

**MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA LA INTEGRACIÓN DE LOS SECTORES DE
ELECTRICIDAD Y GAS NATURAL**

**Trabajo de Grado para Optar al Título de
Magister en Ingeniería Eléctrica**

Carlos Arturo Saldarriaga Cortés

**Director
Harold Salazar Isaza, PhD**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
JUNIO DEL 2013**

Tabla de contenido

<u>1</u>	<u>INTRODUCCIÓN</u>	<u>5</u>
<u>2</u>	<u>PANORAMA GENERAL DEL SECTOR DE GAS NATURAL EN COLOMBIA</u>	<u>9</u>
2.1	EVOLUCIÓN DEL SECTOR DE GAS NATURAL	9
2.2	CADENA PRODUCTIVA DEL SECTOR DE GAS NATURAL	13
2.2.1	EXPLORACIÓN	14
2.2.2	PRODUCCIÓN	15
2.2.3	TRANSPORTE	16
2.2.4	DISTRIBUCIÓN	16
2.2.5	COMERCIALIZACIÓN	17
2.3	CARACTERÍSTICAS DEL MERCADO DE GAS NATURAL EN COLOMBIA	17
<u>3</u>	<u>MODELOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADOS AL SECTOR DE GAS NATURAL</u>	<u>21</u>
3.1	FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO (SECTOR ELÉCTRICO)	22
3.2	FLUJO DE GAS ÓPTIMO (SECTOR DE GAS NATURAL)	25
3.3	FLUJO ÓPTIMO INTEGRADO (SECTOR ELÉCTRICO Y GAS NATURAL)	29
<u>4</u>	<u>SOLUCIÓN DE LOS MODELOS DE ESTADO ESTABLE Y DE OPTIMIZACIÓN</u>	<u>32</u>
4.1	SOLUCIÓN DEL MODELO DE ESTADO ESTABLE	32
4.1.1	TÉCNICAS DE SOLUCIÓN DEL MODELO DE ESTADO ESTABLE	32
4.1.2	SOLUCIÓN DEL MODELO DE ESTADO ESTABLE POR EL MÉTODO DE NEWTON	35
4.1.3	SOLUCIÓN DEL MODELO DE ESTADO ESTABLE POR EL MÉTODO DE BARRIDO ITERATIVO	41
4.2	SOLUCIÓN DEL MODELO DE FLUJO ÓPTIMO DE UN SISTEMA DE GAS NATURAL	42
4.2.1	TÉCNICAS DE SOLUCIÓN PARA LOS MODELOS DE FLUJO ÓPTIMO	42
4.2.2	SOLUCIÓN DEL FLUJO DE GAS ÓPTIMO MEDIANTE MGD	52
4.2.3	SOLUCIÓN DEL FLUJO DE GAS ÓPTIMO MEDIANTE PSO	54
4.3	SOLUCIÓN DEL MODELO DE UN SISTEMA INTEGRADO	56
4.3.1	SOLUCIÓN DEL FLUJO ÓPTIMO INTEGRADO MEDIANTE MGD	56
4.3.2	SOLUCIÓN DEL FLUJO ÓPTIMO INTEGRADO MEDIANTE PSO	60
<u>5</u>	<u>UNA APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE OPTIMIZACIÓN A UN PROBLEMA DE PLANEAMIENTO INTEGRADO - A HOLISTIC APPROACH FOR PLANNING NATURAL GAS AND ELECTRICITY DISTRIBUTION NETWORKS</u>	<u>63</u>
	<u>NOMENCLATURE</u>	<u>64</u>
I.	<u>INTRODUCTION</u>	<u>65</u>
II.	<u>PROBLEM DESCRIPTION</u>	<u>66</u>
III.	<u>MATHEMATICAL FORMULATION</u>	<u>67</u>
A.	<i>OBJECTIVE FUNCTION</i>	67
B.	<i>OPTIMIZATION MODEL CONSTRAINTS</i>	68

1) <i>PHYSICAL AND OPERATIONAL CONSTRAINTS OF THE ELECTRICITY DISTRIBUTION NETWORK</i>	68
2) <i>PHYSICAL AND OPERATIONAL CONSTRAINTS OF THE NATURAL GAS DISTRIBUTION NETWORK</i>	69
3) <i>OPERATIONAL CONSTRAINT OF THE DG BASED ON NATURAL GAS</i>	69
<u>IV. SOLUTION METHODOLOGY</u>	69
A. <i>MASTER PROGRAM</i>	69
B. <i>SLAVE PROGRAM</i>	70
<u>V. NUMERICAL RESULTS</u>	71
A. <i>SYSTEM DESCRIPTION</i>	71
B. <i>ANALYSIS OF RESULTS</i>	71
<u>VI. CONCLUSIONS</u>	74
<u>REFERENCES</u>	74
<u>CONCLUSIONES</u>	76
<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	78
<u>APÉNDICE A – RESULTADOS ACADÉMICOS</u>	80

Lista de figuras

Figura 2.1 Evolución sistema nacional de transporte (SNT _{Gas}).....	10
Figura 2.2 Mapa del sistema nacional de transporte colombiano 2010	12
Figura 2.3 Cadena de producción del sector de gas natural	13
Figura 2.4 Contratos TEA y E&P de hidrocarburos 2010.....	14
Figura 2.5 Esquema de participación del mercado primario y secundario en el país.....	19
Figura 4.1. Ejemplo de recorrido de técnicas de optimización exactas y combinatoriales ...	43
Figura 4.2 Movimiento de las partículas del enjambre	50

Lista de tablas

Tabla 4.1: Tipos de nodos del sistema de gas natural.....	36
Tabla 4.2: Tipos de variables y parámetros del sistema de gas natural.....	37

Lista de algoritmos

Algoritmo 1: Método general de Newton.....	33
Algoritmo 2: Reordenamiento nodal de sistemas con topología radial	35
Algoritmo 3: Método de Newton para flujo de gas	40
Algoritmo 4: Método de barrido iterativo para sistemas de gas con topología radial	41
Algoritmo 5: Método de gradiente descendente con restricciones de desigualdad	46
Algoritmo 6: Método de optimización por enjambre de partículas	51

1 Introducción

El efecto de diferentes fenómenos climáticos en la operación del sistema eléctrico no es una situación nueva en el país. Por ejemplo, en el año 1992, el fenómeno del niño puso de manifiesto la crisis del sector eléctrico y en especial la carencia de generación térmica en el país. Esta falta de tecnología de generación no permitió sortear con éxito el periodo prologando de sequía durante los años 1992 y 1993. Dos resultados se derivaron de esa falta de diversidad tecnológica. El primero, fue necesario programar una serie de apagones durante ese periodo mientras que el segundo fue el advenimiento de nuevas tecnologías de generación térmica.

La situación hoy día es diferente, el país cuenta en la actualidad con un 32,3% (4343 MW) de generación térmica y 63,1% (8525 MW) de generación hidráulica. Generación proveniente de energías renovables y cogeneración suman cerca de un 4%. Aunque es evidente la diversificación del portafolio de generación eléctrica y sus beneficios durante los últimos quince años, el más reciente fenómeno del Niño (finales del año 2009) puso de manifiesto un nuevo inconveniente: El aumento de la demanda de gas natural y la necesidad de racionar este recurso.

El 29 de septiembre del 2009 el Ministerio de Minas y Energía (MME) por medio de la resolución 18-1654 inicia el proceso de racionamiento programado de gas natural en el país [1]. Debido al descenso de los niveles de los embalses producto de la sequía originada por el fenómeno del Niño del año anterior, fue necesario recurrir a la generación térmica especialmente de gas natural. Sin embargo, el gas natural no solo es empleado como combustible primario para ese tipo de tecnologías de generación, es igualmente utilizado como combustible en el parque automotor del país, como insumo en procesos industriales y principalmente como combustible de cocción y calefacción a nivel domiciliario. La multiplicidad de usos del gas natural hace necesario un uso racional de este insumo, de aquí que el espíritu de la resolución 18-1654 es determinar el orden de prioridad en el uso del gas natural bajo la ocurrencia del fenómeno del pacífico. El decreto igualmente señala que todos los agentes tienen la “obligación de reportar semanalmente al Centro Nacional de

Operación gas (CNO_gas) la información requerida para cumplir con los previstos”. Cabe destacar que las prioridades de suministro, según la mencionada resolución y posteriores modificaciones (resoluciones 18-1686 y 18-1739 de octubre 2 y 7 de 2009 respectivamente) corresponden en primer lugar a las estaciones compresoras del sistema nacional de transporte de gas natural, en segundo lugar a la atención de usuarios residenciales y pequeños usuarios comerciales y en tercer a lugar las plantas de generación que tengan respaldadas sus obligaciones de energía firme con gas natural. De manera similar, en tercer lugar de prioridad, ingresan aquellas plantas de generación térmica de gas natural que requieren ser despachadas con el propósito de garantizar la seguridad, calidad y confiabilidad del suministro de electricidad.

Aunque es de reconocer que el espíritu de las resoluciones es racionalizar el suministro de gas natural, este despacho (o priorización) de gas *no obedece a un proceso de optimización* del recurso el cual considere aspectos técnicos o económicos. Esto es, *una priorización no distribuye de forma óptima un recurso escaso*. Por ejemplo, la lista de priorización indicada en la resolución puede producir un “despacho” de gas en donde una planta de generación, la cual puede tener una mayor valoración del recurso, no tenga suministro de gas pues este debe ser entregado a un usuario comercial con menor valoración. Esta situación es económicamente inviable pues conduce, desde el punto de vista microeconómico, a una distribución ineficiente de gas natural.

Por lo anterior, este trabajo desarrolla modelos de optimización para los sectores de electricidad y gas natural. Estos modelos permiten mejorar la operación y el planeamiento de ambos sectores cuando estos son conceptualizados como un solo sistema. De manera similar, este trabajo muestra como tales modelos pueden ser resueltos, es decir, muestra como a través de técnicas exactas y combinatoriales se pueden obtener soluciones numéricas. La utilidad de estos modelos y sus respectivas técnicas de solución radica en el hecho que estos constituyen un insumo fundamental para analizar las diversas problemáticas asociadas a los sistemas de electricidad y gas natural. Este análisis se puede realizar tanto para la planeación u operación de ambos sistemas operados de manera independiente o de forma integrada.

De igual forma el conjunto de herramientas presentado en este trabajo, fue utilizado para el desarrollo de múltiples aplicaciones asociadas a los sistemas de transmisión y distribución. En transmisión se formularon metodologías que permiten el análisis de los efectos técnico-económicos de posibles instalaciones de almacenamiento de gas natural y de gas natural licuado (GNL), así como también se plantearon metodologías que permiten evaluar los efectos sobre el sistema integrado (es decir, el sistema eléctrico y el sistema de gas natural) de posibles fallas en alguno de sus componentes, esto con el objetivo de estudiar posibles planes de contingencia. Estas metodologías fueron desarrolladas por el autor de este trabajo de grado a través de dos proyectos de investigación patrocinados por el programa de jóvenes investigadores de COLCIENCIAS durante los años 2011 y 2012, y su desarrollo conceptual y metodológico se encuentra condensado en los informes finales entregados a la entidad patrocinante.

Por otro lado, para los sistemas de distribución tanto de gas como de electricidad se planteó un modelo de optimización que permite realizar el planeamiento integrado ubicando y dimensionando generadores distribuidos, esta estrategia de planeamiento permite incrementar la eficiencia de empresas que dentro de su cadena productiva contengan activos en ambos sectores (eléctrico y de gas natural), ya que permite la reducción de costos de inversión y de costos operativos.

Adicionalmente, la estrategia de planeamiento integrado de sistemas de distribución de electricidad y gas natural, también puede ser utilizada por entidades ajenas a ambos sectores que deseen invertir en generadores distribuidos alimentados con gas natural. Esto debido a que la metodología propuesta permite detectar la mejor ubicación de dichos generadores, de forma tal que se aprovechen al máximo las ventajas de ambos sistemas. Esta característica es de especial interés ya que puede ser utilizada no solo para la ubicación y dimensionamiento del equipo sino también para el diseño de portafolios de compra de gas natural y venta de electricidad.

Por último, vale la pena mencionar que las metodologías y modelos aquí propuestos no solo pueden ser adaptados para resolver problemáticas nacionales, sino que también

presentan total vigencia para países que cuenten con esquemas de mercado diferentes al colombiano, pero presenten dificultades energéticas similares.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. El capítulo 2 muestra un panorama del sector de gas natural en el país, esto con el fin de introducir algunas problemáticas asociadas al sector de gas y que pueden ser analizadas por los modelos y técnicas aquí desarrolladas. El capítulo 3 desarrolla los modelos matemáticos de los sectores de electricidad y gas natural de forma separada o integrada. Estos sectores son representados a través de modelos de optimización. En el capítulo 4 se muestran diferentes formas de solucionar estos modelos, se hace énfasis en una técnica exacta y en una combinatorial. El capítulo 5 muestra como estos modelos son utilizados a un problema en particular, en este caso al planeamiento de sistemas de distribución de electricidad y gas natural con alta penetración de generadores distribuidos a base de gas natural. Las conclusiones cierran este documento. Por último, con estos modelos, es de esperarse que se puedan analizar las diversas problemáticas que ambos sectores están experimentando, especialmente por el incremento de la dependencia del sector eléctrico del gas natural.

2 Panorama general del sector de gas natural en Colombia

En este capítulo se presenta una visión general del sector de gas natural en Colombia. Esto con el objetivo de ilustrar las principales características relacionadas con la infraestructura y el mercado de gas natural y de igual manera establecer posibles aplicaciones de los modelos desarrollados en esta tesis a problemáticas asociadas al sector de gas en el país. El capítulo inicia presentando un breve recuento de la evolución del desarrollo de este sector, esto permite comprender sus características actuales, posteriormente se presenta una definición conceptual de la cadena de producción de gas natural, en donde se muestran los diferentes participantes y el papel que juegan dentro del sector, y el capítulo finaliza mostrando algunas características del mercado de gas natural en Colombia.

2.1 Evolución del sector de gas natural

En la actualidad el gas natural cumple un papel fundamental en el desarrollo de nuestra sociedad debido a que es una fuente de energía económica y relativamente limpia cuando es comparada con otros combustibles fósiles. Hoy en día, este combustible es utilizado ampliamente a nivel domiciliario en las labores de cocción y calefacción, así mismo, es primordial para la industria puesto que es utilizado como materia prima para diversos procesos industriales (especialmente por el sector petroquímico), adicionalmente, el sector eléctrico ha evidenciado un incremento sustancial de este combustible toda vez que ha sido empleado para mejorar su confiabilidad.

En el año 1991, el Consejo Nacional de Política Económica y Social (CONPES), por medio del documento 2571 [4], aprobó el desarrollo del programa para la masificación del consumo de gas, en el cual se plantearon estrategias para promover su consumo, ampliando la red de gasoductos, aumentando los incentivos para la exploración y explotación y permitiendo la participación de empresas privadas en la actividad de distribución domiciliaria. Con esto se pretendía fortalecer la oferta de gas y aumentar el uso del mismo, consiguiendo así desplazar combustibles de mayor costo, como por ejemplo el *fuel oil*.

En la Figura 2.1 se muestra parte de los resultados obtenidos por el gobierno en cuanto al desarrollo de la infraestructura del sector de gas natural. Se puede observar que en un corto tiempo se logró avanzar de manera sustancial en la construcción de redes de transporte y distribución de gas natural, pasando de 31 municipios atendidos, 400.000 usuarios y 1.810 km de gasoductos en 1991 a 210 municipios atendidos, 2'492.010 usuarios y 5.632 km de gasoductos en el 2001, lo cual fue fundamental para la masificación de este energético. Sin embargo, los resultados no fueron los esperados por cuanto los costos de la construcción de las redes se trasladaron al usuario final y por lo tanto el precio del gas natural no se tornó competitivo en comparación con los combustibles que se deseaban reemplazar. Para superar este inconveniente, el gobierno desarrolló una serie de estrategias basadas en la hipótesis de que el control estatal sobre operaciones y decisiones de inversión lleva con frecuencia a precios distorsionados [5], por lo cual se empezó a desarrollar un marco regulatorio en el cual se buscara disminuir la intervención del estado y propiciar condiciones para que las fuerzas del mercado tuvieran una mayor influencia [6].

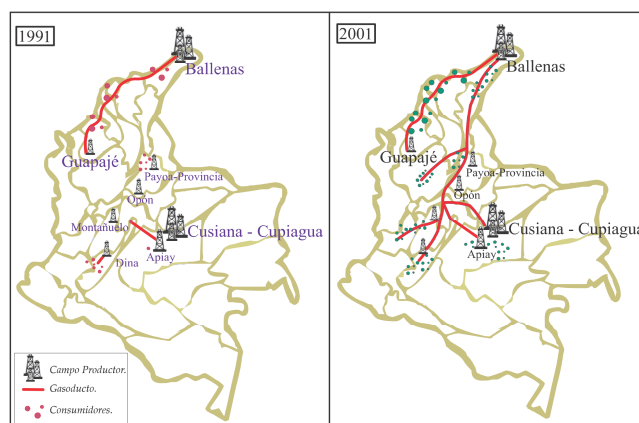


Figura 2.1 Evolución sistema nacional de transporte (SNT_{Gas})

Fuente: Adaptada de [6] por el autor.

Por otro lado, en 1994 empieza a regir la ley 142 o Ley de servicios públicos, en la cual se define al gas natural como un servicio público y se crea la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), la cual tiene como función el desarrollo del marco regulatorio y normativo relacionado con los servicios públicos domiciliarios en el país. En este año

igualmente se dieron los primeros pasos la desintegración vertical del sector de gas natural colombiano, en el cual se separaron de Ecopetrol las actividades de transporte, distribución y comercialización, quedando únicamente encargado de las actividades de exploración, explotación y producción de hidrocarburos. Vale la pena resaltar que el motivo principal de la reforma fue incentivar la participación privada y promover la libre competencia, bajo el supuesto de que esto traería calidad y economía en la prestación del servicio de gas natural. Posteriormente, en 1997 el gobierno aprueba la ley 401 en la que se crea la empresa estatal Ecogas, que estaría encargada de proveer el servicio de transporte de gas natural al interior del país; la cual en el 2006 pasaría a convertirse en TGI y junto a Promigas son las dos empresas transportadoras de gas natural más grandes del país [7].

Aunque han sido evidentes los esfuerzos por fortalecer el sector de gas natural colombiano, en la actualidad se presentan inconvenientes con respecto a su estructura, puesto que a pesar que el objetivo de la regulación era incentivar la libre competencia, en la práctica este fenómeno no se presentó en algunos sectores de la cadena. En la actualidad, la cantidad de productores de gas es reducida puesto que más del 80% del gas del país se encuentra ubicado en los pozos de la Guajira y los llanos orientales, los cuales pertenecen a las firmas petroleras Chevron-Texaco y British Petroleum respectivamente y ambas poseen como socio accionario a Ecopetrol, es evidente pues que la producción tiene características de duopolio. Igualmente, el sector de transporte es básicamente un duopolico pues este servicio es prestado principalmente por las empresas TGI y Promigas.

En la Figura 2.2 se presenta el mapa del sistema nacional de transporte (SNT_{Gas}) y producción de gas natural colombiano en el cual se muestran las empresas propietarias de los gasoductos del país discriminadas por colores y los pozos de producción de gas natural, en este mapa se puede evidenciar la falta de competencia en los sectores de producción y transporte.

De la figura 2.2, igual es evidente que a pesar de los esfuerzos realizados en la década de los 90 por expandir la red de gas, esta tiene deficiencias en términos de confiabilidad, puesto que es radial y carece de grandes estaciones de almacenamiento, lo cual incrementa

la posibilidad de racionamiento ante posibles fallas en la red.

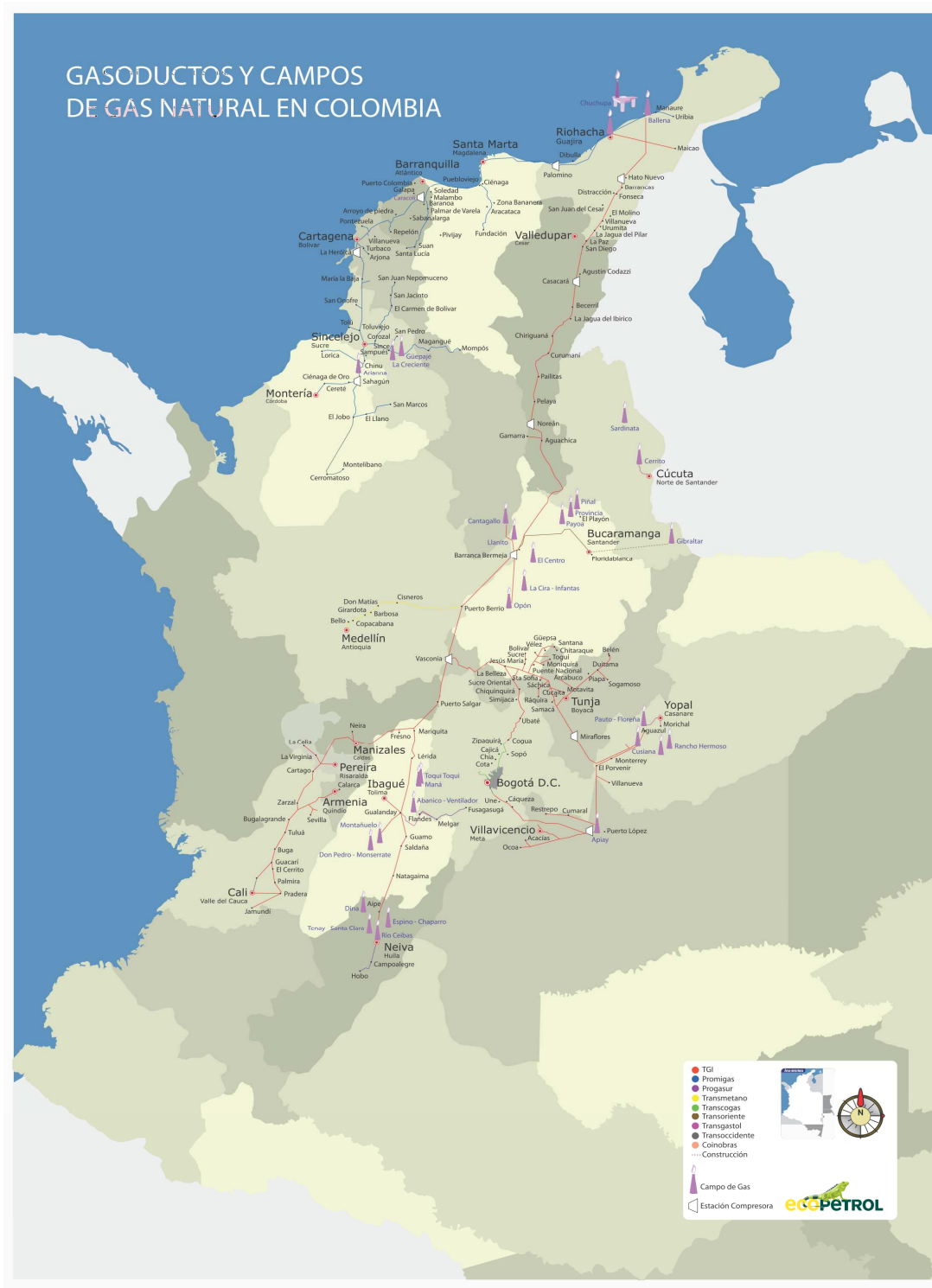


Figura 2.2 Mapa del sistema nacional de transporte colombiano 2010

Fuente: Ecopetrol (<http://www.ecopetrol.com.co/>)

2.2 Cadena productiva del sector de gas natural

La cadena de gas natural está compuesta por las actividades de exploración, producción, transporte, distribución y comercialización. En la Figura 2.3 se muestra un esquema general de las diferentes instalaciones que componen la cadena productiva del gas natural. Nótese que las actividades de exploración y producción se representan por los yacimientos o pozos de producción, igualmente dentro de la actividad de producción también se pueden considerar las grandes instalaciones de almacenamiento y las instalaciones asociadas al GNL. Por otro lado, la actividad de transporte está compuesta fundamentalmente por la red de gasoductos de alta presión y sus compresores, adicionalmente también se puede incluir el transporte de GNL por medio de vehículos. Por último la actividad de distribución está conformada por las redes de media presión, las estaciones de puerta de ciudad o *city gates* y las pequeñas estaciones de almacenamiento de GNL conocidas como estaciones satélites.

