

**AMPLIACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO QUE REPRESENTA EL
PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE PERSONAL, FORMULADO ACTUALMENTE
PARA UN RESTAURANTE EN PARTICULAR, A TODOS LOS TIPOS DE
RESTAURANTES DE LA EMPRESA FRISBY S.A.**

Autor:

**NATALIA BOHÓRQUEZ BEDOYA
Código: 1088.239.685**

Profesor guía:

**ELIANA MIRLEDY TORO OCAMPO
M.Sc Ingeniería Eléctrica Área de optimización**

**Proyecto de Trabajo de Grado Presentado Como
Requisito Parcial Para Optar El Título De Ingeniera Industrial Bajo
La Modalidad De Práctica Empresarial.**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
PEREIRA
2008**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Pereira, _____ de 2008

A Dios que me da las herramientas que me permiten construir mi camino.

A mis padres por todo: amor, esfuerzo, comprensión, apoyo, confianza, ejemplo...todo aquello me hace ser lo que soy y llegar a donde he llegado.

A mi esposo y a mi hijo porque son el eje y el más grande motor de mi vida.

Por lo vivido y obtenido en esta etapa de mi vida agradezco especialmente a:

La familia Frisby por abrirme sus puertas y brindarme su calidez.

Eliana Mirledy Toro, directora de este trabajo, por transmitirme su fuerza y tenacidad; por compartir su conocimiento y experiencia; por ser excelente guía y amiga.

Sonia, por su inmenso cariño y su permanente disponibilidad para realizar un buen proyecto.

Flor, Olga, Sonia, Aura, Luz Adriana: son mujeres extraordinarias, que en esta etapa llenaron mi vida y la de Juan Miguel de luz y tranquilidad.

Mis amigos del alma: Adriana, Juan David, Carolina, Paola, Alexandra: por ser verdaderos e incondicionales.

Leonardo Hernández por compartir su conocimiento y confiar en mí.

M.Sc John Freddy Franco Baquero y M.Sc Alejandro Garcés Ruiz, por su colaboración en la formulación del modelo matemático.

TABLA DE CONTENIDO

GLOSARIO	8
INTRODUCCIÓN	10
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
DELIMITACIÓN	16
OBJETIVOS.....	16
GENERAL	16
ESPECÍFICOS	16
JUSTIFICACIÓN.....	16
MARCO REFERENCIAL	18
ANTECEDENTES	19
MARCO CONCEPTUAL.....	20
MARCO TEÓRICO.....	20
DISEÑO METODOLÓGICO	25
1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO ACTUAL DE AFORO DE PERSONAL EN FRISBY S.A.	27
2. INFORMACIÓN GENERAL UTILIZADA EN EL PROCESO DE AFORO	28
2.1. CLASIFICACIÓN DE LOS RESTAURANTES	28
2.1.1. TIPO DE RESTAURANTE (SEGÚN LA UBICACIÓN)	28
2.1.2. TIPO DE SERVICIO	28
2.1.3. TIPO DE VENTA	29
2.1.4. NIVEL DE VENTAS.....	29
2.2. CARGOS UTILIZADOS EN EL PROCESO DE AFORO DE PERSONAL... ..	29
2.3. CARGOS ASIGNADOS SEGÚN LA CLASIFICACIÓN DEL RESTAURANTE.....	30
2.4. TRANSACCIONES DE BAJO y ALTO MOVIMIENTO	30
3. CAMBIOS REALIZADOS AL MODELO PROTOTIPO.....	30
4. PRIMER SUBPROBLEMA: ASIGNACIÓN OPERATIVA. RESTRICCIONES OPERATIVAS.....	33
4.1. PREALISTAMIENTO Y RECEPCIÓN DE PEDIDO.....	34
4.2. DEMANDA.....	35
4.3. POLÍTICAS GENERALES.....	42
5. SEGUNDO SUBPROBLEMA: ASIGNACIÓN ADMINISTRATIVA.....	43
RESTRICCIONES ADMINISTRATIVAS	43
5.1. JORNADA COMPLETA.....	44
5.2. JORNADA VARIABLE	44
5.3. TURNOS PARTIDOS	44
5.4. POLIFUNCIONALIDAD	45
5.5. PRIORIDADES EN LA ASIGNACIÓN	45
6. MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO	47
6.1. PARÁMETROS BÁSICOS DEL MODELO	47
6.1.1. ÍNDICES.....	47

6.2.	VARIABLES DE DECISIÓN	51
6.3.	FUNCIÓN OBJETIVO.....	51
6.4.	RESTRICCIONES	52
6.4.1.	RESTRICCIONES ASOCIADAS AL NÚMERO DE HORAS PERMITIDAS EN CADA UNA DE LAS JORNADAS.	52
6.4.2.	RESTRICCIÓN PARA ASIGNAR A UNA PERSONA ÚNICAMENTE UNA DE LAS DOS JORNADAS	58
6.4.3.	RESTRICCIONES PARA EVITAR EL CRUCE DE HORAS.....	58
6.4.4.	RESTRICCIONES ASOCIADAS A LA OBLIGATORIEDAD DE LA ASIGNACIÓN DE HORAS OPERATIVAS.....	59
6.4.5.	RESTRICCIONES PARA EVITAR LAS HORAS PARALELAS PARA UNA MISMA PERSONA	60
6.4.6.	RESTRICCIONES QUE ASEGURAN LA CONSECUTIVIDAD DE MÍNIMO 3 HORAS EN LA JORNADA LABORAL DE UNA PERSONA (TURNO PARTIDO).....	60
6.4.7.	RESTRICCIONES PARA DAR PRIORIDAD A LA JORNADA COMPLETA.....	61
7.	EJEMPLO ILUSTRATIVO.....	62
7.1.	VARIABLES DE DECISIÓN	64
7.2.	FUNCIÓN OBJETIVO.....	65
7.3.	RESTRICCIONES	65
7.3.1.	RESTRICCIONES ASOCIADAS AL NÚMERO DE HORAS PERMITIDAS EN CADA UNA DE LAS JORNADAS.	65
7.3.2.	RESTRICCIÓN PARA ASIGNAR A UNA PERSONA ÚNICAMENTE UNA DE LAS DOS JORNADAS	73
7.3.3.	RESTRICCIONES PARA EVITAR EL CRUCE DE HORAS.....	74
7.3.4.	RESTRICCIONES ASOCIADAS A LA OBLIGATORIEDAD DE LA ASIGNACIÓN DE HORAS OPERATIVAS.....	74
7.3.5.	RESTRICCIONES PARA EVITAR LAS HORAS PARALELAS PARA UNA MISMA PERSONA	75
7.3.6.	RESTRICCIONES QUE ASEGURAN LA CONSECUTIVIDAD DE MÍNIMO 3 HORAS EN LA JORNADA LABORAL DE UNA PERSONA (TURNO PARTIDO).....	75
7.3.7.	RESTRICCIONES VARIABLES ENTERAS BINARIAS.....	76
8.	ACTUALIZACIÓN DE LOS TIEMPOS DE SIMULACIÓN.....	77
9.	PROGRAMACIÓN, DISEÑO DE SOFTWARE	77
	Métodos de solución para problemas NP	78
9.1.	Métodos Heurísticos	79
9.2.	Métodos Metaheurísticos.....	80
9.3.	ALGORITMOS EXACTOS.....	81
9.3.1.	BRANCH AND BOUND O RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO.....	81
9.3.2.	ALGORITMO ADITIVO DE ENUMERACIÓN IMPLÍCITA 0-1 DE BALAS	81
9.4.	METAHEURÍSTICAS.....	82
9.4.1.	ALGORITMO GENÉTICO	82

9.4.2. BÚSQUEDA TABÚ.....	84
9.4.3. TÉCNICA DE COLONIA DE HORMIGAS	87
CONCLUSIONES	91
RECOMENDACIONES.....	93
BIBLIOGRAFÍA.....	94
ANEXOS.....	95
ANEXO 1: CARGOS ASIGNADOS SEGÚN LA CLASIFICACIÓN DE RESTAURANTE	1
ANEXO 2: EXPLICACIÓN FORMA RESTRICCIONES JORNADA VARIABLE	3
ANEXO 3: ÍNDICE DE TABLAS.....	6
ANEXO 4: ÍNDICE DE FIGURAS	6

GLOSARIO

AFORO DE PERSONAL: es la determinación de la cantidad de personas requerida, hora a hora, para atender un nivel de actividad determinado (ventas), respetando unas condiciones administrativas de origen interno y externo a la compañía.

AJUSTE MANUAL: son todas aquellas asignaciones, modificaciones o verificaciones que debe hacer manualmente el usuario del software que dará solución al modelo de asignación planteado en este trabajo de grado, debido a que dentro del modelo no están contempladas estas variables y/o restricciones, para efectos de simplificación del mismo.

ANALISTA DE AFOROS: cargo dentro del área de ingeniería cuya función principal es el aforo de personal en los restaurantes de la compañía.

ASIGNACIÓN ADMINISTRATIVA: es la asignación dada por el cumplimiento de las Restricciones Administrativas; aquellas definidas en su mayoría por el Área de Gestión Humana, con el fin de flexibilizar los contratos de trabajo acorde con las necesidades de la empresa, dentro de la actual legislación laboral.

ASIGNACIÓN OPERATIVA: es la asignación que se da por el cumplimiento de las Restricciones Operativas, es decir, aquella asignación que se da por carga de trabajo, analizada media hora a media hora según la demanda histórica (nivel y mezcla de ventas) de los restaurantes, además se tienen en cuenta otras condiciones de operatividad de los restaurantes, explicadas más adelante.

CONSOLIDADO DE VENTAS: informe que muestra el promedio de transacciones día a día de la semana, hora a hora, de un período de tiempo determinado por el usuario.

DIAGRAMA DE GANTT: es una popular herramienta gráfica cuyo objetivo es el de mostrar el tiempo de dedicación previsto para diferentes tareas o actividades a lo largo de un tiempo total determinado.

DRIVE THRU: también denominado **Drive-Through** o **Drive-In**, es un tipo de establecimiento de negocios, que en la mayoría de los casos es un restaurante de comida rápida. En este tipo de locales se puede ser servido sin la necesidad de salir del automóvil. Frisby S.A. ofrece este servicio en algunos de sus restaurantes.

HOJA DE ELEMENTOS: Documento elaborado a partir de un estudio de tiempos realizado en los restaurantes, que contiene el tiempo promedio que ocupa cada cargo, en cada una de las actividades que debe ejecutar según sus funciones.

HORIZONTE DE TRABAJO U HORIZONTE DE ASIGNACIÓN: horizonte temporal considerado para resolver el problema de asignación de personal, el cual para este proyecto, se constituye desde el momento en que, en un día, el primer colaborador entra a ejecutar labores de prelistamiento y/o de recepción de pedido (tiempo de preapertura), hasta el momento del cierre de restaurante.

MEZCLA DE VENTAS: es el promedio del nivel de ventas de un restaurante en particular, agrupando las ventas en conjuntos de los diferentes productos ofrecidos por la empresa. Este factor es importante debido a que el producto o grupo de productos más vendidos, determina el porcentaje de ocupación de los diferentes cargos.

PERÍODO MÍNIMO DE ASIGNACIÓN, O PERÍODO DE ASIGNACIÓN: segmento más pequeño que se asigna. Intervalo de tiempo en el que se divide el Horizonte de Asignación. Para este proyecto el período de asignación es de media hora (30 minutos).

PERSONA: cada uno de los colaboradores que pueden ser asignados a un cargo. Se debe tener en cuenta que, dependiendo del nivel de ventas, pueden ser necesarias varias personas, que ejecuten el mismo cargo.

POLIFUNCIONALIDAD: es la capacidad de un trabajador de ejecutar varios cargos dentro de su jornada laboral, pero no simultáneamente. Los cargos están agrupados por familias, por tanto cada colaborador se entrena en una familia de cargos. Los restaurantes requieren que el personal se entrene en varios cargos, para operar en horas de bajo movimiento con el mínimo personal requerido.

PRELISTAMIENTO: conjunto de actividades que algunos cargos realizan para alistar los productos y ejecutar tareas necesarias para la apertura diaria del restaurante.

