

**DEFINICIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN COLOMBIA USANDO  
REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

**JULIANA ARISTIZÁBAL OSPINA**

**ANDRÉS FELIPE BOLÍVAR MORENO**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA.  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
PEREIRA 2008**

**DEFINICIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN COLOMBIA USANDO  
REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

**JULIANA ARISTIZÁBAL OSPINA**

**ANDRÉS FELIPE BOLÍVAR MORENO**

**Proyecto de grado presentado como requisito para optar por el título de**

**Ingeniero Electricista.**

**Director:**

**MsC. ALEXANDER MOLINA CABRERA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA.**

**PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PROYECTO DE GRADO**

**PEREIRA 2008**

MAYO DE 2008

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

Diego González Ocampo  
Aspirante a MsC. Universidad Tecnológica de Pereira  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Firma del Jurado

---

MsC. Alexander Molina Cabrera  
Firma del Director

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos especialmente al MsC. Alexander Molina Cabrera por el tiempo y la ayuda prestada durante el desarrollo de nuestro trabajo de grado.

## **RESUMEN**

En este trabajo de grado, se presenta el desarrollo y la implementación de un modelo para la obtención de portafolios eficientes en la compra de energía eléctrica en Colombia utilizando redes neuronales artificiales. Para este fin se realiza un estudio de la composición del Mercado Eléctrico Mayorista y de algunas variables que afectan el precio de la energía. Los datos de entrada utilizados para el entrenamiento de la red fueron el precio de la energía para usuarios no regulados, el volumen de energía tranzado, el Producto Interno Bruto (PIB), rendimientos y el precio del dólar. El conjunto de entrenamiento corresponde a datos desde enero de 2000 hasta febrero de 2008, con los que se realizó la validación del modelo.

## **ABSTRACT**

In this work, presents the development and implementation a model for obtaining efficient portfolios in purchasing power in Colombia using artificial neural networks. To this end are a study of the composition of the electricity market Wholesaler and some variables affecting the price of energy. The input data used for training of the network were the price of energy for users unregulated, Tranz the volume of energy, the Gross Domestic Product (GDP), yields and the price of the dollar. The joint training corresponds to data from January 2000 to February 2008, which was conducted to validate the model.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
1.1 IMPORTANCIA DE LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO ELÉCTRICO COLOMBIANO	11
1.2 OBJETIVO GENERAL	13
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
1.4 JUSTIFICACIÓN	14
1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO	15
<b>2. FUNCIONAMIENTO DE LA BOLSA DE ENERGÍA</b>	<b>17</b>
2.1 ÓRGANOS DE REGULACIÓN, CONTROL Y PLANEACIÓN	18
2.1.1 Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG)	19
2.1.2 Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD)	19
2.1.3 Unidad de Planeación Minero Energética (UPME)	20
2.2 ORGANISMOS DE OPERACIÓN Y ADMINISTRACIÓN	20
2.2.1 Centro Nacional de Despacho (CND)	20
2.2.2 Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales (ASIC)	20
2.2.3 Liquidador y Administrador de Cuentas del Sistema de Transmisión Nacional (LAC)	21
2.2.4 Compañía de Expertos en Mercados (XM)	21
2.3 ORGANISMOS ASESORES Y CONSULTORES	21
2.3.1 Comité Asesor de Comercialización (CAC)	21
2.3.2 Comité Asesor de Planeamiento de la Transmisión (CAPT)	22
2.3.3 Consejo Nacional de Operación (CNO)	22
2.4 CLASES DE USUARIOS	23
2.4.1 Usuarios no regulados	23
2.4.2 Usuarios regulados	23

2.5 AGENTES DEL MERCADO ELÉCTRICO MAYORISTA -----	24
2.5.1 Generadores -----	24
2.5.2 Transmisores -----	27
2.5.3 Distribuidores -----	27
2.5.4 Comercializadores -----	28
2.5.5 Pagos a los agentes del Mercado Mayorista -----	28
2.5.6 Garantías Financieras -----	29
2.6 REGISTRO DE LOS AGENTES DEL MERCADO MAYORISTA -----	30
2.7 CAUSAS DE RETIRO DE AGENTES DEL MERCADO MAYORISTA -----	31
2.8 TRANSACCIONES COMERCIALES -----	32
2.8.1 Contrato pague lo contratado -----	33
2.8.2 Contrato pague lo demandado -----	33
2.8.3 Contrato pague lo contratado condicional -----	34
2.8.4 Terminación de contratos -----	34
2.8.5 Facturación, cobranzas y liquidación de los contratos de energía -----	34
2.8.6 Facturación, cobranzas y liquidación en la Bolsa de Energía -----	35
2.9 DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD Y PRECIO DE OFERTA -----	35
2.10 PROGRAMA DE DESPACHO ECONÓMICO -----	36
2.10.1 Despacho programado -----	37
2.10.2 Redespacho -----	38
2.10.3 Despacho ideal -----	38
2.10.4 Restricciones -----	38
2.10.5 Reconciliaciones -----	39
2.11 CARGO POR CAPACIDAD -----	40
<b>3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES -----</b>	<b>41</b>
3.1 CARACTERÍSTICAS DE UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL -----	42
3.2 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA -----	42
3.3 TOPOLOGÍA DE UNA RED NEURONAL -----	46

3.4 PRINCIPALES TIPOS DE REDES NEURONALES -----	51
3.4.1 Perceptrón -----	51
3.4.2 Adaline -----	61
3.4.3 Backpropagation -----	63
<b>4. DEFINICIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN -----</b>	<b>76</b>
4.1 SELECCIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN -----	78
4.2 PORTAFOLIO MANAGER O ADMINISTRADOR DE PORTAFOLIOS -----	81
4.3 FRONTERA EFICIENTE -----	85
4.3.1 Cálculo de la frontera eficiente -----	89
4.3.2 Aplicación de la frontera eficiente en la práctica -----	89
4.3.3 Principales usos de la frontera eficiente -----	90
<b>5. IMPLEMENTACIÓN -----</b>	<b>92</b>
<b>6. CONCLUSIONES -----</b>	<b>109</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA -----</b>	<b>111</b>



## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Principales tipos de funciones de transferencia</i>	43
<i>Tabla 2. Datos de entrada para el entrenamiento de la red neuronal</i>	101
<i>Tabla 3. Portafolio de inversión</i>	106

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Esquema institucional del mercado eléctrico Colombiano</i>	22
<i>Figura 2. Diagrama del despacho energético nacional</i>	37
<i>Figura 3. Modelo de una Neurona de una sola entrada</i>	42
<i>Figura 4. Función de transferencia limitador fuerte (hardlim)</i>	44
<i>Figura 5. Función de transferencia lineal (purelin)</i>	45
<i>Figura 6. Función de transferencia sigmoideal (logsig)</i>	46
<i>Figura 7. Esquema de una neurona con múltiples entradas</i>	46
<i>Figura 8. Notación abreviada de una neurona con múltiples entradas</i>	47
<i>Figura 9. Notación abreviada de una Red Neuronal de tres capas</i>	49
<i>Figura 10. Red tipo Perceptrón</i>	51
<i>Figura 11. Decisión de Frontera</i>	60
<i>Figura 12. Estructura de una Red Neuronal Tipo Adaline</i>	61
<i>Figura 13. Actualización de los pesos en el algoritmo LMS de la Red Neuronal tipo Adaline</i>	63
<i>Figura 14. Red neuronal con tres capas</i>	65
<i>Figura 15. Superficie típica de error</i>	75
<i>Figura 16. Proceso de inversión</i>	78
<i>Figura 17. Gráfico de diversificación</i>	80
<i>Figura 18. Ubicación de portafolios según rendimiento y riesgo</i>	85
<i>Figura 19. Frontera eficiente</i>	87
<i>Figura 20. Plano formado por la unión de los portafolios</i>	88
<i>Figura 21. Construcción de un portafolio z a partir de dos portafolios de la frontera</i>	88
<i>Figura 22. Red Neuronal implementada</i>	93
<i>Figura 23. Precio dólar vs Precio contrato</i>	95
<i>Figura 24. Precio dólar vs Precio bolsa</i>	95
<i>Figura 25. Energía exportada vs Precio contrato</i>	96
<i>Figura 26. PIB vs Precio bolsa</i>	97
<i>Figura 27. PIB vs Precio contrato</i>	97
<i>Figura 28. Resultado del entrenamiento para un error de <math>1 \times 10^{-4}</math></i>	102
<i>Figura 29. Resultado del entrenamiento para un error de <math>1 \times 10^{-5}</math></i>	103
<i>Figura 30. Resultado del entrenamiento para un error de <math>1 \times 10^{-6}</math></i>	104
<i>Figura 31. Resultado de la red con los datos de validación para un error de <math>1 \times 10^{-6}</math></i>	105
<i>Figura 32. Frontera eficiente para invertir en contrato</i>	107
<i>Figura 33. Frontera eficiente para invertir en bolsa</i>	108
<i>Figura 34. Frontera eficiente para invertir en contrato y en bolsa</i>	108

## 1. INTRODUCCIÓN

### *1.1. IMPORTANCIA DE LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO ELÉCTRICO COLOMBIANO*

Desde hace varios años, el mercado de energía eléctrica colombiano ha evolucionado convirtiéndose en un sistema desregulado, que permite una libre competencia entre todos los agentes que desarrollan las actividades de generación, transmisión, distribución y comercialización. Estos agentes se encuentran sometidos a una serie de reglas comerciales necesarias en el Mercado Eléctrico Mayorista, el cual es relativamente joven, con características únicas que lo hacen diferentes del resto de mercados existentes.

Las empresas comercializadoras y distribuidoras – comercializadoras, realicen o no una de tales actividades en forma combinada con la generación, cualquiera sea la actividad principal, hacen algunas de las compras de energía eléctrica, destinadas a cubrir la demanda de su mercado regulado por medio de varios tipos de contratos con ventajas y desventajas tanto para el comprador como para el vendedor.

Contratos como pague lo contratado tienen la ventaja que para el comprador y el vendedor les permite asegurar precios y no se exponen en la bolsa, permitiendo de esta manera al comprador estabilizar su flujo de egresos y al vendedor estabilizar su flujo de ingresos, pero tiene la desventaja de que al comprador lo arriesga a comprar en bolsa por cambios en la demanda y al vendedor le implica

obligatoriedad de venta por lo cual corre el riesgo de exposición a la bolsa si no posee un buen respaldo.

De igual manera, el tipo de contrato pague lo demandado le da la ventaja al comprador de que nunca tendrá excedentes en bolsa y si el contrato no tiene un tope le cubre de una manera total su exposición a la bolsa, pero le trae la desventaja de que este tipo de contrato suele tener precios más altos que el contrato pague lo contratado; al vendedor le da la ventaja de poder lograr condiciones comerciales más favorables, pero le da la desventaja de estar expuesto a la volatilidad de la demanda del comprador debido a que este contrato le implica obligatoriedad de entrega.

Entonces para que en un mercado competitivo se de una competencia efectiva, se hace necesario que estos agentes posean herramientas que les ayuden a definir estrategias de oferta y analizar el comportamiento de los precios en bolsa y en contratos que les permitan seleccionar un portafolio de inversiones adecuado. Por lo mencionado anteriormente la predicción y selección de un portafolio de inversiones para los distintos agentes del mercado, es un aspecto importante en la toma de decisiones relacionadas con los dos aspectos a través de los cuales opera el mercado de energía mayorista (contratos bilaterales y bolsa de energía).

## ***1.2 OBJETIVO GENERAL***

- Generar una herramienta para la definición de portafolios de inversión en el mercado eléctrico colombiano utilizando redes neuronales artificiales.

## ***1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS***

- Alcanzar el estado del arte mediante la recopilación de bibliografía necesaria para desarrollar el tema de estudio.
- Estudiar las redes neuronales y su aplicación en predicción.
- Construir una base de datos para la determinación de portafolios y definición del conjunto de entradas a la red neuronal.
- Implementar computacionalmente la red neuronal para el entrenamiento.

## *1.4 JUSTIFICACIÓN*

Generalmente los mercados funcionan equilibrando la oferta y la demanda, pero el mercado eléctrico presenta una complicación adicional debido a que no puede almacenar stocks para venderlos más adelante cuando la demanda aumenta.

En el mercado eléctrico colombiano se regulan las cuatro actividades del sector: generación, transmisión, distribución y comercialización, además se promueve la libre competencia de tales actividades y se regulan aquellas en que la libre competencia no garantice eficiencia en términos económicos (como lo es la distribución y en menor medida la transmisión). Sin embargo, el mercado eléctrico posee una gran inestabilidad en los precios de la energía, debido a factores únicos y característicos de este mercado, como la dependencia con los diferentes factores tales como: la recesión económica, el conflicto armado del país, fenómeno del niño, precios del combustible, estado del tiempo, entre otros.

Debido a esto, se convierte en una necesidad primordial de los diferentes agentes involucrados en el mercado eléctrico, poseer métodos o herramientas que les permitan predecir el comportamiento del costo de la energía en bolsa y del costo de la energía en contratos y seleccionar un portafolio de inversiones adecuado, que se define como la distribución óptima de las inversiones de acuerdo a la rentabilidad esperada y al riesgo de las diferentes alternativas de decisión, permitiéndole a las empresas volverse más competitivas en el mercado desregulado.

Las redes neuronales se presentan como una buena y fácil alternativa para aproximar la evolución de los precios en bolsa y seleccionar un portafolio de energía, debido a que estas redes usan información netamente numérica en su proceso de aprendizaje, para responder luego a situaciones específicas que incluso no se conocían en el proceso de entrenamiento.

De igual manera la teoría de redes neuronales ha brindado una alternativa de solución para problemas que tratados por medio de métodos convencionales no han entregado resultados muy convincentes como en el caso de la predicción, siendo ésta una de las aplicaciones más exitosas de las redes neuronales artificiales.

Tomar a las redes neuronales como una alternativa de solución a un problema de predicción y más específicamente a un problema de predicción de portafolios, se hace muy tentativo debido a que ya se han desarrollado potentes algoritmos de aprendizaje de gran valor práctico y resultados convincentes en esta área. Además de esto, el potencial de una red neuronal no está en almacenar su conocimiento en instrucciones sino que el potencial de la una red está en su topología y en los valores de las conexiones entre neuronas.

### ***1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO***

En el segundo capítulo se habla acerca del funcionamiento de la bolsa de energía, de los diferentes órganos involucrados en ésta, su estructura, clases de usuarios y los diversos agentes que interactúan en los procesos de generación, transmisión,

distribución y comercialización y la forma en que éstos reciben sus ingresos por concepto de las transacciones en la bolsa de energía. Además se habla sobre las garantías financieras en lo que respecta a las obligaciones que adquieren los agentes en el mercado mayorista, sobre el proceso de registro de un agente en el mercado y algunas de las causas de su retiro y los diferentes tipos de contrato existentes para realizar las transacciones comerciales.

El tercer capítulo trata sobre redes neuronales artificiales, sus características, algunas de las funciones de transferencia más utilizadas, principales tipos de redes neuronales y su topología.

En el cuarto capítulo se definen los portafolios de inversión, se habla de la importancia de seleccionar un portafolio de inversión para que sea lo más óptimo posible, de la función del portafolio manager o el administrador de carteras y de la implementación de la frontera eficiente para la obtención de portafolios con mayor rentabilidad y bajo riesgo.

En el quinto capítulo se muestra la implementación del modelo para la predicción de portafolios utilizando redes neuronales artificiales. Se exponen los datos con los cuales la red fue entrenada y los resultados obtenidos.



## 2. FUNCIONAMIENTO DE LA BOLSA DE ENERGÍA

Desde principios de los noventa el Estado Colombiano se inclinaba por abandonar el modelo centralizado para crear un modelo eléctrico más eficiente. Como consecuencia, fue dividido en las actividades de generación y comercialización donde se permitió la competencia y en la transmisión y distribución donde se mantuvo el monopolio y se regularon los ingresos.

Las empresas que se encontraban integradas verticalmente fueron obligadas a separar contablemente sus negocios. Se crearon reglas para asegurar la confiabilidad en la operación y administración del sistema eléctrico. Todos estos cambios llevaron a que el Estado cambiara su función frente a los servicios públicos, pasando de tener la obligación de prestarlos, a garantizar la prestación de los mismos.

En Colombia el sector eléctrico fue reestructurado permitiéndole la entrada al sector privado. Con las leyes 142 y 143 de 1994 fue creado el Mercado de Energía Mayorista y la Comisión de Regulación de Energía y Gas, siendo ésta la encargada de desarrollar la reglamentación del mercado mayorista.

Este nuevo esquema, entró en vigencia en 1995 con la entrada de la Bolsa de Energía, que se compone de un proceso operativo y otro comercial [10]. El proceso operativo parte del planeamiento operativo indicativo cuyo objetivo es establecer el costo de oportunidad del agua, teniendo en cuenta las posibilidades de un racionamiento en el futuro y la opción de generar a partir de plantas térmicas.

Luego el proceso operativo continúa con el despacho económico y termina con la coordinación de la operación y redespacho.

Por otra parte, el proceso comercial comienza con los datos del despacho real y las medidas de generación y consumo por parte de los agentes. Con estos datos, el Sistema de Intercambios Comerciales realiza la liquidación de acuerdo a la reglamentación.

Dentro de sus objetivos principales, la Bolsa de Energía busca establecer y operar un sistema de transacciones de energía en bloque que de incentivos, tanto a comercializadores como a generadores, de tal manera que se aseguren la producción y consumo de cantidades óptimas de energía en la forma más eficiente posible; proveer un conjunto de reglas que determinen las obligaciones financieras, por concepto de transacciones de energía y del suministro de servicios complementarios de energía por parte de los agentes participantes en la bolsa; y finalmente facilitar el establecimiento de un mercado competitivo de electricidad.

## ***2.1 ÓRGANOS DE REGULACIÓN, CONTROL Y PLANEACIÓN***

Estos organismos son utilizados como intervención estatal para asegurar una oferta energética eficiente, capaz de abastecer a los usuarios bajo criterios sociales, económicos y de viabilidad financiera. Para el logro de este objetivo, el Estado tiene la obligación de promover la competencia y de impedir prácticas monopolísticas o abuso de posición de dominio en el mercado.

**2.1.1 Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG).** Su objetivo principal es asegurar la prestación del servicio de energía y gas de forma adecuada, en beneficio de los usuarios garantizando calidad, oportunidad y estableciendo una regulación tarifaria para usuarios regulados y para actividades que son monopolio natural [24]. La CREG posee facultades para expedir reglas con el fin de preservar, crear y promover la buena competencia en la generación, para garantizar el libre acceso de los agentes a las redes de transporte y regular el funcionamiento del mercado mayorista de energía y gas combustible.

La CREG se encuentra adscrita al Ministerio de Minas y Energía y es integrada por el Ministro de Minas y Energía, el Ministro de Hacienda y Crédito Público, el Director del Departamento Nacional de Planeación, cinco expertos en asuntos energéticos elegidos por el Presidente de la República, por el Superintendente de Servicios Públicos Domiciliarios, que tiene voz pero no voto en la toma de decisiones.

**2.1.2 Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios (SSPD).** Es el encargado de evaluar y controlar la prestación eficiente de los servicios públicos, proteger los derechos de los usuarios y gestionar con agilidad, oportunidad y calidad las solicitudes de la ciudadanía.

La SSPD es independiente de las Comisiones de Regulación y cuenta con la colaboración inmediata de los Superintendentes delegados [25]. El Presidente de la

República, tiene la facultad de nombrar y remover al Superintendente y sus delegados.

**2.1.3 Unidad de Planeación Minero Energética (UPME).** Es la encargada de realizar la planeación del desarrollo sostenible de los sectores de minas y energía de Colombia, para formular las políticas de estado y la toma de decisiones en beneficio del país, mediante el procesamiento y el análisis de información, de tal manera que los planes para atender la demanda sean flexibles a cambios técnicos, económicos, financieros y ambientales; cumpliendo con requerimientos de calidad, seguridad y confiabilidad de acuerdo a lo estipulado por el Ministerio de Minas y Energía [7].

## ***2.2 ORGANISMOS DE OPERACIÓN Y ADMINISTRACIÓN***

**2.2.1 Centro Nacional de Despacho (CND).** Es el encargado de coordinar, supervisar y controlar las operaciones y transacciones que se dan entre los participantes del Mercado Eléctrico Mayorista; de igual manera realiza el despacho de generación, coordinando los distintos agentes que participan en la operación del Sistema Interconectado Nacional (SIN).

**2.2.2 Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales (ASIC).** Tiene como funciones registrar las fronteras comerciales y los contratos de energía a largo plazo, liquidar, facturar, cobrar el pago de los contratos de energía transados en la bolsa por los generadores y comercializadores; además realiza la gestión de

cartera y manejo de garantías. En general, el ASIC se encarga de administrar todas las tareas necesarias para que el Sistema de Intercambios Comerciales (SIC) funcione adecuadamente.

**2.2.3 Liquidador y Administrador de Cuentas del Sistema de Transmisión Nacional (LAC).** Cumple la tarea de la liquidación y facturación de los cargos del uso de las redes del Sistema Interconectado Nacional (SIN), administrando las cuentas que generan los agentes del mercado mayorista por el uso de estas redes.