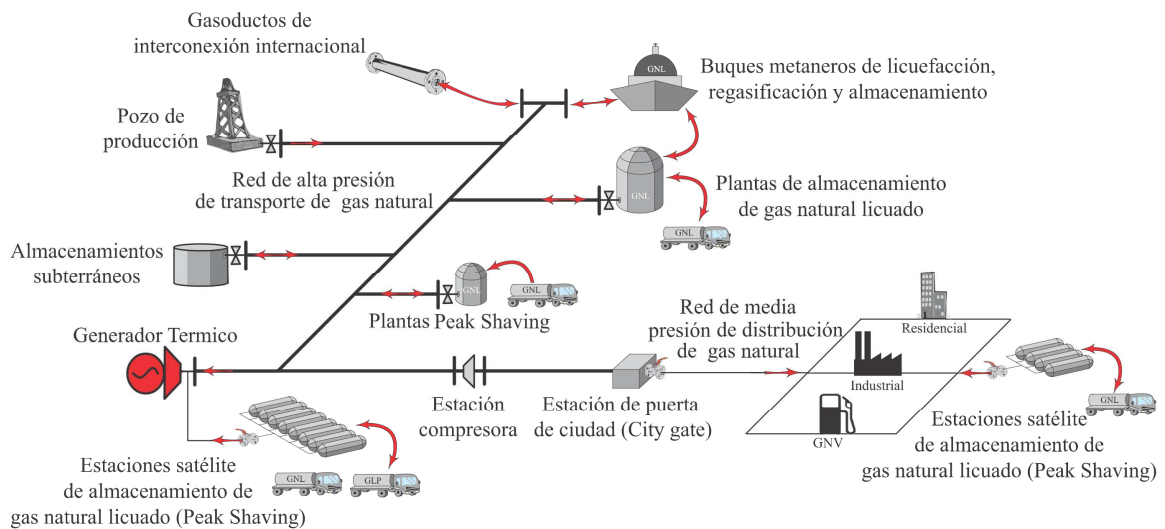


Figura 2.3 Cadena de producción del sector de gas natural

Fuente: Adaptada de [8] por el autor.

2.2.1 Exploración

Esta actividad consiste en la búsqueda y determinación de la existencia de hidrocarburos en un terreno determinado. Su ejecución presenta múltiples técnicas, la más utilizada es la sísmica de reflexión, la cual consiste en el envío de ondas de sonido a través del subsuelo del terreno y dependiendo del tiempo que demore el retorno de la onda se puede determinar el tipo de terreno y el porcentaje de probabilidad de existencia de hidrocarburos, este proceso puede ser terrestre o submarino; en esta etapa no es posible determinar el tipo de hidrocarburo ubicado en el terreno, pues para confirmar el tipo se debe perforar.

Con el objetivo de determinar el potencial de existencia de hidrocarburos, se efectúan estudios de evaluación técnica (TEA) y dependiendo de las posibilidades de existencia entonces se procede a ejecutar el proceso de exploración.

La actividad de exploración es considerada de alto riesgo económico, dado la incertidumbre que se tiene en cuanto a la existencia de hidrocarburos, es por tal motivo que el gobierno ha buscado estrategias que hagan atractivo el desarrollo de esta actividad ya que es vital para garantizar el suministro futuro de combustibles fósiles. En el periodo del 2004 al 2010 se firmaron 80 contratos de evaluación técnica (TEA) y 230 contratos de exploración y explotación (E&P), en la Figura 2.4 se muestran las regiones de Colombia en donde se tienen contratos de producción, exploración y de evaluación técnica [9].

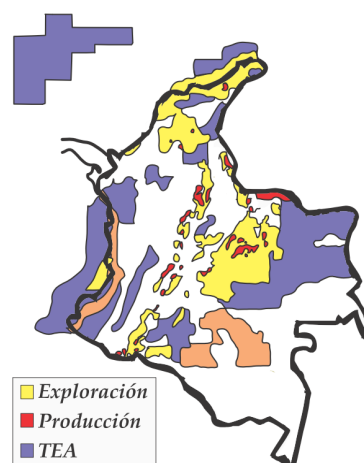


Figura 2.4 Contratos TEA y E&P de hidrocarburos 2010

Fuente: Adaptada de [9] por el autor.

Gracias a lo anterior, es que hasta diciembre del 2009 se tenían 8.460 Gpc (Giga Pies Cúbicos) de reservas de gas natural, de las cuales 4.737 Gpc se consideraban reservas probadas, es decir, el volumen de gas que está confirmado y listo para ser extraído, lo cual indica que el país podría producir gas natural a una tasa de 371 Gpc anuales (que corresponde a la tasa actual de producción) durante 22.8 años.

2.2.2 Producción

Este proceso consiste en la extracción y procesamiento del gas natural. Cuando se localiza un terreno que contiene hidrocarburos, es posible que este contenga una mezcla de gas, petróleo y agua, en donde el gas natural usualmente se encuentra almacenado a una presión superior a la atmosférica lo cual facilita su extracción pues este fluye a la superficie de forma natural. En caso de encontrar gas cuya presión sea inferior a la atmosférica, se recurre a compresores para su extracción.

Una vez extraído el gas, el siguiente paso es la eliminación de impurezas, las cuales consisten en la remoción de agua, partículas sólidas e hidrocarburos pesados, este proceso siempre es requerido para cumplir con mínimos estándares de calidad antes que el gas sea inyectado al sistema de transportes (gasoductos o tanques cisterna).

En nuestro país, la mayor parte del gas natural se encuentra ubicado en las cuencas de Cusiana y Cupiagua en los llanos orientales y en la cuenca de Ballenas en la Guajira, con una concentración de las reservas del 25% y 65% respectivamente. Es de anotar que esta concentración indica que la producción de gas natural en Colombia tiene comportamientos característicos de un duopolio. El gas producido en estas cuencas se reparte entre los diferentes sectores consumidores del país (actividad que se conoce como suministro) y la reinyección de gas en los pozos con el objetivo de aumentar la producción petrolera.

Por otro lado, el sistema de gas colombiano carece de grandes instalaciones de almacenamiento, así como de infraestructura para licuar, almacenar y regasificar GNL las

cuales igualmente pueden ser consideradas como elementos de producción. En la actualidad se están desarrollando múltiples estudios para determinar la necesidad y viabilidad de implementar este tipo de instalaciones en el país [10], [11].

2.2.3 Transporte

Para transportar el gas a sus usuarios finales se utilizan múltiples medios tales como cilindros, tanques cisterna o gasoductos, estos últimos permiten transportar la mayor cantidad de combustible y son los que se utilizan para abastecer las grandes centros urbanos, las industrias y el sector termo-eléctrico del país. Los gasoductos pueden estar ubicados sobre la superficie terrestre, subterráneos o subacuáticos.

Dado que el gas fluye debido a la diferencia de presiones entre los terminales del gasoducto, en ocasiones se requiere la ubicación de compresores en algunas partes de la red, esto con el objetivo de elevar la presión y así mantener las presiones en los valores apropiados. Estas estaciones de compresión requieren importantes cantidades de energía para realizar su labor, en Colombia esta energía se toma del gas transportado por la red, sin embargo, existe otro tipo de tecnologías que puede utilizar energía eléctrica o combustibles líquidos.

El hecho que en Colombia el gas que abátese a los compresores provenga de la red, implica que las empresas transportadoras deben comprar la cantidad de gas que requieren para sus compresores haciendo que el transportador tenga igualmente un papel activo dentro del mercado. Finalmente, en la Figura 2.2 se muestra el mapa del sistemas de gasoductos colombiano, en el cual se muestran las diferentes empresas prestadoras de este servicio y se nota que los transportadores efectivamente constituyen monopolios en su prestación del servicio. Mayor información sobre el SNT_{Gas} en [7].

2.2.4 Distribución

Es el proceso de entrega del gas natural a los usuarios residenciales, comerciales e industriales, esta entrega se realiza por medio de gasoductos de media presión, los cuales se

conectan a las redes de alta presión por medio de estaciones de puerta de ciudad, en las cuales se realizan procedimientos de medida, tratamiento y regulación de presión.

En Colombia existen en la actualidad alrededor de 30 distribuidores de gas natural los cuales llegan a 416 municipios del país y 4.4 millones de usuarios, principalmente pertenecientes al sector residencial con un porcentaje del 98.4%, y el restante (1.6%) corresponde al sector comercial e industrial [12].

2.2.5 Comercialización

La actividad de comercialización se refiere a las personas naturales o jurídicas que se dedican a la compra y venta de gas natural, en este negocio también pueden participar los productores, los distribuidores, y las empresas de servicios públicos.

2.3 Características del mercado de gas natural en Colombia

Desde 1996 en Colombia se ha venido desarrollando un modelo de mercado conocido como “*modelo de liberalización de competencia en suministro*”, este modelo se caracteriza por permitir y promover la competencia en las actividades de producción y comercialización de la cadena productiva del gas natural, así como también permite la competencia para el suministro de grandes usuarios (todos los usuarios que tengan un consumo igual o superior a 100.000 pies³/día). Este modelo considera las actividades de transporte y distribución como actividades reguladas dada su condición de monopolio natural. Para permitir el libre desarrollo de la competencia en las actividades ya mencionadas, el modelo plantea que el acceso a la infraestructura de transporte debe ser libre. Este modelo se ha implementado a través de tres mercados 1) el mercado de suministro, 2) el mercado de transporte y 3) el mercado de venta al usuario final; los dos primeros se conocen como mercado primario de gas y el último igualmente es llamado mercado secundario. La coordinación entre estos mercados requiere de reglas que permitan efectuar adecuadamente las respectivas transacciones entre ellos.

El estado colombiano utilizó un método conocido como método de contratos de transporte (*contract carriage*) el cual se caracteriza por tener una alta participación de contratos

bilaterales o contratos de largo plazo establecidos directamente por diferentes agentes del mercado. Estos contratos, si bien garantizan precio y cantidad de suministro, actualmente presentan varios inconvenientes pues ha limitado la liquidez en el mercado secundario [13], [14]. Otra característica importante de un esquema basado en estos contratos es que el transporte del gas se negocia por separado del suministro, por lo tanto también se establecen contratos bilaterales para el transporte y se decide día a día el acceso a esta red a través de un proceso de nominación siguiendo los términos estipulados en los contratos.

Debido a las características del modelo del mercado, a la topología de la red y a la variabilidad de la demanda (la cual está altamente ligada a los ciclos climáticos del país), se han presentado una alta cantidad de contratos interrumpibles, los cuales permiten suspender el cumplimiento del contrato ante la ocurrencia de algún evento estipulado en el contrato. Esto podría generar incertidumbre a algunos participantes del mercado, así como sobrecostos, especialmente a usuarios industriales (con mayor énfasis a las termo-eléctricas) pues una pérdida en el suministro de gas implica utilizar un combustible sustituto por lo general de mayor costo.

Como ya se indicó, tanto el suministro como el transporte de gas natural se negocian por separado. Estos dos servicios se transan inicialmente en el mercado primario, en el cual participan exclusivamente los productores y los transportadores los cuales pacta contratos de largo plazo con grandes usuarios industriales, las plantas termo-eléctricas, las empresas distribuidoras y comercializadores. Este mercado es el que determina la formación de precios a largo plazo.

Las transacciones efectuadas en el mercado primario se pueden re-negociar nuevamente en el mercado secundario, en el cual se transan básicamente los derechos de suministro o transporte de gas natural que se encuentren disponibles en el corto plazo. En este mercado puede participar cualquier agente del sistema exceptuando productores y transportadores; son en realidad las empresas distribuidoras, las industrias y los comercializadores que actuando como agentes demandantes buscan comprar el gas disponible de los generadores de electricidad al estos tener un remanente como consecuencia de no salir despachados en

el mercado eléctrico. En algunos casos, las industrias pueden igualmente ofertar su gas al presentarse un paro (o disminución) en su producción que conlleva a no requerir todo el gas que tenía contratado [15]. La figura 2.5 muestra esquemáticamente la participación de los distintos agentes en el mercado primario y secundario.

Para garantizar la operación correcta y coordinada de los diferentes participantes del sector y dado que el modelo del mercado no utiliza un agente centralizado que se encargue de esto, la CREG mediante el reglamento único de transporte (RUT) establecido por la resolución 071 de 1999, indica que es responsabilidad de las empresas transportadoras, encargarse de la planeación, operación y coordinación del sistema, las cuales por medio de sus Centros Principales de Control (CPC), deben cumplir las siguientes actividades [16]:

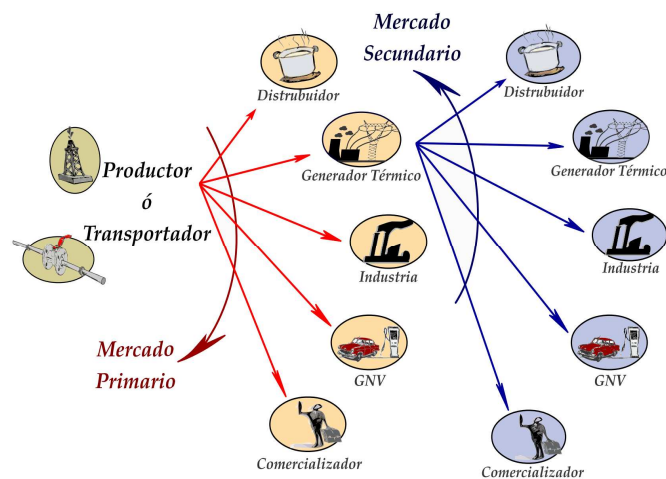


Figura 2.5 Esquema de participación del mercado primario y secundario en el país

- Recibir y procesar las nominaciones y re-nominaciones de transporte de cada remitente.
- Elaborar el programa de transporte de gas natural.
- Supervisar y coordinar la operación de los gasoductos de su propiedad o bajo su responsabilidad.
- Monitorear la integridad, seguridad y confiabilidad de sus gasoductos.
- Coordinar la atención de los desbalances y variaciones al programa de transporte.

- Procesar las mediciones y demás procedimientos para la liquidación de servicios de transporte.
- Facturar los servicios de transporte.
- Administrar el boletín electrónico de operaciones.
- Coordinar con otros CPCs la elaboración de los programas de transporte en los casos en que un remitente utilice más de un sistema de transporte.
- Elaborar las cuentas de balance.
- Informar a los remitentes el programa de mantenimiento de su sistema de transporte.

En conclusión, la “coordinación” de las actividades físicas que implican el desarrollo del mercado del gas natural, está regulada por la CREG e implementada por los transportadores [16].

3 Modelos de optimización aplicados al sector de gas natural

Para el apropiado desarrollo de metodologías de operación y planeamiento de sistemas de sistemas de energía, es necesario desarrollar modelos matemáticos que describan apropiadamente el comportamiento físico de tales sistemas. Por tal razón, este capítulo se centra en la formulación (o descripción) matemática del comportamiento de los sistemas de electricidad y gas natural.

En este capítulo se desarrollaran diferentes modelos que permiten describir analíticamente los sistemas eléctricos y de gas natural de forma separada (como dos sistemas independientes) o de forma integrada (como un solo sistema). La importancia de estos modelos radica en el hecho en que son el insumo básico para resolver diferentes problemáticas asociadas a la operación y planeamiento de ambos sectores, tal como se mostrará en el capítulo 5 para el caso de una planeación integrada. Es necesario indicar que en este capítulo únicamente se desarrollaran los modelos, las diferentes técnicas de solución serán presentadas en el siguiente capítulo (capítulo 4).

Por último, los modelos aquí presentados obedecen a modelos estáticos de régimen permanente, es decir, se asume que los sistemas presentan un tiempo de operación suficiente como para despreciar el efecto de los transitorios eléctricos o de las turbulencias en los fluidos generadas por los cambios de punto de operación. Además, igualmente se asume que los ductos de gas se encuentran presurizados, es decir, estos contienen suficiente gas en su interior como para que una inyección de gas en un punto de entrada ocasione la salida de gas en un punto de salida sin necesidad de esperar el tiempo de traslado del gas desde el punto de entrada hasta el de salida.

3.1 Flujo de potencia óptimo (sector eléctrico)

El flujo de potencia óptimo (FPO) es un modelo de optimización compuesto por una función objetivo y un conjunto de restricciones. La función objetivo puede representar diferentes aspectos dependiendo del análisis bajo estudio, típicamente esta considera minimizar pérdidas técnicas o minimizar costos de operación, sin embargo puede representar cualquier aspecto de interés, tales como emisiones de CO₂ o indicadores de seguridad y confiabilidad del sistema. El conjunto de restricciones está dado por la formulación matemática que represente el comportamiento físico del sistema, más otras posibles restricciones de interés que pueden considerar aspectos relacionados con la estabilidad del sistema o con la confiabilidad del mismo.

El modelo de flujo de potencia óptimo aquí presentado corresponde a un problema de minimización que considera como función objetivo la suma ponderada de los costos de generación y las pérdidas técnicas del sistema, como restricciones se consideran todas las ecuaciones que representan el comportamiento físico de los componentes que lo conforman. Esto es, las ecuaciones de balance nodal y los límites de las distintas variables del problema. El modelo de flujo de potencia óptimo planteado se presenta a continuación:

$$\min_{P_{G_i}, V_i} z = \underbrace{\tau_{ce} \left(\sum_{i \in \Omega_{Ge}} (C_{e_{G_i}} * CEP_{G_i}) + CF_i \right)}_{\text{Costo de generación}} + \underbrace{\tau_{pe} \left(\sum_{i \in \Omega_{Ge}} P_{G_i} \right)}_{\text{Pérdidas técnicas}} \quad (3.1)$$

s.a.

$$CEP_{G_i} = \kappa_{2_i} \cdot (P_{G_i})^2 + \kappa_{1_i} \cdot (P_{G_i}) + \kappa_{0_i} \quad (3.2)$$

$$P_{G_i} - P_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)) \right) = 0 \quad (3.3)$$

$$\forall i \in \Omega_{Ne}$$

$$Q_{G_i} - Q_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) - B_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)) \right) = 0 \quad (3.4)$$

$$P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{Ne} \quad (3.5)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{Ge} \quad (3.6)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in \Omega_{Ne} \quad (3.7)$$

$$\left| V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j b_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \right| \leq P_{ij}^{\max} \quad \forall i, j \in \Omega_L \quad (3.8)$$

$$\left| (a_{ij} t_{ij} V_i)^2 g_{ij} - a_{ij} t_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - a_{ij} t_{ij} V_i V_j b_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \right| \leq P_{ij}^{\max} \quad \forall i, j \in \Omega_T \quad (3.9)$$

En donde:

CEP_{G_i}	Cantidad de energético primario requerida en el generador del nodo i (m^3)
Ce_{G_i}	Costo del energético primario del generador del nodo i ($\$/m^3$)
CF_i	Costo fijo del generador del nodo i ($\$$)
κ_2	Coefficiente cuadrático del generador del nodo i (m^3/MW^2)
κ_l	Coefficiente lineal del generador del nodo i (m^3/MW)
κ_0	Coefficiente constante del generador del nodo i (m^3)
$P_{G_i}^{\min}, P_{G_i}^{\max}$	Límites de potencia activa del generador del nodo i (W)
$Q_{G_i}^{\min}, Q_{G_i}^{\max}$	Límites de potencia reactiva del generador del nodo i (VAr)
V_i^{\min}, V_i^{\max}	Límites de tensión en el generador del nodo i (V)
P_{G_i}	Potencia activa generada en el nodo i (W)
Q_{G_i}	Potencia reactiva generada en el nodo i (VAr)
P_{D_i}	Potencia activa demandada en el nodo i (W)
Q_{D_i}	Potencia reactiva demandada en el nodo i (VAr)
P_{ij}	Flujo de potencia activa del nodo i al nodo j (W)
Q_{ij}	Flujo de potencia reactiva del nodo i al nodo j (VAr)
V_i	Magnitud de la tensión en el nodo i (V)
θ_i	Fase de la tensión en el nodo i (radianes)

g_{ij}	Conductancia serie de la línea $i-j$ o del transformador $i-j$ (mho)
b_{ij}	Susceptancia serie de la línea $i-j$ o del transformador $i-j$ (mho)
$b_{ij}^{sh/2}$	Susceptancia shunt medios de la línea $i-j$ (mho)
a_{ij}	Relación de transformación nominal del transformador (adimensional)
t_{ij}	Relación de tap del transformador (adimensional)
Y_{BUS}	Matriz de admitancia nodal (mho)
$G_{B_{ij}}$	Parte real del elemento $i-j$ de la matriz admitancia nodal (mho)
$B_{B_{ij}}$	Parte imaginaria del elemento $i-j$ de la matriz admitancia nodal (mho)
Ω_{L_i}	Conjunto que contiene todos los nodos que presentan conexión directa con el nodo i mediante una línea
Ω_{T_i}	Conjunto que contiene todos los nodos que presentan conexión directa con el nodo i mediante un transformador
Ω_i	Conjunto que contiene al nodo i y a todos los nodos que presentan conexión directa con él, es decir: $\Omega_i = \{\Omega_{L_i} \cup \Omega_{T_i} \cup i\}$
Ω_{Ne}	Conjunto que contiene todos los nodos del sistema eléctrico
Ω_{Ge}	Conjunto que contiene todos los nodos que tienen conexión directa con un generador

En el modelo de flujo de potencia óptimo presentado, la ecuación (3.1) representa la función objetivo. En esta los valores de τ_{ce} y τ_{pe} corresponden a los pesos de ponderación que se desee dar a los costos de generación y a las pérdidas respectivamente, estas constantes toman valores entre 0 y 1 y se fijan arbitrariamente dependiendo de la problemática bajo estudio, por ejemplo, si se desea resolver un problema de despacho económico entonces τ_{ce} toma un valor igual a 1 y τ_{pe} toma el valor 0, pero si el interés es un flujo de potencia óptimo que minimice pérdidas, entonces τ_{ce} toma un valor igual a 0 y τ_{pe} toma el valor 1.

Por otro lado el conjunto de restricciones está conformado por las ecuaciones de la (3.2) a la (3.9) y representan matemáticamente el espacio de soluciones factibles del problema. La ecuación (3.2) representa la cantidad de energético primario requerida para inyectar cierta cantidad de potencia activa por el generador. Para el caso de un generador térmico,

entonces la ecuación determina la cantidad de combustible necesaria para generar determinada potencia activa, esta ecuación normalmente es conocida como *heat-rate curve*.

Por otro lado, las ecuaciones (3.3) y (3.4) corresponden al balance nodal de potencia activa y reactiva. Por último, las ecuaciones de la (3.5) a la (3.9) corresponden a los límites de las variables asociadas a la potencia activa y reactiva generada, la magnitud de las tensiones nodales y los flujos de potencia activa por las líneas y transformadores respectivamente.

3.2 Flujo de gas óptimo (sector de gas natural)

Un sistema de transporte de gas natural está conformado básicamente por cinco componentes, a saber: 1) pozos o yacimientos, 2) estaciones de almacenamiento, 3) ductos, 4) compresores y 5) demandas o consumidores. El flujo de gas óptimo (FGO) es un problema de minimización cuya función objetivo considera el costo de producción de gas en los centros de producción (yacimientos y almacenamientos) y el combustible consumido por los compresores del sistema, sujeto a un conjunto de restricciones que corresponden a la descripción matemática del comportamiento físico de los distintos componente del sistema de gas (listados previamente). A continuación se muestra la formulación completa del flujo de gas óptimo:

$$\begin{aligned}
 \min_{P_{G_i}, V_i} v = & \underbrace{\tau_{cg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Wg}} Cg_k * \Psi_{W_k} \right)}_{\text{Costo de producción}} + \dots \\
 & \dots + \underbrace{\tau_{pg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Ng}} \sum_{m \in \Omega_{Ck}} s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right)}_{\text{Consumo de energía de los compresores}}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

s.a.

$$\begin{aligned}
\underbrace{\Psi_{W_k} - \Psi_{D_k}}_{\text{Flujo neto inyectado}} &= \sum_{m \in \Omega_{D_k}} \left(\overbrace{(s_{km} * \hat{s}_{km}) * C_{km} \sqrt{(s_{km} * \hat{s}_{km}) * (p_k^2 - p_m^2 - k_{z_{km}})}}^{\text{Flujo de gas por el ducto entre los nodos } k-m} \right) + \dots \\
\dots + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} &\left(\underbrace{(\hat{s}_{km}) * \Psi_{km}}_{\text{Flujo gas por el compresor entre los nodos } k-m} + \underbrace{\frac{1}{PC} * s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right)}_{\text{Consumo de gas del compresor entre los nodos } k-m} \right) \quad (3.11) \\
&\quad \forall k \in \Omega_{Ng}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_m &= (s_{km})^2 * \left(\left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * (\beta_{km} * p_k) + \left(\frac{1 - (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\frac{p_k}{\beta_{km}} \right) \right) + \dots \\
\dots + (1 - (s_{km})^2) * p_k &\quad (3.12) \\
&\quad \forall \{k-m\} \in \Omega_C
\end{aligned}$$

$$\Psi_{W_k}^{\min} \leq \Psi_{W_k} \leq \Psi_{W_k}^{\max} \quad \forall k \in \Omega_w \quad (3.13)$$

$$p_k^{\min} \leq p_k \leq p_k^{\max} \quad \forall k \in \Omega_{Ng} \quad (3.14)$$

$$1 \leq \beta_{km} \leq \beta_{km}^{\max} \quad \forall \{k-m\} \in \Omega_C \quad (3.15)$$

En donde:

Cg_k	Costo del gas natural inyectado por el pozo del nodo k (\$/m ³)
$\Psi_{W_k}^{\min}, \Psi_{W_k}^{\max}$	Límites mínimos y máximos del flujo de gas inyectado por el pozo del nodo k (m ³ / hora)
p_k^{\min}, p_k^{\max}	Límites mínimos y máximos de la presión del nodo k (bar)
β_{km}^{\max}	Máxima relación de compresión (adimensional)
Ψ_{W_k}	Flujo de gas inyectado por el pozo del nodo k (m ³ /hora)
Ψ_{D_k}	Flujo de gas demandado en el nodo k (m ³ / hora)
Ψ_{km}	Flujo de gas a través de un ducto o compresor conectado entre los nodos $k-m$ (m ³ / hora)
p_k	Presión del nodo k (bar)
β_{km}	Relación de compresión (adimensional)
C_{km}	Resistencia de ducto $k-m$ (m ³ /bar- hora)

$k_{z_{km}}$	Constante que depende de la diferencia de alturas entre los extremos del ducto (bar^2)
α	Constante del compresor (adimensional)
γ	Constante del compresor (MBTU/m^3)
PC	Poder calorífico del gas (MBTU/m^3)
Ω_{Ng}	Conjunto que contiene todos los nodos del sistema de gas natural
Ω_W	Conjunto que contiene todos los nodos que tienen conexión directa con un pozo
Ω_C	Conjunto que contiene todas las ramas k - m que son compresores.
Ω_{D_k}	Conjunto que contiene todos los nodos que presentan conexión directa con el nodo k mediante un ducto
Ω_{C_k}	Conjunto que contiene todos los nodos que presentan conexión directa con el nodo k mediante un compresor a base de gas natural

En el modelo de flujo de gas óptimo presentado, la ecuación (3.10) representa la función objetivo a minimizar. En donde los valores de τ_{cg} y τ_{pg} corresponden a los pesos de ponderación que se desee dar a los costos de producción y a los consumos de energía en los compresores respectivamente, al igual que en el modelo de FPO de la sección 3.1, estas constantes toman valores entre 0 y 1 y se fijan dependiendo del tipo de estudio.