PREAPERTURA: período de tiempo, antes de abrir el restaurante para la atención al cliente, en el que los colaboradores realizan actividades de prelistamiento y/o recepción de pedido.

TELEFRISBY: Es el centro de llamadas (call center) de los restaurantes, donde se atienden los pedidos a domicilio.

INTRODUCCIÓN

Actualmente las organizaciones competitivas deben adaptarse rápidamente a los cambios del mercado, adicionalmente, en empresas como Frisby S.A., que se incluye en la categoría de restaurantes de comidas rápidas, sus clientes esperan un servicio ágil y eficaz, además el cumplimiento de la promesa de venta que hacen quienes se encargan de la atención al cliente, generalmente al terminar de facturar la compra: “el pedido se demora aproximadamente ‘tantos’ minutos”, el cliente espera que llegue en ese tiempo o antes un producto de alta calidad y con las condiciones especificadas, esto hace parte fundamental de la satisfacción y fidelización del cliente, lo cual es el objetivo principal que persiguen las empresas para mantenerse en el mercado.

El imperativo de adaptarse a estas necesidades del mercado, ha hecho que Frisby flexibilice sus horarios y jornadas laborales, con el fin de responder eficientemente a una demanda que varía hora tras hora, considerando los derechos del trabajador. Contratación por horas, demanda fluctuante, políticas internas y legislación laboral se mezclan para hacer de la asignación de personal (Aforo de Personal) una tarea compleja, que consume una gran cantidad de tiempo, dado el alto número de restaurantes que tiene actualmente la compañía y cada uno de ellos comportándose como un sistema diferente.

Es por esas razones que Frisby ha decidido ejecutar un proyecto llamado “Mejoramiento de la Herramienta Aforo”, cuyo fin último es automatizar el proceso de Aforo de Personal, de manera que los cambios del mercado puedan ser atendidos con mayor agilidad y precisión. Se decide también involucrar a practicantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, para formular, en una etapa inicial del proyecto, la mejor solución a este problema de asignación de personal.

Allí es cuando la primera practicante que intervino en el proyecto, Victoria Batero, después de estudiar el estado del arte de la optimización de horarios, concluye que la herramienta más utilizada para resolver problemas de asignación es la Programación Lineal Entera Mixta.

Por tanto el objetivo de este trabajo de grado es formular un modelo matemático haciendo uso de la Programación Lineal Entera (PLE), que represente de una manera adecuada las necesidades de asignación de personal de los restaurantes de la empresa Frisby S.A.

La estructura de este documento es la siguiente:

Inicialmente se presenta un glosario con los términos utilizados a lo largo del documento y que son en su mayoría de uso particular de la empresa, por lo que

dar claridad sobre ellos en primera instancia es fundamental para entender el proceso de Aforo de Personal y el modelo matemático.

Como siguiente ítem, se describe el problema de la asignación de personal en la empresa Frisby S.A., desde el punto de vista externo como la variabilidad de la demanda de un período de asignación a otro; y desde el punto de vista interno, como la gran cantidad de tiempo que toma realizar un Aforo de Personal para un restaurante y las consecuencias que ello implica.

Posteriormente se presentan la delimitación, los objetivos, la justificación, el marco de referencia y el diseño metodológico de este trabajo de grado.

En los capítulos del 1 al 5 se encuentra toda la información recopilada, necesaria para formular el modelo, y la estrategia utilizada de dividir el problema en 2 subproblemas, para disminuir la complejidad del mismo y facilitar su solución.

En el capítulo 6 se presenta el modelo matemático general planteado para dar solución al problema de asignación de personal.

En el capítulo 7 se da un ejemplo ilustrativo, donde suponiendo unas condiciones iniciales, se muestran la función objetivo y, para dos Auxiliares de Producción¹, todos los tipos de restricciones que se plantean en el modelo general.

En el capítulo 8 se explica la manera cómo se dio cumplimiento a uno de los objetivos específicos de este trabajo de grado, relacionado con la actualización de los tiempos de simulación de un modelo formulado en Promodel², utilizado por la empresa en el proceso de Aforo de Personal.

En el capítulo 9 se esbozan algunas características del software que mostrará la solución del modelo matemático, así como algunas sugerencias para evaluar el algoritmo que dará solución al mismo. Se exponen por tanto varios métodos exactos y aproximados para solucionar problemas de optimización combinatorial.

Posteriormente se plantean las conclusiones a las que se llega con este trabajo de grado y algunas recomendaciones para un exitoso desarrollo de las siguientes etapas del proyecto. Y por último se muestran las referencias utilizadas en este trabajo de grado y los anexos.

¹ Auxiliar de Producción es uno de los cargos que hace parte del Aforo de Personal de los restaurantes.

² Promodel es una herramienta de simulación que permite diseñar modelos dinámicos de procesos de manufactura involucrando los recursos utilizados y los eventos e interacciones que se presentan típicamente en este tipo de procesos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se describe a continuación el problema desde dos enfoques: externo e interno. El externo se refiere a comportamientos observados en el negocio de restaurantes de comidas rápidas, comportamientos a los que Frisby S.A. debe adaptarse para mantener su posicionamiento en el mercado. El segundo enfoque hace referencia a la manera cómo, internamente, se lleva a cabo el proceso de Aforo de Personal, se analizan sus inconvenientes y dificultades y finalmente se expone el proyecto con el que se planea darles solución.

Frisby, en sus más de 110 restaurantes, se enfrenta día a día a unas ventas que varían considerablemente de un período de tiempo a otro. En la empresa estos períodos son considerados intervalos de tiempo de 30 minutos. Por lo tanto, para lograr una optimización del recurso humano, Frisby tiene que hacer un seguimiento para que el personal asignado este acorde con esas fluctuaciones de demanda y debe ser flexible en la estructuración de su fuerza de trabajo, adecuando sus recursos humanos, sin que se viole la legislación laboral colombiana.

En resumen este problema de adecuar eficientemente los recursos humanos disponibles tiene como eje principal satisfacer una demanda en constante variación, respetando la legislación laboral.

En la actualidad la compañía Frisby S.A. realiza la asignación de personal para los restaurantes (en términos de la empresa: Aforo de Personal) de manera manual, siguiendo una serie de pasos, de los cuales algunos de ellos son adecuaciones en los programas computacionales utilizados (por ejemplo, abrir y cerrar ciertos archivos) que no agregan valor en el proceso que conlleva al resultado esperado: un Diagrama de Gantt que muestra media hora a media hora, de cada día de la semana los cargos asignados, pero que en cambio si consumen gran parte del tiempo del Analista de Aforos, quien tiene a cargo el proceso de Aforo de Personal.

Para llevar a cabo el Aforo de Personal, se cuenta con una serie de herramientas, desarrolladas dentro de la empresa, con el fin estandarizar los criterios de asignación; aunque necesarias en el proceso, estas herramientas están desarticuladas y al Analista de Aforos le corresponde “armar el rompecabezas”, que equivale a realizar el diagrama de Gantt, con los resultados que le ofrece cada herramienta. Este problema se ilustra en el siguiente esquema:

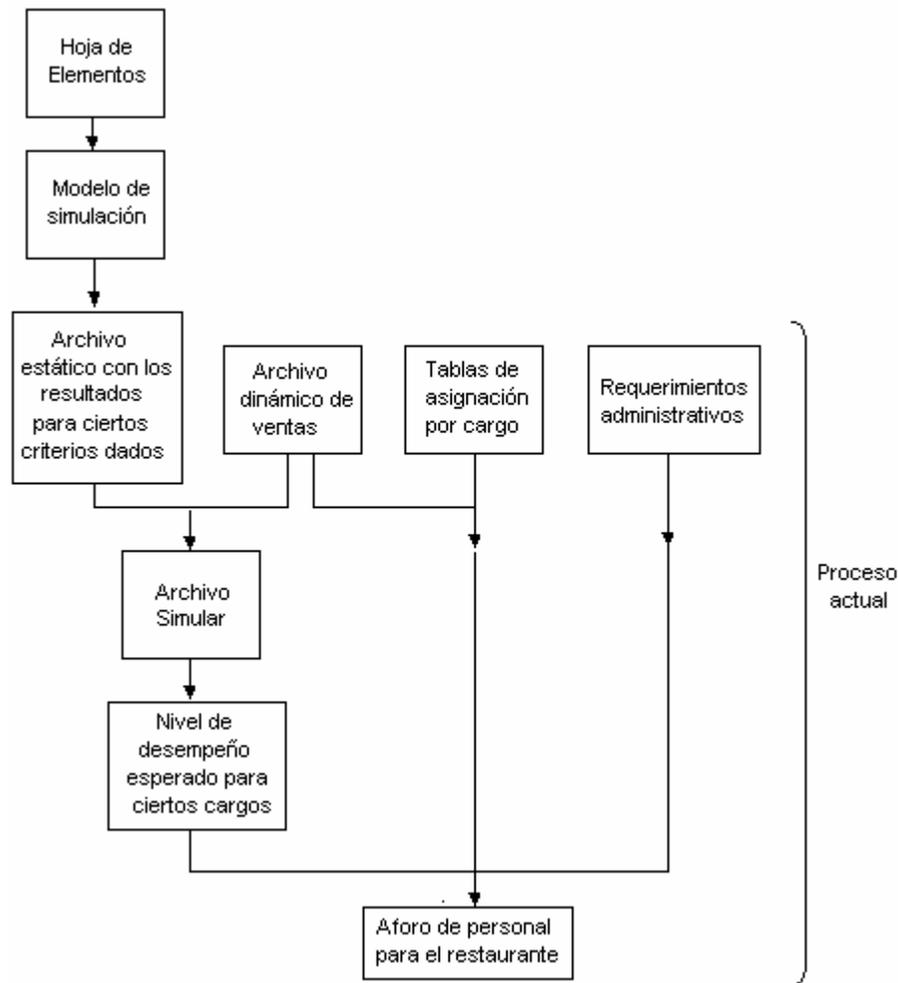


Figura 1: Herramientas utilizadas en el Aforo de Personal de un restaurante

Por otro lado, los restaurantes no están clasificados de modo que cada uno se encuentre en un grupo único de clasificación con unas características similares, sino que cada restaurante tiene su propia combinación de características, ubicándose así en diferentes grupos de clasificación³. Cada uno tiene un nivel y una mezcla de ventas diferente y según las diversas clasificaciones en las que se ubique, se le asigna un grupo específico de cargos y unas condiciones especiales, que se detallan más adelante. Esto hace que cada aforo de cada restaurante deba

³ Los grupos de clasificación de los restaurantes se detallan en el capítulo de INFORMACIÓN GENERAL UTILIZADA EN EL PROCESO DE AFORO.

seguir el proceso mostrado en la Figura 1 y deba requerir en cada variable particular que se vincula a cada restaurante toda la atención posible.

Por otra parte, las tareas de aforo surgen cuando se presenta una de las siguientes situaciones:

- Apertura: la compañía abre un nuevo restaurante.
- Reaforo: un restaurante ya existente necesita una nueva asignación de personal, pues la que está utilizando no corresponde a la demanda actual.
- Remodelaciones: cuando los restaurantes cambian de manera muy significativa sus locaciones, distribución en planta de equipos y sistema de despacho, de tal modo que ameritan una modificación en el Aforo de Personal.
- Temporadas altas: por ejemplo la época de navidad o el día de la madre, son situaciones que se deben planear con mucha anterioridad y que requieren un Aforo de Personal especial que pueda satisfacer la demanda esperada.

Como ya se mencionó, Frisby cuenta actualmente con más de 110 restaurantes a lo largo y ancho del país, y en el año 2007 comenzó su etapa de internacionalización, abriendo un restaurante en Estados Unidos. Uno de los objetivos institucionales es continuar este proceso de expansión, abriendo nuevos restaurantes dentro y fuera del país, por esta razón el Analista de Aforos recibe múltiples órdenes de trabajo, además de las solicitudes que diariamente recibe de los Jefes de Zona⁴ para realizar reaforos.

Se observa, entonces, cómo para desarrollar la tarea de asignar personal en los restaurantes de Frisby, se mezclan la complejidad y el volumen en el trabajo, en consecuencia el Analista de Aforos tiene una alta carga laboral, basada en tareas del día a día, lo cual le impide prestar suficiente atención y tiempo a otros procesos vitales que corresponden a su labor.