**2.2.4 Compañía de Expertos en Mercados (XM).** Es una empresa del grupo ISA que presta servicios integrales de administración, operación y de desarrollo de mercados eléctricos mayoristas, fortaleciendo las relaciones comerciales de largo plazo con todos los agentes involucrados. De igual manera busca la convergencia entre los sectores de gas y electricidad y la integración energética latinoamericana.

## **2.3 ORGANISMOS ASESORES Y CONSULTORES**

**2.3.1. Comité Asesor de Comercialización (CAC).** Su tarea básicamente consiste en asistir a la CREG en la revisión de aspectos comerciales en el Mercado de Energía Mayorista, analizar cambios a las reglas comerciales de la bolsa y cualquier otro aspecto del SIC y recomendar pronta y eficazmente propuestas de solución a diferencias sometidas a su consideración en relación con el SIC.

**2.3.2 Comité Asesor de Planeamiento de la Transmisión (CAPT).** Tiene como finalidad servir de asesor a la UPME en la compatibilidad de criterios, estrategias y metodologías para la expansión del Sistema de Transmisión Nacional (STN).

**2.3.3 Consejo Nacional de Operación (CNO).** Tiene como función principal acordar los aspectos técnicos que garanticen que la operación conjunta del Sistema Interconectado Nacional (SIN) sea segura, confiable y económica. Las decisiones tomadas por el Consejo Nacional de Operación podrán ser revocables por la Comisión de Regulación de Energía y Gas Combustible.

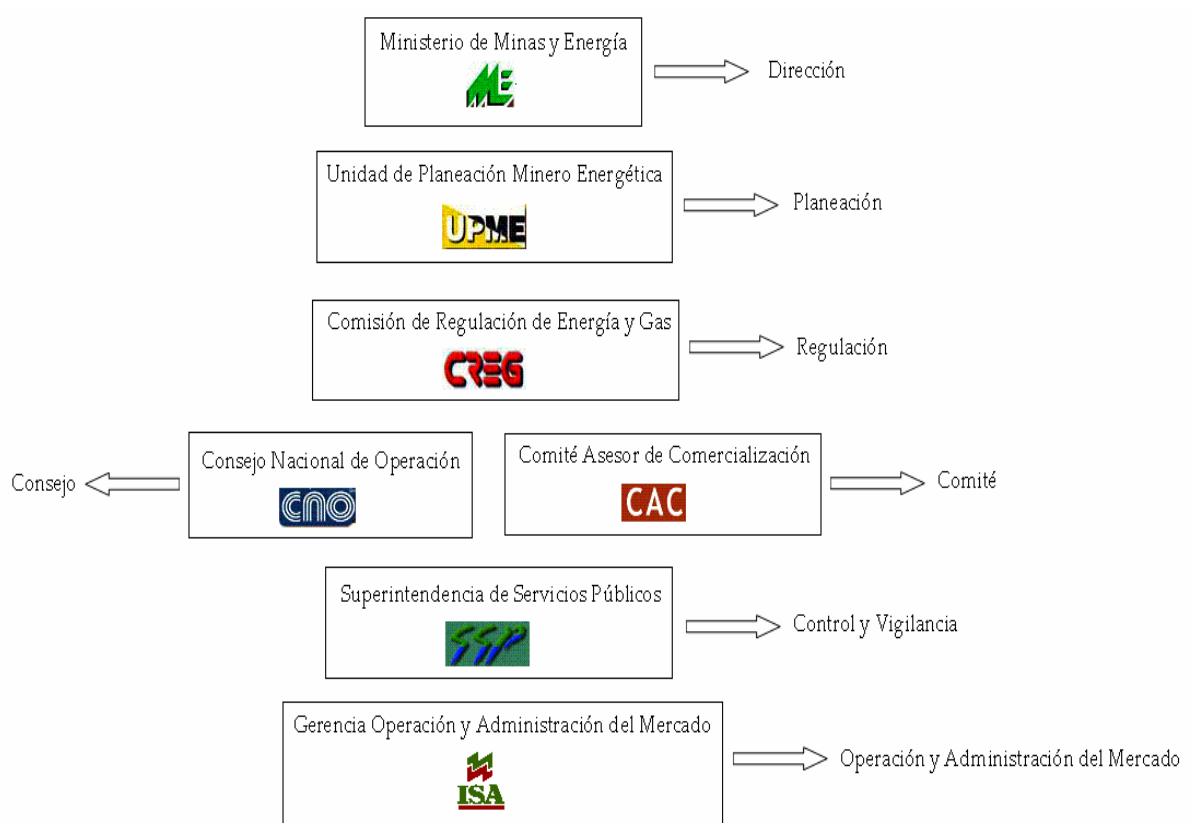


Figura 1. Esquema institucional del mercado eléctrico Colombiano de 1995

## **2.4 CLASES DE USUARIOS**

Todas las transacciones comerciales realizadas en el Mercado Eléctrico Mayorista Colombiano por los diferentes agentes involucrados en éste, tienen como fin satisfacer la demanda, es decir, proporcionar el servicio de energía eléctrica de manera continua a los usuarios finales [10]. Estos usuarios pueden ser de dos tipos: regulados o no regulados. Independientemente del mercado atendido los costos implícitos en la prestación de energía contienen los mismos componentes de generación, transmisión, distribución y comercialización; sin embargo, el comercializador puede aplicar un manejo diferente de los componentes dependiendo del mercado en el que actúe.

**2.4.1 Usuarios no regulados.** Se refiere a los grandes usuarios que pueden bajo contratos bilaterales, pactar los precios de venta y cantidades de energía con el comercializador. Estos usuarios demandan potencias superiores a los 100KW o su equivalente en consumo de energía de 55 MWh/mes.

**2.4.2 Usuarios regulados.** Son aquellos cuya demanda de potencia está por debajo de los 100KW y se encuentran sujetos a una fórmula tarifaria general regulada por la CREG y a un contrato de condiciones uniformes.

## **2.5 AGENTES DEL MERCADO ELÉCTRICO MAYORISTA**

Desde hace más de dos décadas, el Mercado Eléctrico Mayorista ha tenido una fuerte influencia por parte del sector privado, en donde el estado sólo se limita a controlar y regular las diferentes actividades del sector eléctrico. En 1994, con el fin de lograr la eficiencia en la prestación del servicio de electricidad y permitir la entrada a los diferentes agentes interesados en prestarlo, se creó un mercado mayorista competitivo basado en las leyes 142 y 143 de este año.

En este mercado de energía mayorista, participan agentes que desarrollan actividades tales como: generación, transmisión, distribución y comercialización.

**2.5.1 Generadores.** Los agentes generadores son los encargados de producir la energía eléctrica mediante una planta conectada al Sistema Interconectado Nacional (SIN). Esta energía producida, puede ser comercializada por medio de contratos bilaterales con otros agentes del sector como generadores, comercializadores o directamente con usuarios no regulados; de igual manera puede ser transada por medio de la bolsa de energía.

Para que un agente generador pueda ofertar su precio en la bolsa de energía diariamente y hacer la declaración de disponibilidad de sus recursos de generación, debe poseer una capacidad mayor de 20 MW y generación diferente a filo de agua. Dependiendo del aporte que cada agente generador proporcione a la firmeza del sistema, reciben un ingreso adicional que proviene del Cargo por



Capacidad. Debido a sus diferentes características los agentes generadores se dividen en varios tipos:

- Los generadores con capacidad mayor o igual a 20MW, tienen que ofertar para el Despacho Central de acuerdo a lo estipulado en la resolución CREG – 054 de 1994.

- Los generadores con capacidad entre 10MW y 20MW, no son obligados a ofertar para el Despacho Central.

- Los autogeneradores, son personas naturales o jurídicas que utilizan la red pública sólo para obtener respaldo del Sistema Interconectado Nacional, debido a que la energía eléctrica que producen tiene como finalidad exclusiva satisfacer sus propias necesidades.

- Los cogeneradores, son personas naturales o jurídicas que producen energía eléctrica utilizando un proceso de producción combinando energía hidroeléctrica y energía térmica. Esta energía producida, es destinada para el consumo propio o de terceros y a procesos comerciales e industriales. Los cogeneradores pueden vender sus excedentes y atender sus necesidades en el Mercado Eléctrico Mayorista cumpliendo los requisitos exigidos por la CREG, es decir, estos excedentes se pueden vender si el cogenerador cumple con los siguientes requisitos:

- Si produce energía eléctrica a partir de energía térmica, ésta energía eléctrica producida deberá ser mayor al 5% de la energía total generada por el sistema (térmica+eléctrica).

- Si produce energía térmica a partir de un proceso de generación de energía eléctrica, la energía térmica producida deberá ser mayor al 15% de la energía total generada por el sistema (térmica+eléctrica).

Tanto los cogeneradores como las plantas que no están obligados a ofertar para el Despacho Central, pueden comercializar la energía que ellos generan de la siguiente manera:

- Negociarla con otros generadores y comercializadores con precios pactados libremente, pero esta energía tiene que ser destinada exclusivamente a suplir las necesidades de Usuarios no Regulados.

- Vender su energía generada a un agente comercializador, que atienda un mercado regulado al Precio de Bolsa menos un peso moneda legal y sin pasar por una convocatoria pública.

- Ofrecerla a un agente comercializador que atienda un mercado regulado, pero pasando por las convocatorias públicas que éstas abran.

**2.5.2 Transmisores.** Son los agentes que se encargan del transporte de la energía eléctrica en el Sistema de Transmisión Nacional (STN). Estos agentes de transmisión deben permitir la conexión indiscriminadamente a sus redes por parte de cualquier usuario, agente generador o agente comercializador que lo solicite, bajo unas condiciones que garanticen la calidad, confiabilidad y continuidad del transporte de la energía eléctrica.

Para permitir que un usuario o agente generador o comercializador tenga acceso a las redes de propiedad de un transmisor, debe seguir el procedimiento elaborado por la UPME para solicitar conexiones al Sistema de Transmisión Nacional, que consiste en que el solicitante envíe al transportador los estudios respectivos y un formato debidamente diligenciado, que será analizado por éste para establecer un concepto y remitirlo junto con el formato tramitado a la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME), para emitir finalmente un concepto.

**2.5.3 Distribuidores.** Son los agentes encargados de transportar la energía en los sistemas de distribución: a) de transmisión regional (STR), que está compuesto por los activos de conexión al STN y el conjunto de líneas y subestaciones que operan a nivel de tensión cuatro. Un STR puede pertenecer a uno o más operadores de red. b) de distribución local (SDL), que está compuesto por el conjunto de líneas y subestaciones que operan a los niveles de tensión tres, dos y uno que se encuentran dedicados a la prestación del servicio en uno o varios mercados de comercialización.

En la actualidad, no todas las empresas comercializadoras son distribuidoras, pero todas las empresas distribuidoras si son comercializadoras. Igual que los agentes de transmisión, los distribuidores de energía deben permitir el acceso a los STR y a los SDL, a cualquier usuario, agente comercializador o generador que lo solicite, con procedimientos similares a los utilizados en la transmisión para la conexión. Los agentes que accedan a la red, deben pagar a los transmisores regionales y distribuidores locales los cargos por conexión y por uso de la red diferenciados por nivel de tensión.

**2.5.4 Comercializadores.** Son los agentes encargados de intermediar entre los agentes que generan, transmiten y distribuyen la energía con los usuarios finales. Estos agentes pueden comercializar la energía destinada al mercado regulado, no regulado o ambos.

**2.5.5 Pagos a los agentes del Mercado Mayorista.** Los ingresos generados por concepto de transacciones en la bolsa de energía, se le darán al agente cuando éste comunique vía fax o por cualquier otro medio de comunicación el pago de las facturas. El Administrador del SIC transferirá al agente vendedor la proporción respectiva del dinero recaudado por su transacción en la bolsa de energía, dentro de los tres días hábiles siguientes a la fecha de aviso de la respectiva consignación.

Para asignar un pago a un agente del mercado mayorista éste tiene que estar a paz y salvo con el Administrador del SIC, en caso de que el agente no lo esté las

acreditaciones que le corresponden se consideran automáticamente como pago de sus obligaciones con la Bolsa de Energía [1].

**2.5.6 Garantías Financieras.** El cumplimiento de todas las obligaciones que adquieran los generadores y comercializadores en el Mercado Mayorista de energía, será objeto de garantías a favor del Administrador del SIC. Estas garantías tienen la finalidad de asegurar el cumplimiento de las obligaciones de los agentes del Mercado Mayorista.

Las garantías financieras deben tener un monto no inferior al valor esperado de las compras del generador o comercializador en la Bolsa de Energía. El Administrador del SIC hace efectivas las garantías cuando el agente deudor incumple con las obligaciones adquiridas en la bolsa. Si la garantía no cubre la totalidad de la deuda del agente comprador, el Administrador del SIC reporta el incumplimiento de éste a la CREG y a la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios.

Si al primer día hábil del mes siguiente al vencimiento de la factura, el agente no ha efectuado el pago completo de su obligación, el Administrador del SIC solicitará a la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios la investigación y las sanciones respectivas. En este caso, el agente infractor tiene que reembolsar los gastos en que si incurra para el cobro efectivo de las obligaciones pendientes.

El riesgo de las cuentas por transacciones no cubiertas por garantía, serán asumidas por los agentes que trabajen con éstas. En este caso, se comparte entre los

demás agentes comercializadores y generadores en forma proporcional a las transacciones en bolsa en los meses no cubiertos por las garantías, sin perjuicio de que el deudor incumplido asuma plenamente su responsabilidad.

## ***2.6 REGISTRO DE LOS AGENTES DEL MERCADO MAYORISTA***

Para el registro de un agente en el Mercado Mayorista, se requiere por parte de éste: llenar el formulario de registro; informar por escrito al Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales (ASIC); presentar el certificado de existencia y representación legal expedido por la Cámara de Comercio, o el documento que prevean sus estatutos en las empresas oficiales; firmar el contrato de mandato con el ASIC para efectuar las transacciones comerciales que se efectúan en la bolsa de energía y para los servicios complementarios de energía; entregar las garantías financieras requeridas para respaldar las transacciones en la bolsa de energía, con al menos quince días de antelación en la fecha en que iniciará su participación en las transacciones del Mercado Mayorista; informar la ubicación de sus fronteras comerciales y las características técnicas de sus equipos de medición y comunicaciones [5].

Debe presentar además, los certificados de calibración de los equipos de medición comercial, expedidos por una entidad autorizada como lo estipula el Código de Redes; de igual manera de cumplir con las condiciones establecidas por la CREG para realizar las actividades de generación o comercialización o ambas, según sea el caso.

## ***2.7 CAUSAS DE RETIRO DE AGENTES DEL MERCADO MAYORISTA***

Se consideran causas de retiro de un agente del Mercado Mayorista: retiro voluntario del agente, pero teniendo previo cumplimiento de todas sus obligaciones con el Mercado Mayorista; por dejar de cumplir sus requisitos como agente del Mercado Mayorista; cuando se declara en estado de quiebra; por sanción impuesta por la Superintendencia, ante las causas graves que determine la CREG; por incumplimiento. El Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales o cualquier empresa víctima del incumplimiento de un acto o contrato de energía en la bolsa, puede solicitar a la CREG que pida a la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios la intervención de la empresa incumplida.

Si un agente del Mercado Mayorista entra en proceso de liquidación, la autoridad competente puede entrar a negociar la cesión de sus contratos a otros agentes, para que sustituyan a la primera en el cumplimiento de sus obligaciones. Esta cesión de contratos deberá ser registrada ante el Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales.

Cualquiera que sea la causa por la cual un agente decida no seguir participando del Mercado Mayorista, éste debe avisar Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales con cuatro meses de anticipación como mínimo y mientras ese período transcurra el agente seguirá estando sujeto a las normas de la CREG. Si un agente se encuentra en situación de disolución, deberá presentar la causal de ésta a la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios, a la

Nación a través del Ministerio de Minas y Energía, a la CREG y al Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales.

El retiro de un agente de Mercado Mayorista, no lo exime de las deudas que tuviese en el MEM; por lo tanto, el Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales debe continuar con la acción de cobro mientras existan deudas por los actos y contratos efectuados por medio de él.

## ***2.8 TRANSACCIONES COMERCIALES***

El mercado de energía mayorista se opera a través de contratos de largo plazo y bolsa de energía a corto plazo (menor de un día). Todos los contratos que se realicen entre comercializadores y generadores y se liquiden en la bolsa de energía tienen que ser registrados ante el Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales (ASIC), otorgando garantías o realizando los pagos anticipadamente.

Estos contratos no tienen restricción sobre el horizonte de tiempo que deben cubrir, ni en la capacidad que un agente generador o comercializador pueda comprometer en ellos.

Para que un contrato de energía a largo plazo pueda ser registrado por el Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales, se requiere que los contratantes realicen un contrato de mandato con éste para la facturación; pago y recaudo de los valores correspondientes a las transacciones de energía realizadas



en la Bolsa de Energía; cobro de las sanciones que se apliquen por errores. Además, deben presentar las garantías por la CREG o realizar los pagos anticipados para el comercializador y para el generador, a partir de la fecha de iniciación del contrato.

El Administrador del Sistema de Intercambios Comerciales no responde por el cumplimiento de las obligaciones que las partes de los contratos de energía asumen recíprocamente, debido a que las obligaciones del Administrador del SIC no se enmarcan como comercializador, ni dentro del proceso de compraventa de energía, sino que sus obligaciones son apoyo para este proceso [10].

**2.8.1 Contrato pague lo contratado.** Tipo de contrato en el que el comercializador se compromete a pagar toda la energía contratada, independiente de que ésta sea consumida o no. Este contrato tiene la ventaja que al comprador y al vendedor les permite asegurar precios y no se exponen en la bolsa, permitiendo de esta manera al comprador estabilizar su flujo de egresos y al vendedor estabilizar su flujo de ingresos, pero tiene la desventaja que el comprador se arriesga a comprar en bolsa por cambios en la demanda y al vendedor le implica obligatoriedad de venta por lo cual corre el riesgo de exposición a la bolsa si no posee un buen respaldo.

**2.8.2 Contrato pague lo demandado.** Tipo de contrato en el que el agente comprador solamente paga (a precio de contrato) su consumo. Este tipo de contrato le da la ventaja al comprador que nunca tendrá excedentes en bolsa y si el contrato no tiene un tope le cubre de una manera total su exposición a la bolsa, pero le trae la desventaja que este tipo de contrato suele tener precios más altos

que el contrato pague lo contratado; al vendedor le da la ventaja de poder lograr condiciones comerciales más favorables, pero le da la desventaja de estar expuesto a la volatilidad de la demanda del comprador debido a que este contrato le implica obligatoriedad de entrega.

**2.8.3 Contrato pague lo contratado condicional.** Este contrato sólo se despacha sí, con base en el precio (orden de méritos), se requiere total o parcialmente para atender la demanda del comercializador, si el consumo es menor que la energía contratada, este excedente se le paga al comercializador al precio de Bolsa correspondiente, según se trate de transacciones domésticas o internacionales.

**2.8.4 Terminación de contratos.** En caso de la terminación de un contrato entre dos agentes, es obligación de las partes involucradas informar al Administrador del SIC la finalización del contrato con una anticipación mínima de siete días calendario a su culminación. Si uno de los agentes involucrados en la terminación del contrato no está cumpliendo con sus obligaciones dentro del Mercado Mayorista de Energía, se informará a la CREG para que defina las medidas correspondientes.

**2.8.5 Facturación, cobranzas y liquidación de los contratos de energía.** Este proceso es realizado por los agentes involucrados en cada contrato. Para cada contrato el Administrador del SIC reporta a los contratantes la relación del contrato asignado horariamente, que sirve como soporte para el proceso de facturación entre los contratantes.

**2.8.6 Facturación, cobranzas y liquidación en la Bolsa de Energía.** Las facturaciones correspondientes a las transacciones en la Bolsa de Energía se realizan mensualmente dentro de los primeros diez días hábiles del mes siguiente a la transacción. En este proceso el Administrador del SIC actúa como mandatario, es decir, interviniendo en los procesos de emisión de facturas, liquidaciones y cobranzas por cuenta y orden de los agentes del Mercado Mayorista.

Llegado a darse el caso en que el Administrador del SIC no cumpla con la expedición de facturas y liquidaciones correspondientes dentro del plazo estipulado, será reportado ante la CREG, que se encargará de determinar las acciones correspondientes. Este modo de facturación implica que el comprador sea deudor con el agente que resulte vendedor [5]. Este sistema centralizado asegura que los pagos se efectúen conforme a que los deudores paguen sus cuentas.

Dado el caso en el que una empresa no esté rechace la facturación o liquidación, ésta deberá notificarlo por escrito dentro de los cinco días hábiles siguientes a la fecha de recibo de la factura. La factura o liquidación sólo podrá ser rechazada en casos de tachaduras, enmendaduras, facturas presentadas en fotocopias o inexistencia de documento soporte.

## ***2.9 DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD Y PRECIO DE OFERTA***

Todos los días antes de las ocho de la mañana, cada agente generador hace una oferta de precio (en \$/MWh) y la declaración de disponibilidad (en MW) de cada

uno de sus recursos de generación a nivel horario, para cada una de las veinticuatro horas siguientes.

