# APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL ÓPTIMO USANDO FILTRO DE KALMAN SOBRE UN MODELO DE GENERADOR EÓLICO

Guillermo Andrés Gonzalez Torres

Miguel Ángel Bucheli García

Universidad Tecnológica de Pereira Facultad de Ingenierías Programa de Ingeniería Eléctrica Pereira, 2011

# APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL ÓPTIMO USANDO FILTRO DE KALMAN SOBRE UN MODELO DE GENERADOR EÓLICO

Guillermo Andrés Gonzalez Torres

Miguel Ángel Bucheli García

Proyecto de grado presentado como requisito para optar por el título de Ingeniero Electricista.

Director: MSc. Eduardo Giraldo Suarez

Universidad Tecnológica de Pereira Facultad de Ingenierías Programa de Ingeniería Eléctrica Pereira, 2011

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

\_\_\_\_\_

Firma del jurado

Firma del jurado

Pereira, 2011

# Dedicatoria

Gracias a mis padres que a lo largo de su vida han dedicado su esfuerzo para mi desarrollo y formación personal, a mis hijas que día con día son mi inspiración y estimulo.

A todos mil gracias.

Miguel Ángel Bucheli García.

A mi madre, a mi padre, a mi hermano y a mis amigos. A vosotros os doy gracias por vuestro apoyo.

Guillermo Andrés Gonzalez Torres.

# Agradecimientos

A Dios, por darnos la vitalidad y la fortaleza para alcanzar este sueño.

A la universidad, por brindarnos la oportunidad de ser parte de ella y encontrar en sus instalaciones una fuente de conocimiento y satisfacciones.

A nuestro asesor, por facilitar la realización de este trabajo al compartirnos sus conocimientos y experiencias.

A todos mis profesores, por las facilidades y dificultades colocadas durante nuestro camino entre las aulas.

# Índice general

# Capitulo 1. Generalidades

1.1	Introducción	12
1.2	Objetivos	13
	1.2.1 Objetivo general	13
	1.2.2 Objetivos específicos	13
1.3	Motivación	14

#### **Capitulo 2. Conceptos generales**

2.1	Objetivo	16
2.2	Introducción	16
2.3	Sistemas de control análogo	17
2.4	Estrategias de control análogo	21
	2.4.1 Lazo abierto	21
	2.4.2 Lazo cerrado	22
2.5	Sistemas de control digital	24
2.6	sistemas de control óptimo	26
2.7	La transformada de Laplace	27
2.8	La transformada de Z	28
2.9	Relación entre la transformada de Laplace y la transformada Z	30
2.9	Referencias	31

# Capitulo 3. Modelo de la planta

3.1	Objeti	vo		32
3.2	Introd	ucción		32
3.3	Genera	ador de inducc	ión autoexitado	33
	3.3.1	Modos de ope	eración de de la máquina de inducción	34
3.4	Circui	to equivalente	del generador de inducción autoexitado	35
	3.4.1	Determinació	n de los parámetros del generador	37
		3.4.1.1	Prueba de vacío o de perdida por rotación	37
		3.4.1.2	Prueba de rotor bloqueado	38
		3.4.1.3	Prueba con c.c. para determinar resistencia de estator	39
	3.4.2	Modelo del g	enerador en el marco de de referencia arbitrario	40
	3.4.3	Proceso de autoinducción		43
	3.4.4	El capacitor de excitación		43
3.5	Polino	mio caracterís	tico del sistema	44
3.6	Refere	encias		46

# Capitulo 4. Identificación en línea el caso multivariable

4.1	Objetivo		47
4.2	Introducción		47
4.3	Identificación en línea	para el caso multivariable	48
4.4	Sistemas de control mu	ultivariable	48
	4.4.1 Sistema SISO		49
	4.4.2 Sistema MIMO	)	50
4.5	Modelos paramétricos	lineales	54
	4.5.1 Estructura ARX	X	55
	4.5.3 Estructura ARM	MAX	55
4.6	Identificación en línea	para sistemas MIMO	56
	4.6.1 Algoritmo de pr	proyección	56
	4.6.2 Algoritmo de pr	proyección ortogonal	58
		7	

	4.6.3	Algoritmo de mínimos cuadrados	58
	4.6.4	Filtro de Kalman	59
4.7	Refer	rencias	61

### Capitulo 5. Filtro de Kalman

5.1	Objetivo	62
5.2	Introducción	62
5.3	El filtro de Kalman	63
5.4	Algoritmo discreto de Kalman	65
5.5	Ecuación del filtro de Kalman	66
5.6	El filtro de Kalman y la notación de espacio de estado	67
5.7	Referencias	69

# Capitulo 6. Técnicas de control óptimo

6.1	Objeti	vo	70
6.2	Introd	ucción	70
6.3	Contro	ol adaptativo	71
6.4	Contro	ol óptimo	72
6.5	Contro	ol por reubicación de polos	72
	6.5.1	ubicación de polos - Método directo	74
	6.5.2	ubicación de polos – Sistema de una entrada: Método de Ackerman	74
	6.5.3	ubicación de polo en sistemas de múltiple entrada - salida:	
		Método de Ackerman	76
	6.5.4	ubicación de polo en sistemas de múltiple entrada - salida:	
		Ecuación de Sylvester	76
6.6	Refere	encias	78

### Capitulo 7. Simulación y análisis de resultados

7.1	Objetivo	79
7.2	Introducción	79
7.3	Estimación usando filtro de Kalman	80
7.4	Realimentación de estados con observador	84
7.5	Estimadores óptimos	84
7.6	Modelo de sistemas con ruido	84
7.7	Filtro de Kalman	85
	7.7.1 Pasos para computar el filtro de Kalman	87
7.8	Realimentación de estados	88

# Capitulo 7. Conclusiones

# Bibliografía adicional

# Índice de figuras

Figura 2.1	Sistema de control análogo	17
Figura 2.2	Esquema de funcionamiento de un sistema de control genérico	18
Figura 2.3	Esquema de control en lazo abierto	22
Figura 2.4	Esquema de control en lazo cerrado	24
Figura 3.1	Generador de inducción autoexitado	34
Figura 3.2	Curva torque-velocidad de una maquina de inducción	35
Figura 3.3	Circuito equivalente del generador de inducción autoexitado	36
Figura 3.4	Modelo del generador de inducción autoexitado en ejes qd	41
Figura 4.1	Esquema de bloque identificador	48
Figura 4.2	Modelo SISO	50
Figura 4.3	Modelo MIMO	51
Figura 4.4	Modelo matricial de sistema MIMO	51
Figura 4.5	Control centralizado 2x2 con red de desacoplo explicita	52
Figura 4.6	Control centralizado de un proceso 2x2	53
Figura 4.7	Explicación geométrica del algoritmo de proyección	57
Figura 5.1	Recorrido del Filtro de Kalman	63
Figura 5.2	Ciclo del filtro de Kalman	64
Figura 6.1	Realimentación de estado	73
Figura 7.1	Planta con estimador	80
Figura 7.2	Estimacion de la señal de salida de la planta	81
Figura 7.3	Parámetros Estimados Matriz A	82
Figura 7.4	Parámetros estimados Matriz B	82
Figura 7.5	Parámetros estimados Matriz C	83
Figura 7.6	Parámetros estimados Matriz D	83

Figura 7.7	Esquema de un modelo con ruido	85
Figura 7.8	Esquema realimentación de estados con observador	89
Figura 7.9	Repuesta de la planta siguiendo señal de referencia	89
Figura 7.10	Respuesta de la plata a diferentes valores de referencia	90
Figura 7.11	Salida, señal de control y Error	90

# **Capítulo 1**

# Generalidades

#### 1.1 Introducción

El impacto de la contaminación del ambiente, el calentamiento global y los cambios climáticos nos están mostrando consecuencias desastrosas y a largo plazo todo puede empeorar. El desarrollo tecnológico para la generación de energía eléctrica se está orientando hacia las fuentes seguras y renovables como la eólica, fotovoltaica y las celdas de combustible. Por eso en este trabajo presentamos alternativas de control para optimizar el uso de la generación eólica y motivación para su uso, el mundo tiene enormes fuentes de energía eólica, este tipo de generación de energía eléctrica puede ser considerada como una forma viable de generación de electricidad, principalmente por lo que respecta a los aspectos ecológicos, económicos y sociales. Uno de los problemas de la energía eólica es que su disponibilidad es variable y por lo tanto, necesita ser respaldada por otras fuentes de potencia.

El filtro de Kalman es un algoritmo utilizado en la identificación del estado oculto de un sistema dinámico lineal, por ende, tiene mucha aplicación en la implementación de técnicas de control optimo a través de la estimación de estados usando el algoritmo referenciado sobre un modelo de generador eólico, para convertir de forma optima la potencia entregada por el viento.

En la búsqueda de mostrar claramente la aplicabilidad del filtro de Kalman en el presente trabajo se contextualizara acerca de modelos de control para sistemas MIMO, buscando así el dejar claro los sistemas de salida y entrada que son aplicables en el desarrollo de las técnicas mencionadas. De igual manera se hace referencia a los parámetros que delimita el sistema de mínimos cuadrados mostrando el filtro Kalman como una evolución de este.

En conclusión, se presenta las pautas, procesos y conceptos que se deben tener en cuenta para aplicara de manera idónea el filtro de Kalman en la consolidación de técnicas de control optimo.

#### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivo general

Implementar técnicas de control óptimo a través de la estimación de estados usando filtro de Kalman sobre un modelo de turbina de viento y generador de inducción para convertir de forma óptima la potencia entregada por el viento.

#### 1.2.2 Objetivos específicos

Obtener un modelo matemático de turbina de viento y generador de inducción para la simulación de los algoritmos de control.

Implementar la estimación de estados adaptativa sobre el sistema de turbina de viento y generador de inducción usando el filtro de Kalman.

Aplicar técnicas lineales de control óptimo sobre el modelo de turbina de viento y generador de inducción a partir de la estimación de estados.

#### 1.3 Motivación

Las tecnologías de generación de energía eléctrica mediante el uso de los recursos renovables se han estado desarrollando en gran medida en todo el mundo. En particular el uso de la energía del viento que tiene la capacidad de competir tecnológica y económicamente con las energías fósil, nuclear y otros recursos.

Una de las principales ventajas de la energía eólica es que contribuye a la mitigación del cambio climático global, generado en gran parte por la emisión de gases de efecto invernadero, que son producidos por otras fuentes de energía convencionales que utilizan combustibles fósiles como el carbón y derivados del petróleo. Además, es una fuente de energía inagotable ya que se obtiene de procesos atmosféricos naturales y continuos.

Existen principalmente dos grandes áreas de aplicación de la generación eólica: cogeneración en redes de potencia y micro-generación en sistemas aislados. En el primer caso se trata de generadores de potencias mayores a los 50 Kw y aportan solo una porción del total de energía de la red eléctrica. En el segundo caso se trata de generadores de potencias entre 1Kw y 50 Kw, que son la única fuente de energía eléctrica disponible en el lugar y se usa en sitios alejados de la red eléctrica. En ambos casos es muy importante el control y optimización de la potencia y la energía generada.

Uno de los principales problemas en los que se ve enfrentado el diseñador de sistemas de control para un sistema de conversión de energía eléctrica es lograr la transferencia óptima de energía. En este trabajo se desea lograr una transferencia óptima de energía mecánica proveniente de la energía cinética del viento a energía eléctrica.

En los últimos años Matlab/simulink se ha convertido en el software más usado para el modela miento y simulación de sistemas dinámicos. La turbina de viento es un ejemplo de tales sistemas dinámicos, contiene subsistemas con diferentes rangos de constantes de tiempo: viento, turbina, generador, electrónica de potencia, transformadores y redes.

# Capítulo 2 Conceptos generales

# 2.1 objetivo

Analizar los diferentes sistemas de control análogo que se encuentran en la actualidad en el ámbito de la ingeniería eléctrica.

# 2.2 Introducción

En éste capítulo se hace una clara contextualización acerca de los sistemas de control análogos y digital que son de gran importancia al momento de elaborar proyectos de tipo eléctrico. Además se hará mención a los modelos de control de lazo abierto y cerrado.

### 2.3 Sistemas de control análogo

Para hablar de sistemas de control análogo es preciso el empezar por mencionar que éste es un ente que recibe una serie de acciones externas o variables de entrada, y cuya respuesta a estas acciones externas son las denominadas variables de salida.

En general un controlador es un circuito electrónico que trabaja con una señal analógica y cuya salida es otra señal del mismo tipo. La ventaja del control análogo es que el sistema trabaja en tiempo real y puede tener un ancho de banda muy grande. Esto es equivalente a tener una frecuencia de muestreo infinita, de modo que el efecto del controlador siempre está presente.

