

**CONTROL LOCAL UTILIZANDO LÓGICA DIFUSA DEL PÉNDULO
INVERTIDO CON RUEDA DE REACCIÓN**

Juan Diego Nieto Cardona

Juan Guillermo Valenzuela Hernández

Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingenierías
Programa de Ingeniería Eléctrica
Pereira
Marzo 8 de 2012

**CONTROL LOCAL UTILIZANDO LÓGICA DIFUSA DEL PÉNDULO
INVERTIDO CON RUEDA DE REACCIÓN**

Juan Diego Nieto Cardona

Juan Guillermo Valenzuela Hernández

Proyecto de grado presentado para optar por el título de Ingeniero Electricista

Director

MEE. Dídier Giraldo Buitrago

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ingenierías

Programa de Ingeniería Eléctrica

Pereira

Marzo 8 de 2012

Nota de aceptación

Director del programa

Director del proyecto

Jurado 1

Jurado 2

Fecha de aceptación: Marzo 8 de 2012

A las muchas personas que de manera directa o indirecta ayudaron a terminar un corto trayecto del largo camino llamado vida.

Índice general

1. PÉNDULO INVERTIDO CON RUEDA DE REACCIÓN	1
1.1. Introducción	1
1.2. Modelo del sistema	3
1.3. Modelo Dinámico del Motor	6
1.4. Señal de Control	7
2. LÓGICA DIFUSA	11
2.1. Introducción	11
2.2. Conjuntos difusos	13
2.2.1. Definición	13
2.2.2. Función de membresía	15
2.2.3. Variable lingüística	16
2.2.4. Reglas Base	17
2.2.5. Operaciones básicas entre conjuntos difusos	18
2.3. Sistemas de control basados en lógica difusa	19
2.3.1. Base de conocimiento	21
2.3.2. Interfaz de difusión (Fuzificación)	23
2.3.3. Lógica de decisión	25
2.3.4. Interfaz de concreción (Defuzificación)	28
3. DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO Y SIMULACIONES	31
3.1. Diseño del controlador	31
3.1.1. Consideraciones iniciales	31
3.1.2. Base de datos	32
3.1.3. Base de reglas	34

3.2. Implementación del sistema de control en SIMULINK®	41
3.2.1. Implementación del sistema de control	41
3.2.2. Implementación del modelo de la planta	42
3.2.3. Swing Up utilizando regulación de energía	43
3.3. Simulaciones	47
3.3.1. Comportamiento del sistema controlado	47
3.3.2. Comportamiento del sistema bajo perturbaciones	49
4. CONCLUSIONES	59

Índice de figuras

1.1. Imagen real de la planta.	2
1.2. Representación esquemática del sistema.	3
1.3. Representacion esquematica del motor electrico.	6
1.4. Dimensiones del péndulo invertido con rueda de reacción.	8
1.5. Parámetros motor DC.	9
2.1. Conjunto de días que pertenecen al fin de semana.	12
2.2. Representación del conjunto de personas de <i>Estatatura Alta</i>	14
2.3. Funciones de membresía comúnmente utilizadas.	15
2.4. Valores que puede tomar la variable <i>Velocidad</i> en un motor eléctrico.	16
2.5. Complemento de un conjunto difuso.	18
2.6. Unión entre conjuntos difusos.	18
2.7. Intersección entre conjuntos difusos	19
2.8. Sistema de control difuso en lazo cerrado.	20
2.9. Configuración del sistema difuso.	20
2.10. Construcción de una función de membresía.	21
2.11. Resolución obtenida según el número de funciones de membresía.	22
2.12. Base de reglas difusas.	23
2.13. Proceso de difusión de una medida de temperatura.	24
2.14. Representación grafica de la evaluación de Regla 1.	26
2.15. Lógica de decisión.	27
2.16. Concreción utilizando método del centro de gravedad.	28
3.1. Representación de variable <i>Error</i> con conjuntos difusos.	33
3.2. Representación de variable <i>Derivada del error</i> con conjuntos difusos.	33

3.3. Representación de variable <i>Señal de control</i> con conjuntos difusos. . . .	34
3.4. Base de reglas que definen la acción del controlador.	40
3.5. Sistema de control en lazo cerrado.	41
3.6. Modelo no lineal del péndulo invertido con rueda de reacción.	42
3.7. Implementación de operación función de energía.	44
3.8. Regulación de energía.	45
3.9. Sistema de control utilizando regulación de energía para “swing up”. . .	46
3.10. Sistema de control del péndulo invertido con rueda de reacción.	46
3.11. Comportamiento de ángulo θ_1 del péndulo ante el sistema de control. .	47
3.12. Señal de energía del sistema durante el balanceo y control local.	48
3.13. Señal aplicada al motor para controlar el péndulo.	48
3.14. Comportamiento del péndulo alrededor del punto de equilibrio.	49
3.15. Sistema de control bajo perturbaciones en la señal de control.	50
3.16. Comportamiento del péndulo ante perturbaciones en la señal de control.	50
3.17. Señal de control perturbada aplicada al sistema.	51
3.18. Comportamiento alrededor del punto de equilibrio ante las perturbaciones.	51
3.19. Sistema de control con perturbaciones en el sensor.	52
3.20. Comportamiento del ángulo θ_1 del péndulo ante perturbación en sensores.	53
3.21. Señal de control enviada al sistema debido a medida errónea en sensores.	54
3.22. Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbación en encoder.	54
3.23. Sistema de control del péndulo con perturbación en encoder y señal de control.	55
3.24. Comportamiento del péndulo con perturbación en encoder y señal de control.	55
3.25. Señal de control para contrarrestar las perturbaciones en encoder y señal de control.	56
3.26. Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbaciones en encoder y señal de control.	56

Agradecimientos

A todos los compañeros del Programa de Ingeniería Eléctrica de la UTP que en algún momento nos han preguntado: ¿Qué? ¿Y... cuándo es la disertación?

*A Luisa Fernanda Escobar, Oscar Danilo Montoya, Edwin Andres Gonzalez y Cristian Alfonso Rios, compañeros del programa de ingeniería eléctrica que con todo su apoyo y colaboración ayudaron en el desarrollo de este trabajo. De estos agradecimientos no podrían ser **excluidos...***

A los ingenieros Didier Giraldo, Victor Daniel Correa y Carlos David Zuluaga y a la diseñadora gráfica Laura Marcela Saraza por su acompañamiento en el desarrollo del proyecto.

Capítulo 1

PÉNDULO INVERTIDO CON RUEDA DE REACCIÓN

1.1. Introducción

Los péndulos invertidos son una familia de artefactos en dinámica que constituyen un banco de pruebas muy completas y de gran interés para la ingeniería de control, ya que son un ejemplo típico de un sistema no lineal. El péndulo ha sido estudiado tal vez más que muchos otros sistemas desde la época de Galileo, ya que a partir de este se puede aproximar el modelo del comportamiento dinámico de muchos sistemas de ingeniería.

Las principales aplicaciones del péndulo invertido en el modelado para sistemas de control se encuentra en: mantenimiento de la trayectoria durante el vuelo de un cohete, análisis de la biomecánica de la marcha, balance y postura humana, el caminar bípedo de robots, estabilidad en grúas, control sísmico de estructuras de edificación, entre otros.

Para realizar diferentes estudios en dinámica y control se han realizado diversas modificaciones al péndulo invertido adicionando complejidad a su característica ya problemática de no linealidad como lo son el péndulo con rueda de reacción, el pendubot, el péndulo de Furuta, el acrobot, etc. Sin embargo a este trabajo solo

concierno el péndulo invertido con rueda de reacción, por ello no se analizarán las otras variaciones.

El péndulo con rueda de reacción introducido por Mark W. Spong en 1995 mostrado Figura 1.1, es un péndulo simple con una rueda giratoria en uno de sus extremos. La rueda, simétrica con su eje de rotación, es accionada por un motor DC de imán permanente de 24 volts, donde el par de acoplamiento entre la rueda y el péndulo puede ser usado para controlar el sistema de movimiento. Además, el sistema está provisto de dos encoders, dos sensores ópticos de alta resolución que arrojarán mediciones relativas del ángulo. Un encoder unido al soporte fijo y al péndulo entrega el ángulo relativo entre el péndulo y su base fija, mientras que el otro encoder unido al motor, provee las medidas del ángulo relativo entre la rueda y el péndulo.

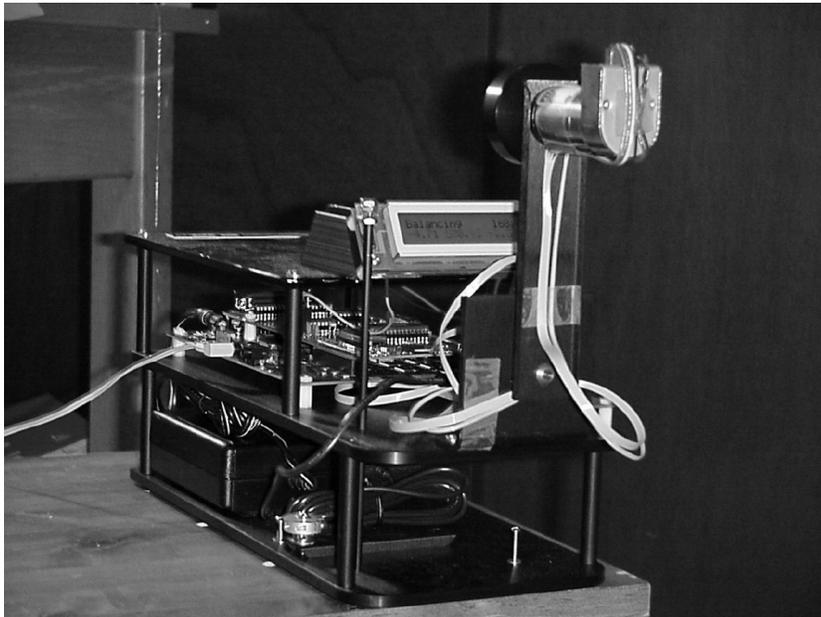


Figura 1.1: Imagen real de la planta.

El péndulo con rueda de reacción se adapta fácilmente para ilustrar un gran número de problemas de control, como lo son el modelado, la identificación, compensación de fricción, control híbrido - balanceo y estabilización del péndulo entre otros mencionados en [1].

1.2. Modelo del sistema

A pesar de que este trabajo no requiere del modelo dinámico del sistema para realizar el control, a continuación se presenta el desarrollo para la obtención del modelo matemático que hace evidente el grado de complejidad presente en la elaboración de este.

Para la obtención de las ecuaciones de movimiento del sistema mecatrónico se hace necesario el uso de las *Ecuaciones de Lagrange* como herramienta matemática para el desarrollo del modelo. Con el método de Lagrange se tiene un conjunto de coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_n que representa los n -grados de libertad del sistema. Nuestro sistema consta de dos grados de libertad, por tanto tiene dos coordenadas generalizadas que corresponden al ángulo θ_1 de la barra medido desde la posición vertical y el ángulo θ_2 es el ángulo de la rueda respecto de la misma referencia como puede observarse en la Figura 1.2.

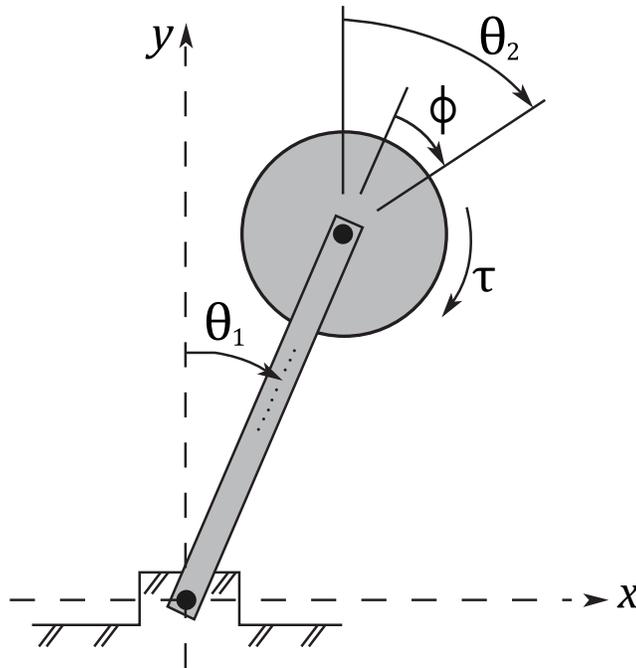


Figura 1.2: Representación esquemática del sistema.

Además de los ángulos que serán nuestras coordenadas generales, adjudicaremos los siguientes parámetros para las propiedades físicas del péndulo ya que las características del sistema estarán definidas principalmente por estas, entonces:

$m_p \rightarrow$ masa de la barra.

$m_r \rightarrow$ masa de la rueda.

$m \rightarrow$ masa combinada de la barra y la rueda.

$J_p \rightarrow$ momento de inercia de la barra respecto a su centro de masa.

$J_r \rightarrow$ momento de inercia de la rueda respecto a su centro de masa.

$l_p \rightarrow$ longitud desde el pivote hasta el centro de masa de la barra.

$l_r \rightarrow$ longitud desde el pivote hasta el centro de masa de la rueda.

$l \rightarrow$ longitud desde el pivote hasta el centro de masa de la barra y la rueda.

Además se define:

$$m = m_p + m_r$$

$$ml = m_p l_p + m_r l_r$$

$$J = J_p + m_p l_p^2 + m_r l_r^2$$

En función de las coordenadas generalizadas y de las propiedades físicas del sistema se calcula la Energía Cinética E_K y la Energía Potencial E_U como puede observarse en las ecuaciones (1.1) y (1.2).

$$E_K = \frac{1}{2} \int v^2 dm \quad (1.1)$$

$$E_U = \int F \cdot dr \quad (1.2)$$

Entonces la energía cinética será:

$$E_{K-p} = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}_1^2 \quad (1.3)$$

$$E_{K-r} = \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}_2^2 \quad (1.4)$$

$$E_K = \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}_2^2 \quad (1.5)$$

Para la energía potencial, se asumió que solo es dada por efecto de la gravedad, sin tener en cuenta la elasticidad de los elementos, por tanto quedará definida como:

$$E_{U-p} = -m_p g l_p (1 - \cos \theta_1) \quad (1.6)$$

$$E_{U-r} = -m_r g l_r (1 - \cos \theta_1) \quad (1.7)$$

$$E_U = -m g l (1 - \cos \theta_1) \quad (1.8)$$

Como se puede ver en las ecuaciones 1.5 y 1.8 las energías cinética y potencial corresponden a la suma de las energías presentes en el péndulo y en la rueda. En la energía potencial no aparece θ_2 debido a la simetría de la rueda, además su valor será cero en la posición vertical superior debido a su referencia.

La función de Lagrange que será la diferencia de la energía cinética y la energía potencial queda expresada de la siguiente manera:

$$L = E_K - E_U = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}_2^2 - m g l (1 - \cos \theta_1) \quad (1.9)$$

Las ecuaciones de movimiento mediante Lagrange se obtienen a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_n} = \tau_n$$

Es importante resaltar, que para nuestro caso tendremos sobre la rueda el torque τ aplicado por el motor y un torque $-\tau$ como reacción en la barra, particularidad de esta variación del péndulo invertido.

Encontrando las derivadas parciales requeridas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= J_p \dot{\theta}_1 & \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} &= J_r \dot{\theta}_2 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_1} &= -g m l \sin \theta_1 & \frac{\partial L}{\partial \theta_2} &= 0 \end{aligned}$$

Despreciando la fuerza de fricción y la dinámica eléctrica del motor el torque puede obtenerse en función de la corriente así:

$$\tau = kI \quad (1.10)$$

Expresando el torque como una función de corriente (ecuación 1.10), en nuestro sistema no se controla la aceleración del brazo directamente por tanto el sistema es declarado sub-actuado.

El sistema queda representado por las ecuaciones (1.11) y (1.12):

$$\ddot{\theta}_1 - \frac{mgl}{J_p} \sin \theta_1 = -\frac{kI}{J_p} \quad (1.11)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{kI}{J_r} \quad (1.12)$$

1.3. Modelo Dinámico del Motor

Considerando como modelo circuital para el motor DC de imanes permanentes de la figura 1.3, la dinámica del sistema estará dada por:

$$v(t) = RI + L\frac{dI}{dt} + e_a$$

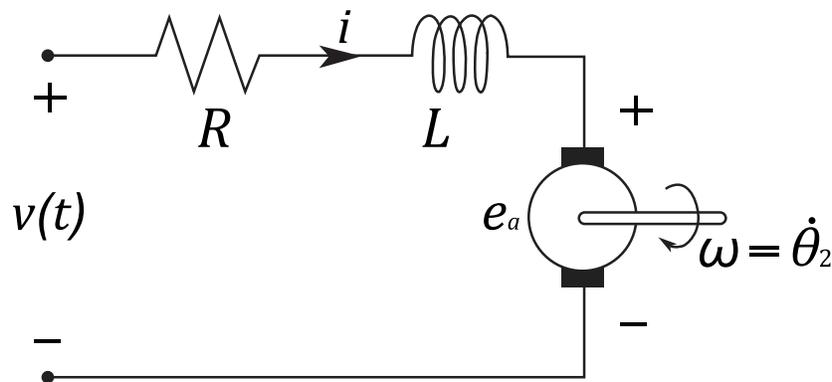


Figura 1.3: Representación esquemática del motor eléctrico.