El CND y el ASIC manejarán la información de ofertas y la declaración de disponibilidad suministrada por los generadores en forma confidencial. Esta información será de consulta pública a más tardar a las nueve horas del día de despacho. Si a las ocho horas los agentes generadores no han suministrado el precio de oferta al CND, éste asumirá las ofertas presentadas por el generador el día anterior o la última oferta válida; las declaraciones horarias de disponibilidad son tratadas de igual manera.

Cuando el nivel del embalse de un generador se encuentra por debajo del Mínimo Operativo Superior, su oferta es intervenida y cambiada. El fin de esta intervención es asegurar el cubrimiento de la demanda con el respaldo de un nivel de reservas aún en condiciones extremas de bajos caudales. Esta intervención tiene un precio que se calcula a partir de los costos de racionamiento de la UPME y el precio de oferta de referencia.

### ***2.10 PROGRAMA DE DESPACHO ECONÓMICO***

Esta etapa del proceso operativo, establece la programación de la generación para cubrir la demanda esperada más las exportaciones menos las importaciones internacionales, de tal forma que para cada hora se utilicen los recursos de menor

precio, cumpliendo con las condiciones límites que tiene el sistema como son los requisitos de reserva rodante, las inflexibilidades y las restricciones.

El CND es el encargado de elaborar el despacho para las veinticuatro horas del día y enviarlo a los agentes antes de las dos y cuarenta y cinco de la tarde, para su aplicación al día siguiente.

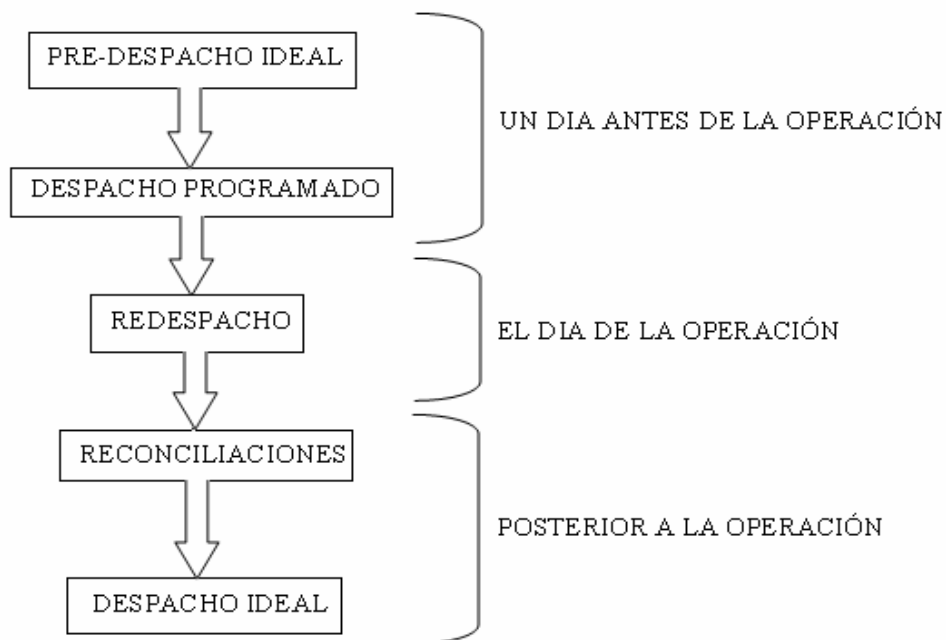


Figura 2. Diagrama del despacho energético nacional

**2.10.1 Despacho programado.** Programa de generación que se realiza para atender una predicción de demanda y que está sujeto a las restricciones del sistema, considerando la declaración de disponibilidad, la oferta de precios y asignando la

generación por orden de méritos de menor a mayor. Este despacho es el resultante de los redespachos realizados durante el día de operación.

**2.10.2 Redespacho.** Éste se presenta cuando durante el día se dan eventos en el sistema que obligan a modificar y ajustar el programa inicial. Eventos tales como la salida de unidades, las variaciones mayores de 20MW en la demanda, entrada de unidades que se encontraban en mantenimiento que aumentan la disponibilidad de generación, la disminución o aumento de aportes a las centrales filo de agua, la solicitud del CND a un agente generador de aumentar la disponibilidad declarada, con el fin de incrementar la seguridad en la operación del Sistema Interconectado Nacional (SIN).

**2.10.3 Despacho ideal.** Programa de generación que resulta de despachar los recursos más económicos para cubrir la demanda real considerando la disponibilidad comercial, las características técnicas e inflexibilidades de los generadores y sin considerar restricciones del sistema. Este despacho se realiza con posterioridad a la operación real.

**2.10.4 Restricciones.** Son limitaciones que se presentan en la operación del Sistema Interconectado Nacional, que tiene origen en la capacidad de la infraestructura eléctrica asociada como los activos de uso, activos de conexión o interconexiones internacionales, como también en la aplicación de criterios de seguridad y confiabilidad en el suministro de energía. Estas restricciones hacen que la operación del SIN sea más costosa. Existen dos tipos de restricciones:

- *La restricción eléctrica*, es la limitación de las interconexiones internacionales o en el equipamiento del SIN, como son los límites térmicos permitidos en la operación de los equipos de transporte y transformación y límites de operación de los elementos de protección.

- *La restricción operativa*, se da cuando es necesario realizar una exigencia operativa en el sistema eléctrico con el fin de garantizar la seguridad en las áreas operativas, cumplir con criterios de calidad y confiabilidad, satisfacer los requerimientos de compensación reactiva y de regulación de frecuencia del SIN y permitir tanto la estabilidad electromagnética como de tensión.

**2.10.5 Reconciliaciones.** Costos debidos a generación obligatoria para asegurar la confiabilidad y calidad de la operación del sistema. Establece la compensación que se debe aplicar a los generadores, para cada uno de sus recursos ofertado, cuando se presentan desviaciones. Estas reconciliaciones se presentan cuando el despacho programado difiere del despacho ideal, obligando al sistema a incurrir en costos adicionales. Existen dos tipos de reconciliaciones:

- *Reconciliación Positiva.* Esta se paga a los generadores que son despachados con un valor mayor al del despacho ideal y es calculada mediante la expresión:

$$Rec(+)_j = \min(\lambda_j, \lambda_{\max}) \quad (1)$$

En donde:  $\lambda_j$  : Precio de oferta del generador  $j$

$\lambda_{\max}$  : Tope definido por la CREG

- **Reconciliación Negativa.** Esta reconciliación se da cuando la cantidad de energía que se debe generar por causa de la reconciliación positiva, tiene que compensarse por otros generadores despachados en orden de mérito, disminuyendo su generación real. Estas reconciliaciones se calculan mediante la expresión:

$$Rec(-)_j = \frac{\lambda_j + \pi_t}{2} \quad (2)$$

En donde:  $\pi_t$  : Precio de bolsa

$\lambda_j$  : Oferta del generador  $j$

## 2.11 CARGO POR CAPACIDAD

El cargo por capacidad es el costo para remunerar las plantas que le confieren firmeza al sistema y compensar los bajos precios que pueda tener la Bolsa de Energía durante los períodos de invierno, de tal forma que se recupere la inversión en nuevas plantas eficientes que aseguren la confiabilidad del sistema en condiciones de sequía. Se recauda a través de los generadores con base en su energía despachada valorada al costo equivalente de energía (\$/kWh).



### 3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

El cerebro humano es una computadora muy eficiente, debido a que posee la facultad de interpretar a un ritmo increíblemente veloz la información suministrada por medio de los sentidos [3]. Varios investigadores han desarrollado desde hace más de tres décadas la teoría de las Redes Neuronales Artificiales basados en los procesos desarrollados por el cerebro.

Estas Redes Neuronales Artificiales emulan el comportamiento de las redes neuronales biológicas generalizando y aprendiendo de la experiencia, sin necesidad de ser programadas para dar solución a un problema.

Por este motivo, las redes neuronales han dado una alternativa a la computación clásica en la solución de problemas, en donde los métodos tradicionales no habían dado soluciones convincentes [18]. Las redes neuronales tiene la característica de responder de forma simultánea a las entradas que se les presentan, con las que serán entrenadas para dar solución a un problema determinado. El potencial de una red neuronal se encuentra en su topología y en los valores de las conexiones entre sus neuronas.

### 3.1 CARACTERÍSTICAS DE UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL

Un modelo que facilita el estudio de una neurona es el que se muestra a continuación, con una sola entrada y una sola salida:

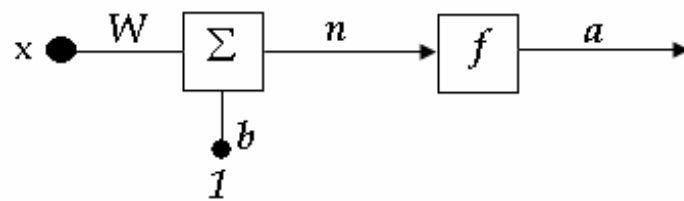


Figura 3. Modelo de una Neurona de una sola entrada

La señal de entrada  $X$  es una variable continua que pasa a través de una ganancia o peso ( $W$ ). El nodo sumatorio acumula la señal de entrada multiplicada por el peso y la entrega a la salida a través de una función de transferencia. La salida  $a$  es dada en función de la entrada y del peso, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$a = f(Wx + b) \quad (3)$$

### 3.2 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

La función de transferencia o función de activación, es la encargada de calcular el nivel de activación de la neurona en función de la entrada total y también denota la salida de la neurona. Básicamente las funciones de transferencia llevan a cabo dos tareas importantes dentro del proceso de aprendizaje de la red neuronal. La

primera, es que sirve para limitar la salida de una neurona, evitando de esta manera que los resultados no arrojen valores demasiado grandes; y la segunda, es que proporciona características de no linealidad lo que es muy importante en una Red Neuronal Artificial.











Nombre	Símbolo	Relación Entrada / Salida
1. <i>hardlim</i>		$a = 0 \quad n < 0$ $a = 1 \quad n \geq 0$
2. <i>hardlims</i>		$a = -1 \quad n < 0$ $a = 1 \quad n \geq 0$
3. <i>poslin</i>		$a = 0 \quad n < 0$ $a = n \quad n \geq 0$
4. <i>purelin</i>		$a = n$
5. <i>satlin</i>		$a = 0 \quad n < 0$ $a = n \quad 0 \leq n \leq 1$ $a = 1 \quad n > 1$
6. <i>satlins</i>		$a = -1 \quad n < -1$ $a = n \quad -1 \leq n \leq 1$ $a = 1 \quad n > 1$
7. <i>tribas</i>		$a = 1 -  n  \quad -1 < n < 1$ $a = 0 \quad \text{otro caso}$
8. <i>logsig</i>		$a = \frac{1}{1 + e^{-n}}$
9. <i>tansig</i>		$a = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$
10. <i>radbas</i>		$a = e^{-n^2}$

Tabla 1. Principales tipos de funciones de transferencia

Algunas funciones de transferencia utilizadas en las redes neuronales son:

- **Limitador fuerte (Hardlim).** Esta función de transferencia acerca a cero la salida de la red si el argumento de la función es menor que cero, pero si este argumento es mayor que cero acerca la salida de la red a uno. Esta función de transferencia es muy empleada en la red tipo *Perceptrón*, debido a que esta función crea neuronas que clasifican las entradas en dos categorías diferentes.

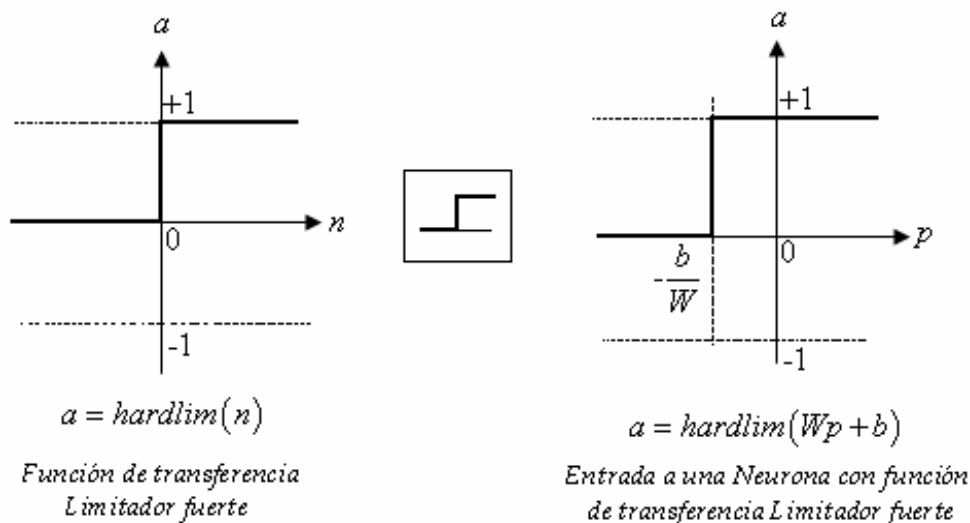


Figura 4. Función de transferencia limitador fuerte (*hardlim*)

Como se puede observar en la figura si  $n \geq 0$  entonces  $a = 1$  y si  $n < 0$  entonces  $a = 0$ .

- **Función de transferencia lineal (purelin).** Esta función de transferencia es muy utilizada en la red tipo *Adaline*, la salida de una función de transferencia lineal es igual a su entrada.

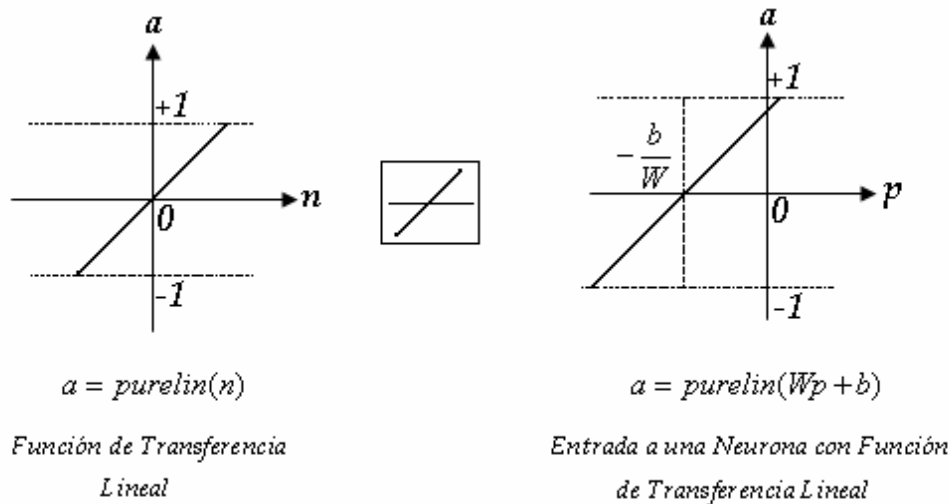


Figura 5. Función de transferencia lineal (*purelin*)

En la gráfica se puede observar la igualdad entre la salida y la entrada ( $a = n$ ) de una función de transferencia lineal, teniendo en cuenta el valor de ganancia  $b$ .

- **Función de transferencia sigmoideal (*logsig*)**. Esta función de transferencia toma valores de entrada entre más infinito y menos infinito, y restringe la salida a valores entre cero y uno, esta salida es obtenida por medio de la expresión:

$$a = \frac{1}{1 + e^{-n}} \quad (4)$$

Es muy utilizada en la red tipo *Backpropagation* (redes multicapa).

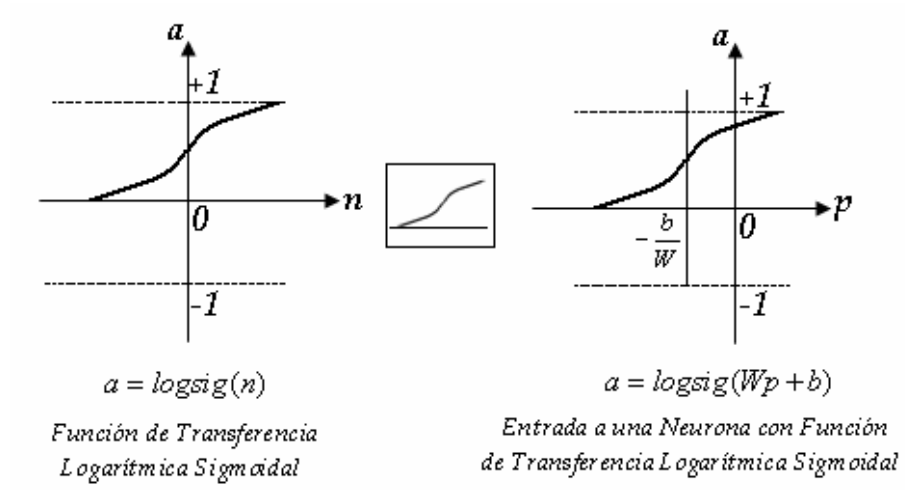


Figura 6. Función de transferencia sigmoideal (logsig)

### 3.3 TOPOLOGÍA DE UNA RED NEURONAL

Generalmente una neurona posee varias entradas, éstas entradas son multiplicadas cada una por los pesos correspondientes.

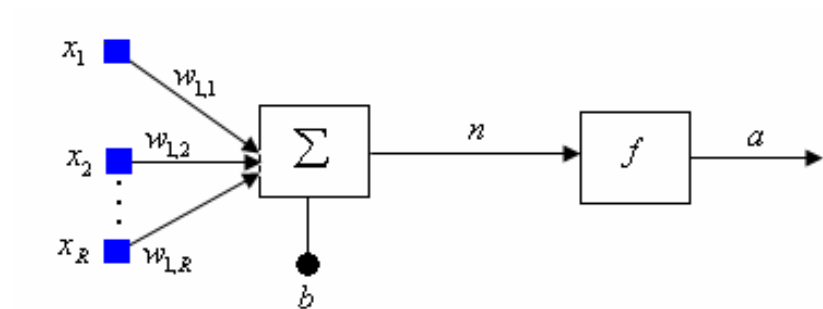


Figura 7. Esquema de una neurona con múltiples entradas

Como se muestra en la Figura 7 la neurona posee una ganancia  $b$  que llega al mismo sumador al que llegan las entradas ponderadas, para formar la entrada  $n$  a la función de transferencia.

$$n = w_{1,1}x_1 + w_{1,2}x_2 + \dots + w_{1,R}x_R + b \quad (5)$$

Para esta neurona con múltiples entradas se hace necesario utilizar una convención que facilite entender la estructura de la neurona. Una convención muy utilizada es la siguiente: los subíndices de la matriz de pesos representan los términos involucrados en la conexión, la neurona destino es representada por el primer subíndice y el segundo subíndice representa la fuente de la señal que alimenta la neurona. El superíndice hace referencia a la capa a la cual pertenece la señal alimentadora.

Compactando la notación en el caso en el que haya más de una neurona o una red con demasiados parámetros se obtiene el siguiente esquema:

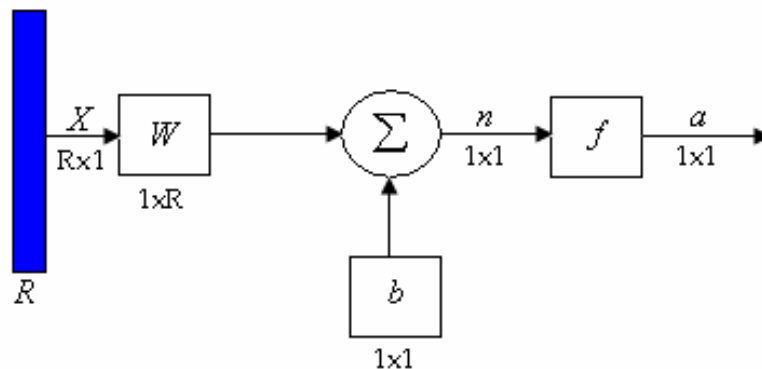


Figura 8. Notación abreviada de una neurona con múltiples entradas

La barra sólida que se muestra en la Figura 8, representa el vector de entradas  $X$  cuyas dimensiones son de  $N \times 1$ , lo que quiere decir que el vector de entrada es un vector fila de  $N$  elementos. Éstas entradas van a la matriz de pesos  $W$  cuyas dimensiones son de  $1 \times N$  en el caso de una sola neurona ( $N$  columnas y sólo una fila).

La constante escalar  $b$  entra a la neurona multiplicada por una constante "1" (uno); la salida de la red " $a$ " es un escalar para este caso en donde se tiene una sola neurona, si se estuviera trabajando con una red con más neuronas esta salida sería un vector. Entonces, de acuerdo a la Figura 8 y siendo rigurosos con la convención antes mencionada, matricialmente se obtiene que:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_R \end{pmatrix} ; \quad W = (w_{1,1} \ w_{1,2} \ w_{1,3} \ w_{1,4} \ w_{1,R}) \quad (6)$$

Pero si en ves de una neurona tuviéramos dos neuronas con las mismas entradas, las dimensiones de la matriz  $W$  serían de  $2 \times R$  y matricialmente se tendría que:

$$W = \begin{pmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & w_{1,3} & w_{1,4} & w_{1,R} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & w_{2,3} & w_{2,4} & w_{2,R} \end{pmatrix} \quad (7)$$



Los elementos de procesamiento dentro de una red neuronal se encuentran agrupados por capas, estas capas reciben diferentes nombres dependiendo de su ubicación en la red neuronal artificial. La capa que recibe las señales de entrada de la red se le denomina capa de entrada, aunque para muchos autores el vector de entrada no es considerado como capa, debido a que en ésta no se realiza ningún proceso; a las capas que no poseen contacto con el medio exterior se les denomina capas ocultas, estas capas pueden tener diferentes conexiones y son las que determinan la topología de la red. Finalmente a la capa que recibe la información de las capas ocultas y la transmite la respuesta al medio exterior, se le denomina capa de salida.