Por otro lado, el espacio de soluciones matemáticamente factibles del problema se encuentra representado por las ecuaciones de la (3.11) a la (3.15). La ecuación (3.11) representa el balance nodal o de inyección (a través del sistema, por un pozo o debido a un almacenamiento) y consumo de gas en cada nodo de la red. A diferencia del caso eléctrico en donde la dirección del flujo de potencia es completamente arbitraria en la formulación del balance nodal, la aplicación de esta ecuación en un sistema de gas natural requiere un especial cuidado pues el gas *únicamente* fluye en el sentido de la caída de presión. Con el fin de considerar este comportamiento, se introduce una variable y una constante que permitan considerar la dirección de los flujos.

La constante que se introduce es la que corresponde a la orientación inicial del grafo de la red de gas, esta orientación puede o no estar relacionada con la dirección real del flujo de gas, y solo será utilizada como referencia de forma tal que si el flujo presenta la misma dirección de la orientación de su respectiva rama, entonces este flujo será positivo, de lo contrario será negativo.

$$\widehat{s}_{km} \triangleq -\widehat{s}_{mk} \triangleq 1 \rightarrow k < m \quad (3.16)$$

En la ecuación (3.16), se asume por convención que los flujos tienen dirección positiva cuando estos van de un nodo de menor numeración a uno de mayor numeración. Para corregir la dirección de los flujos se debe tener una variable que indique el signo real del flujo a través de cada rama de la red orientada, esta variable se describe en la ecuación (3.17).

$$s_{km} \triangleq s_{mk} \triangleq \begin{cases} +1 \rightarrow \text{signo}\{\Psi_{km}\} = \widehat{s}_{km} \\ -1 \rightarrow \text{signo}\{\Psi_{km}\} = -\widehat{s}_{km} \\ 0 \rightarrow \Psi_{km} = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

La inclusión de la constante \widehat{s}_{km} y la variable s_{km} de la forma como de muestra en las ecuaciones (3.11) y (3.12) garantiza que los flujos a través de ductos y compresores se sumen de tal forma que se satisfaga la conservación de la materia de forma nodal, así como también permite que el consumo de gas de los compresores solo se haga en el nodo de entrada del gas al compresor y que la elevación de la presión siempre se haga sobre el nodo de salida del compresor.

Por último las ecuaciones de la (3.13) a la (3.15) representan los límites relacionados con las variables del problema.

3.3 Flujo óptimo integrado (sector eléctrico y gas natural)

El problema de operación integrada de los sistemas de electricidad y gas natural puede ser modelado mediante una combinación de los modelos de flujo de potencia óptimo (sección 3.1) y flujo de gas óptimo (sección 3.2), solo es necesario incorporar la ecuación que modela el consumo de gas natural de los generadores térmicos a base de gas natural en función de la potencia activa generada. A continuación se muestra la formulación completa del modelo de flujo óptimo integrado (FOI):

$$\begin{aligned}
 \min_{P_{G_i}, V_i} \nu = & \underbrace{\tau_{ce} \left(\sum_{\substack{j \in \Omega_{Ge} \\ i \in \Omega_{G_{gas}}}} (C e_{G_i} * CEP_{G_i}) + CF_i \right)}_{\text{Costo de generación de los generadores que no son a base de gas}} + \underbrace{\tau_{pe} \left(\sum_{i \in \Omega_{Ge}} P_{G_i} \right)}_{\text{Pérdidas técnicas eléctricas}} + \underbrace{\tau_{cg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Wg}} C g_k * \Psi_{W_k} \right)}_{\text{Costo de producción}} + \dots \\
 & \dots + \underbrace{\tau_{pg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Wg}} \sum_{m \in \Omega_{C_k}} s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right)}_{\text{Consumo de energía de los compresores}}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

s.a.

$$\begin{aligned}
 CEP_{G_i} &= \kappa_{2_i} \cdot (P_{G_i})^2 + \kappa_{1_i} \cdot (P_{G_i}) + \kappa_{0_i} & \forall i \in \Omega_{Ge} \\
 & & i \notin \Omega_{G_{gas}} \\
 P_{G_i} - P_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)) \right) &= 0 & \forall i \in \Omega_{Ne} \\
 Q_{G_i} - Q_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) - B_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)) \right) &= 0 & \forall i \in \Omega_{Ne} \\
 P_{G_i}^{\min} &\leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} & \forall i \in \Omega_{Ge} \\
 Q_{G_i}^{\min} &\leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max} & \forall i \in \Omega_{Ge} \\
 V_i^{\min} &\leq V_i \leq V_i^{\max} & \forall i \in \Omega_{Ne} \\
 \left| V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j b_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \right| &\leq P_{ij}^{\max} & \forall i, j \in \Omega_{L_i} \\
 \left| (a_{ij} t_{ij} V_i)^2 g_{ij} - a_{ij} t_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - a_{ij} t_{ij} V_i V_j b_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) \right| &\leq P_{ij}^{\max} & \forall i, j \in \Omega_{T_i}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{W_k} - \Psi_{D_k} - \Psi_{G_k} &= \sum_{m \in \Omega_{D_k}} \left((s_{km} * \widehat{s}_{km}) * C_{km} \sqrt{(s_{km} * \widehat{s}_{km}) * (p_k^2 - p_m^2 - k_{z_{km}})} \right) + \dots \\
&\dots + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \left((\widehat{s}_{km}) * \Psi_{km} + \frac{1}{PC} * s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right) \\
&\hspace{20em} \forall k \in \Omega_{Ng} \\
p_m &= (s_{km})^2 * \left(\left(\frac{1 + (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * (\beta_{km} * p_k) + \left(\frac{1 - (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\frac{p_k}{\beta_{km}} \right) \right) + \dots \\
&\dots + (1 - (s_{km})^2) * p_k \\
&\hspace{20em} \forall \{k-m\} \in \Omega_C \\
\Psi_{W_k}^{\min} &\leq \Psi_{W_k} \leq \Psi_{W_k}^{\max} && \forall k \in \Omega_W \\
p_k^{\min} &\leq p_k \leq p_k^{\max} && \forall k \in \Omega_{Ng} \\
1 &\leq \beta_{km} \leq \beta_{km}^{\max} && \forall \{k-m\} \in \Omega_C
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\Psi_{G_k} = \sum_{i \in \Omega_{G_{gas_k}}} \left(\frac{1}{PC} \left(\widehat{\kappa}_{2_i} \cdot (P_{G_i})^2 + \widehat{\kappa}_{1_i} \cdot (P_{G_i}) + \widehat{\kappa}_{0_i} \right) \right) \quad \forall k \in \Omega_{Ng} \tag{3.21}$$

En donde:

Ψ_{G_k}	Cantidad de gas natural consumida por los generadores eléctricos conectados al nodo de gas k (m ³ /hora)
$\widehat{\kappa}_{2_i}$	Coefficiente cuadrático del generador del nodo i (MBTU /MW ² - hora)
$\widehat{\kappa}_{1_i}$	Coefficiente lineal del generador del nodo i (MBTU /MW- hora)
$\widehat{\kappa}_{0_i}$	Coefficiente constante del generador del nodo i (MBTU/ hora)
$\Omega_{G_{gas}}$	Conjunto que contiene todos los nodos eléctricos que tienen conexión directa con un generador alimentado con gas natural
$\Omega_{G_{gas_k}}$	Conjunto que contiene todos los nodos eléctricos que tienen conexión directa con el nodo de gas k por medio de un generador alimentado con gas natural

Donde la ecuación (3.18) corresponde a la función objetivo, la cual considera los costos de generación de electricidad en todos los generadores que no utilizan como fuente de energía el gas natural, las pérdidas de energía eléctrica, los costos de producción de gas natural y la energía consumida por los compresores del sistema de gas; todos estos términos se encuentran ponderados, lo cual permite definir la relevancia de cada término de la función

objetivo, esto es importante porque permite la adaptación del modelo a diferentes casos de estudio.

Por otro lado los conjuntos de ecuaciones (3.19) y (3.20) corresponden a la formulación matemática de los sistemas de electricidad y gas natural respectivamente y la ecuación (3.21) corresponde a *la ecuación de vinculación*, es decir, esta es la que permite relacionar las variables del problema eléctrico con las del problema de gas puesto que determina la cantidad de gas natural consumida por un generador Ψ_{G_k} en función de la potencia generada y los parámetros $\widehat{\kappa}_2$, $\widehat{\kappa}_1$ y $\widehat{\kappa}_0$. La ecuación de vinculación también se puede entender como aquella que integra, matemáticamente y físicamente, los modelos de electricidad y gas natural.

4 Solución de los modelos de estado estable y de optimización

En este capítulo se muestran diferentes técnicas para resolver los modelos matemáticos del capítulo 3. La relevancia de este capítulo radica en el hecho que es necesario establecer como se solucionan estos modelos para poder aplicarlos en las diferentes problemáticas de ambos sectores. Estos modelos se solucionarían empleando técnicas exactas y combinatoriales. La idea de presentar ambas técnicas es ofrecer un amplio panorama de posibles herramientas de solución toda vez que cada una de ellas ofrece ventajas y desventajas. La selección de la técnica depende de la aplicación en particular en donde se apliquen estos modelos. Un caso concreto de aplicación se muestra en el siguiente capítulo.

4.1 Solución del modelo de régimen permanente

En esta sección se muestra la forma de solucionar el modelo de régimen permanente de un sistema de gas natural. Para ello, inicialmente se describen las técnicas que pueden ser aplicadas para ese propósito y posteriormente su respectiva aplicación.

4.1.1 Técnicas de solución del modelo de régimen permanente

El objetivo de las técnicas de régimen permanente es solucionar el conjunto de ecuaciones que representa el comportamiento físico de un determinado sistema y con ellas determinar el valor de las variables de estado, si son conocidas las variables de control y los parámetros del sistema.

Para el caso de sistemas de electricidad o de gas natural existen diferentes técnicas que permiten solucionar el problema de régimen permanente, estas varían dependiendo de la topología de cada sistema, esto es, algunas técnicas se especializan en sistemas con topología radial como es el caso de los métodos basados en barridos y otras en sistemas con topología enmallada como el método de Newton.

En esta sección se presentará la adaptación de los métodos de Newton y barrido iterativo para soluciones los modelos de estado estable de la red de gas natural. No se hace énfasis en la aplicación de estos métodos para el caso eléctrico pues son metodologías ampliamente conocidas y desarrolladas.

4.1.1.1 Descripción del método de Newton (sistemas radiales y enmallados)

El método de Newton es una herramienta que permite encontrar la solución de un conjunto de ecuaciones no lineales multidimensional. Para que el método pueda ser aplicado se requiere que el número de incógnitas o variables sea igual al número de ecuaciones y que el conjunto de ecuaciones este igualado a cero, lo primero implica que el método solo puede encontrar una de todas las posibles soluciones que pueden existir debido a la no linealidad de las ecuaciones, la solución encontrada depende del punto de inicio que tome el método esto debido a la estrategia que utiliza para encontrar la solución.

Para encontrar una de las soluciones del conjunto de ecuaciones el método de Newton utiliza una estrategia de acercamiento mediante aproximaciones lineales, esto es, realiza una aproximación lineal alrededor del punto de ubicación actual, luego calcula el punto en el cual la aproximación lineal se hace cero, dado que este punto está más próximo a la solución del conjunto de ecuaciones entonces da un paso y se ubica en él y repite el proceso hasta encontrar la solución. El pseudocódigo del algoritmo es el siguiente.

Algoritmo 1: Método general de Newton

- 1 Seleccione un punto inicial, inicialice el contador de iteraciones $t = 0$ y haga al punto de la iteración actual igual al punto inicial. $\bar{X}^t = \bar{X}^{inicial}$
 - 2 Evalúe el conjunto de ecuaciones en el punto de la iteración actual. $\bar{G}(\bar{X}^t)$
 - 3 **Si**, el valor del conjunto de ecuaciones evaluado es menor que la tolerancia, **entonces**, vaya al paso 7, **si no**, vaya al paso 4.
 - 4 Calcule la aproximación lineal del conjunto de ecuaciones alrededor del punto de la iteración actual $\bar{G}(\bar{X}) = \bar{G}(\bar{X}^t) + J(\bar{X}^t)(\bar{X} - \bar{X}^t) = [\bar{0}]$
 - 5 Encuentre el valor que hace cero a la aproximación lineal del paso anterior, y haga
-

que el punto de la iteración $t+1$ sea igual a este valor: $\bar{X}^{t+1} = \bar{X}^t - J(\bar{X}^t)^{-1} \bar{G}(\bar{X}^t)$

- 6 Incremente el contador de iteraciones $t = t + 1$ y vaya al paso 2.
 - 7 Fin, el punto actual corresponde a las solución del conjunto de ecuaciones.
-

En donde:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad \bar{G}(\bar{X}) = \begin{bmatrix} G_1(\bar{X}) \\ G_2(\bar{X}) \\ \vdots \\ G_n(\bar{X}) \end{bmatrix}; \quad J(\bar{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \frac{\partial G_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial G_2}{\partial x_1} & \frac{\partial G_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial G_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \frac{\partial G_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

4.1.1.2 Descripción del método de barrido iterativo (sistemas radiales)

En la subsección anterior, se mostró una herramienta basada en el método de Newton que permite determinar las variables de estado de un sistema de electricidad o de gas natural si se conoce el valor de los parámetros del sistema y las variables de control. A pesar de que la herramienta permite evaluar satisfactoriamente el estado del sistema, esta puede ser costosa en términos computacionales puesto que requiere de la inversión de la matriz jacobina. Adicionalmente, existen aplicaciones donde la topología de la red es adecuada para desarrollar otro tipo de herramientas que permitan igualmente determinar el estado del sistema pero utilizando estrategias que eviten el costo computacional de invertir matrices. Estas herramientas son las basadas en barridos iterativos, y son comúnmente utilizadas en sistemas eléctricos radiales, los cuales usualmente se presentan a nivel de distribución.

Para implementar una herramienta de flujo basada en barridos iterativos es necesario que el sistema bajo análisis presente una numeración que permita determinar fácilmente el camino entre cualquier nodo del sistema y el nodo *Slack* (recorrido ascendente) e igualmente permita determinar el camino entre el nodo *Slack* y cualquier otro nodo del sistema (recorrido descendente). El Algoritmo 2 presenta un procedimiento que permite hacer un reordenamiento nodal que facilita los recorridos ascendentes y descendentes.

Algoritmo 2: Reordenamiento nodal de sistemas con topología radial

- 0 Seleccione un nodo como el *Slack*
 - 1 Almacene en la posición uno del vector A el valor de la numeración del nodo *Slack*
 - 2 Inicialice el contador de iteraciones $i=1$
 - 3 Determine los nodos que están conectados al nodo cuya numeración corresponde al valor almacenado en $A(i)$ y que no se encuentran almacenados en el vector A y almacénelos en el vector b
 - 4 Adicione el vector b al vector A , $A=[A \ b]$, borre el vector b , $clear\{b\}$ e incremente el contador i , $i=i+1$;
 - 5 *Si*, el tamaño del vector A es igual al número de nodos del sistema, *entonces*, vaya al paso 6, *si no*, vaya al paso 3
 - 6 Fin del proceso, la posición de cada nodo en el vector A equivale al nuevo valor de numeración.
 - 7 Reenumere los nodos con la información del paso 6
-

Una vez se tiene el vector de reordenamiento nodal, se puede proceder a implementar el algoritmo de barrido. Este algoritmo consiste básicamente en un proceso iterativo basado en barridos ascendentes y descendentes. Los barridos ascendentes calculan los flujos por las ramas, mientras que los descendentes calculan información nodal, el proceso termina cuando los valores de una iteración tienen un cambio muy pequeño con respecto a los de la iteración anterior.

4.1.2 Solución del modelo de estado estable por el método de Newton

El método de Newton descrito en el Algoritmo 1 puede ser aplicado para resolver el conjunto de ecuaciones no lineales que representan el comportamiento del sistema de gas natural. Esto requiere identificar las variables de control, las variables de estado y los parámetros del sistema así como el conjunto de ecuaciones que rige su comportamiento.

Las ecuaciones que describen la operación del sistema de gas natural de estado estable están dadas por (3.11) y (3.12). Tal como se indicó en la sección 3.2, estas son las restricciones del modelo de optimización y determinan el comportamiento físico del sistema de transporte de gas natural, representadas por el balance nodal de y el comportamiento de los compresores. Denote estas ecuaciones como el conjunto $\bar{G}(\bar{X})$ de la sección 4.1.1

Para determinar las variables del problema asociadas a las variables de control y estado es necesario hacer primero una clasificación de los nodos del sistema de gas, similar a la que se realiza para un sistema eléctrico. La Tabla 4.1 muestra la clasificación de los nodos del sistema de gas natural.

Tabla 4.1: Tipos de nodos del sistema de gas natural

Tipo de nodo	Descripción	Abreviación
Nodo de producción	Nodo que inyecta gas natural al sistema y puede controlar la presión nodal.	P
Nodo de carga	Nodo que consume gas natural y no puede controlar la presión nodal.	D
Nodo de referencia	Nodo de producción que se selecciona como referencia para las presiones.	<i>Slack</i>

De lo anterior, se tiene que cada nodo proporciona una ecuación y dos variables. Las variables corresponden a la presión nodal y al flujo de gas neto inyectado en cada nodo (inyección menos demanda). Al parecer hay más incógnitas que ecuaciones, sin embargo, dependiendo del tipo de nodo se conoce el valor de una de las variables, esto es:

- Para los nodos de producción se conoce la cantidad de gas inyectada, la cual corresponde a una variable de control, ya que esta inyección de gas puede ser modificada por agentes externos al sistema. En este nodo se desconoce la presión nodal, la cual corresponde a una variable de estado, ya que esta debe ser calculada para garantizar los flujos a través de la red.
- Para los nodos de carga también se conoce la inyección de gas, pues esta corresponde al negativo de la demanda de gas y se clasifica como un parámetro del sistema debido a que este valor es conocido. En este nodo se desconoce la presión nodal puesto que debe calcularse para garantizar los flujos por la red.

- Para el nodo de referencia se asume conocida el valor de la presión nodal, la cual corresponde a una variable de control. En este nodo se desconoce la inyección nodal de gas que corresponde a una variable de estado. Esta última debe ser calculada de forma tal que se cumpla el balance global del sistema, lo que implica garantizar que el total de gas inyectado sea igual al total demandado más el consumido por los compresores del sistema.

Por otro lado, cada compresor proporciona una ecuación y dos variables, esto es, la ecuación (3.12) que modela el efecto de compresión y las variables asociadas a la relación de compresión y el flujo de gas a través del compresor, sin embargo la relación de compresión puede ser vista como una variable de control.

La Tabla 4.2 presenta un resumen de las variables de estado, las variables de control y los parámetros del sistema de gas natural.

Tabla 4.2: Tipos de variables y parámetros del sistema de gas natural

Tipo de variable	Descripción	Variable
Variable de control	Variable que puede ser controlada de forma externa al sistema	<ul style="list-style-type: none"> - Presión en el nodo <i>Slack</i> - Inyección de gas en los nodos de producción (P) - Relación de compresión en los compresores
Variable de estado	Variable que describe el comportamiento del sistema	<ul style="list-style-type: none"> - Presión nodal en los nodos de producción y de carga (P&D) - Flujo a través de los compresores - Inyección de gas en el nodo <i>Slack</i>
Parámetros	Valor conocido que depende de las características del sistema o de agentes externos	<ul style="list-style-type: none"> - Parámetros de la red - Inyección de gas en los nodos de carga (D)

Con el objeto de simplificar las expresiones de la matriz jacobiana $J(\bar{X})$, se realizará un cambio de variable, el cual consiste en utilizar una variable π_k para representar el cuadrado de la presión nodal p_k que aparece en la formulación del sistema de gas presentada en el capítulo 3. Las ecuaciones (4.1) y (4.2) corresponden a las ecuaciones (3.11) y (3.12) después del cambio de variable propuesto. Y las ecuaciones (4.3) y (4.4) muestran las variables del problema de flujo de gas y su correspondiente conjunto de ecuaciones.

$$\begin{aligned} \Delta\Psi_k = 0 = & \Psi_{W_k} - \Psi_{D_k} + \sum_{m \in \Omega_{D_k}} \left(-(s_{km} * \hat{s}_{km}) * C_{km} \sqrt{(s_{km} * \hat{s}_{km}) * (\pi_k - \pi_m - k_{z_{km}})} \right) + \dots \\ & \dots + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \left(-(\hat{s}_{km}) * \Psi_{km} - \frac{1}{PC} * s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$\forall k \in \Omega_{Ng}$

$$\begin{aligned} \Delta\Pi_{km}^c = 0 = & -\pi_m + (s_{km})^2 * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * (\beta_{km}^2 * \pi_k) + \dots \\ & \dots + (s_{km})^2 * \left(\frac{1 - (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\frac{\pi_k}{\beta_{km}^2} \right) + (1 - (s_{km})^2) * \pi_k \end{aligned} \quad (4.2)$$

$\forall \{k-m\} \in \Omega_C$

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi}^{P\&D} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta\Psi} \\ \bar{\Delta\Pi}^C \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

En donde:

$\Psi_{W_{SL}}$ Flujo de gas inyectado por el pozo del nodo *Slack*
 $\bar{\Pi}^{P\&D}$ Vector que contiene todos los cuadrados de las presiones nodales de los nodos de producción (P) y de carga (D)

$\overline{\Psi}^C$	Vector que contiene los flujos de gas a través de los compresores
$\overline{\Delta\Psi}$	Vector que contiene la ecuación de balance nodal de flujo másico para cada nodo del sistema
$\overline{\Delta\Pi}^C$	Vector que contiene la ecuación del compresor para cada compresor del sistema

La matriz jacobiana para el caso de flujo de gas está dada por la derivada parcial de cada función del conjunto $\overline{G}(\overline{X})$ con respecto a cada variable del vector \overline{X} , matemáticamente está dada por las ecuaciones (4.5) y (4.6).

$$J_g(\overline{X}) = \begin{bmatrix} J^{11} & J^{12} & J^{13} \\ J^{21} & J^{22} & J^{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}}{\partial \overline{\Pi}^{P\&D}} & \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}}{\partial \overline{\Psi}^C} \\ \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}^C}{\partial \Psi_{W_{SL}}} & \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}^C}{\partial \overline{\Pi}^{P\&D}} & \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}^C}{\partial \overline{\Psi}^C} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$J_{k1}^{11} = \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}_k}{\partial \Psi_{W_{SL}}} = \begin{cases} 1 \rightarrow k = Slack \\ 0 \rightarrow k \neq Slack \end{cases}$$

$$J_{c1}^{21} = \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}_{km}^c}{\partial \Psi_{W_{SL}}} = 0$$

$$J_{kk}^{12} = \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}_k}{\partial \pi_k} = - \sum_{m \in \Omega_{Dk}} \left(\frac{C_{km}}{\sqrt{(s_{km} * \widehat{s}_{km}) * (\pi_k - \pi_m - k_{z_{km}})}} \right)$$

$$J_{km}^{12} = \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}_k}{\partial \pi_m} = \frac{C_{km}}{\sqrt{(s_{km} * \widehat{s}_{km}) * (\pi_k - \pi_m - k_{z_{km}})}} \quad (4.6)$$

$$J_{ck}^{22} = \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}_{km}^c}{\partial \pi_k} = 1 - \frac{(s_{km})^2}{2} * \left(2 - \beta_{km}^2 - \frac{1}{\beta_{km}^2} + (s_{km} * \widehat{s}_{km}) * \left(\frac{1}{\beta_{km}^2} - \beta_{km}^2 \right) \right)$$

$$J_{cm}^{22} = \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}_{km}^c}{\partial \pi_m} = -1$$

$$J_{kc}^{13} = \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}_k}{\partial \Psi_{km}^c} = -(\widehat{s}_{km}) - \frac{s_{km}}{PC} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \widehat{s}_{km})}{2} \right) * \gamma * ((\beta_{km})^\alpha - 1)$$

$$J_{kc'}^{13} = \frac{\partial \overline{\Delta\Psi}_k}{\partial \Psi_{km}^{c'}} = 0$$

$$J_{cc}^{23} = J_{cc'}^{23} = \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}_{km}^c}{\partial \Psi_{km}^c} = \frac{\partial \overline{\Delta\Pi}_{km}^c}{\partial \Psi_{km}^{c'}} = 0$$

El Algoritmo 3 muestra el método de Newton aplicado al problema de estado estable de un sistema de gas natural. Por último, se debe discutir el punto de inicio del algoritmo, ya que de la selección de este depende su velocidad de convergencia. Como punto de inicio para las variables de estado asociadas a presiones es recomendable tomar valores cercanos a los nominales. Sin embargo, existe la dificultad de obtener una matriz jacobina indeterminada, debido a los términos $[J^{12}]$, si se inicializan todas las presiones con igual valor. Esta dificultad puede resolverse si las presiones se inicializan con valores cercanos a los nominales pero estableciendo unas pequeñas diferencias entre ellas. Las variables relacionadas con los flujos a través de los compresores se pueden inicializar en cero y con esto determinar la inyección inicial de gas en el nodo *Slack* de tal forma que se cumpla el balance global.