En cuanto a las acciones externas es preciso el mencionar que éstas se dividen en dos grupos:

Las variables de control, que son aquellas que se pueden manipular y son denominadas perturbaciones sobre las que se hace imposible el tener algún tipo de control.

Para ser más enfáticos en ésta definición se referencia el siguiente grafico:



Figura 2.1. Sistema de Control análogo

Ahora, dentro de los sistemas se encuentra aquel que es denominado de control, el cual se caracteriza por la presencia de una serie de elementos que permiten influir en el funcionamiento del sistema, es decir, que la finalidad de éste tipo de sistema se fundamenta en conseguir mediante la manipulación de variables de control un dominio sobre aquellas variables que son consideradas de salida , lo cual haga posible que cada una de las mismas consiga un valor prefijado que permita un mejor funcionamiento del sistema aplicado.

Cabe mencionar que existen una serie de elementos que forman parte de un sistema de control, los cuales hacen posible una idónea manipulación, los cuales son:

- ✓ Sensores: Permiten conocer los valores de las variables medidas del sistema.
- ✓ Controlador: Utilizando los valores determinados por los sensores y la consigna impuesta, calcula la acción que debe aplicarse para modificar las variables de control en base a cierta estrategia.
- Actuador: Es el mecanismo que ejecuta la acción calculada por el controlador y que modifica las variables de control



Figura 2.2. Esquema de funcionamiento de un sistema de control genérico.

Se dice que un sistema es analógico cuando las magnitudes de la señal se representan mediante variables continuas, esto es, análogas a las magnitudes que dan lugar a la generación de esta señal. Un sistema analógico contiene dispositivos que manipulan cantidades físicas representadas en forma analógica. En un sistema de este tipo, las cantidades varían sobre un intervalo continuo de valores.

Así, una magnitud analógica es aquella que toma valores continuos. Una magnitud digital es aquella que toma un conjunto de valores discretos.

La mayoría de las cosas que se pueden medir cuantitativamente aparecen en la naturaleza en forma analógica. Ejemplo de ello son la temperatura, la presión, la distancia, el sonido.

Lo mencionado en los párrafos anteriores permite el establecer que dentro de cualquier tipo de sistema se encuentra el concepto de sistema de control, ya que es precisamente éste el que ejercerá un fuerte impacto sobre el funcionamiento del sistema central, permitiendo así que se logre cumplir con cada una de las funciones previstas, es decir, que la finalidad principal es la de conseguir por medio de la manipulación de las variables de control, un dominio sobre las variables de salida.

Ahora, para conseguir que se logre alcanzar los objetivos especificados para los sistemas de control tanto análogo como digital se hace necesario el estructurar una serie de parámetros y lineamientos, entre los cuales se encuentran:

- 1. Garantizar la estabilidad y, particularmente, ser robusto frente a perturbaciones y errores en los modelos.
- 2. Ser tan eficiente como sea posible, según un criterio preestablecido. Normalmente este criterio consiste en que la acción de control sobre las variables de entrada sea realizable, evitando comportamientos bruscos e irreales.

Ser fácil de implementar y cómodo de operar en tiempo real con ayuda de un ordenador.

De igual manera al hacer mención de los sistema de control tanto análogos como digitales se deben considerar una serie de variables que son las que hacen posible el funcionamiento del mismo, entres las más representativas se encuentran:

Las perturbaciones o disturbios: son generalmente desconocidas. Las más importantes son las aportaciones extras debidas al ruido y el error en las mediciones. Normalmente, estas perturbaciones no se pueden medir, pero sus efectos sobre las variables medidas permiten detectar su presencia. La utilización de un sistema de lazo cerrado permite corregir los problemas derivados de la presencia de perturbaciones en el sistema.

Las variables controladas: Estas son las que se aplican en los valores de consigna, es decir que son éstas las que se encargan de regular la funcionalidad del sistema, pues en ellas se estipulan los datos específicos que al ser aplicados conllevan a que se dé un idóneo proceso el cual se traduzca en resultados óptimos.

Las variables medidas: Son todas aquellas variables en las cuales se aplican datos numéricos que hacen posible el complementar cada uno de los procesos que delimitan el funcionamiento del sistema análogo o digital.

Cabe mencionar que para que los sistemas de control funcionen adecuadamente se hace necesario el implementar un controlador local dinámico mono variable, este es un mecanismo que permite por medio de la realimentación calcular la desviación o error entre un valor medido y el valor que se quiere obtener, para aplicar una acción correctora que ajuste el proceso a su objetivo principal, el cual es el lograr un engranaje perfecto entre cada uno de los elementos que consolidan un sistema.

#### 2.4 Estrategias de control análogo

Cuando se habla de las estrategias de control se hace mención a la naturaleza y dirección de los lazos existentes entre las variables medidas y/o las controladas, lo cual se establece desde dos modelos, los cuales se definen a continuación:

#### 2.4.1 Lazo abierto:

Son sistemas en los cuales la salida no afecta la acción de control. En un sistema en lazo abierto no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada, por tanto a cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija; como resultado, la precisión del sistema depende de la calibración. Ante la presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no realiza la tarea deseada. En la práctica, el control en lazo abierto sólo se utiliza si se conoce la relación entre la entrada y la salida y si no hay perturbaciones internas ni externas.

En los sistemas de control en lazo abierto, la salida no se compara con la entrada de referencia, así a cada entrada de referencia le corresponde una condición de operación fija, en otras palabras, en estos sistemas no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada.

El modelo de control en lazo abierto se fundamenta en la acción de control que es calculada luego de haber conocido la dinámica del sistema, las consignas y obviamente de tener muy bien estimada cada una de las diferentes perturbaciones que se pueden llegara a evidenciar dentro del proceso, lo cual hace posible que se estructuren estrategias de control solidas que permitan el anticiparse a las necesidades de los usuarios. Esto se puede entender con mayor claridad en el siguiente esquema [1].



Figura 2.3. Esquema de control en lazo abierto

Aunque cabe resaltar que generalmente el lazo abierto generalmente es insuficiente, debido a los errores del modelo y a los errores en la estimación de las perturbaciones. Por ello, es común la asociación de lazo cerrado-lazo abierto, de modo que el lazo cerrado permite compensar los errores generados por el lazo abierto.

El control en lazo abierto suele aparecer en dispositivos con control secuencial, en el que no hay una regulación de variables sino que se realizan una serie de operaciones de una manera determinada. Esa secuencia de operaciones puede venir impuesta por eventos (event-driven) o por tiempo (time-driven). Se programa utilizando PLCs (controladores de lógica programable).

#### 2.4.2 Lazo cerrado

En este esquema de control se mide una variable de salida llamada variable controlada o variable de proceso para compararla con un punto de operación que es el valor en el que se desea mantener la variable de proceso, de esta operación se genera una señal de error que es la desviación de la variable controlada con respecto a su punto de operación, el controlador se encarga de recibir la señal de error y enviar una acción de control a un actuador de tal forma que la señal de error sea compensada y tienda a cero, se requiere por tanto de una realimentación, la cual genera posibilidad de inestabilidad, es decir, que éste modelo tiene

una mayor aceptación ya que los márgenes de error que se manejan son menores y por ello puede conllevar a que se cumpla con mayor eficiencia la funcionalidad del sistema aplicado [1].

Es claro, entonces que los sistemas en lazo cerrado se definen como aquellos en los que existe una realimentación de la señal de salida o dicho de otra forma aquellos en los que la señal de salida tiene efecto sobre la acción de control. En algunas ocasiones, la señal controlada y la señal de referencia no son de la misma naturaleza.

En el modelo de sistema de lazo cerrado existe un elemento fundamental el cual se denomina como captador o sensor, que se encarga de detectar los cambios que se producen en la salida y llevar esa información al dispositivo de control, que podrá actuar en concordancia con la información recibida para conseguir la señal de salida deseada.

Por tanto, los sistemas de control en lazo cerrado son capaces de controlar en cada momento lo que ocurre a la salida del sistema, y modificarlo si es necesario. De esta manera, el sistema es capaz de funcionar por sí solo de forma automática y cíclica, sin necesidad de intervención humana. Estos sistemas, capaces de auto controlarse sin que intervenga una persona, reciben el nombre de sistemas de control automáticos.

Una ventaja del sistema de control de lazo cerrado es que el uso de la retroalimentación hace que la respuesta del sistema sea relativamente insensible a perturbaciones externas y a variaciones internas de parámetros del sistema. De este modo, es posible utilizar componentes relativamente imprecisos y económicos, y lograr la exactitud de control requerida en determinada planta, cosa que sería imposible en un control de lazo abierto.

A manera de conclusión se puede establecer que en el sistema de lazo cerrado la acción de control se calcula en función del error medido entre la variable controlada y la respuesta deseada. Las perturbaciones, aunque sean desconocidas son consideradas indirectamente mediante sus efectos sobre las variables de salida. Este tipo de estrategia de control puede

aplicarse sea cual sea la variable controlada. La gran mayoría de los sistemas de control que se desarrollan en la actualidad son en lazo cerrado.



Figura 2.4. Esquema de control en lazo cerrado

#### 2.5 Sistema de control digital

Continuando con el tema es preciso el establecer que los sistemas de control se pueden contemplar desde dos perspectivas como son los análogos y digitales, los cuales se definen de la siguiente manera:

Un sistema de control digital es cualquier dispositivo destinado a la generación, transmisión, procesamiento de señales digitales. Un sistema digital es una combinación de dispositivos diseñado para manipular cantidades físicas o información que estén representadas en forma digital, es decir, que sólo puedan tomar valores discretos.

La mayoría de las veces estos dispositivos son electrónicos, pero también pueden ser mecánicos, magnéticos o neumáticos.

Las señales que se emplean en este tipo de control están en forma de trenes de pulsos o códigos numéricos, los componentes que actúan en este tipo de control tienen menor

susceptibilidad al envejecimiento y a las variaciones de las condiciones ambientales, por ende son menos susceptibles al ruido y a las perturbaciones.

Los sistemas digitales pueden ser de dos tipos:

Sistemas digitales combinacionales: Son aquellos en los que la salida del sistema sólo depende de la entrada presente. Por lo tanto, no necesita módulos de memoria, ya que la salida no depende de entradas previas.

Sistemas digitales secuenciales: La salida depende de la entrada actual y de las entradas anteriores. Esta clase de sistemas necesitan elementos de memoria que recojan la información de la "historia pasada" del sistema.

Lo mencionado hasta el momento permite el establecer que en los sistemas de control digital se presentan una serie de ventajas como lo son:

- ✓ Una menor susceptibilidad al deterioro debido al transcurso del tiempo o a factores del entorno
- presenta unos componentes menos sensibles a los ruidos y a las vibraciones en las señales
- ✓ Tienen una mayor flexibilidad a la hora de programar, o poseen una mejor sensibilidad frente a la variación de parámetros. En cambio, la evolución de los ordenadores y de sus capacidades de cálculo permiten reducir los inconvenientes que presentan los controladores digitales, por lo que últimamente su uso se ha extendido en gran cuantía.

En el control digital se debe tener un buen conocimiento del proceso a ser controlado y tener su respectivo modelo matemático.

#### 2.6 Sistema de control óptimo

El control óptimo es una técnica matemática usada para resolver problemas de optimización en sistemas que evolucionan en el tiempo y que son susceptibles de ser influenciados por fuerzas externas. Una vez que el problema ha sido resuelto el control óptimo nos da una senda de comportamiento para las variables de control, es decir, nos indica qué acciones se deben seguir para poder llevar a la totalidad del sistema de un estado inicial a uno final de forma óptima.

La teoría de control óptimo es un conjunto de técnicas para determinar el control y las trayectorias de un sistema dinámico que minimizan una función sobre un intervalo de tiempo.

Hay diversas formulaciones del problema de control óptimo, que varían dependiendo del criterio de optimalidad, del tipo de dominio de tiempo (continuo o discreto), de la presencia de diversos tipos de restricciones, y de qué variables están libres. La formulación de un problema de control óptimo requiere en general

- ✓ Definir el modelo matemático del sistema controlado,
- ✓ Especificar el criterio de optimalidad,
- ✓ Especificar las condiciones de contorno para el estado,
- $\checkmark$  Describir las restricciones sobre el estado y los controles y
- ✓ Describir cuales variables del problema están libres.

La casi totalidad de los problemas de control óptimos no se puede resolver analíticamente por lo que se hace necesario la aplicación de técnicas adecuadas en busca de la respuesta deseada. En el ámbito del sistema de control se hace necesario el tener en cuenta las definiciones de los siguientes elementos que son claves para la idónea aplicabilidad de los mismos:

Entrada: Estimulo aplicado al sistema de control para producir una respuesta especificada.

Salida: Respuesta obtenida que puede ser diferente a la especificada.

Perturbación: Es una entrada que afecta adversamente a la salida.