Cada capa posee su propia matriz de peso " $W$ ", su propio vector de ganancias " $b$ ", un vector de entradas netas " $n$ " y un vector de salida " $a$ ", como se muestra en la siguiente figura:

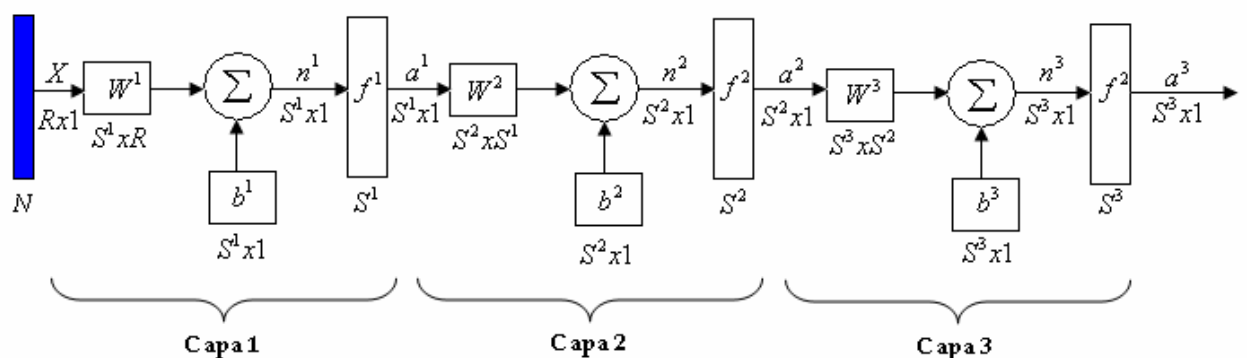


Figura 9. Notación abreviada de una Red Neuronal de tres capas

Para esta red se tienen  $N$  entradas,  $S^1$  neuronas en la primera capa y  $S^3$  neuronas en la tercera capa; la salida de la capa uno es la entrada a la capa dos y la salida de la capa dos es la entrada de la capa tres. Los superíndices indican la capa a la cual pertenecen los elementos.

Para la primera capa la salida es:

$$a^1 = f^1(W^1 p + b^1) \quad (8)$$

La salida de la capa dos esta en función de  $a^1$ , es decir:

$$a^2 = f^2(W^2 a^1 + b^2) \quad (9)$$

Y la salida de la capa tres esta en función de  $a^2$ , es decir:

$$a^3 = f^3(W^3 a^2 + b^3) \quad (10)$$

Como se puede observar, la salida de la red involucra a  $a^1$  y  $a^2$ , y si éstos son reemplazados en  $a^3$  se obtiene la siguiente expresión:

$$a^3 = f^3\left(W^3 f^2\left(W^2 f^1\left(W^1 p + b^1\right) + b^2\right) + b^3\right) \quad (11)$$

Lo que quiere decir, que en una red neuronal sin importar el número de capas que ésta tenga, su salida contiene la salida de todas las capas que la conforman.

### 3.4 PRINCIPALES TIPOS DE REDES NEURONALES

**3.4.1 Perceptrón.** El primer modelo de operación neuronal fue desarrollado en 1943 por Warren McCulloch y Walter Pitts, y fue mejorado en 1948 por Donald Hebb.

En 1962 Bernard Widrow propuso la regla de aprendizaje Widrow-Hoff y Frank Rosenblatt desarrolló una prueba de convergencia y definió el rango de problemas para los que su algoritmo aseguraba una solución y además propuso los 'Perceptrons' como herramienta computacional [26].

La estructura de la red tipo *Perceptrón* es la siguiente:

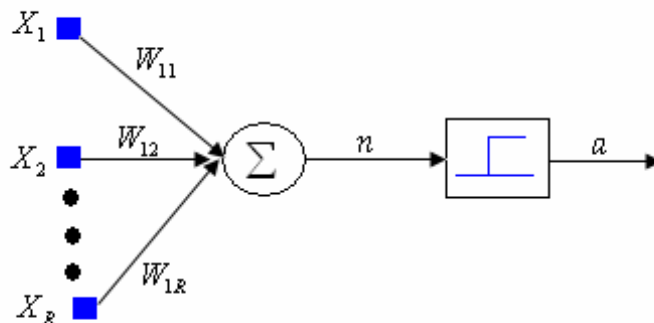


Figura 10. Red tipo *Perceptrón*

La red tipo *Perceptrón* emplea básicamente dos funciones de transferencia, *hardlim* con salidas 1, 0 y su modificación *hardlims* restringe el espacio de salida a valores entre 1 y -1, siendo ésta de mayor preferencia que la *hardlim*, debido a que no posee un cero multiplicando algunos de los valores resultantes del producto entre el

vector de pesos y las entradas, agilizando el aprendizaje. La elección de la función de transferencia depende del valor de salida que se espera de la red.

Una forma clásica de analizar el comportamiento de redes tipo *Perceptrón*, se ilustra gráficamente mediante un mapa de regiones de decisión o fronteras en un espacio multidimensional de entradas de la red, en las que se diferencian que patrones pertenecen a una clase y cuales a otra.

El trabajo de la red *Perceptrón* en este caso es separar las regiones por un hiperplano, determinando su ecuación por medio de los pesos y el valor umbral de la función de activación de la neurona. Una explicación mas sencilla de un hiperplano sería, hablando en un plano de dos dimensiones, una línea que separa a los elementos existentes en dos grupos. El *Perceptrón* sólo puede resolver una función, si todos los posibles resultados del problema pueden separarse de ésta forma (en dos secciones) es decir, que no se combinen entre sí.

**Ejemplo.** Resolver mediante la red *Perceptrón*, aplicando cada vector de entrada tantas iteraciones como sean necesarias hasta garantizar la solución del problema. Dibujar una gráfica del problema sólo después de haber encontrado la solución.

Usando los pesos iniciales y las ganancias:

$$\left\{ P_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, t_1 = 0 \right\} ; \left\{ P_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, t_2 = 1 \right\} ; \left\{ P_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, t_3 = 0 \right\} ; \left\{ P_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, t_4 = 1 \right\}$$

Se van a utilizar los siguientes valores de pesos y ganancias:

$$W(0) = [0 \quad 0] ; b(0) = 0$$

La función de transferencia que se utilizara para resolver este problema es de tipo Limitador Fuerte (hardlim).

Comenzaremos calculando la salida "a" de la red *Perceptrón* para el primer vector de entradas  $p_1$ , usando los pesos y ganancias iniciales.

$$a = \text{hard lim}[W(0)P_1 + b(0)]$$

$$a = \text{hard lim}\left([0 \quad 0] \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + [0]\right)$$

$$a = \text{hard lim}(0 + 0)$$

$$a = \text{hard lim}(0)$$

Como la función limitador fuerte para  $n \geq 0$   $a = 1$ , entonces:  $a = 1$

La salida  $a$  no es igual al valor esperado  $t_1$ , entonces usaremos la red *Perceptrón* para encontrar nuevos pesos y ganancias basándonos en el error.

El error lo calcularemos mediante la expresión:  $e = t_i - a$  (12)

Como es de esperarse, cuando el error sea igual a cero entonces la salida "a" será igual al valor esperado  $t_1$ .

Para este primer caso:

$$e = t_1 - a$$

$$e = 0 - 1$$

$$e = -1$$

Con este error podemos ahora encontrar el valor de los nuevos pesos mediante la expresión:

$$W(i+1) = W(i) + eP_{i+1}^T \quad (13)$$

Entonces para éste caso sería:  $W(1) = [0 \ 0] + (-1)[2 \ 2]$

$$W(1) = [-2 \ -2]$$

Ahora calculamos el nuevo valor de ganancia de acuerdo a la expresión:

$$b(i+1) = b(i) + e \quad (14)$$

Para este caso:  $b(1) = b(0) + e$

$$b(1) = [0] + (-1)$$

$$b(1) = -1$$

Ahora utilizaremos el segundo vector de entradas  $p_2$ , usando los pesos y ganancias actualizados. La expresión a utilizar es la siguiente:

$$a = \text{hardlim} [W(i+1)P_2 + b(i+1)] \quad (15)$$

Entonces:  $a = \text{hardlim} [W(1)P_2 + b(1)]$

$$a = \text{hardlim} \left( [-2 \ -2] \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + [-1] \right)$$

$$a = \text{hardlim}(1)$$

$$a = 1$$

Esta vez la salida  $a$  es igual al valor esperado  $t_2$ . En la utilización de la red *Perceptrón* los resultados no arrojarán ningún cambio, debido a que según la expresión (), el error es igual a cero y por lo tanto:

$$W(2) = W(1) = [-2 \quad -2]$$

$$b(2) = b(1) = [-1]$$

Ahora utilizaremos el tercer vector de entradas:

$$a = \text{hardlim}[W(2)P_3 + b(2)]$$

$$a = \text{hardlim}\left([-2 \quad -2] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + [-1]\right)$$

$$a = \text{hardlim}(-1)$$

Como la función de transferencia de tipo Limitador Fuerte (*hardlim*) para  $n < 0$   $a = 0$ , entonces  $a = 0$

La salida en respuesta al vector de entrada  $p_3$  es igual al valor esperado  $t_3$ , entonces no hay cambios y por lo tanto:

$$W(1) = W(2) = W(3) = [-2 \quad -2]$$

$$b(1) = b(2) = b(3) = [-1]$$

Utilizando el último vector de entrada  $p_4$ .

$$a = \text{hardlim}[W(3)P_4 + b(3)]$$

$$a = \text{hardlim}\left([-2 \quad -2] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + [-1]\right)$$

$$a = \text{hardlim}(-1)$$

$$a = 0$$

Esta vez la salida  $a$  no es igual al valor esperado  $t_4$ . Entonces se utilizará La red *Perceptrón* para obtener los nuevos valores de los pesos y las ganancias.

Entonces debemos calcular el error:  $e = t_4 - a$

$$e = 1 - 0$$

$$e = 1$$

Con éste error calculamos el peso  $W(4)$  y la ganancia  $b(4)$ , entonces:

$$W(4) = W(3) + eP_4^T$$

$$W(4) = [-2 \quad -2] + (1)[-1 \quad 1]$$

$$W(4) = [-3 \quad -1]$$

$$b(4) = b(3) + e$$

$$b(4) = 0$$

Ahora revisaremos de nuevo el primer vector de entradas  $p_1$  con los valores de peso y ganancia encontrados:



$$a = \text{hardlim} [W(4)P_1 + b(4)]$$

$$a = \text{hardlim} \left( [-3 \quad -1] \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + [0] \right)$$

$$a = \text{hardlim} (-8)$$

$$a = 0$$

Como el tiempo de salida "a" es el equivalente al asociado a  $t_1$  por lo tanto no habrán cambios en los valores de pesos y ganancia.

$$W(4) = W(5) = [-3 \quad -1]$$

$$b(4) = b(5) = [0]$$

Seguimos ahora analizando con los valores de  $W(4)$ ,  $b(4)$  y el vector de entradas  $P_2$

$$a = \text{hardlim} [W(4)P_2 + b(4)]$$

$$a = \text{hardlim} \left( [-3 \quad -1] \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + [0] \right)$$

$$a = \text{hardlim} (-1)$$

$$a = 0$$

Como el valor de "a" es diferente a  $t_2$  entonces hay que calcular nuevamente el valor de los pesos y la ganancia:

$$e = t_2 - a$$

$$e = 1 - 0$$

$$e = 1$$

Con éste error calculamos el peso  $W(6)$  y la ganancia  $b(6)$ :

$$W(6) = W(5) + eP_2^T$$

$$W(6) = [-3 \quad -1] + [1][1 \quad -2]$$

$$W(6) = [-3 \quad -1] + [1 \quad -2]$$

$$W(6) = [-2 \quad -3]$$

$$b(6) = b(5) + e$$

$$b(6) = [0] + [1]$$

$$b(6) = [1]$$

Con estos nuevos valores se analizaron cada uno de los vectores de entrada una vez más:

$$a = \text{hardlim} [W(6)P_3 + b(6)]$$

$$a = \text{hardlim} \left( [-2 \quad -3] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + 1 \right)$$

$$a = \text{hardlim} (-1)$$

$$a = 0$$

Ésta salida es la esperada a  $t_3$  entonces  $W(6) = W(7)$  y  $b(6) = b(7)$

Calculamos la salida "a" con el vector de entrada  $P_4$

$$a = \text{hardlim} [W(7)P_4 + b(7)]$$

$$a = \text{hardlim} \left( [-2 \quad -3] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \right)$$

$$a = \text{hardlim}(0)$$

$$a = 1 = t_4$$

Y por lo tanto:

$$W(7) = W(8)$$

$$b(7) = b(8)$$

Volvemos a hacer el análisis para el vector de entrada  $P_1$

$$a = \text{hardlim}[W(8)P_1 + b(8)]$$

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 1\right)$$

$$a = \text{hardlim}(-9)$$

$$a = 0 = t_1$$

Como la salida "a" es igual a  $t_1$  entonces:  $W(8) = W(9)$

$$b(8) = b(9)$$

Se sigue analizando con el vector de entrada  $P_2$ :

$$a = \text{hardlim}[W(9)P_2 + b(9)]$$

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + 1\right)$$

$$a = \text{hardlim}(5)$$

$$a = 1 = t_2$$

Por lo tanto el algoritmo ha convergido. La solución final es:

$$W = [-2 \quad -3] \quad b = 1$$

Ahora podremos graficar los datos obtenidos y la decisión frontera de la solución.

La decisión frontera está dada por:

$$n = Wp + b = w_{1,1}p_1 + w_{1,2}p_2 + b = -2p_1 - 3p_2 + 1 = 0$$

Para encontrar el intercepto  $p_2$  de la decisión frontera, hacemos  $p_1 = 0$ :

$$p_2 = -\frac{b}{w_{1,2}} = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3} \quad \text{si } p_1 = 0$$

Para encontrar el intercepto  $p_1$ , hacemos  $p_2 = 0$ :

$$p_1 = -\frac{b}{w_{1,1}} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2} \quad \text{si } p_2 = 0$$

La decisión de frontera resultante se ilustra a continuación:

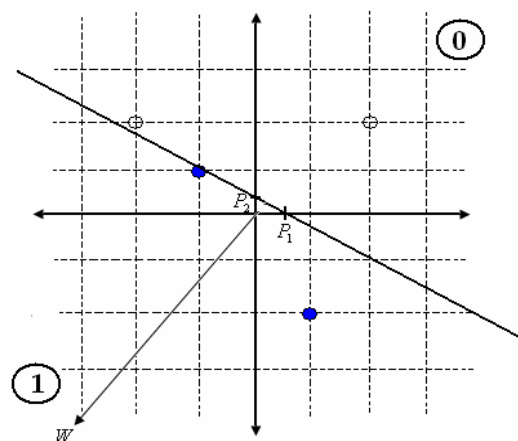


Figura 11. *Decisión de Frontera*

Nótese que la decisión frontera pasa a través de los vectores analizados. Esto es aceptable, teniendo en cuenta la definición del problema, desde el límite de la función devuelve 1 cuando se tiene una entrada de 0, y el objetivo para el vector es cuestión es, en efecto 1.

**3.4.2 Adaline.** La red *Adaline* es muy parecida a la red *Perceptrón*, pero su algoritmo de aprendizaje LMS (Least Mean Square) es mucho más potente, debido a que permite minimizar el error medio cuadrático. El elemento de procesamiento de la *Adaline* se encarga de sumar los productos entre los pesos y los vectores de entrada, su salida debido a la función de transferencia que emplea, arroja un único valor que será +1 o -1 dependiendo si la sumatoria es positiva o negativa respectivamente [27].

La estructura en términos generales de una red tipo *Adaline* es la siguiente:

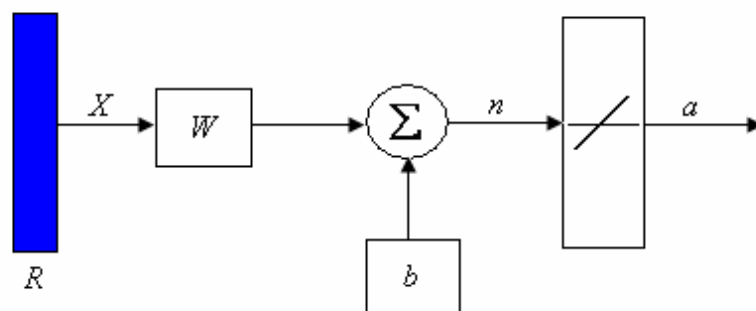


Figura 12. Estructura de una Red Neuronal Tipo Adaline

La red *Adaline* puede solucionar problemas entorno a la clasificación de patrones linealmente separables, esta red al igual que la red *Perceptrón* necesita tener con anterioridad los valores asociados a cada entrada, es decir, los pares de entrada-salida. El algoritmo de aprendizaje LMS en forma matricial para la actualización de las ganancias y los pesos se expresa como:

$$W(k+1) = W(k) + 2\alpha e(k)P^T(k) \quad (16)$$

$$b(k+1) = b(k) + 2\alpha e(k) \quad (17)$$

El término  $\alpha$  se toma como una constante a lo largo del proceso de deducción del algoritmo, la elección de éste controla estabilidad y la velocidad de la convergencia del proceso de entrenamiento, entonces, si el valor de  $\alpha$  es muy pequeño el algoritmo tarda mucho en alcanzar la convergencia debido a que pierde velocidad, y si el valor de  $\alpha$  es muy grande, el algoritmo se torna oscilante alrededor del valor de la convergencia debido a que pierde estabilidad. Un rango aconsejable para elegir el valor de  $\alpha$  será entre 0.1 y 1, un valor por encima de este rango hace que el error sea sobre-correcto innecesariamente.

En las ecuaciones 15 y 16, el error  $e(k)$  se define como la diferencia entre la respuesta deseada y la salida de la red antes de la actualización, es decir,

$$e(k) = t(k) - a \quad (17)$$

$$e(k) = t(k) - W^T(k)P(k) \quad (18)$$

El incremento de los pesos es expresado como:

$$\Delta W(k) = W(k+1) - W(k) \quad (19)$$

Gráficamente la actualización de pesos del algoritmo LMS se puede expresar de la siguiente manera:

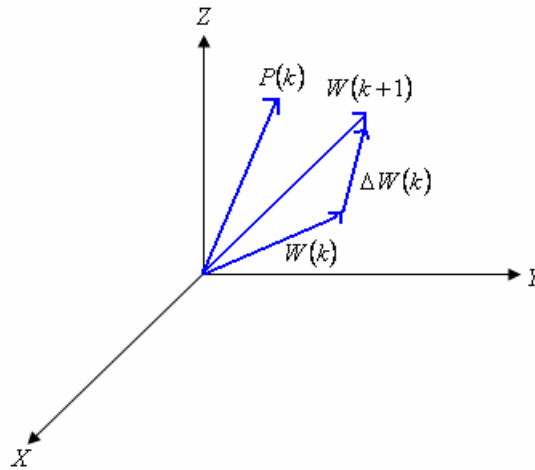


Figura 13. Actualización de los pesos en el algoritmo LMS de la Red Neuronal tipo Adaline

**3.4.3 Backpropagation.** Las redes tipo *Backpropagation* son multicapa, éstas nacieron para solucionar la desventaja que poseen las redes de una sola capa, debido a resuelven únicamente problemas linealmente separables.

En 1974 Paul Verbos desarrolla el primer algoritmo de entrenamiento para redes multicapa, pero éste no fue aceptado por los creadores de redes neuronales debido a que éstas eran una aplicación especial del algoritmo. A mediados de los ochenta varios investigadores desarrollaron el algoritmo *Backpropagation*, alcanzando su

popularidad cuando los psicólogos David Rumelhart y James McClelland lo incluyeron en el libro *Parallel Distributed Processing Group*.

La red *Backpropagation*, posee la habilidad de reducir el tiempo requerido por un procesador secuencial para determinar la correspondencia entre unos patrones dados, debido a que esta red aprovecha la naturaleza paralela de las redes neuronales. De igual manera, es capaz de examinar todos los patrones en paralelo aprendiendo la relación entre ellos y puede aplicar nuevamente esta relación a nuevos patrones de entrada, es decir, esta en capacidad de concentrarse en las características de una entrada cualquiera que se asemeje a patrones vistos previamente.

El aprendizaje de la red *Backpropagation* está basado en un ciclo *propagación*, que consiste en aplicar un patrón de entradas a la red como estímulo, siendo éstas propagadas desde la primera capa a través de las capas superiores de la red hasta generar una salida, esta salida es comparada con la salida esperada del patrón de entrada y se calcula una señal de error para cada una de las salidas. Estas salidas de error son propagadas hacia atrás, partiendo ya de la capa de salida hacia la capa oculta que contribuyen directamente a la salida; las neuronas de esta capa oculta sólo reciben una parte de la señal total del error correspondiente a la contribución relativa que cada neurona de esta capa haya aportado a la salida original. Esto se repite capa por capa hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido una señal de error correspondiente a la contribución relativa de cada una de ellas al error total.