Donde R es la resistencia de armadura, L la inductancia de armadura y e_a el voltaje inducido, este último se define como $e_a = K_\tau * w_r = K_\tau * \dot{\theta}_2$, entonces el comportamiento quedará descrito como:

$$v(t) = RI + L \frac{dI}{dt} + K_\tau \dot{\theta}_2 \quad (1.13)$$

Donde K_τ es la constante de la fuerza electromotriz del motor. La constante de tiempo eléctrico del motor es $L/R = 0.00052$ s; con un tiempo tan mínimo comparado con la constante de tiempo del sistema mecánico puede suponerse $L \approx 0$ para evitar un sistema de mayor orden.

A partir de la ecuación 1.13 y sabiendo que la velocidad máxima de giro se obtiene cuando el voltaje suministrado al motor es igual al voltaje inducido en armadura se tiene que:

$$\text{máx } \dot{\theta}_2 = \frac{V_{\text{máx}}}{K_\tau} = 875,9 \text{ rad/s}$$

con $V_{\text{max}} = 24v$ y $K_\tau = 27,4 * 10^{-3} Nm/s$

Se encuentra también que el torque no se genera si no se cumple esta desigualdad:

$$-\frac{V_{\text{máx}}}{K_\tau} \leq \dot{\theta}_2 \leq \frac{V_{\text{máx}}}{K_\tau}$$

1.4. Señal de Control

Para modificar la variable a controlar es necesaria la intervención de una señal de control que actúe sobre el torque que estará expresado a partir de la corriente como puede verse en la ecuación (1.10); donde el producto de la constante del torque y la corriente en armadura del motor son proporcionales a τ . Debido a la realimentación de corriente, la corriente será proporcional a la variable de control u , la cual estará limitada en un rango de $[-10, 10]$ UI (Unidades de Ingeniería), esto especificado por el fabricante para la tarjeta de control en [2], por tanto la señal de control es:

$$u = K_u \tau = K_u K I \quad (1.14)$$

Para el modelo se define que:

$$KI = \frac{u}{K_u}$$

$$K_b = \frac{K_u}{J_p}$$

$$K_a = \frac{mgl}{J_p}$$

$$K_c = \frac{K_u}{J_r}$$

Por tanto el sistema mostrado en (1.11) y (1.12) quedará de la siguiente manera:

$$\ddot{\theta}_1 - K_a \sin \theta_1 = -K_b u \quad (1.15)$$

$$\ddot{\theta}_2 = K_c u \quad (1.16)$$

Los datos físicos de la planta pueden verse en la figura 1.4, además de los valores de las variables en la hoja de datos para el motor Pittman LO-COG 8X22 en la figura 1.5. Mediante los valores plasmados en estas tablas se reemplazan cada una de las variables asignadas para obtener los parámetros escalares del modelo del sistema.

Parámetro	Valor	Unidades
m_p	0,2164	Kg
m_r	0,0850	Kg
m	0,3014	Kg
l_p	0,1173	m
l_r	0,1270	m
l	0,1200	m
J_p	$2,233 \times 10^{-4}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
J_r	$2,495 \times 10^{-5}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
J	$4,572 \times 10^{-3}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
w_p	8,856	rad/s

Figura 1.4: Dimensiones del péndulo invertido con rueda de reacción.

Parámetro	Valor	Unidades
K	$27,4 \times 10^{-3}$	Nm/A
R	12,1	Ω
L	0,00627	H
I_{max}	1,8	A
V_{max}	22	V
ω_{max}	822	rad/s

Figura 1.5: Parámetros motor DC.

Realizando los cálculos pertinentes se encuentra que los parámetros del modelo del sistema son:

$$K_u = \frac{u_{max}}{kI_{max}} = 202,76 N^{-1} \cdot m^{-1}$$

$$K_a = 78,4.$$

$$K_b = 1,08.$$

$$K_c = 198.$$

El sistema mecatrónico cuenta con una tarjeta para amplificación de la señal de control, en la cual, mediante la modulación del ancho de pulso (PWM) se entrega un voltaje en el rango de $[-24,24]$ V DC, actuando como la interfaz de potencia para la operación del motor [2].

Capítulo 2

LÓGICA DIFUSA

2.1. Introducción

La lógica difusa surge gracias al profesor **Lotfi Zadeh**, matemático de la Universidad de California, Berkeley, en el momento en que publica un documento titulado *Fuzzy Sets* en la revista *Information and Control* [3]. Este documento estuvo terminado dos años antes de su publicación, pero no había sido divulgado debido a que esta revista técnica no se atrevía a publicar tan radical idea, pues era inconcebible en el campo de la ingeniería que para la época, se aferraba de la descripción matemática clásica de la lógica bivalente. La aceptación y publicación de este documento solo ocurrió hasta 1965, año en el que el profesor Zadeh asumió el cargo de editor de la revista y a partir del cual, propuso otras ideas sobre conjuntos y algoritmos difusos.

Esta teoría propuesta sobre conjuntos difusos, partió de observaciones realizadas por Zadeh para el modelado de sistemas y la limitante que en repetidas ocasiones se tenía para describir ciertos fenómenos mediante expresiones matemáticas, por tal motivo, plantea su principio de la incompatibilidad el cual predica que:

Conforme la complejidad de un sistema aumenta, nuestra capacidad para ser precisos y construir instrucciones sobre su comportamiento disminuye hasta el umbral más allá del cual, la precisión y el significado son características excluyentes.

De esta manera, Zadeh realiza este planteamiento teórico que denominó lógica difusa, definiéndolo como un intento de formalización o mecanización de dos importantes capacidades del ser humano. La primera, la capacidad de conversar, razonar y tomar decisiones racionales en un ambiente de imprecisión o información incompleta. Y la segunda, la capacidad de formular una amplia variedad de tareas físicas y mentales sin realizar mediciones y sin computadores [4].

La lógica difusa puede ser descrita como un sistema interpretativo, en el cual los objetos o elementos son relacionados con conjuntos de fronteras no nítidamente definidas, otorgándoles un grado de pertenencia relativa o graduada y no estricta como es costumbre en la lógica tradicional [5]. Se podría decir que existe una especie de interpolación entre una frontera y otra, o bien, entre un conjunto y otro, permitiendo así tener en cuenta elementos que presentan un estado ambiguo como el que se presenta en expresiones tales como: *La temperatura está más o menos alta* o *El vaso está medio lleno*, las cuales son evidentemente inaceptables en la lógica clásica o bivalente. Este tipo de situaciones son frecuentemente encontradas en la vida cotidiana como por ejemplo, en el caso de considerar los días que pertenecen al fin de semana como se puede ver en la figura 2.1. La mayoría estamos de acuerdo con que obviamente este conjunto incluye totalmente los días Sábado y Domingo, pero ¿Que sucede con el día Viernes?. Muchos viven parte de este día como si fuera del fin de semana, pero técnicamente y razonando de la manera de la lógica clásica, este es excluido del fin de semana.

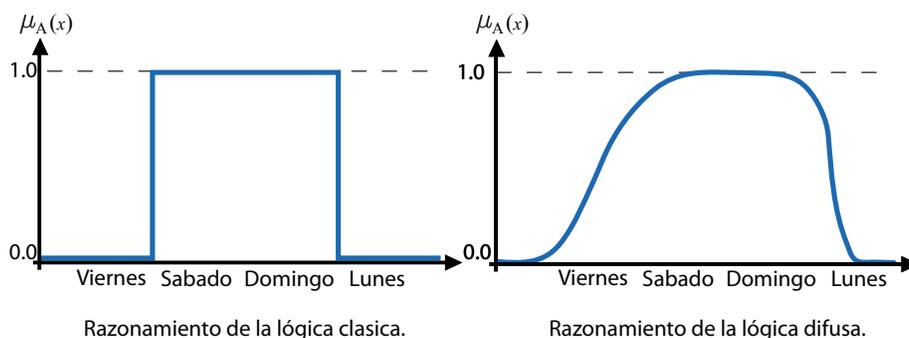


Figura 2.1: Conjunto de días que pertenecen al fin de semana.

Se puede decir entonces, que la lógica difusa no es realmente difusa, de hecho, una de las principales contribuciones de ésta, es el alto poder de precisión y a su vez es mucho más cercana al razonamiento humano.

Existe una gran cantidad de planteamientos teóricos alrededor de la lógica difusa que han tenido una amplia aplicación en el diseño de sistemas de control, puesto que con esta herramienta se ha logrado incorporar sentencias del lenguaje común para interpretar el estado de las variables de cierto proceso, haciendo que el sistema de control pueda ser diseñado a partir de la descripción del comportamiento deseado por el operario. Para llevar a cabo este proceso, las entradas son clasificadas dentro de conjuntos difusos asignándoles en cada momento un grado de pertenencia relativa a estos conjuntos de fronteras no nítidamente definidas, después son sometidos a un conjunto de reglas para luego deducir en forma lógica una actuación posible que permita llevar la variable al estado deseado, produciendo una o varias acciones de salida (acción de control).

2.2. Conjuntos difusos

2.2.1. Definición

Un conjunto difuso es una clasificación de objetos con un grado de membresía continuo. Como conjunto, es caracterizado por una función de membresía (característica), la cual asigna a cada elemento u objeto un grado de membresía dentro del rango de cero a uno $[0,1]$.

Sea $X = \{x\}$ un conjunto clásico cuyos elementos son representados por x . Luego un conjunto difuso A en X representa un conjunto de pares ordenados:

$$A = (x, \mu_A(x)), x \in X$$

Un ejemplo pertinente para explicar el concepto de conjunto difuso, es el conjunto de valores que inciden en la expresión *Esta persona es alta*, haciendo referencia a la estatura de una persona. Basándose en el razonamiento de la lógica clásica, el conjunto de estaturas para los cuales la anterior expresión es válida, es para aquellas personas con estaturas mayores a un valor determinado como podría ser 1.70 metros.

Es en este momento donde entra en conflicto el razonamiento humano y la lógica clásica, pues en el caso de que la estatura de una persona sea 1.68 metros, ¿Es esta persona baja?. El hecho de que una persona sea catalogada como alta o baja, cuando existe una diferencia de estaturas que resulta insignificante para la percepción de sus sentidos, no resulta muy coherente para el razonamiento humano.

Este concepto de conjuntos difusos, señala que todos los elementos en los que se basa el razonamiento humano son etiquetas cualitativas y no necesariamente cuantitativas las cuales pueden ser modeladas dentro de un lenguaje matemático a través de la teoría de conjuntos difusos. Para una expresión tal como *Estatura Alta*, la teoría de conjuntos difusos plantea que este conjunto no posee una frontera nítidamente establecida que discrimine de manera estricta si un valor de estatura pertenece a este conjunto o no, sino que de manera distinta, asigna a esta variable un grado de pertenencia a dicho conjunto, siendo de esta manera como una persona de 1.65 metros de estatura podría tener una pertenencia de 0.85 al conjunto de *Estatura Alta* y a la vez, un grado de pertenencia de 0.1 al conjunto de *Estatura Baja* como se puede ver en la figura 2.2.

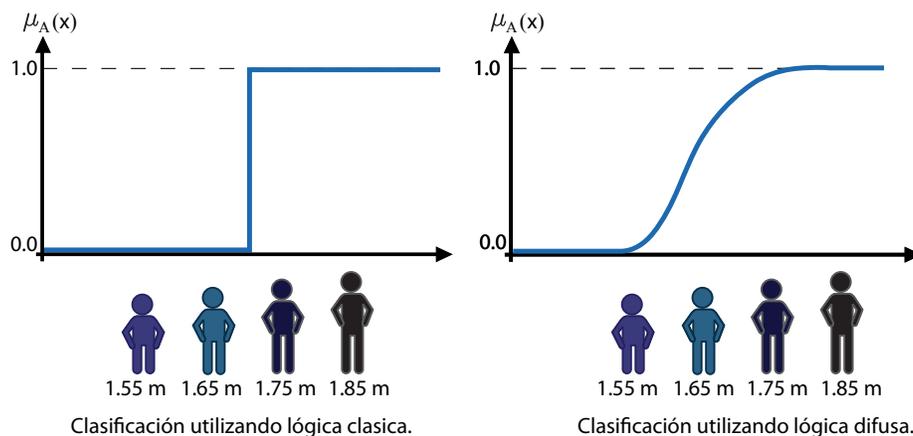


Figura 2.2: Representación del conjunto de personas de *Estatura Alta*.

Estos conjuntos no nítidamente definidos juegan un papel muy importante en el pensamiento humano, particularmente en los dominios de reconocimiento de patrones, comunicación de información y abstracción, permitiendo incorporar sentencias del lenguaje común para interpretar el estado de las variables de cierto proceso,

asignándoles en cada momento un grado de pertenencia a estos conjuntos difusos.

2.2.2. Función de membresía

Las funciones de membresía constituyen un método utilizado para la representación de los conjuntos difusos, de tal manera que a cada punto en el espacio se le asigna un valor o grado de pertenencia a dicho conjunto, definiendo así al conjunto mismo. De este modo, $\mu_A(x)$ es el grado de membresía de x en A y es limitado a valores entre 0 y 1, siendo 0 el más bajo grado de membresía y 1 el más alto. Nótese el contraste con la teoría de conjuntos clásica o discreta, en el cual $\mu_A(x) = 0$ ó 1, donde 0 significa que x no pertenece a A y 1 denota que x pertenece a A .

Las funciones de membresía más utilizadas son: triangular, trapezoidal, gaussiana y sigmoideal, como se muestra en la figura 2.3.

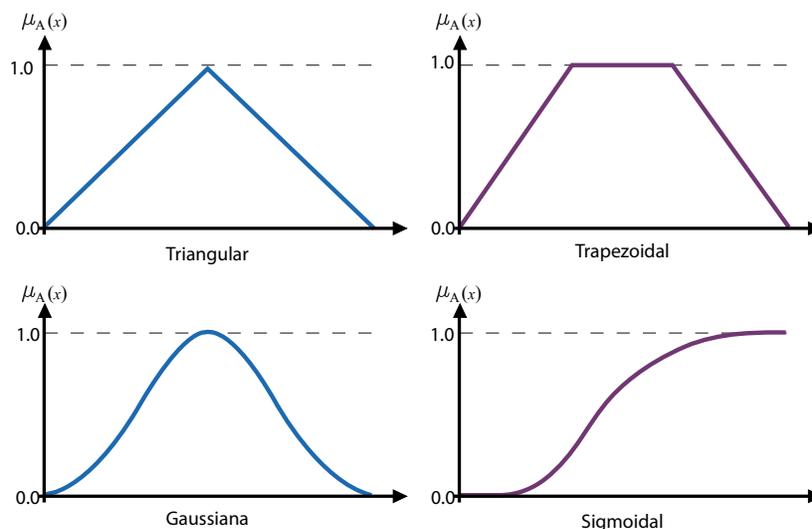


Figura 2.3: Funciones de membresía comúnmente utilizadas.

Existe cantidad de software especializado donde se podrá encontrar gran variedad de funciones de membresía, pero la selección de una de éstas siempre estará determinada por el problema, análisis y punto de vista del diseñador y la capacidad de carga computacional, siendo este último un factor sumamente influyente en el momento de escoger la función de membresía, donde en la mayoría de los casos, la función triangular resulta siendo el candidato más llamativo.

2.2.3. Variable lingüística

Si una variable puede adoptar palabras en el lenguaje natural como sus valores, ella es llamada una variable lingüística, donde las palabras son caracterizadas mediante conjuntos difusos definidos en el universo de discurso en el cual la variable es definida [6].

Cuando se usan sensores para medir variables, ellos entregan información numérica para expresar su magnitud; mientras que en el caso de preguntar a una persona experta que evalúe la variable, ésta lo expresa en palabras. Es aquí donde toma gran importancia el concepto de variable lingüística, puesto que ésta permite realizar una descripción en lenguaje natural a través de términos matemáticos.

En el caso de la velocidad de un motor eléctrico, ésta es una variable x que puede tomar valores en el intervalo $[0, V_m]$, donde V_m es la máxima velocidad que puede alcanzar el motor. Se definen entonces tres conjunto difusos *lenta*, *media* y *rápida* en el rango ya definido. Si se toma x como variable lingüística, entonces ella puede tomar *lenta*, *media* y *rápida* como sus valores, de tal manera que se podría decir que x es lenta, x es media, x es rápida. Lo anterior es presentado en la figura 2.4.