#### 2.7 La transformada de Laplace

La transformada de Laplace, constituye parte importante de la matemática requerida para aplicaciones en ingeniería, física, matemática y estudios científicos. Esto se debe a que, los métodos de la transformada de Laplace, constituyen un instrumento fácil y efectivo para la solución de muchos problemas de la ciencia y la ingeniería.

El método de la transformada de Laplace es una herramienta matemática utilizada en la solución de ecuaciones ordinarias lineales, y es ampliamente utilizada en la simulación de sistemas físicos, circuitos eléctricos, y el modelado y análisis de sistemas de control automático. Posee dos características importantes que la hacen de mucha utilidad [3] [5]:

- La solución de la ecuación homogénea y la solución particular se obtienen en una sola operación.
- ✓ La transformada de Laplace convierte la ecuación diferencial en una ecuación algebraica de S. La solución final se obtiene tomando la transformada inversa de Laplace.

Se define la transformada unilateral de Laplace de f(t) para alguna  $\sigma$  real finita, como [3] [5]:

$$F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-\sigma t} dt$$
 (2.1)

La ecuación (2.1) debe cumplir la condición:

$$\int_0^\infty |f(t)e^{-\sigma t}| \mathrm{dt}$$
 (2.2)

#### 2.8 La transformada Z

El método de la transformada Z es un método operacional muy poderoso cuando se trabaja con sistemas en tiempo discreto, es un modelo matemático que se emplea en el estudio del procesamiento de señales digitales, especialmente los sistemas de control de procesos por computadoras.

En un sistema de control en tiempo discreto, una ecuación en diferencias lineales caracteriza la dinámica del sistema. Para determinar la respuesta a una entrada dada, se debe resolver dicha ecuación en diferencias. Con el método de la trasformada Z, las soluciones a las ecuaciones en diferenciales se convierten en un problema de naturaleza algebraica [4] [5].

Dada una secuencia discreta x(n) se define su transformada Z bilateral como:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}$$
(2.3)

Donde Z es una variable compleja.

$$X^{+}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n}$$
 (2.4)

La transformada Z definida mediante la ecuación (2.4) se conoce como transformada Z unilateral.

La transformada Z unilateral es de gran utilidad en el análisis de sistemas causales, especificados por ecuaciones en diferencias, con coeficientes constantes y con condiciones iniciales, es decir, aquellos que en su inicio no se encuentran en reposo.

Polos y ceros en el plano Z: Dado un sistema discreto lineal e invariante en el tiempo, y causal, el método de la transformada z da lugar a una función X(z) que puede tener la siguiente forma [2] [4]:

$$X(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{(m-1)} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{(m-1)} + \dots + a_n}$$
(2.5)

Los puntos en los que la función X(z) es igual a cero son las raíces del numerador (los ceros de X(z)). Así mismo, los puntos en los que la función tiende a infinito son las raíces del denominador (los polos de X(z)).

La transformada Z en sistemas de control en tiempo discreto juega el mismo papel que la transformada en Z tiempo continuo.la transformada Z inversa de X(z) da como resultado la correspondiente secuencia de tiempo X(k), pero no da una única X(t). Esto significa que la transformada Z inversa da como resultado una secuencia de tiempo que especifica los valores de X(t)solamente en los valores discretos de tiempo t = 0, T, 2T, ..., y no dice nada acerca de los valores X(t) en todos los otros tiempos. Esto es, muchas funciones de tiempo X(t) diferentes pueden tener la misma X(kt).

La ubicación de los polos y ceros de X(z) determina las características de X(k), la secuencia de valores o números. Como es el caso del análisis de sistemas lineales en el tiempo continuo en el plano s, también se utiliza una representación grafica de las localizaciones de los polos y ceros de X(z) en el plano Z.

# 2.9 Relación entre la transformada de Laplace y la transformada Z.

La transformada Z es la contraparte discreta de la transformada de Laplace, y que es la generalización en tiempo discreto de la transformada de Fourier. Las propiedades de la transformada Z, son estrechamente paralelas a las de la transformada de Laplace, sin embargo existen importantes diferencias entre la transformada Z y la transformada de Laplace, las cuales surgen de las diferencias fundamentales entre sistemas en tiempo continuo y en tiempo discreto.

El uso de la transformada Z en el análisis de sistemas de control, tiene el mismo papel que la transformada de Laplace, con la diferencia, que en la transformada Z las señales o sistemas, no son continuos sino, discretos.

La transformada de Laplace convierte ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo en ecuaciones algebraicas de la variable S, la transformada Z convierte una ecuación en diferencias lineal e invariante en el tiempo, que representa la dinámica del sistema, a una ecuación algebraica de la variable Z. Para obtener la respuesta del sistema a una entrada dada se deben resolver estas ecuaciones en diferencias, y con el método de la transformada Z, esto se convierte en un problema algebraico.

La transformada Z se puede aplicar a señales en tiempo continuo x(t), a la señal muestreada x(kt) y a una secuencia de números x(k).

La transformada Z es un método muy poderoso en el estudio de sistemas en tiempo discreto, ya que nos permite obtener, por medio de una función de transferencia de la variable Z, la respuesta transitoria de un sistema muestreado [5].

#### 2.9 Referencias

[1] Giraldo, D & Tabares I; "Teoría de Control. Universidad Tecnológica de Pereira", 1997.

[2] Astrom, K & Wittenmark, B; " Computer Controlled Systems", Pretice Hall, New Jersey, 1997.

[3] Francis J. Hale "Introduction to Control System Analysis and Design". Pretice Hall, New Jersey, 1999.

[4] S. M. Tripathi; "Modern Control Systems". Infinity Science Press LLC. 2008.

[5] Katsuhiko Ogata; "Ingenieria de Control Moderno". Pretice Hall, New Jersey, 1985.

# Capítulo 3

# Modelo de la planta

# 3.1 Objetivo

Determinar los parámetros del la planta que van a ser utilizados en la simulación del aerogenerador que va ser controlado.

# 3.2 Introducción

Se presenta cada uno de los elementos del sistema de generación eólica y su integración para su modelación mediante el programa Mat-Lab. En este capítulo se determinaron las ecuaciones que rigen el comportamiento de los diversos elementos del sistema y los parámetros generales de operación.

#### 3.3 Generador de inducción autoexcitado

Los sistemas de generación de energía eléctrica no convencionales aislados de la red que utilizan generadores de inducción para generar voltaje, tienen una gran ventaja con respecto al costo de instalación y mantenimiento de estos, además de su simplicidad, robustez, construcción del rotor sin escobillas y autoprotección en condiciones de falla.

El generador de inducción es robusto por que puede trabajar con carga constante y variable, se puede arrancar en vacío o con carga, es capaz de operar de manera continua o intermitente, y posee una protección natural contra cortocircuito y sobrecorriente entre sus terminales, cuando la corriente de carga llega a cierto límite, el magnetismo residual cae a cero lo que provoca el colapso del voltaje generado por la pérdida de excitación de la máquina [1].

El generador de inducción autoexcitado presenta una muy buena regulación de voltaje, menores pérdidas con poca carga, pérdidas internas reducidas, bajas temperaturas, menor estrés interno mecánico y eléctrico e incremento en su vida útil. Su desventaja es el requerimiento del capacitor para la autoexcitación

El capacitor de autoexcitación contribuye favorablemente a la reducción de armónicos. La conexión de un banco de capacitores en las terminales del generador de inducción es necesaria, para suministrar potencia reactiva, por eso se debe conectar un capacitor de excitación a cada fase.

La conexión de capacitores de excitación permite la generación del voltaje en las terminales del generador por la potencia reactiva suministrada. Esta fuente de potencia reactiva mantiene la corriente que circula a través de los devanados de la máquina para generar un campo magnético rotatorio el cual corta lo conductores del rotor provocando un voltaje a través de las terminales de la máquina.

Entre las limitaciones del generador de inducción se encuentra el consumo de potencia reactiva cuando es conectado a la red de distribución, por lo que en la práctica se necesita de una fuente externa de potencia reactiva conectada permanentemente a las terminales del estator. La regulación del voltaje de salida del generador se realiza mediante el control de la potencia reactiva suministrada al generador. Esta fuente de potencia reactiva mantiene la corriente que circula a través de los devanados de la máquina para generar un campo magnético rotatorio. La elevación del voltaje generado durante el arranque se explica a partir del magnetismo residual del material ferromagnético el cual provoca la generación de un pequeño voltaje que, al tener un capacitor conectado entre sus terminales permitirá que fluya una corriente reactiva que irá incrementando el voltaje hasta que alcance un valor determinado por la característica de magnetización y el valor de la capacitancia [1].



Figura 3.1 Generador de inducción autoexcitado

#### 3.3.1 Modos de operación de la máquina de inducción

La máquina de inducción se puede operar en tres modos dependiendo del deslizamiento (s), frenado  $(s \ge 1)$ , motor (0 < s < 1) y generador (s < 0). Para nuestro caso se trabaja como generador.

Pero cuando s < 0, la velocidad de la máquina  $(n_r)$  es mayor que la velocidad síncrona  $(n_s)$ , se transfiere potencia del rotor al estator, es decir, la potencia mecánica se convierte a

potencia eléctrica debido a la aplicación externa de par a la flecha del rotor y entonces la máquina trabaja como generador [7].



Figura 3.2 Curva torque-velocidad de una maquina de inducción.

# 3.4 Circuito equivalente del generador de inducción autoexcitado.

Para que la máquina de inducción funcione como generador, debe haber un campo magnético principal que interactúe con los conductores del estator y se induzca una fuerza electromotriz de frecuencia variable en función del deslizamiento, el mismo que depende principalmente de la velocidad mecánica de accionamiento de su rotor.

Si se desprecian las pérdidas resistivas en el entrehierro de la máquina; el circuito equivalente por fase del generador de inducción autoexcitado, donde todos los parámetros están referidos al estator de la máquina y a la frecuencia de operación, es el siguiente [2]:



Figura 3.3 Circuito equivalente del generador de inducción autoexitado

Al momento de modelar un motor de inducción es común hacer una serie de simplificaciones del sistema tales como:
- ✓ Considerar el campo de magnetización uniformemente distribuido.
- ✓ Considerar lineal el comportamiento del sistema magnético.
- ✓ Considerar una distribución de los devanados en el estator idéntica, formando una fuerza magnetomotriz de forma sinusoidal.
- ✓ Considerar la distribución de barras o devanados en el rotor de tal manera que forman una fuerza magnetomotriz con el mismo número de polos que el estator.

#### 3.4.1 Determinación de los parámetros del generador.

Los parámetros del circuito equivalente de la máquina de inducción son cruciales cuando se emplean técnicas de control avanzadas (por ejemplo control vectorial). Desafortunadamente, estos parámetros son desconocidos cuando la máquina es adquirida. Los métodos más comunes para determinar experimentalmente los parámetros de la máquina de inducción son la prueba en vacío, la prueba de rotor bloqueado y la prueba de corriente directa [1] [3].

#### 3.4.1.1 Prueba de vacío o de pérdida por rotación.

Mediante esta prueba obtenemos información sobre la corriente de magnetización y las pérdidas rotacionales. La prueba se realiza aplicando el voltaje nominal a los devanados del estator a la frecuencia nominal. Debido a que la única carga puesta sobre el motor es su propia fricción y el rozamiento con el aire, las pérdidas en la máquina se deberán a las pérdidas en el núcleo, por fricción y pérdidas en los devanados.

La máquina gira casi a la velocidad sincrónica, por lo que el deslizamiento será muy pequeño y la resistencia del rotor muy grande. La potencia de entrada medida debe ser igual a las pérdidas en el motor. En vacío, la corriente del rotor es muy pequeña, tan solo para producir el par necesario para vencer la fricción y la resistencia aerodinámica, por lo que las pérdidas en el rotor son despreciables. Las pérdidas en el estator de la máquina no

pueden despreciarse debido a la gran corriente de magnetización necesaria para establecer el campo magnético en el entrehierro. Los valores medidos durante esta prueba son la corriente de magnetización y su ángulo respecto al voltaje aplicado [1].

#### 3.4.1.2 Prueba de rotor bloqueado.

Esta prueba de proporciona información respecto a las impedancias de dispersión en una máquina de inducción. Durante esta prueba, se bloquea o enclava el rotor de tal forma que no pueda girar; se aplica voltaje al motor y se miden el voltaje la corriente y la potencia resultante. La prueba de debe realizarse bajo condiciones de corriente y frecuencia del rotor, aproximadamente iguales a las condiciones de operación de la máquina. La prueba debe realizarse a frecuencia nominal y con valores de corrientes cercanos a los valores en el arranque. La importancia de mantener las corrientes medidas cerca de su valor nominal proviene del hecho de que las reactancias de dispersión son afectadas de manera significativa por la saturación.