El algoritmo *Backpropagation* es fácil de implementar y posee la facilidad de adaptarse para aproximarse a cualquier función haciendo de esta red una de las más potentes, por esto esta red es una de las más utilizadas permitiendo el desarrollo de técnicas nuevas que permitan su mejoramiento.

Basándose en la fracción de señal del error total percibida por cada neurona se actualizan los pesos de conexión de éstas, permitiendo que la red converja hacia un estado que le permita de forma correcta clasificar todos los patrones de entrenamiento [28]. La estructura de una red multicapa se puede observar en la Figura 9.

Matemáticamente este proceso se puede realizar por medio de una red compuesta por tres capas, una de entrada, una oculta y una de salida y de allí se generaliza este proceso para redes con mas capas ocultas.

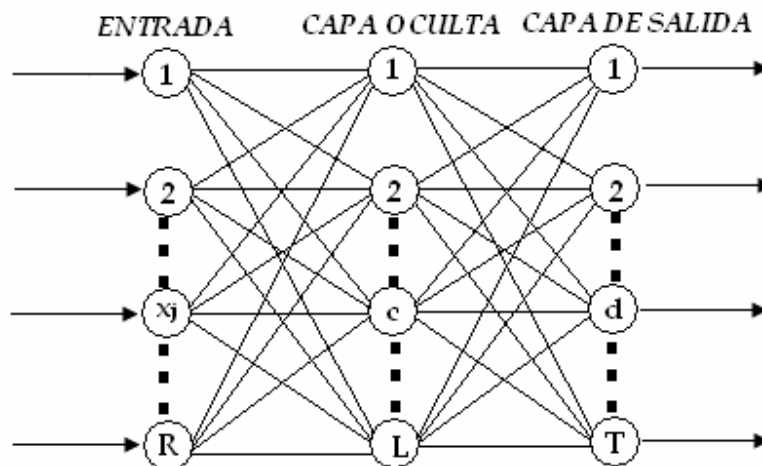


Figura14. Red neuronal con tres capas

Para el entrenamiento de la red se utiliza un patrón de entrenamiento con  $R$  neuronas como se ha trabajado anteriormente.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} \quad (20)$$

Este patrón de entrenamiento se multiplica por los respectivos pesos de las conexiones existentes, produciendo una entrada neta  $n$  antes de pasar por la función de transferencia de cada neurona de la siguiente capa.

$$n_c^o = \sum_{j=1}^R W_{cj}^o x_j + b_c^o \quad (21)$$

$n_c^o$ : Entrada neta a la neurona  $c$  de la capa oculta.

$W_{cj}^o$ : Peso que une la neurona  $j$  de la entrada con la neurona  $c$  de la primera capa oculta.

$x_j$ : Neurona  $j$  del vector de entrada  $p$  con  $R$  neuronas.

$b_c^o$ : Ganancia de la neurona  $c$  de la capa oculta.

Luego de que esta entrada neta  $n$  en cada una de las neuronas de la capa oculta pasa por las funciones de transferencia correspondientes, se generan las salidas  $a_c^o$  que están dadas por la expresión:

$$a_c^o = f^o \left( \sum_{j=1}^R W_{cj}^o x_j + b_c^o \right) \quad (22)$$

En donde  $f^o$  es la función de transferencia de las neuronas de la capa oculta. Estas salidas  $a_c^o$  se convierten en las entradas de las neuronas de la capa de salida, que multiplicada por los pesos de conexión de esta capa generan los  $n_d^s$ , que se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$n_d^s = \sum_{c=1}^l W_{dc}^s a_c^o + b_d^s \quad (23)$$

$n_d^s$ : Entrada neta a la neurona  $d$  de la capa de salida.

$W_{dc}^s$ : Peso que une la neurona  $c$  de la capa oculta con la neurona  $d$  de la capa de salida.

$a_c^o$ : Salida de la neurona  $c$  de la capa oculta.

$b_d^s$ : Ganancia de la neurona  $d$  de la capa de salida

Cuando la entrada neta pasa por la función de transferencia la red produce una salida que se expresa como:

$$a_d^s = f^s(n_d^s) \quad (24)$$

Esta salida es comparada con la salida deseada  $t_d$  para comparar el error en cada unidad de salida como se muestra a continuación:

$$\delta_d = (t_d - a_d^s) \quad (25)$$

De esta manera el error a cada patrón de entrada  $x$  propagada a través de la red se expresa de la siguiente manera:

$$ep^2 = \frac{1}{2} \sum_{d=1}^s (\delta_d)^2 \quad (26)$$

En donde:

$ep^2$ : Error medio cuadrático para cada patrón de entrada  $x$ .

$\delta_d$ : Error en la neurona  $d$  de la capa de salida.

Para que el aprendizaje de la red sea exitoso, el algoritmo busca actualizar los pesos y las ganancias minimizando el error medio cuadrático total calculado mediante la expresión:

$$e^2 = \sum_{x=1}^R ep^2 \quad (27)$$

Este  $e^2$  es el error total en el proceso de aprendizaje para una iteración, después de haber presentado a la red todos los componentes del patrón de entrada  $x$ . Del mismo modo, crea un espacio con el número de dimensiones equivalentes a la cantidad de pesos de conexión que la red posea y al tomar un punto de esta superficie para evaluar el gradiente del error, se obtiene la dirección del mayor crecimiento del error. Por este motivo debe tomarse la dirección negativa del gradiente para minimizar el error y actualizar la matriz de pesos en este algoritmo (*Backpropagation*).

Incluyendo el gradiente del error en la ecuación de actualización de pesos se obtiene lo siguiente:

$$W_{d+1} = W_d - \alpha \nabla e p^2 \quad (28)$$

Donde el gradiente negativo  $-\nabla e p^2$  se calcula como la derivada del error respecto a todos los pesos de la red. Por ejemplo, para la capa de salida el cálculo del gradiente negativo sería de la siguiente manera:

$$-\frac{\partial e p^2}{\partial W_{dc}^s} = -\frac{\partial}{\partial W_{dc}^s} \left( \frac{1}{2} \sum_{d=1}^t (t_d - a_d^s)^2 \right) \quad (29)$$

$$-\frac{\partial e p^2}{\partial W_{dc}^s} = (t_d - a_d^s) \frac{\partial a_d^s}{\partial W_{dc}^s} \quad (30)$$

Donde:

$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{dc}^s}$ : Derivada del gradiente negativo del error respecto al peso de la conexión de la neurona  $c$  de la capa oculta y la neurona  $d$  de la capa de salida.

$\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{dc}^s}$ : Derivada de la salida de la neurona  $d$  de la capa de salida respecto al peso de la conexión de la neurona  $c$  de la capa oculta y la neurona  $d$  de la capa salida.

Como el error no es una función explícita de los pesos de la red y la salida de la red  $a_d^s$  está explícitamente en función de  $n_d^s$ , es decir, que  $a_d^s = f^s(n_d^s)$  y a su vez  $n_d^s$  está explícitamente en función de  $W_{dc}^s$  entonces, para realizar la derivada  $\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{dc}^s}$  se debe utilizar la regla de la cadena, dando como resultado lo siguiente:

$$\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{dc}^s} = \frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s} \times \frac{\partial n_d^s}{\partial W_{dc}^s} \quad (31)$$

Entonces reemplazando esta ecuación en la expresión del cálculo del gradiente del error se tiene que:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{dc}^s} = (t_d - a_d^s) \frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s} \times \frac{\partial n_d^s}{\partial W_{dc}^s} \quad (32)$$

Donde:

$\frac{\partial n_d^s}{\partial W_{dc}^s}$ : Derivada de la entrada neta a la neurona  $d$  de la capa de salida respecto al peso de la conexión de la neurona  $c$  de la capa oculta y la neurona  $d$  de la capa salida.

$\frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s}$ : Derivada de la salida de la neurona  $d$  respecto a su entrada neta.

Ahora bien se sabe que  $a_d^s = f^s(n_d^s)$ , entonces  $\frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s} = f'^s(n_d^s)$ ; como

$$n_d^s = \sum W_{dc}^s a_c^o + b_d^s \text{ entonces } \frac{\partial n_d^s}{\partial W_{dc}^s} = a_c^o.$$

Reemplazando el equivalente de estas dos derivadas en el cálculo del gradiente negativo del error, se obtiene la siguiente expresión:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{dc}^s} = (t_d - a_d^s) f'^s(n_d^s) a_c^o \quad (33)$$

Para poder calcular el gradiente negativo del error es necesario que las funciones de transferencia empleadas en este tipo de red sean continuas para que su derivada exista en todo el intervalo. Este error en la capa de salida también es llamado *sensitividad* de la capa de salida.

$$\delta_d^s = (t_d - a_d^s) \times f'^s(n_d^s) \quad (34)$$

Este algoritmo *Backpropagation* también recibe el nombre de propagación inversa, debido a que el error va en sentido opuesto al funcionamiento normal de la red, motivo por el cual éste algoritmo encuentra el error empezando por las capas más internas hasta llegar a la entrada y con esto actualiza los pesos y las bías de cada capa. El siguiente paso es encontrar el error en la capa oculta mediante la siguiente expresión:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{cj}^o} = -\frac{\partial}{\partial W_{cj}^o} \left( \frac{1}{2} \sum_{d=1}^t (t_d - a_d^s)^2 \right) \quad (35)$$

Desarrollando la derivada obtenemos la siguiente expresión:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{cj}^o} = \sum_{d=1}^t (t_d - a_d^s) \frac{\partial a_d^s}{\partial W_{cj}^o} \quad (36)$$

La expresión para el cálculo del gradiente negativo del error en la capa oculta, aparentemente es igual a la ecuación (30), pero difiere en el último término debido a que se aplica la regla de la cadena en varias ocasiones, entonces el término  $\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{cj}^o}$

queda expresado de la siguiente manera:

$$\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{cj}^o} = \frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s} \times \frac{\partial n_d^s}{\partial a_d^o} \times \frac{\partial a_d^o}{\partial n_c^o} \times \frac{\partial n_c^o}{\partial W_{cj}^o} \quad (37)$$



Esto se debe a que la salida de la red no está en función explícita de los pesos en la conexión de la capa de entrada y la capa oculta. Entonces reemplazando el equivalente de  $\frac{\partial a_d^s}{\partial W_{cj}^o}$  en la expresión (36) se obtiene lo siguiente:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{cj}^o} = \sum_{d=1}^t (t_d - a_d^s) \times \frac{\partial a_d^s}{\partial n_d^s} \times \frac{\partial n_d^s}{\partial a_d^o} \times \frac{\partial a_d^o}{\partial n_c^o} \times \frac{\partial n_c^o}{\partial W_{cj}^o} \quad (38)$$

Se reemplaza el valor de las derivadas de la misma manera como se hizo para el cálculo del gradiente negativo del error en la capa de salida, la expresión final es:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{cj}^o} = \sum_{d=1}^t (t_d - a_d^s) \times f'^s(n_d^s) \times W_{dc}^s \times f'^o(n_c^o) \times x_i \quad (39)$$

Simplificando la expresión se obtiene lo siguiente:

$$-\frac{\partial ep^2}{\partial W_{cj}^o} = \sum_{d=1}^t \delta_d^s \times W_{dc}^s \times f'^o(n_c^o) \times x_i \quad (40)$$

Este error también es llamado *sensitividad* de la capa oculta.

$$\delta_c^o = f'^o(n_c^o) \times \sum_{d=1}^t \delta_d^s \times W_{dc}^s \quad (41)$$

Luego de tener la sensitividad de la capa de salida y de la capa oculta se procede a la actualización de los pesos y de las bías. Para la capa de salida las expresiones de actualización son:

$$W_{dc}(t+1) = W_{dc}(t) - 2\alpha\delta_d^s \quad (42)$$

$$b_d(t+1) = b_d(t) - 2\alpha\delta_d^s \quad (43)$$

Donde  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje que dependiendo de las características del problema tratado puede tomar valores entre 0 y 1. A medida que el error disminuye es aconsejable aumentar el valor de  $\alpha$  para garantizar una rápida convergencia, pero sin tomar valores que sean demasiado grandes ya que éstos pueden causar que la red oscile alejándose demasiado del valor mínimo.

Para la capa oculta las expresiones de actualización son:

$$W_{cj}(t+1) = W_{cj}(t) - 2\alpha\delta_c^o x_i \quad (44)$$

$$b_c(t+1) = b_c(t) - 2\alpha\delta_c^o \quad (45)$$

Es posible que la red converja hacia alguno de los mínimos locales existentes en la superficie del error del espacio de pesos y que no converja hacia un mínimo global.

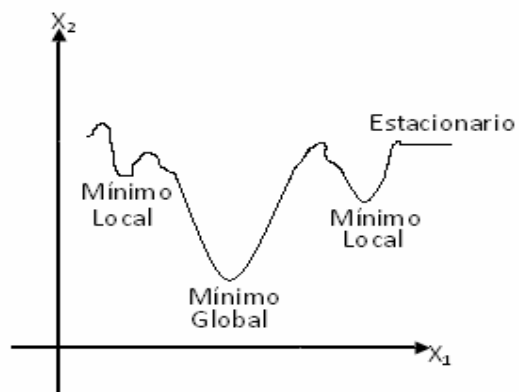


Figura15. *Superficie típica de error*

Esto se debe a que este algoritmo no asegura que el mínimo al que se converja sea global y una vez que la red converja a un mínimo ya sea global o local, el proceso de aprendizaje para sin importar que el error siga siendo alto.

#### 4. DEFINICIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

Las decisiones tomadas por las diferentes empresas que interactúan en el mercadeo de energía, deben estar basadas en la optimización del manejo de un portafolio en el que se determina la distribución óptima de sus inversiones, teniendo en cuenta la rentabilidad esperada y el riesgo de las diferentes alternativas de decisión. Estas empresas deben manejar sus portafolios, teniendo en cuenta sus limitaciones financieras y su posición con respecto al manejo del riesgo.

La relación que existe entre la rentabilidad y el riesgo en un portafolio de inversión es estrecha y se puede simplificar en el hecho de que a mayor rentabilidad del portafolio, mayor es el riesgo asumido por la empresa, por lo tanto, una empresa al definir su portafolio de inversiones en el mercado eléctrico se enfrenta a un gran número de opciones, por ejemplo, mediante contratos existe una opción de compra o de venta para cada hora de planificación y para cada una de las modalidades de contratación que estén a disposición de la empresa.

La rentabilidad esperada de las opciones tomadas se determina haciendo el promedio de los ingresos/egresos y el riesgo depende de la estructura de correlación entre los rendimientos. En el mercado eléctrico las empresas compradoras o vendedoras de energía, se ven enfrentadas al menos a dos situaciones de riesgo que son: el precio y el volumen; este último representado en la cantidad de energía que puede ofrecer y/o demandar [4].

Por lo tanto, debido a la volatilidad de este tipo de mercado generado por la combinación de los dos riesgos antes mencionados, las herramientas tradicionales diseñadas para la solución de casos sencillos no son eficientes para enfrentar los problemas generados en este tipo de mercado y más aún si se relacionan los riesgos anteriormente mencionados con los procesos hidrológicos que afectan tanto la oferta como la demanda de electricidad. A esto se le suma la complicación al considerar que los diferentes tipos de negociación de energía eléctrica implican compromisos de compra/venta permanentes por múltiples períodos, aumentando la magnitud de los riesgos asumidos.

En el proceso de construcción de un portafolio el agente comprador o vendedor debe conocer la información correspondiente a las características probabilísticas del precio de la electricidad en el *mercado spot*, que es afectado por los impactos climatológicos, la recesión económica, el conflicto armado del país, fenómeno del niño, precios del combustible, entre otros.

Después del gran impacto que tuvo el evento macroclimático del fenómeno del niño registrado en los años 1991 y 1992 sobre el sector eléctrico colombiano debido a la gran componente hidroeléctrica del sistema, los agentes involucrados en este mercado han ganado un mayor conocimiento de la variabilidad climática de corto plazo, permitiendo un adecuado uso de los recursos hídricos en el corto y mediano plazo garantizando el suministro de energía a los usuarios las 24 horas del día, dándole al mercado a pesar de su volatilidad una estabilidad en los precios de la energía dentro de los rangos esperados, permitiéndole de esta manera a los agentes utilizar herramientas para definir portafolios de inversiones más eficientes.

Un proceso de inversión se puede observar en la siguiente figura:

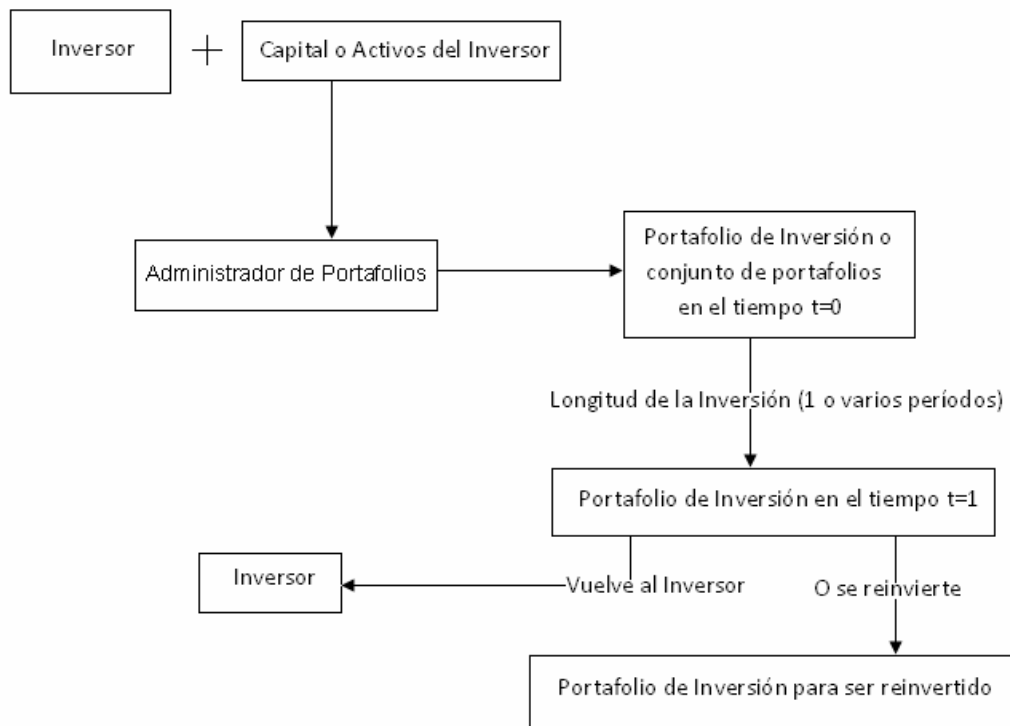


Figura 16. *Proceso de inversión*

#### **4.1 SELECCIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN**

El problema que se presenta en la selección de portafolios es obtener un portafolio óptimo entre un universo de posibles alternativas. Este portafolio óptimo seleccionado debe estar enfocado a atender las necesidades del inversionista en cuanto al riesgo y a la rentabilidad, motivo por el cual el administrador de

portafolios está en la obligación de maximizar el rendimiento dado el riesgo asumido.

Harry M. Markowitz quien es considerado el padre de la Teoría Moderna de Portafolios, propuso una solución a este problema en el año de 1952. Su enfoque asume que un inversionista posee una suma de dinero que será destinada a una inversión el día de hoy por un determinado período de tiempo (período de tenencia del inversionista). El inversionista sabe que los rendimientos futuros de sus portafolios de inversión en el siguiente período son desconocidos, sin embargo, él puede estimar el rendimiento esperado y con esto seleccionar un portafolio con el rendimiento más alto [11].

De igual manera, el inversionista espera que este portafolio seleccionado tenga un rendimiento alto y sea similar o igual al rendimiento observado después del tiempo, generándole incertidumbre (riesgo). El inversionista tratará de mantener el riesgo en el menor nivel posible, pero este conflicto de querer un rendimiento alto y riesgo bajo se debe tener al comienzo del período de inversión.

La combinación de un rendimiento adecuado con un nivel de riesgo apropiado se logra a través de la diversificación. Esta diversificación se obtiene al comparar varios valores, ya sea del mismo o tipo o de diferentes clases.

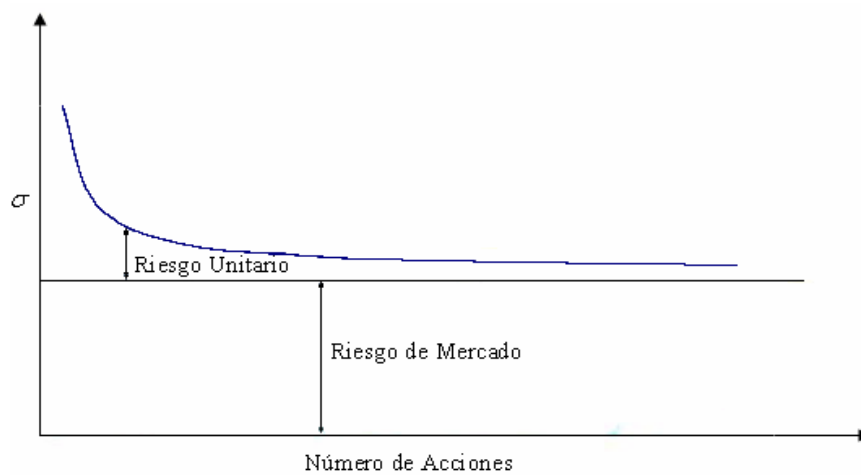


Figura 17. *Gráfico de diversificación*

Markowitz sostiene que los inversionistas deben de tomar sus decisiones para la selección de portafolios basados únicamente en rendimientos esperados y desviaciones estándar. El rendimiento esperado hace referencia a la recompensa potencial asociada con el portafolio y la desviación estándar se puede ver como una medida del riesgo del portafolio.