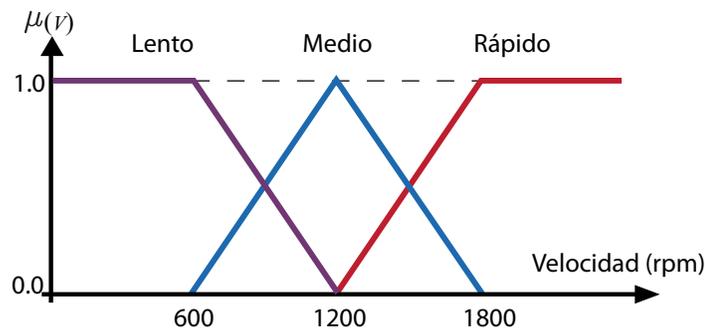


Figura 2.4: Valores que puede tomar la variable *Velocidad* en un motor eléctrico.

Una variable lingüística está caracterizada mediante unos parámetros (X, T, U, M) :

X: es el nombre de la variable lingüística.

T: es el conjunto de valores lingüísticos que X puede tomar.

U: es el dominio físico de la variable dentro del cual la variable lingüística X puede tomar cualquier valor cuantitativo.

M: es una regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en T con conjunto difuso en U.

De manera que para el ejemplo anterior, se puede definir que X es la velocidad del motor eléctrico, T está conformado por lenta, media y rápida, U es el intervalo $[0, V_m]$ y M es la regla semántica que relaciona lenta, media y rápida con las funciones de pertenencia de la figura 2.4.

2.2.4. Reglas Base

En sistemas difusos el conocimiento humano es representado mediante un conjunto de reglas del tipo **IF-THEN**. Una regla difusa es una declaración condicional expresada como:

$$\mathbf{IF} \langle \textit{antecedente} \rangle \mathbf{THEN} \langle \textit{consecuencia} \rangle .$$

Donde la primera proposición es llamada el antecedente o premisa y la segunda es llamada el consecuente o conclusión. La premisa puede contener una combinación de proposiciones mediante conectivos lógicos AND-OR, siendo posible también, que una proposición difusa este basada en la negación como por ejemplo:

$$\mathbf{IF} \langle x \textit{ es } A \rangle \mathbf{AND} \langle y \textit{ no es } B \rangle \mathbf{THEN} \langle z \textit{ es } C \rangle$$

Donde A, B y C son valores lingüísticos que pueden tomar las variables x , y y z respectivamente. Existen muchos ejemplos de reglas difusas en la vida diaria tales como:

Si la presión es alta **entonces** el volumen es pequeño.

Si la carretera es mala **entonces** conducir es peligroso.

Si la velocidad es alta **entonces** aplique un poco el freno.

A partir de un grupo de estas reglas IF-THEN, está conformada la base de reglas difusas, la cual es el corazón del sistema difuso en el sentido de que todos los componentes son utilizados para implementar estas reglas de una manera eficiente y razonable.

2.2.5. Operaciones básicas entre conjuntos difusos

Complemento

El complemento del conjunto difuso A es un conjunto \bar{A} cuyo valor de pertenencia es definido como:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Una representación gráfica de esta operación es mostrada en la figura 2.5.

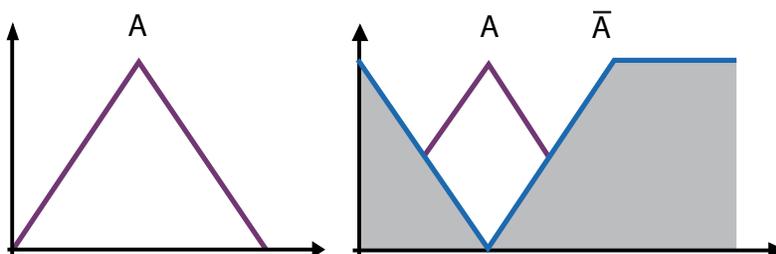


Figura 2.5: Complemento de un conjunto difuso.

La unión de dos conjuntos difusos.

La unión de dos conjuntos difusos A y B ($A \cup B$) es el conjunto difuso más pequeño que incluye todos los elementos en A o B o ambos A y B . De esto se establece que la unión es un operador lógico OR. La función de membresía de $A \cup B$ es:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$$

en donde $\max(a, b) = a$ si $a \geq b$, y $\max(a, b) = b$ si a es menor que b . Ésto puede ser visto en la figura 2.6.

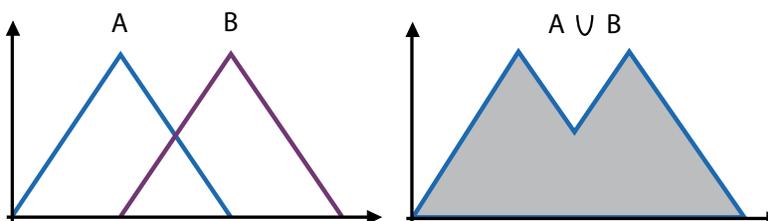


Figura 2.6: Unión entre conjuntos difusos.

La intersección de dos conjuntos difusos.

La intersección de A y B ($A \cap B$) es el conjunto difuso más grande dentro de A y B, que indica que la intersección es un operador lógico AND. La función de membresía de $A \cap B$ es:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$$

en donde $\min(a, b) = a$ si $a \leq b$, y $\min(a, b) = b$ si a es mayor que b, como se puede ver en la figura 2.7.

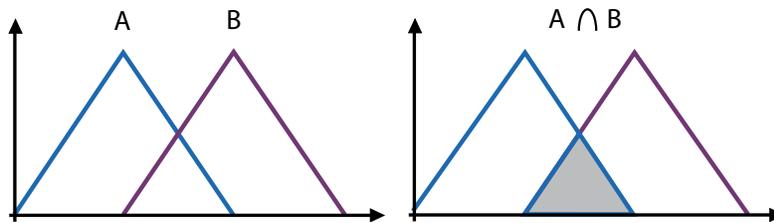


Figura 2.7: Intersección entre conjuntos difusos

La unión y la intersección como operadores máximo y mínimo, son operaciones específicas dentro de dos planteamientos más generales como lo son la norma-T y la norma-S respectivamente. Otros planteamientos tales como los de Yager, Dubois y Prade, entre otros, pueden ser revisados en [6].

2.3. Sistemas de control basados en lógica difusa

La aplicación de la lógica difusa a los sistemas de control, se puede expresar como un control a través de palabras que interpretan el sentido común en lugar de números o bien sentencias en lugar de ecuaciones, con el fin de incorporar esquemas del razonamiento humano hacia una estrategia de control automático y aprovechar algunas veces la experiencia del operador del sistema.

El controlador basado en lógica difusa, es utilizado para sistemas de control en lazo cerrado, en los cuales la señal de control es una decisión tomada a partir de la información de qué tan diferente es el comportamiento de la planta con respecto al deseado, es decir, a partir de la señal de error. En la figura 2.8 se muestra la estructura de control en lazo cerrado con controlador basado en lógica difusa.

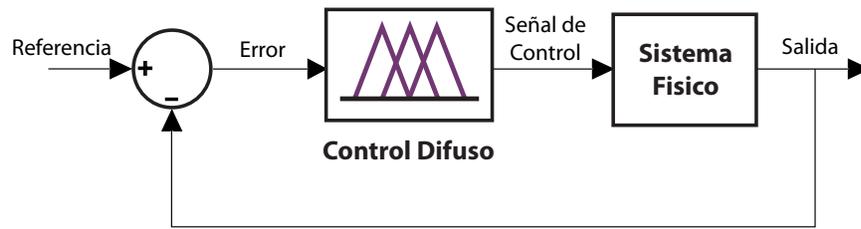


Figura 2.8: Sistema de control difuso en lazo cerrado.

La lógica difusa logra interpretar las sentencias del lenguaje común fundamentado sobre un soporte matemático que permite extraer conclusiones cuantitativas a partir de un conjunto de observaciones y reglas cualitativas. Sin embargo, las variables de los procesos no se miden ni se aplican a los actuadores en sentido común sino en números. Con el fin de resolver este inconveniente, se hace necesario utilizar un esquema que convierta las señales numéricas del mundo real en variables difusas como una adaptación previa antes de introducir el estado de una variable al controlador y también uno que convierta las variables difusas en números para que la señal pueda ser aplicada a la planta. La figura 2.9 muestra una estructura típica de un controlador basado en lógica difusa.

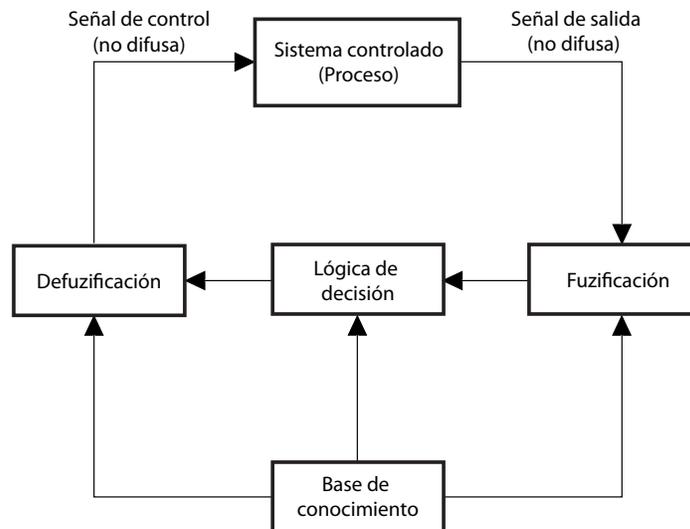


Figura 2.9: Configuración del sistema difuso.

Esta estructura tiene cuatro componentes fundamentales para llevar a cabo la estrategia de control y son las siguientes:

2.3.1. Base de conocimiento

Es el corazón del sistema difuso en el sentido de que contiene información necesaria para el funcionamiento de los otros componentes del sistema. Está formada por una base de datos y una base de reglas. La primera recoge la definición de las funciones de pertenencia de las entradas y la salida y toda la información necesaria para caracterizar las reglas de control y la manipulación de datos; y la segunda, es un conjunto de reglas que caracteriza y resume los objetivos de control de un experto por medio de expresiones lingüísticas de control.

La base de datos está relacionada con los soportes sobre los cuales los conjuntos difusos son definidos. Las funciones de membresía son definidas por algunos parámetros que varían según la forma de la función deseada, obteniendo de esta manera funciones como la mostrada en la figura 2.10.

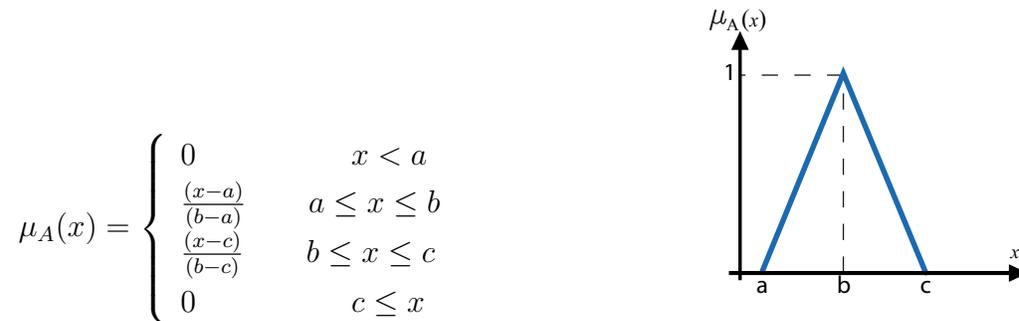


Figura 2.10: Construcción de una función de membresía.

En el momento de definir las funciones de membresía se debe cubrir todo el rango de valores posibles que puede tomar la variable medida o el rango de valores que se pueden asignar a la señal que será aplicada al sistema controlado. La selección de la cantidad de conjuntos difusos para representar una variable determina la resolución del control obtenible, pues el mismo espacio se puede definir con distinto número de conjuntos como se muestra en la figura 2.11, haciendo de ésta una de las consideraciones para

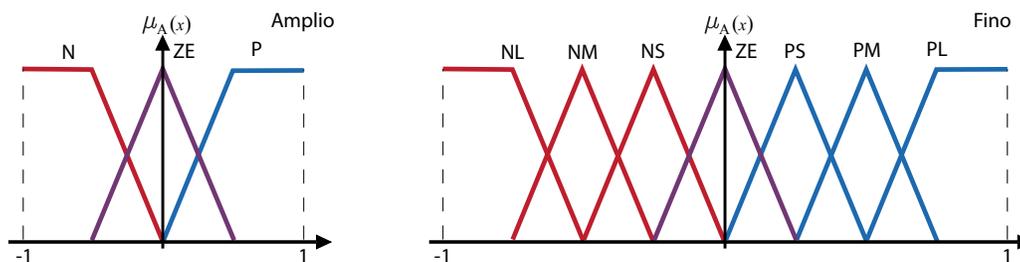


Figura 2.11: Resolución obtenida según el número de funciones de membresía.

el diseño en las que más cuidado se debe tener, convirtiéndola en un procedimiento heurístico de ensayo y error donde se busca una partición óptima [7].

La imagen a la izquierda de la figura 2.11 muestra un espacio definido por tres conjuntos difusos:

N: Negativo. **ZE:** Cero. **P:** Positivo.

obteniendo así una resolución *amplia*, pues cada conjunto difuso está abarcando una gran cantidad de posibles valores que puede asumir la variable en algún momento, mientras que la imagen de la derecha muestra una variable definida por siete conjuntos difusos de la siguiente manera:

NL: Negativo Grande. **NM:** Negativo Mediano. **NS:** Negativo Pequeño. **ZE:** Cero.

PS: Positivo Pequeño. **PM:** Positivo Mediano. **PL:** Positivo Grande.

Debido a que el rango de valores posibles es definido por una mayor cantidad de conjuntos difusos se puede lograr una resolución más *fina* pero puede traer ciertas dificultades en los procesos de difusión y concreción.

La base de reglas caracteriza y resume los objetivos de control de un experto por medio de un conjunto de reglas lingüísticas basadas en el conocimiento, que suele ser expresado en la forma de reglas IF-THEN, las cuales son fácilmente expresadas mediante declaraciones condicionales como se muestra:

IF T es NL **AND** P es ZE **THEN** Y es PL.

IF T es ZE **AND** P es PM **THEN** Y es NM.

IF T es PM **AND** P es NM **THEN** Y es ZE.

Estas reglas pueden ser presentadas como se mostraron anteriormente o también en una base de datos completa y organizada como se muestra en la figura 2.12, la cual representa una base de reglas para el control de una turbina de vapor que tiene como variables de entrada medidas de temperatura y presión y la salida es la velocidad.

$\begin{array}{c} T \\ \hline P \end{array}$	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL	PL	PL	PL	PL	PM	PS	ZE
NM	PL	PL	PM	PM	PS	ZE	NS
NS	PL	PM	PS	PS	NS	NM	NL
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS	PL	PM	PS	NS	NS	NM	NL
PM	PM	ZE	NS	NM	NM	NL	NL
PL	ZE	NS	NM	NL	NL	NL	NL

Figura 2.12: Base de reglas difusas.

El cuadro de la figura 2.12 es una tabla de memoria asociativa difusa (MAD) [8], la cual resume todas las reglas que regirán la forma en que el controlador tomará las decisiones acerca de como debe ser la señal de control para que el sistema controlado tenga el comportamiento deseado.

2.3.2. Interfaz de difusión (Fuzificación)

Realiza un escalado de los valores de las entradas para adecuarlos a los valores típicos para los que se define el controlador y luego hace la difusión (fuzificación) que convierte los datos de entrada en valores lingüísticos adecuados para su manipulación. En esta etapa, se le otorga a los datos de entrada un grado de membresía a uno o varios de los conjuntos difusos en los que se divide el rango de valores posibles para dicha entrada, para ello busca la correspondencia entre el estado de las variables y las funciones de membresía definidas para tal propósito.

Para un determinado valor de una variable su grado de pertenencia será mayor en una expresión que en las demás como se presenta en la figura 2.13, donde se muestra

una fuzificación en el instante t_0 de una variable $T(t)$ cuyo universo de discurso está definido por siete funciones triangulares con un traslape del 50% entre funciones.

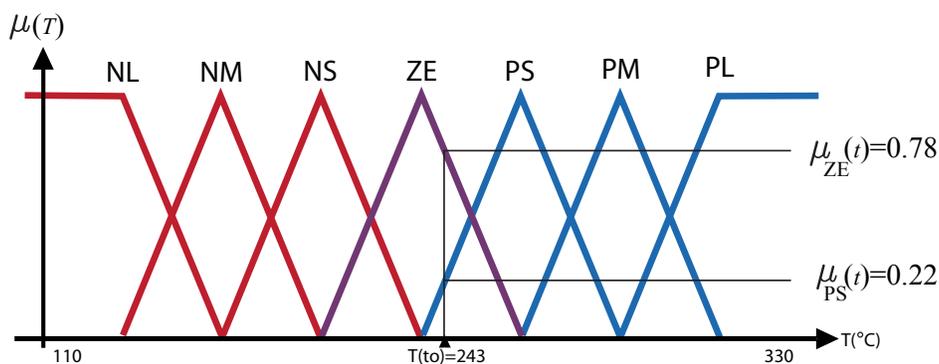


Figura 2.13: Proceso de difusión de una medida de temperatura.