Específicamente, el Analista de Aforos tiene dificultades de tiempo para cumplir con las siguientes funciones esenciales que corresponden a su cargo:

- Realizar seguimiento a las propuestas de Aforo de Personal que se envían a los restaurantes. Saber si fue o no implementada y con qué precisión, si fue exitosa o no, etc.

⁴ Los Jefes de Zona son las personas encargadas de la coordinación de las actividades administrativas, financieras y operativas de un conjunto de restaurantes ubicados en una misma ciudad o sector geográfico delimitado por la empresa.

- Capacitar y sensibilizar a los administradores y cajeros acerca del cumplimiento de los Aforos y su importancia para asegurar la adecuada operación de los restaurantes.
- Mantener actualizados los Aforos, tanto con las necesidades relacionadas con la operación de los restaurantes, como con las nuevas políticas que se generan al interior o exterior de la empresa para la asignación de personal. Actualmente existen casos de restaurantes con propuestas de aforo tan antiguas que ya no se utilizan, sino que la asignación la hace el Administrador del restaurante basado en su experiencia.

Adicionalmente, esperar que el Jefe de Zona envíe una solicitud para realizar un reaforo puede implicar altos costos extra para la compañía, ya que probablemente pase un tiempo significativo entre el inicio del problema y la solicitud hecha para corregirlo. Se analiza lo siguiente: si un aforo no se ajusta al nivel y/o mezcla de ventas de un restaurante puede generar sobrecostos por mano de obra ociosa o costos por escasez de mano de obra, ya que se podrían incrementar los tiempos de servicio al cliente, los accidentes laborales, la rotación de empleados, etc. Esta espera es consecuencia de que el Analista de Aforos no pueda dedicar tiempo a hacer seguimiento permanente a los Aforos enviados a los restaurantes.

Por último, la información necesaria para documentar el proceso de Aforo de Personal se encuentra dispersa, y en algunos casos se observan contradicciones en los documentos que la contienen. Por otra parte, algunas políticas para la asignación de cargos no se encuentran definidas, por lo que dependen del criterio del Analista de Aforos o de lo que se ha aprendido por la experiencia.

Se busca, entonces, resolver el problema de asignación de personal de la empresa Frisby S.A., a través de un proyecto llamado “Mejoramiento de la Herramienta Aforo”, que consiste en automatizar el proceso, mediante un software que a partir de unos datos de entrada, entre ellos la demanda en cada período de asignación, obtenga como resultado un horario que detalle media a media hora, de cada día de la semana, el personal requerido cumpliendo unas restricciones dictadas por la empresa, por la legislación laboral colombiana y por las características particulares de cada restaurante.

Este trabajo de grado constituye un importante eslabón de ese gran proyecto y consiste en modelar matemáticamente las condiciones de asignación de personal sobre las cuales Frisby S.A. trabaja.

DELIMITACIÓN

Formular un modelo matemático que represente de manera adecuada la asignación de personal en todos los tipos de restaurantes de la compañía Frisby S.A.

OBJETIVOS

GENERAL

Ampliar el modelo matemático que representa el problema de asignación de personal, formulado actualmente para un restaurante en particular, a todos los tipos de restaurantes de la empresa Frisby S.A.

ESPECÍFICOS

- Comparar los tiempos utilizados en el Modelo de Simulación, utilizado para la asignación de algunos cargos (ver Figura 1), con los tiempos de la Hoja de Elementos, los cuales fueron actualizados y validados en el año 2007. Y posteriormente modificar en el Modelo de Simulación los tiempos que no concuerden con los de la Hoja de Elementos.
- Revisar el modelo prototipo, planteado por la anterior practicante Victoria Batero, y, si es el caso, realizar modificaciones a este.
- Actualizar la información base utilizada para la formulación del modelo matemático.
- Formular las restricciones faltantes, y agregar las nuevas variables a la función objetivo, para universalizar el modelo.

JUSTIFICACIÓN

La problemática expuesta anteriormente, deja claro que la compañía necesita una herramienta que facilite y disminuya el tiempo utilizado en el proceso de Aforo de Personal para cada restaurante, y que finalmente se vea traducida en una

minimización de costos a través de la optimización de los recursos y sobre todo en una maximización de la satisfacción de los clientes.

Es necesaria una herramienta eficiente y flexible, que se ajuste con cierta facilidad a los cambios, no solo de las políticas de la compañía u operación de los restaurantes, sino también los emitidos por la legislación, tales como modificaciones en las jornadas laborales, remuneración salarial, etc.

Este trabajo de grado está enmarcado dentro del Plan de Acción para el área de Ingeniería de la empresa Frisby S.A. del año 2007, es un proyecto extenso cuyo objetivo final es automatizar la herramienta de Aforo de Personal. Por ello se hace conveniente contextualizar las tareas de este proyecto de grado dentro del proyecto macro de la compañía, para que puedan ser vistas con claridad y asegurar una visión holística del proyecto. Ello se ilustra, entonces, con el Plan de Acción diseñado por la compañía para el proyecto Mejoramiento de la Herramienta Aforo, obviando algunas tareas paralelas que no es pertinente mencionarlas:

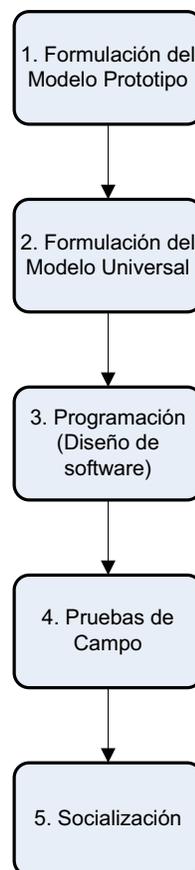


Figura 2: Plan de Acción del proyecto: “Mejoramiento de la Herramienta Aforo”

La etapa 1 fue culminada por la practicante anterior del área de Ingeniería, Victoria Eugenia Batero, y el alcance de este trabajo de grado es básicamente la etapa 2.

La etapa 1 corresponde al “PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMÁTICO BÁSICO QUE REPRESENTA DE MANERA ADECUADA EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE PERSONAL PARA UN RESTAURANTE TIPO CALLE DE LA COMPAÑÍA FRISBY S.A.”.

La etapa 2 tiene como objeto la ampliación de este modelo básico, ya que la compañía tiene también restaurantes tipo Ventana y tipo Parque, asociados cada uno a un tipo de servicio en particular (a la Mesa, Semiautoservicio y Autoservicio), así como también, puede ofrecer o no servicio de Domicilio, o servicio Drive Thru, entre otras clasificaciones. Existen entonces un gran número de combinaciones de factores en los restaurantes, que los hace tener distintas necesidades de asignación de personal, y por lo tanto un modelo matemático distinto para satisfacerlas.

Como se puede observar la etapa 2 es la que antecede al diseño del software, y por tanto requiere absoluta atención y es de gran trascendencia, por una razón sencilla: se necesita un modelo correcto para obtener unas soluciones correctas; en este caso no es adecuado hablar de modelos y soluciones correctas, así que por modelo correcto entienda un modelo que se ajuste a la realidad de una manera satisfactoria, y por solución correcta como aquella asignación que, para cada caso, permita satisfacer una demanda esperada, minimizando el número de horas.

Adicionalmente para la realización de la etapa 2, se hace necesaria la recolección y unificación de la información existente para el Aforo de Personal y además se obliga a definir claramente la que no existe, para así poder llevarla al lenguaje matemático.

MARCO REFERENCIAL

Frisby S.A. es una empresa con más de 25 años en el negocio del pollo frito, hoy en día tiene un importante cubrimiento nacional con más de 110 restaurantes en 24 ciudades y tres regionales ubicadas en Antioquia, el Centro y Occidente de Colombia. Actualmente Frisby S.A. ocupa el primer puesto en la categoría de Pollo Frito y el tercer lugar en el ranking de restaurantes de comida rápida, caracterizándose por su calidad y por su contribución y desarrollo de planes de inversión social. Además de trabajar por contribuir al desarrollo de la industria de alimentos en Colombia, esta compañía genera cerca de 1290 empleos directos y

4000 indirectos⁵. Las oficinas principales y la única planta de producción de la empresa se encuentran ubicadas en el municipio de Dosquebradas, Risaralda.

El proyecto objeto de este trabajo de grado es llamado “Mejoramiento de la herramienta Aforo” y está enmarcado dentro de los Proyectos Corporativos del año 2007-2008 del Departamento de Operaciones, y dentro de este departamento, es Ingeniería el área encargada de desarrollar el proyecto; esta área está compuesta por los siguientes cargos: Ingeniero de desarrollo, Analista de Aforos y Analista de Procesos. El principal objetivo de esta área es investigar, estudiar y definir un sistema de operación óptimo para los restaurantes.

ANTECEDENTES

Es importante que a los practicantes universitarios se les permita ser eslabones de un proyecto de trascendencia dentro de la compañía. Cada uno de los practicantes forma parte de una cadena de conocimiento y el siguiente se basará y apoyará en el conocimiento y la información que se produjo anteriormente para avanzar en su propia producción, aprendiendo a valorar el trabajo de los demás y sintiéndose comprometido a trabajar por continuar construyendo el camino, un buen camino para que finalmente el proyecto obtenga unos resultados consecuentes con la inversión en tiempo, esfuerzo, dinero, y que finalmente redunden en prestigio para la facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Tecnológica de Pereira y deje abiertas las puertas en la empresa a otros estudiantes, ansiosos por oportunidades para aprender y crecer en su oficio como ingenieros.

La base sobre la cual se apoya este proyecto es, entonces, el trabajo de grado realizado en el primer semestre del año 2007, por la anterior practicante del área de Ingeniería Victoria Eugenia Batero: “PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMÁTICO BÁSICO QUE REPRESENTA DE MANERA ADECUADA EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE PERSONAL PARA UN RESTAURANTE TIPO CALLE DE LA COMPAÑÍA FRISBY S.A.”, planteamiento al que llegó después de haber hecho una extensa y profunda consulta sobre el estado del arte de la Optimización de Horarios y concluir que la herramienta mas adecuada, para dar solución al problema de asignación de personal de Frisby S.A., es la Programación Lineal Entera Mixta.

⁵ Tomado de la página Web de Frisby S.A. www.frisby.com.co

MARCO CONCEPTUAL

Investigación de operaciones: la investigación de operaciones se aplica a problemas que se refieren a la conducción y coordinación de operaciones (o actividades) dentro de la organización, utilizando en gran medida el método científico a través de modelos matemáticos, con el objetivo de encontrar una mejor solución (llamada *solución óptima*) para el problema bajo consideración.

Variables de decisión: Representan las decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo. Desde un punto de vista funcional se pueden clasificar en variables dependientes y variables independientes.

Función objetivo: Es la medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se desea optimizar (Maximizar o Minimizar).

Restricciones: Representan el conjunto de relaciones (expresadas mediante ecuaciones e inecuaciones) que ciertas variables están obligadas a satisfacer. Las restricciones pueden ser de capacidad, mercado, materia prima, calidad, balance de materiales, etc.

Modelo matemático: definido en los términos anteriores, es el problema de elegir los valores de las variables de decisión de manera que se maximice o minimice la función objetivo, sujeta a las restricciones dadas. En términos más generales, es la representación en forma cuantitativa de las características esenciales de una situación. Es fundamental que esta representación sea suficientemente precisa para que las conclusiones (soluciones) obtenidas sean válidas también para el problema real.

MARCO TEÓRICO

Este proyecto se basa teóricamente en los métodos matemáticos de investigación de operaciones (IO). La investigación de operaciones ha tenido un impacto impresionante en el mejoramiento de la eficiencia de numerosas organizaciones en todo el mundo, y como consecuencia ha hecho contribuciones significativas al incremento de la productividad dentro de la economía de varios países.

Un estudio característico de investigación de operaciones suele seguir ciertas etapas (no secuenciales)⁶:

⁶ Etapas extraídas del libro HILLIER F, G. J. LIEBERMAN. Investigación de Operaciones. Editorial McGraw- Hill, México, 2001.