Por lo general, la mayoría de los inversionistas se resisten al riesgo, es decir, escogen portafolios con menor desviación estándar. Esta oposición al riesgo significa que los inversionistas cuando tienen la alternativa evitarán tomar apuestas justas (valor esperado cero).



#### **4.2 PORTAFOLIO MANAGER O ADMINISTRADOR DE PORTAFOLIOS**

Un portafolio manager o administrador de portafolios, es el encargado de la construcción de los portafolios de inversión y para esto debe tener en cuenta algunos aspectos importantes:

- **Elección del tipo de activos utilizados en el portafolio.** La elección del tipo de activos incluidos en un portafolio, hace referencia a los activos financieros como efectivo, acciones, bonos, entre otros.

- **Perfil de riesgo del inversor.** Este perfil está relacionado con el nivel de tolerancia al riesgo de la empresa. En este punto se detecta las necesidades del potencial inversor para que el portafolio de inversiones sea armado acorde a ello. En muchas ocasiones, el portafolio de inversiones seleccionado no responde adecuadamente a las necesidades e intereses de la empresa. La determinación del perfil de riesgo de la empresa no es un factor estático, sino que es un factor a largo plazo que con el pasar del tiempo se va perfeccionando.

- **Principios de diversificación.** Este punto está relacionado con el anterior, debido a que se establece el país en el que se va a realizar el portafolio de inversiones, en este caso el país donde se aplicará el portafolio será Colombia, se fija la moneda con la cual se van a realizar las transacciones, convirtiéndose en un factor indispensable para ir estructurando la política de inversiones.

- **Definición del plazo de inversión.** Este factor permite determinar la agresividad de las inversiones. Normalmente entre más largo es el horizonte de inversión, más posibilidades existen de que se cumpla con el objetivo trazado por la inversión, aunque en el mercado eléctrico el plazo de inversión está influenciado por los diversos factores que alteran el precio de la energía eléctrica y hacen de éste un mercado sumamente volátil y no se garantiza que a un mayor plazo de inversión se cumplan con los objetivos de éste.

- **Definición del índice de referencia.** El índice de referencia es también conocido como el *Benchmark* del portafolio y es el índice que el portafolio manager debe tratar de superar.

Una vez el administrador de carteras o portafolio manager tenga definido los puntos anteriores, éste tiene los elementos necesarios para comenzar con el proceso de inversión y entra a desarrollar los siguientes factores:

- **Asignación estratégica.** También llamada asignación de mediano y largo plazo. La asignación de la inversión a largo plazo depende de las circunstancias, éste factor reflejará el portafolio que mantendrá en promedio el administrador de carteras, en un período de tiempo prolongado independientemente de las operaciones de corto plazo.

- **Asignación táctica.** También llamada asignación de corto plazo. Dependiendo de los factores que en su determinado momento den la visión de corto plazo a la

empresa, el administrador de carteras o portafolio manager situará en la parte inferior o superior del rango de prioridades este tipo de inversión. Este proceso es comúnmente llamado *markettiming* o momento de mercado.

Aparte de estos factores, el portafolio manager debe conocer que tipo de eficiencia maneja el mercado en el cual se va a aplicar el portafolio de inversiones, para este caso el portafolio manager debe saber la eficiencia del mercado eléctrico colombiano. La teoría de los mercados eficientes está basada en la *teoría del camino azaroso (random-walk theory)*, que dice que los futuros pasos o direcciones no pueden preverse sobre la base de las acciones pasadas.

Aplicando este concepto a los mercados en general, significa que los movimientos de los activos no pueden ser predichos, por este motivo la mayoría de las empresas predicen los precios futuros de un activo basándose en el precio de hoy y esto a su vez se debe a que los precios incorporan toda la información disponible y como no se tiene el diario de mañana el mejor predictor de precios futuros es el precio de hoy.

Sin embargo, a pesar de que este concepto resulta favorable para un buen número de mercados, para el caso del mercado eléctrico no resulta así, debido a que los

precios de la energía de hoy pueden verse afectados el día de mañana por factores externos. Se reconocen tres niveles de eficiencia de mercados:

- *Eficiencia Débil*. Un mercado posee eficiencia débil cuando no es posible ganarle al mercado en forma sistemática contando con toda la información pasada disponible, es decir, el estudio de los precios pasados no son de utilidad para predecir precios futuros.

- *Eficiencia Semi-fuerte*. Un mercado posee eficiencia Semi-fuerte cuando no es posible ganarle al mercado en forma sistemática contando con toda la información pública disponible, es decir, los análisis de los balances de la empresa, conocer los planes de expansión de la misma, entre otros aspectos, no sirven para predecir los precios futuros y ganarle sistemáticamente al mercado.

- *Eficiencia Fuerte*. Un mercado posee eficiencia fuerte cuando no es posible ganarle sistemáticamente al mercado, contando con toda la información pública y privada disponible, siendo esta última una “información privilegiada” que sería ilegal. Para probar si un mercado es eficiente desde un punto de vista fuerte, se debe probar el rendimiento de los portafolios manager profesionales. En la práctica no es fácil ganarle al mercado en forma sistemática por largos períodos de tiempo.

Si bien los mercados son bastante eficientes, existen anomalías de mercadeo también conocidas como mercados ineficientes que permiten la labor activa de los

portafolios manager y es posible ganarle al mercado por medio de metodologías como el análisis técnico, pero éste no es posible implementarlo cuando el mercado posee una eficiencia débil, debido a que es una técnica de inversión que basa sus predicciones en el estudio de comportamientos de precios pasados; o por medio del análisis fundamental, que no podría ser implementado si el mercado tuviera una eficiencia semi-fuerte, debido a que es una técnica de inversión que basa sus predicciones en el estudio de la información de la empresa, la industria y la economía.

#### 4.3 FRONTERA EFICIENTE

Si una empresa que va a invertir en un mercado cualquiera coloca todos sus posibles portafolios de inversión en un plano cartesiano, donde el eje horizontal sea el riesgo del portafolio y el eje vertical sea el rendimiento del portafolio, la ubicación de estos daría una serie de puntos como se muestra a continuación [6].

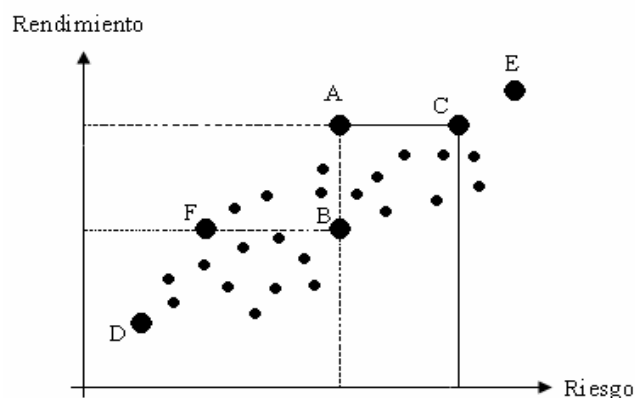


Figura 18. Ubicación de portafolios según rendimiento y riesgo

En la figura anterior se puede apreciar algunos portafolios que poseen un mejor perfil de riesgo que otros, es decir, son portafolios que dominan a los otros. El punto E en la figura representa el portafolio con mayor rendimiento pero con un mayor riesgo, el punto D posee el menor riesgo de todos los portafolios pero su rendimiento es el más bajo del grupo.

En la figura también se muestran otros puntos como el A, que representa a un portafolio con una rentabilidad similar al portafolio representado por el punto E, pero con un riesgo menor. El punto C está a la misma altura de A, lo que quiere decir que ambos portafolios poseen el mismo rendimiento, pero C posee un mayor porcentaje de riesgo con lo que se concluye que entre el portafolio C y el portafolio A es más factible que el inversor seleccione el portafolio A.

De igual manera entre el portafolio A y el portafolio B es preferible el portafolio A, debido a que éste un mayor rendimiento para un mismo riesgo y entre B y F es preferible F, por tener igual rendimiento pero menor riesgo. En conclusión, se puede decir que de los cinco portafolios analizados el portafolio B es el menos factible, pues es dominado por los otros.



Puede ocurrir que después de unir los puntos se de una figura como la siguiente:

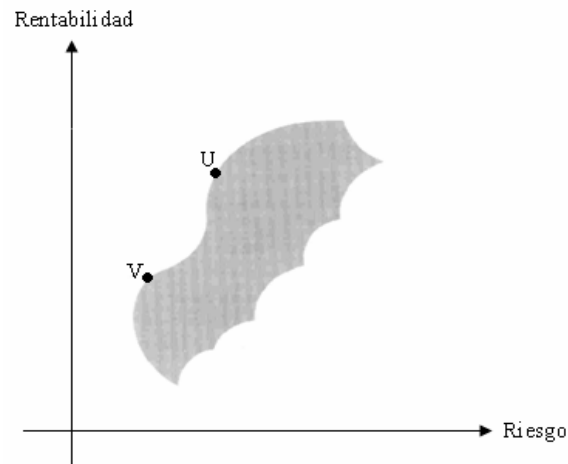


Figura 20. Plano formado por la unión de los portafolios

Para este caso si se desea un portafolio con la rentabilidad  $u$  pero con un riesgo como el de  $v$ , entonces se puede construir un portafolio  $z$  que está compuesto 50% por  $u$  y 50% por  $v$ .

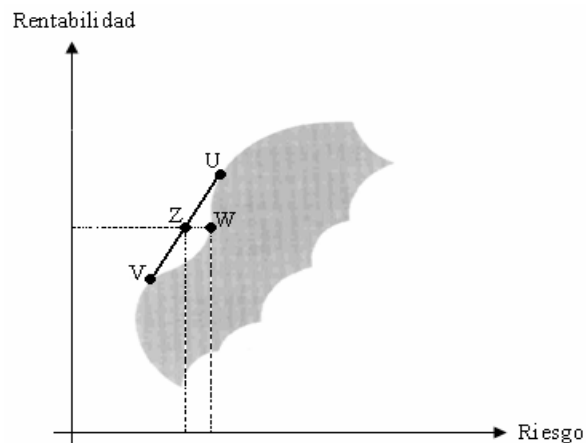


Figura 21. Construcción de un portafolio  $z$  a partir de dos portafolios de la frontera eficiente



**4.3.1 Cálculo de la frontera eficiente.** Para su cálculo es necesario en primer lugar determinar los activos elegibles y después realizar un estudio a estos activos concernientes al rendimiento esperado por cada uno de éstos, a su riesgo y a la matriz de varianzas y covarianzas o matriz de correlaciones entre todos los activos.

Es posible calcular la frontera eficiente partiendo de la solución de un problema de programación lineal, que se podría plantear de la siguiente forma:

Si se toma como ejemplo el cálculo del punto A de la frontera eficiente de la figura (3), el proceso será: la función objetivo es la minimización del riesgo suponiendo un rendimiento dado por A y las incógnitas a resolver serán la determinación de las proporciones de cada uno de los activos que componen el portafolio A. Sin embargo, este proceso está sujeto a ciertas restricciones, una de ellas es que la sumatoria de todas las ponderaciones debe ser igual a 1.

Las restricciones son ilimitadas debido a que dependen de las limitaciones de inversión que posea el portafolio.

**4.3.2 Aplicación de la frontera eficiente en la práctica.** La frontera eficiente es una buena forma de armar portafolios debido a que permite ver los efectos de los cambios en las predicciones de rendimientos y varianzas, cambios en la actitud al riesgo, entre muchos otros.

Sin embargo, los portafolios manager o administradores de cartera utilizan muy poco la frontera eficiente para armar sus portafolios, debido a que muchos optimizadores presentan algunos problemas conceptuales y prácticos en el

momento de implementar esta metodología. El miedo que produce en los portafolios manager el carecer de habilidades necesarias para usar técnicas cuantitativas en la determinación de portafolios, llevan a que éstos ofrezcan resistencia a utilizar este tipo de técnicas.

El tema central es que a veces los optimizadores producen resultados extraños como consecuencia de que el modelo utilizado para la determinación del portafolio sobrepondera los activos, con rendimientos muy altos, correlación negativa de rendimientos con otros activos y varianzas pequeñas.

Basado en lo anterior, muchos portafolios manager para armar portafolios utilizan una mezcla de análisis cuantitativo y subjetivo. De esta manera, se implementa una combinación de análisis del ciclo económico y medidas de valoración y por consiguiente surgen algunas medidas a la hora de armar el portafolio como por ejemplo, estimar el retorno total (precio del riesgo), mientras que otros quieren es proveer las valoraciones cuantitativas relativas (números de rendimientos).

**4.3.3 Principales usos de la frontera eficiente.** Existen varios usos dados a esta frontera entre los que cabe señalar:

- *Determinación del portafolio a recomendar a un cliente.* El cálculo de la frontera eficiente permite al portafolio manager o administrador de carteras recomendar diferentes tipos de portafolio a los clientes, según sea su posición ante el riesgo (conservador, moderado o agresivo).

- *Determinación de la asignación estratégica por clase de activos.* La frontera eficiente permite realizar la ponderación de cada clase de activos involucrados en el portafolio de inversiones.

## 5. IMPLEMENTACIÓN

Para el entrenamiento de la red se utilizaron los siguientes datos de entrada:

- Precio de la energía para usuarios no regulados
- Volumen de energía tranzado en contratos
- Rendimiento contratos
- Producto Interno Bruto (PIB)
- Energía Exportada
- Precio del dólar

El precio y volumen transado de energía determinan la tendencia del mercado eléctrico Colombiano. La energía exportada se considera como dato de entrada, debido a que los dineros recaudados por concepto de ésta son destinados a suplir las necesidades de energía de las zonas no interconectadas del país y se encuentra altamente ligado con el Producto Interno Bruto nacional (PIB) aportando el 6% de éste con ventas que en el 2005 alcanzaron los 157 millones de dólares, estas exportaciones se realizaron por medio de las redes de interconexión internacional que tiene ISA con el Ecuador.

De igual manera el precio del dólar refleja los costos del combustible que es necesario utilizar para la operación de las pequeñas plantas generadoras de energía, utilizadas en las zonas no interconectadas del país y dependiendo de su comportamiento se generan las ganancias dejadas por concepto de la exportación

de energía y el aporte que hace el sector eléctrico al incremento del Producto Interno Bruto (PIB) nacional.

La red neuronal diseñada fue la siguiente:

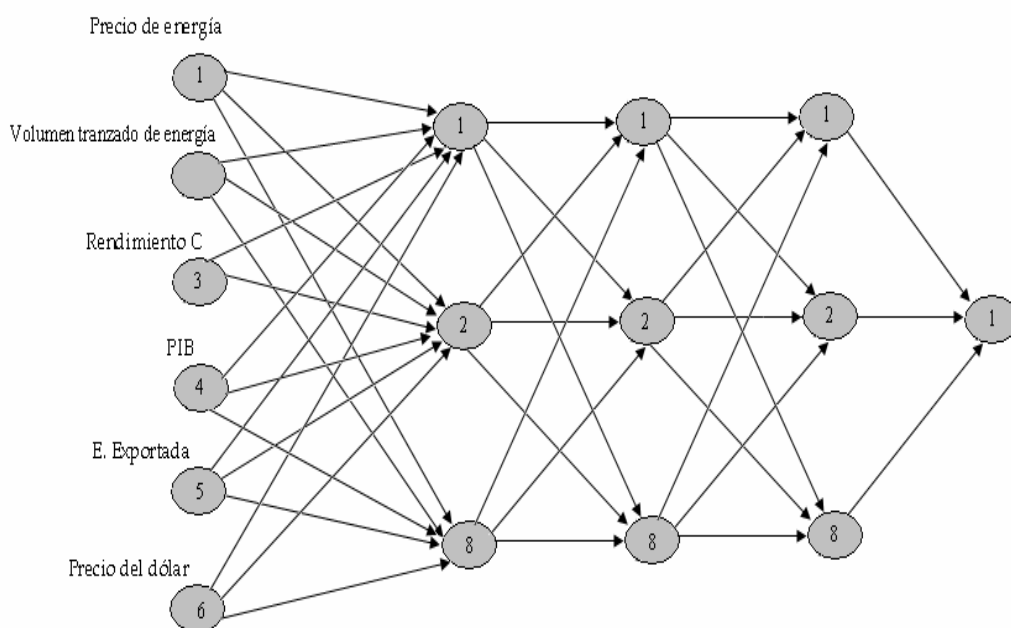


Figura 22. Red Neuronal implementada

Esta red neuronal consta de cuatro capas, todas las neuronas de la red poseen una función de transferencia del tipo tangente sigmoideal distribuidas de la siguiente manera:

- 8 neuronas en la primera capa
- 8 neuronas en la segunda capa
- 8 neuronas en la tercera capa
- 1 neurona en la capa de salida

Por las consideraciones que se dan en la literatura, para evitar un estrangulamiento de la información, cada una de las capas internas posee más neuronas que el número de datos de entrada/salida.

Para seleccionar los datos a utilizar en el entrenamiento de la red se buscó que existiera entre ellos una correlación, con el fin de no alimentar la red con datos que demoraran su convergencia. Algunas gráficas analizadas para la selección de los datos fueron las siguientes:

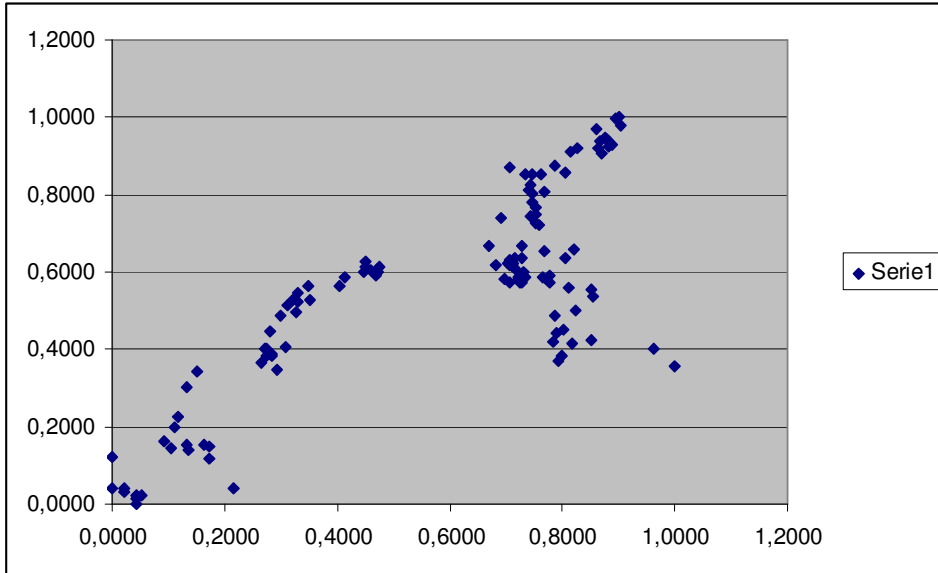


Figura 23. *Precio dólar vs Precio contrato*

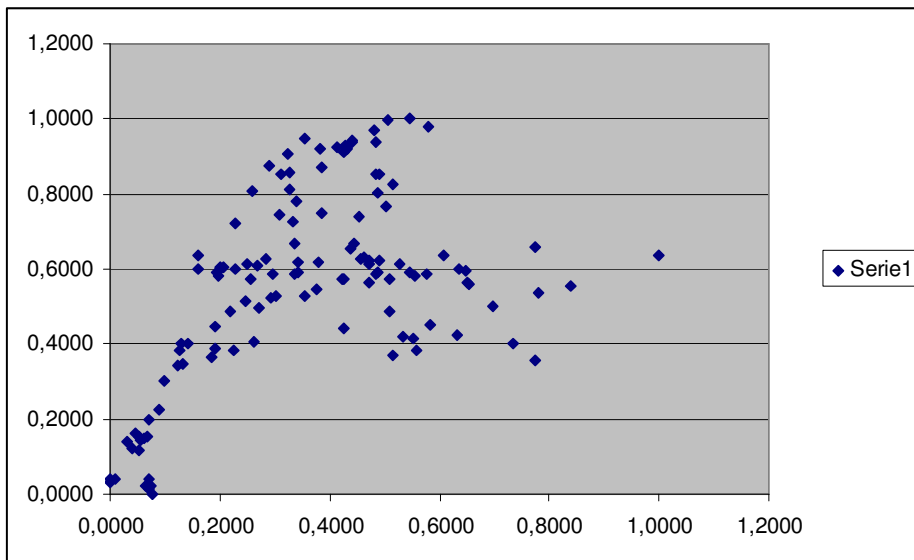


Figura 24. *Precio dólar vs Precio bolsa*

En las Figuras 23 y 24 se observa que el precio del dólar y el precio de la energía en contrato y bolsa van creciendo de forma simultánea, con lo que se podría decir que estas variables tienen cierta correlación debido a que dependiendo el comportamiento del dólar se estimula la economía del país.