De esta manera se le asigna grados de membresía a los distintos conjuntos difusos que definen el universo de discurso de la señal de entrada que en este caso es una medida de temperatura registrada por un sensor. Así para el caso ilustrado en la figura 2.13, donde la entrada es un registro de temperatura de 243 grados centígrados puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mu_{NL}(T) &= 0,0 & \mu_{NM}(T) &= 0,0 & \mu_{NS}(T) &= 0,0 & \mu_{ZE}(T) &= 0,78 \\ \mu_{PS}(T) &= 0,22 & \mu_{PM}(T) &= 0,0 & \mu_{PL}(T) &= 0,0 & & \end{aligned}$$

Durante este proceso se podría obtener mayor resolución al representar el dominio con mayor cantidad de conjuntos difusos, lo cual resulta inconveniente puesto que se produce un incremento en la cantidad de reglas que implicaría un aumento de la complejidad de cálculo y por consiguiente mayores gastos computacionales. La cantidad de conjuntos que aquí se definen debe ser impar (usualmente entre 3 y 9), con el fin de que esté disponible un punto central que tiende a inhibir oscilaciones numéricas entre conjuntos adyacentes [8].

2.3.3. Lógica de decisión

Infiere las acciones del sistema difuso empleando alguna representación de la implicación difusa. Tiene la capacidad de simular criterios de decisión humanos basados en conceptos difusos e inferir acciones de control empleando implicaciones y las reglas de inferencia en lógica difusa.

La lógica de decisión determina que regla (o reglas) se activará ante un determinado valor de entrada partiendo del grado de membresía de dicho valor a cada uno de los diferentes conjuntos difusos del dominio de entrada, decidiendo así la manera en que debe operar el actuador con el fin de llevar el sistema al punto de operación deseado.

Inicialmente, se debe partir conociendo el valor de membresía de cada una de las variables de entrada involucradas en el proceso a los conjuntos difusos que definen cada dominio de estas como se muestra para el ejemplo de una turbina de vapor:

Valores de membresía de la variable temperatura (T):

$$\begin{array}{llll} \mu_{NL}(To) = 0,0 & \mu_{NM}(To) = 0,0 & \mu_{NS}(To) = 0,0 & \mu_{ZE}(To) = 0,78 \\ \mu_{PS}(To) = 0,22 & \mu_{PM}(To) = 0,0 & \mu_{PL}(To) = 0,0 & \end{array}$$

Valores de membresía de la variable presión (P):

$$\begin{array}{llll} \mu_{NL}(Po) = 0,0 & \mu_{NM}(Po) = 0,0 & \mu_{NS}(Po) = 0,63 & \mu_{ZE}(Po) = 0,37 \\ \mu_{PS}(Po) = 0,0 & \mu_{PM}(Po) = 0,0 & \mu_{PL}(Po) = 0,0 & \end{array}$$

A partir de estos valores de membresía asignados a los valores de entrada y haciendo uso de la base de reglas mostradas en la figura 2.12, se puede deducir fácilmente que las reglas necesarias para tomar la decisión en este caso son:

- Regla 1. **IF** T es ZE *AND* P es NS **THEN** V es PS.
- Regla 2. **IF** T es ZE *AND* P es ZE **THEN** V es ZE.
- Regla 3. **IF** T es PS *AND* P es NS **THEN** V es NS.
- Regla 4. **IF** T es PS *AND* P es ZE **THEN** V es NS.

Estas reglas deben ser evaluadas con los valores de membresía haciendo uso del operador AND, a partir del cual se define el valor mínimo entre las dos entradas como valor de membresía al conjunto del salida como se muestra en la figura 2.14 donde se presenta la evaluación de la Regla 1:

Regla 1. **IF** T es ZE **AND** P es NS **THEN** V es PS.

$$\mu_{PS}(V) = \min\{\mu_{ZE}(T), \mu_{NS}(P)\}$$

$$\mu_{PS}(V) = \min\{0,78, 0,63\} = 0,63$$

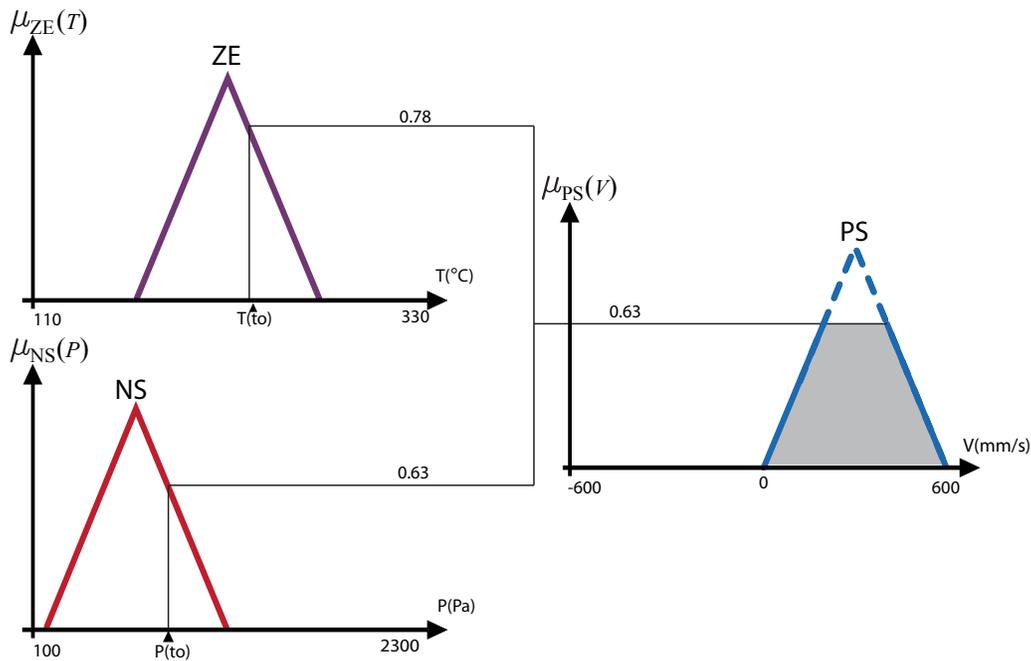


Figura 2.14: Representación grafica de la evaluación de Regla 1.

En la figura 2.14 se presenta como actúa la lógica de decisión en un sistema con dos entradas (temperatura y presión) en un instante t_0 y asigna el menor grado de membresía de las dos anteriores, como el grado de membresía al conjunto PS de la variable de salida como lo indica la regla. De igual manera se debe realizar la evaluación de cada una de las reglas involucrada en el proceso como se muestra:

$$\text{Regla 2. } \mu_{ZE}(V) = \min\{0,78, 0,37\} = 0,37$$

$$\text{Regla 3. } \mu_{NS}(V) = \min\{0,22, 0,63\} = 0,22$$

$$\text{Regla 4. } \mu_{NS}(V) = \min\{0,22, 0,37\} = 0,22$$

Todo este procedimiento realizado utilizando la lógica de decisión es mostrada en la figura 2.15, en el cual se presenta como a partir de la información de las dos variables de entradas y evaluando cada una de las reglas involucradas en este proceso de decisión se obtiene un área y unos conjuntos asignado para la variable de salida.

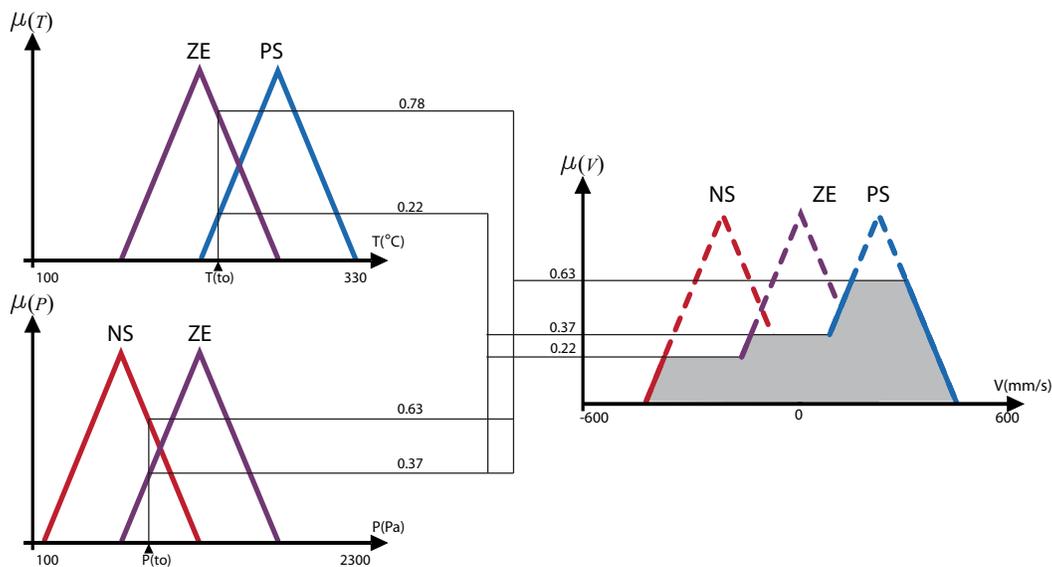


Figura 2.15: Lógica de decisión.

Pueden considerarse como criterios para la selección, factores tales como los motores de inferencia, normas t y normas s, técnicas de inferencia, la apreciación intuitiva, la eficiencia computacional y las propiedades especiales que presentan algunos mecanismos de inferencia, tales como inferencia de producto, inferencia mínimo, inferencia de Zadeh, entre otros que son muy usados en sistemas difusos y de control que son presentados en [6].

2.3.4. Interfaz de concreción (Defuzificación)

Los sistemas que actúan en el mundo real requieren de señales definidas dentro de los números reales, por lo que es necesario convertir las señales entregadas a las salidas de los sistemas difusos a números reales. La interfaz de concreción convierte la acción difusa inferida en el proceso de la lógica de decisión, en una acción concreta susceptible de aplicación sobre el proceso, y donde se realiza un escalamiento para adecuar los rangos de salida a los que se ha definido el controlador con las entradas del proceso.

Para el ejemplo de la turbina de vapor se podría decir mediante la evaluación de reglas que la velocidad debe ser Positivo Pequeño pues en los resultados de la lógica de decisión tiene la mayor membresía, pero esto no es suficiente, ya que es preciso obtener un valor numérico que indique la velocidad exacta a la que debe girar la turbina.

El método de concreción más utilizado es el **Método del centro de gravedad**, el cual consiste en crear para la salida del sistema una función de membresía a un nuevo conjunto obtenido como unión de aquellos a los que pertenece parcialmente el valor de salida como se muestra en la figura 2.16.

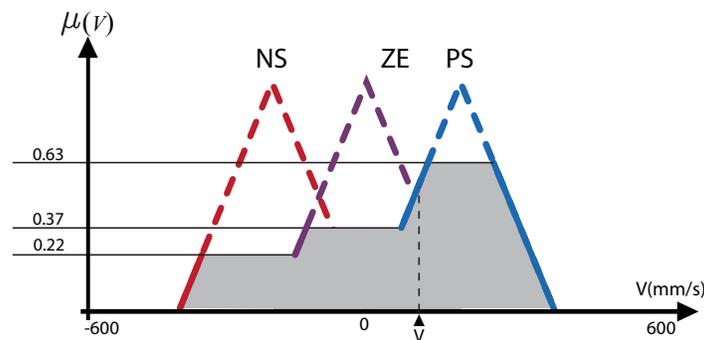


Figura 2.16: Concreción utilizando método del centro de gravedad.

Se debe localizar el centro de gravedad de la figura obtenida, el cual definirá cual es el valor de salida del sistema de control que será aplicado al sistema controlado para que este último permanezca en el punto de operación deseado. La ordenada de la ubicación

del centro de gravedad para la figura 2.16 se obtiene del siguiente modo.

$$CG = \frac{\sum_j v_j \times \mu_V(v_j)}{\sum_j \mu_V(v_j)}$$

El centro de gravedad (CG) está definido como la suma de los productos resultante entre el centro horizontal del conjunto j y el grado de membresía a dicho conjunto, dividida por la suma de los valores de membresía resultantes de la lógica de decisión.

$$CG = \frac{(0,63)(200) + (0,37)(0) + (0,22)(-200) + (0,22)(-200)}{0,63 + 0,37 + 0,22 + 0,22}$$

$$CG = V = \frac{38}{1,44} = 26,39$$

Este resultado obtenido, significa que la acción de control debe ser de 26,39 mm/s para lograr mantener el sistema en la posición deseada.

Se proponen distintos métodos para la concreción tales como el promedio de centros, centro de sumas, promedio de los máximos, centro máximo, primero o último de máximos, centro de área, centro del área mas grande, altura y máxima altura, los cuales pueden ser revisados en [6] y [9].

El criterio más difundido para la selección del método de defuzificación es la simplicidad computacional debido a que no hay bases científicas (ninguno de ellos ha sido derivado de un principio tal como la maximización de la información difusa).

Capítulo 3

DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO Y SIMULACIONES

3.1. Diseño del controlador

3.1.1. Consideraciones iniciales

La lógica difusa se utiliza en los sistemas de control automático con el fin de incorporar esquemas del razonamiento humano aprovechando el conocimiento del operador del sistema, el cual debe contar con la experiencia para definir características y restricciones que ésta posea y que son relevantes en la descripción del comportamiento del mismo. Para el caso del péndulo invertido con rueda de reacción se tuvo en cuenta las siguientes:

- **Punto de operación:** El péndulo será controlado alrededor de la posición vertical, es decir, mantenerlo en la posición $\theta_1 = 0$ rads con respecto a la figura 1.2.
- **Rango de control:** El péndulo se mantendrá en un rango de 10 grados alrededor de la posición vertical ($-10^\circ \leq \theta_1 \leq 10^\circ$), debido a que es en esta región donde la rueda de inercia tendrá la capacidad de llevarlo de nuevo al punto de operación.
- **Señal de Control:** La señal de control debe estar en el rango $[-10,10]$ UI, para que al ser convertida por la planta no supere una tensión entre $[-24, 24]$ voltios que es el valor máximo que puede ser aplicado al motor DC, el cual es finalmente el

encargado de hacer girar la rueda de inercia que entregará el torque para mantener el péndulo en la posición de equilibrio.

La definición de los anteriores parámetros y restricciones del sistema o planta a controlar es de gran importancia, puesto que de ellos dependerá en gran medida la calidad del controlador diseñado e ignorar algunos parámetros podrá conllevar a un deficiente funcionamiento del sistema.

3.1.2. Base de datos

Para el control del sistema fueron seleccionadas como entradas al controlador dos variables que se consideran de gran importancia en el comportamiento del mismo: el error de la posición angular y la derivada del mismo. Se define como salida, la señal de control aplicada al motor tal que genere un torque sobre la rueda de inercia.

- **Error:** Es la diferencia entre el ángulo de referencia predeterminado al que debe operar el sistema y el ángulo medido o actual. A partir de esta información, el controlador puede saber que tan cerca o alejado se encuentra del punto de operación. Este parámetro se mantendrá dentro del rango de $[-0.1745 \ 0.1745]$ rad.
- **Derivada del error:** Representa la tasa de cambio del error y a partir de la cual el controlador conocerá si el error esta aumentando o disminuyendo, es decir, si el péndulo se esta acercando al punto de operación o si se esta alejando. Este parámetro fluctuará aproximadamente entre $[-1, 1]$ rad/seg.
- **Señal de control:** A partir de las dos entradas, el controlador toma la decisión de cual es la señal de control necesaria para generar un torque suficiente en la rueda de inercia tal que lleve el sistema a la posición deseada que es el punto de operación. Por limitaciones físicas del sistema ya mencionadas anteriormente, la señal de control deberá encontrarse en un rango entre $[-10, 10]$ UI.

El universo de discurso de cada una de las variables difusas es representado por siete conjuntos difusos con el fin de obtener una buena resolución que logre una fina representación de dichas variables. Estos conjuntos difusos son representados con funciones de membresía triangulares con un 50% de traslape entre ellas con el fin de lograr simplicidad en el diseño del controlador y utilizar la menor carga computacional

posible.

Los conjuntos difusos son divididos en tres grupos *Positivo*, *Negativo* y *Cero*, siendo estos dos primeros subdivididos en *Grande*, *Mediano* y *Pequeño* como se muestra:

NB: Negativo Grande. **NM:** Negativo Mediano. **NS:** Negativo Pequeño. **ZE:** Cero.

PS: Positivo Pequeño. **PM:** Positivo Mediano. **PB:** Positivo Grande.

El universo de discurso de las variables difusas (entradas y salidas del controlador) que definida por los conjuntos difusos como se muestra en las figuras 3.1, 3.2, 3.3.