1. **Definición del problema y recolección de los datos:** La primera actividad a realizar es estudiar el sistema relevante y desarrollar un resumen bien definido del problema que se va a analizar. Esto incluye determinar los objetivos apropiados, las restricciones sobre lo que se puede hacer, las interrelaciones del área bajo estudio con otras áreas de la organización, los diferentes cursos de acción posibles, los límites de tiempo para tomar una decisión, etc.

En la recolección de los datos relevantes, es común consumir mucho tiempo, ya que se necesitan muchos datos tanto para lograr un entendimiento exacto del problema como para proporcionar el insumo adecuado para el modelo matemático que se formulará en la siguiente etapa.

2. **Formulación de un modelo matemático:** consiste en reformular el problema, definido en la etapa anterior, de manera conveniente para su análisis. La forma convencional en que la IO realiza esto es construir un modelo matemático que represente la esencia del problema.

Los modelos matemáticos tienen muchas ventajas sobre una descripción verbal del problema. Una ventaja obvia es que el modelo matemático describe el problema en forma mucho más concisa. Esto tiende a hacer más comprensible toda la estructura del problema y ayuda a revelar las relaciones importantes causa-efecto. Indica con más claridad qué datos adicionales son importantes para el análisis. También facilita el manejo del problema en su totalidad y al mismo tiempo el estudio de sus interrelaciones. Por último, un modelo matemático forma un puente para el empleo de técnicas matemáticas y computadoras de alto poder, para analizar el problema.

Por otro lado, existen obstáculos que deben evitarse al usar modelos matemáticos. Un modelo es, necesariamente, una idealización abstracta del problema, por lo que casi siempre se requieren aproximaciones y suposiciones de simplificación si se desea que el modelo sea *manejable* (susceptible de ser resuelto). Por lo tanto, debe tenerse en cuidado de que el modelo sea siempre una representación válida del problema. El criterio adecuado para juzgar la validez de un modelo es el hecho de si predice o no con suficiente exactitud los efectos relativos de los diferentes cursos de acción, para poder tomar una decisión que tenga sentido. En consecuencia, no es necesario incluir detalles sin importancia o factores que tienen aproximadamente el mismo efecto sobre todas las opciones. Ni siquiera es necesario que la magnitud absoluta de la medida de efectividad sea aproximadamente correcta para las diferentes alternativas, siempre que sus valores relativos (es decir, las diferencias entre sus valores) sean bastante precisos. Entonces, todo lo que se requiere es que exista una alta correlación entre la predicción del modelo y lo que ocurre en la vida real. Para asegurar que este requisito se cumpla, es importante hacer un

número considerable de *pruebas* del modelo y las modificaciones consecuentes, que son parte de la etapa 4.

Un paso crucial en la formulación de un modelo de IO es la construcción de la función objetivo. Esto requiere desarrollar una medida cuantitativa de la efectividad relativa para cada objetivo que el tomador de decisiones identifica al definir el problema.

El alcance de este trabajo de grado llega hasta la etapa 2.

3. **Obtención de una solución a partir del modelo:** consiste en desarrollar un procedimiento (por lo general en computadora) para derivar una solución al problema a partir de este modelo. Se busca una *solución óptima*, sin embargo como el modelo necesariamente es una idealización más que una representación exacta del problema real, no existe una garantía utópica de que la solución óptima del modelo resulte ser la mejor solución posible que pueda implantarse para el problema real; pero si el modelo está bien formulado y verificado, la solución debe tender a una buena aproximación de un curso de acción ideal en la realidad.
4. **Prueba del modelo o validación del modelo:** el modelo debe probarse exhaustivamente para intentar identificar y corregir tantas fallas como sea posible, hasta que el equipo concluya que el actual produce resultados razonablemente válidos.
5. **Preparación para aplicar el modelo:** Si el modelo ha de usarse varias veces, el siguiente paso es instalar un sistema bien documentado para aplicar el modelo según lo definido por la administración.
6. **Implantación:** Una vez desarrollado un sistema para aplicar un modelo, la última etapa de un estudio de IO es implantarlo según lo establecido por la administración. Es en esta etapa se cosecharán los beneficios del estudio. Durante todo el período de uso del nuevo sistema, es importante continuar con la obtención de retroalimentación acerca del funcionamiento del sistema y de si las suposiciones todavía se satisfacen.

Muchas personas clasifican el desarrollo de la programación lineal entre los avances científicos más importantes de mediados del siglo XX. En la actualidad es una herramienta de uso normal que ha ahorrado miles o millones de dólares a muchas compañías o negocios en los países industrializados del mundo. Una proporción muy grande de los cálculos científicos en computadoras está dedicada al uso de la programación lineal.

El tipo más común de aplicación abarca el problema general de asignar *recursos limitados* entre actividades *competitivas* de la mejor manera posible (es decir, en forma *óptima*). Con más precisión, este problema incluye elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas. Después los niveles de actividad elegidos dictan la cantidad de cada recurso que consumirá cada una de ellas.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo *lineal* significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser *funciones lineales*. En este caso, la palabra *programación* no se refiere a programación en computadoras; en esencia es un sinónimo de *planeación*. Así, la programación lineal trata la *planeación de las actividades* para obtener un resultado óptimo; esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada (según el modelo matemático) entre todas las alternativas de solución.

No todos los problemas de asignación de recursos limitados se pueden formular de manera que se ajusten a un modelo de programación lineal, ni siquiera como una aproximación razonable. Cuando no se cumplen uno o más de las suposiciones de programación lineal, tal vez sea posible aplicar otro tipo de modelos matemáticos, entre ellos se encuentran los modelos de programación entera, de programación no lineal, entre otros. Para este trabajo es de interés la programación entera.

En muchos problemas prácticos, las variables de decisión solo tienen sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, con frecuencia es necesario asignar personas, máquinas o vehículos a las actividades, en cantidades enteras. Si el hecho de exigir valores enteros es la única diferencia que tiene un problema con la formulación de programación lineal, entonces se trata de un problema de *programación entera* (PE).

El modelo matemático para programación entera es sencillamente el modelo de programación lineal con la restricción adicional de que las variables deben tener valores enteros. Si sólo es necesario que *algunas* de las variables tengan valores enteros, el modelo se conoce como uno de *programación entera mixta* (PEM). Cuando se hace la distinción entre un problema con todas las variables enteras y en este caso mixto, el primero se llama de programación entera *pura*.

Se han desarrollado numerosas aplicaciones de programación entera que involucran una extensión directa de programación lineal en la que debe eliminarse la suposición de divisibilidad. Sin embargo, existe otra área de aplicación en la que el problema incluye cierto número de “decisiones si o no” interrelacionadas. En las decisiones de este tipo, las únicas dos elecciones posibles son *sí* y *no*. Por ejemplo ¿Debe asignarse una persona en una hora en particular?

Con sólo dos posibilidades, este tipo de decisiones se puede representar mediante variables de decisión restringidas a sólo dos valores, por ejemplo 0 y 1. Así la j -ésima decisión sí o no se pueden representar por x_j , tal que:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si la decisión } j \text{ es sí} \\ 0 & \text{si la decisión } j \text{ es no} \end{cases}$$

Las variables de este tipo se llaman variables binarias (o variables 0-1). En consecuencia, algunas veces se hace referencia a los problemas de programación entera binaria (PEB).

Existen algunas otras formas en las que las variables binarias pueden ser útiles, además de representar decisiones básicas del tipo sí o no. Estas variables permiten tomar un problema cuya formulación no se puede manejar y reformularlo como un problema de PE pura o mixta. Este tipo de situación surge cuando la formulación original del problema de programación entera o a uno de programación lineal, excepto por ciertas diferencias menores que incluyen relaciones combinatorias en el modelo. Al expresar estas relaciones en términos de preguntas cuya respuesta debe ser sí o no, se pueden introducir al modelo variables binarias *auxiliares* para representar estas decisiones sí o no. Al introducir estas variables, el problema se reduce a uno de PEM (o PE pura si todas las variables están restringidas a valores enteros).

Algunos casos que se pueden formular con este enfoque son:

- Se debe elegir entre dos restricciones, de manera que *sólo una* (cualquiera de las dos) se tiene que cumplir (mientras que la otra puede que se cumpla pero no se requiere que lo haga). Por ejemplo, puede existir la opción de usar uno de dos tipos de recursos para cierto propósito, de manera que sólo es necesario que una de las restricciones de disponibilidad de estos recursos se cumpla matemáticamente.
- El modelo completo incluye un conjunto de N restricciones posibles entre las que sólo K de ellas se *deben* cumplir. (Suponga que $K < N$). Parte del proceso de optimización es elegir la *combinación* de K restricciones que permita que la función objetivo adquiera el mejor valor posible. Las $N - K$ restricciones que no se eligen, de hecho, quedan eliminadas del problema, aún cuando por coincidencia las soluciones factibles puedan satisfacer algunas de ellas.
- Problema del costo fijo. Por ejemplo cuando se inicia una corrida de producción de un lote pequeño de un producto específico y deben prepararse las

instalaciones de producción requeridas. En tales casos, el costo total de la actividad es la suma de un costo variable relacionado con el nivel de la actividad y el costo fijo en el que se incurre para iniciar la actividad. El costo fijo se activa sólo si hay producción de ese producto.

Se debe tener una precaución con este enfoque de utilización de variables binarias *auxiliares*, pues algunas veces requiere que se agregue un número relativamente grande de variables, lo que puede hacer que el modelo se vuelva *no factible en cuanto a los cálculos*.

DISEÑO METODOLÓGICO

El proyecto se trata del planteamiento de un modelo matemático que represente de manera adecuada la realidad de la asignación de personal de los restaurantes de la empresa Frisby S.A., el cual se desarrolla con una base teórica brindada por la investigación de operaciones, a través de la programación lineal entera, técnica innovadora para la empresa, ya que no ha sido usada antes para resolver problemas relacionados con la conducción y coordinación de sus operaciones.

Las fases que sigue este trabajo de grado son las expuestas anteriormente en el marco teórico, donde se explican las etapas usuales (no secuenciales) de un estudio de investigación de operaciones. La delimitación de este trabajo de grado abarca hasta la segunda etapa.

Etapa 1: Definición del problema y recolección de datos

El sistema 'asignación de personal en un restaurante' es analizado detalladamente identificándose la problemática existente para realizar el proceso de Aforo de Personal, las variables que intervienen en dicho proceso y sus relaciones, también descartándose algunas variables que no son relevantes. Después de conocida y analizada la problemática, se plantean los objetivos del modelo matemático y su alcance.

Se determinan también las necesidades de información, para lograr un entendimiento exacto del sistema, ya que la actual se encuentra dispersa, desordenada y con contradicciones, por eso se empieza una larga etapa de recolección de datos, en la cual se verifica y consolida la información existente, se obtiene información nueva, se documenta de manera detallada el proceso de Aforo de Personal que realiza la Analista de Aforos y con todo ello se obtiene el insumo adecuado para el modelo matemático que se formula en la siguiente etapa.

La principal metodología utilizada para recolectar la información son las entrevistas periódicas con la Analista de Aforos, quien conoce todos los detalles del proceso de asignación de personal y su experiencia le permite verbalizar claramente los criterios usados en la asignación.