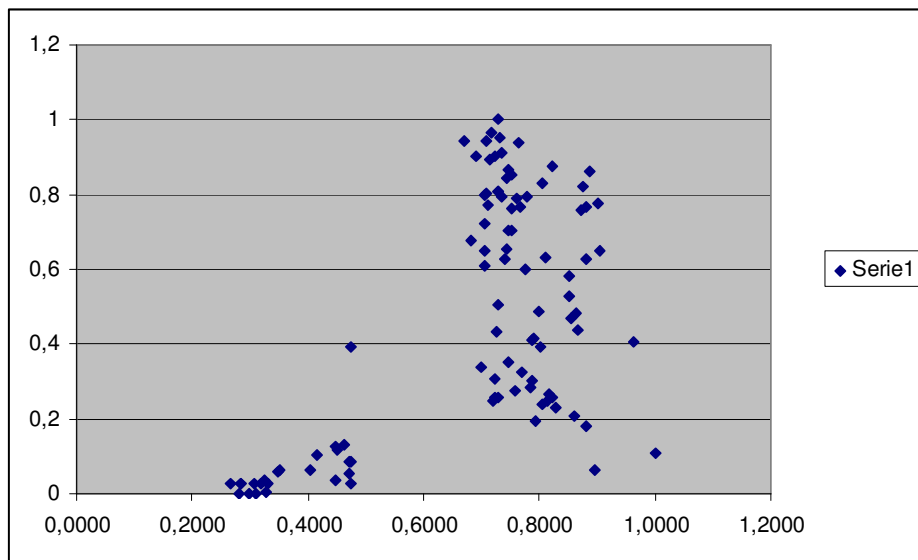


Figura 25. *Energía exportada vs Precio contrato*

En la Figura 25 se muestra la energía exportada hacia Venezuela y Ecuador y el valor del precio de la energía en contrato. El precio de contrato busca mantenerse estable dentro de un rango definido, independientemente de que la energía exportada aumente o disminuya.



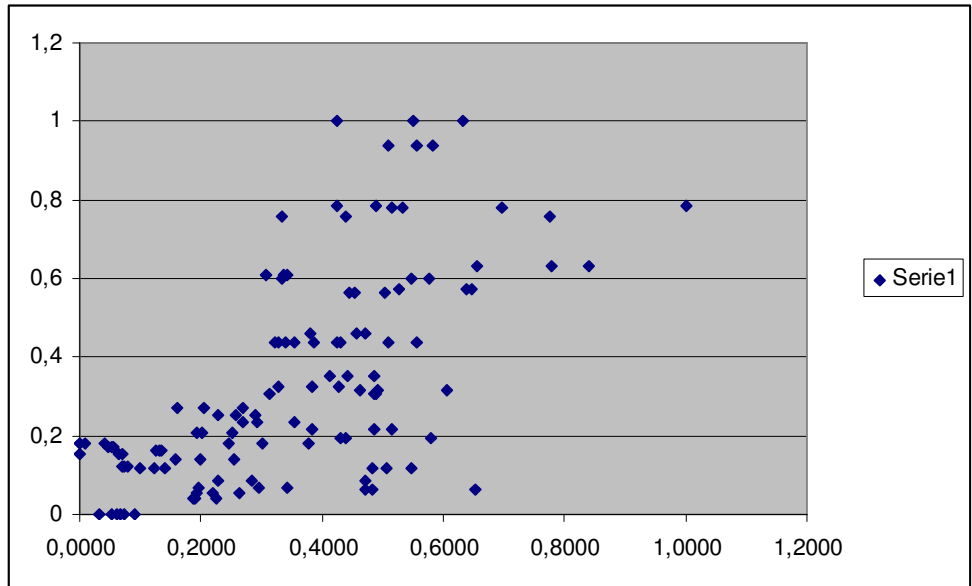


Figura 26. *PIB vs Precio bolsa*

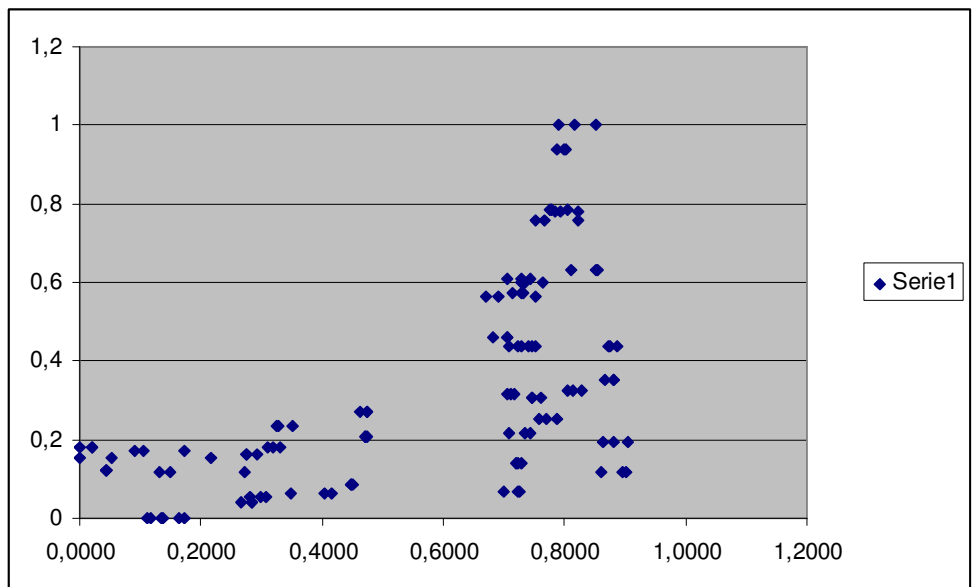


Figura 27. *PIB vs Precio contrato*

En la Figura 26 se observa como a medida que el PIB del país se incrementa, el precio de bolsa presenta una alta volatilidad que la caracteriza, mientras que la Figura 27 muestra como el precio de energía en contrato trata de estabilizarse dentro de un rango definido.

Los datos con los que se entrenó la red neuronal se muestran en la siguiente tabla, éstos fueron normalizados con el fin de incrementar la velocidad de ejecución del entrenamiento de la red.

FECHA	CONTRATOS			BOLSA			PIB	Energía Exportada GWh	Precio del dólar
	USUARIOS NO REGULADOS			USUARIOS NO REGULADOS					
	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento			
ene-00	0,2652	0,1774	0,1078	0,1863	0,1405	0,1933	0,0386	0,0253	0,3666
feb-00	0,2848	0,2304	-0,0011	0,2244	0,0591	-0,1552	0,0386	0,0287	0,3839
mar-00	0,2846	0,2912	0,1285	0,1906	0,0017	0,3579	0,0386	0,0253	0,3879
abr-00	0,3084	0,2576	-0,1411	0,2620	0,0000	-0,2935	0,0547	0,0254	0,4072
may-00	0,2815	0,3252	0,0893	0,1919	0,0073	0,1393	0,0547	0,0000	0,4484
jun-00	0,2980	0,2782	0,0670	0,2198	0,0115	0,1185	0,0547	0,0000	0,4876
jul-00	0,3106	0,2827	0,0469	0,2453	0,0133	0,2496	0,1813	0,0000	0,5124
ago-00	0,3196	0,3169	0,0623	0,3026	0,0232	0,2851	0,1813	0,0252	0,5289
sep-00	0,3316	0,2864	-0,0146	0,3770	0,0179	-0,2756	0,1813	0,0289	0,5453
oct-00	0,3287	0,3316	-0,0157	0,2938	0,0220	-0,0908	0,2352	0,0062	0,5223
nov-00	0,3257	0,3588	0,1332	0,2706	0,0407	0,3407	0,2352	0,0351	0,4971
dic-00	0,3515	0,3361	-0,0194	0,3535	0,0265	0,4077	0,2352	0,0624	0,5289
ene-01	0,3476	0,2662	0,2837	0,4713	0,2924	0,5116	0,0650	0,0589	0,5619
feb-01	0,4040	0,3033	0,0483	0,6523	0,0929	-0,3737	0,0650	0,0617	0,5631
mar-01	0,4142	0,3306	0,1635	0,4829	0,2579	-0,0305	0,0650	0,1021	0,5847
abr-01	0,4490	0,2308	0,0092	0,4720	0,3797	-0,5295	0,0874	0,1264	0,6118
may-01	0,4510	0,2550	-0,0157	0,2845	0,0692	-0,2252	0,0874	0,1186	0,6263
jun-01	0,4476	0,2396	0,1101	0,2279	0,0925	-0,1208	0,0874	0,0366	0,6011
jul-01	0,4718	0,2541	-0,0090	0,2014	0,0935	-0,0368	0,2068	0,0873	0,6003
ago-01	0,4698	0,2887	0,0254	0,1938	0,1325	0,2847	0,2068	0,0533	0,5909
sep-01	0,4755	0,2781	-0,0117	0,2511	0,0868	0,0723	0,2068	0,0293	0,6149
oct-01	0,4728	0,2423	-0,0126	0,2679	0,1312	-0,2563	0,2685	0,0863	0,6106
nov-01	0,4610	0,2556	0,0127	0,2059	0,1412	-0,2142	0,2685	0,1318	0,6041
dic-01	0,4728	0,2155	1,0000	0,1614	0,2169	0,1902	0,2685	0,3934	0,6019
ene-02	0,6981	0,3101	0,0984	0,1963	0,5463	0,7178	0,0682	0,3381	0,5824
feb-02	0,7250	0,3083	-0,0117	0,3417	0,3654	-0,1610	0,0682	0,4350	0,5896
mar-02	0,7218	0,3415	0,0073	0,2962	0,3443	-0,1597	0,0682	0,3057	0,5869
abr-02	0,7238	0,3421	-0,0183	0,2551	0,4128	-0,2347	0,1382	0,2558	0,5748
may-02	0,7187	0,3573	0,0367	0,2000	0,5376	-0,2006	0,1382	0,2467	0,6039
jun-02	0,7289	0,3174	0,1055	0,1589	0,5254	0,3760	0,1382	0,2591	0,6369
jul-02	0,7584	0,3116	0,0356	0,2274	0,4889	0,1386	0,2518	0,2753	0,7204
ago-02	0,7686	0,3323	0,0622	0,2578	0,9114	0,1360	0,2518	0,3268	0,8097
sep-02	0,7865	0,3574	0,1402	0,2900	0,5069	0,3681	0,2518	0,3043	0,8732
oct-02	0,8274	0,3748	-0,0725	0,3835	0,3837	-0,1857	0,3266	0,2312	0,9215
nov-02	0,8056	0,3654	0,0275	0,3267	0,4330	0,3658	0,3266	0,2407	0,8582
dic-02	0,8138	0,3980	0,1573	0,4271	0,2203	0,1679	0,3266	0,2489	0,9120
ene-03	0,8606	0,4249	0,1132	0,4824	0,4938	0,0694	0,1190	0,2054	0,9719
feb-03	0,8954	0,3956	0,0194	0,5073	0,4379	0,1043	0,1190	0,0628	0,9956
mar-03	0,9015	0,4942	0,0071	0,5463	0,4167	0,0862	0,1190	0,7772	1,0000
abr-03	0,9037	0,4370	-0,0707	0,5803	0,2563	-0,3383	0,1919	0,6504	0,9802

FECHA	CONTRATOS			BOLSA			PIB	Energía Exportada GWh	Precio del dólar
	USUARIOS NO REGULADOS			USUARIOS NO REGULADOS					
	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento			
may-03	0,8813	0,4804	-0,0528	0,4404	0,1749	-0,0281	0,1919	0,1809	0,9389
jun-03	0,8648	0,5334	0,0013	0,4309	0,2544	0,1640	0,1919	0,4823	0,9194
jul-03	0,8653	0,6435	0,0488	0,4853	0,1979	-0,1185	0,3541	0,4371	0,9394
ago-03	0,8803	0,6147	0,0052	0,4425	0,2553	-0,0882	0,3541	0,6268	0,9440
sep-03	0,8819	0,5859	-0,0196	0,4125	0,2668	-0,1835	0,3541	0,7655	0,9260
oct-03	0,8758	0,6170	0,0373	0,3537	0,3013	0,2649	0,4394	0,8222	0,9492
nov-03	0,8874	0,5947	-0,0533	0,4303	0,2584	-0,3235	0,4394	0,8627	0,9301
dic-03	0,8708	0,5889	-0,5263	0,3232	0,3680	0,2264	0,4394	0,7560	0,9073
ene-04	0,7077	0,5406	0,0962	0,3848	0,2714	0,3264	0,2144	0,9425	0,8719
feb-04	0,7342	0,5751	0,0362	0,4847	0,2109	0,0809	0,2144	0,9095	0,8528
mar-04	0,7444	0,6453	0,0115	0,5139	0,1965	-0,0740	0,2144	0,8422	0,8238
abr-04	0,7476	0,5922	0,0510	0,4861	0,1578	0,0084	0,3077	0,8642	0,8050
may-04	0,7621	0,6694	-0,0568	0,4891	0,1563	-0,4851	0,3077	0,7886	0,8537
jun-04	0,7458	0,5977	-0,0137	0,3128	0,3007	0,0543	0,3077	0,3533	0,8520
jul-04	0,7419	0,6183	0,0115	0,3272	0,3067	0,0424	0,4370	0,6263	0,8134
ago-04	0,7452	0,6206	0,0273	0,3388	0,3337	0,1703	0,4370	0,7058	0,7800
sep-04	0,7529	0,6230	-0,0050	0,3867	0,2732	0,3801	0,4370	0,7049	0,7508
oct-04	0,7515	0,7036	-0,2132	0,5035	0,1393	-0,1316	0,5639	0,8519	0,7690
nov-04	0,6908	0,6946	-0,0757	0,4546	0,2417	-0,0296	0,5639	0,9044	0,7382
dic-04	0,6703	0,7151	0,1714	0,4444	0,2462	0,4799	0,5639	0,9422	0,6663
ene-05	0,7161	0,8224	-0,0147	0,6070	0,2554	-0,2707	0,3179	0,9676	0,6361
feb-05	0,7120	0,6845	-0,0236	0,4911	0,3283	-0,0760	0,3179	0,7731	0,6224
mar-05	0,7055	0,7208	0,0037	0,4634	0,4610	-0,0230	0,3179	0,6493	0,6305
abr-05	0,7065	0,7209	-0,0081	0,4553	0,4375	0,0493	0,4590	0,6075	0,6282
may-05	0,7043	0,7554	-0,0860	0,4723	0,5292	-0,2615	0,4590	0,8006	0,6216
jun-05	0,6806	0,6763	0,1224	0,3797	0,5704	0,4828	0,4590	0,6765	0,6171
jul-05	0,7136	0,7970	0,0641	0,5261	0,3804	0,2877	0,5726	0,8925	0,6119
ago-05	0,7313	0,8813	-0,0080	0,6366	0,2696	0,0234	0,5726	0,9530	0,6015
sep-05	0,7291	0,8695	-0,0058	0,6470	0,2018	-0,2234	0,5726	0,8084	0,5945
oct-05	0,7275	0,8898	0,1348	0,5464	0,1444	-0,5350	0,5996	1,0000	0,5931
nov-05	0,7651	0,8211	-0,1112	0,3351	0,4555	0,8633	0,5996	0,9373	0,5854
dic-05	0,7332	0,8719	-0,0399	0,5758	0,1329	-0,0485	0,5996	0,7927	0,5848
ene-06	0,7220	0,7344	0,0249	0,5558	0,1981	-0,1160	0,4382	0,9033	0,5816
feb-06	0,7289	0,6791	-0,0757	0,5094	0,3226	-0,2286	0,4382	0,8087	0,5710
mar-06	0,7077	0,7593	-0,0044	0,4237	0,4427	-0,2502	0,4382	0,8009	0,5739
abr-06	0,7065	0,7135	0,0822	0,3418	0,4719	-0,0218	0,6107	0,7218	0,6186
may-06	0,7291	0,8259	0,0502	0,3356	0,4124	-0,0986	0,6107	0,5036	0,6697
jun-06	0,7431	0,8102	0,0302	0,3081	0,3604	0,0949	0,6107	0,6534	0,7456
jul-06	0,7517	0,8502	0,0572	0,3332	0,2581	0,3802	0,7590	0,7627	0,7269
ago-06	0,7680	0,8431	0,1845	0,4388	0,2827	1,0000	0,7590	0,7672	0,6524

FECHA	CONTRATOS			BOLSA			PIB	Energía Exportada GWh	Precio del dólar
	USUARIOS NO REGULADOS			USUARIOS NO REGULADOS					
	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento	Precio (\$/kWh)	Volumen (MWh)	Rendimiento			
sep-06	0,8211	0,8825	-0,0578	0,7746	0,0728	0,4332	0,7590	0,8760	0,6580
oct-06	0,8038	0,9168	-0,0882	1,0000	0,0476	-0,7937	0,7836	0,8317	0,6369
nov-06	0,7777	0,8470	-0,0042	0,4887	0,1582	-0,1762	0,7836	0,7941	0,5918
dic-06	0,7765	0,8202	0,1215	0,4247	0,2657	0,7023	0,7836	0,5990	0,5741
ene-07	0,8117	0,7187	0,1623	0,6551	0,3572	0,4067	0,6299	0,6337	0,5592
feb-07	0,8510	0,7719	-0,0165	0,8400	0,3675	-0,1089	0,6299	0,5833	0,5535
mar-07	0,8549	0,8824	-0,1016	0,7794	0,4602	-0,1600	0,6299	0,4711	0,5374
abr-07	0,8237	0,8397	-0,1297	0,6958	0,3537	-0,3417	0,7809	0,2580	0,5028
may-07	0,7849	0,8989	0,0307	0,5328	0,3666	-0,0422	0,7809	0,2832	0,4194
jun-07	0,7938	0,8976	0,0187	0,5164	0,2611	0,1082	0,7809	0,1946	0,3680
jul-07	0,7993	0,9505	0,0097	0,5573	0,1773	0,0615	0,9384	0,4874	0,3845
ago-07	0,8022	0,9536	-0,0531	0,5820	0,1448	-0,1781	0,9384	0,3909	0,4501
sep-07	0,7865	0,8908	0,1074	0,5082	0,2054	0,1138	0,9384	0,4083	0,4860
oct-07	0,8178	1,0000	-0,0968	0,5507	0,1808	-0,3184	1,0000	0,2658	0,4166
nov-07	0,7889	0,9094	0,2116	0,4242	0,2424	0,6333	1,0000	0,4133	0,4437
dic-07	0,8508	0,8999	0,3637	0,6318	0,2156	0,2326	1,0000	0,5272	0,4232
ene-08	0,9619	0,9316	0,1157	0,7346	0,3694	0,0772		0,4066	0,4027
feb-08	1,0000	0,8970		0,7731	0,3755			0,1105	0,3555

Tabla 2. Datos de entrada para el entrenamiento de la red neuronal

La red en primera instancia fue entrenada con el 80% de los datos y validada con el 20% restante, pero los resultados no fueron muy convincentes, de tal manera que se optó por entrenar la red con el 90% de los datos y validarla con el 10% restante obteniendo resultados muy satisfactorios.

La red fue entrenada varias veces con el 90% de los datos modificándole el error.

