Y_{(x)} = \begin{cases} \frac{Px^2}{6EI} (3a - x), 0 \leq x \leq a \\ \frac{Pa^2}{6EI} (3x - a), a < x < L \end{cases} \quad (32)$$

donde,

P : Carga aplicada en el punto x

x : Punto de aplicación de la carga P

a : Distancia medida desde el extremo izquierdo hasta la carga P

E : Módulo de elasticidad del material.

I : Momento polar de inercia.

El momento polar de inercia para una sección circular maciza puede ser calculado mediante la expresión 33.

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 \quad (33)$$

Donde el diámetro para el tramo del eje para el análisis corresponde a 30 mm, reemplazando se obtiene:

$$I = \frac{\pi}{64} (0,030 \text{ m})^4 = 3,976E - 08 \text{ m}^4$$

Se calcula las deformaciones que realizan los volantes, para la cual se conoce la magnitud de su masa igual a 1,6 kg.

Deformaciones debido a m_1 :

$$P = m_1 \cdot g = 1,6 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 15,686 \text{ N}$$

$$a = 0,073 \text{ m}$$

$$x = 0,073 \text{ m}$$

$$E = 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Reemplazando en la ecuación 32 se obtiene:

$$Y_{1m1} = \frac{P \cdot x^2}{6EI} \cdot (3a - x) = \frac{15,686 \cdot (0,073 \text{ m})^2}{6 \cdot 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot ,976E - 08 \text{ m}^4} \cdot (3 \cdot (0,073 \text{ m}) - 0,073 \text{ m})$$

$$Y_{1m1} = 2,473E - 04 \text{ mm}$$

Ahora, para $x = 0,163 \text{ m}$

$$Y_{2m1} = \frac{P \cdot a^2}{6EI} \cdot (3x - a) = \frac{15,686 \cdot (0,073 \text{ m})^2}{6 \cdot 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot ,976E - 08 \text{ m}^4} \cdot (3 \cdot (0,163 \text{ m}) - 0,073 \text{ m})$$

$$Y_{2m1} = 7,046E - 04 \text{ mm}$$

Deformaciones debido a m_2 :

$$P = m_2 \cdot g = 1,6 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 15,686 \text{ N}$$

$$a = 0,163 \text{ m}$$

$$x = 0,073 \text{ m}$$

$$E = 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$Y_{1m2} = \frac{P \cdot x^2}{6EI} \cdot (3a - x) = \frac{15,686 \cdot (0,073 \text{ m})^2}{6 \cdot 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot ,976E - 08 \text{ m}^4} \cdot (3 \cdot (0,163 \text{ m}) - 0,073\text{m})$$

$$Y_{1m2} = 7,046E - 04 \text{ mm}$$

Ahora, para $x = 0,163 \text{ m}$

$$Y_{2m2} = \frac{P \cdot a^2}{6EI} \cdot (3x - a) = \frac{15,686 \cdot (0,163 \text{ m})^2}{6 \cdot 207 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot ,976E - 08 \text{ m}^4} \cdot (3 \cdot (0,163 \text{ m}) - 0,163\text{m})$$

$$Y_{2m2} = 2,677E - 03 \text{ mm}$$

Sumando las deformaciones para las diferentes masas, se obtiene las deformaciones máximas:

$$Y_1 = Y_{1m1} + Y_{1m2} = 9,519E - 07 \text{ m}$$

$$Y_2 = Y_{2m1} + Y_{2m2} = 3,382E - 06 \text{ m}$$

Al sustituir los valores encontrados en la ecuación 34, correspondiente a la velocidad angular en un sistema discreto,

$$\omega_n^2 = \frac{g \sum m_i y_i}{\sum m_i y_i^2} \quad (34)$$

Se resuelve,

$$\omega_n^2 = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * (1,6 \text{ kg} \cdot 9,519\text{E} - 07 \text{ m} + 1,6 \text{ kg} \cdot 3,382\text{E} - 06 \text{ m})}{1,6 \text{ kg} \cdot (9,519\text{E} - 07 \text{ m})^2 + 1,6 \text{ kg} \cdot (3,382\text{E} - 06 \text{ m})^2}$$

$$\omega_n = 1855 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Utilizando la ecuación 35, se encuentra la frecuencia natural del sistema,

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (35)$$

Reemplazando,

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1855 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = 295,369 \text{ Hz}$$

Se obtiene el valor de la frecuencia natural (f_n) del eje.

2.3.10 Modos normales de vibración

Los modos normales de vibración definen las frecuencias naturales a las cuales el eje oscilará dentro de un periodo. Se ha desarrollado el análisis modal para el eje

del banco de pruebas de rotor en voladizo con ayuda del software SOLIDWORKS¹⁶, en el cual se definen las restricciones en las posiciones de los apoyos (Figura 11), se realiza el mallado del cuerpo (Figura 12).

Figura 11. Restricciones de los apoyos para el eje

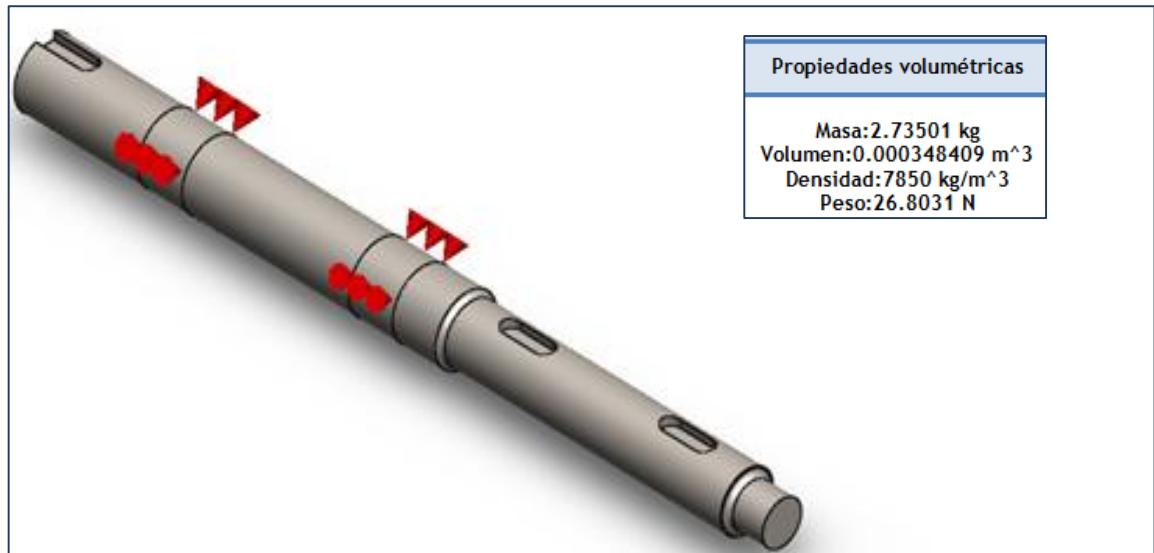


Figura 12. Mallado del cuerpo



¹⁶ SOLIDWORKS®, 3D CAD Design Software.

La primera frecuencia de desplazamiento se muestra en la figura 13. En la figura 14, figura 15, figura 16 y figura 17, se muestran para los desplazamientos segundo, tercero, cuarto y quinto respectivamente del eje.

Figura 13. Primer modo de vibración

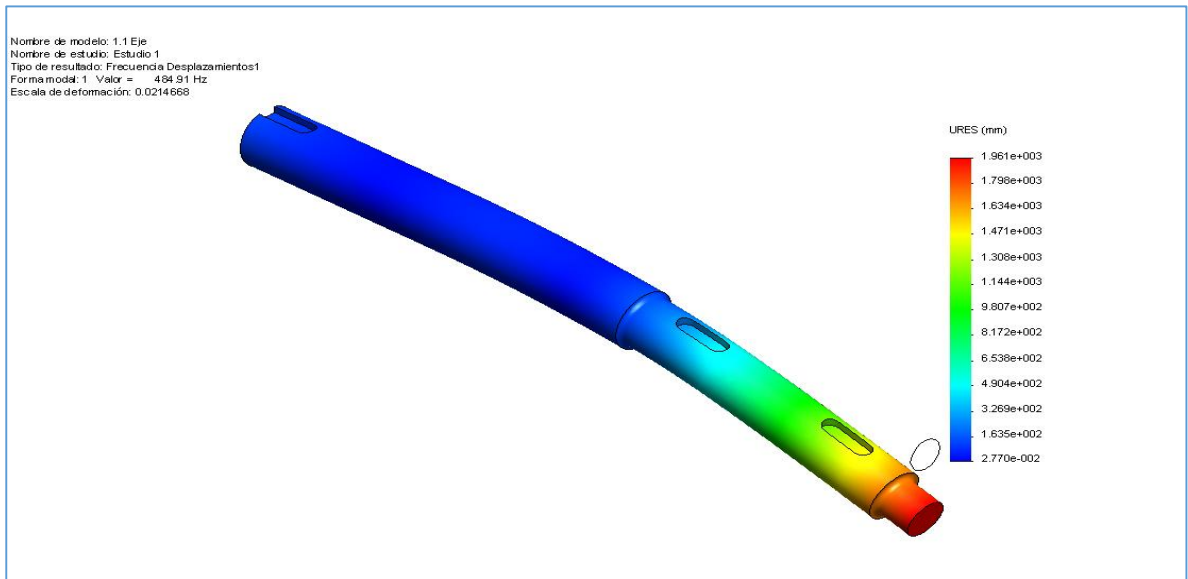


Figura 14. Segundo modo de vibración

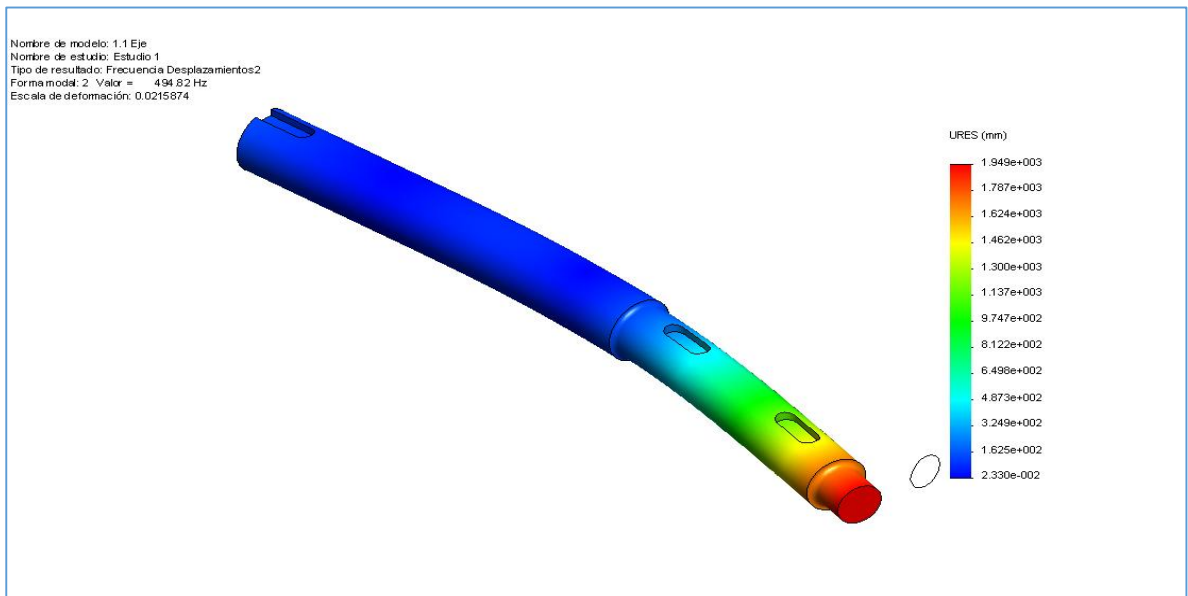


Figura 15. Tercer modo de vibración

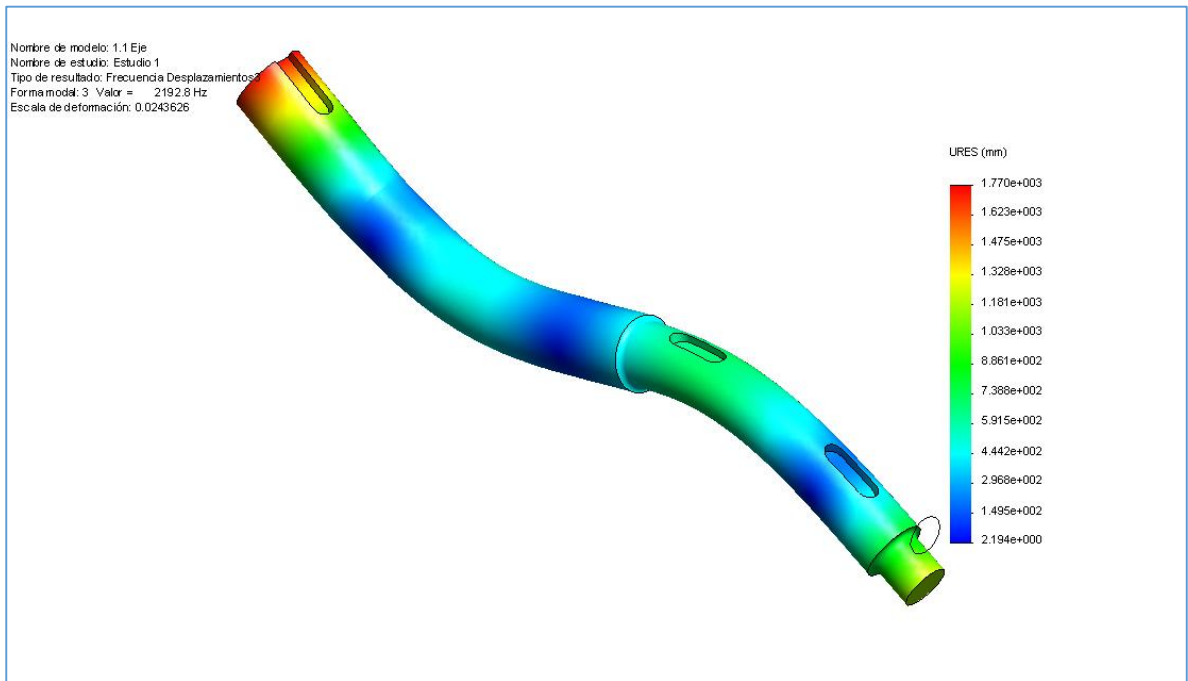


Figura 16. Cuarto modo de vibración

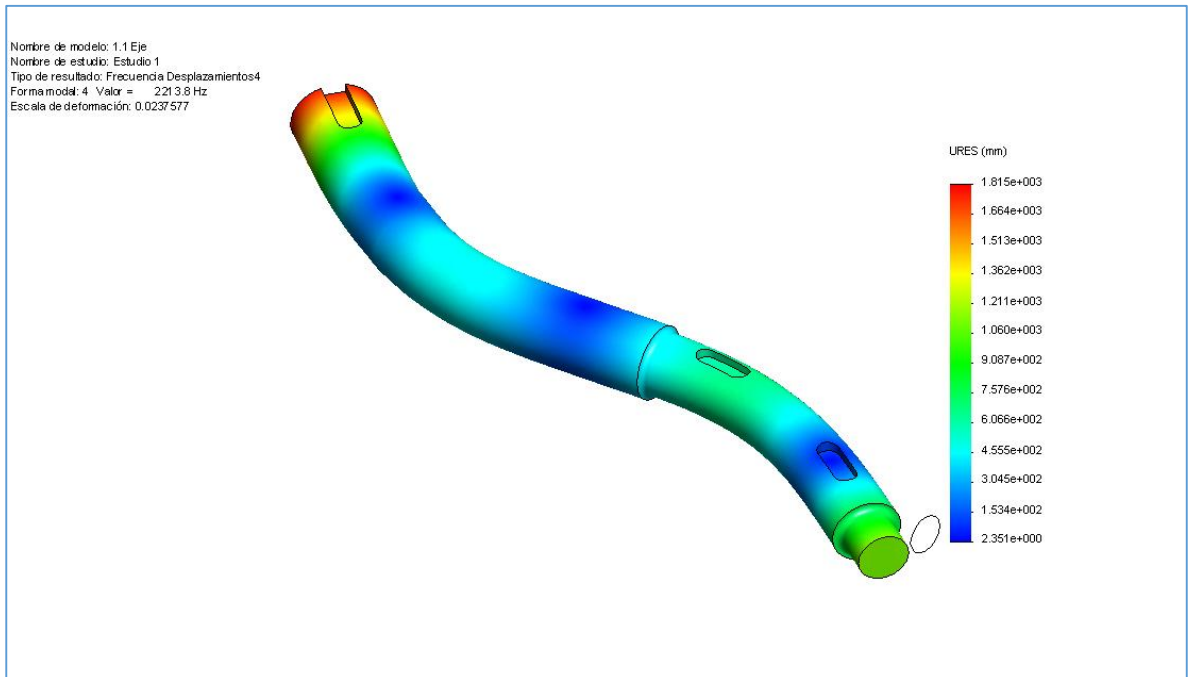
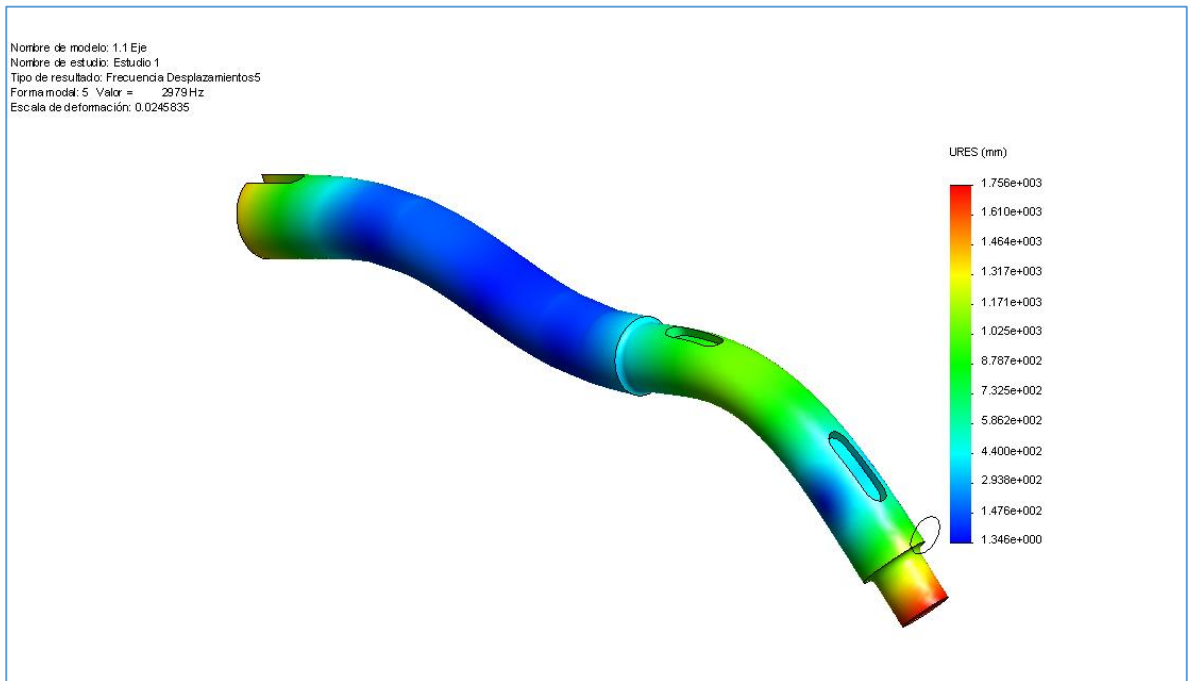


Figura 17. Quinto modo de vibración



La tabla 9 resume las frecuencias para los diferentes modos de vibración del eje para el banco de pruebas del rotor en voladizo.

Tabla 9. Lista de modos y sus respectivas frecuencias naturales

Número de frecuencias	Rad/s	Hertz
1	3046.8	484,91
2	3109	494,82
3	13778	2192,80
4	13910	2213,80
5	18718	2979,00

Como se observa en las figuras 13 a la figura 17, e interpretando la tabla 9, la primera frecuencia natural del eje es de 484,91 Hz, sin embargo en el apartado 2.3 para la determinación de la frecuencia natural del sistema el resultado fue 295,369 Hz es decir una diferencia aproximadamente del 65%, esto es debido a

que se asumió para el segundo resultado el análisis para la deflexión de una viga en voladizo sin tener en cuenta la sección del eje entre las chumaceras. Se puede deducir entonces que el eje soportará una mayor frecuencia antes de comenzar a oscilar con su frecuencia natural.

2.4 SELECCIÓN DE COMPONENTES

2.4.1 Selección de chumaceras

Se realizó la selección de dos chumaceras marca SKF referencia SY35 TF¹⁷, esto con motivo de tener soportado el eje adecuadamente, como también facilidad de lubricación y un mayor servicio de vida en su rodamiento de bolas.

2.4.2 Selección de acople mecánico

Se seleccionó un acople en cadena marca NSPT con referencia KC-4016¹⁸, requerido para transmitir 1 Hp a 1800 rpm. Este acople ayudará a corregir el desalineamiento.

2.4.3 Selección de variador de velocidad

Se seleccionó un variador de velocidad marca YASKAWA V1000¹⁹, que cumple con las condiciones de funcionamiento del motor para una potencia de 1,2 Hp, una tensión nominal de 220V, una frecuencia de red de 60Hz y para un rango de velocidades de 0 – 1800 rpm.

¹⁷ Disponible en:<

http://www.skf.com/skf/productcatalogue/jsp/viewers/productTableViewer.jsp?presentationType=3&lang=es&tableName=6_1_1&perfid=211101,211102,211201>

¹⁸Disponible en:< <http://www.nspt-usa.com/catalog/NSPT-Couplings.pdf>>

¹⁹ Disponible en:

<<http://www.yaskawa.com/site/products.nsf/products/Industrial%20AC%20Drives~v1000.html>>

2.4.4 Selección de acelerómetros

Para la recolección de datos se utilizarán dos acelerómetros PCB PIEZOTRONICS de ganancia nominal 10 mV/G y conector superior.

2.4.5 Selección de tarjeta de adquisición de datos

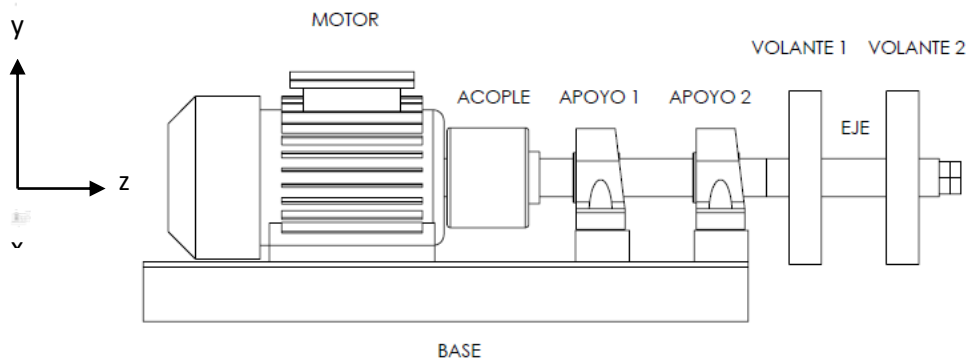
Para la aplicación se utilizará una tarjeta de adquisición de datos (DAQ) NI 9234 National Instruments, de cuatro canales, ± 5 V, 51.2 kS/s por Canal, 24 Bits²⁰.

²⁰Disponible en: <<http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/208802>>

3. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL ROTOR EN VOLADIZO

El comportamiento del banco de pruebas en voladizo se realiza bajo una condición de similitud al desbalanceo, fenómeno que ocurre cuando el centro de rotación y el centro de masa del rotor no coinciden. La figura 3.1 ilustra el plano unidimensional del banco (vista lateral), y el cual será descrito matemáticamente tomando como referencia el estudio realizado en artículos de rotores soportados por rodamientos y unidos por un acople mecánico al motor.

Figura 18. Banco de prueba rotor en voladizo



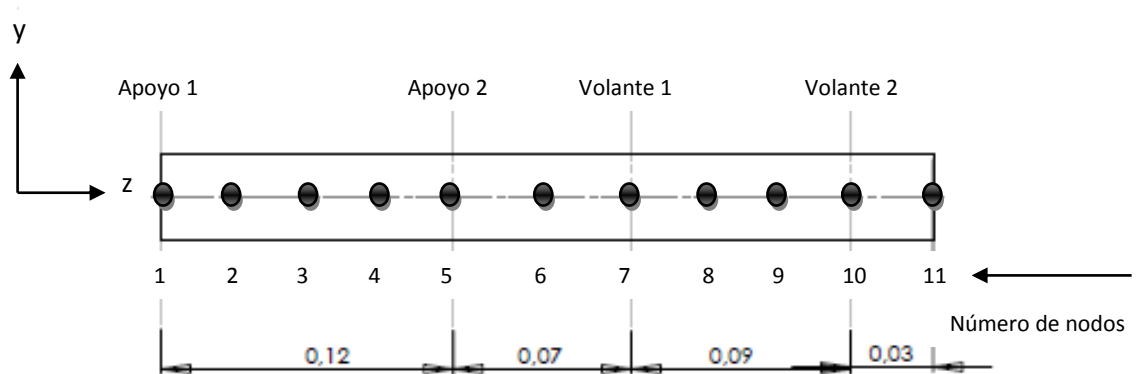
3.1 Descripción matemática

Se describe el sistema de rotor en voladizo con la ecuación 36, que corresponde a una ecuación lineal de movimiento, donde un vector $x_0(t)$ representa las vibraciones y un vector $F(t)$ la carga de operación.

$$M\ddot{x}_0(t) + C\dot{x}_0(t) + Kx_0(t) = F(t) \quad (36)$$

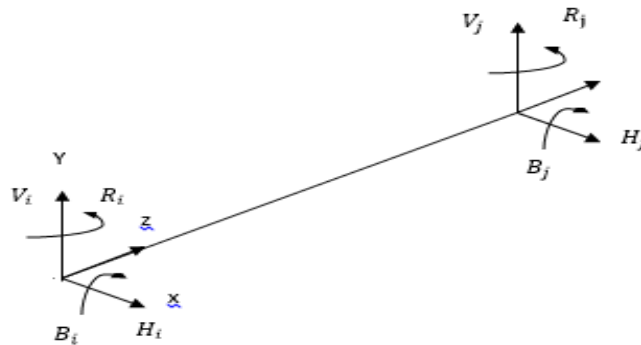
El eje del banco de pruebas de rotor en voladizo es discretizado en regiones como se muestra en la figura 19. Se realiza la ubicación de once nodos teniendo en cuenta la posición de los apoyos y las dos volantes

Figura 19. Ubicación de los nodos para el sistema de rotor en voladizo, EF.



En la figura 19 se observan diez elementos, donde cada elemento conformado por dos nodos tiene dos movimientos translaciones H y V en dirección horizontal y vertical respectivamente, y dos movimientos rotacionales B y r en el eje horizontal y vertical respectivamente. Se ha decidido no considerar el efecto de la fuerza de acople. La figura 20 ilustra un elemento con sus cuatro grados de libertad.

Figura 20. Elemento definido por los nodos i, j .



3.2 Modelado del sistema rotor

El procedimiento que se presenta para el modelo matemático del sistema de rotor en voladizo está compuesto por dos discos rígidos, los cuales son denominados volantes, un eje sólido con masa distribuida y elástico, dos apoyos en rodamientos de bolas. Se ha tomado como base los estudios realizados sobre desalineamiento y desbalanceo de rotores de Arun Kr. Jalan²¹, el desbalanceo apoyado sobre cojinetes de bolas, J Sinou²².

En el método se involucran los momentos giroscópicos de los volantes que depende estrictamente de la velocidad de rotación " Ω " del rotor y actúa en dirección perpendicular a la aplicación del esfuerzo, esta característica lo transforma en un término cruzado y antisimétrico proporcional a la velocidad, en este sentido actúa como una especie de amortiguador, con la consecuencia de desdoblar cada frecuencia natural de vibración en dos²³.