Si lo que se desea es las características de funcionamiento normales, la prueba debe realizarse con voltajes reducidos que harán circular corrientes nominales en los devanados del estator. La frecuencia también debe reducirse, debido a que los valores de la resistencia efectiva y la inductancia de dispersión a frecuencias bajas que corresponden a pequeños deslizamientos pueden diferir notablemente de sus valores a frecuencia nominal, particularmente con rotores de doble jaula o de barras profundas [1]. La reactancia de dispersión total a frecuencia nominal puede calcularse considerando que la reactancia es proporcional a la frecuencia.

La potencia de alimentación se puede medir por el método de los dos vatímetros, el factor de potencia en vacío o con carga ligera es por lo general del orden de 0.5 [3].

# **3.4.1.3** Prueba con c.c. para determinar resistencia del estator.

Con esta prueba determinamos la resistencia del rotor independiente de las reactancias de dispersión y la resistencia del estator, la resistencia del rotor determina la forma de la curva par-velocidad al establecer la velocidad a la cual ocurre el par máximo. Para determinar la resistencia total del circuito del motor, se puede aplicar la prueba de rotor bloqueado. Sin embargo, esta prueba determina sólo la resistencia total. Para estimar la resistencia aproximada del rotor, es necesario conocer la resistencia del estator de modo que ésta pueda restarse de la total.

Lo que se realiza en esta prueba es, aplicar un voltaje de a los devanados del estator del motor de inducción. Puesto que la corriente es dc, no hay voltaje inducido en el circuito del rotor y en éste no fluye corriente resultante. Asimismo, la reactancia a corriente directa del motor es cero. Entonces, la única cantidad que limita el flujo de corriente en el motor es la resistencia del estator y por tanto, ésta puede ser determinada.

Para realizar la prueba, se ajusta la corriente equivalente del estator a la corriente nominal y se mide el voltaje en los terminales. La corriente en los devanados se ajusta al valor nominal para que los devanados se calienten a la misma temperatura que tendrían durante la operación normal (la resistencia del devanado es función de la temperatura). Conociendo este valor de la resistencia del estator se pueden determinar las pérdidas en el cobre del estator en vacío [1].

$$Rs = 1.25R_{co}$$

Rs = Resistencia del rotor por fase  $R_{cc}$  = Resistencia de corriente directa

# 3.4.2 Modelo del generador en el marco de referencia arbitrario.

El modelo del generador de inducción es una herramienta útil para analizar todas sus características tanto en estado estacionario como en estado transitorio. En el análisis del generador de inducción es conveniente transformar las variables asociadas con los devanados simétricos del rotor al marco de referencia arbitrario [5].

Algunas de las inductancias de la máquina de inducción son función de la velocidad del rotor, con lo que los coeficientes de las ecuaciones diferenciales (ecuaciones de voltaje) que describen el comportamiento de la máquina varían en el tiempo, excepto cuando la máquina se encuentra en reposo. Los marcos de referencia qd0 son seleccionados usualmente en base a la conveniencia o compatibilidad con la representación de otros componentes de la red eléctrica. Los dos marcos de referencia más comunes en el análisis de la máquina de inducción son: el marco de referencia estacionario y el marco de referencia rotando sincrónicamente.

En el marco de referencia estacionario las variables qd de la máquina están en el mismo marco de referencia que el usado por la red de suministro. Es una elección conveniente cuando la red de suministro es grande o compleja. En el marco de referencia rotando sincrónicamente las variables qd se encuentran estacionarias en estado estacionario, un prerrequisito cuando se deriva el modelo de pequeña señal en un punto de operación seleccionado. Los marcos de referencia pueden obtenerse simplemente seleccionando la velocidad adecuada de éstos. Seleccionando W = 0, se obtiene el marco de referencia estacionario, mientras que si W = W<sub>e</sub> se habrá seleccionado el marco de referencia rotando sincrónicamente.

Para el marco de referencia estacionario seleccionado w = 0, tenemos el modelo del generador de inducción en coordenadas qd [5].



Figura 3.4 Modelo del generador de inducción autoexitado en ejes qd a) eje q b) eje d

Planteando la ecuaciones de voltaje de Kirchhoff del circuito equivalente mostrado en la Fig. 3.4, el comportamiento transitorio y de estado estable del generador de inducción autoexcitado está descrito por [5]:

$$\begin{bmatrix} v_{dc} \\ v_{qc} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s + \left(\frac{R + L_p}{RCp + LCp^2 + 1}\right) & 0 & L_mp & 0\\ 0 & R_s + L_s + \left(\frac{R + L_p}{RCp + LCp^2 + 1}\right) & 0 & L_mp\\ L_mp & -\omega_r L_m & R_r + L_rp & \omega_r L_r\\ -\omega_r L_m & L_mp & -\omega_r L_r & R_r + L_rp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dc} \\ i_{qc} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$
(3.1)

Ahora definimos la matriz de parámetros de excitación:

	$\begin{bmatrix} -L_r \\ 0 \\ L_m \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{c} 0\\ -L_r\\ 0\\ L_m \end{array}$	$\begin{array}{c} L_m \\ 0 \\ -L_s \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ L_m\\ 0\\ -L_s \end{array}$
[B] =	0	0 0	0 0	0 0
	0	0	0	0

El modelo generalizado del generador de inducción autoexcitado está representado por el conjunto de ocho ecuaciones diferenciales correspondientes a las variables  $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ,  $i_{dr}$ ,  $i_{qr}$ ,  $v_{ld}$ ,  $v_{lq}$ ,  $i_{ld}$ ,  $i_{lq}$ , como se muestra en la ecuación 3.4 de representación clásica de la ecuación en espacio de estados del modelo de generador [5]..

$$P[x] = [A] \cdot [x] + [B] \cdot [u]$$
(3.2)

$$P\begin{bmatrix}i_{G}\\v_{C}\\i_{L}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}G\\C\\L\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}i_{G}\\v_{C}\\i_{L}\end{bmatrix} + [B] \cdot [v_{G}]$$
(3.3)

i <sub>ds</sub>	ŖĻ,	$-\alpha_{L_m}^2$	$-R_{\mu}L_{m}$	−ωL,L,	L,	0	0	0	i <sub>ds</sub>	[-L,	0	$L_m$	0	
i <sub>qs</sub>	$\omega L_m^2$	ŖĻ,	$\alpha L, L$	-R,L,	0	L,	0	0	i <sub>qs</sub>	0	- <i>L</i> ,	0	L <sub>m</sub>	
i <sub>dr</sub>	$-R_{3}L_{m}$	$\alpha L_m L_s$	R,L	щLL	$-L_m$	0	0	0	i <sub>ar</sub>	L <sub>n</sub>	0	$-L_3$	0	Vdz
$i_{qr} = K$	$-\omega_{\rm L}L_{\rm m}L_{\rm s}$	$-R_{\rm s}L_{\rm m}$	-ω,L,L,	Ŗ,L,	0	$-L_m$	0	0	i <sub>qr</sub>	0	$L_m$	0	$-L_{z}$	Vqz z
V <sub>Ld</sub> - M	1/CK	0	0	0	0	0	-1/CK	0	VLd	0	0	0	0	V <sub>dr</sub>
VLq	0	1/CK	0	0	0	0	0	-l/CK	$v_{Lq}$	0	0	0	0	Vqr
Ld	0	0	0	0	1/LK	0	-R/LK	0	i <sub>Ld</sub>	0	0	0	0	
i <sub>Lq</sub>	0	0	0	0	0	1/LK	0	-R/LK	i <sub>Lq</sub>	0	0	0	0	



El vector [x] es la matriz traspuesta  $[i_G v_C i_L]$ . El vector de excitación  $[v] = [v_G]$  de la ecuación (3.3) se multiplica por la matriz de parámetros de excitación [B]. Por tanto

 $[B][u] = [v_G][u]$  define la tensión correspondiente al magnetismo residual en el núcleo de la máquina y K se presentan como:

$$K = \frac{1}{L_m^2 - L_s L_r} \tag{3.4}$$

#### 3.4.3 Proceso de autoinducción

La autoinducción electromagnética el proceso por el cual aparece un voltaje en el entrehierro de la máquina. El proceso de autoinducción o autoexcitación en el generador de inducción, cuando el rotor de la máquina empieza a girar, el flujo remante induce en las bobinas del estator una fuerza electromotriz inicial, la cual hace circular por el capacitor de excitación una pequeña corriente, esta corriente circula por los devanados del estator fortaleciendo el campo magnético y la fuerza electromotriz E1. En el proceso de autoexcitación la fuerza electromotriz inducida y la corriente en los devanados del estator, se obtienen por medio de la influencia de la saturación magnética de la máquina, hasta alcanzar un estado estable de operación.

Con el fin de disminuir la necesidad de reactivos, el proceso de autoexcitación se inicia operando al generador autoexcitado sin carga; pero si en este proceso de autoinducción el requerimiento de reactivos es demasiado alto, los capacitores de excitación del generador autoexcitado no podrán proporcionar la excitación necesaria para que aparezcan voltajes y corrientes en el estator de la máquina.

#### 3.4.4 El capacitor de excitación

La operación del generador de inducción, depende de la corriente reactiva proporcionada por la capacitancia de excitación. En el proceso de autoexcitación, es necesario que exista una capacitancia mínima de excitación y de un campo magnético remanente en el entrehierro de la máquina, de manera que la fuerza magnetomotriz inducida en el estator en el proceso de arranque y operación, permita que los capacitores de excitación, proporcionen la corriente reactiva para la excitación

Para que la corriente  $I_c$  que circula por los capacitores, suministre el campo magnético suficiente durante el proceso transitorio de autoexcitación, se requiere que:

$$E_1 - V_c > 0$$
 (3.1)

La magnitud del condensador y de la corriente reactiva  $I_c$  necesaria para la excitación de la máquina, dependen de la frecuencia, es decir de la velocidad de giro o de accionamiento de su rotor  $n_r$ .

La variación de la velocidad, es un aumento del voltaje en el entrehierro, el mismo que depende de la saturación del circuito magnético de la máquina. Cuando la velocidad y por ende la frecuencia de operación, es baja; el generador pierde su excitación haciendo que no exista un punto de operación.

Para determinar el valor adecuado del capacitor de excitación, se debe conocer el rango de operación de la velocidad, el nivel de voltaje, la frecuencia y las especificaciones de la carga.

#### 3.5 Polinomio característico del sistema.

El comportamiento de un sistema determinado puede modelarse a través de un conjunto de ecuaciones deferenciales. Si las ecuaciones resultantes pueden descomponerse en un conjunto de n ecuaciones diferenciales de primer orden, dicho conjunto estará integrado por las denominadas ecuaciones de estado, y las variables que intervienen en las mismas se designan como variables de estado. De esta forma, ya que a partir de un instante de tiempo  $t_0$  ó estado inicial, las ecuaciones de estado contienen la información

mínima que permite determinar el comportamiento futuro del sistema ante un conjunto de señales de entrada conocida.

El conjunto de ecuaciones de estado y de salida que describen el sistema pueden agruparse para obtener una representación más compacta. Resultan así, para sistemas de orden n con p entradas y q salidas, las ecuaciones matriciales:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$
$$y(t) = cx(t) + du(t)$$

Donde  $\dot{x}(t)$  es el vector de estados y sus componentes son las variables de estado, y(t) es el vector de salidas, y u(t) es el vector de entradas.

Para nuestro caso el modelo de la planta a utilizar fue tomado de un diseño realizado experimentalmente en el laboratorio, de este modelo tomamos las matrices de vector de estados y vector de salidas necesarias para la simulación.

$$[A] = \begin{bmatrix} -2.3577 & -0.5209 & -1.7570 & -0.0291 \\ -0.5209 & -0.9491 & -0.9491 & 0.1855 \\ -1.7570 & -0.9816 & -2.7913 & 0.3873 \\ -0.0291 & 0.1855 & 0.3873 & -0.3769 \end{bmatrix}$$
$$[b] = \begin{bmatrix} -0.8045 & 0.2157 \\ 0.6966 & -1.1658 \\ 0.8351 & -1.1480 \\ -0.2437 & 0.1049 \end{bmatrix}$$
$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4390 \\ 2.5855 & 0.1873 & -1.9330 & -1.7947 \end{bmatrix}$$
$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.8880 & 0 \end{bmatrix}$$

El orden del sistema lo define el número de variables de estado, en este caso, está definido por la matriz A, y el orden es cuatro.

#### **3.6 Referencias**

[1] S. J. Chapman; "Máquinas Eléctricas". Tercera Edición. McGraw Hill 2000.

[2] Thaler & Wilcox; "Máquinas Eléctricas". Limusa. 1979.