Algoritmo 3: Método de Newton para flujo de gas

- 0** Oriente el grafo correspondiente a la red de gas y determine el valor de las constantes de orientación \widehat{S}_{km} para cada rama
 - 1** Seleccione un punto inicial, inicialice el contador de iteraciones $t = 0$ y haga al punto de la iteración actual igual al punto inicial. $\bar{X}^t = \bar{X}^{inicial}$
 - 2** Actualice las variables de dirección S_{km} para cada rama
 - 3** Evalúe el conjunto de ecuaciones en el punto actual $\bar{G}(\bar{X}^t)$
 - 4** *Si*, el valor del conjunto de ecuaciones evaluado es menor que la tolerancia, *entonces*, vaya a paso 7, *si no*, vaya al paso 4
 - 5** Calcule la aproximación lineal del conjunto de ecuaciones alrededor del punto actual $\bar{G}(\bar{X}) = \bar{G}(\bar{X}^t) + J(\bar{X}^t)(\bar{X} - \bar{X}^t) = [\bar{0}]$
 - 6** Encuentre el valor que hace cero a la aproximación lineal del paso anterior, y haga que el punto de la iteración $t + 1$ sea igual a este valor: $\bar{X}^{t+1} = \bar{X}^t - J(\bar{X}^t)^{-1} \bar{G}(\bar{X}^t)$
 - 7** Incremente el contador de iteraciones $t = t + 1$ y vaya al paso 2.
 - 8** Fin, el punto actual corresponde a las solución del conjunto de ecuaciones.
-

4.1.3 Solución del modelo de estado estable por el método de barrido iterativo

Como se mencionó anteriormente el objetivo del flujo de gas es determinar el valor de las variables de estado, que para el caso de los sistemas de gas natural son las presiones nodales en todos los nodos excepto el *Slack*, los flujos por los compresores y la inyección de gas del nodo *Slack*. Para esto se desea aprovechar el hecho de que la mayoría de los sistemas de transporte de gas natural operan bajo esquemas de topología radial, lo que permite adaptar herramientas como la de barrido iterativo para el cálculo de las variables de estado del problema de forma rápida y precisa.

La primera consideración que se hará es que todos los nodos de producción diferentes al *Slack* se modelarán como nodos de carga, cuya demanda de gas es igual al negativo de la producción de gas en el nodo. También se considerará inicialmente que el poder calorífico en todos los pozos del sistema es muy parecido, por lo tanto se asume que el flujo de volumen de gas equivale al flujo de energía.

Teniendo en cuenta lo anterior, el pseudocódigo del Algoritmo 4 propone una herramienta de flujo de gas basada en la filosofía del método de barrido iterativo diseñado para sistemas eléctricos.

Algoritmo 4: Método de barrido iterativo para sistemas de gas con topología radial

- 0** Represente a todos los nodos de producción excepto el *Slack* como nodos de carga con demanda igual al negativo de la producción
 - 1** Inicialice el consumo de gas en los compresores igual a cero
 - 2** Aplique el algoritmo de reordenamiento nodal, y calcule el vector *A*
 - 3** Con base en los flujos de gas inyectados en cada nodo y ayudado del vector de orden de barrido *A*, calcular el flujo de gas por los elementos, partiendo de los nodos terminales y culminando en el *Slack* (barrido ascendente)
 - 4** Con los flujos calculados en el paso anterior determine la dirección de los flujos, el consumo de gas en cada compresor y ubique este consumo en su respectivo nodo dependiendo de la dirección del flujo
 - 5** Calcule el consumo total de los compresores
 - 6** *Si*, el valor absoluto de la diferencia del consumo total de los compresores entre la
-

iteración actual y la iteración anterior es menor que un valor especificado, *entonces*, parar e ir al paso 7, *si no*, ir al paso 3

- 7 Partiendo del nodo *Slack* y culminando en los nodos terminales y ayudado del vector de orden de barrido *A*, calcular las presiones nodales de cada nodo (barrido descendente)
-

4.2 Solución del modelo de flujo óptimo de un sistema de gas natural

4.2.1 Técnicas de solución para los modelos de flujo óptimo

En la sección anterior se desarrollaron dos métodos que permiten determinar las variables de estado del modelo de gas natural, sin embargo, es sabido que pueden existir múltiples valores para las variables de control que presenten puntos de operación factibles con valores de función objetivo diferentes. Esto implica la necesidad de determinar el valor de las variables de control que permiten encontrar un punto de operación factible pero que presentan el mejor valor posible de la función objetivo.

En esta sección se presentan algunas herramientas para encontrar variables de control que garanticen valores de la función objetivo de buena calidad para cada sistema. Existen múltiples técnicas de optimización que pueden ser aplicadas para solucionar los modelos presentados en el capítulo 3. Estas técnicas se pueden clasificar ampliamente en técnicas exactas y técnicas combinatoriales. Las primeras, utilizan información del modelo, como por ejemplo las derivadas de la función objetivo o de las restricciones, para determinar el una posible solución. Por otro lado, las técnicas combinatoriales utilizan estrategias basadas en una combinación entre factores de sensibilidad y aleatoriedad para recorrer el espacio de soluciones. La efectividad de una técnica u otra depende del tipo de problema y de los requerimientos de su aplicación.

Como ya se indicó, dependiendo del tipo de problema, cada técnica presenta sus ventajas y desventajas. Por ejemplo, para problemas convexos las técnicas exactas presentan la ventaja de que pueden garantizar que el punto de solución encontrado cumple condiciones de optimalidad en todo el espacio de solución y por lo tanto se garantiza que el punto es un óptimo global. Sin embargo, si el problema no es convexo entonces sólo se puede garantizar que se cumplen las condiciones de optimalidad en la vecindad del punto bajo

estudio, por lo tanto no es posible determinar si el punto es óptimo global o local, lo que implica que existe la posibilidad de que la técnica se quede atrapada en óptimos locales.

Por otro lado, las técnicas combinatoriales presentan la ventaja de que pueden escapar de óptimos locales, esto debido a que presentan operadores que permiten explorar y explotar diferentes puntos del espacio de solución, esto es, la filosofía de las técnicas combinatoriales se fundamenta en explorar superficialmente el espacio de solución para detectar regiones de calidad que posteriormente son explotadas. Sin embargo, pueden tardar mayor tiempo de búsqueda que las técnicas exactas y a pesar de su capacidad de escapar de óptimos locales tampoco garantizan la ubicación del óptimo global, solo aumentan la posibilidad de encontrarlo. A pesar de esto, las técnicas combinatoriales o metaheurísticas son herramientas muy poderosas que han demostrado ser robustas para diferentes tipos de aplicaciones.

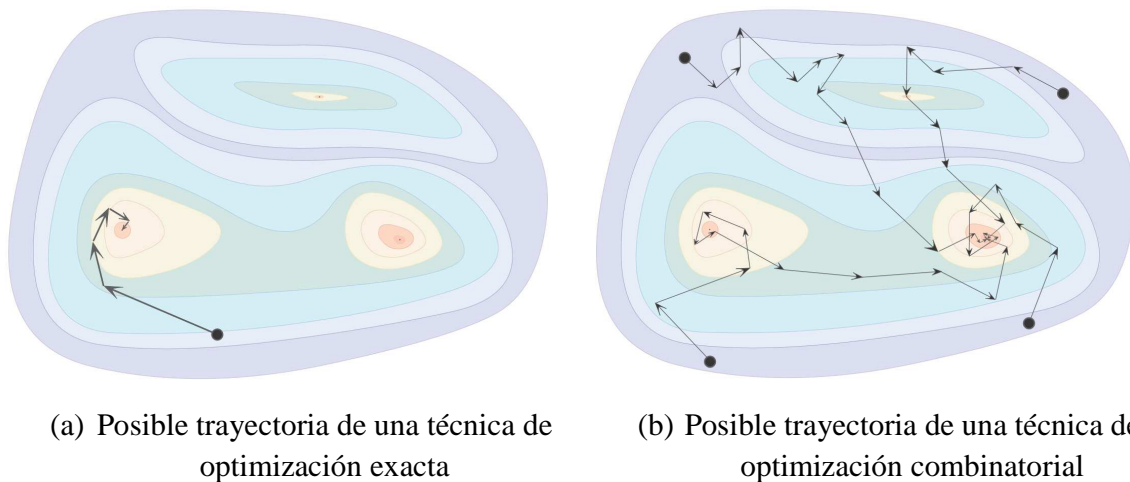


Figura 4.1. Ejemplo de recorrido de técnicas de optimización exactas y combinatoriales

En la Figura 4.1 se muestra una comparación entre el recorrido típico de una técnica de optimización exacta y una técnica combinatorial. En la Figura 4.1a la solución encontrada por la técnica exacta depende en gran medida del punto de inicio del recorrido, observe que la técnica siempre se mueve de un punto a otro de mejor calidad y que una vez encuentra un punto que satisfaga las condiciones de optimalidad detiene la búsqueda.

La técnica combinatorial opera con una lógica completamente diferente, esta puede tener

múltiples individuos que recorren el espacio de solución simultáneamente, y que pueden partir desde diferentes puntos de inicio y cuyas trayectorias están regidas por una combinación entre aleatoriedad y factores de sensibilidad, estos factores dependen de cada técnica combinatorial en particular, pero en general surgen del intercambio de información entre individuos, esta característica permite que la técnica escape de óptimos locales, incrementando la posibilidad de localizar el punto óptimo global. De la Figura 4.1b se observa como la técnica explora el espacio de solución y a medida que se hacen visibles las regiones de alta calidad, los individuos se movilizan hacia esas zonas incrementando la explotación de las mismas.

Dado lo anterior se puede concluir que la selección de la técnica de optimización depende de las características matemáticas del problema y de los requerimientos de rapidez y exactitud de la aplicación de la solución del problema, esto debido a que es posible que una determinada aplicación requiera que el método encuentre respuestas de buena calidad en tiempos muy cortos a pesar que estas no correspondan a la respuesta óptima global. Así como también es posible que exista otro tipo de aplicación que pueda invertir un poco más de tiempo para obtener una mayor posibilidad de localizar el óptimo global. A continuación se muestran dos técnicas, una perteneciente a la familia de las técnicas exactas y la otra a la familia de las metaheurísticas.

4.2.1.1 *Método gradiente descendente (MGD)*

El método de gradiente descendente aplicado a los problemas de flujo óptimo consiste en determinar el valor de las variables de control \bar{U} y de las variables de estado \bar{X} que optimizan la función objetivo de un determinado problema y que garanticen el cumplimiento del conjunto de restricciones.

Para lo anterior, el método plantea una estrategia predictor corrector, la cual requiere de una separación entre el cálculo de las variables de control y las variables de estado. Para esto se propone que a partir de un punto factible (\bar{X}, \bar{U}) se utilice la información de la función objetivo y las restricciones para encontrar nuevos valores de las variables de control que

mejoren la función objetivo del problema (paso predictor), y posteriormente se utilice el método de Newton para encontrar las variables de estado \bar{X} que satisfacen el conjunto de ecuaciones $\bar{G}(\bar{X}, \bar{U})$, cuando el valor de las variables de control \bar{U} se mantienen fijas en el valor especificado (paso corrector). Este proceso se repite hasta que se satisfacen las condiciones de optimalidad Karush-Kuhn-Tucker (KKT), y cuando esto ocurre se dice que el punto (\bar{X}, \bar{U}) encontrado es un punto óptimo local [19].

Supóngase que se desea resolver un problema de optimización como el mostrado en la ecuación (4.7) mediante el método de gradiente descendente. En primer lugar se debe reescribir el problema de forma tal que se convierta en un problema cuyo espacio de soluciones corresponda exclusivamente a restricciones de igualdad, como el mostrado en la ecuación (4.10). Para esto, las restricciones de desigualdad o restricciones funcionales y los límites de las variables de estado se introducirán en la función objetivo por medio de penalidades mientras que los límites de las variables de control se considerarán por medio de canalizaciones de los pasos o cambios que el método propone para dichas variables.

$$\min_{\bar{U}} f(\bar{X}, \bar{U})$$

s.a.

$$\begin{aligned} \bar{G}(\bar{X}, \bar{U}) &= \bar{0} \\ \bar{H}^{\min} &\leq \bar{H}(\bar{X}, \bar{U}) \leq \bar{H}^{\max} \\ \bar{X}^{\min} &\leq \bar{X} \leq \bar{X}^{\max} \\ \bar{U}^{\min} &\leq \bar{U} \leq \bar{U}^{\max} \end{aligned} \tag{4.7}$$

Las funciones de penalidad utilizadas corresponden a las ecuaciones (4.8) y (4.9) en donde n_n y n_q corresponden a factores de penalización asignados arbitrariamente.

$$w_n = \begin{cases} n_n (h_n(\bar{X}, \bar{U}) - h_n^{\max})^2 & \rightarrow h_n(\bar{X}, \bar{U}) > h_n^{\max} \\ n_n (h_n(\bar{X}, \bar{U}) - h_n^{\min})^2 & \rightarrow h_n(\bar{X}, \bar{U}) < h_n^{\min} \\ 0 & \rightarrow h_n^{\min} \leq h_n(\bar{X}, \bar{U}) \leq h_n^{\max} \end{cases} \quad (4.8)$$

$$y_q = \begin{cases} n_q (x_q - x_q^{\max})^2 & \rightarrow x_q > x_q^{\max} \\ n_q (x_q - x_q^{\min})^2 & \rightarrow x_q < x_q^{\min} \\ 0 & \rightarrow x_q^{\min} \leq x_q \leq x_q^{\max} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\min_{\bar{U}} f_p(\bar{X}, \bar{U}) = \underbrace{f(\bar{X}, \bar{U})}_{\text{Función objetivo original}} + \underbrace{\sum_n w_n}_{\text{Penalidad por restricciones funcionales H}} + \underbrace{\sum_q y_q}_{\text{Penalidad por límites de las variables de estado X}} \quad (4.10)$$

s.a.

$$\bar{G}(\bar{X}, \bar{U}) = \bar{0}$$

Para aplicar el método de gradiente descendiente se utilizarán las condiciones de optimalidad de primer orden a la función lagrangeana del problema de la ecuación (4.10), de esto se obtiene un conjunto de ecuaciones cuya solución sucesiva permite encontrar un punto óptimo local del problema de la ecuación (4.7).

El Algoritmo 5 muestra el proceso iterativo del método de gradiente descendiente con restricciones de desigualdad.

Algoritmo 5: Método de gradiente descendiente con restricciones de desigualdad

- 0** Asuma un valor inicial para las variables de control \bar{U}^0 . Haga que el valor de las variables de control en la iteración 1 \bar{U}^1 sea igual al valor inicial, $\bar{U}^1 = \bar{U}^0$
 - 1** Inicialice el contador de iteraciones en $k=1$
 - 2** Mediante el método de Newton determine el valor de las variables de estado \bar{X}^k que
-

solucionan el conjunto de ecuaciones $\bar{G}(\bar{X}, \bar{U}^k)$ cuando las variables de control valen \bar{U}^k

3 Con los valores de (\bar{X}^k, \bar{U}^k) calcule el valor de las restricciones funcionales $\bar{H}(\bar{X}^k, \bar{U}^k)$ y mediante las ecuaciones (4.8) y (4.9) determine el valor de las penalidades w_p y y_q respectivamente

4 Con los valores de las variables de estado y de control (\bar{X}^k, \bar{U}^k) determine el valor del gradiente de la función objetivo penalizada, mediante la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{\partial f_p(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{X}} \right|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k} = \left(\frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{X}} + \sum_n \frac{\partial w_n}{\partial \bar{X}} + \sum_q \frac{\partial y_q}{\partial \bar{X}} \right) \Bigg|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k}$$

5 Con los valores de las variables de estado y de control (\bar{X}^k, \bar{U}^k) , la información del jacobiano de la última iteración del método de Newton del punto 2 y con la información calculada en el punto anterior, determine el valor de $\bar{\lambda}^k$ usando la siguiente expresión:

$$\bar{\lambda}^k = - \left([J_x(\bar{X}, \bar{U})]^{-1} \frac{\partial f_p(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{X}} \right) \Bigg|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k}$$

6 Con los valores obtenidos en los pasos anteriores calcule el gradiente reducido con la siguiente expresión:

$$\nabla_{,f}(\bar{X}^k, \bar{U}^k) = \left(\frac{\partial f_p(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} + \left[\frac{\partial \bar{G}(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} \right] [\bar{\lambda}^k] \right) \Bigg|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k}$$

7 Si, $\nabla_{,f}(\bar{X}^k, \bar{U}^k) \leq \text{Tolerancia}$, entonces, ir al paso 10, si no, ir al paso 8

8 Con el valor del gradiente reducido calcule el nuevo valor de las variables de control utilizando las ecuaciones (4.11) y (4.12), donde c es un factor de escala que debe ser ajustado en cada iteración.

9 Incremente el contador de iteraciones en $k=k+1$ y vaya al paso 2

10 Fin del proceso, los valores de (\bar{X}^k, \bar{U}^k) corresponden a un punto óptimo local

$$u_i^{k+1} = \begin{cases} u_i^{\max} & \rightarrow u_i^k + cd_{u_i}^k > u_i^{\max} \\ u_i^{\min} & \rightarrow u_i^k + cd_{u_i}^k < u_i^{\min} \\ u_i^k + cd_{u_i}^k & \rightarrow \text{Para los demás casos} \end{cases} \quad (4.11)$$

$$d_{u_i}^k = \begin{cases} 0 & \rightarrow \left. \frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial u_i} \right|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k} < 0 \text{ y } u_i^k = u_i^{\max} \\ 0 & \rightarrow \left. \frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial u_i} \right|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k} > 0 \text{ y } u_i^k = u_i^{\min} \\ -c \frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial u_i} \Big|_{\bar{X}^k, \bar{U}^k} & \rightarrow \text{Para los demás casos} \end{cases} \quad (4.12)$$

4.2.1.2 Método de optimización por enjambre de partículas (PSO)

El método de optimización por enjambre de partículas, también conocido como PSO por sus siglas en inglés (*Particle Swarm Optimization*), es una técnica metaheurística basada en población, que utiliza un determinado número de individuos para caminar desde un punto inicial en el espacio de soluciones hasta regiones de alta calidad con respecto a una función de adaptación [20].

Esta técnica se fundamenta en la manera como los grupos de animales que viven en manadas, enjambres, cardúmenes o bandadas utilizan el conocimiento individual y colectivo para encontrar alimentos o escapar de depredadores.

Para implementar la técnica PSO, se define un vector P_i^t conocido como partícula i , donde cada componente del vector recibe el nombre de coordenada y corresponde a una variable de decisión del problema a optimizar. Cuando todas las coordenadas de una partícula toman un valor numérico para una determinada iteración t se dice que todo el conjunto de coordenadas corresponde a una posición de la partícula. Lo anterior indica que una partícula puede tener diferentes posiciones en diferentes iteraciones y continúa siendo la misma partícula.

Para explorar el espacio de solución, la técnica PSO utiliza la información de la posición de cada partícula para calcular su función de adaptación y así determinar la calidad de dicha

posición. Una vez esto, cada partícula se mueve a una nueva posición P_i^{t+1} que depende del conocimiento individual de cada partícula y del conocimiento colectivo del enjambre.

Como se muestra en la ecuación (4.13), el conocimiento individual de cada partícula depende de los valores de su posición actual P_i^t , su posición anterior P_i^{t-1} y su mejor posición encontrada hasta el momento P_i^{Best} , mientras que el conocimiento colectivo hace referencia a la mejor posición encontrada por todo el enjambre INC , la cual recibe el nombre de incumbente.

$$P_i^{t+1} = P_i^t + \underbrace{\left(\overbrace{CI(P_i^t - P_i^{t-1}) + rand(0,1) * CC(P_i^{Best} - P_i^t)}^{\text{Conocimiento individual}} + \overbrace{rand(0,1) * CS(INC - P_i^t)}^{\text{Conocimiento colectivo}} \right)}_{\text{Velocidad}} \quad (4.13)$$

En donde:

CI	Coficiente de inercia
CC	Coficiente cognitivo
CS	Coficiente social

Note en la ecuación (4.13) que el movimiento de cada partícula depende de información proveniente de factores de sensibilidad dados por el intercambio de información entre partículas (conocimiento individual y colectivo) y por valores aleatorios que ponderan a los factores de sensibilidad. Esto es una característica común en las técnicas metaheurísticas que les permite explorar el espacio de solución sin quedar atrapadas en óptimos locales, ya que para el caso de la técnica PSO, las partículas siempre se mueven sin importar que hayan localizado una muy buena posición, debido a que en ese caso simplemente la posición se almacena y las partículas continúan con la búsqueda.

En la Figura 4.2 se muestra un ejemplo del movimiento de cada partícula del enjambre para una iteración t cualquiera, donde los puntos grises, negros y azules corresponden a la posición de cada partícula en las iteraciones $t-1$, t y $t+1$ respectivamente, mientras que los puntos verdes representan a la mejor posición encontrada por cada partícula hasta la

iteración t y el punto rojo simboliza la mejor posición encontrada por todo el enjambre hasta la iteración t .

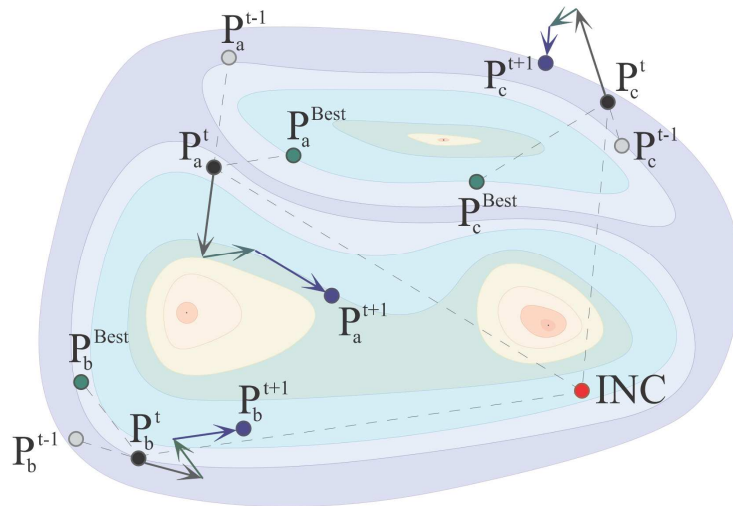


Figura 4.2 Movimiento de las partículas del enjambre

Nótese en la Figura 4.2 que la técnica permite que las partículas se muevan a posiciones de peor calidad, sin embargo, siempre se almacena la mejor posición de cada partícula y la mejor posición de todo el enjambre, lo que permite acumular información acerca de la ubicación de las regiones de calidad del espacio de soluciones.

Vale la pena resaltar que la técnica PSO presenta la gran ventaja de solo requerir información de la función de adaptación para recorrer el espacio de soluciones, y para determinar la factibilidad de la posición de cada partícula solo basta con evaluar el conjunto de restricciones del problema bajo análisis, lo cual es una ventaja con respecto a las técnicas exactas, puesto que no se exige continuidad ni diferenciabilidad en la función objetivo ni en las restricciones. Adicional a esto, la técnica PSO, al igual que la mayoría de las metaheurísticas, puede desplazarse fácilmente por la región infactible, lo que podría permitir la exploración de posibles zonas no-conexas del espacio de solución o de zonas de difícil acceso para técnicas exactas debido a la no convexidad del problema.

El Algoritmo 6 muestra el procedimiento a seguir para implementar la técnica de optimización por enjambre de partículas.