Debido a que la excitación de una u otra frecuencia depende estrictamente de la relación entre la dirección del par torsor aplicado y la dirección de rotación (las direcciones coinciden durante la aceleración del rotor y son opuestas durante la desaceleración). Durante la aceleración del rotor se produce un cambio hacia arriba en el valor de su velocidad crítica y esto es conocido como rigidización lo contrario ocurre en la desaceleración y este fenómeno es conocido como flexibilización.

²¹ (ARUN K.R y A.R 2009)

²² (J.-J 2009)

²³ (HIDALGO s.f.)

3.2.1 Elemento volante

La ecuación de movimiento para un disco rígido es desarrollada utilizando las ecuaciones de Lagrange, donde los grados de libertad del disco son los desplazamientos transversales H y V y las rotaciones respecto a los ejes X y Y , estas designadas por las letras B y r respectivamente.

El vector desplazamiento se representa como:

$$q = \begin{Bmatrix} H \\ V \\ B \\ R \end{Bmatrix}$$

La ecuación Lagrangiana de movimiento para un disco rígido con velocidad de rotación constante es dada por la ecuación 37.

$$([M_T^d + M_R^d])\{\ddot{q}^d\} + \Omega[G^d]\{\dot{q}^d\} = \{Q^d\} \quad (37)$$

Según (ARUN K.R y A.R 2009)²²,

$$[M_T^d] = \begin{bmatrix} M_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[M_R^d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix}$$

$$[G^d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & -I_p & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{Q^d\} = \begin{bmatrix} me\omega^2 \cos(\omega t) \\ me\omega^2 \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

La excitación debido al desbalanceamiento estático es representada mediante la matriz Q^d , donde “ m ” es la masa de desbalanceo localizada a una distancia “ e ”. ω es la velocidad angular del rotor y t es tiempo.

3.2.2 Elemento eje

El eje es modelado como un eje de sección circular constante. El elemento posee dos nodos de cuatro grados de libertad cada uno.

El vector desplazamiento se define como:

$$q = \begin{Bmatrix} H_i \\ V_i \\ B_i \\ R_i \\ H_j \\ V_j \\ B_j \\ R_j \end{Bmatrix}$$

La ecuación de movimiento para el eje es dada por la ecuación 38, extraída de (ARUN K.R y A.R 2009)²²,

$$([M_T^e + M_R^e])\{\ddot{q}^e\} + \Omega[G^e]\{\dot{q}^e\} + ([K_B^e + K_A^e])\{q^e\} = 0 \quad (38)$$

donde,

$$[M_T^e] = \frac{ml}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & 22l & 54 & 0 & 0 & -13l \\ 0 & 156 & -22l & 0 & 0 & 54 & 13l & 0 \\ 0 & -22l & 4l^2 & 0 & 0 & -13l & -3l^2 & 0 \\ 22l & 0 & 0 & 4l^2 & 13l & 0 & 0 & -3l^2 \\ 54 & 0 & 0 & 13l & 156 & 0 & 0 & -22l \\ 0 & 54 & -13l & 0 & 0 & 156 & 22l & 0 \\ 0 & 13l & -3l^2 & 0 & 0 & 22l & 4l^2 & 0 \\ -13l & 0 & 0 & -3l^2 & -22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$[M_R^e] = \frac{mr^2}{120l} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3l & -36 & 0 & 0 & 3l \\ 0 & 36 & -3l & 0 & 0 & -36 & -3l & 0 \\ 0 & -3l & 4l^2 & 0 & 0 & 3l & -l^2 & 0 \\ 3l & 0 & 0 & 4l^2 & -3l & 0 & 0 & -l^2 \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & 0 & 0 & -3l \\ 0 & 36 & 3l & 0 & 0 & 36 & 3l & 0 \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & 0 \\ 3l & 0 & 0 & -l^2 & -3l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$[G^e] = \frac{2mr^2}{120l} \begin{bmatrix} 0 & -36 & 3l & 0 & 0 & 36 & 3l & 0 \\ 36 & 0 & 0 & 3l & -36 & 0 & 0 & 3l \\ -3l & 0 & 0 & -4l^2 & 3l & 0 & 0 & l^2 \\ 0 & -3l & 4l^2 & 0 & 0 & 3l & -l^2 & 0 \\ 0 & 36 & -3l & 0 & 0 & -36 & -3l & 0 \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & 0 & 0 & -3l \\ -3l & 0 & 0 & l^2 & 3l & 0 & 0 & -4l^2 \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K_B^e] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 6l & -12 & 0 & 0 & 6l \\ 0 & 12 & -6l & 0 & 0 & -12 & -6l & 0 \\ 0 & -6l & 4l^2 & 0 & 0 & 6l & -2l^2 & 0 \\ 6l & 0 & 0 & 4l^2 & -6l & 0 & 0 & 2l^2 \\ -12 & 0 & 0 & -6l & 12 & 0 & 0 & -6l \\ 0 & -12 & 6l & 0 & 0 & 12 & 6l & 0 \\ 0 & -6l & -2l^2 & 0 & 0 & 6l & 4l & 0 \\ 6l & 0 & 0 & 2l^2 & -6l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

3.2.3 Elemento apoyo

Generalmente los rodamientos son usados en máquinas rotativas de alta velocidad debido a su larga vida, buen amortiguamiento, bajo costo, etc. La ecuación 39 representa la ecuación de movimiento para el elemento.

$$[C^b]\{\dot{q}^b\} + [K^b]\{q^b\} = 0 \quad (39)$$

donde,

$$[K^b] = \begin{bmatrix} K_{HH}^b & 0 \\ 0 & K_{VV}^b \end{bmatrix}$$

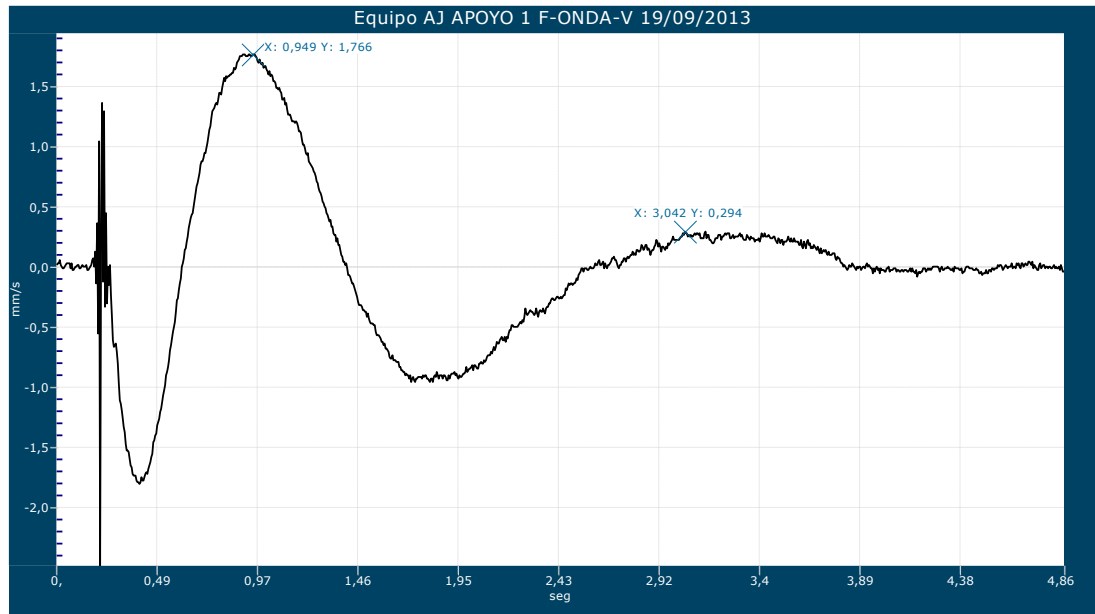
$$[C^b] = \begin{bmatrix} C_{HH}^b & 0 \\ 0 & C_{VV}^b \end{bmatrix}$$

Según (ARUN K.R y A.R 2009)²², La constante de amortiguamiento para el elemento apoyo es de 250 N s/m, valor que se tendrán en cuenta para el desarrollo del modelo de rotor en voladizo soportado por dos apoyos.

Para obtener la rigidez equivalente se utilizó el procedimiento en el cual los rodamientos del banco son sometidos al ensayo de prueba de impacto y mediante un acelerómetro se tomaron las lecturas²⁴. La figuras 21 corresponde al espectro de frecuencia y la forma de onda de la señal una vez integrada para obtener la velocidad.

²⁴ (QUINTERO RIAZA s.f.)

Figura 21. Espectro para el apoyo número 1, sensor en posición vertical



El decremento logarítmico se obtiene mediante la expresión 40.

$$\delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right) \quad (40)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1,766}{0,294} \right) = 0,896$$

La relación de amortiguamiento se obtiene mediante la expresión 41.

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (41)$$

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} = \frac{0,896}{\sqrt{4\pi^2 + 0,896^2}} = 0,141$$

La rigidez equivalente de un sistema puede obtenerse mediante un ensayo estático encontrando la deflexión, Δ_{est} cuando es sometido a una carga estática P, la ecuación 42 muestra la relación.

$$k = \frac{P}{\Delta_{est}} \quad (42)$$

donde,

P: Fuerza aplicada

Δ_{est} : Deformación estática.

Para el análisis, se desarrolló una simulación de la chumacera en el programa Algor²⁵, para lo cual se le aplicó una fuerza a la parte vertical de la estructura y se generó su deformación. Las imágenes a continuación ilustran el proceso bajo una carga aplicada de 600 N, la figura 22 ilustra la deformación en el eje Z, y la figura 23 ilustra la deformación en el eje Y.

²⁵ Algor, version estudiantil, 3D CAD Design Software.

Figura 22. Deformación de la chumacera bajo una carga aplicada verticalmente en el eje Z

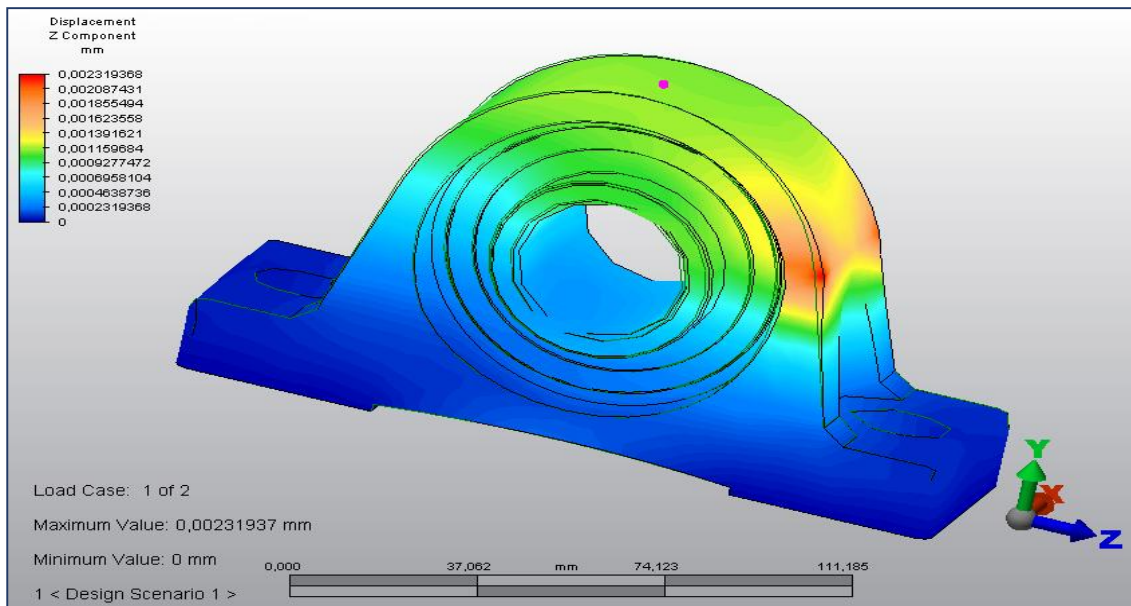
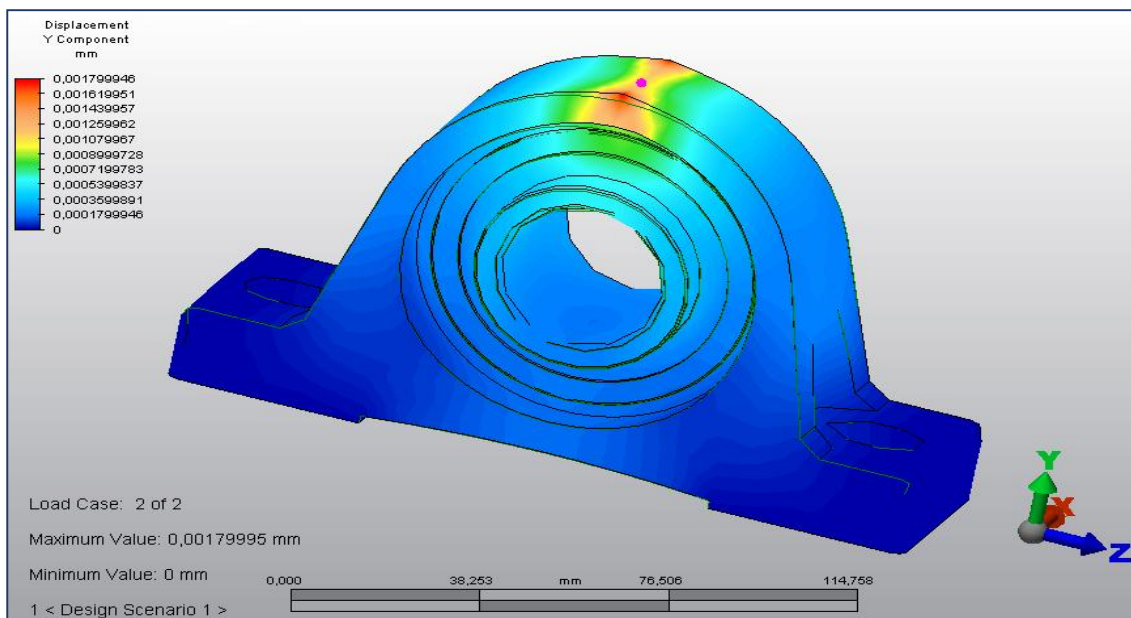


Figura 23. Deformación de la chumacera bajo una carga aplicada verticalmente en el eje Y.



Como se observa en la figura 22 y figura 23, la deformación estática es aproximadamente de 0,001 mm.

Reemplazando en la ecuación 42 se obtiene:

$$k = \frac{P}{\Delta_{est}} = \frac{600 \text{ N}}{0,001 \text{ mm}} = 600000 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 600 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

La ecuación de movimiento del rotor en un sistema de coordenadas fijo puede ser ensamblada como:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (40)$$

Donde la matriz de masa $[M]$ incluye las matrices de masa de rotación y translación del eje, como también la matriz de masa de los volantes. La matriz $[C]$ incluye los momentos giroscópicos de los volantes y del eje, además el amortiguamiento de los rodamientos. En la matriz de rigidez $[K]$, se considera la rigidez del eje y la rigidez de los rodamientos. La matriz de excitación Q comprende, la fuerza de excitación de desbalanceo.

El cálculo para la solución de las matrices se realizó con las siguientes propiedades:

- Propiedades del material:

$$E = 207 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (Módulo de elasticidad del eje)}$$

- Propiedades geométricas:

$$L = 0,31 \text{ m (Longitud del eje)}$$

$$m_e = 1,709 \text{ Kg (Masa del eje)}$$

$$r_e = 0,015 \text{ m (Radio del eje)}$$

$$m_v = 1,629 \text{ Kg (Masa del volante)}$$

$$r_v = 0,080 \text{ m (Radio del volante)}$$

$$e_v = 0,03 \text{ m (Espesor del volante)}$$

$$I_v = 0,00519 \text{ (Momento polar de inercia del volante)}$$

$$\Omega = 146 \text{ rad/s (Velocidad de rotación de análisis)}$$

$$K = 600 \times 10^6 \text{ N/m (Rigidez equivalente del rodamiento)}$$

$$\xi = 0,141 \text{ (Relación de amortiguamiento)}$$

$$C = 250 \text{ N s/m (Amortiguamiento equivalente del rodamiento)}$$

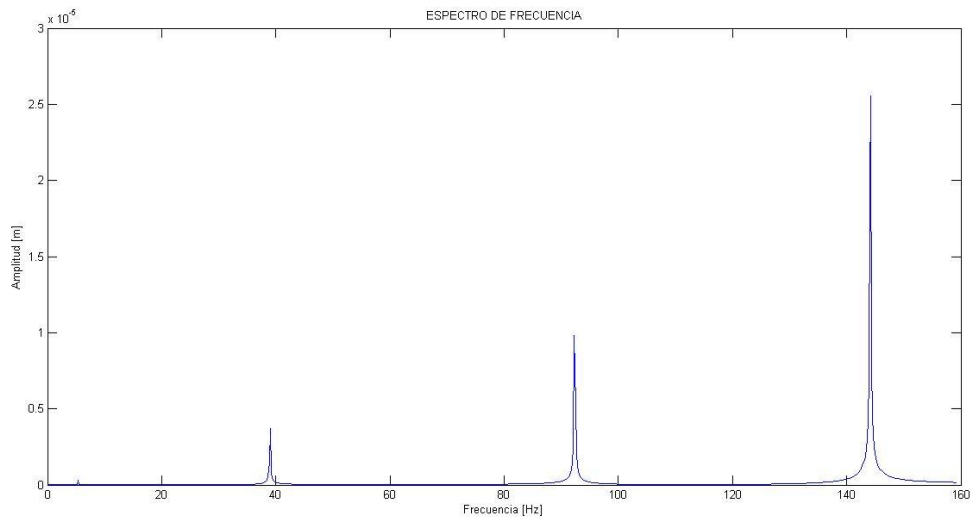
3.3 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Para la solución de la ecuación lineal de movimiento 40 se utilizó el software matemático MATLAB²⁶, en el cual se definieron los parámetros anteriormente expuestos para el cálculo. Las gráficas siguientes representan los espectros de desplazamiento para el rotor en voladizo.

²⁶ MATLAB® The Language of Technical Computing

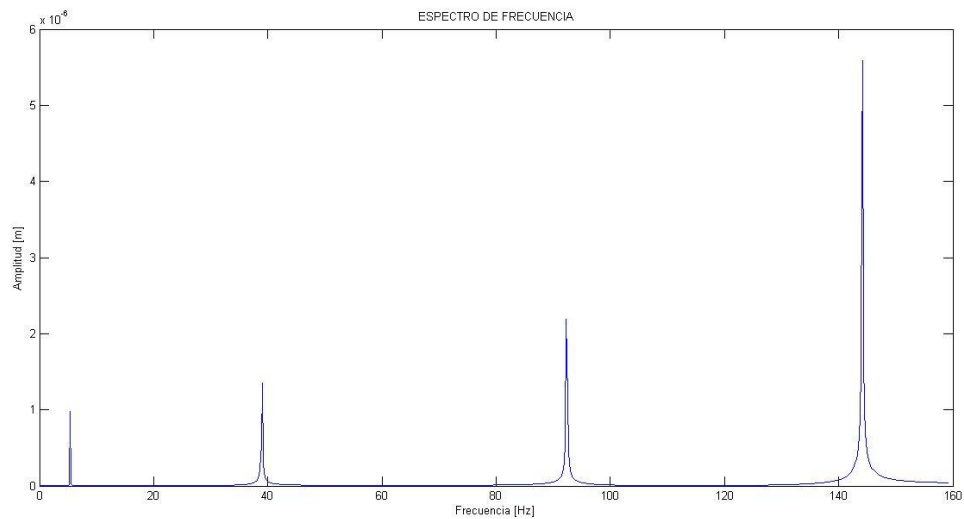
Primera condición: La figura 24 muestra el espectro de frecuencia para el sistema teniendo en cuenta solo masas de prueba en el primer volante.

Figura 24. Espectro de frecuencia, primera condición



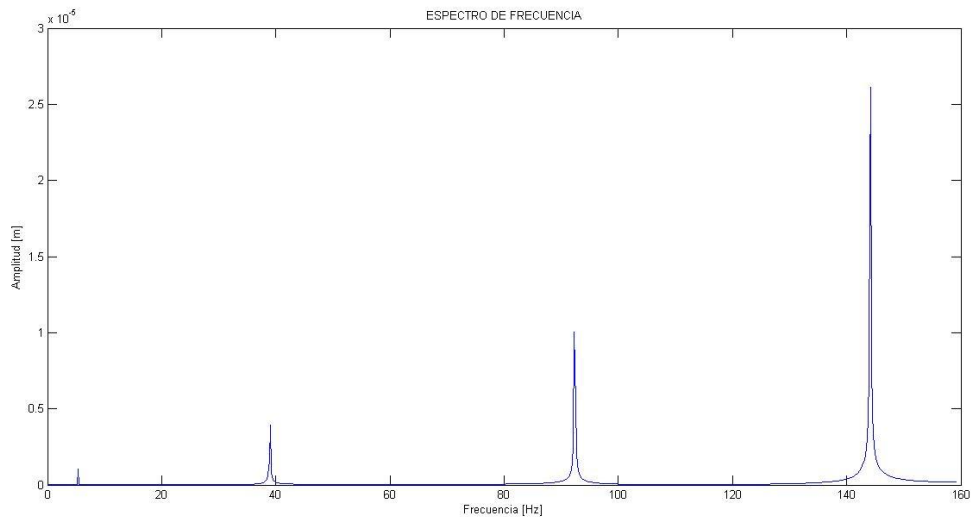
Segunda condición: La figura 25 muestra el espectro de frecuencia para el sistema teniendo en cuenta solo masas de prueba en el segundo volante.

Figura 25. Espectro de frecuencia, primera condición



Tercera condición: La figura 26 muestra el espectro de frecuencia para el sistema teniendo en cuenta masas de prueba en el primer y segundo volante.

Figura 26. Espectro de frecuencia, primera condición

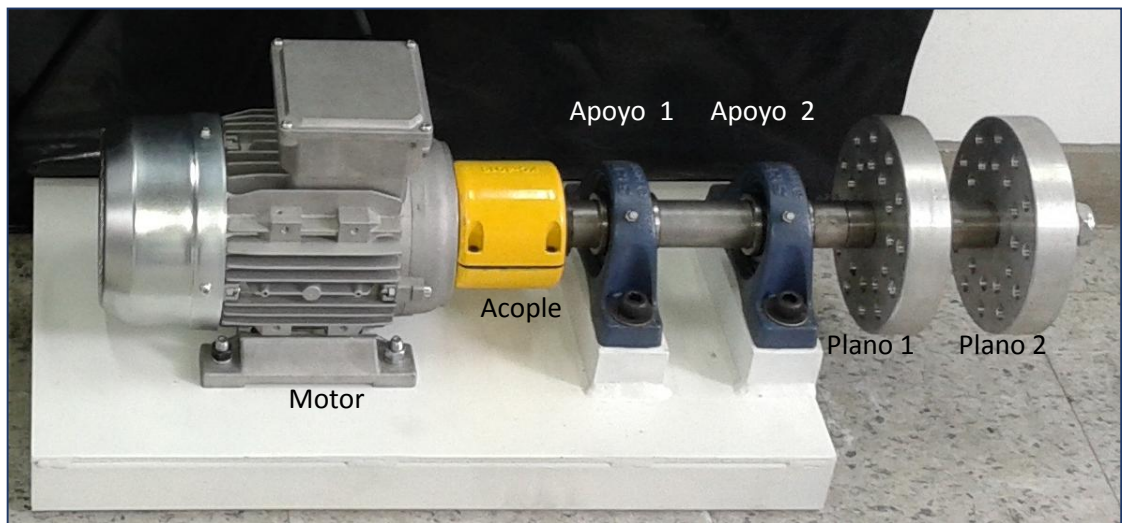


Las figura 24, figura 25 y figura 26, ilustran los espectros de frecuencia para diferentes condiciones de la masa de prueba, se puede observar el amortiguamiento que presente por los apoyos y el cual incide en la amplitud de la frecuencia. Además, se puede apreciar que los las amplitudes son de mayor intensidad para alta frecuencia, descartando posibles daños en el sistema por resonancia.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los ensayos realizados en el banco de pruebas para el desbalanceo de un rotor en voladizo permiten obtener las señales características del fenómeno a diferentes condiciones y con esto poder caracterizar el comportamiento de este sistema rotativo mediante la interpretación de las lecturas de vibración cuando se presenten fallas. La figura 27 muestra el banco de pruebas diseñado y utilizado para la medición de señales.

Figura 27 Montaje del banco de pruebas



El procedimiento empleado para el registro de las señales es descrito en la figura 28.

Figura 28. Secuencia del procedimiento



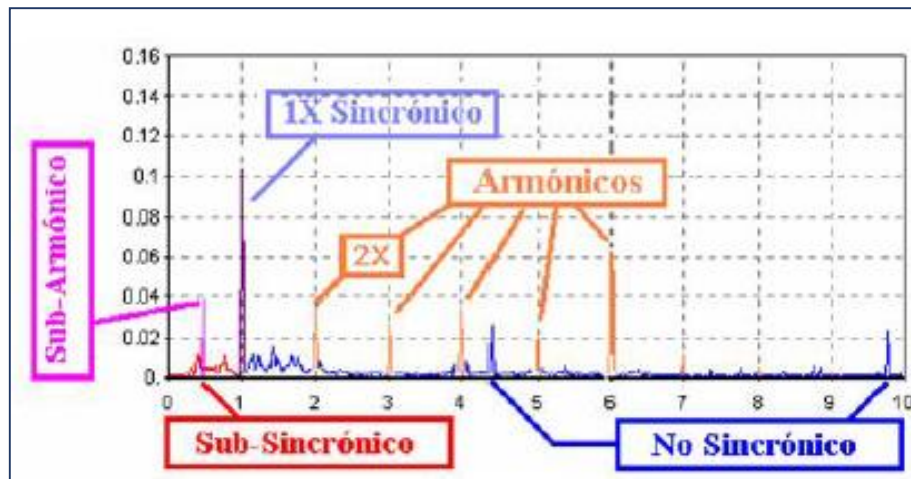
Las señales de vibración son tomadas por dos sensores ubicados en las diferentes posiciones de los apoyos, registradas por una tarjeta de adquisición marca NATIONAL INSTRUMENTS, almacenadas mediante el programa Project y con ayuda del programa matemático MATLAB convertidas aplicando transformada de Fourier, hasta obtener las lecturas de las frecuencias de vibración.

4.1 COMPOSICIÓN DEL ESPECTRO VIBRATORIO²⁷

El primer paso para lograr establecer un diagnóstico acertado sobre la condición mecánica de algún equipo es conocer los distintos componentes del espectro vibratorio, la figura 29, indica cada uno de los distintos tipos de componente que se pueden encontrar en un espectro vibratorio y sus nombres.

²⁷ (DAZA HERNANDEZ 2007)

Figura 29. Componentes de un espectro y sus nombres



Como se ha mencionado anteriormente, el desbalanceo es imposible eliminarlo por completo, siempre se tendrá un desbalance en un rotor, sin embargo, éste se debe mantener dentro márgenes aceptables para el buen funcionamiento.

El desbalanceo se considera como una de las fallas más comunes de vibración en maquinaria y, cuando se produce se caracteriza por altos valores a la frecuencia de rotación del equipo. La vibración se produce debido a que, al girar el eje del rotor se flexa y la fuerza sea transmitida a los descansos de la máquina, la fuerza resultante tiene una forma armónica, es decir su forma de onda será sinusoidal (obviando los efectos del ruido y otros factores) y la frecuencia de excitación será la velocidad de giro del rotor ω , es decir, la 1X del espectro.

El espectro vibratorio esperado por causa de un desbalanceo:

- El espectro vibratorio normalmente representa una componente radial dominante a la 1X, pero se debe tener en cuenta que no necesariamente esta condición represente por si sola un desbalanceo.

- Cuando la condición predominante es el desbalanceo, éste debe ser al menos el 80% del valor global medido. Esta condición es general, ya que muchas veces se presentan condiciones especiales como, grandes vibraciones provenientes de otra fuente, donde esta regla no podría ser aplicable.
- El origen de la vibración del desbalanceo es fácil de entender, ya que el punto pesado pasa frente al transductor una vez por cada revolución.