[3] D, Richardson & A, Caisse; "Máquinas Eléctricas Rotativas y Transformadores". Cuarta Edición. Pretice Hall, New Jersey, 1997.

[4] A.E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr. Stephen D. Umans, "Electric Machinery", 5a. Ed, McGraw-Hill, 1990.

[5] A, Kishore & G. S. Kumar. "A Generalized State-Space Modeling of Three Phase Self-Excited Induction Generator For Dynamic Characteristics and Analysis". IEEE 2006.

## Capítulo 4

## Identificación en línea para el caso multivariable

#### 4.1 Objetivo

Reconocer los principales sistemas Multivariable y los métodos utilizados para la identificación de parámetros.

#### 4.2 Introducción

En el presente capitulo se hará una breve descripción de los sistemas multivariable al igual que se contextualizara acerca de la identificación de parámetros razón por la cual se explicara de manera clara pero coherente diferentes modelos matemáticos que permite el obtener datos específicos que se consolidan en pilar fundamental para el desarrollo del proyecto.

#### 4.3 Identificación en línea para el caso multivariable

La identificación de sistemas es la determinación de un sistema que pretende representar un fenómeno, a partir de la observación de la respuesta de dicho fenómeno ante excitaciones sobre el mismo. De este modo se busca caracterizar un sistema a partir de un conjunto de observaciones, esto permite integrar a la identificación estrategias avanzadas de control basados en modelos.

Un modelo de estos es una representación de un sistema en el cual, la salida actual puede representarse como una combinación lineal de las entradas y sus salidas pasadas.



Figura 4.1 Esquema de bloque identificador

#### 4.4 Sistemas de control multivariable

Son procesos en los cuales la salida (variable controlada) está controlada por una sola entrada (variable manipulada) se clasifican como sistemas de una entrada una salida (SISO). Sin embargo debe señalarse, que la mayoría de los procesos en ingeniería tiene más de un lazo de control. De hecho, cada proceso requiere normalmente el control de al menos

dos variables. Los Sistemas con más de un lazo se clasifican como sistemas de múltiplesentradas múltiples-salidas (MIMO) o sistemas multivariables.

Un sistema de control multivariable MIMO permite alcanzar el objetivo de mantener un conjunto de variables en un valor deseado a diferencia del control de sistemas SISO que solo permite controlar una variable al tiempo.

#### 4.4.1 Sistema siso

Los sistemas S.I.S.O. son aquellos que cuentan simplemente con una entrada y una única salida, de esta manera es lógico pensar que para mantener la salida deseada del sistema deben hacerse los ajustes necesarios a la entrada y de esta forma se lograría el propósito de control, sin embargo, existe la necesidad de observar constantemente cómo es la respuesta ante las variaciones en la entrada, por ello surge la necesidad de cerrar el lazo de control para monitorear de manera permanente la salida del sistema y compararla con una señal de referencia o salida deseada. En la ingeniería de control por lo general se refiere a una única y simple variable de sistema de control con una entrada y una salida.

Los Sistemas SISO suelen ser menos complejos que los sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), Por lo general, también es más fácil de hacer orden de magnitud o predicciones.

Es claro, entonces que los sistemas de control SISO son aquellos que tienen una sola entrada y una salida, tal como se muestra en la figura 6.



Figura 4.2 Modelo SISO.

Si el sistema se supone, además determinista, invariante en el tiempo, de una entrada y una salida (SISO), el modelo de entrada-salida es:

$$y(k) = f(y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-m))$$
(4.1)

Donde u (k), y (k) representa el par de entrada-salida en el tiempo k. Los enteros positivos n y m son el número de salidas pasadas (también llamado el orden del sistema) y el número de entradas pasadas. En la práctica m es, normalmente, menor o igual que n. f puede ser cualquier función no-lineal definida desde el espacio de entradas y salidas pasadas hasta el espacio de salidas futuras.

#### 4.4.2 Sistema MIMO

Hasta el momento se ha hecho referencia a un sistema de control sencillo, lo que implica que se utilice en procesos de menor complejidad; razón por la cual es preciso el mencionar que en la práctica se debe usar un sistema más complejo y es precisamente a este al que se le ha denominado MIMO, el cual tiene más de dos entradas y por ende diversas salidas, lo que hace posible el controlar diversas variables.



Figura 4.3 Modelo MIMO

La mayoría de las técnicas para el diseño de sistemas de control se basan en un buen entendimiento de la planta bajo estudio y su ambiente. Sin embargo, en un número de tareas, la planta a ser controlada es muy compleja y los procesos básicos internos en ella no se entienden del todo. Debido al poco conocimiento que se puede tener de un sistema, se hace necesario el uso de técnicas adaptivas que permitan controlar el sistema.

La mayoría de los procesos en ingeniería tiene más de un lazo de control. Cada proceso requiere normalmente el control de al menos dos variables.

Consideraremos un sistema MIMO con m entradas y n salidas, el cual se representa por el modelo básico de función de transferencia y(s) = G(s) \* u(s), donde y(s) es el vector de variables controladas de dimensión n×1, u(s) es el vector de variables manipuladas de dimensión m×1 y G(s) es la matriz de funciones de transferencia de dimensiones n×m, o en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} y_{1}(s) \\ . \\ . \\ . \\ . \\ y_{n}(s) \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2m}(s) \\ . & . & . \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \dots & G_{nm}(s) \end{bmatrix}_{n \times m} \begin{bmatrix} u_{1}(s) \\ . \\ . \\ . \\ u_{1}(s) \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

Figura 4.4 Modelo matricial de sistema MIMO

En control de procesos es común encontrar sistemas con varias entradas y salidas, siendo el caso 2x2 uno de los más estudiados porque corresponde a procesos típicos reales. En la figuras 4.5 y 4.6 se muestra una de las posibles estrategias, el control centralizado, bajo dos enfoques diferentes: el primero de ellos combina una red de desacoplo, formada por cuatro elementos  $D_{ij}(s)$ , con un controlador descentralizado, compuesto por los dos elementos  $K_i(s)$ , y el segundo utiliza una red de controladores, formada por los cuatro elementos  $K_{ij}(s)$ , con filosofía centralizada.

Básicamente la técnica de control se fundamenta en una estimación paramétrica en línea del sistema, modelo al cual se le puede implementar diferentes tipos de control, generando así varias técnicas de control adaptivo.



Figura 4.5 Control centralizado 2x2 con red de desacoplo explicita.



Figura 4.6 Control centralizado de un proceso 2x2.

Un sistema discreto multivariable con m salidas y r entradas con operador de retardo q se puede representar así:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t + e(t))$$
(4.2)

Donde el polinomio A esta representada por:

$$A(q^{-1}) = A_0 + A_1(q^{-1}) + \dots + A_{n1}(q^{-n1})$$
(4.3)

Y el polinomio B está:

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1(q^{-1}) + \dots + B_{n2}(q^{-n2})$$
(4.4)

Con n1  $\ge$  n2 y donde  $A_i$  de dimensión m  $\times$  m y  $B_i$  de dimensión r  $\times$  r, y donde las entradas u(t) corresponden a un vector de dimensión r $\times$ 1 y las salidas y(t) corresponden a un vector de dimensión m  $\times$  1.

Para hacer la identificación de los parámetros es conveniente definir la ecuación como:

$$y(t) = \phi(t)\theta(t) \tag{4.5}$$

Siendo  $\theta$  el vector de parámetros desconocidos, definido por:

$$\theta^{T} = -a_{1}, -a_{2}, \dots, -a_{n1}, B_{0}, B_{1}, \dots, B_{n2}$$
(4.6)

Siendo  $\phi^T(t)$  el vector de regresión que consiste en mediciones entrada/salida dado por:

$$\phi^{T}(t) = [y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n_{2}), u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-n_{2})]$$
(4.7)

Es claro, que para el manejo de los sistemas de control se hace necesario el tener técnicas de diseño, las cuales son denominadas adaptativas. Estas para su idónea aplicabilidad deben estar sujetas a los parámetros de técnicas de identificación paramétrica, las cuales son diversas, pero entre las más utilizadas se encuentran la de proyección, la proyección ortogonal, mínimos cuadrados y el Filtro de Kalman, los cuales son de gran importancia, ya que al final el idóneo desempeño de un control adaptativo depende de una buena estimación de los parámetros que se encargan de realizar el algoritmo de identificación.

#### 4.5 Modelos paramétricos lineales

En los modelos de función de transferencia, el objetivo es relacionar dos ó más series temporales elaborando modelos causales de predicción. Se considera la forma de relacionar una serie temporal, denominada output en función de una u otras series temporales, que se denominan inputs. Ahora presentaremos algunas estructuras modelo, conocidas como modelos de caja negra que nos brindan una solución a la estimación de un proceso dinámico mediante la identificación a partir de datos experimentales.

#### 4.5.1 Estructura ARX. (Auto-Regresive with eXogenous inputs).

Probablemente la relación entrada-salida más simple que se puede obtener sea la proveniente de una descripción del sistema como una ecuación lineal en diferencias, su expresión es:

$$A(q-1)y(t) = B(q-1)u(t-nk) + e(t)$$
(4.8)

Puede ser visto como una manera de determinar el siguiente valor de la salida dadas las observaciones anteriores y las entradas, A(q-1) y B(q-1) son polinomios en el operador desplazamiento hacia atrás (q-1), y(t), u(t), e(t), son las salidas, entradas y ruido, respectivamente. El ruido e(t) es una sucesión aleatoria normalmente distribuida de media cero y varianza  $\sigma 2$  [3].

## **4.5.2 Estructura ARMAX.** (Auto-Regresive Moving Average wit eXogenous inputs).

La principal desventaja del modelo ARX reside en la falta de libertad en la descripción del término de perturbación. Sin embargo, es posible incorporar mayor flexibilidad al modelado si agregamos un término conocido como media en movimiento (moving average) del ruido blanco, la expresión del modelo ARMAX es:

$$A(q-1)y(t) = B(q-1)u(t-nk) + C(q-1)e(t)$$
(4.9)

En éste modelo la expresión A(q-1)y(t) = e(t) representa la auto-regresión, y(t) = C(q-1) \* e(t) representa la media móvil de ruido blanco, mientras que B(q-1)u(t) representa le entrada externa [3][4].

#### 4.6 Identificación en línea para sistemas MIMO.

La identificación de sistemas es la teoría y el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándonos en las entradas y salidas observadas. Estos modelos necesitan simular el comportamiento real en los casos en que existe un conocimiento previo limitado de la estructura del sistema.

Partimos de un modelo de sistema dinámico:

#### 4.6.1 Algoritmo de proyección

Este algoritmo permite una fácil interpretación geométrica del proceso de actualización de parámetros.

Mediante este método su busca elegir un vector de parámetros  $\hat{\theta}_k$  que cumpla con la condición:

$$y(t) = \emptyset(t-1)^T \hat{\theta}_0 \tag{3.10}$$

Donde y es la medición de la salida y  $\phi$  es el vector de muestras. Por lo tanto todos los posibles  $\hat{\theta}_0$  estarán sobre una superficie que cumplan con esta ecuación y será normal a la dirección dada por  $\phi^T(t-1)$ .

De todos los posibles  $\hat{\theta}(t)$  se elige el más cercano a la estimación anterior  $\hat{\theta}(t-1)$ , es decir, la diferencia entre las dos estimaciones será una recta paralela a la dirección  $\phi^T(t-1)$  [4][5].

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \lambda \phi(t-1)$$
(3.11)

El valor de  $\lambda$  se obtiene de:

$$\lambda = \frac{1}{\phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)} \left[ y(t) - \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1) \right]$$
(3.12)

Reemplazando tenemos:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\phi(t-1)}{\phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)} [y(t) - \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)]$$
(3.13)

Para evitar posibles divisiones por cero y la convergencia del algoritmo, se agregan los siguientes parámetros:

.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\gamma \phi(t-1)}{\alpha + \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)} [y(t) - \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)] \quad (3.14)$$

$$0 < \gamma < 2$$

$$\alpha \ge 0$$



Figura 4.7 Explicación geométrica del algoritmo de proyección

#### 4.6.2 Algoritmo de proyección ortogonal

A partir de la figura 1 se puede observar que si  $\phi(t)$  fuera ortogonal a  $\phi(t-1)$ , entonces  $\hat{\theta}(t)$  coincidiría con  $\theta_0$ . Esto último sugiere que se podría obtener un algoritmo mejorado proyectando en una dirección ortogonal a los vectores  $\phi(.)$  anteriores. Esto nos lleva a las ecuaciones:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-2)\phi(t-1)}{\phi(t-1)^T P(t-2)\hat{\theta}(t-1)} [y(t) - \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)] \quad (3.15)$$

Donde

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\phi(t-1)\phi(t-1)^{T}P(t-2)}{\phi(t-1)^{T}P(t-2)\phi(t-1)}$$
(3.16)

El vector  $P(t-2)\phi(t-1)$  en el anterior algoritmo, es la componente de  $\phi(t-1)$  que es ortogonal a todos los vectores  $\phi(.)$  previos. La matriz P(t-1) es un operador de proyección que asegura la anterior propiedad [4][5].