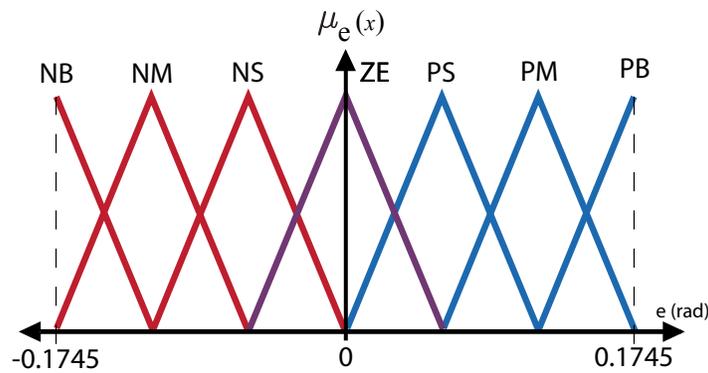


Figura 3.1: Representación de variable *Error* con conjuntos difusos.

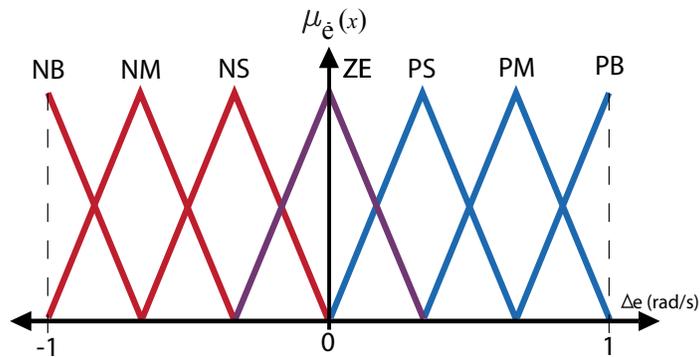


Figura 3.2: Representación de variable *Derivada del error* con conjuntos difusos.

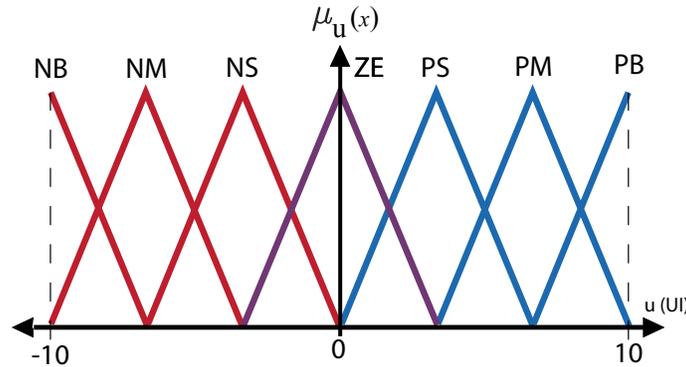


Figura 3.3: Representación de variable *Señal de control* con conjuntos difusos.

3.1.3. Base de reglas

Las reglas de control de la posición angular del péndulo constan de dos antecedentes y un consecuente, expresados por ejemplo, como (ZE, NS, PM) donde ZE y NS corresponden a los conjuntos para el error y la tasa de cambio respectivamente, mientras que PM corresponde a la señal de control. Estas reglas describen como debe ser la variable de control para valores observados de las variables involucradas.

Antes de la definición de la base de reglas es importante resaltar una característica fundamental en el comportamiento en el péndulo invertido con rueda de reacción, pues en este sistema un torque positivo en el motor genera un torque negativo en el péndulo, lo cual debe ser tomado en cuenta para decidir que acción de control se aplicará al sistema y en caso de no ser tenido en cuenta, el controlador no tendrá un buen funcionamiento.

La base de reglas que consta de cuarenta y nueve reglas difusas resultantes de la combinación de los dos grupos de siete conjuntos difusos que definen cada una de las entradas del controlador y son obtenidas de manera subjetiva por el operador que tiene conocimiento sobre el comportamiento que debe tener la planta, mediante el siguiente procedimiento:

1. Si e es NB y \dot{e} es NB, entonces u es PB, ya que el error es negativo grande y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.

2. Si e es NB y \dot{e} es NM, entonces u es PB, ya que el error es negativo grande y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
3. Si e es NB y \dot{e} es NS, entonces u es PB, ya que el error es negativo grande y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
4. Si e es NB y \dot{e} es ZE, entonces u es PB, ya que el error es negativo grande y este no varia, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
5. Si e es NB y \dot{e} es PS, entonces u es PB, ya que el error es negativo grande y está decreciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
6. Si e es NB y \dot{e} es PM, entonces u es PM, ya que el error es negativo grande y está decreciendo medianamente, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
7. Si e es NB y \dot{e} es PB, entonces u es ZE, ya que el error es negativo grande y está decreciendo rápidamente, no es necesario aplicar un torque.
8. Si e es NM y \dot{e} es NB, entonces u es PB, ya que el error es negativo mediano y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
9. Si e es NM y \dot{e} es NM, entonces u es PB, ya que el error es negativo mediano y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
10. Si e es NM y \dot{e} es NS, entonces u es PB, ya que el error es negativo mediano y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.

11. Si e es NM y \dot{e} es ZE, entonces u es PB, ya que el error es negativo mediano y este no varia, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
12. Si e es NM y \dot{e} es PS, entonces u es PM, ya que el error es negativo mediano y está decreciendo lentamente, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
13. Si e es NM y \dot{e} es PM, entonces u es ZE, ya que el error es negativo mediano y está decreciendo medianamente, no es necesario aplicar un torque.
14. Si e es NM y \dot{e} es PB, entonces u es NM, ya que el error es negativo mediano y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.
15. Si e es NS y \dot{e} es NB, entonces u es PB, ya que el error es negativo pequeño y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
16. Si e es NS y \dot{e} es NM, entonces u es PB, ya que el error es negativo pequeño y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
17. Si e es NS y \dot{e} es NS, entonces u es PB, ya que el error es negativo pequeño y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
18. Si e es NS y \dot{e} es ZE, entonces u es PM, ya que el error es negativo pequeño y este no varia, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
19. Si e es NS y \dot{e} es PS, entonces u es ZE, ya que el error es negativo pequeño y está decreciendo lentamente, no es necesario aplicar un torque.
20. Si e es NS y \dot{e} es PM, entonces u es NM, ya que el error es negativo pequeño y está decreciendo medianamente, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.

21. Si e es NS y \dot{e} es PB, entonces u es NB, ya que el error es negativo pequeño y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
22. Si e es ZE y \dot{e} es NB, entonces u es PB, ya que el error es cero y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
23. Si e es ZE y \dot{e} es NM, entonces u es PB, ya que el error es cero y está decreciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.
24. Si e es ZE y \dot{e} es NS, entonces u es PM, ya que el error es cero y está decreciendo lentamente, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
25. Si e es ZE y \dot{e} es ZE, entonces u es ZE, ya que el error es cero y este no varia, no es necesario aplicar un torque.
26. Si e es ZE y \dot{e} es PS, entonces u es NM, ya que el error es cero y está decreciendo lentamente, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.
27. Si e es ZE y \dot{e} es PM, entonces u es NB, ya que el error es cero y está decreciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
28. Si e es ZE y \dot{e} es PB, entonces u es NB, ya que el error es cero y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
29. Si e es PS y \dot{e} es NB, entonces u es PB, ya que el error es positivo pequeño y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido positivo generado por la señal de control.

38 *CAPÍTULO 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO Y SIMULACIONES*

30. Si e es PS y \dot{e} es NM, entonces u es PM, ya que el error es positivo pequeño y está decreciendo medianamente, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
31. Si e es PS y \dot{e} es NS, entonces u es ZE, ya que el error es positivo pequeño y está decreciendo lentamente, no es necesario aplicar un torque.
32. Si e es PS y \dot{e} es ZE, entonces u es NM, ya que el error es positivo pequeño y este no varia, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.
33. Si e es PS y \dot{e} es PS, entonces u es NB, ya que el error es positivo pequeño y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
34. Si e es PS y \dot{e} es PM, entonces u es NB, ya que el error es positivo pequeño y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
35. Si e es PS y \dot{e} es PB, entonces u es NB, ya que el error es positivo pequeño y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
36. Si e es PM y \dot{e} es NB, entonces u es PM, ya que el error es mediano y está decreciendo rápidamente, es necesario un toque mediano en sentido positivo generado por la señal de control.
37. Si e es PM y \dot{e} es NM, entonces u es ZE, ya que el error es mediano y está decreciendo medianamente, no es necesario aplicar un torque.
38. Si e es PM y \dot{e} es NS, entonces u es NM, ya que el error es mediano y está decreciendo lentamente, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.
39. Si e es PM y \dot{e} es ZE, entonces u es NB, ya que el error es mediano y este no varia, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.

40. Si e es PM y \dot{e} es PS, entonces u es NB, ya que el error es mediano y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
41. Si e es PM y \dot{e} es PM, entonces u es NB, ya que el error es mediano y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
42. Si e es PM y \dot{e} es PL, entonces u es NB, ya que el error es mediano y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
43. Si e es PL y \dot{e} es NL, entonces u es ZE, ya que el error es grande y está decreciendo rápidamente, no es necesario aplicar un torque.
44. Si e es PL y \dot{e} es NM, entonces u es NM, ya que el error es grande y está decreciendo medianamente, es necesario un toque mediano en sentido negativo generado por la señal de control.
45. Si e es PL y \dot{e} es NS, entonces u es NB, ya que el error es grande y está decreciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
46. Si e es PL y \dot{e} es ZE, entonces u es NB, ya que el error es grande y este no varia, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
47. Si e es PL y \dot{e} es PS, entonces u es NB, ya que el error es grande y está creciendo lentamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
48. Si e es PL y \dot{e} es PM, entonces u es NB, ya que el error es grande y está creciendo medianamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.
49. Si e es PL y \dot{e} es PL, entonces u es NB, ya que el error es grande y está creciendo rápidamente, es necesario un toque grande en sentido negativo generado por la señal de control.

Esta larga lista de cuarenta y nueve reglas difusas pueden ser resumidas mediante el uso de la tabla llamada Memoria Asociativa Difusa (MAD) mostrada en la figura 3.4.

$e \backslash \dot{e}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PB	PB	PM	ZE
NM	PB	PB	PB	PB	PM	ZE	NM
NS	PB	PB	PB	PM	ZE	NM	NB
ZE	PB	PB	PM	ZE	NM	NB	NB
PS	PB	PM	ZE	NM	NB	NB	NB
PM	PM	ZE	NM	NB	NB	NB	NB
PB	ZE	NM	NB	NB	NB	NB	NB

Figura 3.4: Base de reglas que definen la acción del controlador.

Cuando todas las reglas han sido procesadas, las salidas difusas deben combinarse en una salida única mediante el proceso de concreción o defuzificación. El método utilizado en este caso es el del centroide o centro de gravedad, el cual toma el promedio ponderado de todas las salidas difusas para determinar la señal de control que el controlador enviará a la planta como se presentó anteriormente en la figura 2.16. Este método es el más utilizado y eficiente de los métodos de defuzificación, ya que proporciona variaciones suaves y continuas de la señal de control [6].

Como se logra ver en la descripción del desarrollo del controlador, el diseño de este no depende de la obtención de un modelo matemático del sistema que se va a controlar, lo cual se presenta como una gran ventaja debido a la gran dificultad en el proceso de modelado .

3.2. Implementación del sistema de control en SIMULINK®

3.2.1. Implementación del sistema de control

El controlador basado en lógica difusa regula la variable controlada para mantenerla en el punto de operación mediante el sistema de control en lazo cerrado mostrado en la figura 3.5.

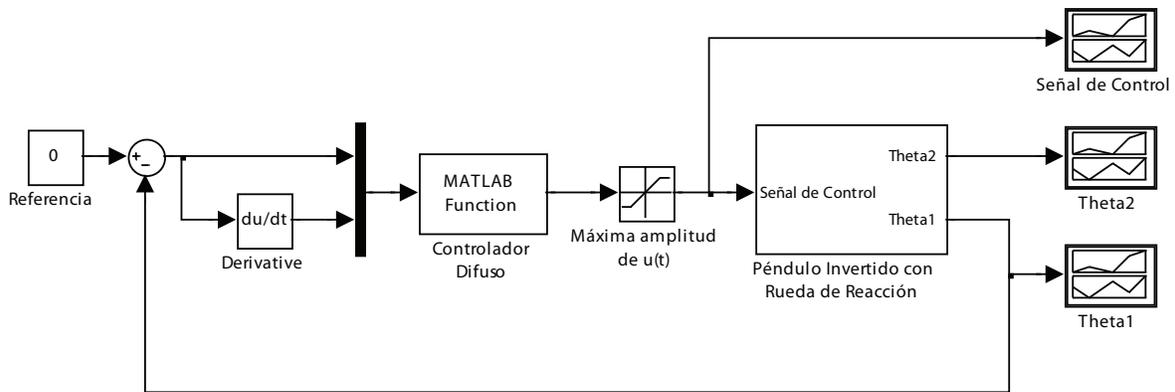


Figura 3.5: Sistema de control en lazo cerrado.

Este sistema en lazo cerrado compara la señal de referencia de la posición en que debe permanecer el sistema y la posición actual en que se encuentra, obteniendo así una diferencia que será el error de la posición. Este error es derivado para conocer su tasa de cambio y a partir de la información de estas dos entradas, el controlador difuso (presentado detalladamente en el Apéndice A) toma la decisión de como debe ser la señal de control necesaria para generar un torque en la rueda de reacción tal que lleve el péndulo a la posición deseada que es el punto de equilibrio y la entrega a la planta (Péndulo Invertido con Rueda de Reacción).

El sistema de control de la figura 3.5 es una representación sencilla del sistema de regulación de la variable pues este no tiene en cuenta el movimiento que debe efectuar el sistema para llevarlo a la condición superior de equilibrio, posibles perturbaciones que pueden modificar el estado energético del sistema resultantes en la señal de control o sensores como se mostrará posteriormente.

3.2.2. Implementación del modelo de la planta

Como se mostró en el primer capítulo en el cual se desarrolló el modelo matemático de la planta, esta puede ser modelada por las ecuaciones 1.15 y 1.16, las cuales conforman un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales, donde al reemplazar los valores de las constantes K_a , K_b y K_c , se obtienen las ecuaciones 3.1 y 3.2, las cuales son implementadas en Simulink como se muestra en la figura 3.6.

$$\ddot{\theta}_1 + 78 \sin \theta_1 = -1,08u \quad (3.1)$$

$$\ddot{\theta}_2 = 198u \quad (3.2)$$

La inclusión de una función sinusoidal en las ecuaciones diferenciales que modelan el péndulo invertido con rueda de reacción mostradas, hacen notar que el sistema presenta un comportamiento *no lineal*, lo cual es uno de los principales temas de estudio en el área de sistemas de control.

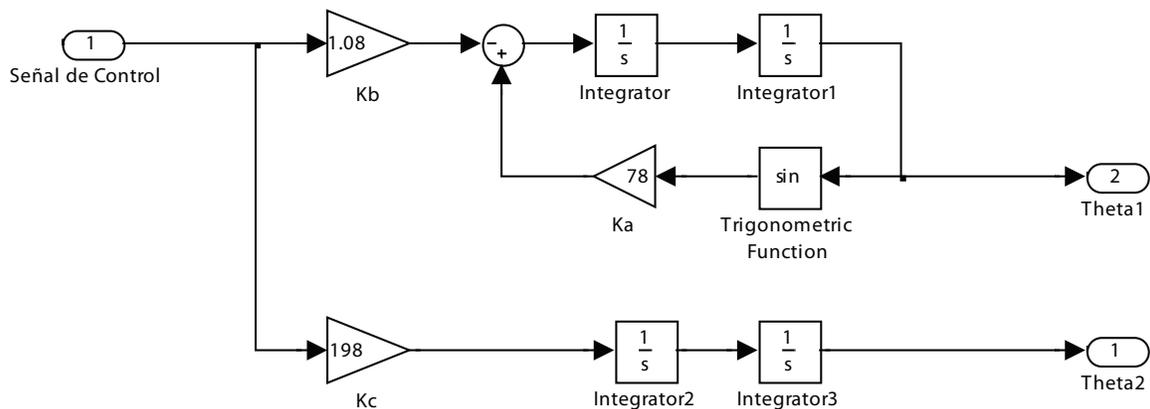


Figura 3.6: Modelo no lineal del péndulo invertido con rueda de reacción.

Las salidas θ_1 y θ_2 representan los ángulos del péndulo y de la rueda de reacción respectivamente, y la entrada u es la señal de control que es aplicada al sistema de la figura 3.6 que está contenido en el bloque denominado *Péndulo Invertido con Rueda de Reacción* dentro del sistema de control mostrado en la figura 3.5.

3.2.3. Swing Up utilizando regulación de energía

Muchas acciones de control sobre el péndulo se pueden lograr mediante la manipulación de la energía del sistema en lugar de controlar su posición y su velocidad directamente. En este trabajo se adoptó esta acción como la forma para hacer el balanceo del péndulo, la cual se realiza al aplicarle a la planta una señal de control que lleve a la energía del sistema a su valor en la posición vertical superior mediante regulación de energía.