Etapas 2: Formulación de un modelo matemático

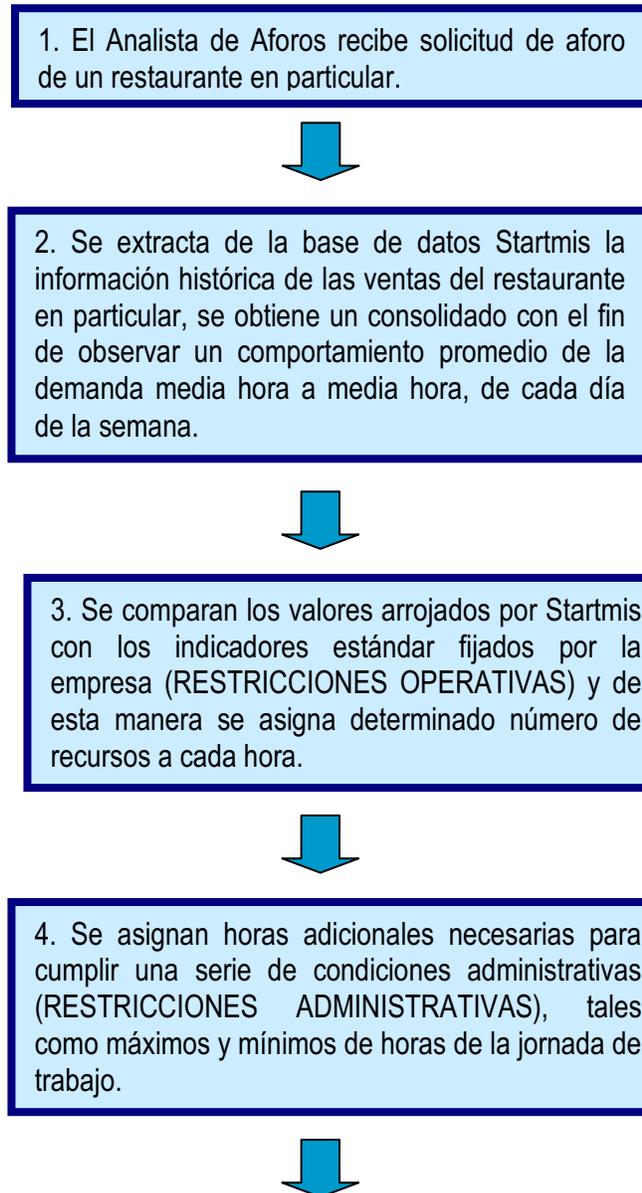
Es la esencia de este trabajo de grado, para este caso se decide dividir el problema en dos partes para simplificar la formulación del modelo y la búsqueda de solución. El problema se lleva a un sistema de ecuaciones y expresiones matemáticas que extraen la esencia de la materia de estudio, muestra sus interrelaciones y facilita el análisis.

Como se expresa en el marco teórico, para que el modelo sea manejable (susceptible de ser resuelto) se requieren aproximaciones y suposiciones de simplificación; se hace necesario entonces, que a la solución que dé el modelo el usuario pueda hacer unos ajustes manuales. Lo que se intenta en la formulación del modelo es incluir la mayor cantidad posible de variables relevantes, para que los ajustes manuales sean pocos.

Las siguientes etapas no son del alcance de este trabajo de grado. Así que queda la tarea imprescindible de probar el modelo exhaustivamente, para intentar identificar y corregir tantas fallas como sea posible, hasta que se concluya que el actual produce resultados razonablemente válidos. También es misión del área de Ingeniería determinar qué procedimiento se debe desarrollar para derivar una solución al problema a partir del modelo.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO ACTUAL DE AFORO DE PERSONAL EN FRISBY S.A.

En la Figura 3 se describe de manera general los pasos que sigue el Analista de Aforos, para realizar un Aforo de Personal. Las herramientas utilizadas en el proceso pueden observarse en la Figura 1.



5. El analista de aforos procede a recopilar los datos de todo el proceso y los organiza en un diagrama de Gantt por cargos, días y horas.

Figura 3: Proceso de Aforo de Personal

2. INFORMACIÓN GENERAL UTILIZADA EN EL PROCESO DE AFORO

2.1. CLASIFICACIÓN DE LOS RESTAURANTES

Cada restaurante puede ubicarse en diferentes grupos de clasificación que posee la compañía, y esta disposición particular de cada restaurante, define aspectos fundamentales en el Aforo de Personal, tales como: cargos a asignar en el restaurante, número de personas a asignar en la preapertura del restaurante, el tipo de Administrador que debe asignar, entre otros.

2.1.1. TIPO DE RESTAURANTE (SEGÚN LA UBICACIÓN)

- **Tipo Calle (CLL):** restaurantes que tienen salón y algunos pueden tener parque infantil y/o salón especial para fiestas.
- **Tipo Ventana (V):** son los restaurantes que se encuentran ubicados en centros comerciales y almacenes de cadena.
- **Tipo Parque (P):** restaurantes que se encuentran en parques temáticos, por ejemplo los ubicados en Panaca y el Parque del Café del Quindío.

2.1.2. TIPO DE SERVICIO

- **Servicio a la Mesa (M):** Un Vendedor de Salón toma el pedido del cliente en la mesa y una vez listo el producto, lo lleva de la barra a la mesa del cliente.
- **Semiautoservicio (S):** El cliente llega al restaurante y se dirige a la caja donde el cajero toma su pedido, posteriormente un Auxiliar de Salón le lleva el pedido de la barra a la mesa.

- **Autoservicio (A):** El cliente llega al restaurante y se dirige a la caja donde el cajero toma su pedido, luego el cliente se sienta y espera hasta cuando el pedido esté listo para volver a la barra a recogerlo.

2.1.3. TIPO DE VENTA

- **Con domicilio (D).**
- **Sin domicilio (S).**
- **Con Drive Thru (DT).**
- **Sin Drive Thru (SDT).**

2.1.4. NIVEL DE VENTAS

TIPO DE RESTAURANTE	RANGO DE VENTAS/MES (Millones de Pesos)
AA	$AA \geq 141$
A	$90 \geq A < 141$
B	$71 \geq B < 90$
C	$41 \geq C < 71$
D	$41 > D$

Tabla 1: Clasificación de los restaurantes según el nivel de ventas

2.2. CARGOS UTILIZADOS EN EL PROCESO DE AFORO DE PERSONAL

Actualmente se aforan 14 cargos en los restaurantes. Para la formulación del modelo se hace necesario asignarles un número que los identifique, como se muestra en la tabla 2.

#	CARGO
01	Auxiliar de Producción
02	Despacho Combos
03	Despachador
04	Despachador Drive Thru
05	Auxiliar de Salón
06	Vendedor de Salón

07	Oficios Varios
08	Coordinador de Domicilio
09	Enrutador de Domicilio
10	Domicilios
11	Cajero
12	Administrador Titular
13	Administrador Auxiliar
14	Vigilante

Tabla 2: Cargos utilizados en el proceso de Aforo con su número de identificación

2.3. CARGOS ASIGNADOS SEGÚN LA CLASIFICACIÓN DEL RESTAURANTE

Según la clasificación del restaurante se le asigna determinado conjunto de cargos. En el Anexo 1 se muestra la tabla con cada tipo de restaurante y los cargos asociados.

2.4. TRANSACCIONES DE BAJO Y ALTO MOVIMIENTO

Debido a que la demanda es tan variable en el horizonte de trabajo diario, se hace necesario también variar el número de personas laborando en los restaurantes en las diferentes horas del día. Todos los restaurantes tienen horas de alto movimiento (alto nivel de ventas) y bajo movimiento (bajo nivel de ventas).

La empresa, a través de la experiencia, ha concluido que las horas de alto movimiento son aquellas que tienen un número de transacciones (ventas), mayor o igual a 15, y las de bajo movimiento un número de transacciones menor a 15.

3. CAMBIOS REALIZADOS AL MODELO PROTOTIPO

Uno de los objetivos específicos de este trabajo de grado es: *Revisar el modelo prototipo, planteado por la anterior practicante Victoria Batero, y, si es el caso, realizar modificaciones a este.* Para dar cumplimiento a este objetivo, primero se requirió conocer prolijamente el proceso de Aforo de Personal y todos los criterios usados en él.

Cuando hubo claridad en ese sentido, se hizo una revisión minuciosa del modelo prototipo formulado para un restaurante tipo Calle de la compañía, y cuyas restricciones formuladas son de tres tipos:

- **Mínimo y máximo de horas para las jornadas laborales**
- **Carga de trabajo (demanda)**
- **Polifuncionalidad**

El modelo prototipo sugiere que estos tres grupos de restricciones se ejecuten simultáneamente en el proceso de solución del modelo, por lo cual la técnica elegida para obtener la solución tendría que evaluar un número mayor de alternativas, probablemente requiriendo un tiempo superior para obtener una solución. Además el modelo carece de un mecanismo con el que se activen unas restricciones, mientras que las otras se desactivan, mecanismo necesario ya que no es posible cumplir algunos tipos diferentes de restricciones a la vez, pues son mutuamente excluyentes.

Para dar solución a ese par de aspectos se decidió dividir el problema en dos subproblemas, en donde la solución del primero es la base para plantear y solucionar el segundo.

Para dar más claridad sobre los motivos para realizar este cambio al modelo prototipo, refiérase a la Figura 3, y observe que el Analista de Aforos en el proceso manual de aforo de personal, sigue el orden planteado en esta decisión, asignando primero unas horas que son necesarias dado el nivel de ventas de los restaurantes (en el modelo prototipo: carga de trabajo-demanda), y posteriormente adiciona horas exigidas principalmente por el área de Gestión Humana de la empresa, y que en este proyecto se nombrarán como horas administrativas.

En este orden de ideas, el primer subproblema se relaciona con la Asignación Operativa, es decir, la asignación que se da por carga de trabajo, analizada media hora a media hora según la demanda histórica (nivel y mezcla de ventas) del restaurante, además se tienen en cuenta otras condiciones de operatividad de los restaurantes, tales como el prealistamiento⁷ y la recepción de pedido de materia prima e insumos. La demanda junto con esas otras condiciones específicas para la adecuada operación del restaurante, constituyen las Restricciones Operativas⁸ y determinan el número de personas necesarias en cada período de asignación; estas horas son de obligatorio cumplimiento, debido a que contar con el personal necesario para atender una demanda específica es vital para asegurar la satisfacción de los clientes.

⁷ Ver Glosario.

⁸ Se explican en detalle en el capítulo 4: Asignación Operativa.

A partir de esta asignación operativa se obtienen los parámetros con los que se formularán un tipo específico de restricciones del modelo matemático, las cuales aseguran que este personal operativo se asigne. Las horas adicionales que se asignen en el segundo subproblema, ya no obedecen a una necesidad operativa, sino a una serie de condiciones dadas por la empresa y por la legislación laboral colombiana.

El segundo subproblema se denomina: Asignación Administrativa, es la asignación dada por el cumplimiento de las Restricciones Administrativas⁹ aquellas definidas en su mayoría por el Área de Gestión Humana, con el fin de flexibilizar los contratos de trabajo acorde con las necesidades de la empresa, dentro de la actual legislación laboral. Otras restricciones administrativas han sido definidas en conjunto Área de Gestión Humana, Ingeniería y Directores Regionales, con el objetivo de satisfacer necesidades particulares de los restaurantes.

Estas restricciones, así como las operativas, son también de obligatorio cumplimiento, debido a que obedecen a políticas estatales de contratación laboral y a disposiciones de Frisby S.A. para flexibilizar los horarios y para facilitar la consecución del personal; sin embargo, la diferencia más importante con relación a las horas operativas, es que las horas administrativas pueden ubicarse en cualquier período posible del horizonte de asignación, donde el modelo lo encuentre más conveniente para cumplir la función objetivo, mientras que las horas operativas son inamovibles desde el momento que se asignan con los criterios aplicados a cada cargo (explicados en el capítulo de Restricciones Operativas).

Otro aspecto que se cambió en el modelo prototipo fue la función objetivo. Se propone, en este trabajo de grado, que en lugar de minimizar los costos se minimicen las horas asignadas. Después de estudiar el tema con la Analista de Aforos, se llegó a la conclusión de que era una alternativa viable y que concuerda con el objetivo que ella sigue al momento de hacer el Aforo de Personal manualmente. Esta modificación se hizo con el fin de simplificar el planteamiento del modelo, debido a que los costos por hora, que constituirían los parámetros de la función objetivo, son variables (dependen del número de horas asignadas a una persona, subvenciones dadas por la empresa, días festivos laborados, etc.) es decir, no hay un costo fijo por hora, por lo que en el modelo prototipo se trabajó con un promedio del costo por hora, en el restaurante estudiado, lo cual no genera exactitud en la solución dada para ese modelo.

Es necesario aclarar que la Asignación Operativa (primer subproblema) se realiza sin evaluar ninguna función objetivo, debido a que no es necesario hacer elecciones entre alternativas, sino que es una asignación simple con base en unos rangos establecidos por la empresa.

⁹ Se explican en detalle en el capítulo 5: Asignación Administrativa.