Dentro de los entrenamientos realizados a la red se destacan los siguientes:

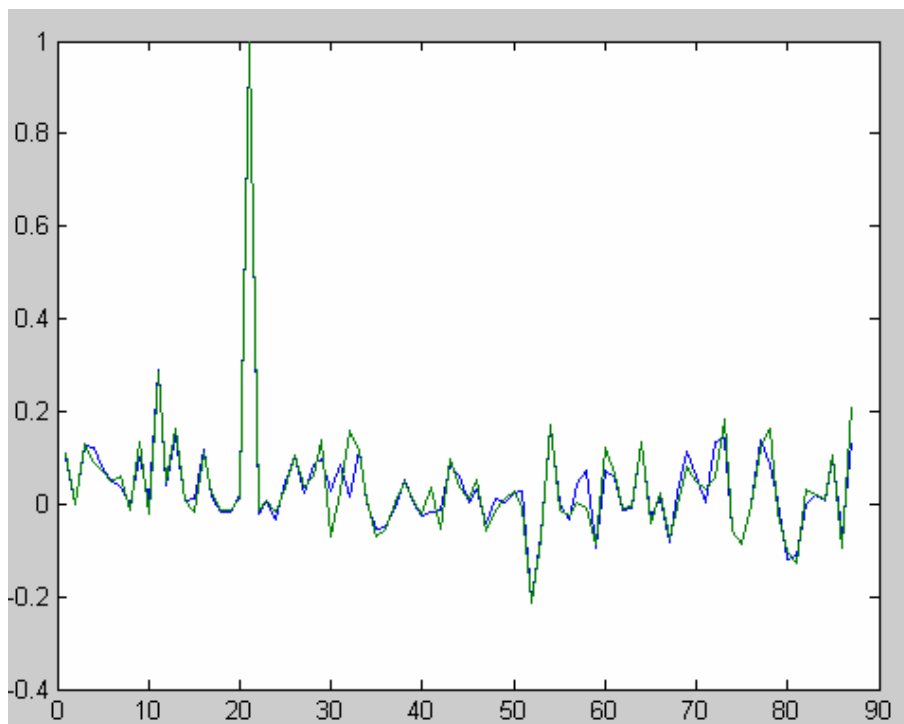


Figura 28. Resultado del entrenamiento para un error de  $1 \times 10^{-4}$

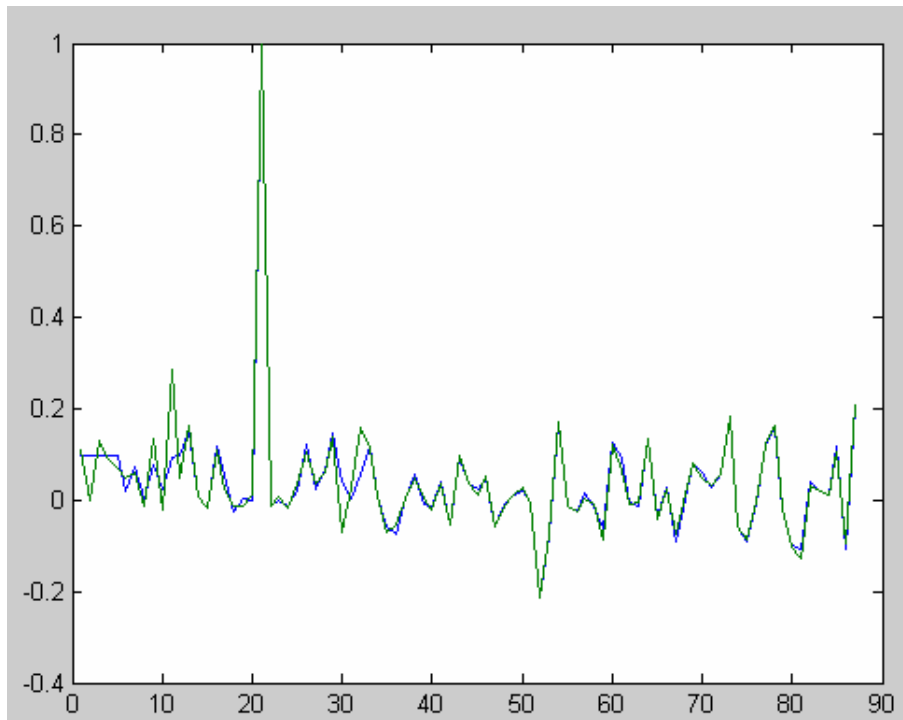


Figura 29. Resultado del entrenamiento para un error de  $1 \times 10^{-5}$

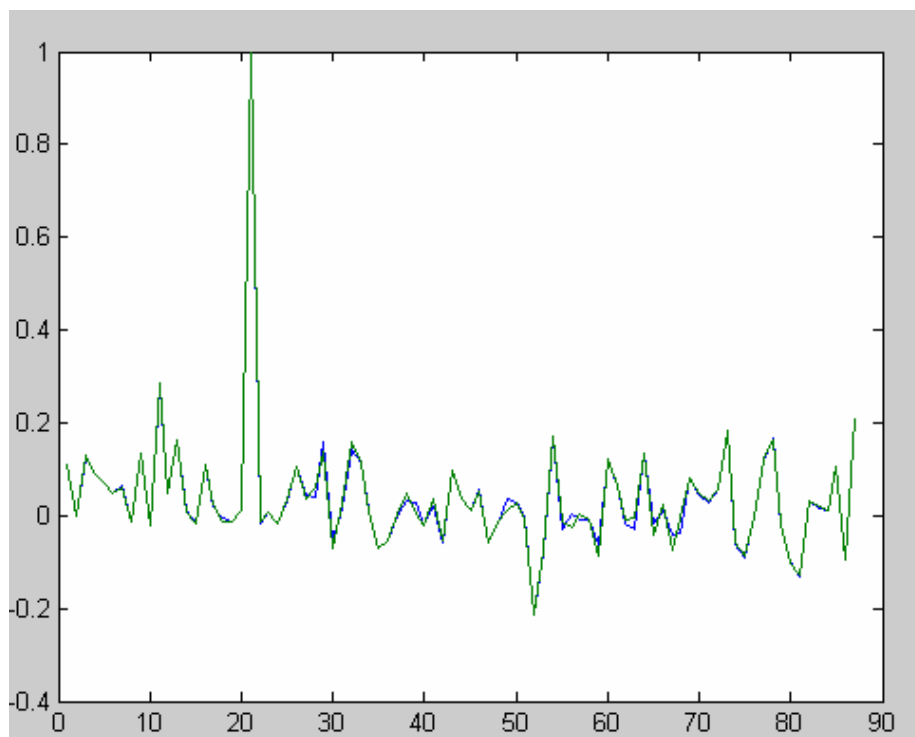


Figura 30. Resultado del entrenamiento para un error de  $1 \times 10^{-6}$



Al entrar a la red los datos de validación con un error de  $1 \times 10^{-6}$ , el resultado obtenido fue el siguiente:

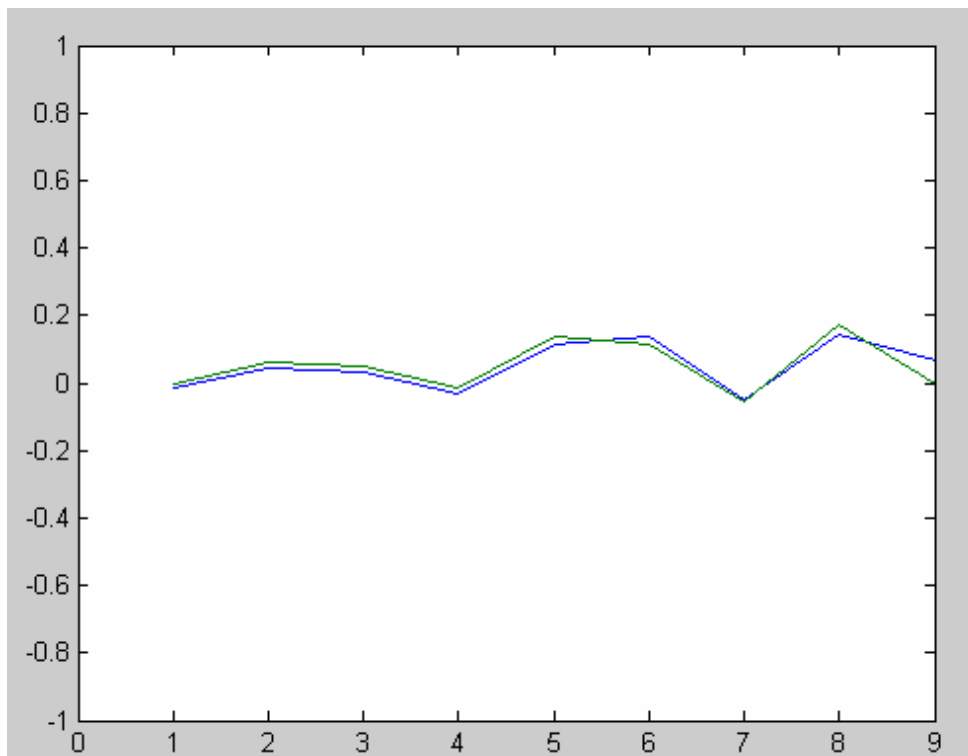


Figura 31. Resultado de la red con los datos de validación para un error de  $1 \times 10^{-6}$

Después de los resultados del entrenamiento de la red, se procede a obtener el portafolio de inversión a partir de los datos de validación. Para la determinación del portafolio se calculan  $K_1$  y  $K_2$  que representan el porcentaje de compra en contrato y en bolsa respectivamente, por medio de las siguientes fórmulas diseñadas empíricamente a partir del rendimiento y del riesgo.

$$K_1 = \frac{\frac{1}{VAR1} * e^{Rend1\%}}{\frac{1}{VAR1} * e^{Rend1\%} + \frac{1}{VAR2} * e^{Rend2\%}}$$

$$K_2 = \frac{\frac{1}{VAR2} * e^{Rend2\%}}{\frac{1}{VAR1} * e^{Rend1\%} + \frac{1}{VAR2} * e^{Rend2\%}}$$

CONTRATOS				BOLSA			
Precio (\$/kWh)	Rendimiento	VAR	K1 %	Precio (\$/kWh)	Rendimiento	VAR	K2 %
42,93	-0,02	1,62	99,98	41,97	-8,53	2,12	0,02
44,64	1,32	1,61	0	50,24	15,64	2,64	100
48,79	1,02	1,7	100	87,22	-20,53	4,99	0
52,3	-0,25	1,75	2,14	44,79	3,97	2,61	97,86
67,58	2,97	2,38	0	48,9	20,22	2,96	100
71,22	2,4	2,47	29,15	69,25	3,81	4,17	70,85
72,54	-1,13	2,44	100	63,74	-17,78	3,8	0
61,87	3,64	2,07	0	65,23	26,37	3,9	100
64,76	-0,12	2,12	100	86,66	-12,28	5,18	0

Tabla 3. Portafolio de inversión

Para obtener la frontera eficiente basta graficar los portafolios en un plano cartesiano ubicando el riesgo en el eje X y el rendimiento en el eje Y. La frontera introducirá aquellos puntos cuyos riesgos se compensen con sus rendimientos. Las fronteras eficientes obtenidas fueron las siguientes:

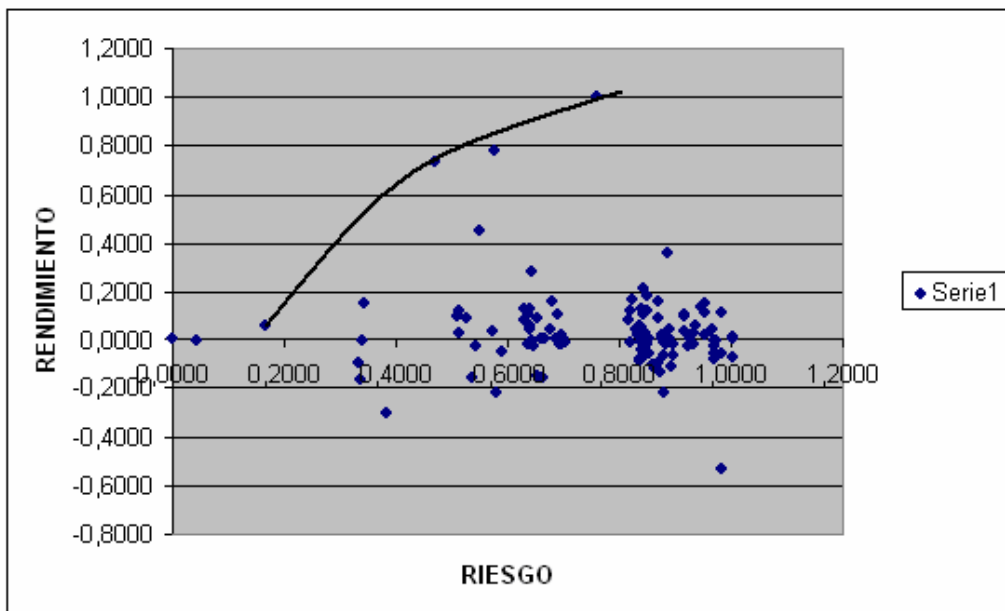


Figura 32. *Frontera eficiente para invertir en contrato*

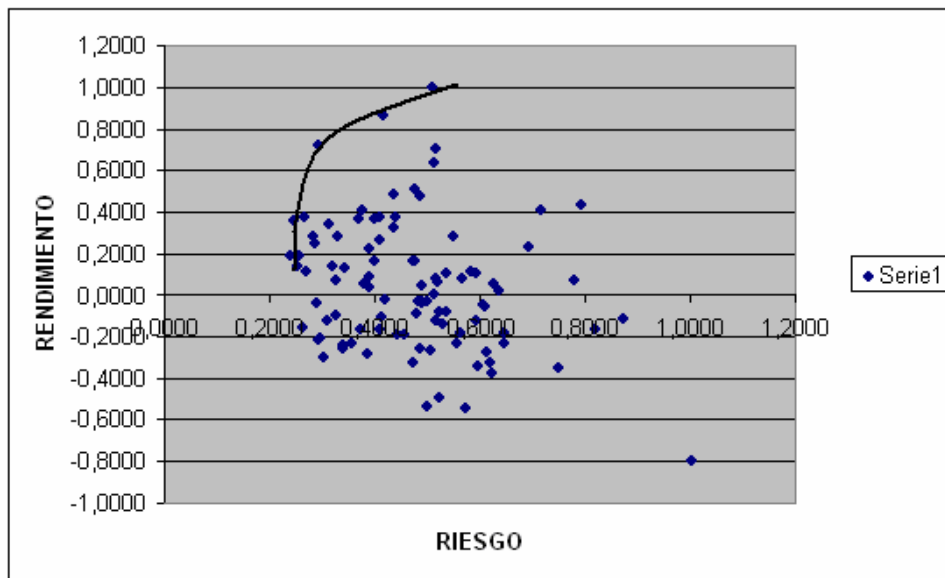


Figura 33. Frontera eficiente para invertir en bolsa

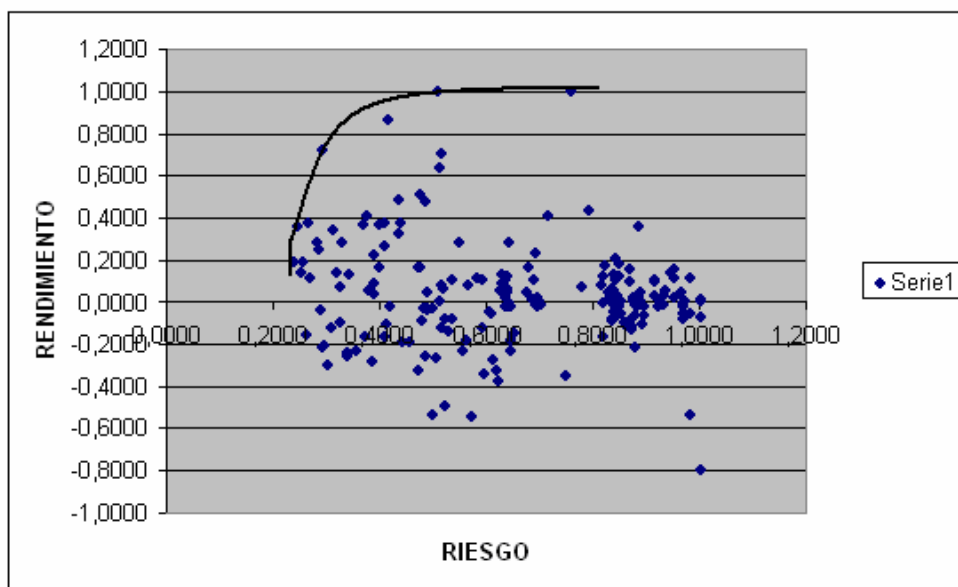


Figura 34. Frontera eficiente para invertir en contrato y en bolsa

## 6. CONCLUSIONES

- Debido al poco tiempo que lleva el mercado eléctrico frente a otros mercados y por el alto nivel de volatilidad que éste posee, se hace necesario que los diferentes agente involucrados en el MEM posean herramientas que les permitan armar portafolios eficientes a la hora de comprar y vender energía eléctrica.
- Antes de implementar una red neuronal para trabajar en predicción, es necesario realizar un estudio de los datos con los cuales se va a realizar el entrenamiento de la red, debido a que mucha información en los datos de entrada puede resultar redundante ocasionando lentitud en el aprendizaje y muy pocos aportes en la calidad de la respuesta.
- Cuando se vaya a diseñar la red neuronal que se va a utilizar, es aconsejable tratar de buscar que la función que la red va a describir sea lo menos no lineal posible, porque de lo contrario al alimentar la red con los datos de validación los resultados puede que no sean los esperados a pesar de que el error con el que se haya entrenado sea muy pequeño.
- La información con la que se disponga para realizar el entrenamiento influye fuertemente en la calidad del resultado. De manera que las empresas o agentes del Mercado Eléctrico Mayorista que posean información privilegiada podrán tener un mejor perfil de decisión para crear su portafolio de inversión.

- Para el entrenamiento de una red neuronal es importante el criterio de parada. Se debe tener en cuenta que un error muy pequeño puede llevar a memorizar a la red y no a que ésta generalice correctamente.
- Los resultados obtenidos muestran que las redes neuronales son una buena herramienta en el campo de la predicción y que entre más riguroso sea el estudio de los datos de entrada y la topología de la red, se puede obtener una mejor precisión del pronóstico.
- La frontera eficiente es una buena metodología para elegir portafolios de inversión, sin embargo, el portafolio óptimo dentro de esta curva variará de acuerdo a la preferencia respecto del riesgo del inversor. Inversores precavidos elegirán puntos con poco nivel de riesgo y rendimiento, mientras que inversores más agresivos elegirán puntos con un mayor retorno y riesgo.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Resolución CREG 024 de 1995
- [2] Leyes 142 y 143 de 1994
- [3] Alexander Molina Cabrera, Eliana Mirledy Toro. “Pronóstico de acciones en bolsa de valores usando técnicas inteligentes”. Pereira.
- [4] Eliana Mirledy Toro, Alejandro Garcés Ruíz, Juan Carlos Galvis. “Redes neuronales aplicadas a la predicción de precios en bolsa de energía”. Pereira.
- [5] Ana Lilian Valencia D’Oro, Carlos Arturo Lozano, Carlos Moreno. “Modelos neuronales de pronóstico horario de potencia y energía eléctrica. Valle, Marzo de 2007.
- [6] [www.cema.edu.ar/u/Cap\\_n6\\_TEORIA\\_DEL\\_PORTAFOLIO\\_2.doc](http://www.cema.edu.ar/u/Cap_n6_TEORIA_DEL_PORTAFOLIO_2.doc) BAUM, Marcelo Alejandro. Teoria de portafolio.
- [7] <http://www.creg.gov.co/>
- [8] [http://www.superservicios.gov.co/nuestra\\_quienes.htm](http://www.superservicios.gov.co/nuestra_quienes.htm)
- [9] <http://www.upme.gov.co/>
- [10] <http://ideas.repec.org/a/ioe/cuadec/v43y2006i128p251-284.html> Modelos de Algoritmos Genéticos y Redes Neuronales en la Predicción de Índices Bursátiles Asiáticos
- [11] Rosendo Arturo Aguilar Durán. “Redes neuronales artificiales en la predicción de errores”. Capítulo 4. Cholula, Puebla, México, Diciembre 13 de 2002. Tesis para obtener el título en Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería en Sistemas Computacionales.

- [12] Unidad de planeación minero energética-UPME. "Una visión del mercado eléctrico Colombiano". Bogotá, Julio de 2004.
- [13] Christian Andrew Jonson "Método de evaluación del riesgo para portafolios de inversión" Central Bank Of. Chile Working Papers N° 67 Marzo 2000.
- [14] Grupo de investigación Gralta, Universidad del Valle. "Pronóstico de Precio en el Mercado de Electricidad Colombiano".
- [15] Idina Dubova. "La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso colombiano". Bogotá, Diciembre de 2005.
- [16] José Luís Arraigada. "Aplicación de instrumentos financieros en el sector eléctrico". Santiago de Chile, 2001. Tesis para optar el grado de Magíster en ciencias de la Ingeniería.
- [17] Jesús María Velásquez Bermúdez. "A dynamic, oligopolistic, spatial, nashcournot equilibrium model for open hydroelectricity markets". Edinburgh, UK, Julio de 2002.
- [18] Jesús María Velásquez Bermúdez, César Hidalgo. "Optimización del mercado de energía eléctrica a largo plazo".
- [19] James Freeman, David Skapura. "Redes Neuronales: Algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación". Delaware EAU. Addison Wesley Iberoamericana S.A 1993.
- [20] José R. Hilera, Víctor J. Martínez. "Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos modelos y aplicaciones" Ra-ma Editorial. Madrid 1995.
- [21] Geoffrey E. Hinton. "Redes neuronales que aprenden de la experiencia". Investigación y ciencia. #194 Noviembre de 1992.
- [22] R.A. Jacobs "Increased rates of convergence through learning rate adaptation". Neural Networks. Vol 1 #4. Pag 295-308, 1998.



- [23] P.K. Simpson "Foundations of neural networks". Artificial neural networks. IEEE Press. New York, 1992.
- [24] <http://ohm.utp.edu.co/neuronales.htm>
- [25] "Pre-registro, registro y despacho de contratos de energía a largo plazo gerencia operación y administración del mercado". Seminario taller transacciones en bolsa I. Colombia, 2005.
- [26] <http://www.creg.gov.co/>
- [27] [http://www.superservicios.gov.co/nuestra\\_quienes.htm](http://www.superservicios.gov.co/nuestra_quienes.htm)
- [28] <http://www.electronica.com.mx/neural/informacion/perceptron.html>
- [29] <http://ohm.utp.edu.co/neuronales/Capitulo2/Adaline/AntecedentesAd.htm>
- [30] <http://www.fiec.espol.edu.ec/investigacion/topico/backpropagation.pdf>