Para realizar el control de la energía es necesario comprender cómo la energía está influenciada por la aceleración en el pivote, a pesar de que el actuador se encuentre en la parte final del péndulo. Éste se manifiesta debido a que el torque generado por el motor es visto en el pivote con igual magnitud pero con sentido contrario y a partir de esto, se plantea un modelo de segundo orden donde la señal de control será directamente el torque, por lo que el sistema queda expresado de la siguiente manera:

$$J_p \ddot{\theta}_1 - mgl \sin \theta_1 = -K_u u \quad (3.3)$$

Despreciando la fricción en los acoples mecánicos que se encuentran entre la rueda y la barra y analizando el sistema como un péndulo simple con masa en uno de sus extremos (modelo simplificado ecuación (3.3)), la energía E del péndulo está dada por la ecuación:

$$E = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}_1^2 + mgl(\cos \theta_1 - 1) \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.4) solo aparece la componente cinética de la barra y la suma total de la energía potencial ya que la energía cinética de la rueda no influye sobre la posición del péndulo. Este supuesto hace válida la manipulación de energía del modelo simplificado del mecanismo para una acción de control. También se ha definido como cero la energía potencial en la posición vertical superior ($\theta_1=0$), por lo cual la regulación de energía tiende a un valor nulo.

La implementación de función de energía puede verse en la figura 3.7, el cual corresponde al bloque *Energía Sistema* donde se calcula la energía del sistema ingresando el ángulo de la barra y su respectiva velocidad.

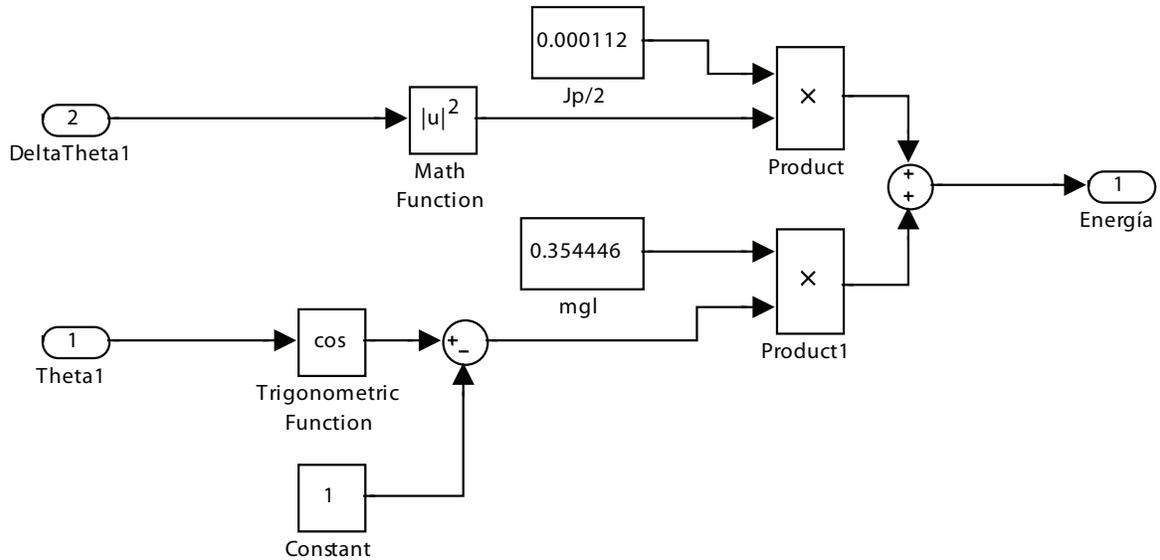


Figura 3.7: Implementación de operación función de energía.

Para obtener una acción de control externa que permita llevar la energía a estados deseados se busca la relación entre la tasa de variación de la energía del sistema y la señal de control u , de esta forma se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial E}{\partial \theta_1} = J_p \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 - mgl \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 = -\dot{\theta}_1 K_u u \quad (3.5)$$

De la ecuación 3.5 se puede observar la relación directa entre la señal de control y la variación de la energía, sin embargo existen puntos de operación para los cuales no se puede influenciar el cambio en la energía, esto se presenta en aquellas situaciones donde el máximo torque generado no es suficiente para obtener un cambio deseado.

A partir de lo anteriormente planteado y mediante el uso de la teoría desarrollada por Lyapunov acerca de regulación de energía [10], se plantea una función u que lleve el péndulo a la posición vertical superior. La regulación de energía permite que el péndulo comience su balanceo, incrementando su energía desde $-2mgl$ hasta su valor 0 (cero) en la posición vertical superior, donde alcanza el punto de equilibrio siendo tomada por la estrategia de estabilización difusa.

La señal de control para realizar el balanceo será:

$$u = K (E - E_0) \text{sign} (\theta_1) \quad (3.6)$$

En la implementación de la ecuación (3.6) mostrada en la figura 3.8 podemos observar como la regulación de energía dada por la diferencia entre la energía final y la energía de referencia o deseada que es aproximadamente cero ($E_0 = 0,00005J$) esta afectada por un parámetro K de diseño y por la función signo(x) la cual direcciona la señal de control de modo que no contrarreste el movimiento del péndulo. Para esta función se considera que el sistema inicialmente se encuentra en la posición vertical inferior.

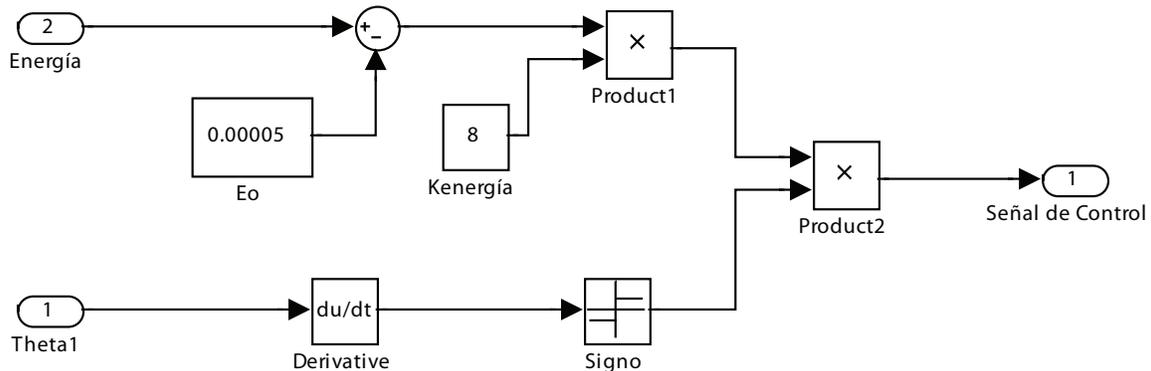


Figura 3.8: Regulación de energía.

El desarrollo anteriormente enunciado generó los componentes para el balanceo del péndulo los cuales están conectados como se muestra en la figura 3.9 correspondiente a la implementación del controlador Swing-Up en *SIMULINK*.

Esta implementación toma el ángulo θ_1 de la barra del péndulo para realizar los cálculos de la energía y obtener la señal de control, además toma el valor absoluto de θ_1 para compararlo en un switch, en el cual dará como salida la señal de control mediante regulación mientras que el ángulo de la barra no este entre $\pm 60^\circ$ ($-60^\circ \leq \theta_1 \leq 60^\circ$), dada esta condición el switch conmutará y la salida será nula.

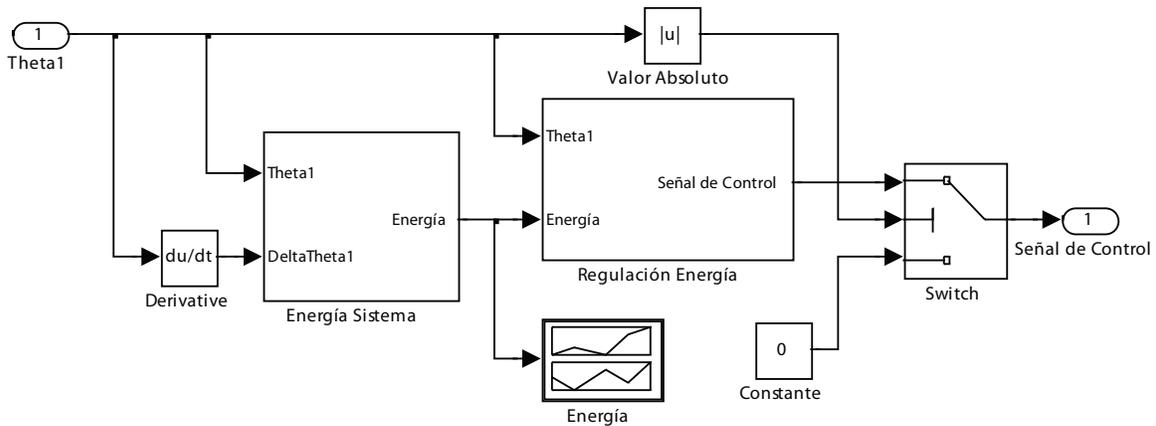


Figura 3.9: Sistema de control utilizando regulación de energía para “swing up”.

Teniendo este sistema de control para el balanceo y el sistema de difuso para el control local, se obtiene el sistema de control para el péndulo mostrado en la figura 3.10.

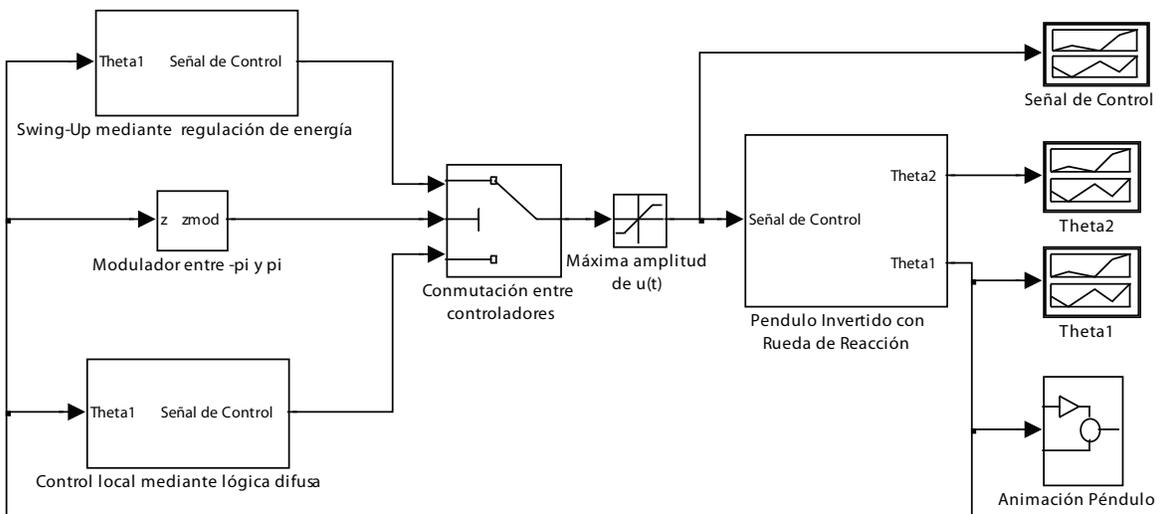


Figura 3.10: Sistema de control del péndulo invertido con rueda de reacción.

Es importante recordar que el balanceo o “*Swing Up*” del péndulo invertido con rueda de reacción no es el tema central del trabajo, por lo tanto, no se profundizará en el comportamiento de este sistema durante la etapa del balanceo.

3.3. Simulaciones

3.3.1. Comportamiento del sistema controlado

Durante esta sección se presentan pruebas de simulación realizadas al sistema de control mostrado en la figura 3.10 con el fin de observar el comportamiento del péndulo invertido con rueda de reacción ante distintos tipos de perturbaciones cuando se encuentra en el punto superior de equilibrio debido a que este trabajo pretende mostrar el comportamiento de la planta cuando se encuentra bajo la supervisión del controlador basado en lógica difusa.

El comportamiento normal del sistema al no encontrarse afectado por perturbaciones se muestra en las figuras 3.11, 3.13 y 3.14.

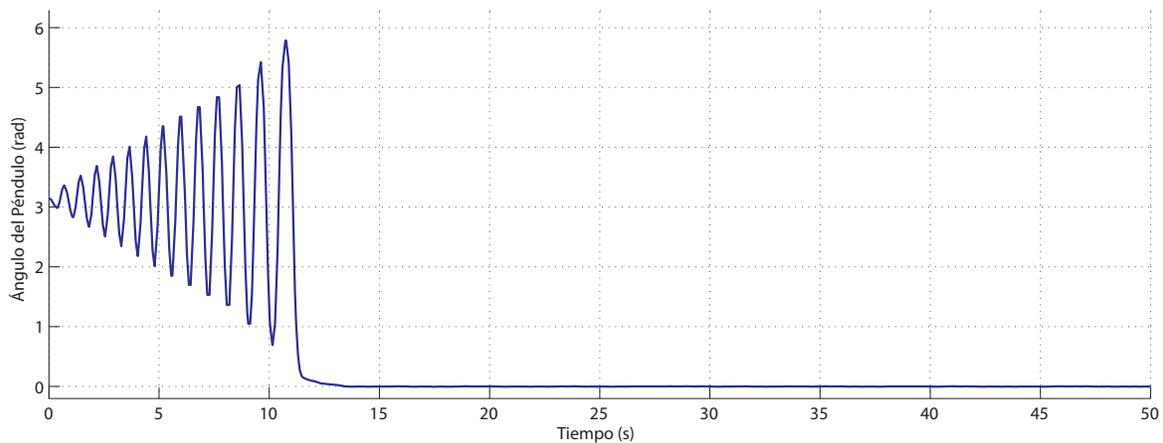


Figura 3.11: Comportamiento de ángulo θ_1 del péndulo ante el sistema de control.

Se puede observar en la figura 3.11 que el controlador basado en regulación de energía, hace un balanceo al péndulo con el fin de acercarlo a la posición de equilibrio aplicando una señal de control en regiones por fuera del rango $[-0.8726, 0.8726]$ rad. Esto tarda aproximadamente 11s, pues este controlador fue diseñado con el fin de que no aplicara fuertes señales de control ya que a pesar de que lograría un balanceo más rápido, conllevaría a que el péndulo pasara por el punto superior de equilibrio con demasiada fuerza haciendo que el controlador local difuso no fuera capaz de mantenerlo dentro del rango.

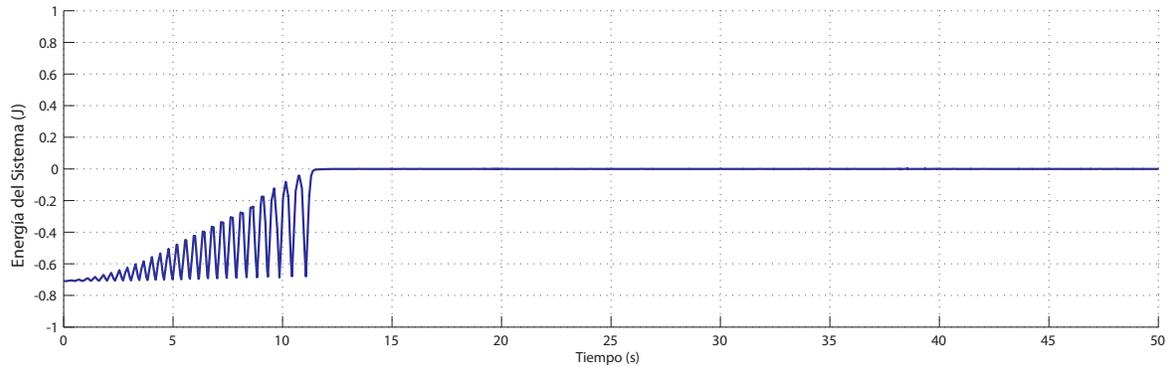


Figura 3.12: Señal de energía del sistema durante el balanceo y control local.

Como se ve en la figura 3.12, el sistema de control mediante regulación de energía realiza el balanceo hasta que la energía del sistema sea nula, lo cual se realiza durante los aproximadamente 11s que dura el balanceo. El comportamiento de la energía no se mostrará posteriormente puesto que no es objeto de estudio en este trabajo.