Algoritmo 6: Método de optimización por enjambre de partículas

0 Definir parámetros; CI , CC y CS ; y determinar el tamaño NP del enjambre, inicialice el contador de iteraciones $t = 0$

1 Determinar la posición inicial de las partículas del enjambre:

$$Enjambre^0 = [P_1^0 \quad P_2^0 \quad \dots \quad P_i^0 \quad \dots \quad P_{NP}^0]$$

2 Calcule la función de adaptación del enjambre y determine la mejor posición P_i^{Best} encontrada por cada partícula y la mejor posición INC encontrada por el enjambre

3 Determinar el valor inicial de la velocidad para cada partícula i del enjambre:

$$velocidad_i^0 = rand(velocidad_i^{\min}, velocidad_i^{\max})$$

4 Desplace cada partícula, $P_i^{t+1} = P_i^t + velocidad_i^t$

5 Calcular la función de adaptación para cada partícula del enjambre P_i^t

6 Determinar y almacenar la mejor posición P_i^{Best} encontrada por cada partícula y la mejor posición INC encontrada por el enjambre

7 Verificar criterios de parada, **si cumple**, vaya al paso 11, **si no**, vaya al paso 8

8 Incremente el contador de iteraciones $t = t + 1$

9 Calcule la velocidad de cada partícula:

$$velocidad_i^t = CI(P_i^t - P_i^{t-1}) + rand(0,1) * CC(P_i^{Best} - P_i^t) + rand(0,1) * CS(INC - P_i^t)$$

10 Vaya al paso 4

11 Fin del proceso, calcule la función objetivo de la partícula incumbente

Es necesario aclarar que los pasos mostrados en el Algoritmo 6 se deben acondicionar para cada problema en particular. Por ejemplo, la función de adaptación puede definirse de múltiples maneras, esto es, puede ser calculada directamente de la función objetivo del problema o puede calcularse como una combinación entre la función objetivo y el grado de infactibilidad del mismo o de cualquier forma que se especifique. Igualmente, los parámetros CI , CC , CS y NP se deben determinar para cada caso de estudio, puesto que de estos depende la eficiencia y desempeño del método. Por otro lado, la forma como se determine la construcción de las partículas del enjambre inicial y los valores mínimos y máximos de la velocidad inicial debe ser tal que permita que las partículas queden altamente esparcidas en el espacio de búsqueda, es permitido que estas queden en regiones factibles o infactibles, ya que la diversidad de las partículas del enjambre en las primeras

iteraciones aumenta el tamaño de la región del espacio de solución explorado por la técnica y por ende incrementa la posibilidad de localizar el punto óptimo global.

Por último, el criterio de parada también debe ser debidamente determinado, puesto que la selección de un mal criterio de parada puede ocasionar que la técnica termine prematuramente limitando la búsqueda, entregando una solución posiblemente de baja calidad, o por el contrario, puede ocasionar la finalización tardía del método, ocasionando tiempos de cómputo posiblemente excesivos.

4.2.2 Solución del flujo de gas óptimo mediante MGD

Para solucionar el problema de flujo de gas óptimo mediante el método de gradiente descendente se utilizará la formulación matemática presentada en el capítulo 3. Como primer paso se deben identificar las variables de control y las variables de estado para el modelo bajo análisis. En este caso se tiene que las variables de control \bar{U} son las inyecciones de gas $\bar{\Psi}_W^P$ en los nodos de producción (P), el cuadrado de la presión en el nodo *Slack* π_{SL} y la relación de compresión $\bar{\beta}$ en los compresores; mientras que las variables de estado \bar{X} son los cuadrados de las presiones $\bar{\Pi}^{P\&D}$ en los nodos de producción (P) y en los nodos de carga (D), la inyección de gas en el nodo *Slack* $\Psi_{W_{SL}}$ y flujo a través de los compresores $\bar{\Psi}^C$. Posteriormente, es necesario definir el conjunto de restricciones de igualdad $\bar{G}(\bar{U}, \bar{X})$, este conjunto se obtiene comparando el problema general de optimización representado por la ecuación (4.7) y el modelo de flujo de gas óptimo representado por las ecuaciones (3.10) - (3.15) y las modificaciones presentadas en las ecuaciones (4.1) y (4.2), de esa manera se concluye que las ecuaciones de balance nodal de flujo másico $\bar{\Delta\Psi}$ en todos los nodos y las ecuaciones del compresor $\bar{\Delta\Pi}^C$ en todos los compresores corresponden al sistema $\bar{G}(\bar{U}, \bar{X})$. Por último, se determina el conjunto de restricciones funcionales correspondiente a los límites de las variables de estado, que en este caso está dado solo por los límites de la presión nodal $\bar{\Pi}^{P\&D}$ en todos

los nodos de carga (D) y de producción (P) y por los límites de la inyección de gas en el nodo *Slack* $\Psi_{W_{SL}}$, con lo anterior:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_W^P \\ \pi_{SL} \\ \bar{\beta} \end{bmatrix}; \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi}^{P\&D} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix}; \quad \bar{G}(\bar{U}, \bar{X}) = \begin{bmatrix} \bar{\Delta\Psi} \\ \bar{\Delta\Pi}^C \end{bmatrix};$$

La ecuación (4.14) representa la función objetivo del problema en función de las variables de control y de estado del flujo de gas óptimo.

$$f(\bar{X}, \bar{U}) = \tau_{cg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Wg}} Cg_k * \Psi_{W_k} \right) + \dots \quad (4.14)$$

$$\dots + \tau_{pg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Ng}} \sum_{m \in \Omega_{Ck}} s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right)$$

De igual forma, el conjunto restricciones de igualdad $\bar{G}(\bar{U}, \bar{X})$ está dado por la ecuación (4.15).

$$\bar{G}(\bar{U}, \bar{X}) = \begin{bmatrix} \bar{G}_1(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{G}_2(\bar{U}, \bar{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta\Psi} \\ \bar{\Delta\Pi}^C \end{bmatrix} = \bar{0} \quad (4.15)$$

En donde

$$\bar{G}_1^T(\bar{U}, \bar{X}) = [g_1^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^1(\bar{U}, \bar{X})];$$

$$\bar{G}_2^T(\bar{U}, \bar{X}) = [g_1^2(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^2(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^2(\bar{U}, \bar{X})];$$

$$g_k^1(\bar{U}, \bar{X}) = -\Psi_{W_k} + \Psi_{D_k} + \sum_{m \in \Omega_{Dk}} \left((s_{km} * \hat{s}_{km}) * C_{km} \sqrt{(s_{km} * \hat{s}_{km}) * (p_k^2 - p_m^2 - k_{z_{km}})} \right) + \quad (4.16)$$

$$+ \sum_{m \in \Omega_{Ck}} \left((\hat{s}_{km}) * \Psi_{km} + \frac{1}{PC} * s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right)$$

$$g_k^2(\bar{U}, \bar{X}) = -p_m + (s_{km})^2 * \left(\left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * (\beta_{km} * p_k) + \left(\frac{1 - (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\frac{p_k}{\beta_{km}} \right) \right) + (1 - (s_{km})^2) * p_k$$

Los vectores de restricciones de límites de las variables de control y de estado están dados por las ecuaciones (4.17) y (4.18) respectivamente.

$$\bar{U}^{\min} \leq \bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_W^p \\ \pi_{SL} \\ \bar{\beta} \end{bmatrix} \leq \bar{U}^{\max} \quad (4.17)$$

$$\bar{X}^{\min} \leq \bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi}^{P\&D} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix} \leq \bar{X}^{\max} \quad (4.18)$$

Con lo anterior, se puede implementar el método de gradiente descendente, para esto solo se requiere reemplazar las expresiones encontradas para la función objetivo, las restricciones de igualdad y desigualdad y las variables de control y de estado en la formulación utilizada por el Algoritmo 5. Por último, es preciso aclarar que el método de Newton utilizado en el paso 2 del Algoritmo 5 corresponde al desarrollado para flujo de gas en la subsección 4.1.2.

4.2.3 Solución del flujo de gas óptimo mediante PSO

Para la implementación del flujo de gas óptimo (FGO) mediante la técnica PSO se utilizará la formulación matemática planteada en el capítulo 3. Como primer paso para adaptar el Algoritmo 6 al problema de FGO, se define el vector que representa a una partícula del enjambre como un vector que contiene todas las variables de control del problema. La ecuación (4.19) muestra de forma general la codificación de una partícula del enjambre para el problema de FGO.

$$P_i^t = \left[\begin{array}{c} \bar{\Psi}_W^p \\ \pi_{SL} \\ \bar{\beta} \end{array} \right]_{t,i} \quad (4.19)$$

Luego se define la función de adaptación de cada partícula como la suma ponderada entre la función objetivo \mathcal{U} mostrada en la ecuación (3.10) y el grado de infactibilidad $GI_{g_i}^t$. Para calcular la función de adaptación propuesta es necesario conocer el valor de las

variables de control y de las variables de estado, las primeras están dadas por la posición de cada partícula, mientras que las segundas deben calcularse. Para esto, se utiliza alguna de las herramientas de flujo de gas descritas en la sección 4.1 (dependiendo de la topología del sistema) y con el resultado del flujo de potencia se calcula el valor de la función objetivo y se determina el cumplimiento del conjunto de restricciones del problema. Si las restricciones se cumplen entonces la partícula tiene una posición factible y el grado de infactibilidad es cero, pero si alguna restricción no se cumple, entonces el individuo está en una posición infactible y el grado de infactibilidad está dado por las ecuaciones (4.20) y (4.21).

$$GI_{g_i}^t = \alpha \left(\left[\begin{array}{c} \overline{\Delta\Psi} \\ \overline{\Delta\Pi}^C \end{array} \right]^T \left[\begin{array}{c} \overline{\Delta\Psi} \\ \overline{\Delta\Pi}^C \end{array} \right] \right) \Big|_{i,t} + \sum_k \sum_{j \in \Omega^k} r_{g_j}^k \Big|_{i,t} \quad (4.20)$$

$$r_{g_j}^k = \begin{cases} \chi_k (\Psi_{W_{SL}}^{\max} - \Psi_{W_{SL}})^2 & \rightarrow (\Psi_{W_{SL}}^{\max} < \Psi_{W_{SL}}) \& (k=1) \\ \chi_k (\Psi_{W_{SL}}^{\min} - \Psi_{W_{SL}})^2 & \rightarrow (\Psi_{W_{SL}}^{\min} > \Psi_{W_{SL}}) \& (k=1) \\ 0 & \rightarrow (\Psi_{W_{SL}}^{\min} \leq \Psi_{W_{SL}} \leq \Psi_{W_{SL}}^{\max}) \& (k=1) \\ \chi_k (p_j^{P\&D^{\max}} - p_j^{P\&D})^2 & \rightarrow (p_j^{P\&D^{\max}} < p_j^{P\&D}) \& (k=2) \\ \chi_k (p_j^{P\&D^{\min}} - p_j^{P\&D})^2 & \rightarrow (p_j^{P\&D^{\min}} > p_j^{P\&D}) \& (k=2) \\ 0 & \rightarrow (p_j^{P\&D^{\min}} \leq p_j^{P\&D} \leq p_j^{P\&D^{\max}}) \& (k=2) \end{cases} \quad (4.21)$$

En donde

k	Sub índice que representa a cada tipo de restricción funcional
Ω^k	Conjunto que contiene a los subíndices j de cada restricción funcional
α, χ_k	Factores de penalidad
$\Psi_{W_{SL}}$	Variable de estado correspondiente al flujo de gas inyectado en el nodo <i>Slack</i>
$\Psi_{W_{SL}}^{\max}$	Límite máximo de la variable de estado $\Psi_{W_{SL}}$
$\Psi_{W_{SL}}^{\min}$	Límite mínimo de la variable de estado $\Psi_{W_{SL}}$
$p_j^{P\&D}$	Variable de estado de la posición j del vector de presiones nodales de los nodos tipo P y tipo D
$p_j^{P\&D^{\max}}$	Límite máximo de la variable de estado $p_j^{P\&D}$
$p_j^{P\&D^{\min}}$	Límite mínimo de la variable de estado $p_j^{P\&D}$

Por otro lado, los límites de las variables de control se consideran mediante canalizaciones, esto es, cada que se desplaza una partícula se verifica que todos sus componentes estén dentro de los límites respectivos y si una o varias coordenadas (variables de control) no cumplen los límites, entonces estas se fijan en el valor del límite violado.

Por último se definen dos criterios de parada. El primero consiste en un número máximo de iteraciones sin mejorar la incumbente y el segundo está dado por un máximo número de iteraciones.

4.3 Solución del modelo de un sistema integrado

Esta sección muestra como las técnicas descritas para la solución del flujo óptimo de gas, gradiente descendente y enjambre de partículas, igualmente pueden ser adaptadas para solucionar el modelo de sistemas integrados de electricidad y gas natural. Esta adaptación es posible toda vez que el modelo integrado es en esencia un problema de optimización.

4.3.1 Solución del flujo óptimo integrado mediante MGD

Para el caso de flujo óptimo integrado (FOI) de sistemas de electricidad y gas natural se utilizará la formulación matemática desarrollada en la sección 3.3 considerando las modificaciones al modelo de la red de gas planteadas en subsección 4.2.1 mediante las ecuaciones de la (4.1) y (4.2).

Para este caso las variables de control del problema están dadas por la unión entre las variables de control del problema de FPO y las del problema de FGO, igualmente ocurre con las variables de estado. Dado lo anterior en la ecuación (4.22) se muestran las variables de control y las variables de estado para el problema de flujo integrado óptimo.

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{P}_G^{PV} \\ \bar{V}^{PV} \\ V_{SL} \\ \bar{t} \\ \bar{\Psi}_W^P \\ \pi_{SL} \\ \bar{\beta} \end{bmatrix}; \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}^{PV} \\ \bar{\theta}^{PQ} \\ \bar{V}^{PQ} \\ \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi}^{P\&D} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix}; \quad (4.22)$$

La función objetivo, de forma reescrita y necesaria para solucionar el problema por esta técnica, del problema integrado descrita por la ecuación (3.18) en términos únicamente de las variables de control y de estado se muestra en la ecuación (4.23).

$$\begin{aligned} f(\bar{X}, \bar{U}) = & \tau_{ce} * Ce_{G_{SL}} * \kappa_{2_{SL}} \left(P_{D_{SL}} + V_{SL} \left(\sum_{j \in \Omega_{SL}} V_j (G_{B_{SLj}} \cos(-\theta_j) + B_{B_{SLj}} \text{sen}(-\theta_j)) \right) \right)^2 + \\ & + \left(\tau_{ce} * Ce_{G_{SL}} * \kappa_{1_{SL}} + \tau_{pe} \right) \left(P_{D_{SL}} + V_j \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_{SL} (G_{B_{SLj}} \cos(-\theta_j) + B_{B_{SLj}} \text{sen}(-\theta_j)) \right) \right) + \\ & + \tau_{ce} \left(\sum_{\substack{i \in \Omega_{Ge} \\ i \notin \{\Omega_{G_{gas}} \cup SL\}}} \left(Ce_{G_i} * \left(\kappa_{2_i} \cdot (P_{G_i})^2 + \kappa_{1_i} \cdot (P_{G_i}) + \kappa_{0_i} \right) \right) + CF_i \right) + \tau_{pe} \left(\sum_{\substack{i \in \Omega_{Ge} \\ i \neq SL}} P_{G_i} \right) + \\ & + \tau_{cg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Wg}} Cg_k * \Psi_{W_k} \right) + \\ & + \tau_{pg} \left(\sum_{k \in \Omega_{Ng}} \sum_{m \in \Omega_{Ck}} s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

De igual manera, el conjunto de restricciones de igualdad está dado por la unión de los conjuntos de restricciones de los problemas de flujo de potencia óptimo y flujo de gas óptimo, este conjunto se muestra en las ecuaciones (4.24) y (4.25).

$$\bar{G}(\bar{U}, \bar{X}) = \begin{bmatrix} \bar{G}_1(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{G}_2(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{G}_3(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{G}_4(\bar{U}, \bar{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\Delta P^{PV}}{\Delta P^{PQ}} \right] \\ \left[\frac{\Delta Q^{PQ}}{\Delta \Psi} \right] \\ \left[\frac{\Delta \Psi}{\Delta \Pi^C} \right] \end{bmatrix} = \bar{0} \quad (4.24)$$

En donde:

$$\begin{aligned} \bar{G}_1^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [g_1^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^1(\bar{U}, \bar{X})]; \\ \bar{G}_2^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [g_1^2(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^2(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^2(\bar{U}, \bar{X})]; \\ g_i^1(\bar{U}, \bar{X}) &= P_{G_i} - P_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)) \right); \\ g_i^2(\bar{U}, \bar{X}) &= Q_{G_i} - Q_{D_i} - V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) - B_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)) \right); \\ \bar{G}_3^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [g_1^3(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^3(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^3(\bar{U}, \bar{X})]; \\ \bar{G}_4^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [g_1^4(\bar{U}, \bar{X}) \quad g_2^4(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad g_n^4(\bar{U}, \bar{X})]; \\ g_k^3(\bar{U}, \bar{X}) &= -\Psi_{W_k} + \Psi_{D_k} + \sum_{m \in \Omega_{D_k}} \left((s_{km} * \hat{s}_{km}) * C_{km} \sqrt{(s_{km} * \hat{s}_{km}) * (p_k^2 - p_m^2 - k_{z_{km}})} \right) + \\ &\quad + \sum_{m \in \Omega_{C_k}} \left((\hat{s}_{km}) * \Psi_{km} + \frac{1}{PC} * s_{km} * \left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\gamma [(\beta_{km})^\alpha - 1] \Psi_{km} \right) \right) + \\ &\quad + \sum_{i \in \Omega_{C_{G_k}}} \left(\frac{1}{PC} (\hat{\kappa}_{2_i} \cdot (P_{G_i})^2 + \hat{\kappa}_{1_i} \cdot (P_{G_i}) + \hat{\kappa}_{0_i}) \right) \\ g_k^4(\bar{U}, \bar{X}) &= -p_m + (s_{km})^2 * \left(\left(\frac{1 + (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * (\beta_{km} * p_k) + \left(\frac{1 - (s_{km} * \hat{s}_{km})}{2} \right) * \left(\frac{p_k}{\beta_{km}} \right) \right) + (1 - (s_{km})^2) * p_k \end{aligned} \quad (4.25)$$

Por otro lado, el vector de restricciones funcionales está dado por las ecuaciones (4.26) y (4.27) ya que el vector $\bar{H}(\bar{U}, \bar{X})$ solo existe para el caso eléctrico. Igualmente, los vectores que representan a las restricciones de los límites de las variables de control y de estado están dados por las ecuaciones (4.28) y (4.29).

$$\bar{H}^{\min} \leq \bar{H}(\bar{U}, \bar{X}) = \begin{bmatrix} \bar{H}_1(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{H}_2(\bar{U}, \bar{X}) \\ \bar{H}_3(\bar{U}, \bar{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{F} \\ P_{G_{SL}} \\ \bar{Q}_G^{PV} \end{bmatrix} \leq \bar{H}^{\max} \quad (4.26)$$

En donde:

$$\begin{aligned}
\bar{H}_1^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [h_1^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad h_2^1(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad h_n^1(\bar{U}, \bar{X})]; \\
\bar{H}_2^T(\bar{U}, \bar{X}) &= h_{SL}^2(\bar{U}, \bar{X}); \\
\bar{H}_3^T(\bar{U}, \bar{X}) &= [h_1^3(\bar{U}, \bar{X}) \quad h_2^3(\bar{U}, \bar{X}) \quad \dots \quad h_n^3(\bar{U}, \bar{X})]; \\
\bar{H}_1^{\min} &= -\bar{P}_{ij}^{\max}; \quad \bar{H}_1^{\max} = \bar{P}_{ij}^{\max}; \\
\bar{H}_2^{\min} &= \bar{P}_{G_{SL}}^{\min}; \quad \bar{H}_2^{\max} = \bar{P}_{G_{SL}}^{\max}; \\
\bar{H}_3^{\min} &= \bar{Q}_G^{\min}; \quad \bar{H}_3^{\max} = \bar{Q}_G^{\max};
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
h_1^1(\bar{U}, \bar{X}) &= V_i^2 g_{ij} - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - V_i V_j b_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j); \quad \forall ij \in \Omega_L \\
h_{SL}^2(\bar{U}, \bar{X}) &= P_{D_{SL}} + V_{SL} \left(\sum_{j \in \Omega_{SL}} V_j (G_{B_{SLj}} \cos(-\theta_j) + B_{B_{SLj}} \text{sen}(-\theta_j)) \right); \\
h_i^3(\bar{U}, \bar{X}) &= Q_{D_i} + V_i \left(\sum_{j \in \Omega_i} V_j (G_{B_{ij}} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) - B_{B_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)) \right); \quad \forall i \in \Omega_{PV}
\end{aligned}$$

$$\bar{U}^{\min} \leq \bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \\ \bar{U}_4 \\ \bar{U}_5 \\ \bar{U}_6 \\ \bar{U}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_G^{PV} \\ \bar{V}^{PV} \\ V_{SL} \\ \bar{t} \\ \bar{\Psi}_W^P \\ \pi_{SL} \\ \bar{\beta} \end{bmatrix} \leq \bar{U}^{\max} \tag{4.28}$$

$$\bar{X}^{\min} \leq \bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \\ \bar{X}_4 \\ \bar{X}_5 \\ \bar{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}^{PV} \\ \bar{\theta}^{PQ} \\ \bar{V}^{PQ} \\ \Psi_{W_{SL}} \\ \bar{\Pi}^{P\&D} \\ \bar{\Psi}^C \end{bmatrix} \leq \bar{X}^{\max} \tag{4.29}$$

Con lo anterior se puede implementar el Algoritmo 5, solo se debe tener en cuenta que el paso 2 de dicho algoritmo debe ser modificado de tal forma que utilizando las variables de control correspondientes a variables eléctricas se alimente el método de Newton de la

sección 4.1 y con esto se puede determinar el valor de las variables de estado eléctricas. Es importante aclarar que en cada iteración del Algoritmo 5 se deben actualizar los términos de la matriz de admitancia nodal relacionados con los transformadores dado que estos términos dependen de las variables de control asociadas a los taps de los transformadores.

Una vez conocidas las variables de estado eléctricas entonces se procede a calcular las variables de estado de gas, para esto, utilizando la ecuación (3.21) se debe calcular el gas requerido para generar las potencias activas indicadas por las variables de control eléctricas respectivas. Este valor de consumo de gas se agrega a la demanda nodal de gas del nodo correspondiente a cada generador, y posteriormente se utiliza el método de Newton para flujo de gas desarrollado en la sección 4.1 para calcular el valor de las variables de estado de gas.