4.2 Desbalanceo permisible para distintos rotores rígidos

Según la norma ISO 2372-1974²⁸ la cual establece las bases estándares para la evaluación de vibraciones, y donde se aplican a:

- Equipos rotativos cuyo rango de velocidades de giro estén entre 600 y 12 000 RPM.
- Datos de nivel global de vibración en velocidad, valor eficaz RMS, en un rango de frecuencia entre 10 y 1.000 Hz

No es aplicable a:

- Máquinas con movimientos alternativos (motores diesel, compresores alternativos, etc.), ni a máquinas que funcionen con grandes masas desbalanceadas (harneros vibratorios, centrífugas, etc.)
- Máquinas eléctricas de una fase (220 V) o máquinas de más de una fase que operen en una fase.

²⁸ Disponible en: <<http://www.sinais.es/Recursos/Curso-vibraciones/normativa/iso2372.html>>

4.3 PRUEBA INICIAL

Se desarrolla una prueba inicial de comparación entre el medidor de vibraciones DSP logger MX300 y el software Labview, Project., La velocidad de operación es de 1440 rpm. La figura 30 y la figura 31 muestran el montaje para las dos pruebas. Está comparación se realizó con el objetivo de mostrar la eficiencia del software.

Figura 30. Medición con el medidor de vibraciones DSP logger MX300 .

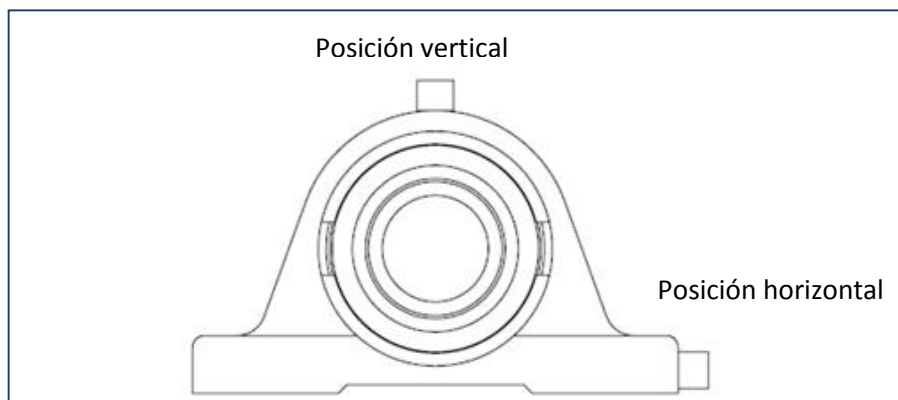


Figura 31. Mediciones con la tarjeta de adquisición.



Se inicia la toma de señales de vibración en el plano número uno en la posición vertical del soporte para rodamiento. Las posiciones de los sensores se ilustran en la figura 32.

Figura 32. Posiciones de los sensores en el apoyo del rodamiento



La figura 33 y figura 34 representan las mediciones con el espectro de frecuencias y con el analizador de vibraciones respectivamente.

Figura 33 Medición registrada con el medidor de vibraciones DSP logger MX300.

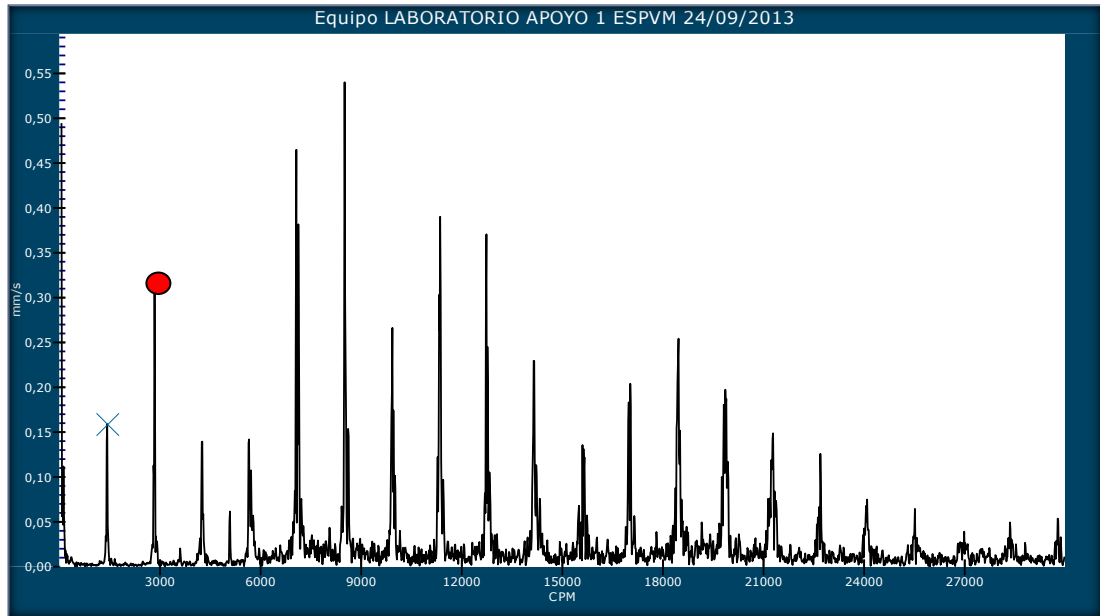
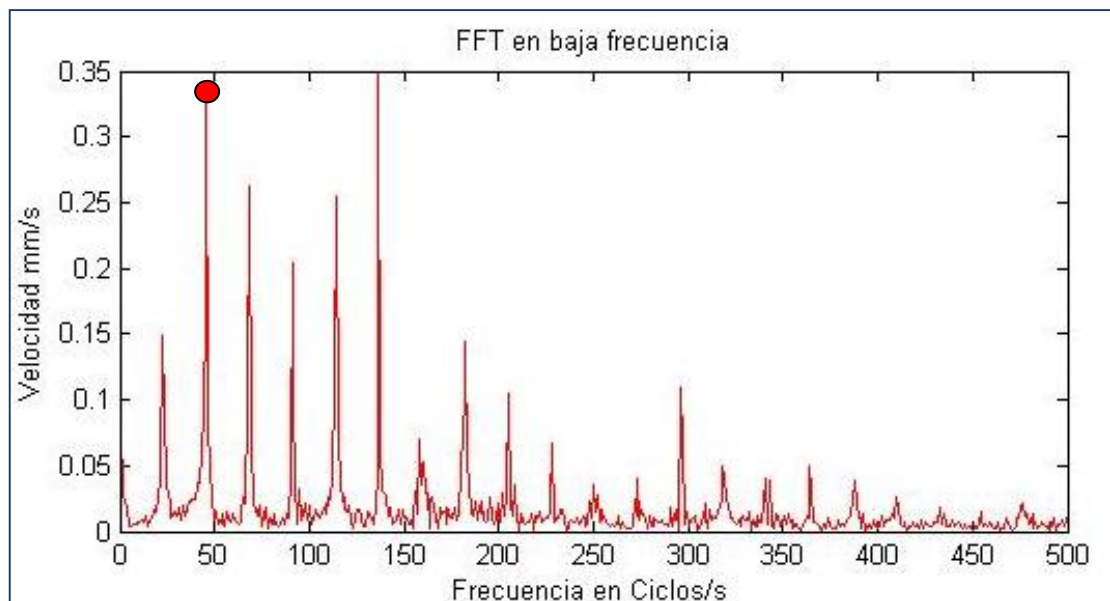


Figura 34. Medición registrada por la tarjeta de adquisición.



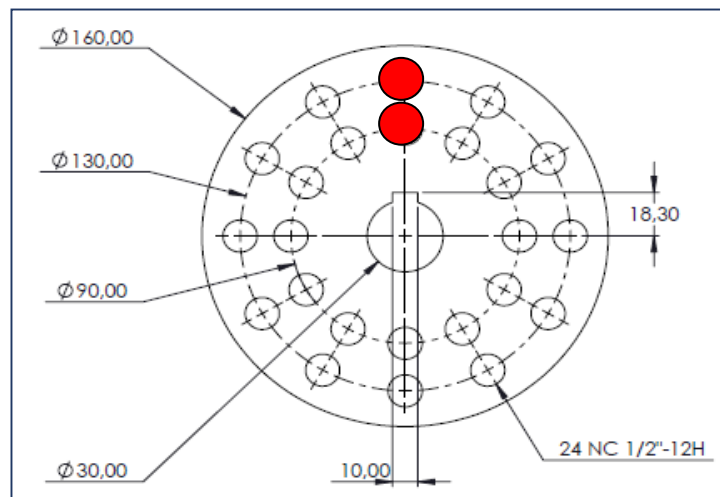
Como se observa en las figuras 33 y 34, el pico que se presenta cerca del pico 1X DSP logger MX300 figura 33 a una frecuencia de rotación de $3000 \frac{\text{ciclos}}{\text{min}}$, es similar al pico que se presenta en la gráfica 34 a la frecuencia $50 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}}$, es aproximadamente igual, esto indica que las señales son confiables y que se presentan en ambos instrumentos de medida con poca variación entre ellos.

Se realizaron cuatro ensayos para diferentes velocidades de operación del rotor, y a diferentes condiciones:

Condición 1: “tal cual”, corresponde al módulo sin ninguna masa de prueba en sus planos.

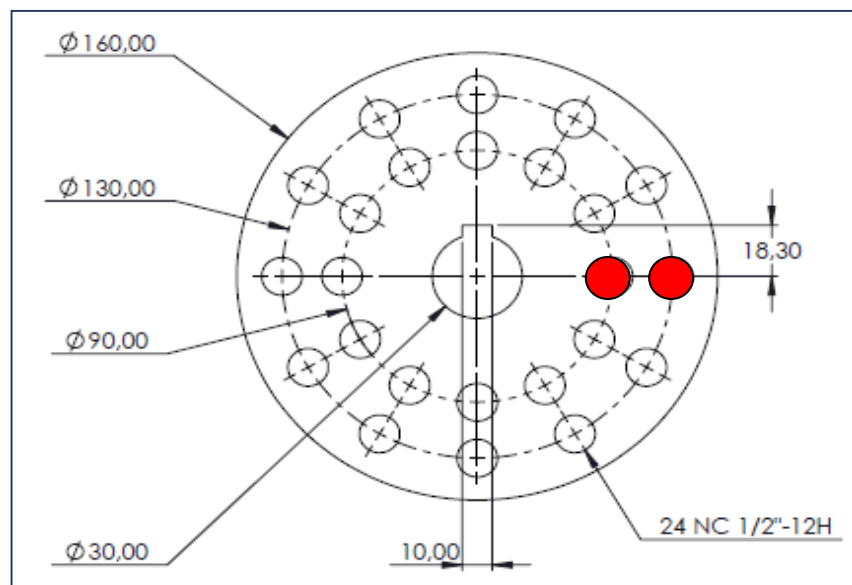
Condición 2: La segunda condición desarrollada en el banco de pruebas es realizada en el plano número uno, con dos masas de pruebas en una misma posición angular pero en diferente posición radial. La figura 35 ilustra la posición de las masas de 11,75 g y 11,73 g para los diámetros de 90,00 mm y 130,00 mm respectivamente.

Figura 35. Ubicación de las masas de prueba en el plano 1



TERCERA CONDICIÓN: La tercera condición experimental desarrollada en el banco de prueba corresponde a la incorporación de dos masas de 11,75 g y 11,73 g en los diámetros 90mm y 130mm respectivamente del volante, en el plano número dos. La posición angular corresponde a 90° respecto a la primera condición, medida en sentido horario. La figura 36 representa la posición de las masas en el volante.

Figura 36. Ubicación de las masas de prueba en el plano 2.



CUARTA CONDICIÓN: La cuarta condición experimentada en el banco de pruebas fue ubicar cuatro masas de prueba en los dos planos. Las masas de 11,75 g y 11,30 g fueron ubicadas a 90, 00 mm y 130 mm (plano 1) respectivamente a 180° con respecto a la condición inicial, mientras que las masas de 11,70 g y 11,96 g fueron ubicadas a 90 mm y 130,00 mm (plano 2) respectivamente a 360° respecto a la condición inicial. La figura 37 y la figura 38 representan los dos planos de las volantes con las posiciones de las masas de prueba.

Figura 37. Ubicación de las masas de prueba en el plano 1.

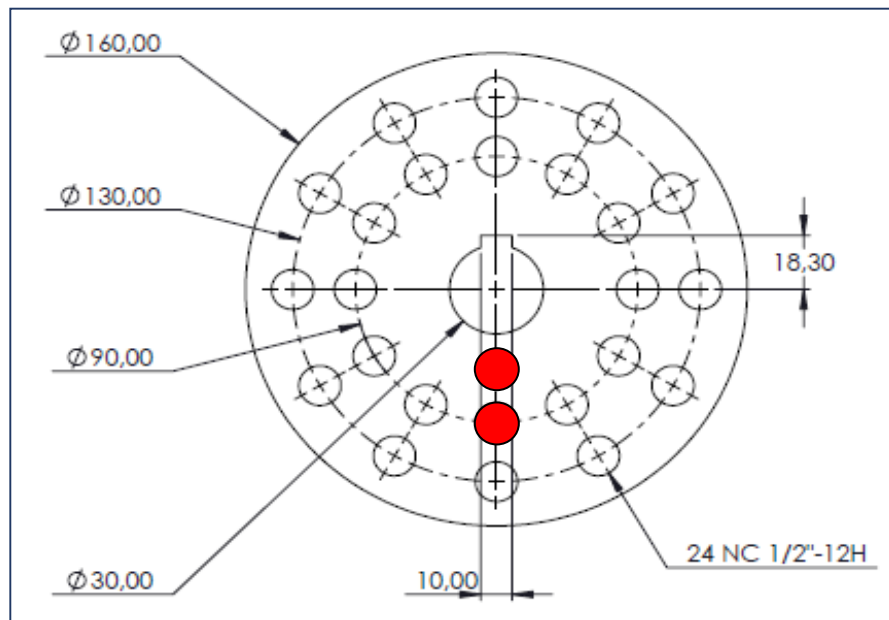
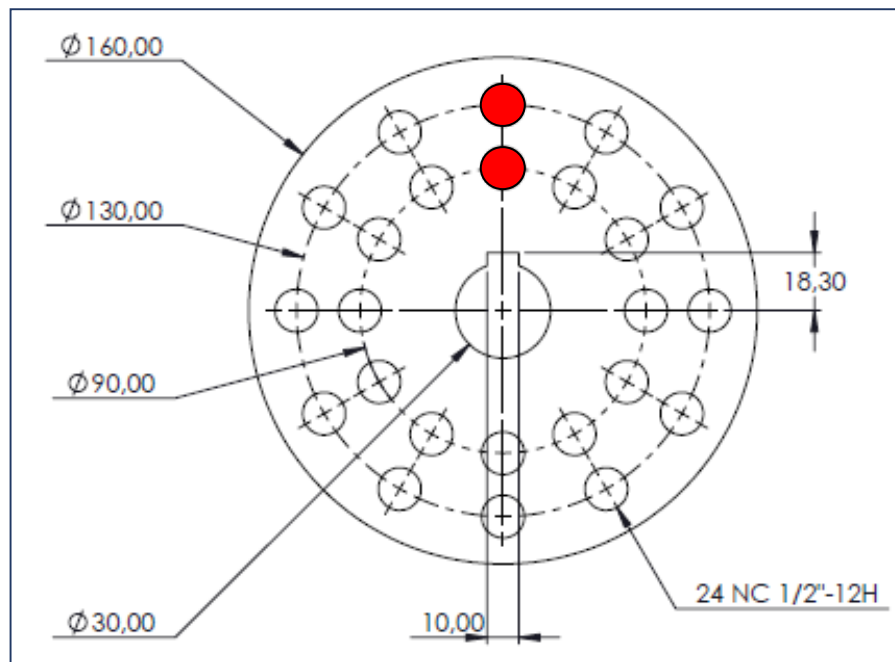


Figura 38. Ubicación de las masas de prueba en el plano 2.



4.4 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN VERTICAL, APOYO 1

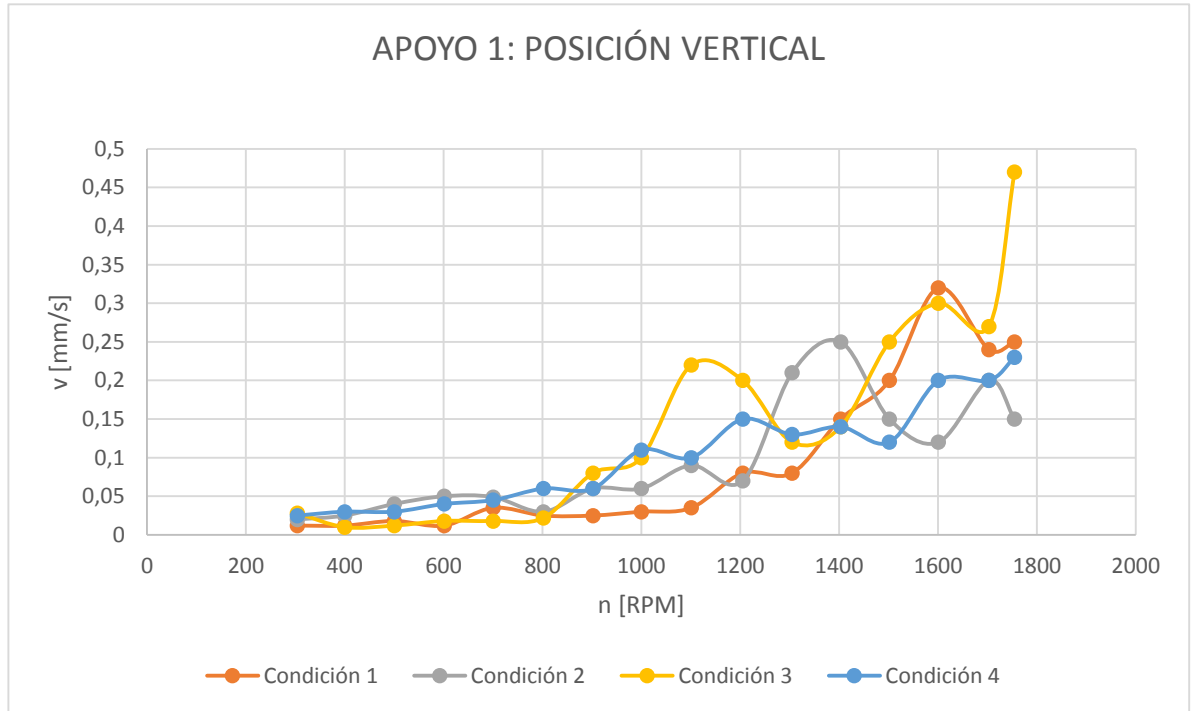
Para observar el efecto de desbalanceo, y sabiendo que este se encuentra presente en la componente 1X del espectro de frecuencia, se realiza la tabla 10 para las cuatro condiciones de prueba a diferentes velocidades de operación, esto para la posición vertical del apoyo 1. Los espectros de frecuencias se pueden observar en el apéndice C.

Tabla 10. Magnitud de la componente 1X a diferentes velocidades de rotación.

COMPONENTE 1X PARA LOS ESPECTROS EN LA POSICIÓN VERTICAL. APOYO 1				
n [RPM]	Velocidad [mm/s]			
	Condición 1	Condición 2	Condición 3	Condición 4
304	0,012	0,02	0,028	0,025
400	0,012	0,025	0,01	0,03
500	0,018	0,04	0,012	0,03
601	0,012	0,05	0,018	0,04
700	0,035	0,049	0,018	0,045
802	0,025	0,03	0,022	0,06
902	0,025	0,06	0,08	0,06
1000	0,03	0,06	0,1	0,11
1101	0,035	0,09	0,22	0,1
1205	0,08	0,07	0,2	0,15
1305	0,08	0,21	0,12	0,13
1403	0,15	0,25	0,14	0,14
1502	0,2	0,15	0,25	0,12
1601	0,32	0,12	0,3	0,2
1703	0,24	0,2	0,27	0,2
1755	0,25	0,15	0,47	0,23

La figura 39, ilustra las gráficas de los resultados obtenidos en la tabla 10.

Figura 39. Magnitudes de la vibración obtenida para la componente 1X a diferentes velocidades de operación.



Como se observa en la figura 39, las frecuencias más altas se obtienen para las velocidades de rotación alrededor de 1750 RPM, esto corresponde a 29,7 Hz, es decir aproximadamente a la frecuencia natural a la que comenzará a oscilar el sistema para las cuatro condiciones de funcionamiento. Realizando la comparación con las figura 24, figura 25 y figura 26 en las cuales las frecuencias naturales son alrededor de 39 Hz, se obtiene un error aproximadamente del 23%. Este error puede ser debido a la rigidez total del sistema, la cual no es asumida en el modelo, y al método por el cual se obtuvo la rigidez en los rodamientos.

Se observa en la figura 39 que para la condición 3, la cual corresponde a la posición de masas de prueba en el plano 2, se genera la mayor amplitud en la máxima velocidad de operación.

4.5 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN HORIZONTAL, APOYO 1

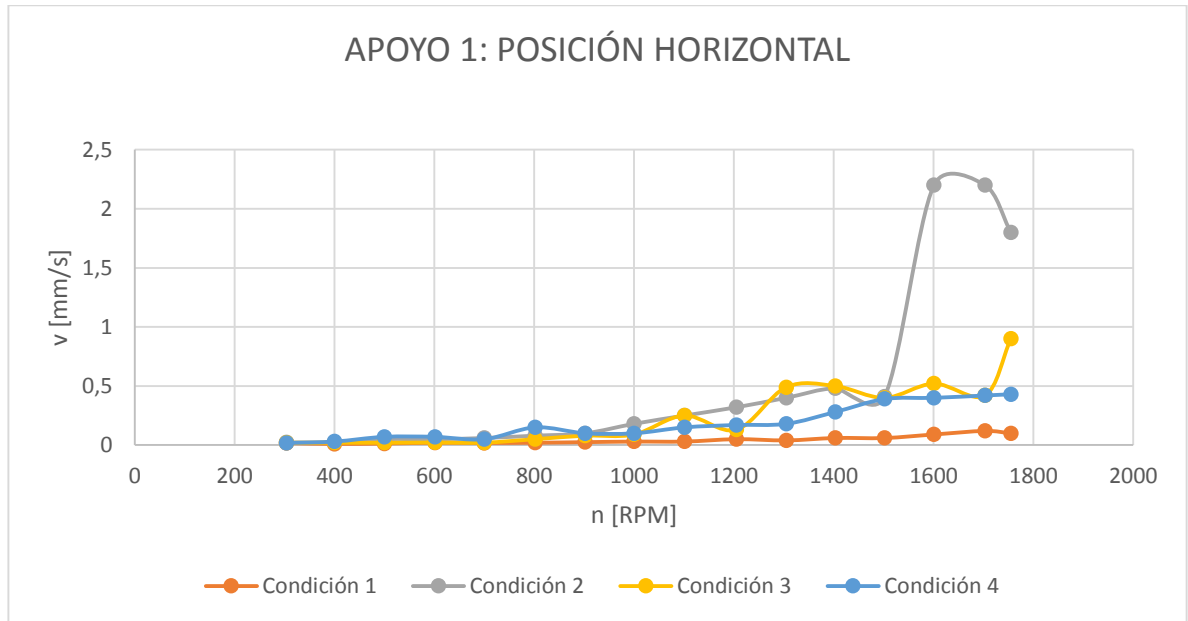
La tabla 11 muestra las cuatro condiciones de prueba a diferentes velocidades de operación, esto para la posición horizontal del apoyo 1. Los espectros de frecuencias se pueden observar en el apéndice D.

Tabla 11. Magnitud de la componente 1X a diferentes velocidades de rotación.

COMPONENTE 1X PARA LOS ESPECTROS EN LA POSICIÓN HORIZONTAL. APOYO 1				
n [RPM]	Velocidad [mm/s]			
	Condición 1	Condición 2	Condición 3	Condición 4
304	0,017	0,022	0,02	0,018
400	0,01	0,025	0,02	0,03
500	0,013	0,05	0,02	0,07
601	0,02	0,05	0,022	0,07
700	0,018	0,06	0,021	0,05
802	0,02	0,08	0,05	0,15
902	0,025	0,1	0,08	0,1
1000	0,03	0,18	0,09	0,1
1101	0,03	0,25	0,25	0,15
1205	0,05	0,32	0,13	0,17
1305	0,04	0,4	0,49	0,18
1403	0,06	0,48	0,5	0,28
1502	0,06	0,41	0,4	0,39
1601	0,09	2,2	0,52	0,4
1703	0,12	2,2	0,42	0,42
1755	0,1	1,8	0,9	0,43

La figura 40, ilustra las gráficas de los resultados obtenidos en la tabla 11.

Figura 40. Magnitudes de la vibración obtenida para la componente 1X a diferentes velocidades de operación.



En la figura 40 se observa que en promedio, las máximas magnitudes de las velocidades de operación se obtienen a la velocidad de 1600 RPM, es decir a una frecuencia de 26,67 Hz, comparando con la figura 24, figura 25 y figura 26 correspondiente a las gráficas encontradas en la modelación matemática del sistema para diferentes condiciones, la frecuencia natural está alrededor de 39 Hz, lo que indica un error alrededor del 30%.

Se observa que la mayor amplitud se obtiene para la segunda condición del sistema correspondiente a masas de prueba ubicadas en el plano 1.

4.6 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN VERTICAL, APOYO 2

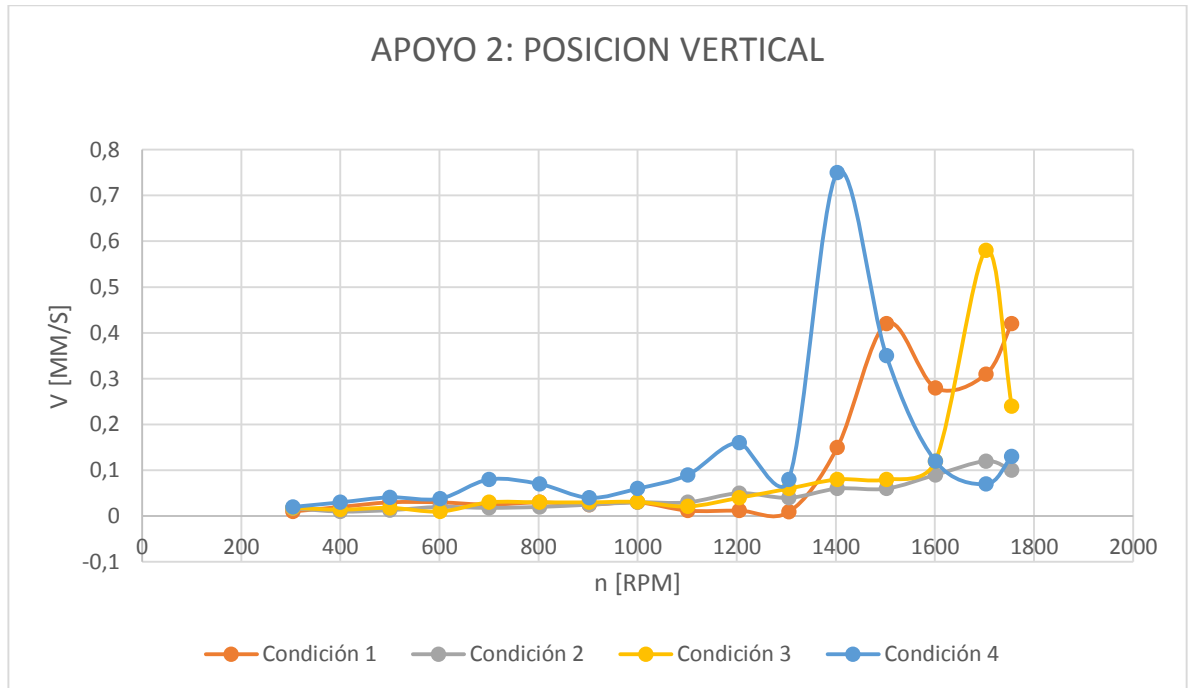
La tabla 12 muestra las cuatro condiciones de prueba a diferentes velocidades de operación, esto para la posición vertical del apoyo 2. Los espectros de frecuencias se pueden observar en el apéndice E.

Tabla 12. Magnitud de la componente 1X a diferentes velocidades de rotación.