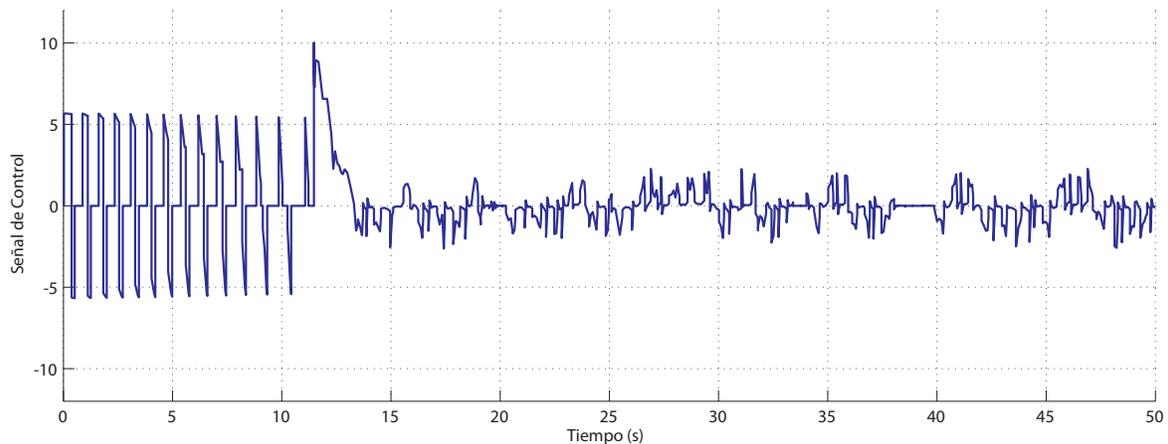


Figura 3.13: Señal aplicada al motor para controlar el péndulo.

En la figura 3.13 se logra observar que la señal aplicada se mantiene dentro del rango y que su máximo valor se presenta en el instante en que el controlador difuso toma dominio sobre el accionar del péndulo, pues este se encuentra muy alejado de la posición de equilibrio.

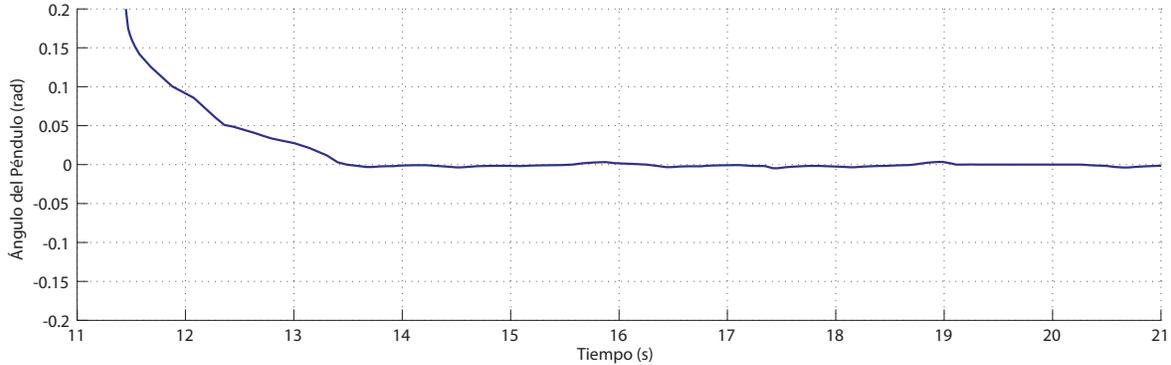


Figura 3.14: Comportamiento del péndulo alrededor del punto de equilibrio.

Cuando el péndulo entra en el rango $[-0.1745, 0.1745]$ rad, empieza a actuar el controlador basado en lógica difusa el cual termina de llevarlo suavemente al punto de equilibrio como se muestra en la figura 3.14, donde se logra ver que el controlador difuso diseñado a partir del análisis cualitativo del comportamiento deseado del sistema, logra mantenerlo en esta posición.

3.3.2. Comportamiento del sistema bajo perturbaciones

Frecuentemente, los sistemas de control son evaluados a partir de la respuesta que presenten ante algún tipo de perturbaciones que puedan resultar durante su operación, no queriendo decir ésto, que un sistema debe tener buena respuesta a todo tipo de perturbación. Por consiguiente, se aplicarán algunas perturbaciones para observar el comportamiento del péndulo invertido con rueda de reacción ante ellas.

Perturbaciones en la señal de control

A los sistemas dinámicos se les altera su estado energético cuando resultan perturbaciones introducida por la señal de control. Una alteración instantánea es representada por la función *Delta de Dirac* [11], que es una función de duración cero y de gran amplitud. Para realizar las pruebas con el fin de observar la respuesta del controlador a dichas perturbaciones, se introdujeron dos pulsos como se muestra en la figura 3.15, con duración de 100ms, periodos de diez segundos, amplitudes de diez UI con

distintas polaridades en los instantes 17s y 21s donde ya está actuando el controlador local.

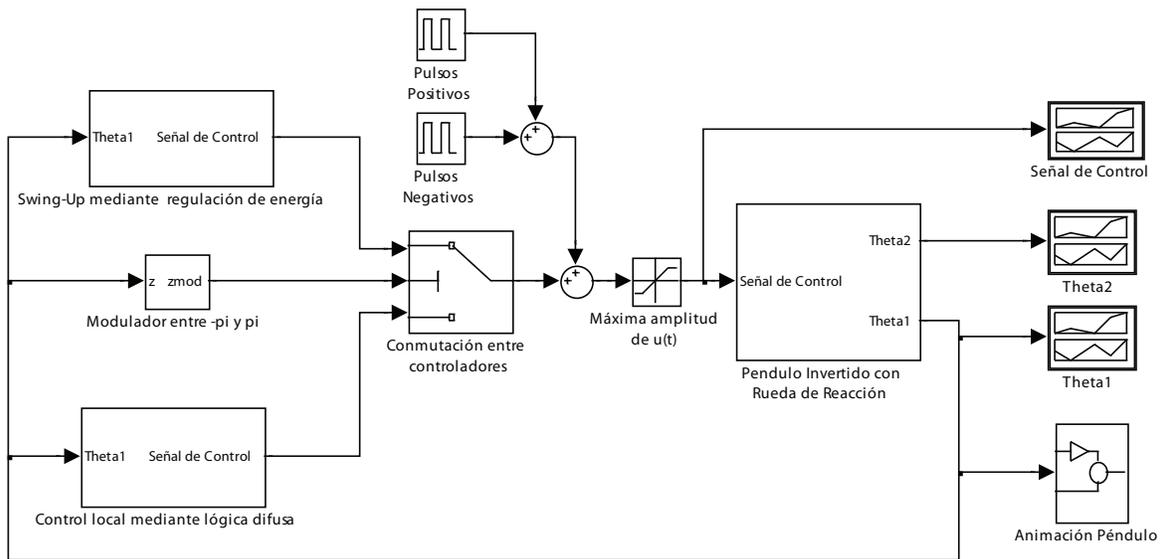


Figura 3.15: Sistema de control bajo perturbaciones en la señal de control.

Las perturbaciones se realizaron con pulsos positivos y negativos de igual magnitud, obteniendo un comportamiento mostrado en las figuras 3.16, 3.17 y 3.18.

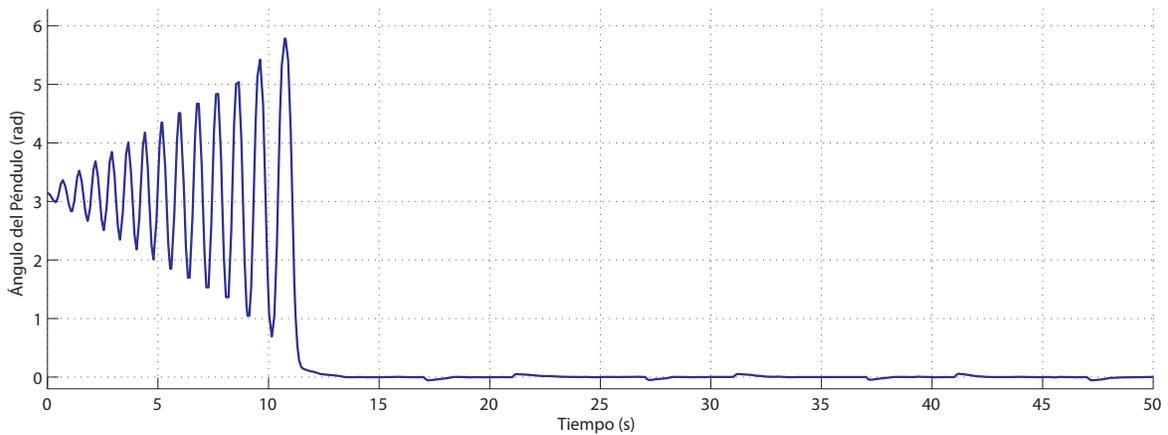


Figura 3.16: Comportamiento del péndulo ante perturbaciones en la señal de control.

En la figura 3.16 se puede observar que sin importar que el sistema es perturbado por un pulso con una amplitud igual a la máxima que le puede ser aplicada como se muestra en la figura 3.17, el sistema se mantiene cerca la posición de equilibrio.

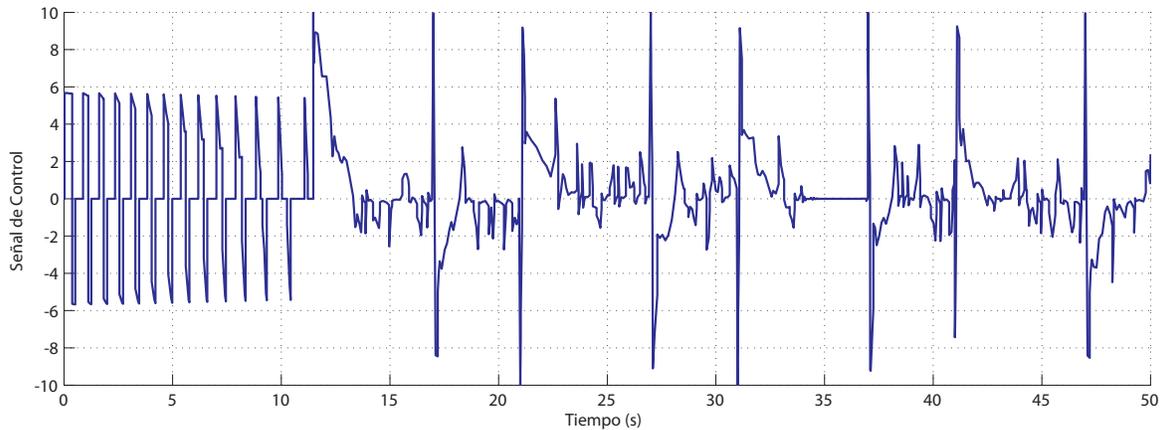


Figura 3.17: Señal de control perturbada aplicada al sistema.

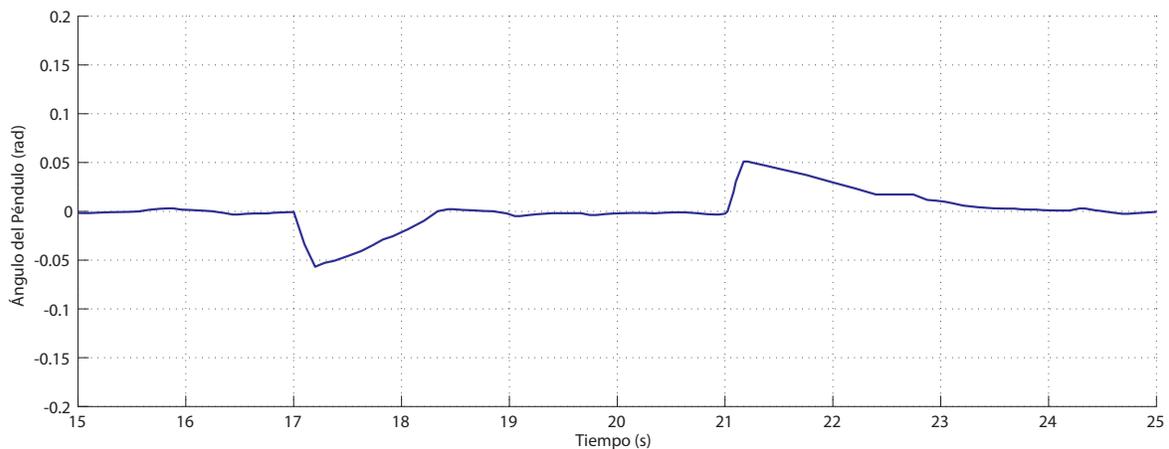


Figura 3.18: Comportamiento alrededor del punto de equilibrio ante las perturbaciones.

Los pulsos aplicados afectan la posición del péndulo, desplazándolo hasta aproximadamente un ángulo de 0.055 rad (es decir $3,15^\circ$) como se puede observar en la figura 3.18, pero esto es corregido por el controlador difuso que tarda aproximadamente 1.3 s en devolverlo a su posición de equilibrio.

Perturbaciones en sensores

Algunas ocasiones cuando el sistema está operando, los sensores que se utilizan para medir las variables que actúan en él, entregan medidas erróneas debido a fallos ocurridos por distintos motivos como lo son la sintonización, el ajuste, entre otros. El péndulo invertido con rueda de reacción cuenta con dos sensores los cuales miden el ángulo del péndulo y el ángulo de la rueda siendo este último, de poca importancia pues no se le está realizando control directamente a la rueda así que ésta puede girar libremente mientras no afecte la posición del péndulo.

Con el fin de evaluar que tan sensible es el controlador ante este tipo de errores por la medición, a la señal que contiene el valor medido del ángulo θ_1 (posición angular del péndulo) se le sumó una señal sinusoidal de pequeña amplitud y poca frecuencia, como se muestra en la figura 3.19, consiguiendo así, que el sistema de control reciba una medida errada de la posición del péndulo.

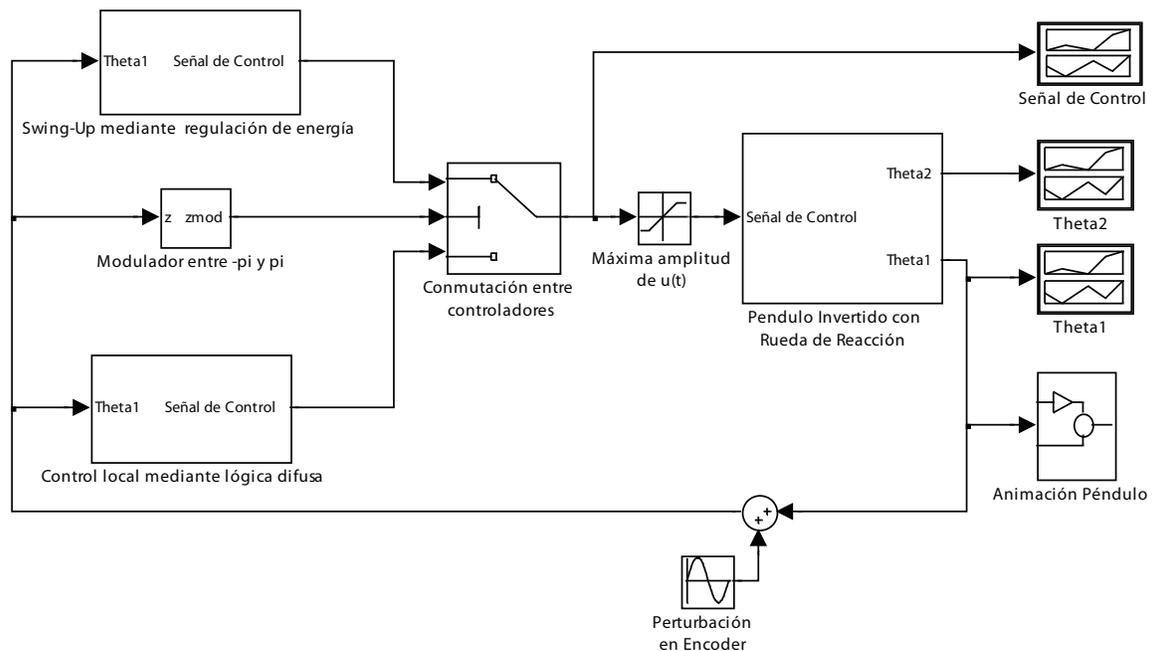


Figura 3.19: Sistema de control con perturbaciones en el sensor.

La señal sinusoidal que representa la perturbación obtenida en el sensor que mide θ_1 tiene una amplitud de 0.01745 rad (1°) y una frecuencia de 4 rad/s, obteniendo de esta manera, un comportamiento del controlador como se muestra en la figura 3.20.

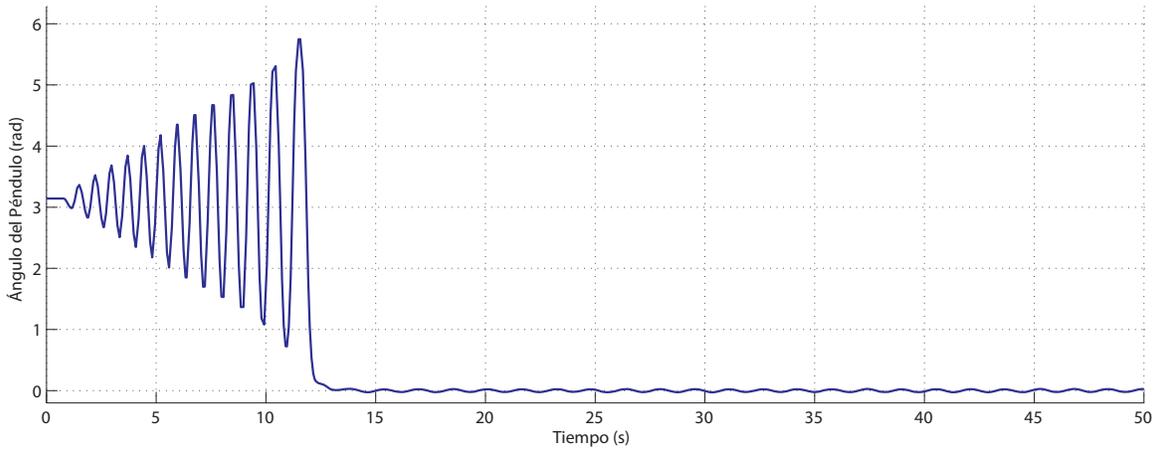


Figura 3.20: Comportamiento del ángulo θ_1 del péndulo ante perturbación en sensores.