También se identificaron en el modelo prototipo algunas limitaciones con respecto al cruce de horas en la asignación de la polifuncionalidad (ver Restricciones Administrativas), es decir, dicho modelo no garantiza que se asigne únicamente una persona para cada cargo en cada período de tiempo, en otras palabras, no se asegura que dos o más personas no trabajen la misma hora del mismo cargo a la vez. Para dar solución a este inconveniente se modificó un subíndice de las variables de decisión y se agregaron una serie de restricciones cuya función es asegurar el no cruce de las horas asignadas a las diferentes personas.

Adicionalmente se plantearon restricciones de consecutividad de horas para dar cumplimiento a las condiciones de turnos partidos (ver Restricciones Administrativas).

Por último, la asignación de recursos, se hace para períodos de 30 minutos, en lugar de 60 minutos; esta modificación con respecto al modelo prototipo se realiza siendo fiel al procedimiento que sigue el Analista de Aforos, el cual asigna recursos para cada media hora, ya que el período de tiempo de asignación mínimo es media hora y los restaurantes pueden no tener un horizonte de trabajo de horas exactas.

Dado que la información de ventas y los criterios de asignación se encuentran disponibles hora por hora, la Analista de Aforos toma la información de la hora exacta anterior para asignar las medias horas. Por ejemplo, cuando va a asignar el período de 10:30 a.m. a 11:00 a.m., se toma el dato del consolidado de ventas de las 10:00 a.m., y así sucesivamente hasta asignar todos los períodos.

4. PRIMER SUBPROBLEMA: ASIGNACIÓN OPERATIVA. RESTRICCIONES OPERATIVAS

Las Restricciones Operativas son aquellas que se relacionan directamente con la demanda o necesidades internas del restaurante. No pueden dejar de asignarse y son inamovibles.

Los siguientes son los elementos que hacen parte de las Restricciones Operativas, es decir, que intervienen en la asignación de las horas que son necesarias para la adecuada operación del restaurante. En este capítulo se da una explicación de la manera en que se asignan las horas con base en dichos elementos.

- Prealistamiento y recepción de pedido
- Demanda
- Políticas generales

4.1. PREALISTAMIENTO Y RECEPCIÓN DE PEDIDO

Las horas de prealistamiento se ejecutan diariamente antes de la apertura del restaurante para atención al público y son tomadas en cuenta como parte del horizonte de trabajo, ya que estas cuentan en el total de horas de la jornada laboral de los cargos que realizan esta actividad.

El área de Ingeniería de Frisby, ha elaborado una base de datos con los tiempos de prealistamiento y los cargos que deben hacerlo, clasificados según las ventas de los restaurantes; a mayores ventas mayores períodos de tiempo destinados para prealistar productos y ejecutar las tareas necesarias para una exitosa apertura del restaurante.

En el desarrollo de la siguiente etapa del proyecto “Mejoramiento de la Herramienta Aforo”, la cual es la programación (diseño de software), se debe adecuar esta base de datos, de manera que se pueda tomar y transformar de ella la información necesaria para generar los parámetros que se emplean en el modelo matemático.

A continuación se dan las pautas definidas por la Analista de Aforos para adecuar la información dada por la base de datos de prealistamiento.

Los tiempos se deben redondear, para ajustarse al mínimo período de tiempo que se asigna (30 minutos), de la siguiente manera:

- Hasta 10 minutos por encima de los 60, asigne 60 minutos
- Entre 10 y 40 minutos por encima de los 60 minutos asigne 90 minutos.
- A partir de 40 minutos por encima de los 60 minutos asigne 120 minutos.

Se deben tener en cuenta los días y horas de recepción de pedido de insumos y materias primas en los restaurantes. Cuando se realiza la recepción en las mañanas, antes o durante el prealistamiento, se debe adicionar a las de prealistamiento un determinado número de horas, para todo el proceso de recepción, rotación, almacenamiento, etc. Este número de horas adicionales, se deben agregar manualmente (ajuste manual) debido a que no ha sido posible definir un número de horas estándar necesarias para recepcionar el pedido, ni tampoco se han estipulado condiciones para asignar algún cargo en particular que realice las labores de recepción de pedido; estas horas y el cargo al que se asignan deben adecuarse a las características especiales de cada restaurante y ser consultadas al administrador.

Cuando la recepción se hace en horas de la tarde, el personal que ya está aforado en el restaurante debe atender este proceso, es decir, no se deben asignar horas ni personas adicionales.

Cuando el proceso de prelistamiento sumado con el de recepción de pedido, suman más de 3 horas, las tareas pueden ser divididas entre 2 personas para que no sea tan extenso. Puede ser asignado a personas del mismo cargo o de distintos, la única condición es que debe asignarse a cargos que vayan requerirse en la jornada de la mañana por carga de trabajo, o sea por asignación operativa. Las personas asignadas para esta recepción pueden ser de los cargos: Producción, Despacho o Despacho combos.

4.2. DEMANDA

El procedimiento para asignar el personal con base en las ventas del restaurante es:

1. Se descarga el consolidado de ventas, el cual muestra el promedio de transacciones día a día, hora a hora, para un período determinado por el usuario. Este consolidado muestra por separado las transacciones de:
 - **Mesa:** ventas que son atendidas en el restaurante.
 - **Llevar:** ventas en las que el cliente no consume el pedido en el restaurante sino que se lo lleva.
 - **Domicilio:** Ventas que se hacen con el servicio de domicilio.
 - **Drive:** Ventas que se hacen con el servicio de drive thru.

Esta agrupación da los criterios usados en la asignación de algunos cargos que solo ejecutan tareas con algún tipo de servicio en especial.

El consolidado de ventas, también muestra el promedio del total de transacciones (la suma de Mesa, Llevar, Domicilio y Drive), pues existen cargos que ejecutan sus tareas independiente del tipo de servicio utilizado por el cliente, por ejemplo el Despacho Combos. Además el consolidado muestra los "POLLOS PROMEDIO" vendidos, para asignar aquellos cargos que dependen de este indicador.

2. Se mira hora a hora de cada día y se asigna el personal con base en una serie de criterios, establecidos por tres fuentes que se utilizan para asignar los diferentes cargos:
 - Tablas de Asignación de Personal: especifican la cantidad de personas (parámetro ' a '¹⁰) que se deben asignar en una determinada hora, ubicando el nivel de ventas del consolidado (según el indicador correspondiente al cargo), en uno de los rangos de un indicador (denominado para este proyecto b)

¹⁰ Parámetro que se utiliza en la formulación de un tipo de restricciones del modelo matemático que tienen que ver con el cumplimiento obligatorio de las horas operativas.

estipulado para cada cargo. Estas Tablas de Asignación se establecieron a partir de un estudio de tiempos realizado por el área de Ingeniería.

- Modelo de Simulación: El actual Ingeniero de Desarrollo de Frisby lideró un proyecto cuyo resultado fue un modelo de simulación en Promodel, que representa la operación de un restaurante típico de la compañía y determina, entre otras cosas, el porcentaje de ocupación hora a hora de algunos cargos, con relación a un nivel y mezcla de ventas especificado por el usuario, tomado del consolidado de ventas. El porcentaje de ocupación de los cargos se determina cruzando un archivo dinámico, que contiene el nivel y mezcla de ventas del restaurante que se va a aforar, con un archivo estático que contiene los resultados del modelo de simulación, obteniendo un archivo con el porcentaje de ocupación de algunos cargos.
- Algunos cargos son asignados según características particulares del restaurante.

A continuación se presentan todos los cargos con sus respectivos criterios de asignación:

01 Auxiliar de Producción

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador *b*: pollos por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los "POLLOS PROMEDIO"

a	\rightarrow	_____	<i>rango</i>
1	\rightarrow	0	$< b \leq 20$
2	\rightarrow	20	$< b \leq 40$
3	\rightarrow	40	$< b \leq 60$
4	\rightarrow	60	$< b \leq 80$
5	\rightarrow	80	$< b \leq 100$
6	\rightarrow	100	$< b \leq 120$
7	\rightarrow	120	$< b \leq 140$
8	\rightarrow	140	$< b \leq 160$
9	\rightarrow	160	$< b \leq 180$
10	\rightarrow	180	$< b \leq 200$

El número de personas de los cargos **Despacho Combos y Despachador** se asignan según el Modelo de Simulación en Promodel; al momento de culminar la práctica que condujo a este trabajo de grado, no se había definido un criterio claro que pudiera aplicarse a todas las situaciones presentadas con los diversos porcentajes de ocupación que se obtienen con el modelo de simulación, para cada restaurante. Por lo tanto es una tarea que queda pendiente para poder avanzar a la siguiente etapa del proyecto.

02 Despacho Combos

- Criterios: rangos de porcentaje de ocupación
- Indicador *b*: % de ocupación, dado por el Modelo de Simulación
- Información indicador: ubicada en el archivo utilizado por el Analista de Aforos para tal fin.

03 Despachador

- Criterios: rangos de porcentaje de ocupación
- Indicador *b*: % de ocupación, dado por el Modelo de Simulación
- Información indicador: ubicada en el archivo utilizado por el Analista de Aforos para tal fin.

04 Despachador Drive

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador *b*: pedidos Drive Thru por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los "PEDIDO DRIVE"

$$\left. \begin{array}{l} a \text{ ————— } \textit{rango} \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 1 \\ 1 \rightarrow 1 < b \leq 7 \\ 2 \rightarrow 7 < b \leq 14 \\ 3 \rightarrow 14 < b \leq 21 \end{array} \right\}$$

05 Auxiliar de Salón

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador b : pedidos a la Mesa por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los “PEDIDO MESA”

$$\left. \begin{array}{l} a \text{ ————— } \text{ rango} \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 5 \\ 1 \rightarrow 5 < b \leq 12 \\ 2 \rightarrow 12 < b \leq 24 \\ 3 \rightarrow 24 < b \leq 36 \\ 4 \rightarrow 36 < b \end{array} \right\}$$

06 Vendedor de Salón

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador b : pedidos a la mesa por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los “PEDIDO MESA”

$$\left. \begin{array}{l} a \text{ ————— } \text{ rango} \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 2 \\ 1 \rightarrow 2 < b \leq 5 \\ 2 \rightarrow 5 < b \leq 10 \\ 3 \rightarrow 10 < b \leq 15 \\ 4 \rightarrow 15 < b \leq 20 \\ 5 \rightarrow 20 < b \leq 25 \\ 6 \rightarrow 25 < b \end{array} \right\}$$

07 Oficios Varios

Al momento de culminación de esta práctica no se han definido unos criterios de asignación estándares para este cargo, es decir aplicables a todos los restaurantes de la empresa.

08 Coordinador de Domicilio

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador b : pedidos a domicilio por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los “PEDIDO DOM-CRE”

$$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ ————— } \text{ rango} \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 3 \\ 1 \rightarrow 3 < b \leq 17 \\ 2 \rightarrow 17 < b \leq 34 \end{array} \right\}$$

09 Enrutador de Domicilio

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador b : pedidos a domicilio por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los “PEDIDO DOM-CRE”

$$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ ————— } \text{ rango} \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 9 \\ 1 \rightarrow 9 < b \end{array} \right\}$$

Nota: Este cargo solo se asigna si los pedidos a domicilio superiores a 9 se presentan durante dos horas consecutivos.