COMPONENTE 1X PARA LOS ESPECTROS EN LA POSICIÓN VERTICAL. APOYO 2				
n [RPM]	Velocidad [mm/s]			
	Condición 1	Condición 2	Condición 3	Condición 4
304	0,01	0,018	0,02	0,019
400	0,02	0,014	0,03	0,012
500	0,03	0,018	0,041	0,02
601	0,03	0,01	0,038	0,03
700	0,025	0,03	0,08	0,039
802	0,03	0,03	0,07	0,04
902	0,025	0,03	0,04	0,02
1000	0,03	0,031	0,06	0,045
1101	0,012	0,021	0,09	0,06
1205	0,012	0,04	0,16	0,04
1305	0,009	0,06	0,08	0,07
1403	0,15	0,08	0,75	0,07
1502	0,42	0,08	0,35	0,07
1601	0,28	0,12	0,12	0,05
1703	0,31	0,58	0,07	0,06
1755	0,42	0,24	0,13	0,07

La figura 41 ilustra las gráficas de los resultados obtenidos en la tabla 12.

Figura 41. Magnitudes de la vibración obtenida para la componente 1X a diferentes velocidades de operación.



La figura 41 muestra las amplitudes de la componente 1X para la posición vertical del apoyo 2, en la cual se observa que para una velocidad en promedio de 1650 RPM equivalente a 27,5 Hz se obtienen las frecuencias más altas. Comparando con la figura 24, figura 25 y figura 26 se obtiene un error aproximadamente del 29%.

Se observa en la figura 41 que la mayor a magnitud se obtiene para la condición 4 alrededor de 1400 RPM, y a la condición 3 para una velocidad alrededor de 1700 RPM.

4.7 MEDICIÓN DE LA COMPONENTE 1X, POSICIÓN HORIZONTAL, APOYO 2

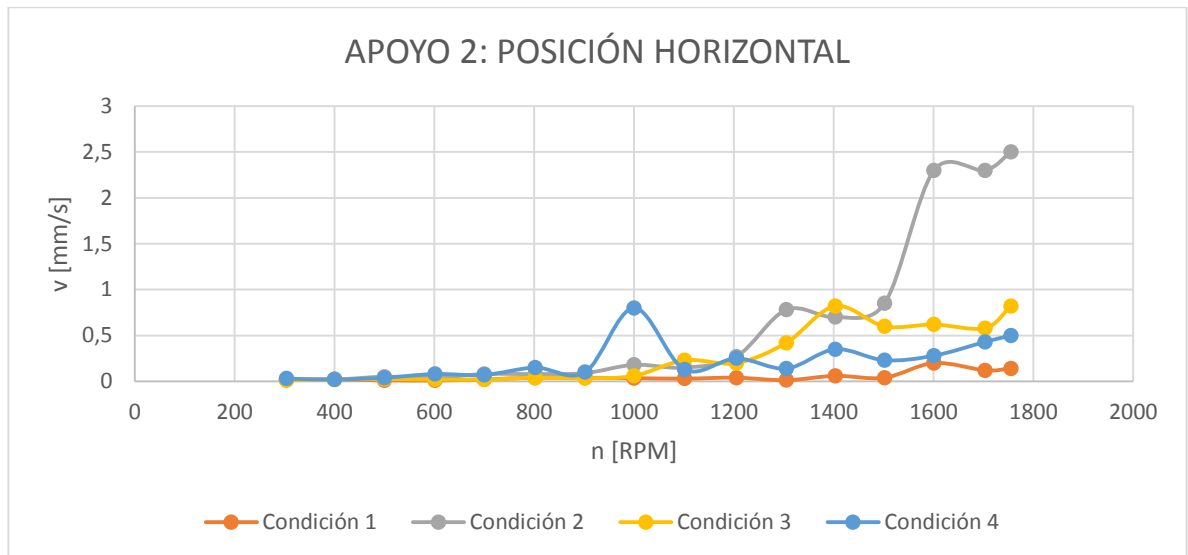
La tabla 13 muestra las cuatro condiciones de prueba a diferentes velocidades de operación, esto para la posición horizontal del apoyo 2. Los espectros de frecuencias se pueden observar en el apéndice F.

Tabla 13. Magnitud de la componente 1X a diferentes velocidades de rotación.

COMPONENTE 1X PARA LOS ESPECTROS EN LA POSICIÓN HORIZONTAL. APOYO 2				
n [RPM]	Velocidad [mm/s]			
	Condición 1	Condición 2	Condición 3	Condición 4
304	0,023	0,018	0,012	0,03
400	0,02	0,02	0,018	0,02
500	0,012	0,05	0,025	0,04
601	0,01	0,04	0,02	0,08
700	0,022	0,08	0,02	0,07
802	0,04	0,08	0,04	0,15
902	0,04	0,09	0,035	0,1
1000	0,035	0,18	0,06	0,8
1101	0,03	0,15	0,23	0,13
1205	0,04	0,27	0,2	0,25
1305	0,013	0,78	0,42	0,14
1403	0,06	0,7	0,82	0,35
1502	0,04	0,85	0,6	0,23
1601	0,2	2,3	0,62	0,28
1703	0,12	2,3	0,58	0,43
1755	0,14	2,5	0,82	0,5

La figura 41 ilustra las gráficas de los resultados obtenidos en la tabla 12.

Figura 42. Magnitudes de la vibración obtenida para la componente 1X a diferentes velocidades de operación



En la figura 42 se observa que las mayores amplitudes para las cuatro condiciones se obtienen para una velocidad alrededor de 1700 RPM, equivalente a 28,33 Hz. Comparando con la figura 24, figura 25 y figura 26, se obtiene un error aproximadamente del 28%.

Se muestra en la figura 42 que la mayor magnitud para la componente 1X se obtiene para la condición 2, correspondiente a masas ubicadas en el plano 1.

5. CONCLUSIONES Y APORTES

5.1 CONCLUSIONES

En este trabajo de grado se cumplieron los siguientes objetivos específicos:

Se diseñó el banco de pruebas para la medición de vibraciones generadas por desbalanceo de rotores en voladizo con ayuda del programa SOLIDWORKS

Se verificó en la etapa de diseño el correcto dimensionamiento del eje del rotor, como también, los diferentes estudios por fatiga, rigidez, modos de vibración para pronosticar el comportamiento del sistema.

Se construyó el banco de pruebas para la medición de vibraciones generadas por desbalanceo de rotores en voladizo teniendo en cuenta los cálculos de diseño y recomendaciones de manufactura para su óptimo montaje.

Se modeló matemáticamente el banco de pruebas para la medición de vibraciones generadas por desbalanceo de rotores en voladizo con ayuda del software matemático MATLAB, obteniéndose las respuestas en el dominio de la frecuencia.

Se generó una base de datos para diferentes condiciones de operación del rotor en la cual se obtuvieron señales a distintas velocidades, logrando caracterizar el fenómeno de desbalanceo y observando otros problemas de vibración que puedan incidir en el desarrollo común de una máquina rotativa.

Se comparó las señales de frecuencia para la condición de desbalanceo en las pruebas experimentales y los resultados obtenidos en la modelación matemática encontrándose una desviación que puede ser consecuencia de la rigidez del módulo de pruebas.

Se logró caracterizar la señal de desbalanceo para las dos posiciones del sensor en las chumaceras, diferenciando las condiciones de operación a distintas velocidades de rotación.

Se encontró un desbalanceo predominante para la posición vertical del sensor en la condición de masas alojadas en el segundo volante y un desbalanceo predominante para la posición horizontal del sensor en la condición de masas de prueba en el primer volante.

5.2 APORTES

Se diseñó y construyó un módulo de pruebas en el cual se permite simular, estudiar y analizar el comportamiento de una máquina rotativa en voladizo, cuando se presenta problemas de desbalanceo.

Se instrumentó el banco de pruebas con ayuda de una tarjeta de adquisición, sensores y demás elementos que sirvieron para obtener las señales de vibración a diferentes condiciones y realizar una visualización de lo que ocurre en el dominio de la frecuencia.

Se realizó la prueba de impacto en una de las chumaceras, con esto y con ayuda de un software de simulación se logró obtener la rigidez equivalente del rodamiento, necesario para caracterizar el comportamiento del sistema.

Se formuló matemáticamente el módulo de pruebas teniendo en cuenta los parámetros definidos en el diseño del eje y utilizando el método de elementos finitos para la solución, encontrándose las frecuencias naturales del módulo para diferentes condiciones de prueba.

Se comparó la magnitud de las frecuencias para una determinada velocidad entre el medidor de vibraciones DSP logger MX300 y el software Labview, Project, obteniéndose una similitud adecuada y con poca variación.

6. BIBLIOGRAFÍA

ARUN K.R, Jalan, y Mohanty A.R. «Model based fault diagnosis of a rotor–bearing system for misalignment and unbalance under steady-state condition.» *ScienceDirect*, 2009: 604-622.

DAZA HERNANDEZ, Gonzalo. *Apuntes del curso: Vibraciones mecánicas*. Universidad Federico Santamaria, 2007.

FAIRES, V M. *Diseño de elementos de máquinas*. México: McGraw-Hill, 1991.

HIDALGO, Juan Ignacio. *Curso de dinámica de rotaciones*. Universidad nacional de San Juan , s.f.

J.-J, Sinou. «Non-linear dynamics and contacts of an unbalanced flexible rotor supported on ball bearings.» *ScienceDirect*, 2009: 1713-1732.

KULICHEVSKY, R, A MARTIN GHISELLI, y M SACCHI. «Medición y análisis de vibraciones: una herramienta para la predicción y evaluación de fallas en maquinaria.» *U. A. ENDE- Comisión Nacional de Energía Atómica*, 2000.

NORTON, R. *Diseño de máquinas*. México: Pretince-Hall, 1999.

OROZCO GUTIERREZ, Alvaro Angel, Hector Fabio QUINTERO RIAZA, Edison HENAO CASTAÑEDA, y Juan Fernando LOPEZ LOPEZ. «Identificación en línea de modos tempranos de fallas dinámicas en máquina rotativas.» 215. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2012.

QUINTERO RIAZA, Héctor Fabio. *Vibraciones libres. Notas del curso de vibraciones mecánicas*. Universidad Tecnológica de Pereira, s.f.

ROMERO PIEDRAHITA, Carlos. «Diseño de árboles para ventiladores.» *Scientia et Técnica*, 1998.

VANEGAS USECHE, Libardo. *Capítulo 7: Diseño de árboles: Libro guía. Diseño I*. Pereira: UTP, s.f.

VANEGAS USECHE, Libardo. «Diseño I. Tablas de diseño. Apendice 3.» UTP, s.f.

ISO 1925. "Mechanical vibration - Balancing -Vocabulary". Switzerland. 1990.

ANSI S2.19-1989. "Mechanical Vibration - Balance Quality Requirements of Rigid Rotors, Part 1: Determination of Permissible Residual Unbalance". Acoustical Society of America (ASA).

1990.

Historia del mantenimiento predictivo. (Sitio en internet). Disponible en: http://www.leanexpertise.com/TPMOLINE/articles_on_total_productive_maintenance/tpm/tpmprocess/maintenanceinhistorySpanish.htm.

Medición y análisis de vibraciones, una herramienta para la predicción y evaluación de fallas en maquinarias. (Sitio en internet). Disponible en: <http://www.aaende.org.ar/sitio/biblioteca/material/CORENDE2000Raul.pdf>.

Análisis de vibraciones e interpretación de dato. (Sitio en internet). Disponible en: <http://www.guemisa.com/articul/pdf/vibraciones.pdf>

Deflexión en un eje. (Sitio en internet). Disponible en: <http://digital.ni.com/worldwide/latam.nsf/web/all/17B74C117EA21CD686256A9A0080BBF3>.

Introducción al método de los elementos finitos. (Sitio en internet). Disponible en: http://www.iit.upcomillas.es/~carnicero/Resistencia/Introduccion_al_MEF.pdf.

VIBRACIÓN MECÁNICA DE MÁQUINAS CON VELOCIDADES DE OPERACIONES ENTRE 100 Y 200 REV/S. (sitio en internet). Disponible en: <http://www.sinais.es/Recursos/Curso-vibraciones/normativa/iso2372.html>

National Instruments, NI 9234 (sitio en internet). Disponible en: <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/208802>

Catálogo de chumaceras SKF. (Sitio en internet). Disponible en:
http://www.skf.com/skf/productcatalogue/jsp/viewers/productTableViewer.jsp?presentationType=3&lang=es&tableName=6_1_1&perfid=211101,211102,211201

Catálogo de acople flexible en cadena. (Sitio en internet). Disponible en:
<http://www.nspt-usa.com/catalog/NSPT-Couplings.pdf>.

Catálogo de variador de velocidad. (Sitio en internet). Disponible en:
<http://www.yaskawa.com/site/products.nsf/products/Industrial%20AC%20Drives~v1000.html>

Software: MD Solids®, educational Software for mechanics of materials, copyright 1997-2009, Timothy A. Philpot.

Software: SOLIDWORKS®, 3D CAD Design.

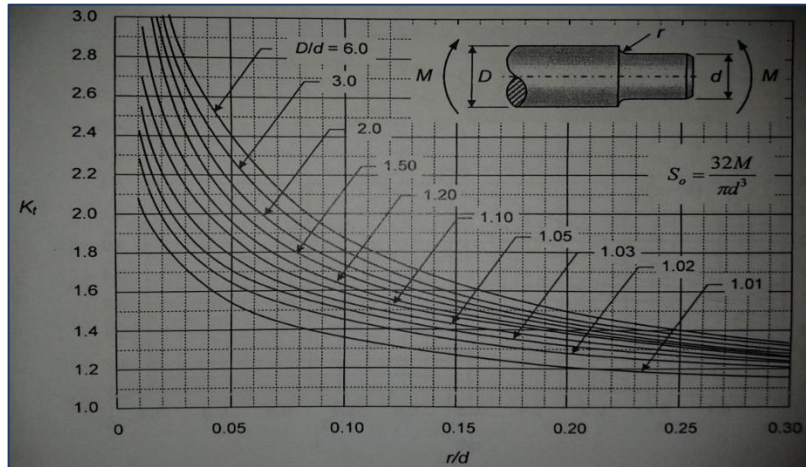
Software: Algor, versión estudiantil, 3D CAD Design.

Software: MATLAB® The Language of Technical Computing.

ANEXOS

ANEXO A

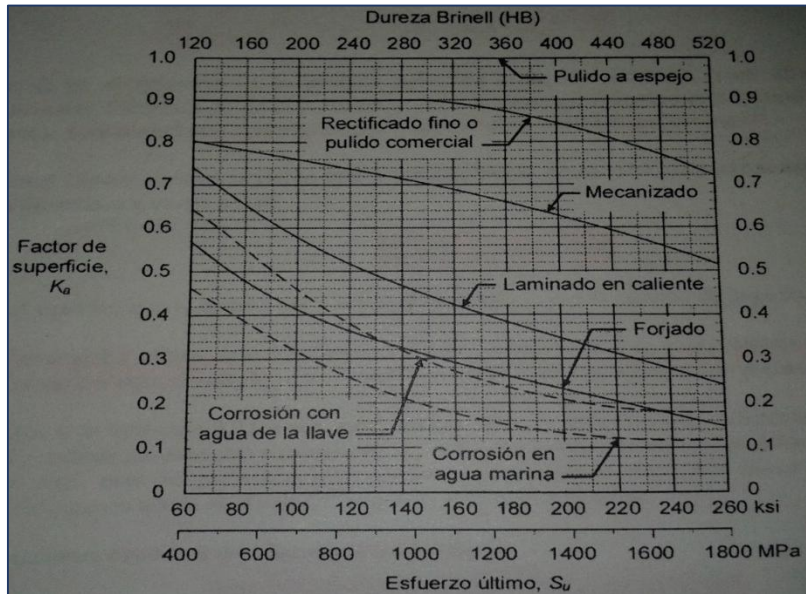
Eje de sección circular con cambio de sección sometido a flexión



. Fuente: Vanegas Useche , Libardo .Conceptos básicos sobre diseño de máquinas, Diseño I. UTP.

ANEXO B

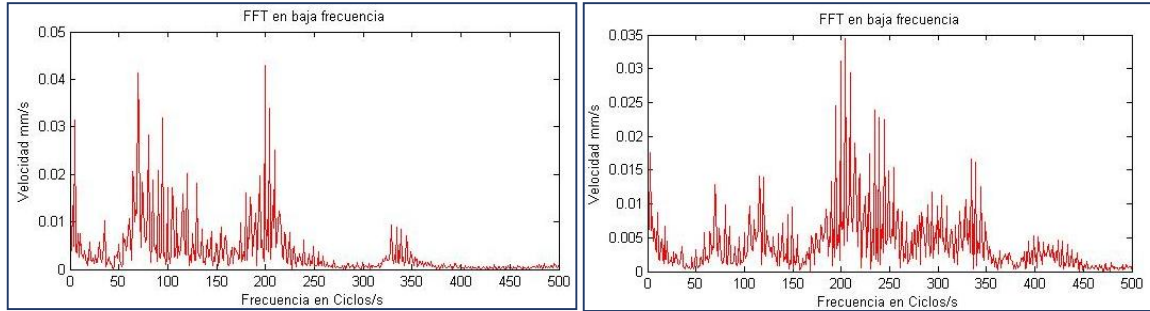
Factores de superficies para el acero



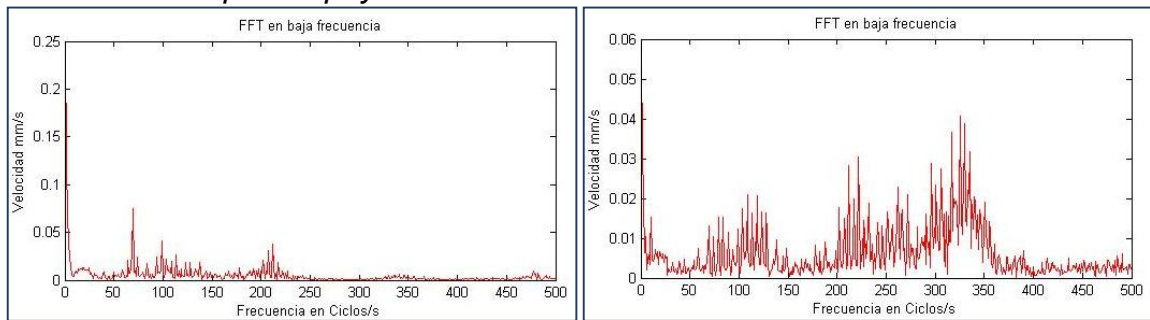
Fuente: JUVANILL, R.C. Stress, Strain and Strength. New York: McGraw-Hill.1967, pag234.

ANEXO C

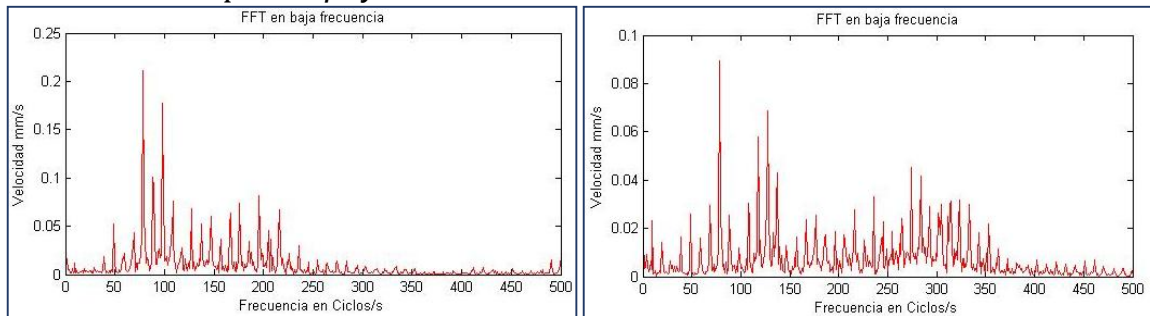
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



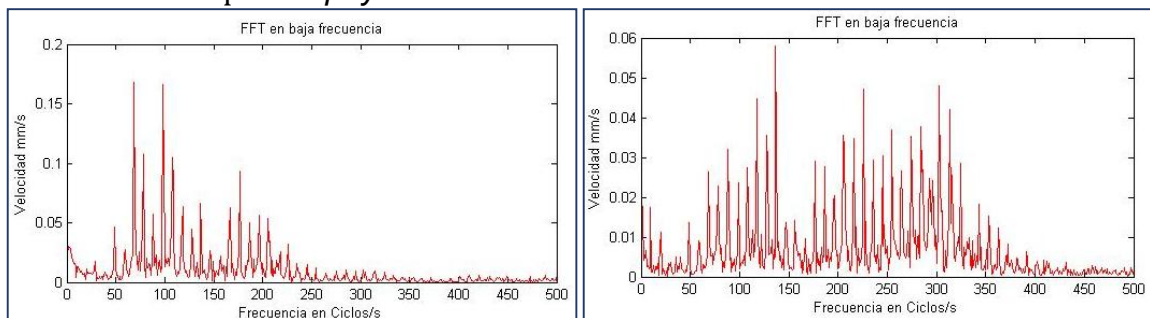
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



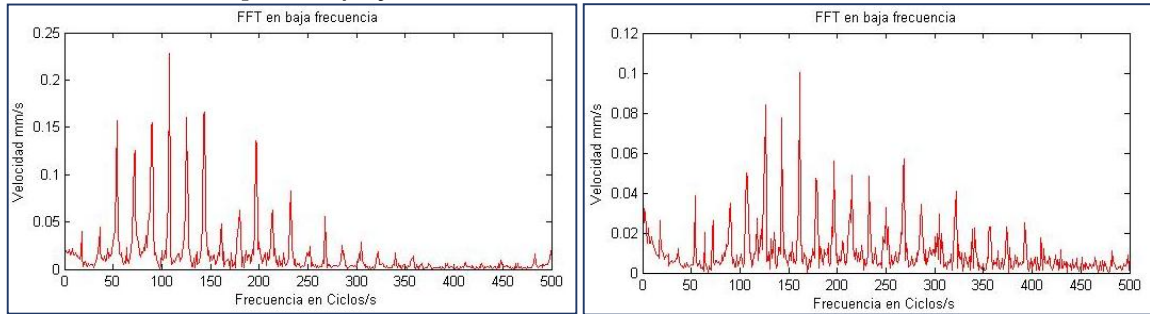
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



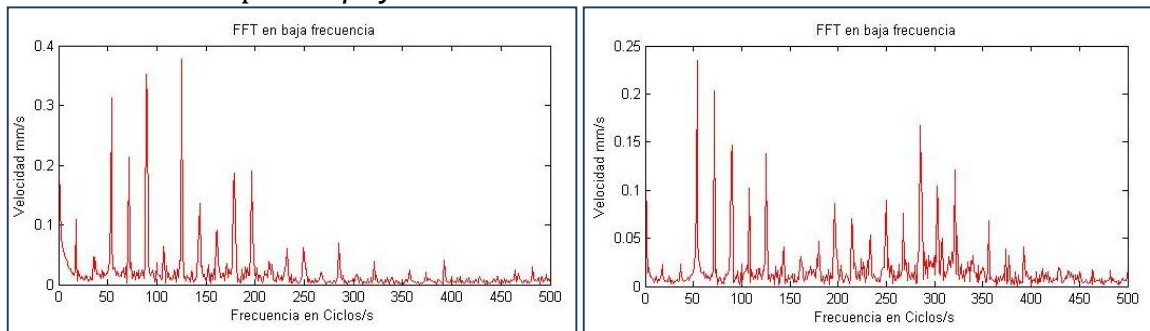
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



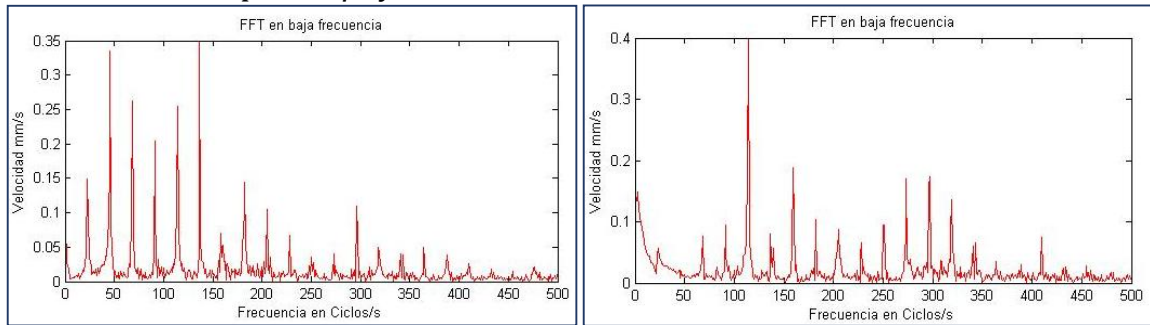
Velocidad: 1001 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



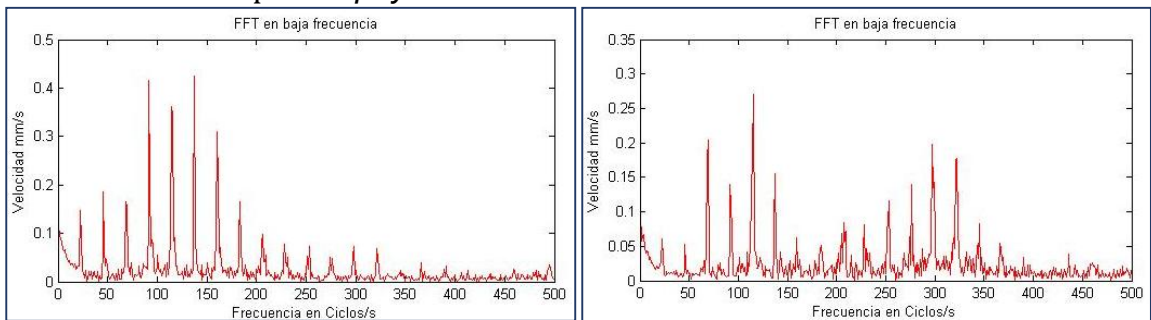
Velocidad: 1001 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



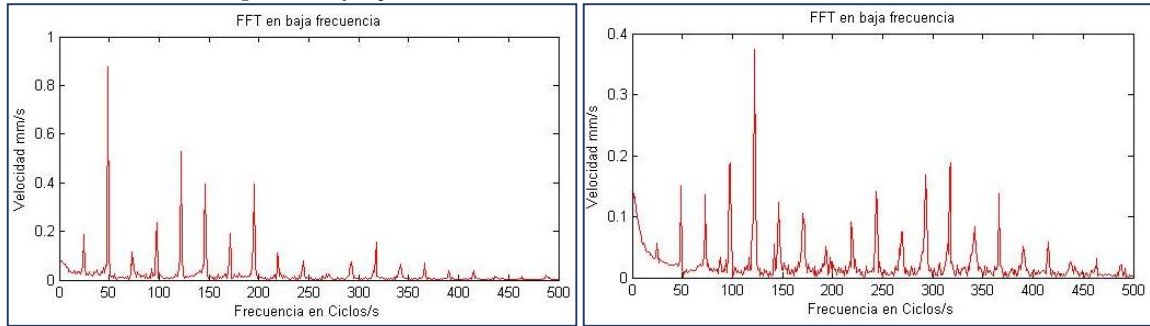
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



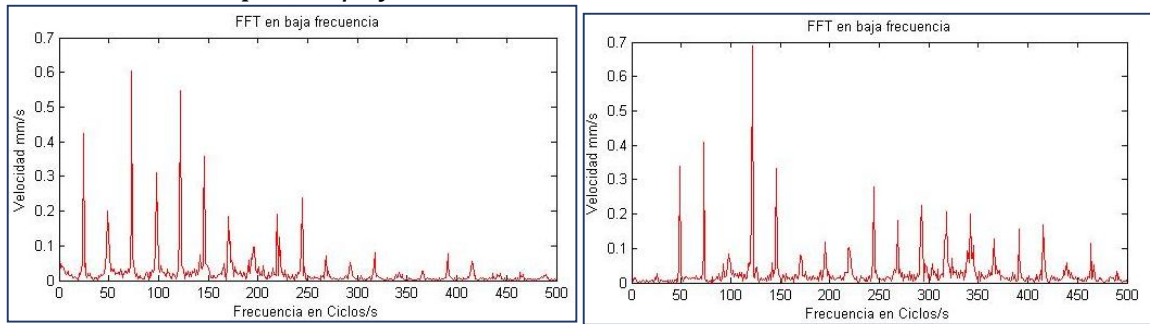
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