Al encontrarse afectado el sistema de esta manera, el controlador siempre verá un ángulo distinto al real, aplicando una señal de control como se muestra en 3.21.

Debido a que el controlador siempre enviará una señal de control por no recibir el valor real de la posición donde se encuentra el péndulo, éste siempre estará oscilando alrededor del punto de equilibrio como se muestra en la figura 3.22.

Perturbación en encoder y en señal de control

Muchas veces los sistemas de control no son perturbados por una única señal, presentándose un mal escenario ante el cual el controlador debe tener una buena respuesta haciendo que la planta se mantenga dentro del rango de operación.

El sistema es perturbado por la combinación de las dos perturbaciones planteadas

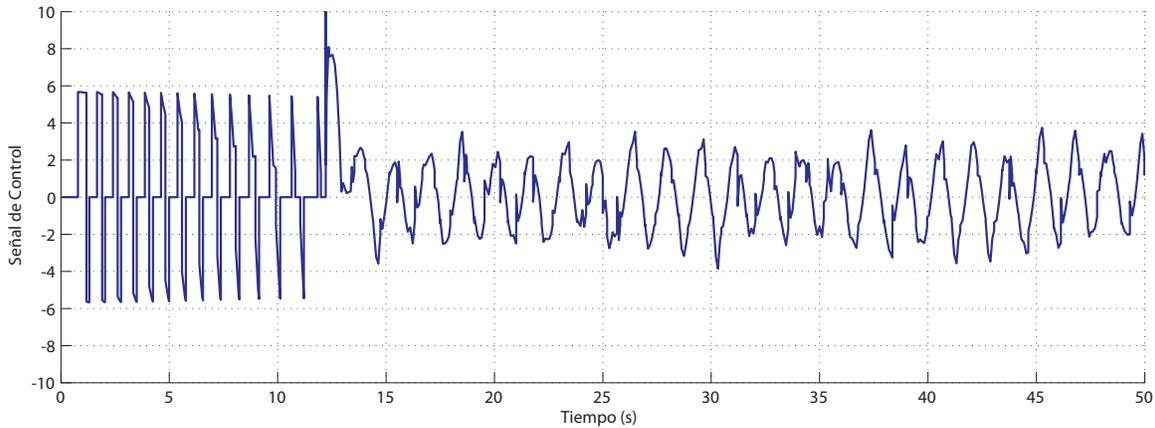


Figura 3.21: Señal de control enviada al sistema debido a medida errónea en sensores.

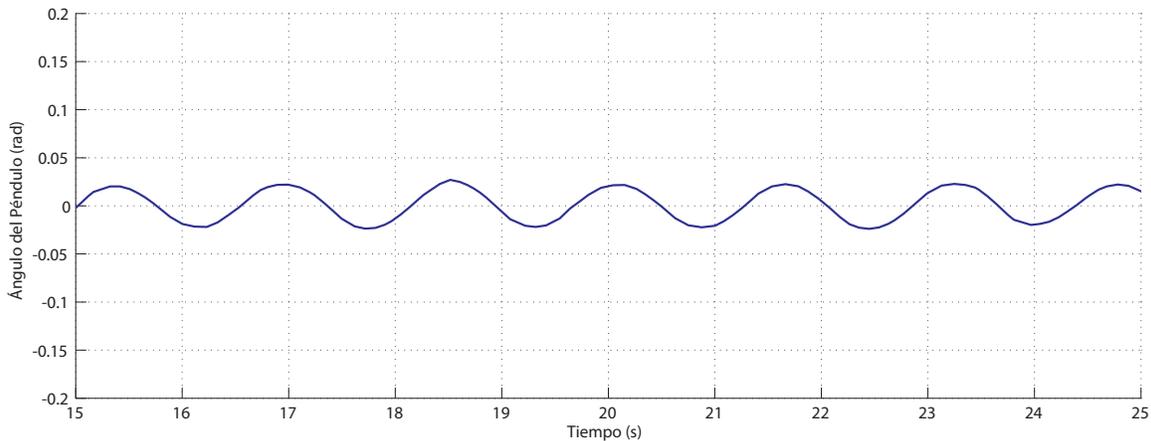


Figura 3.22: Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbación en encoder.

de igual manera que las ya presentadas, es decir, se agregaron perturbaciones con amplitudes de 10 (UI), periodos de 10s y con duración de 10ms en los instantes 20s y 25s, a la vez que el sistema tiene un error en la medida debido a fallos en el encoder que es representada por una señal de forma sinusoidal, amplitud de 0.01745 rad (1°) y una frecuencia de 4 rad/s como se muestra en la figura 3.23, obteniendo un comportamiento en la planta como se muestra en la figura 3.24, donde se observa que el controlador logra que el sistema permanezca dentro del rango de operación.

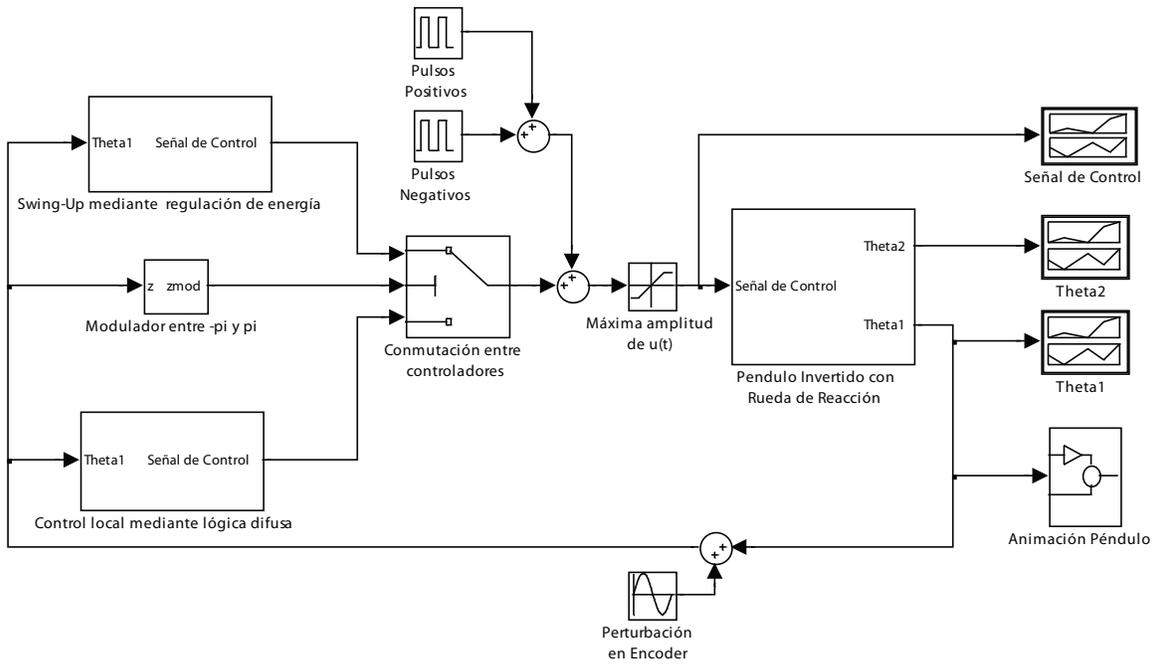


Figura 3.23: Sistema de control del péndulo con perturbación en encoder y señal de control.

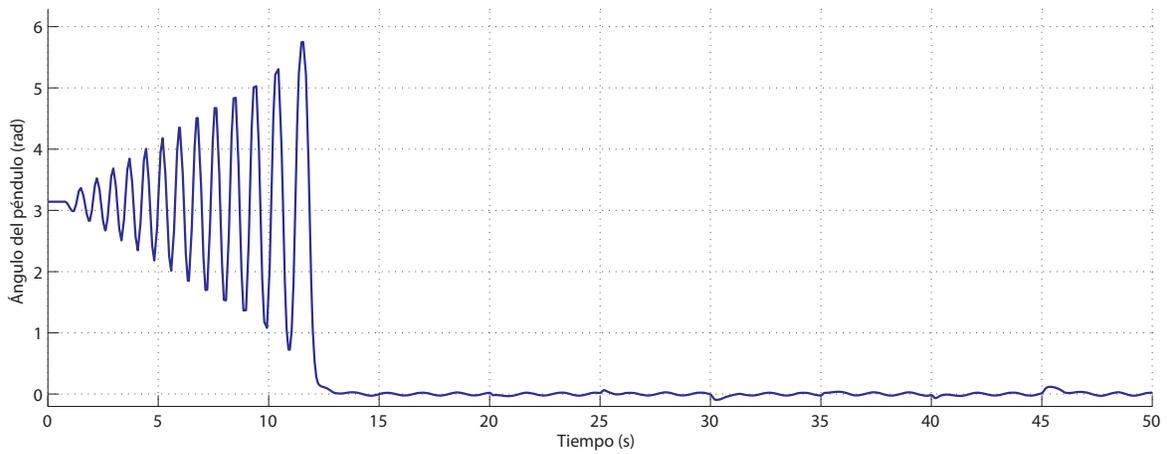


Figura 3.24: Comportamiento del péndulo con perturbación en encoder y señal de control.

Debido a las perturbaciones, con el fin de mantener el sistema en la posición de equilibrio se hace necesario que el controlador envíe fuertes señales de control la mayor parte del tiempo como se muestra en figura 3.25, debido a que el sistema de control siempre verá el péndulo en una posición distinta a la verdadera.

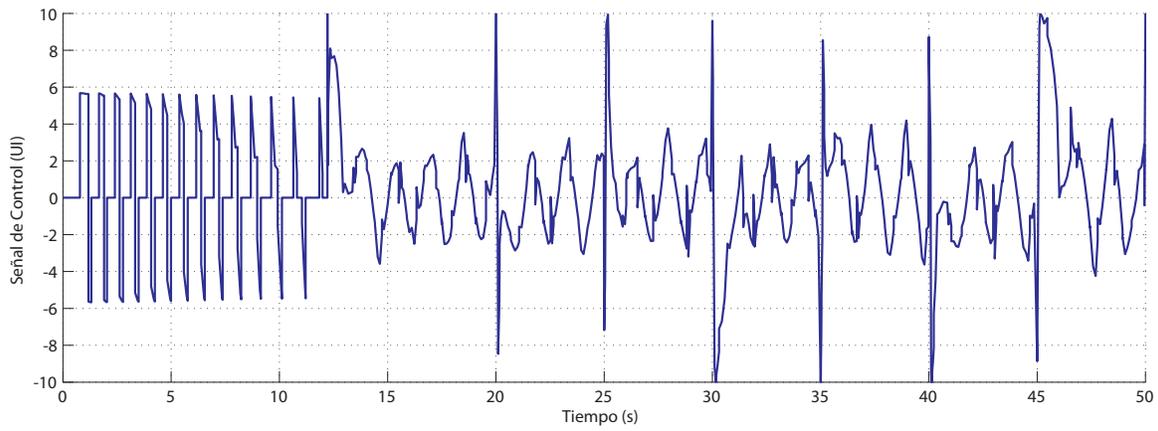


Figura 3.25: Señal de control para contrarrestar las perturbaciones en encoder y señal de control.

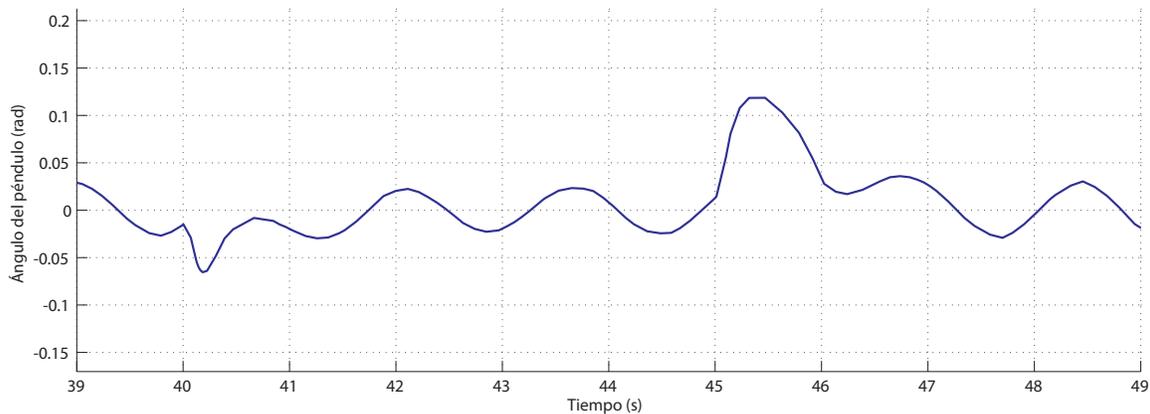


Figura 3.26: Oscilaciones alrededor del punto de equilibrio por perturbaciones en encoder y señal de control.

Al recibir las perturbaciones simultaneas, el sistema tiende a alejarse una distancia considerable de la posición de equilibrio ($\theta_1 = 0$) llegando hasta valores como 0.12 rad (aproximadamente 7°). A pesar de estas perturbaciones el sistema de control tiene la capacidad de mantener el péndulo dentro del rango como se muestra en la figura 3.26.

Capítulo 4

CONCLUSIONES

- El proceso de modelado del péndulo invertido con rueda de reacción es una compleja tarea que requiere de un profundo conocimiento matemático y de un minucioso análisis del comportamiento físico, siendo esta una de las grandes dificultades que se presenta durante el diseño de un sistema de control.
- Actualmente, existe gran cantidad de planteamientos teóricos alrededor de la lógica difusa para la aplicación en distintas áreas de la ciencia. El diseño de sistemas de control automático no ha sido la excepción, puesto que se han desarrollado herramientas con las cuales se incorporan sentencias lingüísticas al diseño de una tarea de control. Esto resulta bastante conveniente ya que permite incluir el conocimiento empírico de los operadores del proceso.
- La correcta operación del sistema de control utilizando lógica difusa depende únicamente de que tan minucioso sea el análisis del comportamiento de la planta y la descripción mediante sentencias lingüísticas obtenidas del operador, logrando así, evitar la difícil tarea de representar matemáticamente el sistema que se desea controlar.
- Debido a que no existen criterios matemáticos para evaluar el controlador difuso, esta metodología introduce problemas de índole práctico, ya que después de atravesar el proceso de diseño y obtener resultados (pobres) no satisfactorios, obliga a rediseñar el controlador en su totalidad.

- Una desventaja de este método radica en los altos costos de procesamiento que se deben realizar entre instantes de muestreo, pues se incorpora el tiempo de procesamiento del fusificador y defusificador al lazo de control, tiempo que es mayor en comparación al tiempo de procesamiento necesario.
- El sistema de control difuso demuestra ser robusto ante perturbaciones introducidas en la señal de control y ruidos en los sensores logrando mantener el sistema cerca a la referencia.

Bibliografía

- [1] M. SPONG and K. J. AMSTRON, *The Reaction Wheel Pendulum*, 2001.
- [2] Q. I. Educate, *Mechatronics Control Kit Model M-1*, 2001.
- [3] L. ZADEH, “Fuzzy sets,” *Information and control*, pp. 338–353, 1965.
- [4] —, “Is there need for fuzzy logic?” *IEEE*, pp. 1–3, 2008.
- [5] S. KOURO and R. MUSALEM, “Control mediante lógica difusa,” *Técnicas modernas automaticas*, pp. 1–7, 2002.
- [6] A. ALZATE, *Control Difuso*. Universidad Tecnologica de Pereira, 2001.
- [7] J. HILERA and V. JIMÉNEZ, *Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones.*, Rama, Ed., 1995.
- [8] D. GIRALDO and I. TABARES, “Control de velocidad de un motor dc utilizando lógica difusa,” *Scientia Et Technica*, no. 9, pp. 111–119, Abril 1999.
- [9] H. ACOSTA, “Diseño de controladores dedicados a la logica difusa.” Ph.D. dissertation, Universidad Autónoma de Madrid, Octubre 2006.
- [10] H. KHALIL, *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2001.
- [11] LATHI, *Introducción A La Teoría Y Sistemas de Comunicación*, E. Limusa, Ed. Grupo Noriega Editores, 1999.