4.3.2 Solución del flujo óptimo integrado mediante PSO

Para adaptar el Algoritmo 6 al problema de FOI se define el vector que representa a la partículas para el problema de FOI como la unión entre el vector de variables de control del FPO y el vector de variables de control del FGO, tal y como lo muestra la ecuación (4.30).

$$P_i^t = \begin{bmatrix} \overline{P}_G^{-PV} \\ \overline{V}^{-PV} \\ V_{SL} \\ \bar{t} \\ \overline{\Psi}_W^P \\ \pi_{SL} \\ \overline{\beta} \end{bmatrix}_{t,i} \quad (4.30)$$

La función de adaptación estará dada por la suma ponderada entre la función objetivo \mathcal{V} del problema de FOI mostrada en la ecuación (3.18) y los grados de infactibilidad de la red eléctrica $GI_{e_i}^t$ y de la red de gas $GI_{g_i}^t$, los cuales están dados por las ecuaciones (4.31) y (4.20) respectivamente. De igual manera, los límites de las variables de control se consideran mediante canalizaciones tal y como se explicó anteriormente.

$$GI_{e_i}^t = \alpha \left(\begin{bmatrix} \overline{\Delta P}^{PV} \\ \overline{\Delta P}^{PQ} \\ \overline{\Delta Q}^{PQ} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overline{\Delta P}^{PV} \\ \overline{\Delta P}^{PQ} \\ \overline{\Delta Q}^{PQ} \end{bmatrix} \right)_{i,t} + \sum_k \sum_{j \in \Omega^k} r_{e_j}^k \Big|_{i,t} \quad (4.31)$$

$$r_{e_j}^k = \begin{cases} \chi_k (V_j^{PQ^{\max}} - V_j^{PQ})^2 & \rightarrow (V_j^{PQ^{\max}} < V_j^{PQ}) \& (k=1) \\ \chi_k (V_j^{PQ^{\min}} - V_j^{PQ})^2 & \rightarrow (V_j^{PQ^{\min}} > V_j^{PQ}) \& (k=1) \\ 0 & \rightarrow (V_j^{PQ^{\min}} \leq V_j^{PQ} \leq V_j^{PQ^{\max}}) \& (k=1) \\ \chi_k (F_j^{\max} - F_j)^2 & \rightarrow (F_j^{\max} < F_j) \& (k=2) \\ \chi_k (F_j^{\min} - F_j)^2 & \rightarrow (F_j^{\min} > F_j) \& (k=2) \\ 0 & \rightarrow (F_j^{\min} \leq F_j \leq F_j^{\max}) \& (k=2) \\ \chi_k (P_{G_{SL}}^{\max} - P_{G_{SL}})^2 & \rightarrow (P_{G_{SL}}^{\max} < P_{G_{SL}}) \& (k=3) \\ \chi_k (P_{G_{SL}}^{\min} - P_{G_{SL}})^2 & \rightarrow (P_{G_{SL}}^{\min} > P_{G_{SL}}) \& (k=3) \\ 0 & \rightarrow (P_{G_{SL}}^{\min} \leq P_{G_{SL}} \leq P_{G_{SL}}^{\max}) \& (k=3) \\ \chi_k (Q_{G_j}^{PV^{\max}} - Q_{G_j}^{PV})^2 & \rightarrow (Q_{G_j}^{PV^{\max}} < Q_{G_j}^{PV}) \& (k=4) \\ \chi_k (Q_{G_j}^{PV^{\min}} - Q_{G_j}^{PV})^2 & \rightarrow (Q_{G_j}^{PV^{\min}} > Q_{G_j}^{PV}) \& (k=4) \\ 0 & \rightarrow (Q_{G_j}^{PV^{\min}} \leq Q_{G_j}^{PV} \leq Q_{G_j}^{PV^{\max}}) \& (k=4) \end{cases} \quad (4.32)$$

En donde:

k	Sub índice que representa a cada tipo de restricción funcional
Ω^k	Conjunto que contiene a los subíndices j de cada restricción funcional
α, χ_k	Factores de penalidad
V_j^{PQ}	Variable de estado de la posición j del vector de tensiones nodales de los nodos PQ
$V_j^{PQ^{\max}}$	Límite máximo de la variable de estado V_j^{PQ}
$V_j^{PQ^{\min}}$	Límite mínimo de la variable de estado V_j^{PQ}
F_j	Restricción funcional j correspondiente al vector de flujos por las líneas y transformadores
F_j^{\max}	Límite máximo de la restricción funcional F_j
F_j^{\min}	Límite mínimo de la restricción funcional F_j

$P_{G_{SL}}$	Restricción funcional correspondiente a la potencia activa generada en el nodo <i>Slack</i>
$P_{G_{SL}}^{\max}$	Límite máximo de la restricción funcional $P_{G_{SL}}$
$P_{G_{SL}}^{\min}$	Límite mínimo de la restricción funcional $P_{G_{SL}}$
$Q_{G_j}^{PV}$	Restricción funcional j correspondiente al vector de potencias reactivas generadas en los nodos PV
$Q_{G_j}^{PV\max}$	Límite máximo de la restricción funcional $Q_{G_j}^{PV}$
$Q_{G_j}^{PV\min}$	Límite mínimo de la restricción funcional $Q_{G_j}^{PV}$

Vale la pena indicar que para calcular la función objetivo del problema de FOI y los grados de infactibilidad de los respectivos sistemas, es necesario primero calcular el valor de las variables de estado asociado a las variables de control especificadas por la posición de cada partícula. Para esto, inicialmente se calcula el valor de las variables de estado eléctricas mediante alguna de las herramientas de flujo de estado estable desarrolladas en la sección 4.1, en este caso se debe tener en cuenta la modificación de la matriz de admitancia nodal dada por los cambios de los taps de los transformadores. Posteriormente, con la potencia generada por los generadores térmicos a gas, se calcula la cantidad de gas que requiere cada generador y se adiciona a la demanda del nodo de gas asociado a cada generador, con esto y con las variables de control correspondientes al sistema de gas dadas por la posición de la partícula se utiliza alguna de las herramientas de flujo de gas desarrolladas en la sección 4.1 para calcular las variables de estado del sistema de gas.

Por último se definen dos criterios de parada. El primero consiste en un número máximo de iteraciones sin mejorar la incumbente, y el segundo está dado por un máximo número de iteraciones.

5 Una aplicación de los modelos de optimización a un problema de planeamiento integrado - A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks

Los modelos y técnicas de solución desarrollados en los capítulos anteriores pueden ser aplicados a diversas problemáticas asociadas a los sectores de electricidad y gas natural. Este capítulo muestra un modelo de planeamiento integrado en donde se evidencia la utilidad de esos modelos y sus técnicas de solución. Vale la pena indicar que esta aplicación ha sido aprobada por la *IEEE Transaction on Power Systems* para publicación, por tal razón este capítulo conserva el formato de publicación de dicha revista.

A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks

Carlos A. Saldarriaga, *Student Member, IEEE*, Ricardo A. Hincapié, *Student Member, IEEE*, and Harold Salazar, *Member, IEEE*.

Abstract — This paper presents a new planning expansion model of an electricity and natural gas distribution system that has high penetration of distributed generation based on natural gas. The model entails lower investment costs as compared to traditional planning models that consider both systems (electricity and natural gas) as independent networks. This model is especially convenient for utilities that own both systems, as electricity and natural gas customers can derive benefits (via electricity or natural gas tariffs) if there are significant savings in investment costs. For fast-growing economies, the merging of electricity and natural gas distribution systems is seen as a promising business opportunity in which economies of scope can have lower investment costs, so there is a definite need for this type of approach.

Index Terms — Distributed generation, electricity distribution system planning, natural gas distribution system planning, integration of natural gas and distribution systems.

NOMENCLATURE

$\sigma_{NS_{i,s,t}}$	Binary decision variable to install a new electrical substation at electrical node i , type s , at the beginning of stage t
$\sigma_{NF_{i,j,f,t}}$	Binary decision variable to install a new distribution feeder between nodes i - j , type f , at the beginning of stage t
$\sigma_{NC_{n,c,t}}$	Binary decision variable to install a new city gate, at node n , type c , at the beginning of stage t
$\sigma_{NP_{m,p,t}}$	Binary decision variable to install a new pipeline between nodes n - m , type p , at the beginning of stage t
$\sigma_{CS_{i,s,t}}$	Binary decision variable to expand the capacity of an existing electrical substation at node i , type s , at the beginning of stage t
$\sigma_{CF_{i,j,f,t}}$	Binary decision variable to expand the capacity of an existing feeder between nodes i - j , type f , at the beginning of stage t
$\sigma_{CC_{n,c,t}}$	Binary decision variable to expand the capacity of an existing city gate, at node n , type c , at the beginning of stage t
$\sigma_{CP_{m,p,t}}$	Binary decision variable to expand the capacity of an existing pipeline between nodes n - m , type p , at the beginning of stage t

$\sigma_{NG_{i,g,t}}$	Binary decision variable to install a new distributed generator at electrical node i , type g , at the beginning of stage t
$\sigma_{CG_{i,g,t}}$	Binary decision variable to expand the capacity of an existing distributed generator at electrical node i , type g , at the beginning of stage t
$C_{NS_{i,s,t}}$	Overnight cost of a new electrical substation at node i , type s , at the beginning of stage t (\$)
$C_{NF_{i,j,f,t}}$	Overnight cost of a new distribution feeder between electrical nodes i - j , type f , at the beginning of stage t (\$)
$C_{NC_{n,c,t}}$	Overnight cost of a new city gate, at node n , type c , at the beginning of stage t (\$)
$C_{NP_{m,d,t}}$	Overnight cost of a new pipeline, at nodes n - m , type d , at the beginning of stage t (\$)
$C_{CS_{i,s,t}}$	Overnight cost to expand the capacity of an existing electrical substation in electrical node i , type s , at the beginning of stage t (\$)
$C_{CF_{i,j,f,t}}$	Overnight cost to expand the capacity of an existing feeder in electrical nodes i - j , to type f , at the beginning of stage t (\$)
$C_{CC_{n,c,t}}$	Overnight cost to expand the capacity of an existing city gate at node n , type c , at the beginning of stage t (\$)
$C_{CP_{m,d,t}}$	Overnight cost to expand the capacity of an existing pipeline that connects node n and m , type d , at the beginning of stage t (\$)
$C_{NG_{i,g,t}}$	Overnight cost to install a new distributed generator at node i , type g , at the beginning of stage t (\$)
$C_{CG_{i,g,t}}$	Overnight cost to expand the capacity of an existing distributed generator at node i , type g , at the beginning of stage t (\$)
β	Discount factor
AP_t	Annual average price of electricity over the stage t (\$/MWh)
LD_l	Total number of hours of the load level l
nT	Stage duration in Years
nS	Number of stages
nL	Total number of load level demand
$S_{i,l,t}$	Power injected by a substation for a load level demand l , at node i , at stage t (MVA)
$S_{G_{i,l,t}}$	Power injected by a distributed generator for a load level demand l , at node i , at stage t (MVA)
$S_{D_{i,l,t}}$	Forecasted load level demand l , at node i , at stage t (MVA)
$V_{i,l,t}$	Bus voltage for a load level demand l , at node i , at stage t (kV)

This work was supported by the Technological University of Pereira (Colombia) under Grant 6-11-1 and the Young Research Program “Virginia Gutiérrez de Pineda” of the National Department of Science, Technology and Research (COLCIENCIAS) of Colombia.

C.A. Saldarriaga, R.A. Hincapié, and H. Salazar are with the Department of Electrical Engineering at the Technological University of Pereira (Universidad Tecnológica de Pereira), Vereda La Julita, A.A. 97, Pereira, Colombia (e-mail: casaldarriaga@utp.edu.co, ricardohincapie@utp.edu.co, hsi@utp.edu.co).

$R_{ij,f,t}$	Feeder resistance from node i to j , type f , at stage t (Ohm)	
$Z_{ij,f,t}$	Feeder impedance from node i to j , type f , at stage t (Ohm)	
V_i^{\min}	Minimum voltage limit at node i (kV)	
V_i^{\max}	Maximum voltage limit at node i (kV)	
S_{Gg}^{\max}	Distributed generator type g maximum capacity limit (MVA)	
S_{Ss}^{\max}	Electrical substation type s maximum capacity limit (MVA)	
I_f^{\max}	Type f maximum current limit capacity (kA)	
$\Psi_{C_{n,l,t}}$	Natural gas injected for the load level demand l , at city gate located at node n , at stage t (m^3/h)	
$\Psi_{D_{n,l,t}}$	Forecasted natural gas load level demand l , at node n , at stage t (m^3/h)	
$\Psi_{G_{n,l,t}}$	Natural gas consumption for a load level demand l , of a distributed generator located at gas node n , at stage t (m^3/h)	
$\Psi_{P_{nm,l,t}}$	Natural gas flow for the load level demand l , in pipeline between gas nodes $n-m$ at stage t	
$P_{n,l,t}$	Natural gas pressure for the load level demand l , at node n , at stage t (bar)	
$P_{in_{nm,l,t}}$	Natural gas pressure for the load level demand l , at the input node of the pipeline that connects nodes $n-m$, at stage t (bar)	
$P_{out_{nm,l,t}}$	Natural gas pressure for the load level demand l , at the output node of the pipeline that nodes $n-m$, at stage t (bar)	
P_n^{\min}	Minimum natural gas pressure at node n (bar)	
P_n^{\max}	Maximum natural gas pressure at node n (bar)	
$\Psi_{C_c}^{\max}$	Type c city gate capacity limit (m^3/h)	
$\kappa_{nm,p}$	Pipe resistance of the pipeline between nodes $n-m$, type p	
Ω_E	Set formed by electrical nodes	
Ω_G	Set formed by natural gas nodes	
Ω_S	Set formed by new and existing electrical substation	
Ω_{NS}	Set formed by new electrical substation	
Ω_{CS}	Set formed by existing electrical substation	
Ω_F	Set formed by new and existing feeders	
Ω_{NF}	Set formed by new feeders	
Ω_{CF}	Set formed by existing feeders	
Ω_C	Set formed by new and existing city gates	
Ω_{NC}	Set formed by new city gates	
Ω_{CC}	Set formed by existing city gates	
Ω_P	Set formed by new and existing pipelines	
Ω_{NP}	Set formed by new pipelines	
Ω_{CP}	Set formed by existing pipelines	
Ω_n	Set formed by gas nodes that have physical connection with gas node n	
Ω_i	Set formed by electrical nodes that have physical connection with electrical node i	
Ω_{GD}	Set formed by gas nodes that have distributed generators	
Ω_{Ts}	Set formed by types of the electrical substation	
Ω_{Tc}	Set formed by types of the city gate	
Ω_{Tf}	Set formed by types of the feeders	
Ω_{Tp}	Set formed by types of the pipeline	
Ω_{Tg}	Set formed by types of the distributed generator	

I. INTRODUCTION

THE most recent findings of natural gas and the low cost of extraction, transportation, and marketing in some developing economies have opened the possibility of incorporating distributed generation (DG) based on natural gas into electricity distribution networks. In fact, an important increment of the new capacity provided by DG in fast-growing economies is expected to come in the next few years [1]. The benefits provided by DG based on natural gas are well known and have been pointed out in several papers [2]-[28], for instance: improvements of voltage regulation and reliability indexes, loss reduction, greenhouse gas reduction, etc. Most of these benefits stem from the fact that DG using natural gas provides firm energy to the system.

The fast penetration and the benefits derived from DG have changed the way electricity utilities operate and plan their distribution systems. The impact of DG on electricity distribution systems has been analyzed from different perspectives; for instance, [3] shows how DG can be taken into consideration in order to reduce energy losses. Likewise, the optimal localization and the capacity of DG to improve voltage profiles are shown in [4] and [5]. The optimal localizations needed to improve voltage profiles and reliability indexes and to reduce energy losses are in [6]-[10]. A multi-objective optimization problem is shown in [11] in order to locate and establish the capacity of different DGs for the purpose of reducing total investment cost. [12] presents an algorithm to locate DGs based on unconventional technologies that mainly consider demand uncertainty. [15] presents an economic and technical analysis of an electrical distribution system that has high penetration of DG based on natural gas.

In [16], a particle swarm optimization algorithm is used to plan a distribution system with DGs so that the investment, operational and CO₂ emission costs are minimized. The algorithm establishes the size and location of DG under different demand and energy price scenarios. On the other hand, [17] presents a model to plan a distribution system in which the investment and operational costs and unsupplied energy risk are considered. The paper uses a Monte Carlo simulation to deal with uncertainties from demand, non-renewable operation of DG, and energy prices. In [18], the methodology presented takes into account the effect of DG on power losses and system operation. This paper considers the uncertainty of ignoring the location and size of DG because it considers the fact that they are investors' decisions that are not

within the control of the network operator. In [19], a possibilistic-probabilistic model is presented to plan a distribution system that has different sources of uncertainty. The paper uses different models (fuzzy sets and probability density functions) to model the uncertainty sources. [20] and [21] show a mathematical model to optimize the operation of multi-carrier energy systems. They use one optimization algorithm to simultaneously minimize the operational cost of the three different systems: electrical, natural gas, and district heat. A model that shows how radial constraints can be easily incorporated in an optimization model of distribution systems is presented in [22]. A distribution-planning optimization model is presented in [23] and [24]. This paper considers a multi-level load, multi-stage planning and the possibility of having DG. The model also considers the possibility of repowering or building new elements, and develops a disjunctive formulation to solve the problem.

On the other hand, several technical papers analyze the problems of planning and operating an integrated electricity power and natural gas system from different perspectives. A long-term, multi-area, multistage, and integrated expansion planning model of electricity and natural gas systems is presented in [25]. This model shows how an electricity and natural gas network can be integrated at the transmission level. [26] presents an integrated transmission-operation planning model of an electricity transmission and a natural gas network. The model emphasizes the need for integrated operation planning in countries that are developing their natural gas infrastructure, as the existing natural gas networks might not be robust enough to supply natural-gas generation plants. In [27], an integrated operation model is solved using a mix of several optimization techniques to speed up the convergence process. Finally, the impact of a natural gas contract on a risk-constrained hydrothermal scheduling problem is presented in [28].

All the previous works that consider DGs at distribution level model DGs as a power injection to the system for operational and planning purposes. In the case of DG based on natural gas, this approach might be practical if a *natural gas network* is designed to supply the gas required for the generator; however, it is often the case that such networks are not designed to supply such a demand—they are often designed to supply residential users or small industrial consumers exclusively. Hence, DG that is modeled as a power injection is inconvenient because it does not take into account the impact of a new natural gas demand (often of considerable size) on the gas network. In other words, distribution planning algorithms that consider DG as a power injection do not consider the possibility and necessity of redesigning a natural gas network (building and increasing the capacity of new pipelines, city gates, etc.) so as to prevent excessive pressure drops in the natural gas system.

This work proposes a new planning model that integrates electricity distribution and natural gas networks—that is, it considers the two networks as one system. Integrated planning overcomes the many problems and difficulties that a natural

gas network might face if a new DG installed in the electricity network requires excessive gas. Integrated planning might achieve lower investment and operational costs for both systems. To the best of our knowledge, there is no such model in the specialized literature. This approach differs from traditional planning algorithms that focus on minimizing the investment and operation costs of electricity and natural gas distribution networks that are considered as two separate networks.

Integrated planning is also seen by many utilities (which operate in the electricity and natural gas sectors as competitors) as an alternative to offering low-cost service to their customers. In other words, utilities that own both electricity and natural gas networks could reduce their investment costs using integrated planning, hence transferring potential savings to their customers via electricity or gas tariffs. In the specific case of Colombia, merging electricity distribution and natural gas companies is seen as an alternative to offering low-cost service [29]. This trend necessarily implies integrated planning. The merging of electricity and natural gas networks has also been observed in other countries, as indicated by a recent report issued by the United Nations [30], which confirms the necessity of having new tools to plan such systems. Finally, integrated planning is also of great importance for countries that are developing their electricity and natural gas infrastructures [31].

This paper is organized as follows. A description of the problem and its mathematical formulation are presented in sections II and III, respectively. Section IV describes how the new planning model is solved. Numerical results are presented in section V, and conclusions in section VI.

II. PROBLEM DESCRIPTION

Electricity distribution planning often focuses on minimizing investment and operational costs over the planning period. The investment cost comprises the cost of building new substations and primary feeders as well as the cost of increasing the capacity of existing substations and primary feeders. Operational costs, on the other hand, include the cost of energy losses over the planning period. The planning is often developed in different stages in order to reduce over cost incurred by the utilities as a consequence of inaccurate demand forecasting. In mathematical terms, the planning model is a mixed-integer nonlinear programming problem.

Natural gas distribution focuses on minimizing the investment costs incurred by utilities installing new pipelines and city gates. The investment cost also includes the cost of increasing the capacity of them. Operational costs are not taken into consideration for natural gas distribution networks, as there are no gas compressor stations at the distribution level; the natural gas required by a compressor station to increase pressure through the system is considered a technical loss. Because gas compressor stations are located at transmission level, the cost associated with their operation is not considered in the formulation. Similarly, the cost of building natural gas storage facilities and liquefied natural gas plants are not

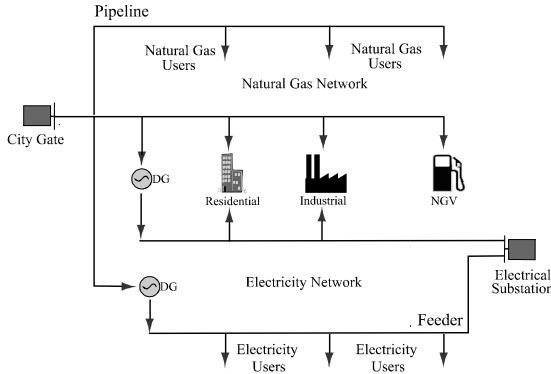


Fig. 1. An integrated electricity and natural gas distribution networks

considered at the distribution level, because they provide a better cost/benefit solution at the transmission level [32]. Finally, natural gas distribution may also be developed in stages as an electricity distribution network in order to reduce over cost due to inaccurate natural gas demand forecasting.

For simplicity and illustration purposes, Fig. 1 shows an electricity and a natural gas distribution network. Note how both networks are integrated at different points through a series of various electricity and natural gas demands. In this work, it is assumed that consumers used both electricity and natural gas and that there is a high penetration of natural gas DG as is now occurring in some countries that have low cost of extraction and transportation of natural gas. Fig. 1 shows how DG can be integrated into both networks at any point.

Both networks can be planned to supply future power and natural gas demands in several ways. For instance, the system can be planned as two different networks: that is, the electricity and natural gas distribution systems can be seen as two independent networks in which the natural gas DGs are power injections to the electricity network and demands on the natural gas network. This approach considers DG (power injection or demand) as an exogenous variable to the problem. A different approach is to consider the natural gas DG as an endogenous variable, and plan the whole system as one network.

This paper proposes a new planning model for an integrated electricity and natural gas distribution system such as the one shown in Fig. 1. It is assumed that a utility own both systems, as a conflict of interest might arise between different proprietaries if the networks belonged to different utilities. Conceptually, the new planning model minimizes the investment costs of new elements and of increasing the capacity of existing elements for the whole system (electricity and natural gas) subject to operative constraints. The location and capacity of DGs are exogenous variables if they need to be placed at a specific location or having specific capacity. Otherwise, the model considers location and capacity as endogenous variables in which the location and capacity are not specified by the planner. The final planning model is more complex than models that plan the networks as two separate systems. However, an integrated model might have better cost/benefit solutions.

Finally, the model does not consider renewable DGs such as

wind or solar as it is assumed that natural gas DGs are inexpensive to build and operate. This assumption is valid if the country has significant reserves of natural gas and it is inexpensive (as in Colombia). Additionally, uncertainties relating to renewable energies are not considered, as natural gas can be provided as a firm service. It is also assumed that the utility participates in the electrical and natural gas markets so that it has diversified its investment portfolio in two different energy markets. Finally, it is worth mentioning that this paper assumes that the utility can install natural gas DG in its system as long as the country's regulatory framework allows it.

III. MATHEMATICAL FORMULATION

The integrated planning model is formulated as a mixed-integer nonlinear programming problem. Each component of the model is analyzed separately in order to facilitate its presentation.

A. Objective Function

The objective function (OF) is the present value of six terms that are denoted as C_t^1, \dots, C_t^6 . In general, the first two terms (C_t^1, C_t^2) represent the cost of installing new elements and expanding the capacity of existing elements of the electricity network. The next two terms (C_t^3, C_t^4) represent the cost of installing new elements and expanding the capacity of existing elements of the natural gas network. The fifth term (C_t^5) represents the cost of installing and increasing the capacity of natural gas DG, and the last term (C_t^6) represents the operative cost of the electricity network. The objective function is given by (1).

$$OF = \sum_{t=1}^{nS} \beta^{(t-1)nT} \left(C_t^1 + C_t^2 + C_t^3 + C_t^4 + C_t^5 + C_t^6 \right) \quad (1)$$

In general terms, the first five terms of (1) have two components that have a double summation each component. The first component corresponds to the installation of new elements; the second one is associated with the expansion of capacity of existing elements. Likewise, the first summation of each component is associated with the location of the element (substation, primary feeder, city gate, pipelines, etc.) in the system, whereas the second summation is associated with its capacity. Take for instance C_t^1 , which is given by (2). In (2), the first component is the investment cost of a new primary feeder, and the second is the cost of expanding the capacity of existing feeders. Note that the first summations of both components are related to the location of a new or existing feeder and the second summation to its capacity. Equations (3), (4), (5) and (6) have the same interpretation as (2).

$$C_t^1 = \overbrace{\sum_{ij \in \Omega_{NF}} \sum_{f \in \Omega_{rf}} \left(C_{NF_{ij,f,t}} \sigma_{NF_{ij,f,t}} \right)}^{\text{First component}} + \overbrace{\sum_{ij \in \Omega_{CF}} \sum_{f \in \Omega_{rf}} \left(C_{CF_{ij,f,t}} \sigma_{CF_{ij,f,t}} \right)}^{\text{Second component}} \quad (2)$$

The second term (C_t^2) given by (3) is the investment cost of a new primary substation and the cost of expanding the capacity of existing substations.

$$C_t^2 = \sum_{i \in \Omega_{NS}} \sum_{s \in \Omega_{TS}} (C_{NS_{i,s,t}} \sigma_{NS_{i,s,t}}) + \sum_{j \in \Omega_{CS}} \sum_{s \in \Omega_{TS}} (C_{CS_{j,s,t}} \sigma_{CS_{j,s,t}}) \quad (3)$$

The third term (C_t^3) is given by (4) and is the investment cost of new pipelines and the cost of expanding the capacity of existing pipelines.

$$C_t^3 = \sum_{nm \in \Omega_{NP}} \sum_{d \in \Omega_{TP}} (C_{NP_{nm,d,t}} \sigma_{NP_{nm,d,t}}) + \sum_{nm \in \Omega_{CP}} \sum_{d \in \Omega_{TP}} (C_{CP_{nm,d,t}} \sigma_{CP_{nm,d,t}}) \quad (4)$$

The fourth term, (C_t^4), is given by (5) and is the investment cost of new city gates and the cost of expanding the capacity of existing city gates.

$$C_t^4 = \sum_{n \in \Omega_{NC}} \sum_{c \in \Omega_{TC}} (C_{NC_{n,c,t}} \sigma_{NC_{n,c,t}}) + \sum_{m \in \Omega_{CC}} \sum_{c \in \Omega_{TC}} (C_{CC_{m,c,t}} \sigma_{CC_{m,c,t}}) \quad (5)$$

The fifth term, (C_t^5), is given by (6) and is the investment cost of a new natural gas DG and the cost of expanding the capacity of existing natural gas DGs.

$$C_t^5 = \sum_{i \in \Omega_E} \sum_{g \in \Omega_{TG}} (C_{NG_{i,g,t}} \sigma_{NG_{i,g,t}}) + \sum_{j \in \Omega_{GD}} \sum_{g \in \Omega_{TG}} (C_{CG_{j,g,t}} \sigma_{CG_{j,g,t}}) \quad (6)$$

The last term is given by (7), and is the operative cost of the electricity network that corresponds to the energy losses over the planning period.

$$C_{l,t}^6 = \beta^{nT} \sum_{l=1}^{nL} \sum_{ij \in \Omega_F} \sum_{f \in \Omega_{TF}} 3 * AP_l * LD_l * nT * \dots * R_{ij,f,t} * \left[\left| \frac{V_{i,l,t} - V_{j,l,t}}{Z_{ij,f,t}} \right|^2 (\sigma_{NF_{ij,f,t}} + \sigma_{CF_{ij,f,t}}) \right] \quad (7)$$

It was mentioned that there is no operative cost for natural gas, as it is assumed that the network does not have technical losses (gas leaks) or gas consumption due to the compressor.