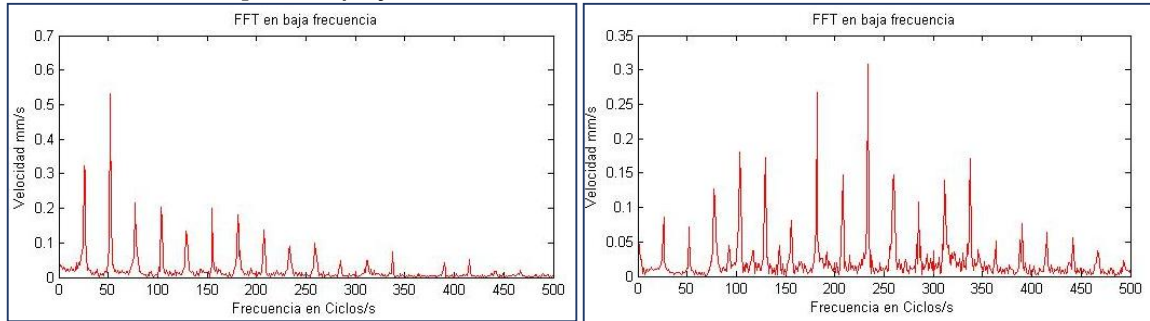
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



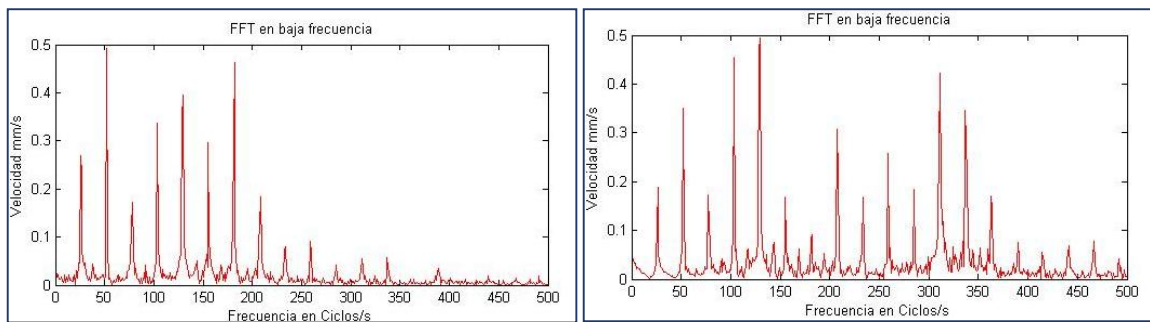
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



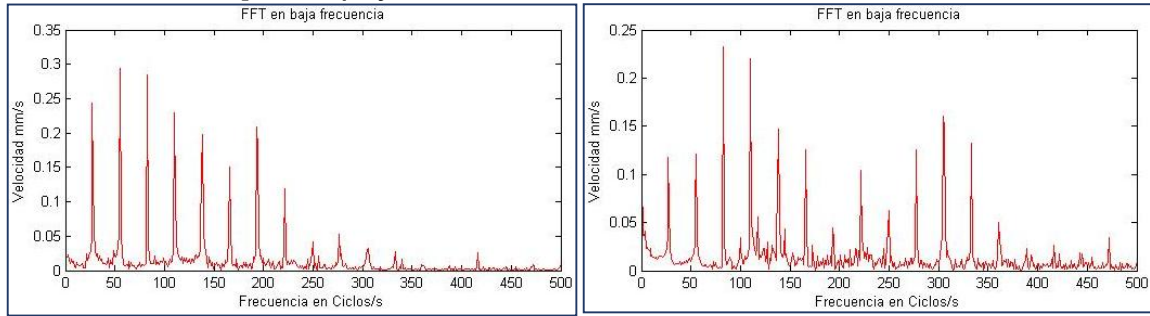
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



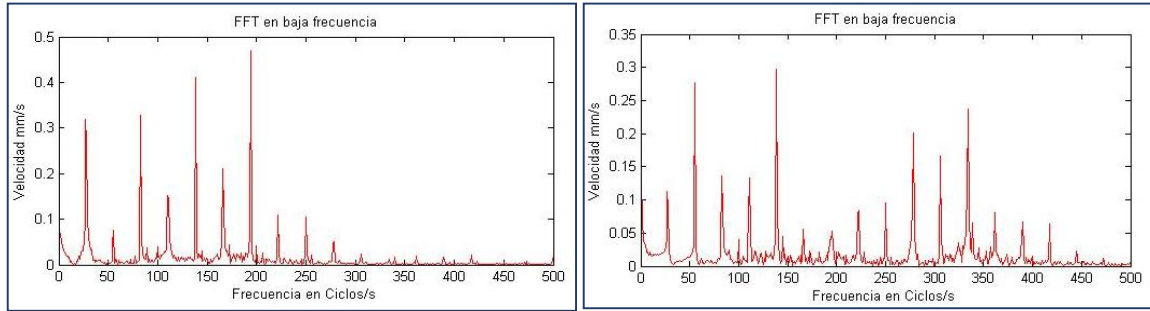
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



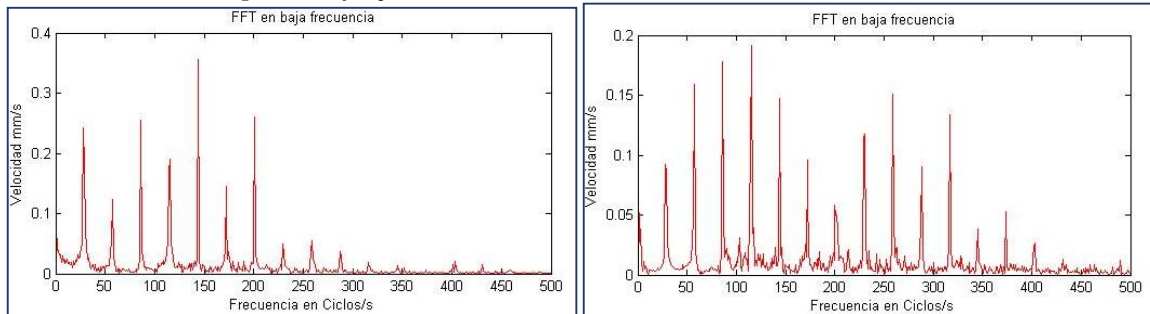
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



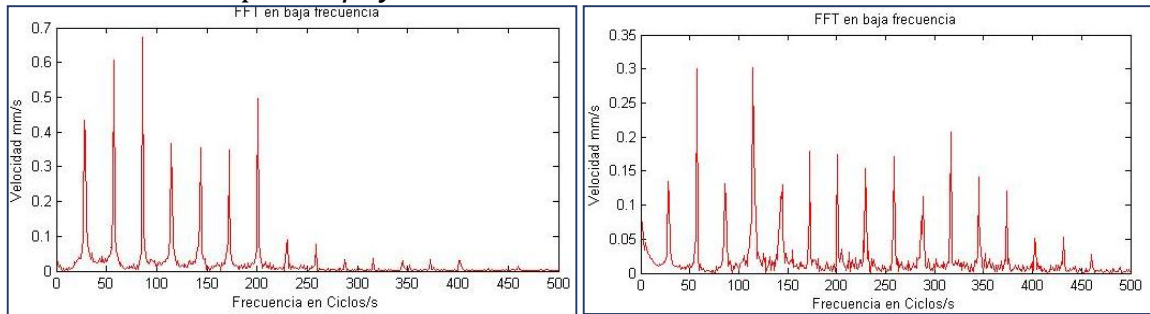
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal

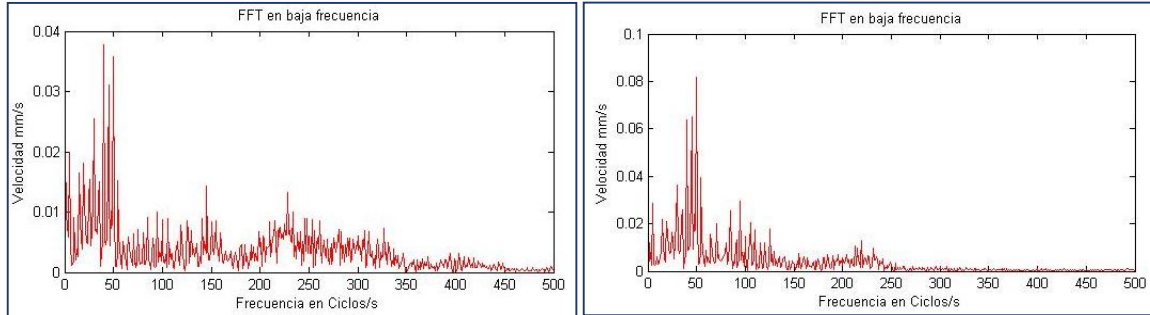


Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal

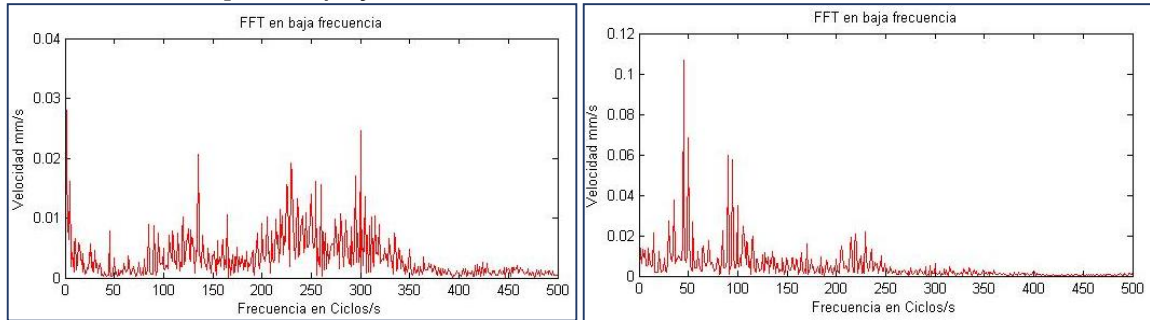


ANEXO D

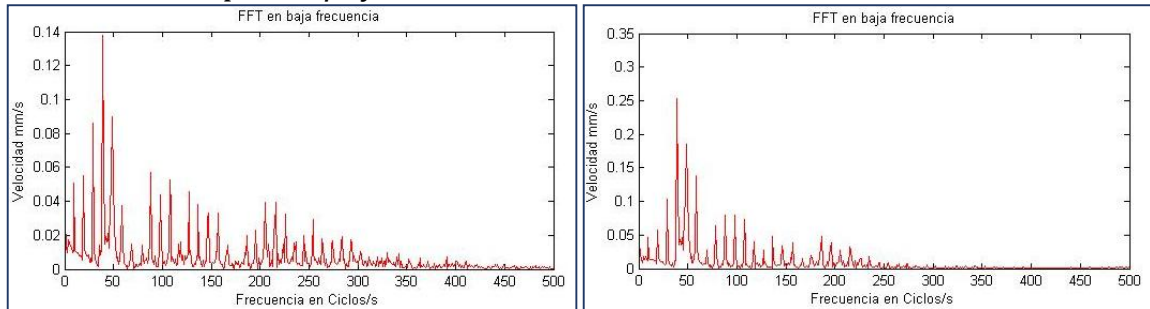
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



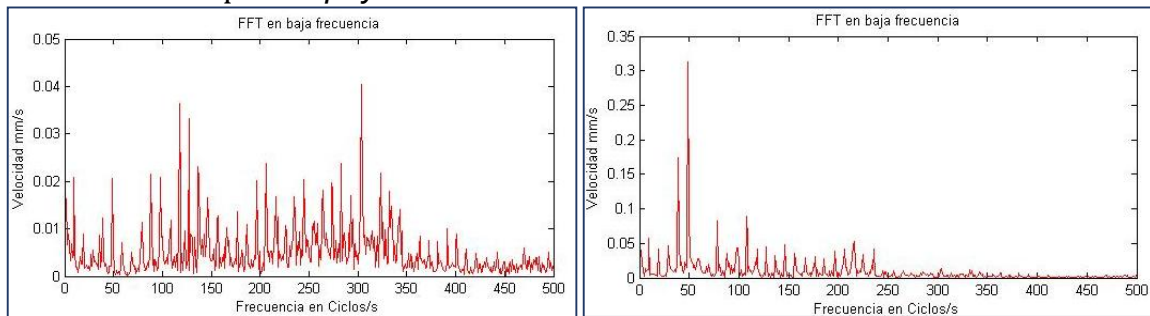
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



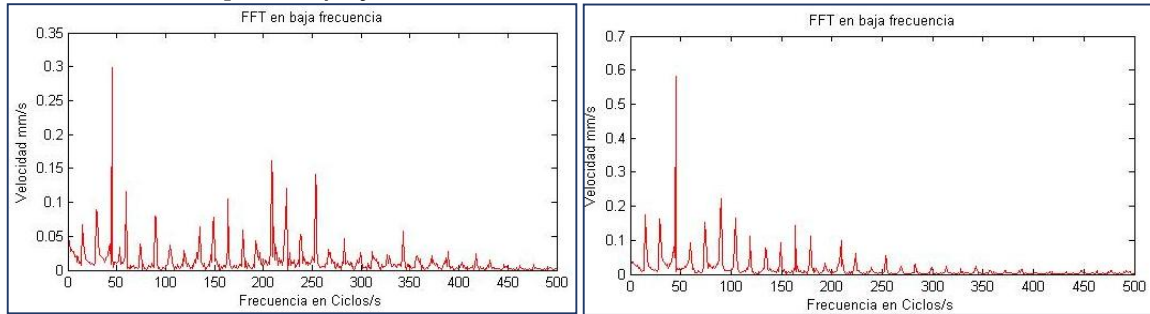
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



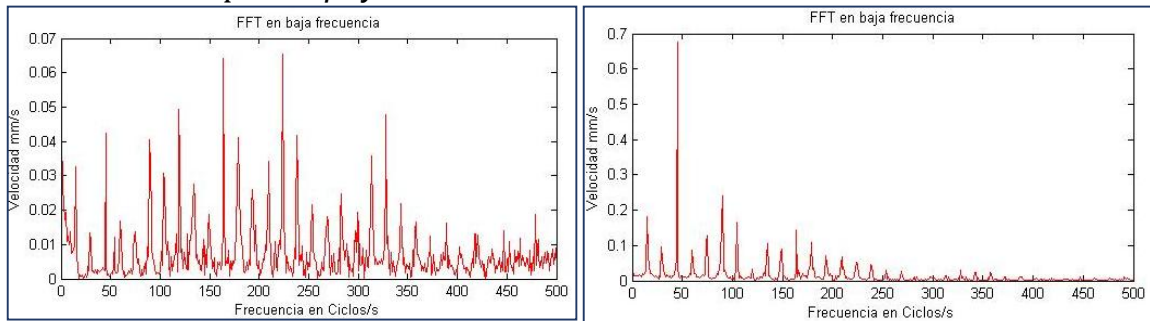
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



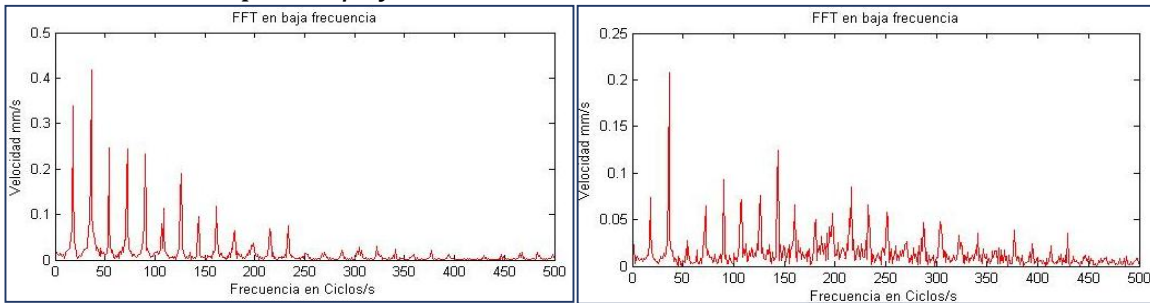
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontalal



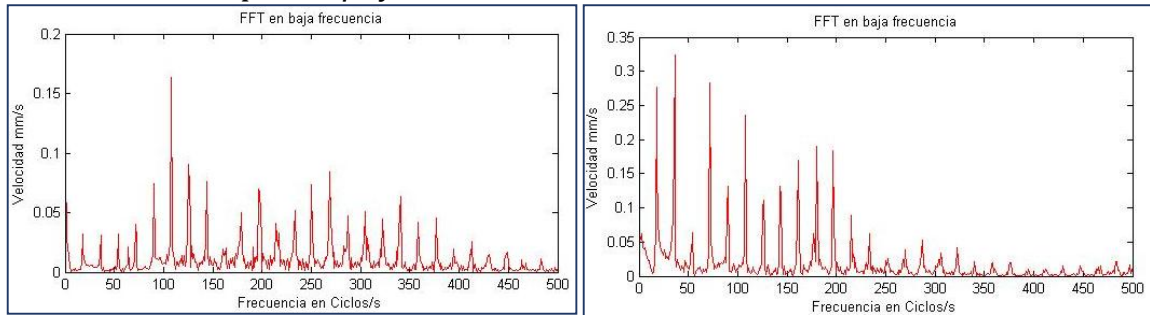
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontalal



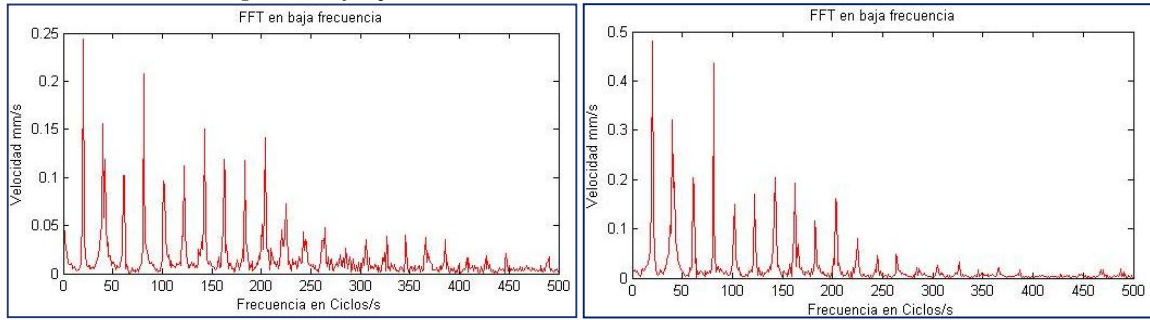
Velocidad: 1101 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontalal



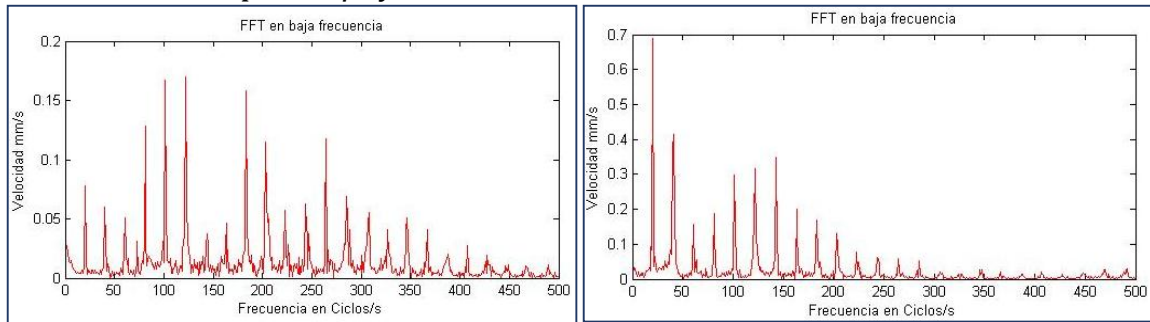
Velocidad: 1101 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontalal



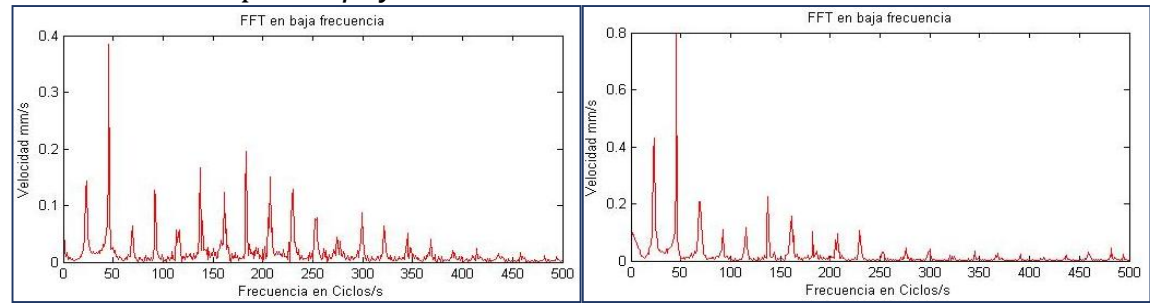
Velocidad: 1305 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



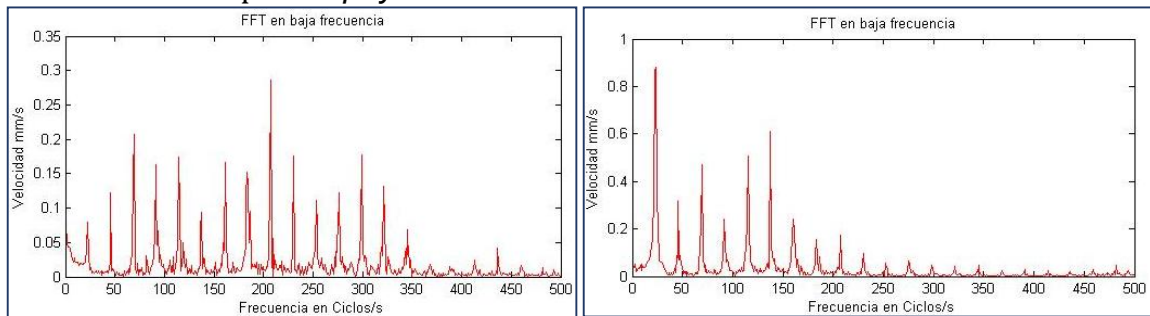
Velocidad: 1305 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



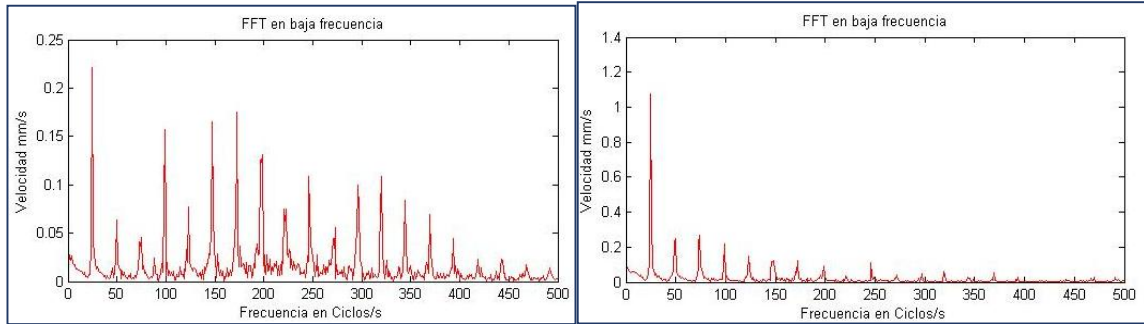
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



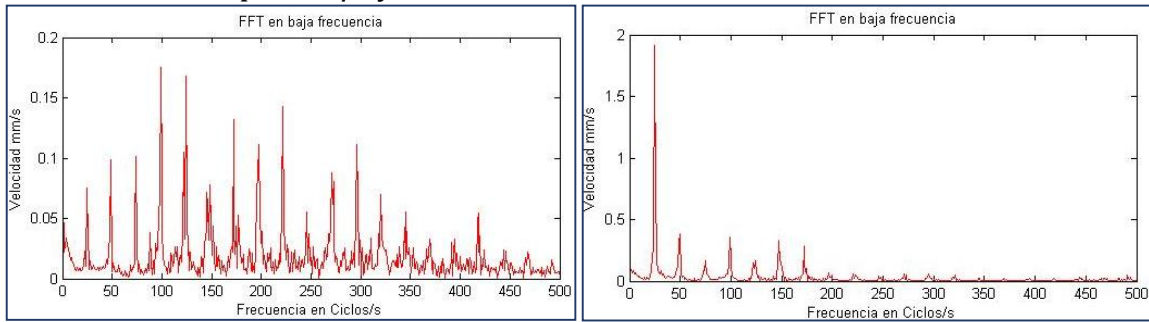
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



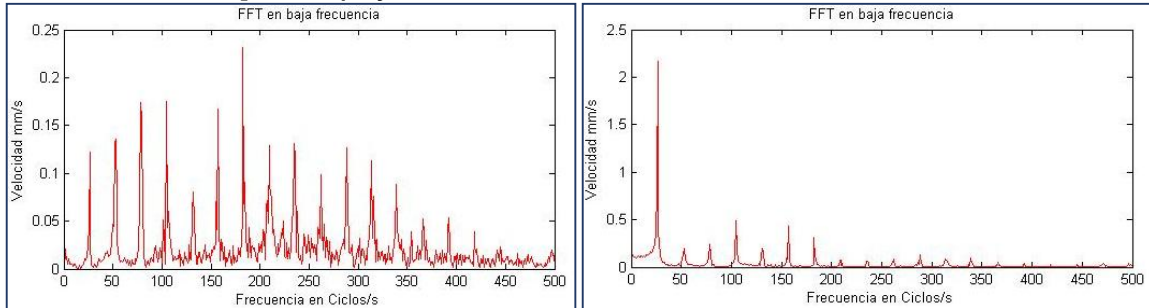
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



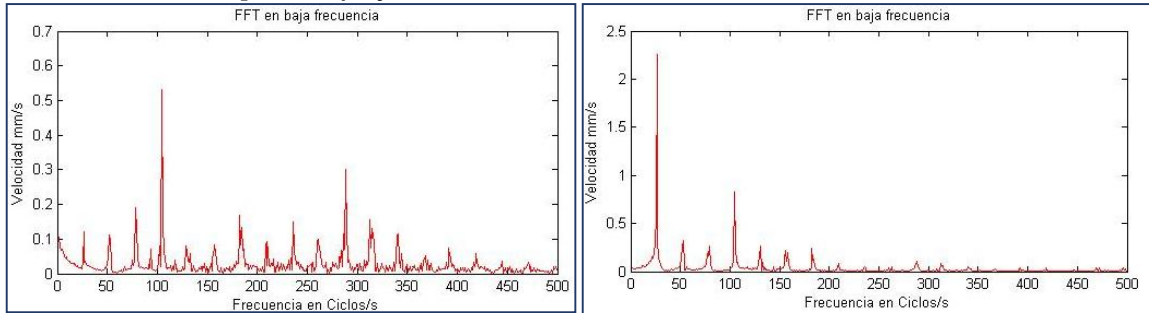
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



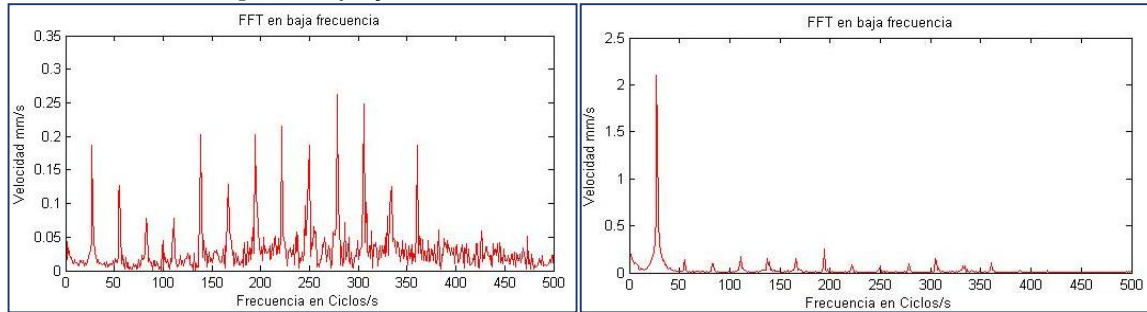
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