#### 4.6.3 Algoritmo de mínimos cuadrados

Es una técnica de análisis numérico encuadrada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares (o ternas, etc.), se intenta encontrar la función que mejor se aproxime a los datos (mejor se ajuste), de acuerdo con el criterio de mínimo error cuadrático. El problema de la estimación de parámetros consiste en que a partir de N observaciones obtenidas del sistema real mediante experimentación se debe estimar valores para los n parámetros desconocidos, de tal manera que las variables calculadas a partir del modelo y los valores experimentales coincidan lo más posible con los valores medidos.

El principio de mínimos cuadrados es tal que los parámetros desconocidos de un modelo deberían ser elegidos de manera que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las observaciones reales y los valores calculados, multiplicados por cantidades que midan el grado de precisión mínima. Específicamente, se llama mínimos cuadrados promedio (LMS) cuando el número de datos medidos es 1 y se usa el método de descenso por gradiente para minimizar el residuo cuadrado. Se puede demostrar que LMS minimiza el residuo cuadrado esperado, con el mínimo de operaciones (por iteración), pero requiere un gran número de iteraciones para converger [4][5].

Ahora definimos el vector de parámetros estimados:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-2)\phi(t-1)}{1+\phi(t-1)^T P(t-2)\hat{\theta}(t-1)} [y(t) - \phi(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)] \quad (3.17)$$

Y la matriz de covarianza:

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\phi(t-1)\phi(t-1)^{T}P(t-2)}{1+\phi(t-1)^{T}P(t-2)\phi(t-1)}$$
(3.18)

#### 4.6.4 Filtro de Kalman

Cuando se necesita estimar el estado de un sistema a partir de la información sensorial con ruido, es necesario emplear un estimador de estados que produzca una estimación precisa del verdadero estado actual del sistema.

Si la dinámica del sistema y el modelo de observación son lineales y tanto el error del sistema como el error de medida son Gausianos, entonces el estimador de mínimos cuadrados puede ser calculado usando el filtro de Kalman. Es decir, el filtro de Kalman da una estimación óptima desde el punto de vista estadístico.

El cálculo del filtro de Kalman se hace recursivamente, es decir, en cada iteración, solo la nueva medida y la última estimación son usadas en el cálculo actual, por tanto no hay necesidad de guardar las estimaciones y medidas anteriores. Esta característica hace que no se requiera de gran potencia de cálculo ni almacenamiento [3][4][5].

Tenemos la ganancia de Kalman definida por:

$$k(t) = \frac{P(t-2)\phi(t-1)}{1+\phi(t-1)^T P(t-2)\phi(t-1)}$$
(3.19)

Donde  $\phi(t-1)$ es el vector de entradas y salidas pasadas y P(t-2) la matriz de covarianza. Ahora definimos la entrada estimada  $(y_{est})$ .

$$y_{est} = \phi^T(t)\theta(t) \tag{3.20}$$

$$Error - Est = y(t) - y_{est}$$
(3.21)

Con estas estimaciones definimos el vector de parámetros estimados:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + [k(t)(error - y_{est})]$$
(3.22)

Y la nueva matriz de covarianza:

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\phi(t-1)\phi(t-1)^{T}P(t-2)}{P(t-2)\phi(t-1)\phi(t-1)^{T}+1}$$
(3.23)

#### **4.7 Referencias**

[1] Behar, A & Iranzo, M; "Identificación y Control Adaptativo". Pretice Hall, New Jersey, 2002.

[2] Leigh, J; "Applied Digital Control". Segunda Edición, Pretice Hall, New Jersey, 1992.

[3] Anderson, B Moore, J; "Optimal Filtering". Dover Publications, Inc 2005.

[4] Goodwin, G & Sin, K; "Adaptive Filtering Prediction and Control". Dover Publications, Inc 2009

[5] Astrom, K & Wittenmark, B. "Adaptive Control". Segunda Edición, Dover Publications, Inc 2008.

[6] Kishore, A & Kumar, G; "A Generalized State-Space Modeling of Three Phase Self-Excited Induction Generator For Dynamic Characteristics and Analysis" IEEE 2006.

[7] Giraldo, D & Giraldo, E; "A Multivariable Approach for Adaptive System Estimation". Universidad Tecnológica de Pereira, Septiembre de 2007.

## **Capítulo 5**

## Filtro de Kalman

#### 5.1 Objetivo

Describir las características que delimitan el filtro Kalman y su aplicabilidad en la estimación de parámetros en el modelo del aerogenerador.

#### 5.2 Introducción

El filtro de Kalman es un algoritmo de procesamiento de datos óptimo recursivo, óptimo porque minimiza un criterio determinado y porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado, y recursivo porque no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas de procesamiento en tiempo real. Por último, es algoritmo de procesamiento de datos, ya que es un filtro pensado para sistemas discretos.

El objetivo del filtro de Kalman es estimar los estados de una manera óptima, de manera que se minimiza el índice del error cuadrático medio.

#### 5.3 El filtro de Kalman

El Filtro de Kalman consiste en un procedimiento recursivo de estimación, basado en la teoría de los sistemas dinámicos, cuyo objetivo es, mediante un algoritmo, calcular el estimador óptimo del vector de estados en un instante determinado, basándose para ello en la información disponible por las observaciones realizadas hasta ese momento. A diferencia de otras técnicas de estimación permite representar procesos no estacionarios, no precisando, además, de información previa sobre la historia del proceso ni de observaciones de la variable de estado objeto de estudio, que pueden ser no directamente observables. Las estimaciones de la variable no observable, así como las de los parámetros de su modelo teórico, son actualizadas a intervalos regulares de tiempo, coincidentes con la disponibilidad de nuevos valores de las variables observables. El filtro Kalman obtiene un nuevo valor para la variable no observable, combinando el filtrado con una estimación, con máxima probabilidad de los parámetros del modelo.



Figura 5.1 Recorrido del Filtro de Kalman

La base matemática para la formulación del filtro Kalman se encuentra en el modelo de espacio de estados. El modelo que relaciona variables y tiempo parte de la suposición de una o más variables, con los cuales podemos describir completamente el estado en que se encuentra algún sistema en un momento determinado. Estas son las variables de estado, y el conjunto de las mismas se conoce como vector de estado. Una o varias de estas variables de estado suelen ser las variables no observables, mientras que en su lugar observamos

(podemos medir) otra u otras variables que son combinación lineal de las variables de estado más un error de predicción.

El filtro Kalman estima el valor del vector de estado como cualquier instante t con el mínimo valor de la matriz de covarianza del error. El filtro de Kalman estima observaciones (afectadas con ruido blanco). Así, a partir de la ecuación de transición es posible proyectar en el tiempo el estado actual y la estimación de la covarianza del error, y obtener una estimación del estado (vector de estado) a priori para el siguiente instante de tiempo. Con las observaciones (medidas) se produce la realimentación y las estimaciones a priori se pueden mejorar para obtener las estimaciones a posteriori.



Figura 5.2 Ciclo del filtro de Kalman

El filtro es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva óptima del método de mínimos cuadrados. Esta solución permite calcular un estimador lineal, insesgado y óptimo del estado de un proceso en cada momento del tiempo con base en la información disponible en el momento t - 1, y actualizar, con la información adicional disponible en el momento t, dichas estimaciones.

El filtro es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección. En esencia este algoritmo pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección proporcional al error de predicción, de tal forma que este último sea minimizado estadísticamente.

Dentro de la notación de espacio de estados, la derivación del filtro de Kalman descansa en el supuesto de normalidad del vector de estado inicial y de las perturbaciones del sistema, de tal forma que sea posible calcular la función de probabilidad sobre el error de predicción, con lo cual se lleva a cabo la estimación de los parámetros no conocidos del sistema.

El procedimiento de estimación completo es el siguiente: el modelo es formulado en espacio de estados y para un conjunto inicial de parámetros dados, los errores de predicción del modelo son generados por el filtro. Estos son utilizados para evaluar recursivamente la función de verosimilitud hasta maximizarla.

#### 5.4 Algoritmo discreto del filtro de Kalman

El filtro se desempeña suponiendo que el sistema puede ser descrito a través de un modelo estocástico lineal, en donde el error asociado tanto al sistema como a la información adicional que se incorpora en el mismo tiene una distribución normal con media cero y varianza determinada.

La solución es óptima por cuanto el filtro combina toda la información observada y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema para producir una estimación

del estado de tal manera que el error es minimizado estadísticamente. El término recursivo significa que el filtro recalcula la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema.

El filtro de Kalman es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos representados en la forma de espacio de estados, en esta representación el sistema es descrito por un conjunto de variables denominadas de estado. El estado contiene toda la información relativa al sistema en un cierto instante de tiempo. Esta información debe permitir la inferencia del comportamiento pasado del sistema, con el objetivo de predecir su comportamiento futuro.

Lo que hace al filtro tan interesante es precisamente su habilidad para predecir el estado de un sistema en el pasado, presente y futuro, aún cuando la naturaleza precisa del sistema modelado es desconocida. En la práctica, las variables de estado individuales de un sistema dinámico no pueden ser exactamente determinadas por una medición directa. Dado lo anterior, su medición se realiza por medio de procesos estocásticos que involucran algún grado de incertidumbre en la medición.

#### 5.5 Ecuación del filtro de Kalman

La esencia del Filtro de Kalman radica en obtener una estimación óptima de un proceso que se irá depurando de forma paulatina, gracias a la retroalimentación obtenida en cada uno de los periodos. En otras palabras, dados unos valores iniciales, tanto del estado del sistema como de su matriz de covarianzas, el filtro estimará de forma recursiva, el estado del proceso en un momento de tiempo. Este valor resultará necesario para, a su vez, estimar la observación. A través del error cometido en las medidas se obtiene el feedback necesario para ir refinando el modelo con el que se estimará un nuevo valor del estado, si bien, este nuevo valor se corresponderá con el del próximo periodo de tiempo.

El proceso descrito tiene una marcha formal consistente en dos tipos de ecuaciones:

- ✓ Ecuaciones de actualización del tiempo (de transición o de propagación).
- ✓ Ecuaciones de actualización de las medidas (o simplemente actualización).

Las primeras serán las responsables de proyectar hacia adelante en el tiempo, el estado actual, por una parte y la covarianza del error por otra, a fin de obtener las estimaciones "a priori" correspondientes al siguiente periodo de tiempo, es decir, sin incorporar la información asociada a la nueva observación del siguiente periodo. Las segundas son el vehículo a través del cual se produce la retroalimentación en el modelo al incorporar una nueva medida a la estimación a priori se obtendrá la estimación "a posteriori" mejorada.

#### 5.6 El filtro de Kalman y la notación de espacio de estado

Los modelos en forma de espacio de estado de procesos aleatorios están basados en la llamada propiedad de Markov, según la cual, el futuro de un proceso con respecto a su pasado es independiente, siempre y cuando nos sea dado su estado presente. En un sistema de este tipo el estado del proceso resume toda la información relativa al pasado que resulta relevante para predecir el futuro

El filtro de Kalman es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos especificados en la forma de espacio de estados. Estos modelos son esencialmente una notación conveniente para abordar el manejo de un amplio rango de modelos de series de tiempo. En la estimación y control de problemas esta metodología se basa en modelos estocásticos, dado el supuesto de la naturaleza errónea de las mediciones.

La representación en espacio de estados de un sistema lineal captura la dinámica de un vector  $Z_t$  de orden nx1 en términos de un posible vector no observado  $X_t$  de orden mx1 conocido como vector de estado.

En la representación en espacio de estados por medio del filtro de Kalman, se calcula, a través de un procedimiento recursivo, el estimador óptimo del vector de estado en cada momento t basado en la información disponible hasta dicho momento. Este estimador es óptimo en el sentido que minimiza el error cuadrático medio.

Entre las ventajas de la modelación en espacio de estados se apuntan que, permite un completo control sobre la dinámica del modelo y no lleva a una pérdida de generalidad, dado que las variables pueden ser definidas con rezagos o adelantos. Por otra parte, realiza una separación de las fuentes de errores y por ello permite que la parte estocástica del modelo tenga diferentes efectos.

Con lo que ha venido contextualizando hasta el momento se puede establecer que el filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones que por medio la aplicación de algoritmos permite obtener una solución recursiva optima , la cual puede ser aplicada por medio de los mínimos cuadrados o por un sistema dinámico lineal.