10 Domicilios

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador b : pedidos a domicilio por hora
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifican los “PEDIDO DOM-CRE”

Frisby S.A. tiene dividida la prestación del servicio a domicilio en Zona Normal y Zona Amplia, según el radio en kilómetros que abarquen los restaurantes que ofrecen el servicio. Cada restaurante que presta servicio de domicilio tiene especificado qué tipo de zona es y este es el factor que determina el número de personas del cargo Domicilios que se asignan dado un nivel de pedidos a domicilio. Las tablas que indican los rangos se muestran a continuación:

Zona Normal	Zona Amplia
$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ ————— } rango \\ 1 \rightarrow 0 < b \leq 2 \\ 2 \rightarrow 2 < b \leq 5 \\ 3 \rightarrow 5 < b \leq 9 \\ 4 \rightarrow 9 < b \leq 14 \\ 5 \rightarrow 14 < b \leq 20 \\ 6 \rightarrow 20 < b \leq 24 \\ 7 \rightarrow 24 < b \leq 31 \\ 8 \rightarrow 31 < b \leq 40 \\ 9 \rightarrow 40 < b \leq 45 \\ 10 \rightarrow 45 < b \leq 50 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ ————— } rango \\ 1 \rightarrow 0 < b \leq 2 \\ 2 \rightarrow 2 < b \leq 4 \\ 3 \rightarrow 4 < b \leq 9 \\ 4 \rightarrow 9 < b \leq 12 \\ 5 \rightarrow 12 < b \leq 17 \\ 6 \rightarrow 17 < b \leq 21 \\ 7 \rightarrow 21 < b \leq 24 \\ 8 \rightarrow 24 < b \leq 28 \\ 9 \rightarrow 28 < b \leq 31 \\ 10 \rightarrow 31 < b \leq 35 \end{array} \right\}$

11 Cajero

- Criterios: rangos determinados por las Tablas de Asignación por Cargos.
- Indicador *b*: total pedidos Mesa y Llevar por hora.
- Información indicador: ubicada en el consolidado de ventas donde se especifica “SUMA MESA Y LLEVAR”

$$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ ————— } rango \\ 0 \rightarrow 0 \leq b \leq 15 \\ 1 \rightarrow 15 < b \leq 35 \\ 2 \rightarrow 35 < b \leq 70 \\ 3 \rightarrow 70 < b \end{array} \right\}$$

Si se presenta el caso de un día en que en ningún período de asignación las transacciones son mayores o iguales a 15, lo cual significa que no se asigna el

cargo Cajero en todo el horizonte de asignación, se aplican otros criterios de asignación, ya que en la realidad de los restaurantes no puede haber un día en que no se asigne el cargo Cajero.

Se propone entonces lo siguiente:

- Para restaurantes Tipo Calle (CLL):

Realizar la sumatoria de las horas de mayor movimiento correspondientes a las horas del medio día: 12:00,13:00,14:00 (12:00, 1:00, 2:00 p.m.) y la sumatoria correspondiente a las horas de la tarde: 18:00, 19:00, 20:00 (6:00, 7:00, 8:00 p.m.), y compararlas.

Si las transacciones del medio día son mayores, entonces se asigna al Cajero comenzando su jornada laboral al mismo tiempo que el primer cargo llega al restaurante a hacer labores de prelistamiento y consecutivamente hasta que se termine la hora de alto movimiento del medio día.

Si las transacciones de la tarde son mayores, entonces se asigna al Cajero para realizar labores de cierre del restaurante. Es decir, se asigna a partir de la hora de cierre del restaurante hacia atrás, consecutivamente hasta que comience la hora de alto movimiento.

- Para restaurantes tipo Ventana (V) y tipo Parque (P):

Se aplican los mismos criterios que para restaurantes tipo Calle, exceptuando que si se asigna en la mañana, el Cajero debe comenzar su jornada laboral con la apertura del restaurante para la atención al público.

Se debe tener en cuenta que para cualquier situación, el Cajero se debe asignar mínimo 4 horas (exigencia incluida en Restricciones Administrativas).

12 Administrador Titular

13 Administrador Auxiliar

El cargo Administrador, es un costo fijo dentro del Aforo de Personal de los restaurantes, siempre se debe asignar, no depende del nivel de demanda y no entra en el proceso de polifuncionalidad.

Existe una clasificación de los Administradores, presentada a continuación, que define el tipo de Administrador y por tanto el monto de su salario, según el nivel de

ventas del restaurante¹¹. Esta información es relevante para el proyecto “Mejoramiento de la Herramienta Aforo” ya que hace parte de la información requerida para costear el Aforo, tarea que es deseable que realice el software que se pretende desarrollar en la siguiente etapa del proyecto.

Administrador Titular: A Todos los restaurantes se les asigna un administrador, que es llamado el Titular. Depende de la categoría del restaurante (A,B,C o D).

Administrador Auxiliar: Cuando el restaurante es una categoría AA (Ventas superiores a 141'), se afora un administrador tipo A (Titular) y un tipo C (Auxiliar).

- Administrador Tipo A: Ventas de restaurante superiores o iguales a 90'.
- Administrador Tipo B: Ventas de restaurante superiores o iguales 71' y menores de 90'.
- Administrador Tipo C: Ventas de restaurante superiores o iguales a 41' y menores a 71'.
- Administrador Tipo D: Ventas de restaurante inferiores a 41'.

14 Vigilante

Actualmente este cargo se asigna según características particulares de cada restaurante. Al momento de culminación de la práctica que condujo a este trabajo de grado, no se han definido unos criterios de asignación estándares, es decir aplicables a todos los restaurantes de la empresa.

4.3. POLÍTICAS GENERALES

Las POLÍTICAS GENERALES deben ser verificadas y/o modificadas por el usuario del software, es decir es un ajuste manual¹².

- En los restaurantes tipo Calle es necesaria la presencia de dos personas en el horario de Preapertura (período de tiempo antes de la apertura en el que algunos cargos realizan prelistamiento), es obligatorio que una de ellas sea el Administrador o el Cajero.

¹¹ Ver Tabla 1 Clasificación de los restaurantes según el nivel de ventas.

¹² Ver Glosario.

- En los restaurantes tipo Ventana no es necesaria la presencia de dos personas en el horario de Preapertura por las condiciones de seguridad de los centros comerciales o almacenes de cadena.
- Los cargos de Administrador y/o Cajero deben mantenerse durante todo el horario de atención de los restaurantes como responsables del manejo administrativo y operación de caja en la apertura, horario de atención al cliente (especialmente horas de alto movimiento) y cierre.
- En las horas de alto movimiento (transacciones > 15) los cargos Cajero y Administrador deben estar presentes.
- En horas de bajo movimiento (transacciones < 15), los restaurantes deben aforar mínimo dos personas para la atención: una que opere Producción y Combos y otra que opere atención al cliente: Caja - Despacho - Salón, estas tareas de atención al cliente debe desempeñarlas un administrador o un cajero.

Después de evaluar cada uno de los cargos, en cada uno de los períodos de asignación y con ello determinar el número de personas necesarias para satisfacer la demanda del restaurante en estudio, se procede a realizar la Asignación Administrativa.

En la Asignación Administrativa se debe respetar el número de personas asignadas en el primer subproblema; por ello los resultados de la Asignación Operativa se convierten en parámetros (los coeficientes del lado derecho de las ecuaciones) para la formulación del modelo matemático.

5. SEGUNDO SUBPROBLEMA: ASIGNACIÓN ADMINISTRATIVA. RESTRICCIONES ADMINISTRATIVAS

Las Restricciones Administrativas son aquellas definidas en su mayoría por el Área de Gestión Humana, con el fin de flexibilizar los contratos de trabajo acorde con las necesidades de la empresa, dentro de la actual legislación laboral. Otras restricciones han sido definidas en conjunto con el Área de Gestión Humana, Ingeniería y Directores Regionales, con el objetivo de satisfacer necesidades particulares de los restaurantes.

Existen dentro de la empresa dos tipos de jornada laboral: Completa y Variable (por horas) y el Analista de Aforos debe realizar diversas combinaciones de estas dos jornadas, con el objetivo de encontrar el aforo óptimo para el restaurante (en

términos de eficiencia en los recursos y mínimo costo), teniendo en cuenta las condiciones que existen para cada jornada.

5.1. JORNADA COMPLETA

Se constituye por el personal que trabaja una jornada diaria de 16 medias horas, semanal de 112 y mensual de 448.

NOTA IMPORTANTE: En esta disposición de horas se supone que la persona trabaja los 7 días de la semana, aunque realmente no sea así, por razones de disminuir complejidad del problema, se sugirió que los descansos (y por tanto los supernumerarios) los debe asignar manualmente el usuario del software (ajuste manual) y no el software como tal; se asume lo mismo para Jornada Variable.

5.2. JORNADA VARIABLE

La Jornada Variable existe dentro de la empresa debido a que es necesario tener contratación flexible o personal por horas para reforzar los horarios y/o días de alto movimiento.

- Si el personal Jornada Variable labora todos los días de la semana, el mínimo de medias horas diarias que debe laborar son 8 y semanales 56. Las horas máximas son 14 medias horas al día, 98 semanales.
- Si el personal Jornada Variable no labora todos los días de la semana, el mínimo de períodos de asignación que debe laborar entre semana (de lunes a viernes) son 8 medias horas y los sábados y domingos debe trabajar 16 medias horas diarias. Las horas máximas son 14 medias horas al día (entre semana), 98 semanales.
- Si el personal Jornada Variable labora únicamente los fines de semana, debe laborar mínimo 16 medias horas diarias y 32 horas semanales.

5.3. TURNOS PARTIDOS

En muchas ocasiones no es posible, que las horas asignadas a todas y cada una de las personas, sean consecutivas, por ello es permitido dividir la jornada en segmentos separados por unas horas. Esta posibilidad tiene una reglamentación dentro de la empresa, con el fin de considerar las preferencias de los colaboradores en cuanto a horarios y con ello facilitar el reclutamiento de personal:

- Los segmentos deben ser de 3 horas mínimo.
- Al personal de Jornada Variable solo se le pueden partir turnos si trabajan más de 7 horas diarias.

5.4. POLIFUNCIONALIDAD

Los restaurantes requieren que el personal se entrene en varios cargos, para operar en horas de bajo movimiento (bajo nivel de ventas) con el mínimo personal requerido.

Tanto el personal de Jornada Completa como el de Jornada Variable pueden ejercer otros cargos (no simultáneamente) dentro de su jornada diaria de trabajo, condicionados a la Tabla 3. Estas horas, así sea repartidas en varios cargos, conforman una jornada de trabajo, es decir no son horas adicionales a la jornada.

En la siguiente tabla se muestra el cargo principal y cada uno de los cargos que puede ejercer (cargos secundarios):

CARGO PRINCIPAL	CARGOS SECUNDARIOS
Aux. Producción	Combos - O. Varios
Desp. Combos	Producción - Despacho - Despachador Drive
Despacho, Despachador Drive	Combos - Enrut. Domicilios - Salón
Salón	Despacho - Despachador Drive - O. Varios
Oficios Varios	Salón
Cajero	Administración - Despacho - Despachador Drive - Enrut./Coord. Domicilios
Enrutador Domicilios	Despacho - Cajero - Domicilio
Coordinador Domicilios	Cajero - Despacho - Despachador Drive
Domicilio	O. Varios - Enrut. Domicilio – Despacho - Despachador Drive

Tabla 3. Polifuncionalidad

5.5. PRIORIDADES EN LA ASIGNACIÓN

Es deseable para la empresa asignar tanto personal de Jornada Completa como sea posible, respetando los límites de costo de mano de obra, debido a que el

personal de Jornada Variable es más costoso, más difícil de controlar y más difícil de reclutar; sin embargo como ya se dijo la Jornada Variable es necesaria para flexibilizar los horarios y reforzar las horas de alto movimiento.

La Analista de Aforos, en el proceso manual, sigue un orden de asignación más o menos estricto del personal de Tiempo Completo y Variable. A partir de la Asignación Operativa, empieza a adicionar horas y a mirar múltiples opciones para cumplir tanto las Restricciones Operativas como las Administrativas, minimizando el número de horas. El orden en que procura asignar es el siguiente:

Primero agrupa las horas formando personal de Jornada Completa y como se muestra a continuación:

1. Mismo cargo	16 medias horas consecutivas
2. Distinto cargo (polifuncionalidad)	16 medias horas consecutivas
3. Mismo cargo	16 medias horas no consecutivas (turnos partidos)
4. Distinto cargo (polifuncionalidad)	16 medias horas no consecutivas (turnos partidos)

Luego asigna el personal de Jornada Variable

5. Mismo cargo	$12 \leq$ medias horas ≤ 14 no consecutivas (turnos partidos)
6. Distinto cargo (polifuncionalidad)	$12 \leq$ medias horas ≤ 14 no consecutivas (turnos partidos)
7. Mismo cargo	$8 \leq$ medias horas ≤ 14 consecutivas
8. Distinto cargo (polifuncionalidad)	$8 \leq$ medias horas ≤ 14 consecutivas

Tabla 4: Prioridad en la asignación

6. MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO

Con un estudio previo del estado del arte de la optimización de horarios de mano de obra, realizado por la anterior practicante, Victoria Batero Correa, consultando ejemplos de organizaciones que han aplicado la investigación de operaciones para plantear sus problemas de asignación de mano de obra, se concluyó que la herramienta más utilizada para ello es la Programación Lineal Entera Mixta (PLEM).