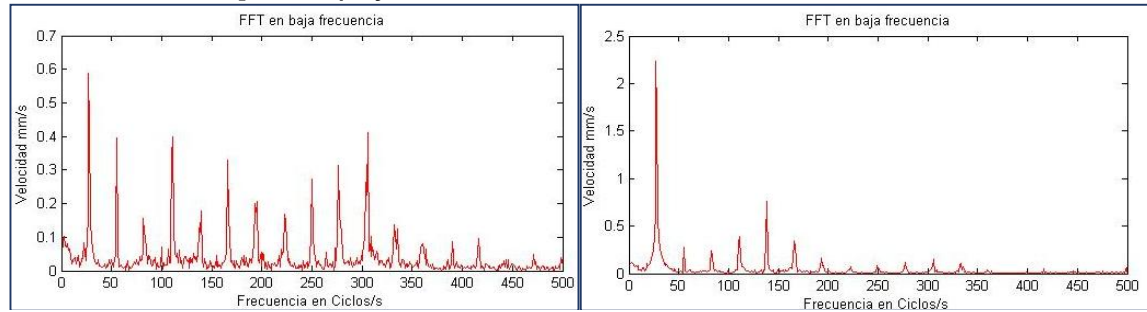
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



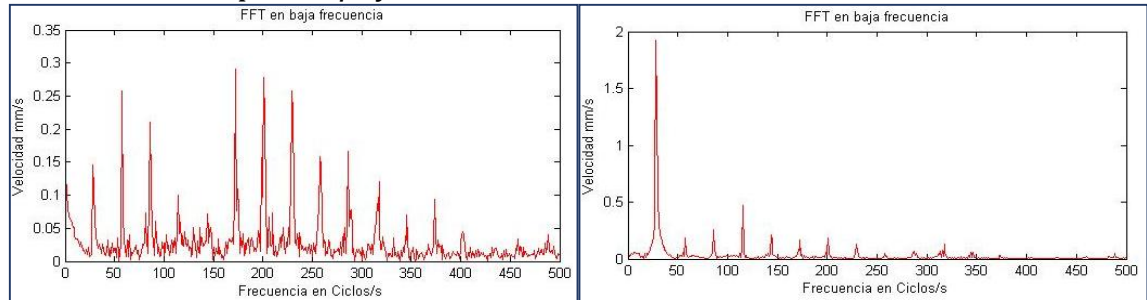
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



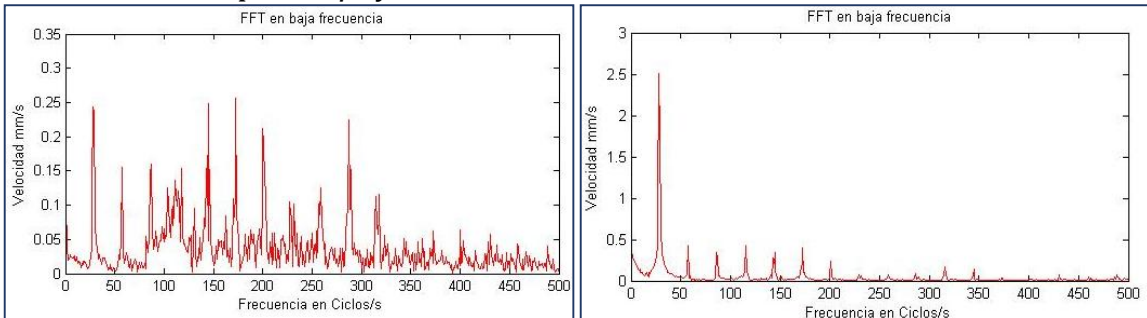
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal

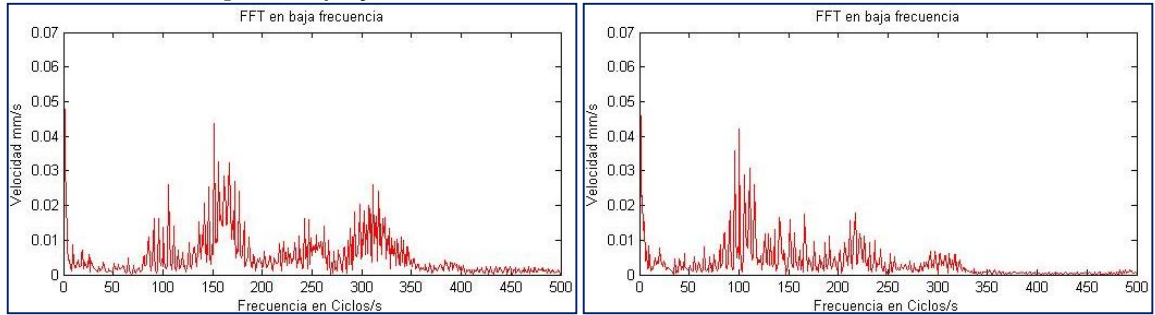


Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal

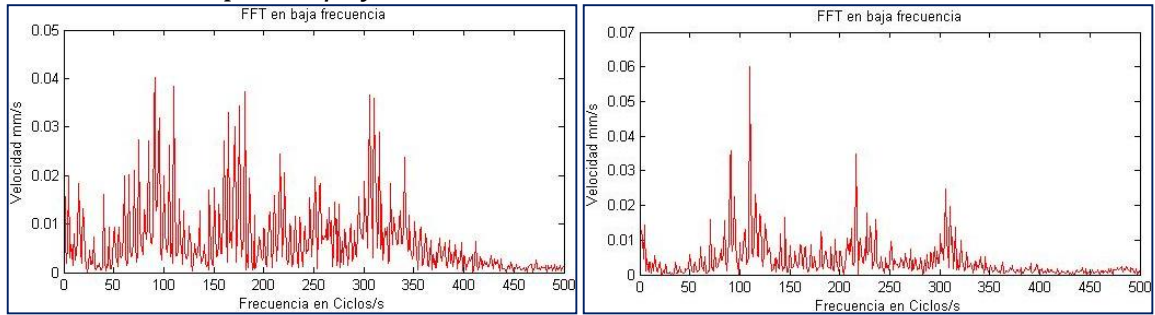


ANEXO E

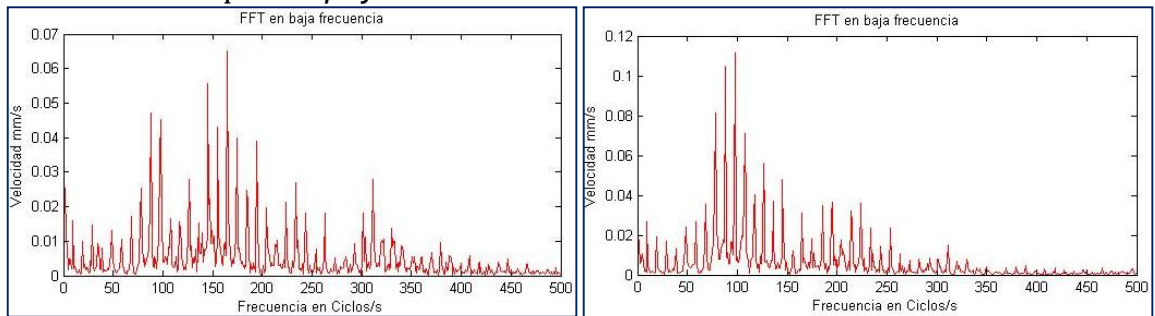
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



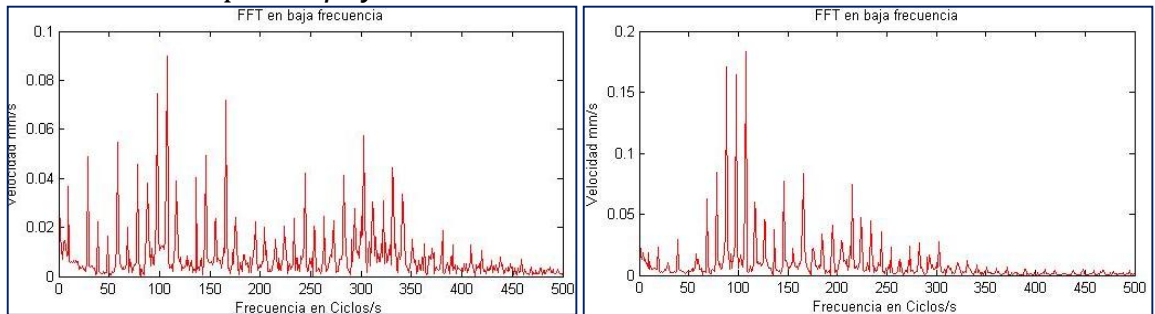
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



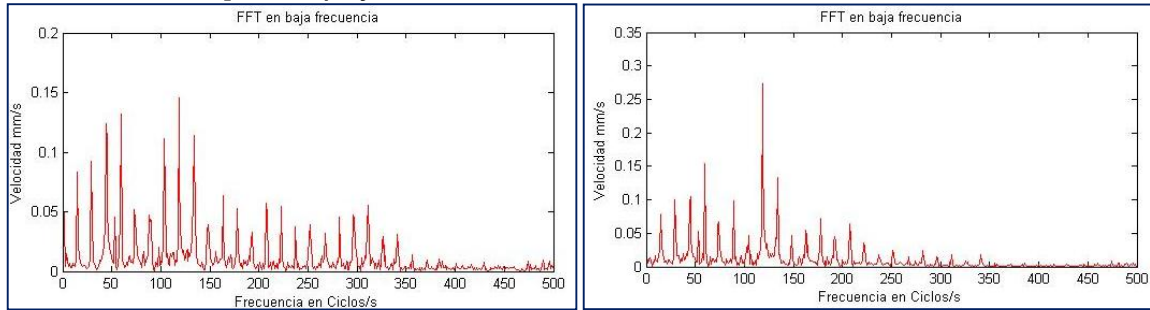
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



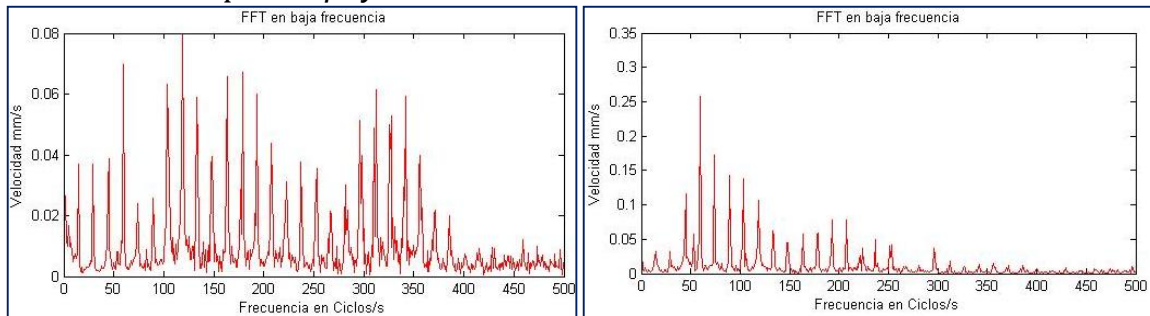
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



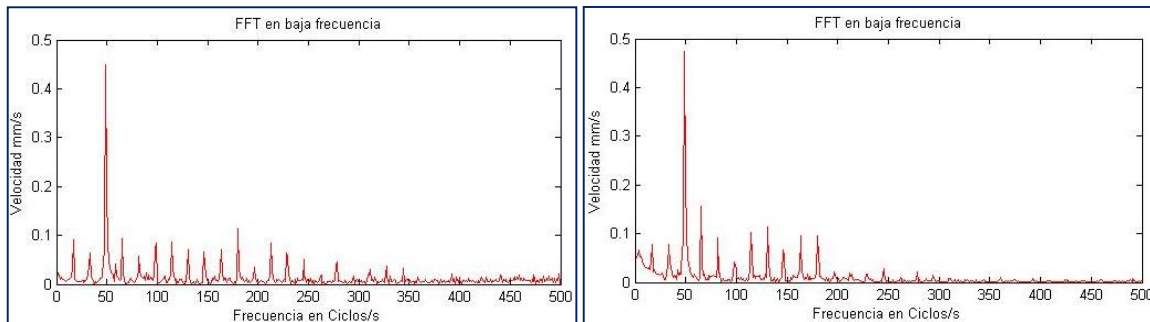
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



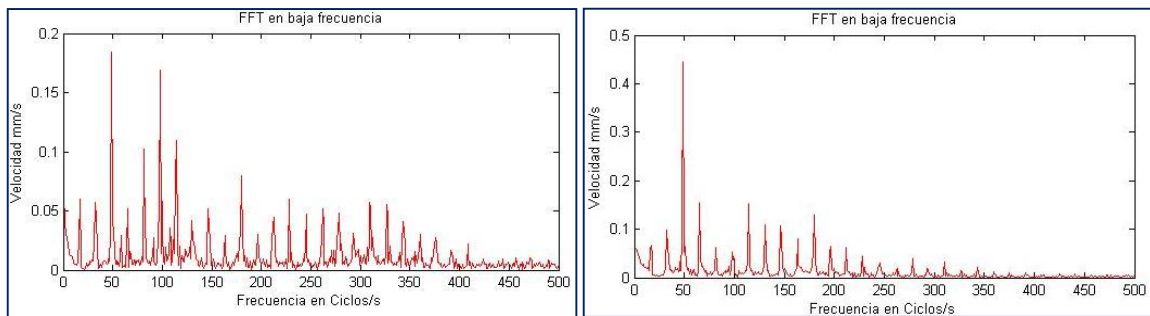
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



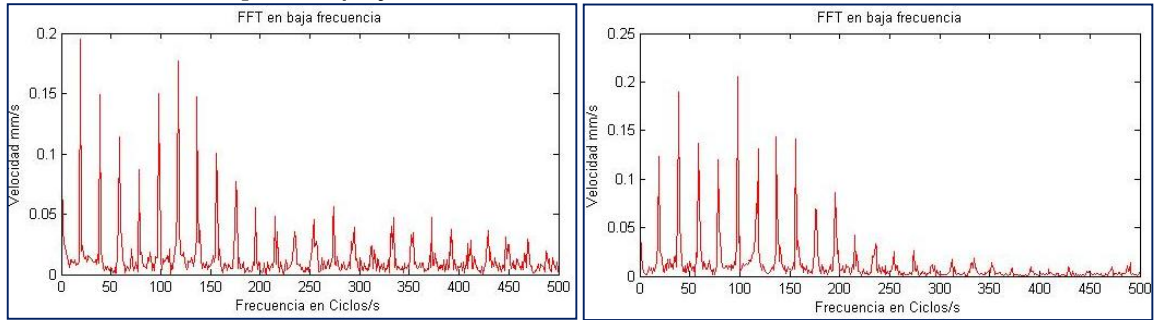
Velocidad: 1000 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



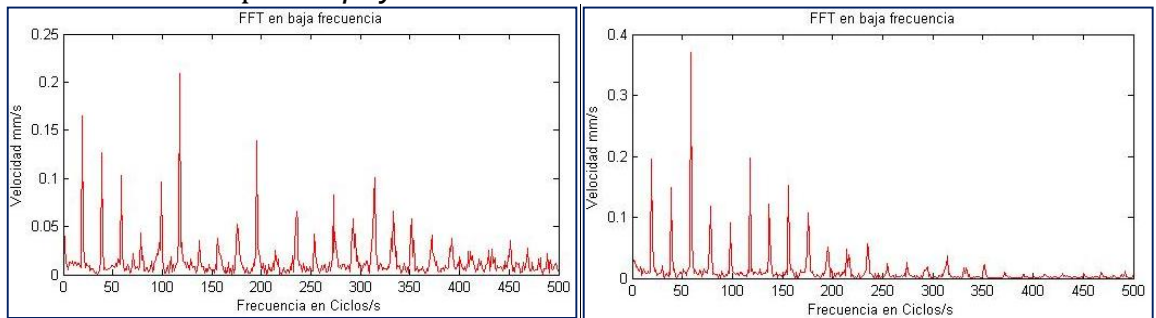
Velocidad: 1000 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



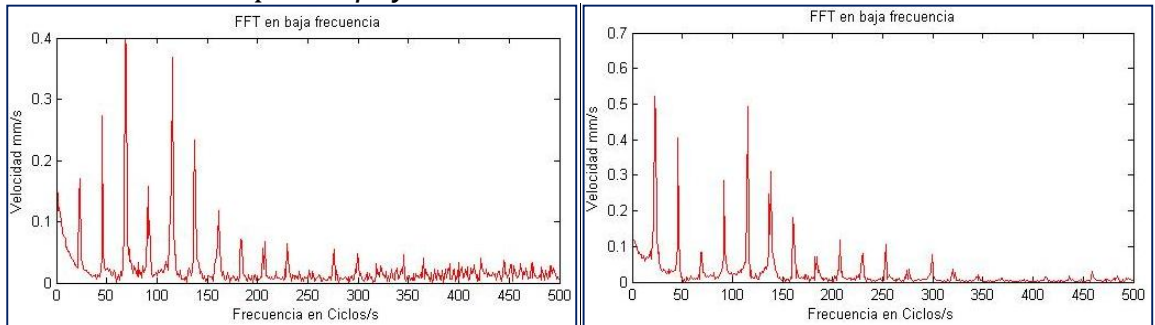
Velocidad: 1205 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



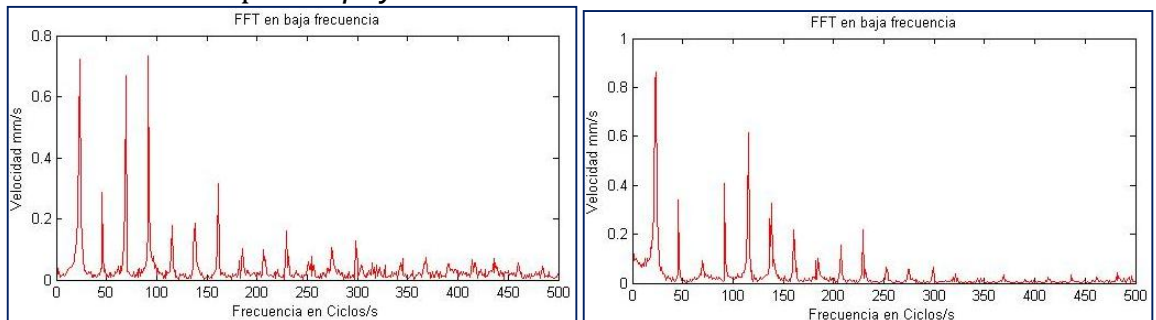
Velocidad: 1205 rpm – Apoyo2: Vertical-Horizontal



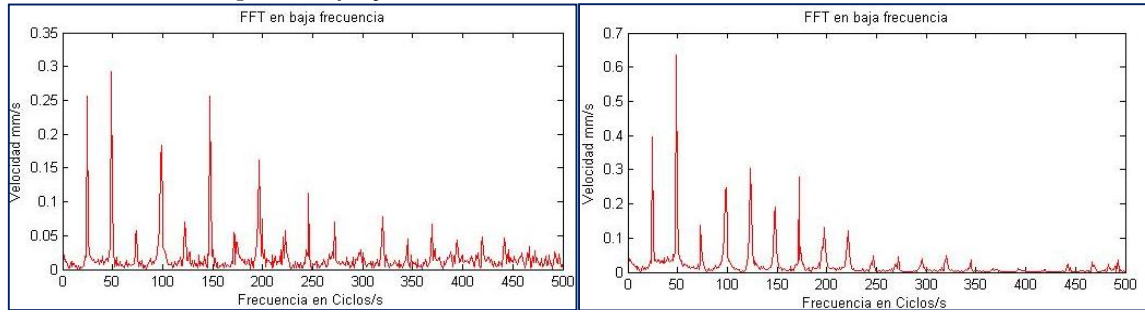
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



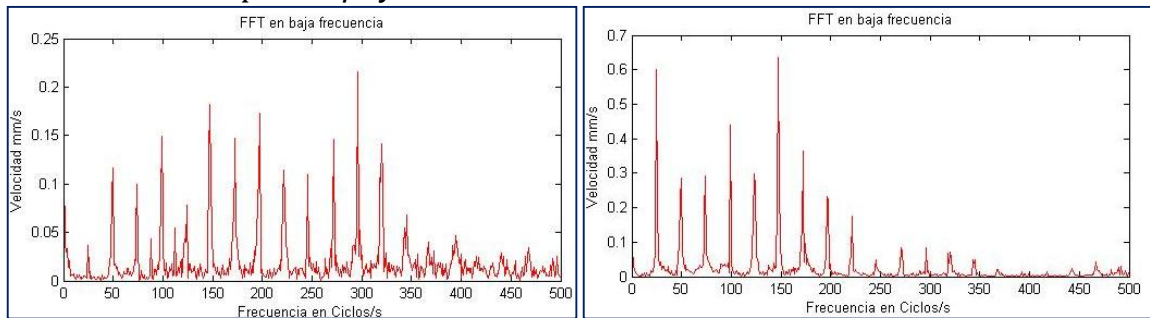
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



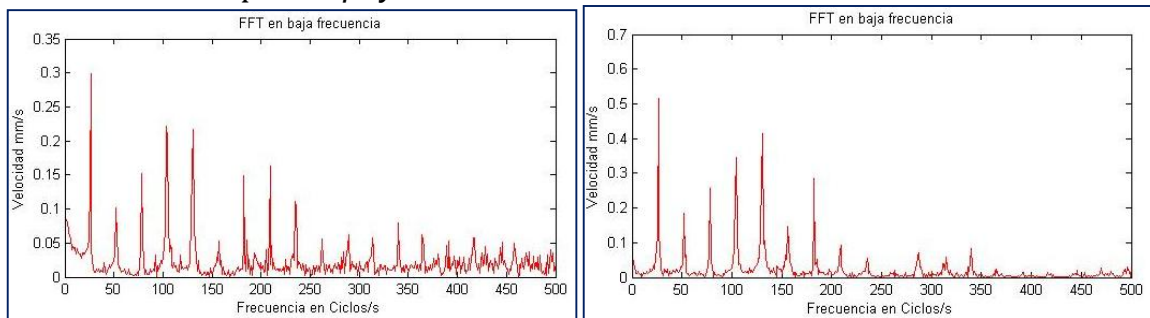
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



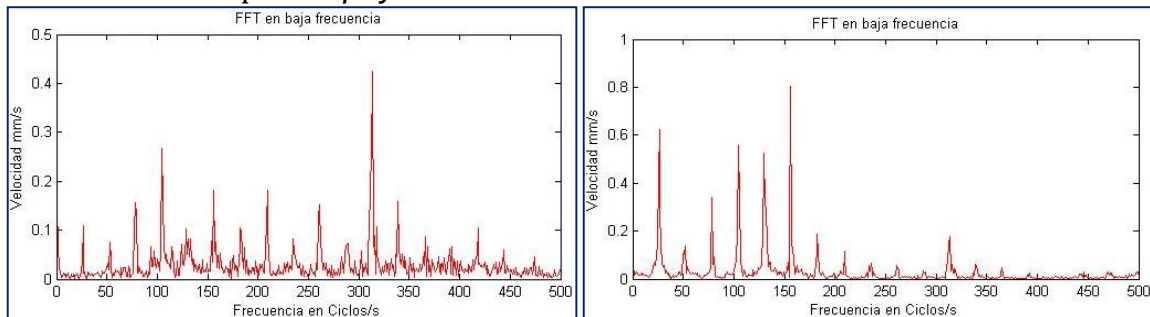
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



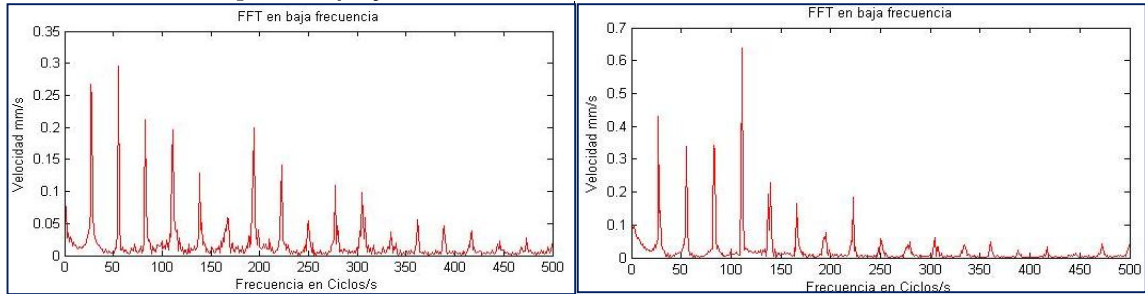
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



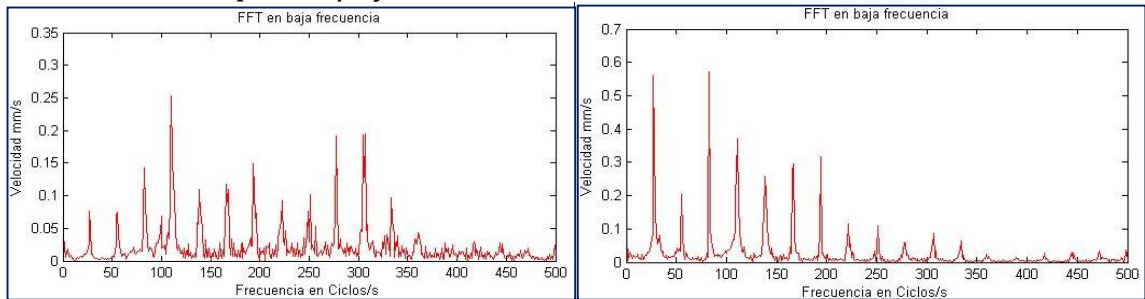
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



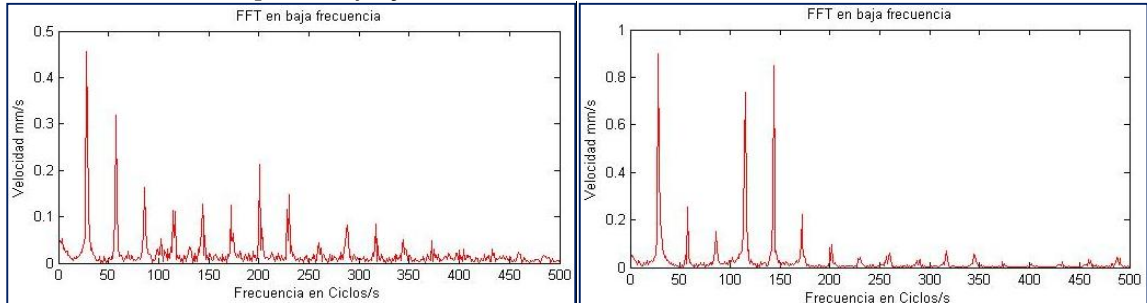
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



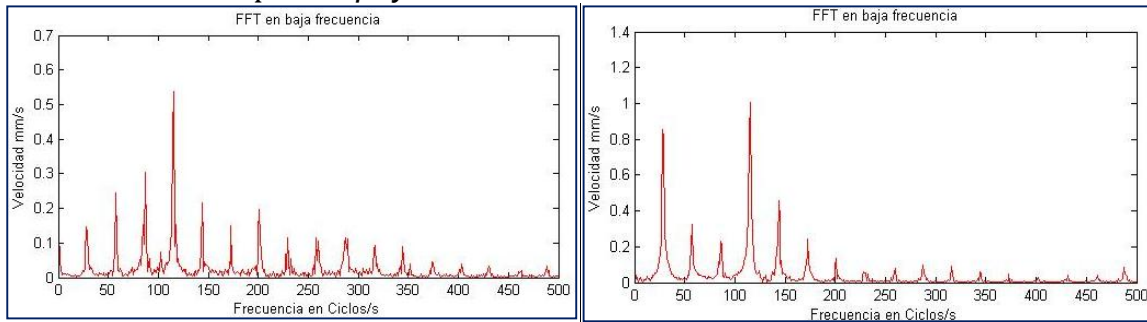
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal

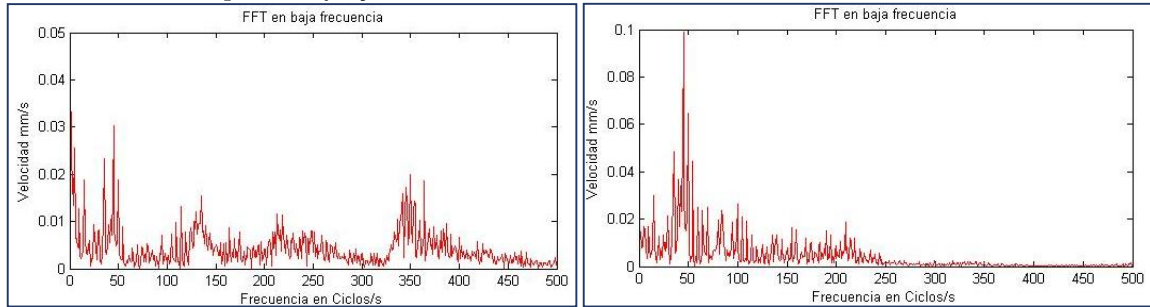


Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal

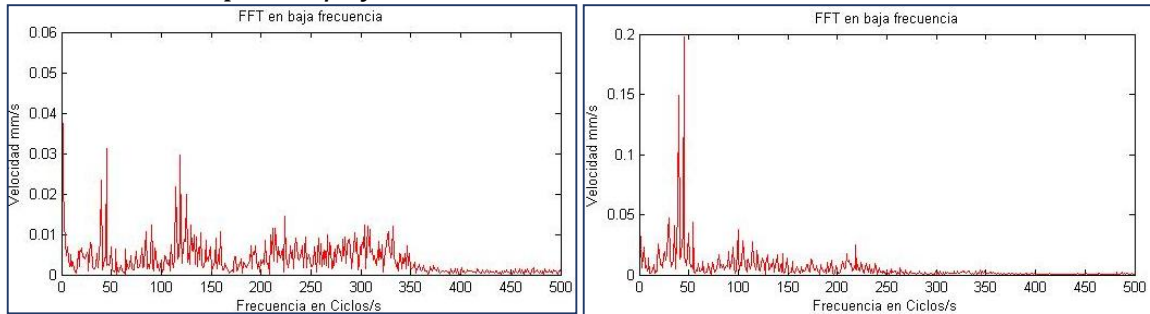


ANEXO F

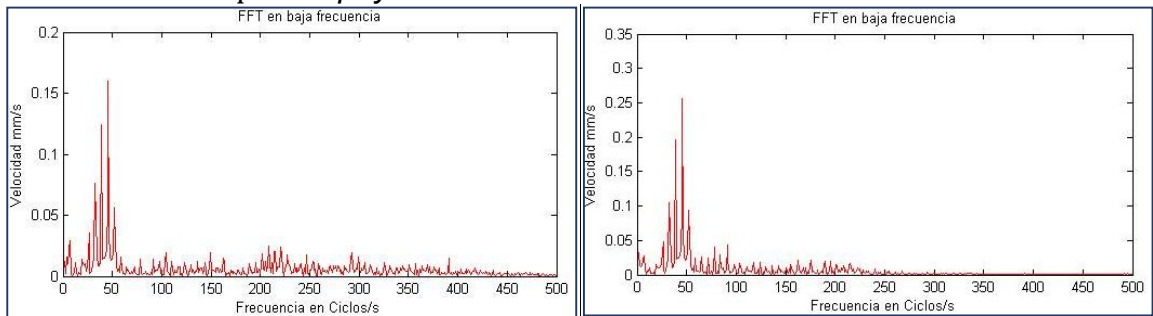
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



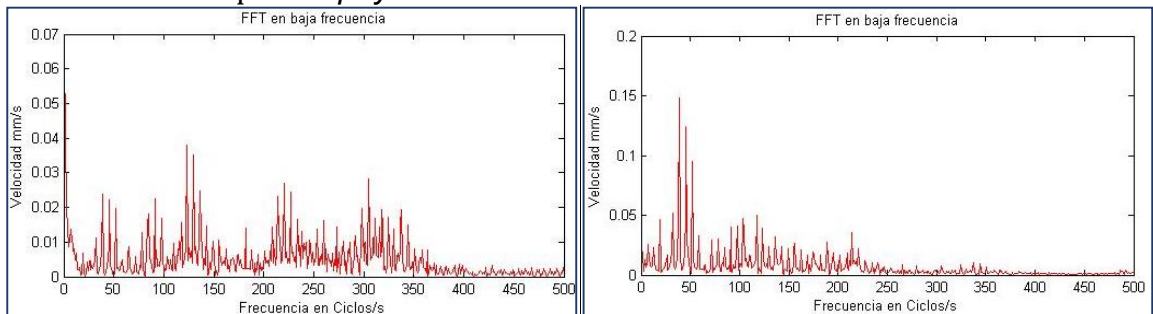
Velocidad: 304 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



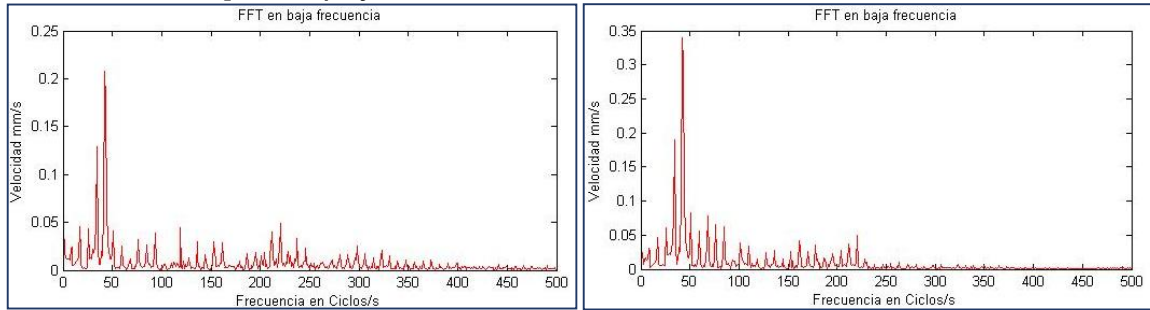
Velocidad: 400 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



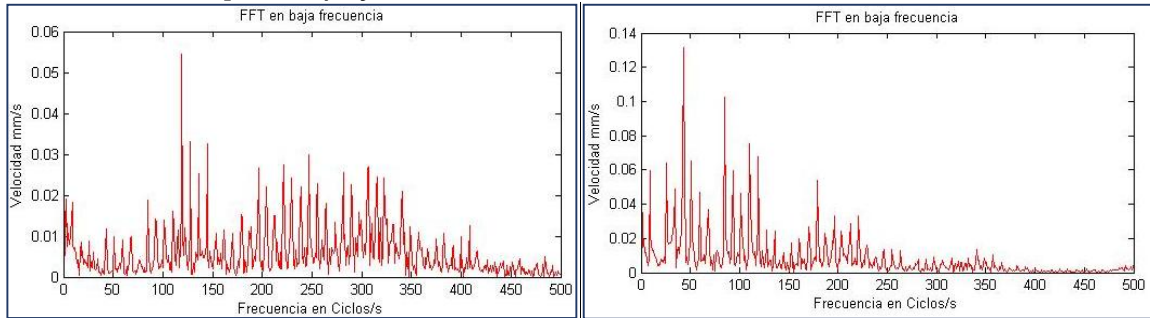
Velocidad: 400 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



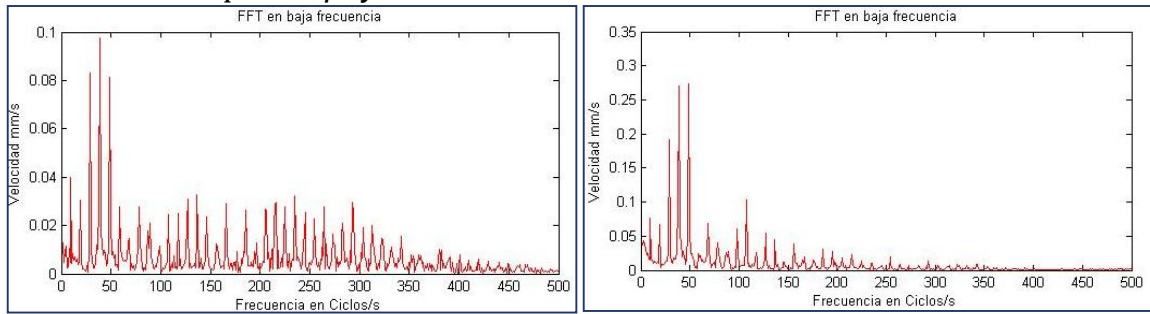
Velocidad: 500 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



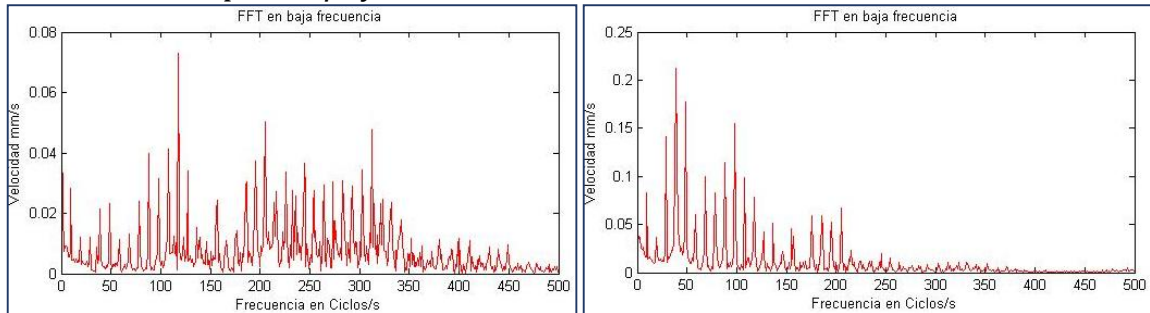
Velocidad: 500 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



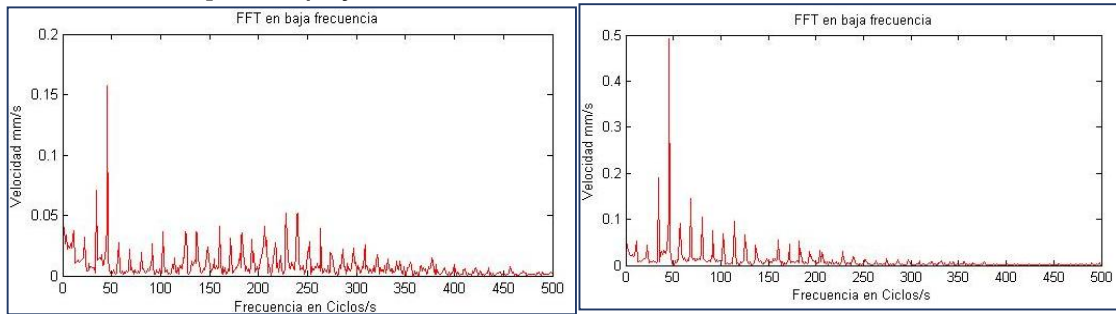
Velocidad: 601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



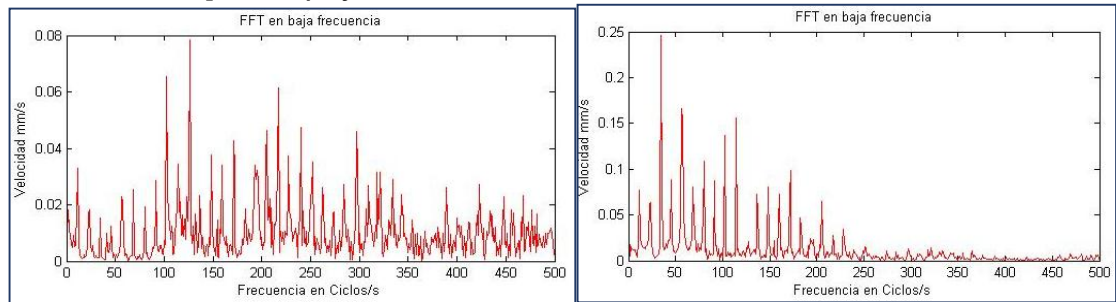
Velocidad: 601 rpm – Apoyo2: Vertical-Horizontal



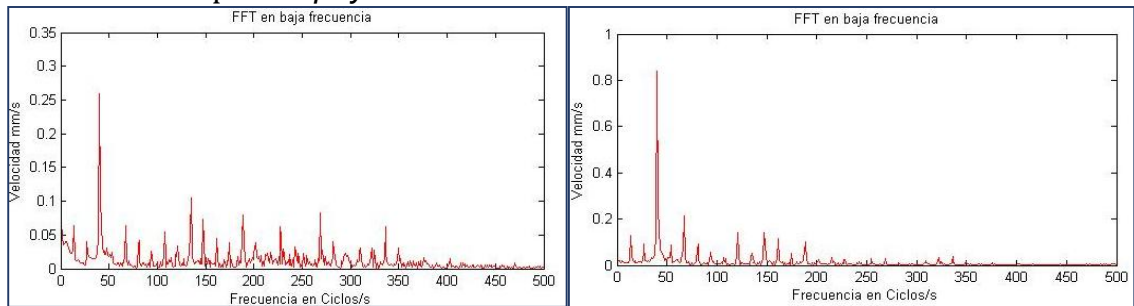
Velocidad: 700 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontalal



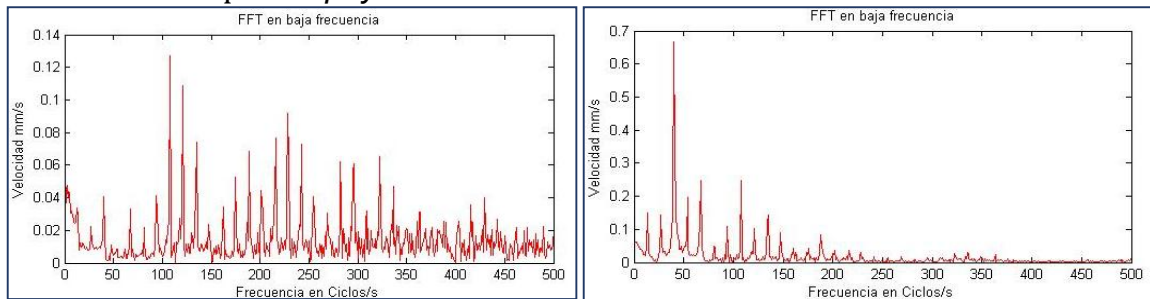
Velocidad: 700 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontalal



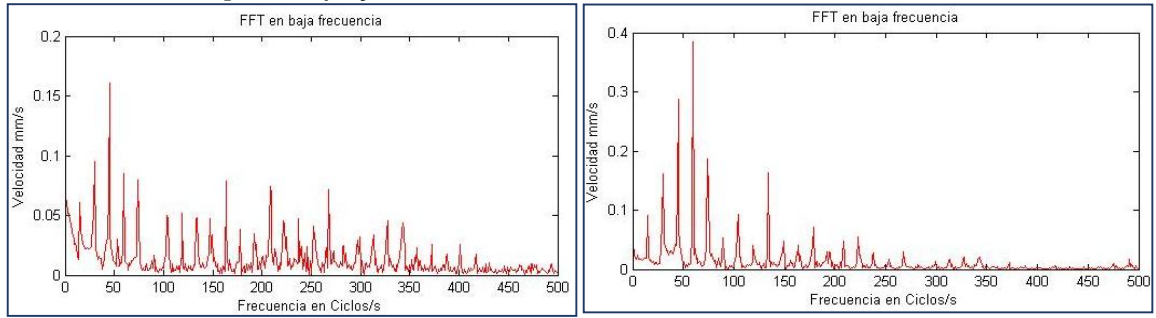
Velocidad: 802 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontalal



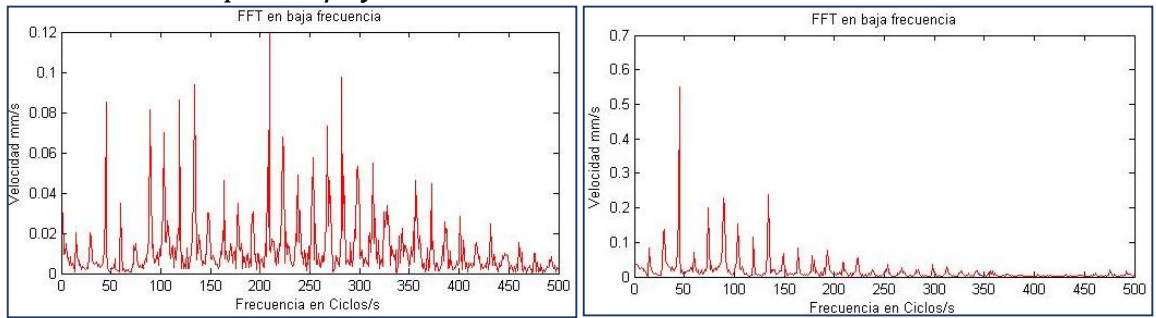
Velocidad: 802 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontalal



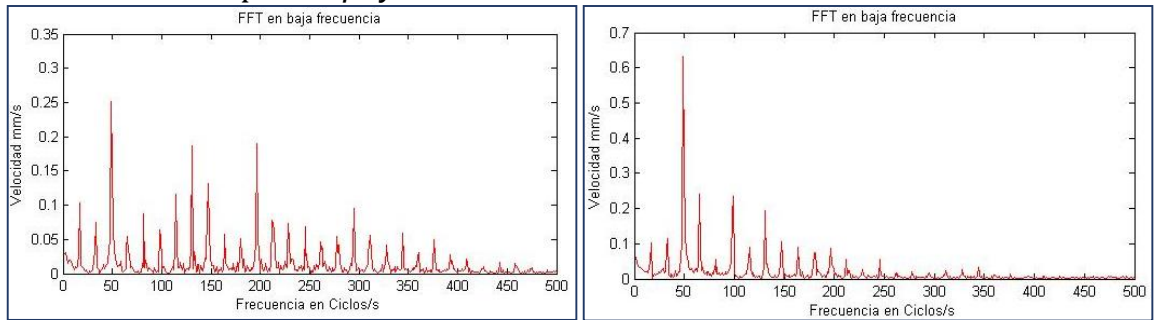
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



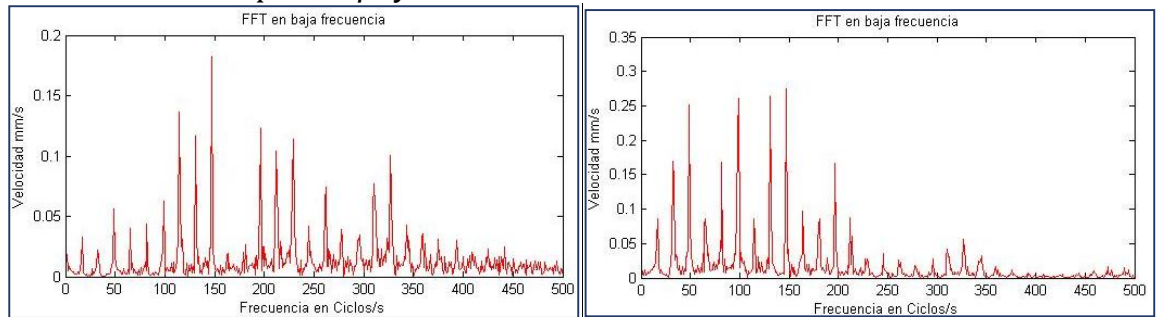
Velocidad: 902 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



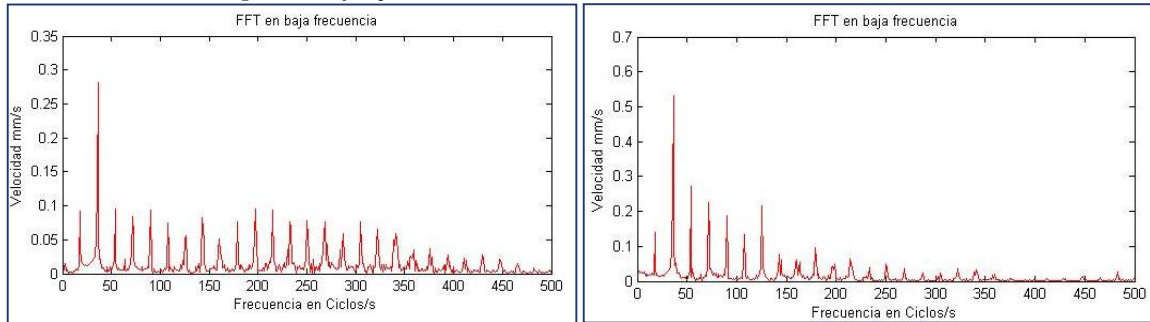
Velocidad: 1000 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



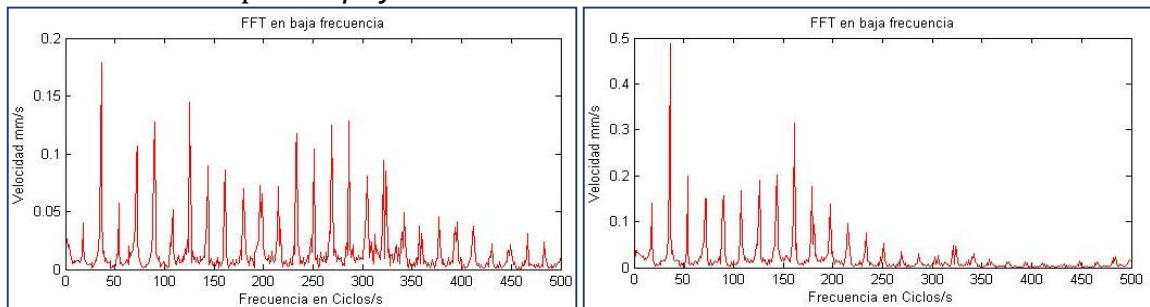
Velocidad: 1000 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



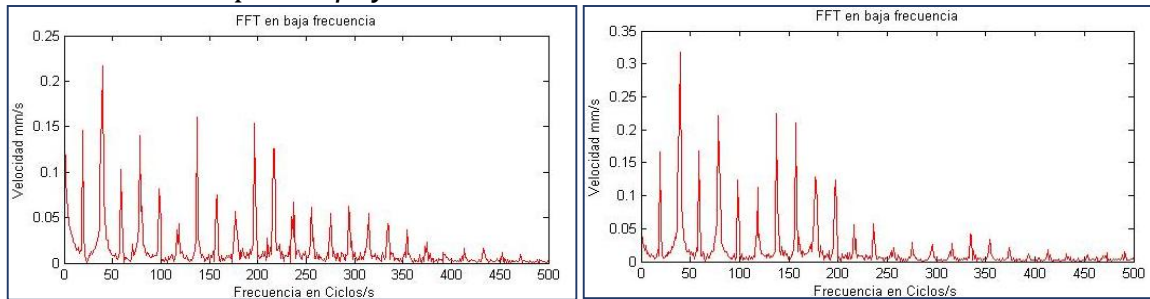
Velocidad: 1101 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



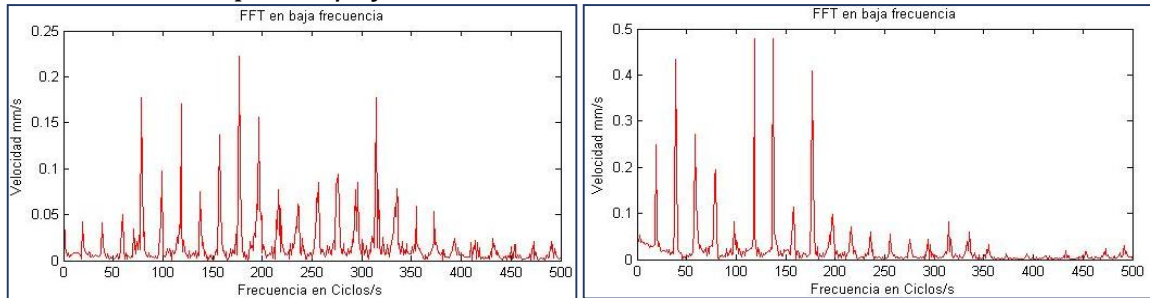
Velocidad: 1101 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



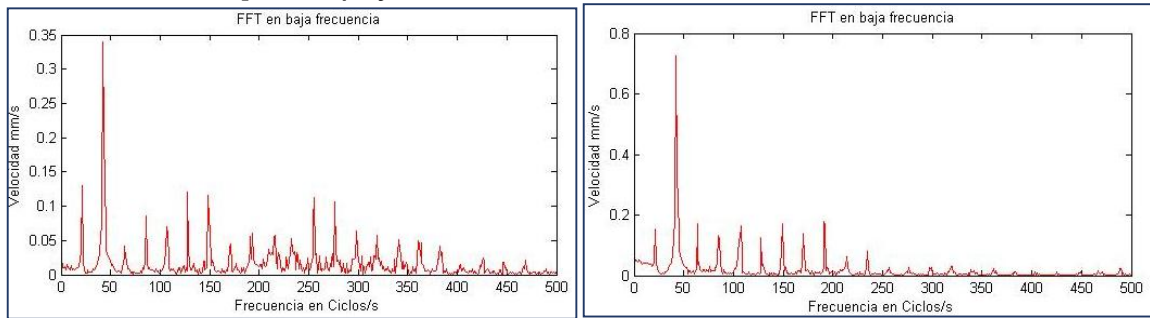
Velocidad: 1205rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



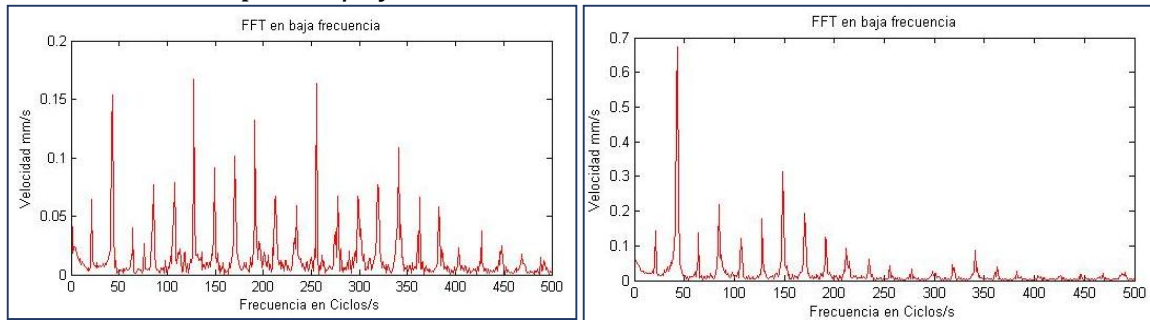
Velocidad: 1205rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



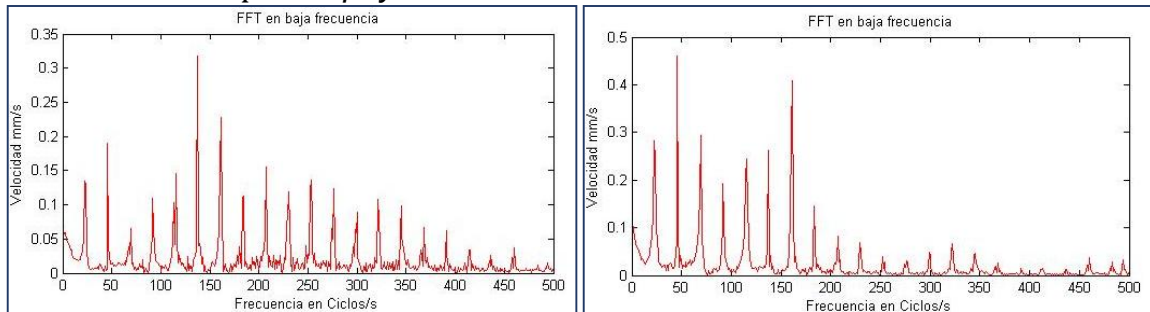
Velocidad: 1305 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