El filtro de Kalman evita la influencia de posibles cambios estructurales en la estimación. La estimación recursiva parte de una muestra inicial y actualiza las estimaciones incorporando sucesivamente una nueva observación hasta cubrir la totalidad de los datos. También utiliza toda la historia de la serie pero con la ventaja de que intenta estimar una trayectoria estocástica de los coeficientes en lugar de una determinística, con lo cual soluciona el posible sesgo de la estimación ante la presencia de cambios estructurales.

El filtro de Kalman presenta como desventajas que requiere condiciones iniciales de la media y varianza del vector de estado para iniciar el algoritmo recursivo. Sobre la forma de determinar estas condiciones iniciales no existe consenso.

Cuando se desarrolla para modelos autorregresivos los resultados están condicionados a la información pasada de la variable en cuestión. En este sentido el pronóstico con series de

tiempo representa la fuerza o inercia que actualmente presenta el sistema y son eficientes únicamente.

### **5.7 Referencias**

[1] Grewal, M & Andrews, A; "Kalman Filtering Teory and Practice Using MATLAB", Segunda Edicion, John Wiley & Sons, Inc, New York, 2001.

[2] Grewal, M & Andrews, A; "Kalman Filtering Teory and Practice Using MATLAB", Segunda Edicion, John Wiley & Sons, Inc, New York, 2001.

## Capítulo 6

## Técnicas de control óptimo

#### 6.1 Objetivo

Reconocer algunas de las técnicas de control óptimo y su aplicación en el modelo de generador eólico.

#### 6.2 Introducción

Cada vez que ante un determinado problema existen múltiples soluciones, se adopta aquella que, bajo cierto punto de vista, se considera la mejor. La teoría de control óptimo ó optimización dinámica, estudia la optimización de los sistemas dinámicos que evolucionan con el tiempo. Para esto requiere una descripción matemática del problema las restricciones impuestas sobre él y la función objetivo a ser maximizada o minimizada. En el presente capítulo se contextualizara acerca de algunas de las técnicas de control óptimo.

#### 6.3 Control adaptivo

El control adaptativo es el que identifica la planta para ajustar los parámetros del controlador a valores óptimos. En todo problema de diseño de sistemas de control se debe distinguir 5 consideraciones importantes: estabilidad, comportamiento dinámico, desempeño del seguimiento, restricciones y robustez.

Al enfatizar en el desempeño del seguimiento, se considera el diseño de controladores partiendo de un modelo capaz de predecir las salidas futuras basado en salidas pasadas y en entradas pasadas y presentes, haciendo que la acción de control en un instante de tiempo en el presente pueda transferir la salida futura a un valor deseado.

El equivalente estocástico de este tipo de controlador es el controlador de mínima varianza, en el cual reduciendo la varianza de una variable dada, la señal de referencia, puede ser puesta a un valor menos conservativo mientras se asegura que una porción dada de la salida alcance un criterio de aceptación dado.

El control adaptativo se refiere a aquellas estrategias de control que hacen uso del modelo de la planta, para obtener una señal de control mediante la minimización de una cierta función. Con esto se pretende garantizar la operación estable de la planta.

Para el control de sistemas, se conocen diversos procedimientos de diseño para casos en los cuales los parámetros de la planta son constantes y el sistema resultante es invariante en el tiempo.

Cuando los parámetros de la planta son escasamente conocidos o varían durante la operación normal, el uso de técnicas adaptivas se requiere para obtener un alto desempeño de los sistemas de control.

El control adaptivo se considera como cualquier estrategia de control que usa estimación de los parámetros de la planta en tiempo real (identificación recursiva).

#### 6.4 Control óptimo.

El concepto de optimización se emplea habitualmente, cada vez que ante una determinada situación se presentan múltiples soluciones, y se adopta aquella que bajo ciertas condiciones se considera óptima. El Control Óptimo, también conocido como optimización dinámica, se encarga de estudiar el mejoramiento de los sistemas que evolucionan con el tiempo. Para esto se requiere:

- ✓ Definir el modelo matemático del sistema controlado,
- ✓ Especificar el criterio de optimalidad,
- ✓ Especificar las condiciones de contorno para el estado,
- ✓ Describir las restricciones sobre el estado y los controles y
- ✓ Describir cuales variables del problema están libres.

La teoría de control óptimo permite resolver problemas dinámicos de naturaleza muy variada, donde la evolución de un sistema que depende del tiempo puede ser controlada en parte por las decisiones de un agente.

En el control óptimo lineal se supone que tanto la planta como el controlador son lineales. Este control es componente importante de la teoría de control moderno el cual presenta una solución analítica a ciertas descripciones de diseño; además es la mejor forma de controlar un sistema de control automático en el sentido de minimizar un criterio lineal cuadrático.

#### 6.5 Control por reubicación de polos

Este tipo de control actúa sobre las respuestas naturales del sistema y las puede redirigir o reubicar para hacer comportar al sistema de manera arbitraria, este control por se llama también control de lazo cerrado, frente a los sistemas de control de lazo abierto, donde no
hay comparación de las variables de estado con los valores deseados para las mismas. El sistema se realimenta a sí mismo, pues el control óptimo se obtiene como función del estado real del sistema. La misma variable que se desea regular retroalimenta el regulador o dispositivo de control. [4]



Figura 6.1 Realimentación de estado

Cuando se asignan los polos en un lugar determinado en lazo cerrado, se deben tener en cuenta algunas especificaciones de diseño como estabilidad relativa y respuesta transitoria. Este método de control se puede aplicar a sistemas SISO y MIMO, a partir de la función de transferencia (enfoque polinomial), o ecuación de estados (realimentación de estados). La reubicación de polos por realimentación de estados requiere que el proceso sea completamente controlable. [4]

Si tenemos un polinomio de grado n con coeficientes reales de la forma:

$$\alpha_c(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_n \tag{5.1}$$

Y dadas las matrices controlables [A] y [B], podemos encontrar al menos una matriz  $K \in \mathbb{R}^{mxn}$ , tal que det $(sI - (A - BK)) = \alpha_c(s)$ .

Si sabemos que la controlabilidad del sistema garantiza la posibilidad de ubicar los polos en un lugar deseado, se hace necesario encontrar un método para encontrar K. [4]

#### 6.5.1 Ubicación de polos – Método directo

Los elementos de la matriz K pueden ser calculados de modo algebraico resolviendo [4]:

$$\det (sI - (A - BK)) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$$
(5.1)

donde  $s_1, s_1, ..., s_n$  son las raíces del polinomio  $\alpha_c(s)$  y son los polos deseados en lazo cerrado.

Los valores de la matriz K pueden ser calculados igualando términos a ambos lados de la ecuación.

Sin embargo, este método se vuelve tedioso para sistemas de orden superior a 3.

### 6.5.2 Ubicación de polos – Sistemas de una entrada: Método de Ackermann

Si tomamos las matrices del sistema  $A_{c'}B_c$  en la forma canónica controlable entonces [4]:

$$A_{c} - B_{c}K = \begin{bmatrix} -a_{1} - K_{1} & -a_{2} - K_{2} & \dots & \dots & -a_{n} - K_{n} \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$det(sI - (A_{c} - B_{c}K)) = s^{n} + (a_{1} + K_{1})s^{n-1} + (a_{2} + K_{2})s^{n-2} + \dots + (a_{n} + K_{n})) \quad (5.2)$$

Ya que el polinomio característico deseado tiene la forma:

$$\alpha_{c}(s) = s^{n} + \alpha_{1}s^{n-1} + \dots + \alpha_{n} = (s - s_{1})(s - s_{2})\dots(s - s_{n})$$
(5.3)

los elementos de K serán:

$$K_1 = a_1 - \alpha_1, K_2 = a_2 - \alpha_2, \dots, K_n = a_n - \alpha_n$$
(5.4)

El procedimiento de cálculo de *K* se puede resumir así:

- ✓ Transforme las matrices (A, B) a su forma canónica controlable (A<sub>c</sub>, B<sub>c</sub>).
- ✓ Halle la ley de control  $K_c$  utilizando el anterior procedimiento.
- ✓ Transforme  $K_c$  en KKTc=-1.

En forma compacta el procedimiento de diseño es:

$$K = [0 \dots 0 \ 1]C^{-1}\alpha_c(A) \tag{5.5}$$

Donde C es la matriz de controlabilidad y

$$\alpha_{c}(A) = A^{n} + \alpha_{1}A^{n-1} + \alpha_{2}A^{n-2} + \dots + \alpha_{n}I$$
(5.3)

La formula de Ackermann solo es aplicable a sistemas de una entrada y no es aconsejable en sistemas de gran dimensión, debido a que el cálculo del polinomio  $\alpha_c(A)$ , puede generar errores numéricos, cuando los parámetros de *A* difieren en magnitud de forma significativa.

Para el caso de múltiple entrada la solución de K no es única. [4]

# 6.5.3 Ubicación de polos en sistemas de multiple entrada– salida: Método de Ackermann

En sistemas de más de una entrada se pueden aprovechar las siguientes características para aplicar la fórmula de Ackermann. [4]

Si (A, B) es controlable, entonces para casi cualquier  $K_r \in \mathbb{R}^{mxn}$  y casi cualquier  $v \in \mathbb{R}^m$ ,  $(A - BK_r, Bv)$  es controlable entonces aplicamos la fórmula de Ackermann para el nuevo sistema de una entrada  $(A - BK_r, Bv)$  y obtenemos  $K_s \in \mathbb{R}^{1xn}$  que nos ubica los polos en el lugar deseado. [4]

Los polos de (A - BK) estarán en el lugar deseado para una realimentación de estado aplicada al sistema (A, B), de la forma:

$$u = -Kx = -(K_r + vK_s)x$$
(5.6)

El procedimiento de cálculo de *k* se puede reducir a los siguientes pasos:

- ✓ Escoja arbitrariamente  $K_r$  y v de forma que  $(A BK_r, Bv)$  sea controlable.
- ✓ Use la fórmula de Ackermann para encontrar  $K_s$  para  $(A BK_r, Bv)$ .
- ✓ Encuentre la ganancia de realimentación de estado como  $K = K_r + vK_s$ ). [4]

# 6.5.4 Ubicación de polos en sistemas de una multiple entrada – salida: Ecuación de Sylvester

Dada una matriz  $\Lambda$ 

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & \\ -\beta_1 & \alpha_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_1 & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix},$$

con valores propios:  $\alpha_1 \mp j\beta_1, ..., \lambda_1, ...$  que son los polos deseados para el sistema en lazo cerrado. [4]

Recuérdese que para un par controlable (*A*, *B*), existe una transformación de similaridad *X* tal que:

$$X^{-1}(A - BK)X = \Lambda \Rightarrow AX - X\Lambda = BKX$$
(5.7)

Esta ecuación se puede plantear como:

$$AX - X \land = BKX$$
 (Ecuación de Sylvester en X) (5.8)

$$BKX = G \tag{5.9}$$

La ecuación de Sylvester es una ecuación matricial lineal en *X*. Se puede resolver si el valor de *G* es conocido. Y se obtiene la ley de control:

$$K = GX^{-1} (5.10)$$

El procedimiento de cálculo de K se puede resumir en tres pasos:

- $\checkmark$  Escoja un valor arbitrario de *G*.
- ✓ Resuelva la ecuación de Sylvester en X.
- ✓ Calcule la ganancia de realimentación  $K = GX^{-1}$ .
- ✓ El método puede fallar, encontrándose una matriz X no invertible en ese caso se debe realizar todo el procedimiento partiendo de una matriz G diferente.

Es importante tener en cuenta ciertos detalles, por ejemplo, siempre será posible encontrar una solución para X, si A y  $\Lambda$  no tienen valores propios comunes.

Para sistema de simple entrada la matriz K es única e independiente de G. [4]

#### **6.6 Referencias**

[1] D. Giraldo y E. Giraldo. "Control por Realimentación de Variables de Estado Usando un Observador Adaptativo de Estados". Revista Scientia et Technica No 35, Universidad Tecnologica de Pereira, 2007.

[2] D. Giraldo, M. Alvarez, C. Guarnizo. "Control Adaptativo por Reubicación de Polos".Revista Scientia et Technica No 30, Universidad Tecnológica de Pereira, 2006.

[3] I. Tabares y D. Giraldo. "Control Adaptativo por Reubicación de Polos Utilizando MATLAB". Revista Scientia et Technica No 9, Universidad Tecnologica de Pereira, 1999.

[4] J. Espinosa. "Control Control lineal de sistemas multivaribles". Tercera Edición, 2003

[5] Giraldo, D & Giraldo E; "Teoría de Control Digital. Universidad Tecnológica de Pereira", 2009.

## Capítulo VII Simulación y análisis de resultados

#### 7.1 Objetivo

Este capítulo tiene como objetivo presentar las conclusiones finales del proceso después de realizar las simulaciones correspondientes y analizar los resultados obtenidos.