B. Optimization model constraints

The optimization model has different constraints, which are grouped into three categories. The first and second categories are physical and operational constraints of the electricity and the natural gas networks respectively. The last group is associated with the operational characteristics of the natural gas DG that link the electricity and the natural gas networks.

For planning models, it is often common to discretize the capacity of each element, with each capacity called a type. For instance, the capacities of electrical substations might be 10MVA, 20MVA or 30MVA. In this case, there exist three

types of substations, i.e., type 1—10MVA, type 2—20MVA, and type 3—30MVA.

1) Physical and operational constraints of the electricity distribution network

The physical constraints of the electricity network are the nodal power balance at all nodes of the network, the maximum current capacity of all feeders, the maximum capacity of all substations, and the maximum capacity of all DGs to be installed in the network ((8), (9), (10) and (11) respectively). Equation (12) is the operational constraint or voltage limit. Equation (13) limits the maximum number of natural gas DGs that can be located at each node of the system. Equation (14) guarantees that only one type of substation is located at one node, and (15) guarantees that only one type of conductor is installed in each section of the network.

$$S_{S_{i,j}} = S_{D_{i,j}} - S_{G_{i,j}} + \dots + \sum_{j \in \Omega_f} \left(V_{i,l,t} * \left(\sum_{f \in \Omega_{TF}} (\sigma_{NF_{ij,f,t}} + \sigma_{CF_{ij,f,t}}) * \left(\frac{V_{i,l,t} - V_{j,l,t}}{Z_{ij,f,t}} \right)^2 \right) \right) \quad (8)$$

$$\forall i \in \Omega_E; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\left| \frac{V_{i,l,t} - V_{j,l,t}}{Z_{ij,f,t}} \right| \leq \sum_{f \in \Omega_{TF}} I_f^{\max} * (\sigma_{NF_{ij,f,t}} + \sigma_{CF_{ij,f,t}}) \quad (9)$$

$$\forall ij \in \Omega_F; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$S_{S_{i,j}} \leq \sum_{s \in \Omega_{TS}} S_{Ss}^{\max} * (\sigma_{NF_{i,s,t}} + \sigma_{CF_{i,s,t}}) \quad (10)$$

$$\forall i \in \Omega_S; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$S_{G_{i,j}} \leq \sum_{g \in \Omega_{TG}} S_{Gg}^{\max} * (\sigma_{NG_{i,g,t}} + \sigma_{CG_{i,g,t}}) \quad (11)$$

$$\forall i \in \Omega_E; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$V_i^{\min} \leq V_{i,l,t} \leq V_i^{\max} \quad (12)$$

$$\forall i \in \Omega_E; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\sum_{g \in \Omega_{TG}} (\sigma_{NG_{i,g,t}} + \sigma_{CG_{i,g,t}}) \leq 1 \quad (13)$$

$$\forall i \in \Omega_E; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\sum_{s \in \Omega_{TS}} (\sigma_{NS_{i,s,t}} + \sigma_{CS_{i,s,t}}) \leq 1 \quad (14)$$

$$\forall i \in \Omega_S; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\sum_{f \in \Omega_{TF}} (\sigma_{NF_{ij,f,t}} + \sigma_{CF_{ij,f,t}}) \leq 1 \quad (15)$$

$$\forall ij \in \Omega_F; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

2) *Physical and operational constraints of the natural gas distribution network*

The physical constraints of the natural gas network are the nodal natural gas balance at all nodes of the network and the natural gas flow through a pipeline ((16) and (17) respectively). Equation (17) is derived from the Bernoulli equation applied to a natural gas system [32], [33]. Equation (17) is also the pipeline relation (branch equation) for the natural gas network, in which κ_{Znm} is a function of pipeline construction characteristics such as diameter, length, friction factor, height difference between end points of the pipeline, etc. Equations (18) and (19) are the operational constraints that represent the maximum pressure drop along a pipeline and the maximum city gate capacity respectively. Equation (20) limits the maximum number of pipelines that can be installed in each network section, and (21) guarantees that only one type of city gate is located at one node.

$$\Psi_{C_{n,j,t}} - \Psi_{D_{n,j,t}} - \Psi_{G_{n,j,t}} - \sum_{m \in \Omega_n} \Psi_{P_{m,j,t}} = 0 \quad (16)$$

$$\forall n \in \Omega_G; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\Psi_{P_{m,j,t}} = \left(\sum_{p \in \Omega_{Tp}} (\sigma_{NP_{m,p,t}} + \sigma_{CP_{m,p,t}}) \cdot \kappa_{m,p} \right) \sqrt{\left(P_{in_{m,j,t}}^2 - P_{out_{m,j,t}}^2 \right) - \kappa_{z_{mm}}} \quad (17)$$

$$\forall nm \in \Omega_p; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\Psi_{C_{n,j,t}} \leq \sum_{c \in \Omega_{Tc}} \Psi_{C_c}^{\max} * (\sigma_{NC_{n,c,t}} + \sigma_{CC_{n,c,t}}) \quad (18)$$

$$\forall n \in \Omega_C; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$P_n^{\min} \leq P_{n,l,t} \leq P_n^{\max} \quad (19)$$

$$\forall n \in \Omega_G; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\sum_{p \in \Omega_{Tp}} (\sigma_{NP_{m,p,t}} + \sigma_{CP_{m,p,t}}) \leq 1 \quad (20)$$

$$\forall nm \in \Omega_p; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

$$\sum_{c \in \Omega_{Tc}} (\sigma_{NC_{n,c,t}} + \sigma_{CC_{n,c,t}}) \leq 1 \quad (21)$$

$$\forall n \in \Omega_C; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

3) *Operational constraint of the DG based on natural gas*

The last constraint, given by (22), is the natural gas required by the DG as a function of electric power injected to the electricity network. In (22), $k_{n,g,1}$ and $k_{n,g,2}$ are the generator's cost-curve coefficients. Observe that (22) links the natural gas network with the electricity network from the operational and physical points of view.

$$\Psi_{G_{n,j,t}} = \sum_{g \in \Omega_{Tg}} \left(k_{n,g,2} (S_{G_{i,j,t}})^2 + k_{n,g,1} (S_{G_{i,j,t}}) \right) * (\sigma_{NG_{i,g,t}} + \sigma_{CG_{i,g,t}}) \quad (22)$$

$$\forall n \in \Omega_{GD}; \forall l \in \{1, 2, \dots, nL\}; \forall t \in \{1, 2, \dots, nS\}$$

Note that the previous optimization model is a mixed-integer nonlinear programming model. The nonlinearity arises from the operative cost of the electricity network, the nodal power balance, the natural gas flow through the pipeline, and the natural gas required by the DG. The model is a mixed-integer programming model because the decision variables are integers and the power flow, natural gas flow, gas pressure and nodal voltages are continuous variables. Finally, this model does not include the expected life of different assets, as it is often assumed that the planning horizon time is lower than their expected lives.

IV. SOLUTION METHODOLOGY

As mentioned in Section III, the optimization model is a mixed-integer nonlinear programming model. These models are challenging; they are often solved using metaheuristic techniques [22], [34]-[39]. This work uses a master/slave methodology as a solution strategy in which the master proposes a solution that is subsequently evaluated by the slave. In terms of the problem, the master proposes an electricity distribution network topology and a natural gas distribution network topology. The master also indicates the types of different elements of both networks, i.e., substation capacities, city gate capacities, etc. Mathematically, the master establishes the values of all integer variables of the optimization problem. Having the master's proposal, the slave can then calculate the objective function given by (1). This master/slave strategy is successful as long as the master is able to propose different topologies that reach lower values of the objective function over the iterative process.

A. Master program

For this work, a genetic algorithm is used as the master. Specifically, the master program is a Chu-Beasley (CB) genetic algorithm [40] that has been successfully applied in similar problems [34]. Fig. 2 shows the main routines of the master program. These routines are initialization (creation of the initial population), selection, recombination, mutation and population update. In general, they establish different topologies with various types of elements.

The CB genetic algorithm described a system (an electrical and natural gas network topology) as an array in which each component of the array is an integer number that represents a type. Recall that for planning models, the capacity of each element of the system (i.e., electrical and natural gas networks) is a discretized and named type. After the system is represented, the initial population is generated randomly and by a heuristic rule. That is, the rule establishes the topology of the individual step by step based on the minimum distance criteria, i.e., nodes are connected based on the minimum distance between them. On the other hand, element type

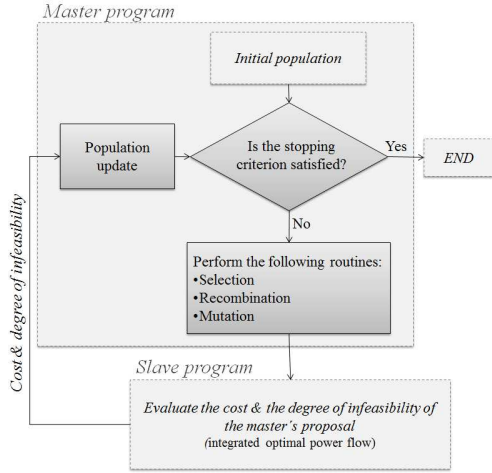


Fig. 2. A simplified flow chart of the master-slave solution technique (capacity) is chosen randomly.

As mentioned before, the CB algorithm performs three main routines, i.e., selection, recombination and mutation, which are shown in Fig. 2. The algorithm uses a tournament as the main operator for selection—that is, two pairs of individuals from the population are selected randomly and the individual (or the system representing an electrical and natural gas network) that has the lowest investment and operational costs for each pair is selected for recombination.

In this work, recombination is implemented based on individual characteristics. An individual characteristic is a segment of the electrical or natural gas network. In an electrical network, a segment might have several electrical feeders, substations, etc., that are physically connected; on the other hand, a segment in a natural gas network might have several pipelines, city gates, etc., that are physically connected. Recombination combines different individual characteristics (in other words, different segments) of the electrical and natural gas networks from the two individuals that were chosen by the selection routines to produce a third system. It is worth mentioning that recombination also takes into account the fact that the result must be a radial system in order to be topologically feasible: hence recombination routines often combine different individual characteristics until a feasible system is found.

Mutation is the last routine. It consists of changing the capacity of one element (its type) or eliminating that element of the system. An integer random number from 0 to the maximum element type is randomly generated. If the number is 0, it implies that the element must be eliminated from the system; otherwise, the number indicates the element type. For instance, an element type is established as 2 if the random number is 2. Note that this routine might create a loop, or it might leave a demand node unconnected to the system. In such a case, a corrective action is implemented: one feeder of the loop is eliminated or the isolated node is connected to the system.

The final routine in Fig. 2 is the population update. The routine might replace the worst individual with the individual

that has been evaluated by the slave. The worst individual is defined as the one that has the highest value of objective function or the highest degree of infeasibility in the population (see section IV.B for an explanation of how this is calculated). The worst individual is substituted by the master's proposal if: 1) it is infeasible but the master's proposal has a lower degree of infeasibility; or 2) it is feasible, but the master's proposal is also feasible and has a lower objective function. Additionally, it is required that the master's proposal have differences in terms of topology and element types for all individuals of the population. Finally, the CB genetic algorithm stops if the incumbent (the system that has the lowest investment and operational costs) has not changed after several iterations.

B. Slave program

As mentioned before, the slave program evaluates the master's proposal or calculates the objective function of a topology that is found by the CB genetic algorithm. Note that the objective function that is given by (1) has six terms. The first five terms can be easily calculated, as they are functions of the system topology and the capacities of all the elements given by the CB genetic algorithm. The last term, the operational cost of the electricity network, is needed. This can be calculated by solving an integrated optimal power flow that is derived from the mathematical formulation presented in Section III. That is, an optimal power flow that minimizes the active power losses (P_{Loss}) subject to the operational constraints of both systems (electricity and natural gas). This integrated optimal power flow is solved for a given topology (given by the master program). When the master proposal (i.e., the integer decision variables) is substituted in all the equations of Section III.B, the mathematical formulation of the integrated optimal power flow is as follows:

$$\min_{\substack{S_{S_{j,t}}, S_{G_{j,t}}, V_{j,t}, \\ \Psi_{C_{n,j,t}}, P_{n,j,t}}} P_{Loss} = \sum_{i \in \Omega_E} \sum_{l=1}^{nL} \sum_{t=1}^{nS} \text{real} \{ S_{S_{i,t}} + S_{G_{i,t}} \} \quad (23)$$

s.t

$$S_{S_{j,t}} = S_{D_{j,t}} - S_{G_{j,t}} + \sum_{j \in \Omega} \left(V_{i,t} * \left(\frac{V_{i,t} - V_{j,t}}{Z_{ij,f,t}} \right) \right)$$

$$\left| \frac{V_{i,t} - V_{j,t}}{Z_{ij,f,t}} \right| \leq I_f^{\max}$$

$$S_{S_{j,t}} \leq S_{S_j}^{\max}$$

$$S_{G_{j,t}} \leq S_{G_j}^{\max}$$

$$V_i^{\min} \leq V_{i,t} \leq V_i^{\max}$$

$$\Psi_{C_{n,j,t}} - \Psi_{D_{n,j,t}} - \Psi_{G_{n,j,t}} - \sum_{m \in \Omega_n} \Psi_{P_{m,j,t}} = 0$$

$$\Psi_{P_{m,j,t}} = \kappa_{nm,p} \sqrt{(P_{inm,j,t}^2 - P_{outm,j,t}^2)} - \kappa_{nm}$$

$$\Psi_{C_{n,j,t}} \leq \Psi_{C_c}^{\max}$$

$$P_n^{\min} \leq P_{n,j,t} \leq P_n^{\max}$$

$$\Psi_{G_{n,j,t}} = k_{n,g,2} (S_{G_{j,t}})^2 + k_{n,g,1} (S_{G_{j,t}})$$

This problem is called integrated optimal power to differentiate it from the classical ac optimal power flow

because the natural gas network constraints are incorporated in the formulation. Note that the active power injections of all natural gas DGs are calculated from this formulation as they are the decision variables of the optimization problem. Observe also that the natural gas network constraints are necessary in order to have feasible active power injections to the electricity network that do not violate the operational limits of the natural gas network.

The previous optimization problem is a nonlinear model that might not converge, thus rendering the master proposal (topology) infeasible. In this case, it is possible to relax all violated constraints and solve it again to calculate the degree of infeasibility. Once the degree of infeasibility has been obtained, the individual might be part of the population as explained in the last paragraph of Section IV.A. Finally, if the optimization model converges, the operational cost of the electrical network or power losses can be determined. The fitness function of the master's proposal is the sum of the total investment cost (the first five terms of (1)) and the operational cost that is calculated from the objective function of the integrated optimal power flow (the last term of (1)).

V. NUMERICAL RESULTS

A. System description

The proposed methodology is applied to an electricity power distribution system and a natural gas distribution system, shown in Figs. 3 and 4 respectively. The planning horizon is ten years, which are divided in two stages of five years each in order to reduce power-demand forecasting errors. It is also common to discretize the load-duration curve when planning a power distribution network. In this work, three load levels are considered, i.e., 100%, 60%, and 30% of peak electrical demand, with durations of 1095, 5475 and 2190 hours respectively. Average load growth is expected to be 1.5% over the planning period.

In both figures, solid lines represent existing elements at the beginning of the planning period, dashed lines represent potential network expansions for the first stage, and dotted lines represent potential network expansions for the second stage. The filled circles are the electrical nodes (Fig. 3) and natural gas nodes (Fig. 4) that either exist or could be connected in the first stage of the planning period. Unfilled circles are the electrical nodes (Fig. 3) and natural gas nodes (Fig. 4) that will be connected at the second stage. All nodes might have power demand or natural gas demand. If they have demand, they must be connected to the system in the first or second stage. Potential locations of new natural gas DGs are shown as gray circles. Finally, it is important to mention that the system planner identifies these potential expansions as mainly due to the city's growth projections.

The electricity distribution network has 14 existing nodes, 2 existing substations, and 11 feeders. To supply the projected electric power demand, 20 potential new feeders for the first stage, 41 potential new feeders for the second stage, and 2 new substations might be built. On the other hand, the natural gas network has 20 existing nodes, 1 existing city gate, and 10

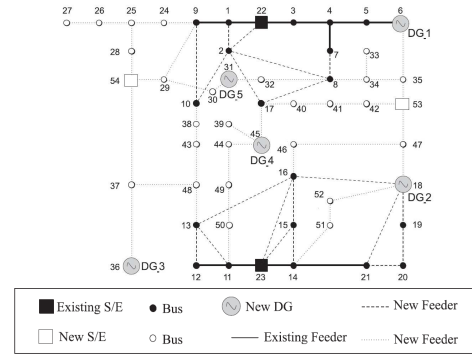


Fig. 3. Electricity distribution network

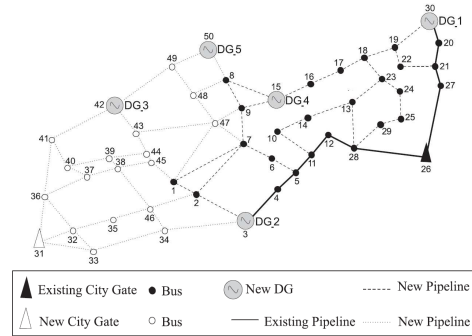


Fig. 4. Natural gas distribution network

pipelines. To supply the projected natural gas demand, 27 potential new pipelines for the first stage, 36 new pipelines for second stage, and 1 city gate might be built. Additionally, 5 new natural gas DGs that might be installed in the system. The system at the end of the planning period is expected to be four times as large as the existing system in terms of power demand and number of new elements. Finally, the full system database, including power demand, installation costs, energy costs, etc., is available from the authors upon request.

B. Analysis of results

The numerical results are obtained from the algorithm described in Section IV. Adaptive mutation and recombination rates are also used to speed up the convergence process. This strategy allows the master program to explore a wide region of the solution space during the first phases of the convergence process and refine the search for a better solution during the last phases of the convergence process. The master program is written in Matlab and the slave program in GAMS (solver CONOPT).

In order to analyze the benefits of the proposed methodology, three different cases are studied. The first case calculates the expansion costs of the electricity and natural gas networks as two independent networks that are not linked by a DG. This case is used to determine expansion cost while ignoring DG penetration. The second case evaluates the expansion cost of having DG penetration as a power injection to the electricity system, and a gas demand to the gas system. This case is a non-integrated expansion plan in which the DG is seen as an exogenous variable to both problems. The last

TABLE I
TOTAL EXPANSION COST IN MILLIONS OF US DOLLARS

Stage	Description	Case 1	Case 2	Case 3
1	Expansion cost of the electric network	2.49	2.10	2.10
	Operative cost of the electric network	1.99	0.93	0.97
	Expansion cost of the natural gas network	0.47	1.69	0.73
	Stage 1 total cost	4.95	4.72	3.80
2	Expansion cost of the electric network	5.03	4.44	4.48
	Operative cost of the electric network	3.16	1.89	2.27
	Expansion cost of the natural gas network	0.82	1.87	1.04
	Stage 2 total cost	9.01	8.20	7.79
TOTAL COST (Stage 1 + Stage 2)		13.96	12.92	11.59

TABLE II
EXPANSION COST OF ELECTRICITY DISTRIBUTION NETWORK IN MILLIONS OF US DOLLARS

Stage	Description	Case 1	Case 2	Case 3
1	Expansion cost of distribution feeders (new or repowering)	2.09	1.60	1.60
	Expansion cost of substations (new or repowering)	0.40	0.00	0.00
	Cost of New DGs	0.00	0.50	0.50
	Stage 1 total cost	2.49	2.10	2.10
2	Expansion cost of distribution feeders (new or repowering)	4.44	3.33	3.54
	Expansion cost of substations (new or repowering)	0.59	0.42	0.60
	Cost of New DGs	0.00	0.69	0.34
	Stage 2 total cost	5.03	4.44	4.48
TOTAL COST (Stage 1 + Stage 2)		7.52	6.54	6.58

TABLE III
EXPANSION COST OF THE NATURAL GAS DISTRIBUTION NETWORK IN MILLIONS OF US DOLLARS

Stage	Description	Case 1	Case 2	Case 3
1	Expansion cost of pipelines (new or repowering)	0.47	0.76	0.73
	Expansion cost of city gates (new or repowering)	0.00	0.93	0.00
	Stage 1 total cost	0.47	1.69	0.73
2	Expansion cost of pipelines (new or repowering)	0.44	0.95	0.66
	Expansion cost of city gates (new or repowering)	0.38	0.92	0.38
	Stage 2 total cost	0.82	1.87	1.04
TOTAL COST (Stage 1 + Stage 2)		1.29	3.56	1.77

case is the integrated expansion plan that was formulated in Section III and solved using the strategy described in Section IV. These three cases compare the effectiveness of different planning alternatives in terms of the total expansion cost. All cases have the same planning horizon (10 years and 2 stages) and the same multi-level (discretized) load described in Section

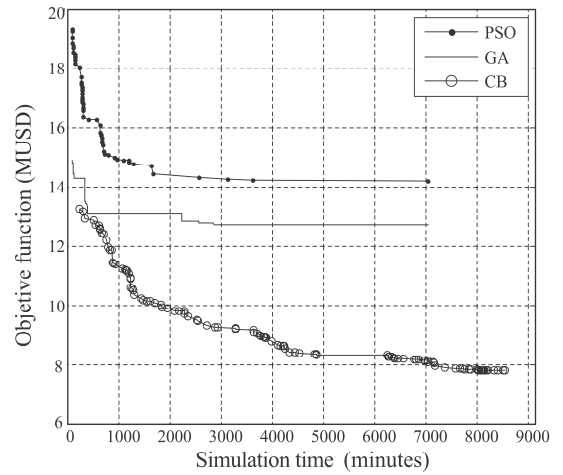


Fig. 5. Comparison of convergence

V.A. Note that cases 2 and 3 model NG-DGs as active/reactive power injections subject to active/reactive power generation limits. They are modeled in such a way because NG-DGs are part of an optimal power flow formulation for both cases. There is, however, a difference between cases 2 and 3: in case 2, DGs are also modeled as a given natural gas demand (an exogenous variable) for the natural gas network, whereas in case 3 the natural gas demand is a decision variable (an endogenous variable) for the OPF.

To solve the integrated multi-stage and multi-load mathematical model, three different metaheuristic techniques have been programmed to compare the performance of the solution approach described in Section IV. A classical genetic algorithm (GA), a classical particle swarm optimization algorithm (PSO) and a Chu-Beasley genetic algorithm (CB) are used. A classical genetic algorithm and a particle swarm optimization algorithm were chosen for this study as they have been reported in other papers to solve distribution planning models [16], [17], [35], [36] and [37]. Fig. 5 shows that the lowest investment and operational cost system is achieved with the master/slave strategy for case 3, stage 2, which corresponds to the more complex computational case. Note that the Chu-Beasley genetic algorithm that is implemented is able to reduce the fitness function by 38.8% with respect to the second best option, i.e., genetic algorithm. However, Fig. 5 also shows that a master/slave strategy based on a Chu-Beasley genetic algorithm generates better solutions if enough simulations are performed over time.

The consolidated results are shown in Table I. The table shows the present value of the total expansion cost at stages 1 and 2 of the three cases. Note that, as expected, integrated planning (case 3) has the lowest expansion cost, confirming the benefits of the model presented in this paper. The most expensive expansion was found in case 1, which does not have DG penetration, indicating that natural gas DG penetration reduces investment cost, as shown in cases 2 and 3.