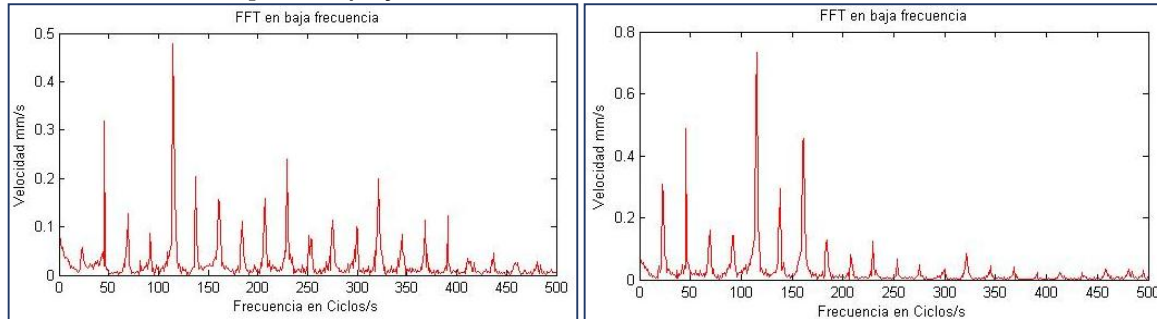
Velocidad: 1305 rpm – Apoyo2: Vertical-Horizontal



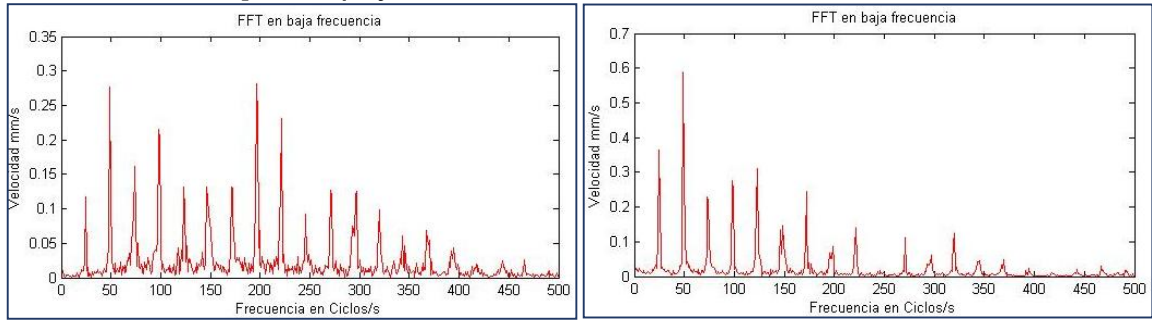
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



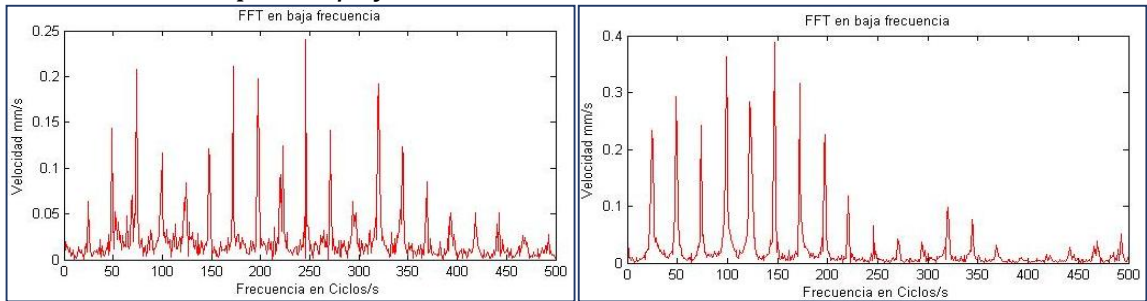
Velocidad: 1403 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



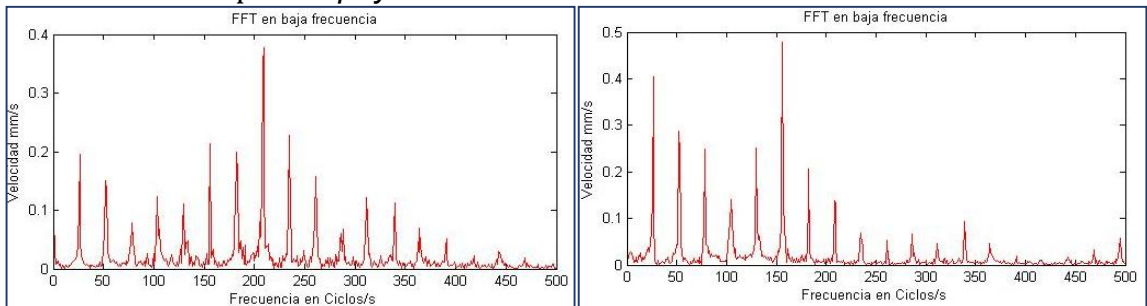
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



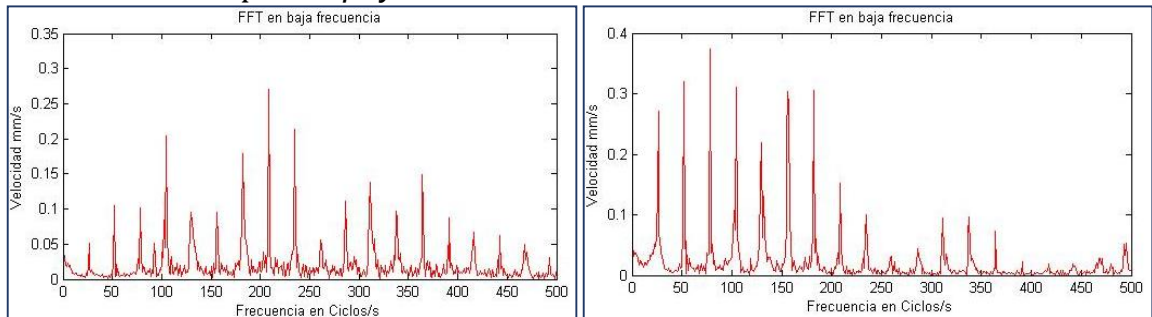
Velocidad: 1502 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



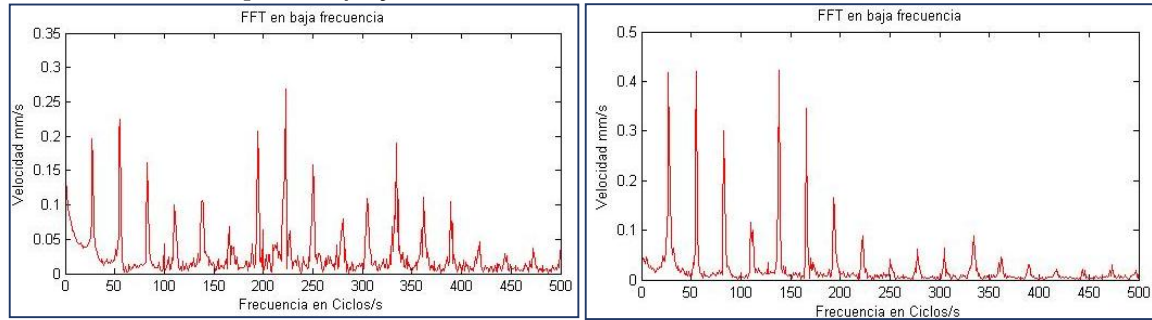
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



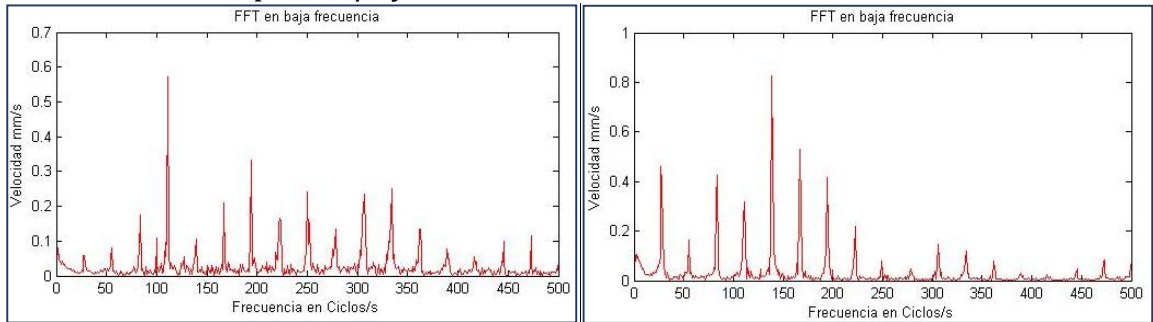
Velocidad: 1601 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



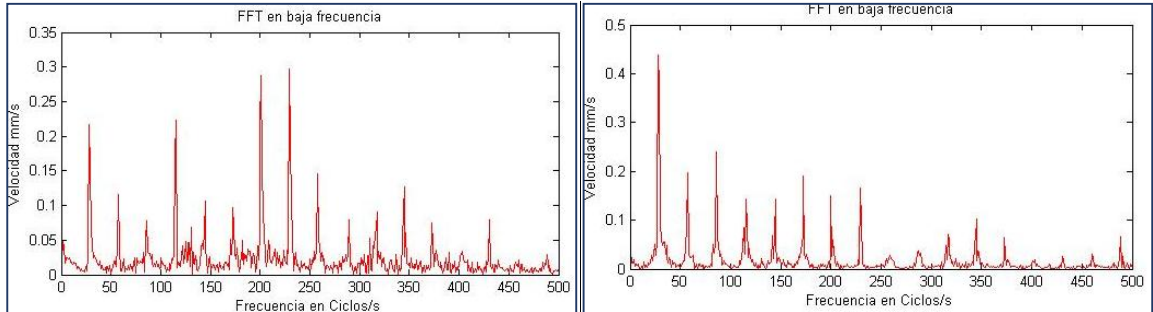
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



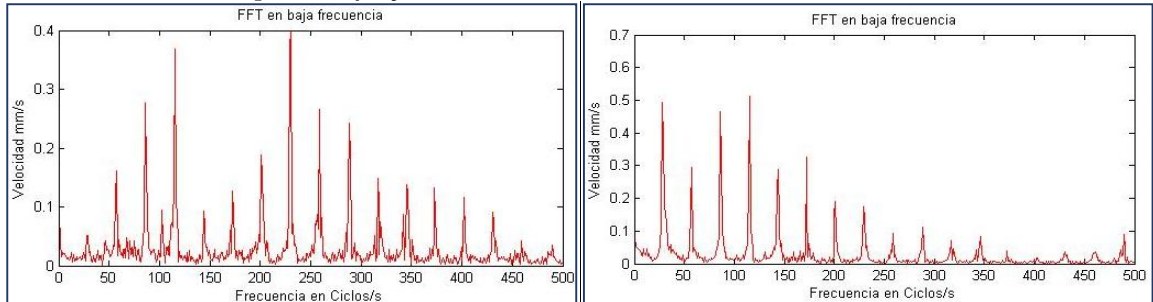
Velocidad: 1703 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal



Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 1: Vertical-Horizontal



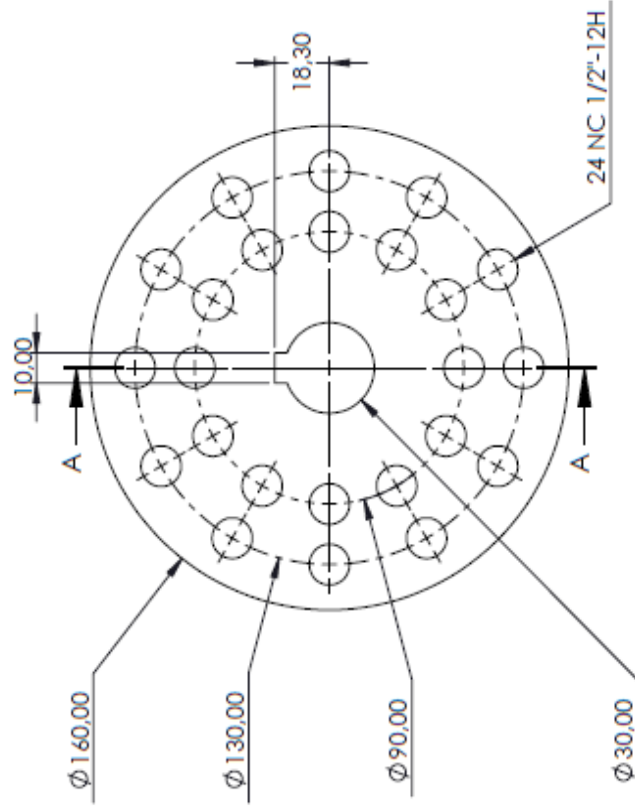
Velocidad: 1755 rpm – Apoyo 2: Vertical-Horizontal






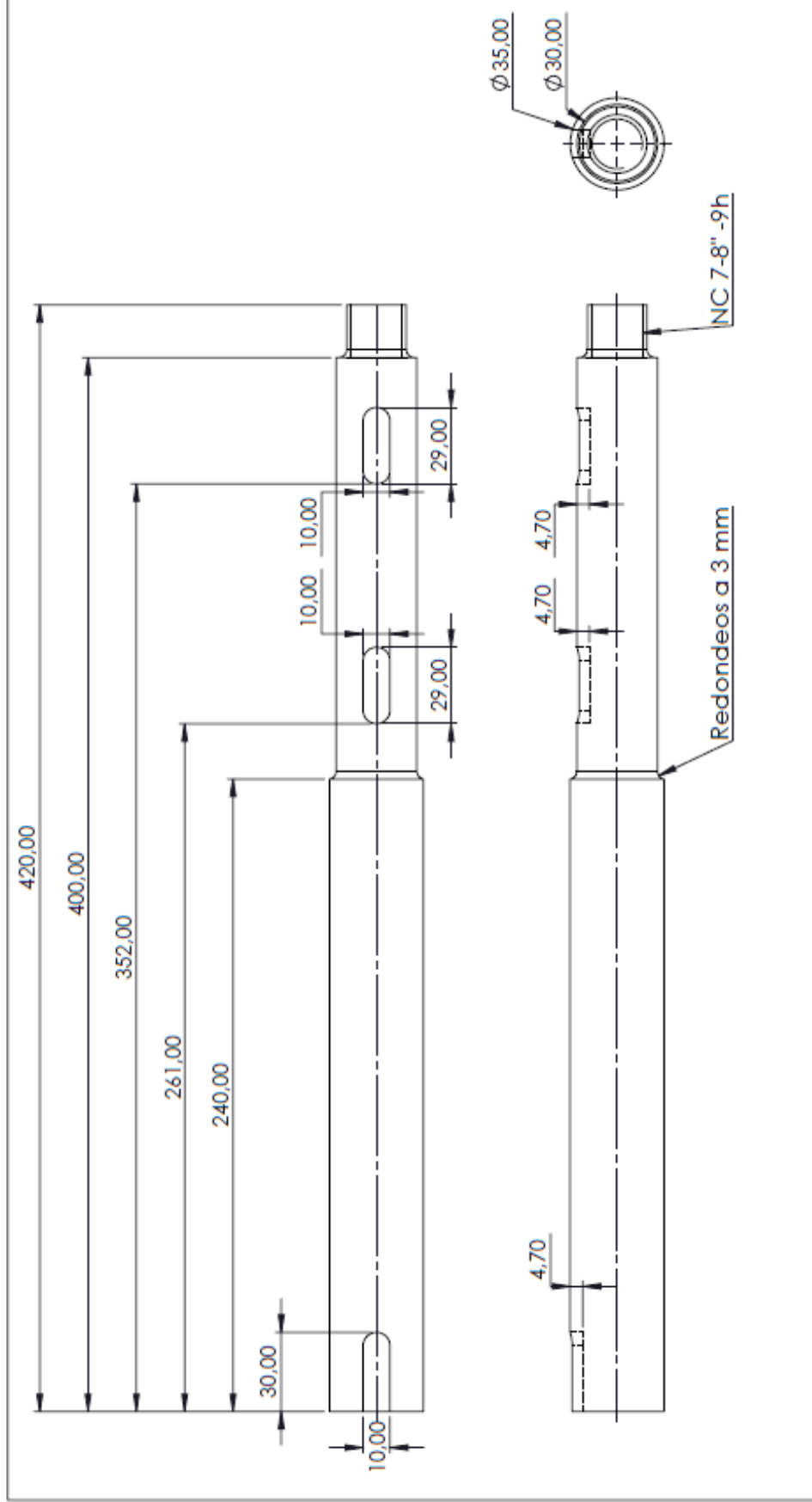
ANEXO G



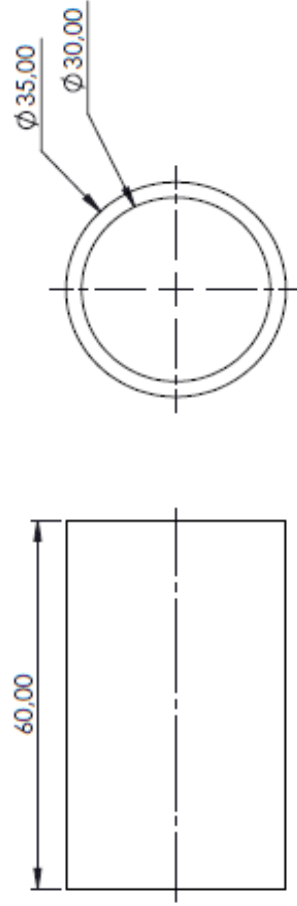
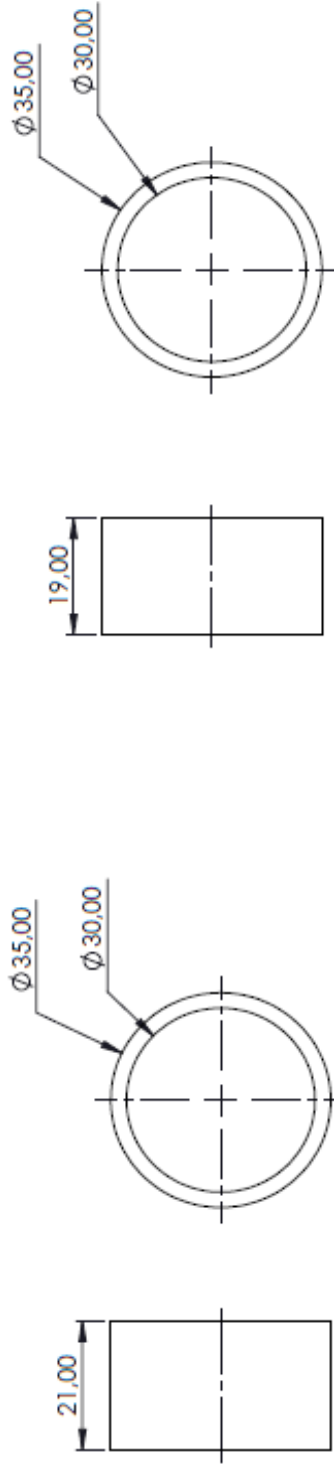
SECCIÓN A-A
ESCALA 1 : 2






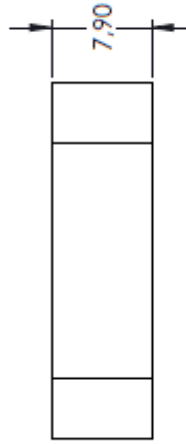
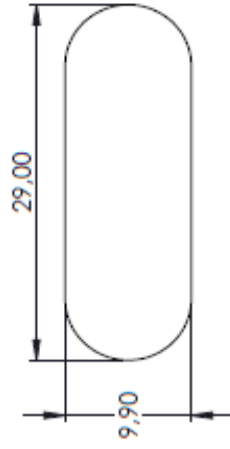
PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO		 	
	DENOMINACION VOLANTE		MATERIAL ALUMINIO	
DISEÑO J.E. ALVAREZ		CANTIDAD 2 UND		
DIBUJO J.E. ALVAREZ		TRAT. TERM mm		
APROBO J.E. ALVAREZ		ESCALA 1:2	TOLERANCIA ±0.02	
FORMATO A4		NOMBRE FIRMA		FECHA






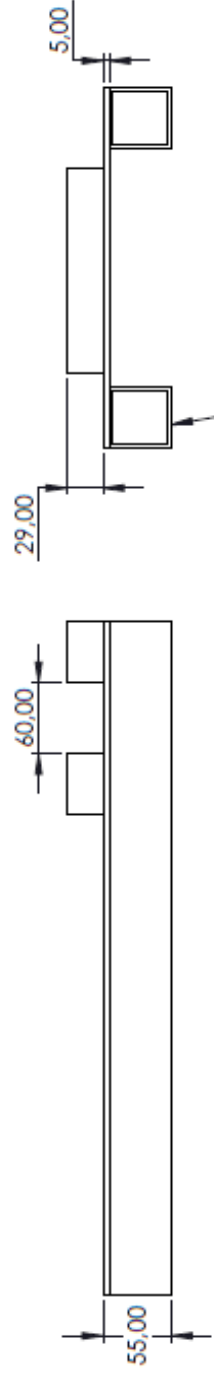
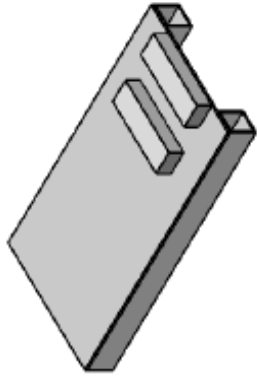
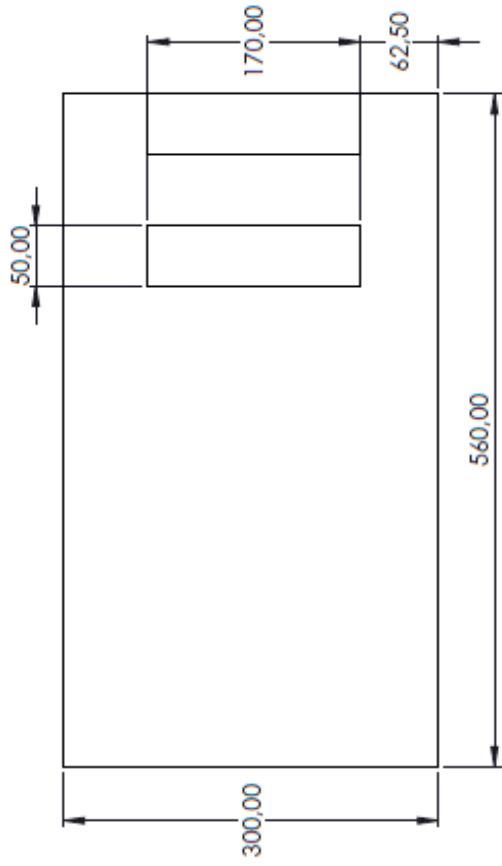
PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO		MATERIAL AISI SAE 1045		
	DENOMINACION EJE		CANTIDAD 1 UND		
DISEÑO J.E. ALVAREZ		UNIDADES mm		TOLERANCIA	
DIBUJO J.E. ALVAREZ		ESCALA 1:2		+0.02	
APROBO J.E. ALVAREZ		NOMBRE J.E. ALVAREZ		FIRMA J.E. ALVAREZ	
FORMATO A4		NOMBRE J.E. ALVAREZ		FIRMA J.E. ALVAREZ	
FECHA		NOMBRE J.E. ALVAREZ		FIRMA J.E. ALVAREZ	



PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO		MATERIAL ALUMINIO	
	DENOMINACION BUJES		CANTIDAD 1 UND X CADA UND	
DISEÑO J.E. ALVAREZ		TRAT.TERM mm		TOLERANCIA ±0.02
DIBUJO J.E. ALVAREZ		UNIDADES ESCALA		
APROBO J.E. ALVAREZ		FIRMA		1:1
FORMATO A4		FECHA		
				

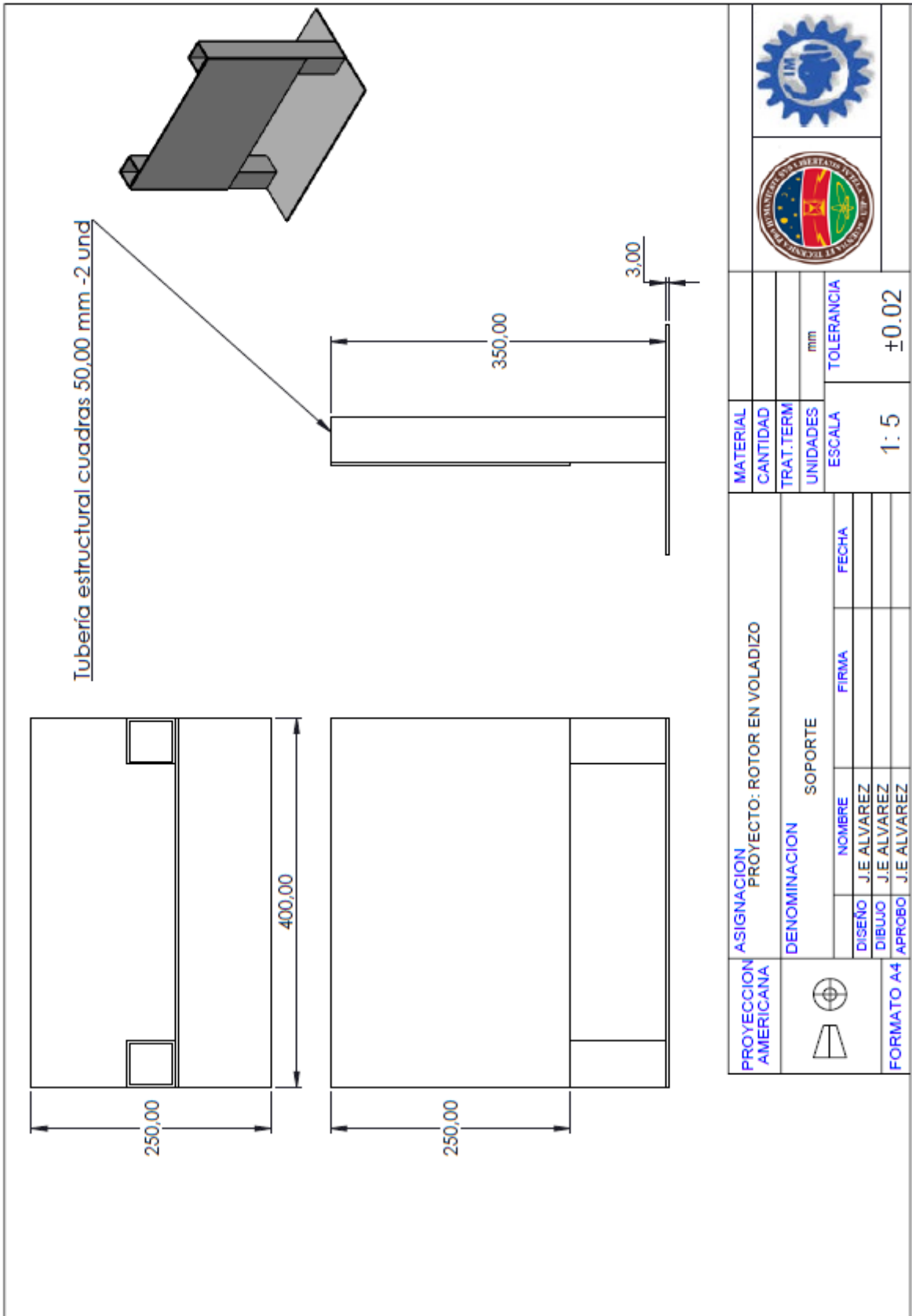


PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO		MATERIAL	AISI SAE 5160
	DENOMINACION chAVETA		CANTIDAD	2 UND
DISEÑO J.E ALVAREZ DIBUJO J.E ALVAREZ APROBO J.E ALVAREZ		TRAT.TERM UNIDADES ESCALA		mm TOLERANCIA
NOMBRE FIRMA FIRMA FIRMA		ESCALA 2:1		TOLERANCIA ±0.02
FORMATO A4		 		



Tubería estructural cuadrada 50,00 mm- 2 und

PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION		PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO			
	DENOMINACION		BASE			
DISEÑO	NOMBRE	FIRMA	FECHA		MATERIAL	
DIBUJO	J.E. ALVAREZ				CANTIDAD	
APROBO	J.E. ALVAREZ				TRAT.TERM	
FORMATO A4	J.E. ALVAREZ				UNIDADES	mm
					ESCALA	TOLERANCIA
					1:5	±0.02



PROYECCION AMERICANA 	ASIGNACION		PROYECTO: ROTOR EN VOLADIZO			
	DENOMINACION		SOPORTE			
DISEÑO	J.E. ALVAREZ	NOMBRE	FIRMA	FECHA		
DIBUJO	J.E. ALVAREZ					
APROBO	J.E. ALVAREZ					
FORMATO A4						
MATERIAL						
CANTIDAD						
TRAT.TERM						
UNIDADES	mm					
ESCALA	TOLERANCIA					
1: 5	±0.02					