#### 7.2 Introducción

Aquí se presentan los resultados alcanzados durante todo el proceso de investigación realizado, con su respectivo análisis. Para el análisis de la investigación se comenzó analizando por medio de las graficas de resultados obtenidas y comparando con los resultados esperados.

#### 7.3 Estimación usando filtro de Kalman

El Filtro de Kalman es un método eficiente para estimar el estado de un proceso, minimizando además el error medio cuadrático. El método de Kalman proporciona el máximo filtrado posible del ruido, respondiendo de forma óptima a los cambios en el estado del sistema. Ha sido diseñado para estimar el estado en un sistema dinámico, basándose en observaciones ruidosas y en un modelado del sistema. El filtro es muy potente en varios aspectos: proporciona estimaciones del pasado, presente y futuro, e incluso puede hacerlo aunque no se conozca la naturaleza precisa del sistema modelado.

A continuación se mostrara la estimación de los parámetros de las matrices del modelo de espacio de estados del generador eólico y su salida estimada usando el Filtro de Kalman como se muestra en la Figura 19.



Figura 7.1 Planta con estimador

En la figura 20 podemos observar la salida de la planta (línea negra continua) y la salida estimada por el filtro de Kalman (línea verde discontinua), donde la salida estimada esta sobre puesta sobre la salida real, esto nos muestra la eficiente del filtro y que el error de estimación es mínimo, gracias a que este método predice y corrige sus estimaciones.



Figura 7.2 Estimacion de la señal de salida de la planta.

Ahora bien despues de ver que el estimador sigue a la perfeccion la salida de la planta, se procede a mostrar los parametros de las martices estimadas del modelo de espacio de estados del generador eolico, estas son: Aest, Best, Cest, Dest, que estan en las figura 21, figura 22, figura 23, figura 24, respectivamente. Se puede observar que los parametros convergen rapidamente y que despues de una cantidad de muestras ellos se comportan casi constantes, teniendo en cuanta que la entrada de la planta es variable y que posee perturbaciones que tambien son variables.



Figura 7.3 Parámetros Estimados Matriz A



Figura 7.4 Parámetros estimados Matriz B.



Figura 7.5 Parámetros estimados Matriz C.



Figura 7.6 Parámetros estimados Matriz D.

#### 7.4 Realimentación de estados con observador

El método combinando observador (o estimador de estados) y realimentación de estados es una herramienta fundamental en el control de sistemas en variable de estados. Se pretende mediante este método controlar por completo la potencia del generador eólico, para que este siga la señal de referencia.

#### 7.5 Estimadores óptimos

En el desempeño de sistemas de control, a menudo no es tenido en cuenta el efecto de perturbaciones y ruido. Y por lo general todos los sistemas están sujetos a ruido.

Con un modelo de espacio de estados que incluye ruido, se un observador que rechaza mejor el efecto del ruido. Estos observadores suelen llamarse estimadores, y el particular que desarrollaremos es el estimador conocido como el filtro de Kalman.

#### 7.6 Modelo de sistemas con ruido

Las señales v y w que aparecen en este modelo son ruido blanco estacionario, con media cero, y no tienen ninguna relación entre sí.

Esto quiere decir que tiene las siguientes propiedades:



Figura 7.7 Esquema de un modelo con ruido

$$E[v_k^T v_k] = V, \ E[v_k^T v_j] = 0, \ E[v_k] = 0, \ E[v_j^T w_k] = 0 \quad \forall j, k$$
(7.1)

$$E[w_k^T w_k] = w, \ E[w_k^T w_j] = 0, \ E[w_k] = 0 \ k \neq j$$
(7.2)

La señal  $v_k$  se llama ruido de planta, o de proceso, y la señal  $w_k$ , que actúa a la salida, ruido de medición. El ruido de planta modela el efecto de entradas ruidosas que actúan en los estados mismos, mientras que el ruido de medición modela efectos tales como ruido en los sensores.

#### 7.7 Filtro de Kalman

Reconsideramos un observador en el cual, se tiene en cuenta los efectos de ruido en la selección de la matriz de ganancia L. Esta matriz deberá elegirse de forma que proporcione la mejor estima del estado del sistema rechazando al mismo tiempo cualquier influencia de los ruidos  $v_k$  y  $w_k$ . La elección que haremos define el observador óptimo conocido como filtro de Kalman.

Las ecuaciones del observador de orden completo, esta dad por:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + L(y_k - C\hat{x}_k)$$
(7.3)

Suponiendo por el momento que no hay ruidos ( $v_k = 0 = w_k$ ), se modifica el observador con una ligera variante: separando el proceso de observación en dos etapas:

1. Predicción del estado estimado en k + 1 en base a datos en k (estación anterior y entrada actual).

$$\check{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k \tag{7.4}$$

2. Corrección de la estimación k + 1 con los datos medidos en k + 1.

$$\hat{x}_{k+1} = \check{x}_{k+1} + L(y_{k+1} - C\check{x}_{k+1})$$
(7.5)

La mejor predicción del estado que podemos hacer cuando hay ruido es el valor esperado, Este suele denominarse la estima a priori, porque se hace antes de medir la salida (no tiene corrección). Una vez disponible la salida en el instante k + 1, se terminamos de armar el observador actualizando la estima obteniéndola, a menudo llamada, estima a posteriori.

La ganancia de observación L es variante en el tiempo, y se selecciona para asignar la dinámica del error de estimación.

El filtro de Kalman es óptimo en el sentido de que da la mejor estimación del estado y en paralelo a esto también minimiza el efecto de los ruidos. Su derivación surge de minimizar el error de estimación a posteriori.

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \tag{7.6}$$

Como  $e_k$  está afectado por ruido, y por lo tanto depende de variables aleatorias, su valor en un instante dado puede no ser representativo para la estimación. Se busca entonces de minimizar su valor en "promedio" para todo el conjunto de ruidos que se puedan presentar. Se define entonces la covarianza a posteriori.

$$P_k \triangleq E[e_k e_k^T] \tag{7.7}$$

Cuanto menor sea la norma de la matriz  $P_k$ , menor será la variabilidad del error de estimación debida a ruidos, y mejor el rechazo de éstos.

#### 7.7.1 Pasos para computar el filtro de Kalman

1. Calculo de la estimación a priori del estado (predicción)

$$\check{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k \tag{7.8}$$

Inicializada con la estimación inicial  $x_{k_0} = E[x_0]$ .

2. Calculo de la ganancia de Kalman

$$L_{k+1} = [AP_k A^T + Q]C^T [C[AP_k A^T + Q]C^T + R]^{-1}$$
(7.9)

 $\operatorname{Con} P_{k_0} = E[x_0 x_0^T] = P_0$ 

3. Calculo de la estimación a posteriori, corregida con la salida medida  $y_{k+1}$ .

$$\hat{x}_{k+1} = \check{x}_{k+1} + L_{k+1}[y_{k+1} - C\check{x}_{k+1}]$$
(7.10)

4. Calculo de la matriz de covarianza para la próxima iteración

$$P_{k+1} = [AP_kA^T + Q] - [AP_kA^T + Q]C^T[C[AP_kA^T + Q]C^T + R]^{-1}C[AP_kA^T + Q]$$
(7.11)

Y el proceso se repite.

#### 7.8 Realimentación de estados

La teoría de control lineal involucra la modificación del comportamiento de un sistema de m entradas, p salidas y n estados.

Que llamamos la planta o ecuación de estados en lazo abierto, mediante la aplicación de una realimentación lineal de estados con observador (Filtro de Kalman).

Para los efectos de control, en general, seleccionaremos una ley de control de la forma:

$$u(t) = r(t) - Kx(t)$$
(7.11)

En la que K es la ganancia a través de la que realimentaremos los estados, x(t) son los estados estimados por el filtro de Kalman y r(t) es la referencia que queremos seguir. El objetivo del control, por realimentación de estados, es ubicar los polos del sistema.

En la figura 7 se puede observar el esquema de control por realimentación de estados usando el filtro de Kalman para la estimación de estados.



Figura 7.8 Esquema realimentación de estados con observador

Ahora bien teniendo en cuenta el esquema anterior, se muestra la salida de la planta que es la potencia del generador eólico, se puede ver la potencia sigue la señal de referencia.



Figura 7.9 Repuesta de la planta siguiendo señal de referencia

En la Figuras 9 y la Figura 10, podemos observar claramente como la señal de potencia sigue a la señal de referencia, tambien se puede ver que el error converge a cero rapidamente, y la señal de control u llega al valor al cual la planta tiene la salida deseada, con un tiempo de muestreo Ts = 0.25.



Figura 7.10 Respuesta de la plata a diferentes valores de referencia



Figura 7.11 Salida, señal de control y Error

## Capítulo VIII Conclusiones

- ✓ Las fuentes de energía renovables están entrando con fuerza en la industria actual, debido a la amenaza del calentamiento global que está generando los grandes cambios climáticos en el planeta. Con el interés de disminuir el uso de las fuentes de energía que utilizan combustibles fósiles, el uso de la energía eólica ha ido ganando terreno en todo el mundo. La estrategia de operación de una turbina de viento bien diseñada es adecuar la carga eléctrica del generador de tal manera que el rotor opere continuamente a una velocidad lo más cercana como sea posible a aquella con la cual se obtiene el punto de máxima generación.
- ✓ Filtro de Kalman es un método óptimo, que se basa en la predicción y corrección, conociendo la excitación y la respuesta de un sistema que posee perturbaciones y ruidos en el proceso y en la medición.
- ✓ La identificación de parámetros usando el filtro de Kalman que es válido tanto para sistemas SISO (Single-Input Single-Output) como para sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), permitió tener muy buenos resultados, la salida estimada por el filtro produjo un error muy mínimo del orden de 10<sup>-3</sup>.
- ✓ El método de identificación de parámetros usado produce modelos matemáticos muy confiables, que incluyen la dinámica general del sistema, también tienen en cuenta perturbaciones, y además es perceptivo a cambios del sistema.
- ✓ La elección del filtro de Kalman como observador (o estimador de estados) y el control por realimentación de estados, fue un método óptimo que permitió como se

pudo observar en los resultados, el control total de la potencia del generador eólico, sin importar las perturbaciones que a este lo afectaban.

✓ En la selección de los polos se procuro que estuvieran en un rango en el cual la respuesta de la planta no fuera lo suficientemente rápida para descompensar el sistema de control, la búsqueda de los polos y del tiempo de muestreo se hizo mediante un método de ensayo y error, hasta encontrar los polos y el tiempo de muestreo que cumplieran con el objetivo de controlar la potencia del generador eólico.

### **BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL**

[1]Giraldo, E.; Guarnizo, C.; Sánchez, S.; "PI Parameters Tuning using Artificial Immune Systems Applied on an Induction Motor", Memorias del VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática Versión 2009, Cartagena, Marzo 2009. ISBN: 978-958-8387-23-9.

[2]Sánchez, S.; Bueno, M.; Delgado, E.; Giraldo, E.; "Optimal PI control of a wind energy conversion system using Particles Swarm". Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, CERMA 2009, IEEE Computer Society, Morelos, México, Septiembre 2009. ISBN:

[3]Giraldo, E.; Sánchez, S.; "Control de velocidad del motor de inducción empleando linealización por realimentación de estados", Revista Ingenierías Universidad de Medellín, pp. 145 – 152, Vol. 8. No. 14, Mayo 2009. ISSN: 1692-3324.

[4]Giraldo, E.; Sánchez, S.; "Speed Control of Induction Motor using Fuzzy Recursive Least Squares Technique", Revista Tecnológicas, pp. 99 – 111, No. 21, Diciembre 2008. ISSN: 0123-7799.

[5]Giraldo, E.; Sánchez, S.; Giraldo, D.; "Control lineal indirecto de campo del motor de inducción", Revista Scientia et Technica, Vol. 14, No. 40, pp. 279 – 284, Diciembre 2008. ISSN: 0122-1701.

[6]Giraldo, E.; Sánchez, S.; "Modelado del motor de Inducción en el sistema de coordenadas de campo orientado de flujo de rotor", Revista Scientia et Technica, Vol. 14, No. 40, pp. 89 – 93, Diciembre 2008. ISSN: 0122-1701.

[7]Giraldo, E.; Sánchez, S.; Giraldo, D.; "Speed Control of Induction Motor Using Robust Control with LSDP". Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, [8]CERMA 2008, pp. 350 – 353, IEEE Computer Society, Morelos, México, Septiembre 2008. ISBN: 978-0-7695-3320-9.

[9]Ogata, Katsuhiko. "Ingeniería de Control Moderna" (Prentice Hall, Mexico, Tercera Edición, 1998).

[10]Goodwin, Graham; Graebe, Stefan; Salgado, Mario. "Control System Deign" (Prentice Hall, New Jersey, 2001).