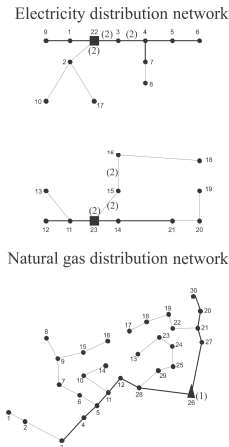


Fig. 6. Case 1 – Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 1

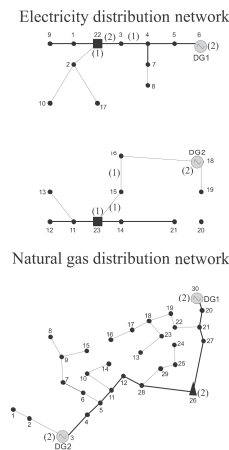


Fig. 7. Case 2 - Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 1

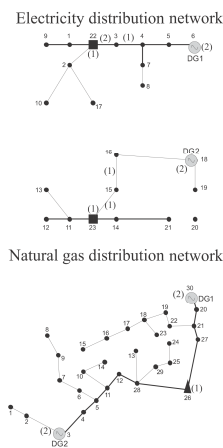


Fig. 8. Case 3 - Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 1

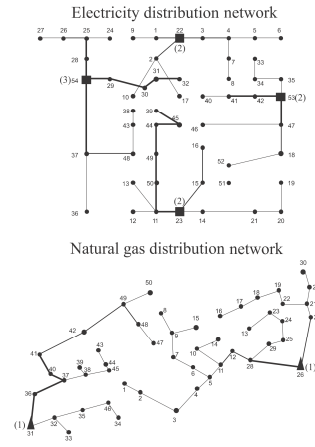


Fig. 9. Case 1 – Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 2

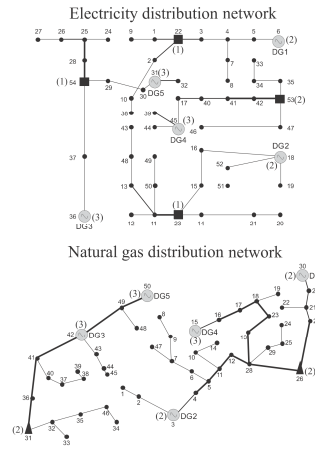


Fig. 10. Case 2 - Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 2

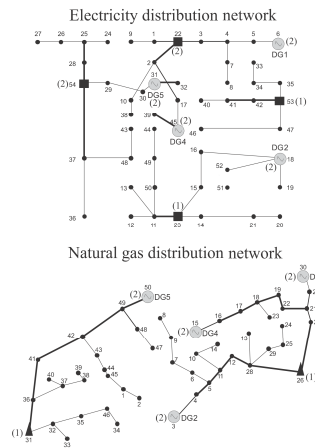


Fig. 11. Case 3 - Electricity and natural gas distribution network topologies – Stage 2

Tables II and III break down the expansion costs of the electricity and natural gas systems. Note that the highest expansion cost for the electricity distribution network corresponds to case 1 and the lowest cost to case 2. Observe

also that electricity expansion cost of case 2 (USD 9.36 M) is lower than case 3 (USD 9.82 M), as case 3 has a higher operational cost. Even though case 3 has a higher electricity expansion and operative cost than case 2, the expansion cost of

the natural gas network in case 3 (USD 1.77 M) is lower than in case 2 (USD 3.56 M), as can be observed in Table III. In fact, the lower cost of natural gas expansion compensates for the higher cost of the electricity network in case 3, so that the integrated expansion model costs less.

On the other hand, Figs. 6, 7 and 8 show the topology that has the lowest investment cost for *the first planning period or stage 1* for cases 1, 2 and 3 respectively. Additionally, Figs. 9, 10 and 11 show the topology that has the lowest investment cost for *the second planning period or stage 2* for cases 1, 2 and 3 respectively. The most relevant findings that can be observed from Figs. 6, 7 and 8 (stage 1) are as follows:

- The presence of DGs in Figs. 7 and 8 eliminates the need to rewire some of the power distribution feeders and electrical substations when DG is not considered (Fig. 6). This can be observed from the number above (in parenthesis) the segments that connects nodes 3-4, 15-16 and 22-15 in Figs. 6, 7 and 8. A lower number inside the parenthesis means a less expensive element type.
- The presence of DGs also allows end nodes to be supplied in such a way that the operational cost of the network is reduced. This can be observed in node 19, which is connected to the network from node 20 (Fig. 6), whereas it is connected from node 18 in Figs. 7 and 8.
- Observe that cases 2 and 3 have the same electricity distribution network but different natural gas networks (Figs. 7 and 8). From Table I, note that the operational cost of the electricity network is higher and the expansion cost of the natural gas network is lower in case 3 than in case 2. The integrated expansion plan is therefore able to find a combination that has the lowest total cost.

On the other hand, the most relevant findings that can be observed from Figs. 9, 10 and 11 (stage 2) are listed below. It is worth mentioning that this planning stage is more complex than the first stage, as the electrical and natural gas networks are larger than those planned for the previous stage.

- The algorithm finds that there are economical benefits if some of the electrical power feeders or natural gas pipelines change from closed to open, even though some of these feeders or pipelines were built during the first stage. This can be observed in the electrical feeders that connect 16-18 (Fig. 6 and 9) and pipelines 9-15 and 19-22 (Fig. 7 and 10).
- Note that cases 2 and 3 have different electricity and natural gas distribution networks (Figs. 10 and 11). This situation was different at end of stage 1 (Figs. 7 and 8). The algorithm finds that it is necessary to have different topologies in order to reduce the total cost of case 3. Additionally, the algorithm indicates that the capacity and location of the DGs in Figs. 10 and 11 need to be different. Specifically, the DGs at nodes 31 and 45 have a lower capacity, and node 36 does not have a DG in Fig. 11. These changes make case 3 the best option in terms of total cost.

Finally, note that numerical results of stages 1 and 2 confirm that a lower expansion cost is achieved if the electrical and

natural gas networks are planned as one system. That is, the cost/benefit analysis of case 3 (integrated planning) and case 2 (traditional separate expansion planning) shows that a holistic approach is able to find lower-cost solutions.

VI. CONCLUSIONS

This paper presents a new distribution expansion model that considers electricity distribution and natural gas networks as one system with a high penetration of distributed generation based on natural gas. Numerical results show that a holistic approach reduces the expansion cost of both networks, as compared to a traditional approach in which electricity and natural gas networks are planned as separate systems. The cost reduction is achieved because natural gas DG is an endogenous variable in the holistic approach, whereas it is an exogenous variable (power injection of gas demand) in the classical approach. The proposed method is particularly convenient for utilities that own electricity distribution and natural gas networks, as investment cost reduction can mean significant benefits for electricity and natural gas customers. That is, electricity and natural gas distribution tariffs are often cost-based services that depend on the expansion costs and other factors. Hence, any savings on these activities might benefit customers via electricity or natural gas tariffs. Finally, this methodology is expected to be implemented in Colombia, as various utilities are considering merging their electricity and natural gas businesses, and hence will take advantage of the economies of scope of such a business opportunity.

REFERENCES

- [1] C. Gischler and N. Janson, "Perspectives for distributed generation with renewable energy in latin america and the caribbean," Discussion Paper [Online]. Inter-American Development Bank, 2011. Available: www.iadb.org/document.cfm?id=36592937
- [2] W. El-Khattam and M. M. A. Salama, "Distribution system planning using distributed generation," in *Proc. IEEE CCECE*, vol. 1, 2003, pp. 579-582.
- [3] A. Keane and M. O'Malley, "Impact of distributed generation capacity on losses," in *IEEE PES General Meeting*, Montreal, Canada, 2006.
- [4] K. Vinoth and M. P. Selvan, "Planning and operation of distributed generations in distribution systems for improved voltage profile," in *Proc. Power Systems Conference and Exposition, IEEE/PES*, 2009, pp. 1-7.
- [5] G. Hernandez, and C. Abbey, "Effect of adding distributed generation to distribution networks case study 1, second edition," report #2009-025 (RP-TEC) 411-MODSIM, CANMET Energy, Varennes Research Centre, Natural Resources Canada, May. 2009, 34 pp. [Online] Available: <http://canmetenergy.nrcan.gc.ca/sites/canmetenergy.nrcan.gc.ca/files/files/pubs/2009-025.pdf>
- [6] J. Greatbanks, D. Popovic, M. Begovic, A. Pregelj, and T. C. Green, "On optimization for security and reliability of power systems with distributed generation," in *Proc. of Power Tech Conf.*, Bologna, Italy, 2003.
- [7] A. Chowdhury, S. K. Agarwal, and D. O. Koval, "Reliability modeling of distributed generation in conventional distribution systems planning and analysis," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 39, no. 5, pp. 1493-1498, Sep. 2003.
- [8] A. Kazemi and M. Sadeghi, "A load flow based method for optimal location of dispersed generation units," in *Power Systems Conference and Exposition, PSCE 09 IEEE/PES*, 2009, pp. 1-5.
- [9] I. Ziari, G. Ledwich, A. Ghosh, and G. Platt, "Integrated distribution systems planning to improve reliability under load growth," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 27, no. 2, pp. 757-765, Apr. 2012.
- [10] A. H. Mantway and M. M. Al-Muhaini, "Multi-objective BPSO algorithm for distribution system expansion planning including

- distributed generation,” in *Transmission and Distribution Conference and Exposition*, 2008, pp 1-8.
- [11] A. Soroudi and M. Ehsan, “A distribution network expansion planning model considering distributed generation options and techno-economic issues,” *Energy*, vol. 35, no. 8, pp. 3364-3374, Aug. 2010.
- [12] K. Zou, A. P. Agalgaonkar, K.M. Muttaqi, and S. Perera, “Distribution system planning with incorporating DG reactive capability and system uncertainties,” *IEEE Trans. on Sustainable Energy*, vol. 3, no. 1, pp. 112-123, Jan. 2012.
- [13] Y. G. Hegazy, M. M. A. Salama and M. Chikhani, “Adequacy assessment of distributed generation systems using Monte Carlo simulation,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 48-52, Feb. 2003.
- [14] M. Dicorato, G. Forte, and M. Trovato, “Environmental-constrained energy planning using energy efficiency and distributed-generation facilities,” *Renewable Energy*, vol. 33, no. 6, pp. 1297-1313, Jun. 2007.
- [15] W. Khattam, Y. G. Hegazy, and M. M. A. Salama, “An integrated distributed generation optimization model for distribution system planning,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 1158-1165, May 2005.
- [16] A. Soroudi, and M. Ehsan, “Multi objective distributed generation planning in liberalized electricity markets,” in *Transmission and Distribution Exposition Conference*, 2008, pp. 1 -7.
- [17] A. Soroudi, R. A. Caire, N. Hadjsaid, and M. Ehsan, “Probabilistic dynamic multi-objective model for renewable and non-renewable distributed generation planning,” *Generation, Transmission & Distribution*, vol. 5, no. 11, pp. 1173-1182, Nov. 2011.
- [18] A. Soroudi, M. Ehsan, R. Caire, and N. Hadjsaid, “Possibilistic evaluation of distributed generations impacts on distribution networks,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 2293-2301, Nov. 2011.
- [19] A. Soroudi, “Possibilistic-Scenario model for DG impact assessment on distribution networks in an uncertain environment,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 1283-1293, Aug. 2012.
- [20] M. Geidl and G. Andersson, “Optimal power flow of multiple energy carriers,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 145-155, Feb., 2007.
- [21] M. Geidl, “Integrated modeling and optimization of multi-carrier energy systems,” PhD. thesis, Federal Institute of Technology Zurich, Switzerland, 2007 [Online]. Available: http://www.eeh.ee.ethz.ch/uploads/tx_ethpublications/eth-diss-17141.pdf
- [22] M. Lavorato, J. F. Franco, M. J. Rider, and R. Romero, “Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 172-180, Feb. 2012.
- [23] S. Haffner, L. F. A. Pereira, L. A. Pereira, and L. S. Barreto, “Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation—part I: Problem formulation,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 23, no. 2, pp. 915-923, Apr. 2008.
- [24] S. Haffner, L. F. A. Pereira, L. A. Pereira, and L. S. Barreto, “Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation—part II: Numerical Results,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 23, no. 2, pp. 924-929, Apr. 2008.
- [25] C. Unsuhay-Vila, J. Marangon-Lima, A. de Souza, I. Perez-Arriaga, and P. Balestrassi, “A model to long-term, multiarea, multistage, and integrated expansion planning of electricity and natural gas systems,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 1154-1168, May 2010.
- [26] C. R. Cintra, C. L. T. Borges, and D. M. Falcão, “A simplified operation planning model considering natural gas network and reservoir constraints,” in *Proc. Transmission and Distribution Conference and Exposition, IEEE/PES*, 2010, pp. 1-7.
- [27] C. Unsuhay, J. W. M. Lima, and A. C. Zambroni de Souza, “Modeling the integrated natural gas and electricity optimal power flow,” in *Proc. IEEE/PES General Meeting*, 2007, pp. 24-28.
- [28] C. Şahin, Z. Li, M. Shahidehpour, I. Erkmén, “Impact of natural gas system on risk-constrained midterm hydrothermal scheduling,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 520-531, May. 2011
- [29] Grupo EPM, “Consolidated financial statements 2011,” [Online]. Available: [www.epm.com.co/site/portals/documentos/institucional/Informe consolidado ingles epm 2011.pdf](http://www.epm.com.co/site/portals/documentos/institucional/Informe%20consolidado%20ingles%20epm%202011.pdf)
- [30] R. Kosulj, “La participación de las fuentes renovables en la generación de energía eléctrica – inversiones y estrategias empresariales en América Latina y el Caribe,” report, The United Nations Economic Commission for Latin America and the Caribbean (UNECLAC), 2010. [In Spanish, Online]. Available: <http://www.eclac.cl/publicaciones/xml/5/41115/lew331e.pdf>
- [31] P. Breeze, *Power Generation Technologies*, Burlington, MA: Newnes, 2005, pp. 43-61.
- [32] A. H. González, J. M. De La Cruz, B. D. Toro, and J. L. Risco, “Modeling and simulation of a gas distribution pipeline network,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 33, no. 3, pp. 1584-1600, 2009.
- [33] P. J. Wong and R. E. Larson, “Optimization of natural-gas pipeline systems via dynamic programming,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 13, no. 5, pp. 475-481, Oct. 1968.
- [34] M. A. N. Guimaraes, and C. A. Castro, “An efficient method for distribution systems reconfiguration and capacitor placement using a Chu-Beasley based genetic algorithm,” in *Proc. of Power Tech Conf.*, Trondheim, Norway, 2011.
- [35] M. F. Shaaban, Y. M. Atwa, and E. F. El-Saadany, “A multi-objective approach for optimal DG allocation,” in *Proc. Electric Power and Energy Conversion Systems Conference, IEEE/EPECS*, 2011, pp. 1-7.
- [36] V. F. Martins and C. L. T. Borges, “Active distribution network integrated planning incorporating distributed generation and load response uncertainties,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 2164-2172, Nov. 2011.
- [37] I. Ziari, G. Ledwich, A. Ghosh, and G. Platt, “Integrated distribution systems planning to improve reliability under load growth,” *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 27, no. 2, pp. 757-765, Apr. 2012.
- [38] W. El-Khattam, K. Bhattacharya, Y. Hegazy, and M. Salama, “Optimal investment planning for distributed generation in a competitive electricity market,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 1674-1684, Aug. 2004.
- [39] W. Yu and W. Zhang, “Study on function optimization based on master-slave structure genetic algorithm,” *Proc. Signal Processing Conference*, 2006.
- [40] P. C. Chu and J. E. Beasley, “A genetic algorithm for the generalized assignment problem,” *Computers Operations Research*, vol. 24, no. 1, pp. 17-23, 1997.

Carlos A. Saldarriaga received his BEE with honors from the Technological University of Pereira (Universidad Tecnológica de Pereira), Colombia, in 2009. He is currently pursuing a master’s degree in the Department of Electrical Engineering at the Technological University of Pereira. His research interests include power system optimization, power system planning and power system economics.

Ricardo A. Hincapié received his BEE and MS.c degrees in Electrical Engineering from the Technological University of Pereira, Colombia, in 2001 and 2004 respectively. He is currently a PhD student and an assistant professor in the Department of Electrical Engineering at the Technological University of Pereira (Universidad Tecnológica de Pereira), Colombia. His research interests include power system distribution planning and applied optimization to power systems.

Harold Salazar received his BEE and MS.c degrees in Electrical Engineering from the Technological University of Pereira in 1998 and 2003 respectively, and his Ph.D degree in Electrical Engineering and MS.c in Economics from Iowa State University, USA, in 2008. Dr. Salazar received a Fulbright-Colciencias scholarship in 2004 to pursue his Ph.D degree at Iowa State University. He is currently an associate professor in the Department of Electrical Engineering at the Technological University of Pereira (Universidad Tecnológica de Pereira), Colombia. His research interests include power system economics and regulatory policies applied to the energy sector in developing economies.

Conclusiones

En este trabajo se presentan diferentes modelos y algunas técnicas de solución que permiten analizar los sistemas de electricidad y gas natural de forma separada o integrada. La utilidad de estos modelos y sus respectivas técnicas de solución radica en que esto corresponde un insumo fundamental para analizar problemáticas asociadas a ambos sistemas. Este análisis se puede realizar tanto para la planeación u operación de ambos sistemas operados de manera independiente o de forma integrada.

Los modelos presentados corresponden básicamente a la formulación de flujos de potencia y de gas óptimos. Igualmente, la formulación muestra como a través de la ecuación de vinculación, la cual parte de las características de un generador térmico a base de gas natural, permite formular un modelo de optimización que integra ambos sistemas. Por otro lado, este trabajo muestra como es posible adaptar diferentes técnicas de solución para solucionar los modelos de estado estable (las restricciones de los modelos de optimización) y los modelos de optimización. Se ha mostrado como es posible utilizar técnicas exactas y combinatoria les para solucionar estos modelos. Con este amplio panorama (modelos más técnicas) queda a disposición un valioso conjunto de herramientas que permiten analizar los problemas técnicos de ambos sistemas.

Una aplicación particular de estos modelos muestra como pueden ser utilizados para un problema de planeamiento y diseño de redes de distribución de gas natural y electricidad. Esta aplicación permite mejorar la eficiencia (en términos de costos) de ambas redes y optimizar el uso de la infraestructura en ambos sistemas. Este tipo de resultados es posible obtenerlos bajo un análisis de operación y planeamiento integrado y con los modelos presentados en este trabajo. En este aspecto, vale la pena indicar que esta aplicación, debido a su gran aporte a la literatura académica, ha sido aceptada para publicación en la *IEEE Transaction on Power Systems*, lo cual certifica la utilidad de los modelos desarrollados en este trabajo.

Aunque no está reportado en este trabajo, los modelos y sus técnicas de solución presentados en esta investigación están siendo utilizados para desarrollar metodologías que permiten evaluar el impacto técnico y económico de la posible existencia de almacenamientos de gas natural en distintos sectores energéticos. Estas evaluaciones parten de un análisis de contingencia en la red de gas y se buscan, en concreto, determinar los beneficios asociados en inversiones en instalaciones de almacenamiento (yacimientos de hidrocarburos agotados, domos salinos, etc.) o de plantas de almacenamiento y regasificación de GNL.

Por último, la utilidad de estos modelos y sus técnicas de desarrollo cada día son más relevantes toda vez que la gran penetración de energías renovables y el bajo costo del gas natural, están produciendo un gran auge en la construcción de nuevas plantas de generación térmica a base de gas natural pues estas ofrece rampas (de incremento o decremento) de corto tiempo (necesario para respaldar la intermitencia propia de los energías renovables) a un bajo costo. Este auge requiere de modelos de análisis (como los presentados en este trabajo) que permitan evaluar el impacto de tales energías. Así mismo, estos modelos permitirán evaluar los retos técnicos y económicos que el país puede enfrentar por un rápido crecimiento del sector de gas natural.

Bibliografía

- [1] Ministerio de Minas y Energía. Resoluciones 181654 – 181686 – 181739. Disponibles en: <http://www.minminas.gov.co>
- [2] Compañía Expertos en Mercados XM, “*Informe de operación del sistema y administración del mercado eléctrico colombiano 2009*”, 2009.
Disponible en: http://www.xm.com.co/Informes%20Empresariales/InformeOperacional_XM.pdf
- [3] ECOPETROL, “*Situación actual y futura del mercado de gas*”, 2009.
Disponible en: http://www.ecopetrol.com.co/documentos/43647_Dic_01_de_2009_Presentaci%C3%B3n_Ecopetrol_Final.pdf
- [4] Departamento Nacional de Planeación, DNP, “*Programa para la masificación del consumo de gas,*” Documento CONPES 2571 ,1991.
- [5] A.M. Sandoval, “*Monografía del sector de electricidad y gas Colombiano: Condiciones actuales y retos futuros,*” Departamento Nacional de Planeación, DNP, Documento 272, 2004.
Disponible en: http://www.dnp.gov.co/Portals/0/archivos/documentos/DEE/Archivos_Economia/272.pdf
- [6] Departamento Nacional de Planeación, DNP, “*Balance y estrategias a seguir para impulsar el plan de masificación de gas,*” Documento CONPES 3190, 2002.
Disponible en: <http://www.dnp.gov.co>
- [7] J. García, “*Estudio del diseño del mercado de gas en Colombia y su integración con el sector eléctrico*”, Tesis de pregrado, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, 2010.
- [8] Standby Systems, INC, “*Propane peak shaving ... an overview*”.
Disponible en: http://www.standby.com/propane/pdf/pps_ovw_e4.pdf
- [9] J.C. Vera, “*La política petrolera, resultados y proyección años 2010-2015,*” Ministerio de Minas y Energía, MME, 2010.
Disponible en: <http://www.minminas.gov.co>
- [10] Consorcio Itansuca, Freyre & Asociados. “*Fase I-b definición de alternativas y metodologías de remuneración*”, 2010.
Disponible en: http://www.cnogas.org.co/documentos/CIRCULAR042_2010_Fase_IB.pdf
- [11] MME, UPME, “*Plan de abastecimiento para el suministro y transporte de gas natural - versión 2010*”, 2010
Disponible en: http://www.upme.gov.co/Docs/Plan_Abast_Gas_Natural/PLAN_ABASTECIMIENTO_GAS%20NATURAL_2009.pdf

- [12] M. Santa, O. Gracia , J. Millán y J. Benavides, “*El mercado de la energía eléctrica en Colombia: características, evolución e impacto sobre otros sectores*”, FEDESARROLLO 2009.
 Disponible en:
<http://www.fedesarrollo.org.co/pub/cuadernos/>
- [13] Auctionomics and FTI consulting, CREG, “*Consultancy for standardizing the contracts for supply and pipeline transportation of natural gas in Colombia*”, 2011.
 Disponible en:
<http://www.creg.gov.co>
- [14] Auctionomics and FTI consulting, GREG, “*Natural gas contract standardization process*”, Colombian industry workshop, 2011.
 Disponible en:
<http://www.creg.gov.co>
- [15] Fondo Nacional de Proyectos de Desarrollo FONADE, Comisión de Regulación de Energía y Gas CREG, “*Consultoría para el análisis y desarrollo del mercado secundario de corto plazo (SPOT) del sector del gas natural en Colombia*”, 2008.
- [16] Comisión de Regulación de Energía y Gas CREG, “*Reglamento Único de Transporte de Gas Natural*”, Resolución 071 de 1999, 1999.
 Disponible en:
<http://www.creg.gov.co>
- [17] Bergen A. R, and V. Vittal, *Power System Analysis*, Prentice Hall; 2 edition (August 16, 1999)
- [18] D. Shirmohammadi, , H. W. Hong, A. Semlyen, and G. X. Luo, "A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 3, no 2, pp. 753-762, May 1988.
- [19] Granada M. and Mantovani J. *Flujo de Potencia Optimo Problemas y Técnicas de Solución*, Notas de clase, programa de maestría en ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira; (2010)
- [20] Zhu J., *Optimization of Power System Operation*. IEEE-Wiley; (2009)
- [21] Allen J. Word, and Bruce F. Wollenberg. *Power Generation, Operation, and Control*. Wiley-Interscience; 2 edition (January 1996)
- [22] C. Cheng, and D.Shirmohamamadi, “A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis,” *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 671-679, May 1995.
- [23] Gallego R., *Flujo de Carga en Redes de Energía Eléctrica*, notas de clase, programa de maestría en ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira; 1 edición.

Apéndice A – Resultados académicos

Los productos de carácter académico derivados de este proyecto de grado son los siguientes:

Publicaciones internacionales

- Saldarriaga C., Hincapié R., Salazar H., “*A Holistic approach to natural gas and distribution system planning*”, **APROBADO** para publicación en la revista IEEE Transactions Power System.
- Saldarriaga C., Hincapié R. y Salazar H., “*Algoritmo evolutivo especializado aplicado a la planeación integrada de redes de distribución de gas y electricidad*”, a ser enviado a la revista IEEE Transactions on Evolutionary Computation.
(*Se encuentra en proceso de traducción*)

Publicaciones nacionales

- Saldarriaga C. y Salazar H., “*Análisis de factibilidad para la integración operativa de los sectores de electricidad y gas natural en Colombia*”, a ser enviado a la revista de la facultad de ingeniería de la Universidad de Antioquia.
(*Se encuentra en proceso de corrección*)
- Saldarriaga C. y Salazar H., “*Impacto de posibles instalaciones de almacenamiento de gas natural en los sectores de gas natural y electricidad en Colombia*”, a ser enviado a la revista de la facultad de ingeniería de la Universidad de Antioquia.
(*Se encuentra en proceso de redacción*)

Proyectos de investigación

- Proyecto de joven investigador, Colciencias, “*Análisis de factibilidad para la integración operativa de los sectores de electricidad y gas natural en Colombia*”, 2011-2012.
- Proyecto de joven investigador, Colciencias, “*Impacto de posibles instalaciones de almacenamiento de gas natural en los sectores de gas natural y electricidad en Colombia*”, 2012-2013.