Siendo consecuentes con esta consulta, el modelado del problema de asignación de Frisby S.A., se presenta mediante programación matemática, específicamente haciendo uso de la Programación Lineal Entera.

Se espera que modelo matemático resuelva el problema de asignación de personal para un horizonte de tiempo de una semana, dividido en días y a su vez, los días divididos en intervalos de tiempo de 30 minutos, donde para cada uno de ellos se tiene un conocimiento previo de la demanda (ventas). El objetivo es minimizar el tamaño de la planta de personal asignada, esperando con ello disminuir los costos, sujeto a que haya suficiente número de trabajadores en todos los períodos para satisfacer la demanda y a que se cumplan Restricciones Administrativas, relacionadas principalmente con la flexibilización de los horarios.

6.1. PARÁMETROS BÁSICOS DEL MODELO

6.1.1. ÍNDICES

Los índices utilizados en el modelado son:

i = Jornada. ($i = 1, 2$)

j = Cargo principal + Cargo secundario. ($j = J_1 \dots J_f$)

k = Hora del día. ($k = 1, 2, \dots, HC(l)$)

l = Día de la semana. ($l = 1, 2, \dots, 7$)

i = Jornada

- $i = 1$ Jornada Completa
- $i = 2$ Jornada Variable

Antes de continuar con la descripción del índice j , es necesario dar claridad a la terminología con que se hace referencia en este modelo matemático, a las entidades que realizan las tareas en los restaurantes.

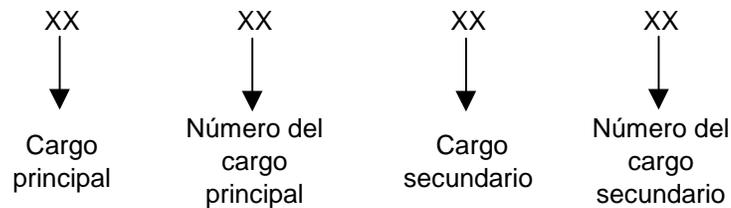
PERSONA: cada uno de los colaboradores que pueden ser asignados a un cargo. Se debe tener en cuenta que, dependiendo del nivel de ventas, pueden ser necesarias varias personas, que ejecuten el mismo cargo.

CARGO: Conjunto de personas que realizan un mismo grupo de tareas.

$$j = \text{Cargo principal} + \text{Cargo secundario. } (j = J_i, \dots, J_f)$$

Este subíndice determina el cargo principal y cada uno de los cargos (denotados aquí como cargos secundarios) que puede realizar cada persona según la Tabla 3 de Polifuncionalidad.

Este subíndice consta de ocho (8) dígitos, los cuatro primeros representan el cargo principal. Los cuatro últimos dígitos representan el cargo secundario que puede ejercer por polifuncionalidad, incluyendo su propio cargo.



El “Cargo principal”, así como el “Cargo secundario”, son tomados de la Tabla 2, en la cual se muestra la lista de cargos que se utilizan en el proceso de aforo, con un número de dos dígitos asignado a cada uno de ellos. Por tanto, estos dos primeros dígitos y el quinto y sexto dígitos del subíndice j , obedecen a dicho número asignado a cada cargo.

Los dígitos tercero y cuarto y séptimo y octavo, “Número del cargo...”, se determinan con los parámetros ‘ a ’ definidos en el subproblema 1. En el subproblema 1 se define, para cada cargo, el número de personas necesarias operativamente para cubrir cada período de asignación k .

Para definir el conjunto j es necesario conocer el máximo parámetro ‘ a ’ de cada cargo, o sea el máximo número de personas que ejecutan cada cargo en toda la

semana. Ya que no se deben asignar más personas de las que determina el subproblema 1.

Por ejemplo para el Cargo 01 (Auxiliar de Producción), en el período de asignación k , se pueden requerir 01, 02, 03,... XX número de personas, este es el "Número del cargo". De esta manera cada persona tiene 4 dígitos que lo identifican, los dos primeros muestran qué cargo principal desempeña y los dos siguientes son un número consecutivo que se asigna para diferenciar cada uno de los elementos del conjunto de personas que van a ejercer el cargo en particular.

Profundizando un poco más el ejemplo, supongamos que se requieren 3 personas en el período k para el cargo 01 Auxiliar de Producción. Por lo tanto habrá Auxiliar de Producción 01, Auxiliar de Producción 02 y Auxiliar de Producción 03; o sea que la notación para designar a cada una de esas personas sería la siguiente: 0101, 0102, 0103.

En el subíndice j dos conjuntos de estos cuatro dígitos se juntan para representar la polifuncionalidad. Cada persona que ejerce un cargo (llamado cargo principal para efectos de poder sumar a una sola entidad las horas acumuladas que conforman la jornada), puede, respetando la Tabla 3, ejercer los otros cargos (secundarios).

Cuando en el modelo se hace referencia al recorrido total del conjunto de cargos que **todas las personas** asignadas pueden ejecutar en un horizonte de asignación determinado, teniendo en cuenta el orden mostrado en la Tabla 2 "Cargos utilizados en el proceso de Aforo con su número de identificación", se denotan las cotas de la sumatoria como:

J_i

Límite Inferior: representa la primera persona asignada al primer cargo asignado, ejerciendo las labores de la primera persona asignada al primer cargo que puede realizar por polifuncionalidad.

J_f

Límite Superior: representa la última persona asignada al último cargo asignado, ejerciendo las labores de la última persona asignada al último cargo que puede realizar por polifuncionalidad.

Cuando se hace referencia al conjunto de cargos que **una persona** en particular puede hacer en un horizonte de asignación determinado, se denotan las cotas de la sumatoria como:

j_i
Límite Inferior: representa a **esa persona** ejerciendo las labores de la primera persona asignada al primer cargo que puede realizar por polifuncionalidad.

j_f
Límite Superior: representa a **esa persona** ejerciendo las labores de la última persona asignada al último cargo que puede realizar por polifuncionalidad.

NOTA: Es necesario que las variables que representan los cargos con su polifuncionalidad, sean consecuentes con los cargos asignados en el subproblema 1. Por ejemplo: Aunque un Auxiliar de Producción pueda ejecutar el cargo de Oficios Varios, si el cargo Oficios Varios no está asignado en la solución del subproblema 1 (Asignación Operativa), entonces en las variables definidas para el modelo matemático, no debe aparecer ninguna que relacione estos dos cargos, pues no tendría sentido.

k = Período de asignación. ($k = 1, 2, \dots, HC(l)$)

El período de asignación va desde la hora 1 y consecutivamente hasta la Hora de Cierre ($HC(l)$), este intervalo representa el horizonte de asignación, utilizado para resolver el problema de asignación cada día.

Debido a que en gran cantidad de restaurantes la hora de cierre es diferente según el día de la semana, es necesario definir el horizonte de asignación para cada día, dada esta característica HC se expresa en función de l .

Es preciso recordar que el período de asignación k es de media hora.

l = Día de la semana. ($l = 1, 2, \dots, 7$)

Siendo:

1=Lunes
2=Martes
3=Miércoles
4=Jueves
5=Viernes
6=Sábado
7=Domingo

6.2. VARIABLES DE DECISIÓN

X_{ijkl} = Variable binaria que toma el valor de 1 si la persona j ha sido asignada a una jornada i (Completa o Variable), en el período de asignación k el día l y 0 en caso contrario. **{0,1}**.

A medida que se formulan las restricciones aparecen variables auxiliares binarias que son explicadas oportunamente.

6.3. FUNCIÓN OBJETIVO

Minimizar el número de horas asignadas.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(1)} X_{ijk1} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(2)} X_{ijk2} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(3)} X_{ijk3} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(4)} X_{ijk4} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(5)} X_{ijk5} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(6)} X_{ijk6} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^{HC(7)} X_{ijk7}
 \end{aligned}$$

6.4.RESTRICCIONES

6.4.1. RESTRICCIONES ASOCIADAS AL NÚMERO DE HORAS PERMITIDAS EN CADA UNA DE LAS JORNADAS.

La sumatoria de las horas asignadas a una persona, en los diferentes cargos que puede ejercer, durante el horizonte de asignación de un día l , no debe ser mayor que el máximo de horas permitidas para la jornada i , ni menor que el mínimo de horas permitidas para misma jornada.

Se formula una restricción para cada una de las personas de los cargos principales del conjunto j , y a su vez para cada día l .

6.4.1.1. RESTRICCIONES PARA $i=1$ JORNADA COMPLETA

Personal que trabaja una jornada diaria de 16 medias horas y semanal de 112.

DIARIA

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} = 16Y_m \quad \forall i=1; l=1,2,\dots,7 \quad (1)$$

SEMANAL

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} = 112Y_m \quad \forall i=1; \quad (2)$$

6.4.1.2. RESTRICCIONES PARA $i=2$ JORNADA VARIABLE

Las restricciones de Jornada Variable se dividen en tres tipos, que se aplican según la cantidad de días que una persona trabaje en una semana, así:

- TIPO 1: Si trabaja todos los días de la semana (de lunes a domingo).
- TIPO 2: Si no trabaja todos los días de la semana.
- TIPO 3: Si trabaja únicamente los fines de semana.

Las restricciones (3) y (4) determinan el valor de $W_{j'l}$, la cual es una variable binaria que está definida para cada conjunto $\{j_i, \dots, j_f\}$, (que representa el conjunto de cargos que puede realizar una persona) de Jornada Variable y a su vez para cada día l . El conjunto $\{j_i, \dots, j_f\}$, que se denotará como j' tiene 4 dígitos, los cuales corresponden a los primeros 4 dígitos del subíndice j , los que identifican al cargo principal. El conjunto de todos los cargos principales se denota entonces como $\{J'_i, \dots, J'_f\}$.

Esta variable toma el valor de 1 cuando la persona j' ha sido asignada a cualquier período k del horizonte de asignación, en el día l . Es decir, si la sumatoria de medias horas asignadas a una persona en un día está entre 1 y 16, la variable $W_{j'l}$ toma el valor de 1. Si, por el contrario, la persona no fue asignada a ningún período k del día l , la variable $W_{j'l}$ toma el valor de 0.

En otras palabras $W_{j'l} = 1$ o 0 indica si la persona j trabajó o no el día l , respectivamente.

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16W_{j'l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7 \quad (3)$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \geq W_{j'l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7 \quad (4)$$

Así mismo, para activar el tipo de restricciones (1,2 o 3) que corresponda a la cantidad de días que trabaja la persona, se necesita otra variable binaria auxiliar Z_n , que activa un grupo de restricciones determinado, si se cumple una condición dada por $W_{j'l}$. La variable Z_n se define para cada persona del conjunto j y a su vez para cada uno de los tres tipos de restricciones para Jornada Variable, ya mencionados.

Cuando Z_n toma el valor de 0, es porque la condición se cumple y por lo tanto las restricciones asociadas a Z_n se deben cumplir. El subíndice n es un número entero consecutivo. Como es usual en la notación de la Programación Lineal Entera, M es un número positivo grande. Se debe elegir M lo suficientemente grande como

para que $f \leq M$ y $g \leq M$ se cumplan para todos los valores de X_{ijkl} que satisfacen las otras restricciones del problema¹³.

TIPO 1

Si el personal Jornada Variable labora todos los días de la semana, el mínimo de medias horas diarias que debe laborar son 8 y semanales 56. Las horas máximas son 14 medias horas al día, 98 semanales.

Se formula primero una restricción que indica si la persona está asignada o no todos los días, la cual es la condición dada en términos de $W_{j'l}$. Y posteriormente se formulan las dos restricciones que acotan la cantidad de horas que debe cumplir, las cuales se activan si la condición se cumple.

CONDICIÓN

$$(5) \quad \sum_{l=1}^7 W_{j'l} - 6 \leq M (1 - Z_n) \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f$$

DIARIA

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7 \quad (6)$$

$$-\left(14Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7 \quad (7)$$

¹³ Para mayor claridad sobre la formulación de los tres tipos de restricciones para la Jornada Variable, véase el Anexo 2 EXPLICACIÓN FORMA RESTRICCIONES JORNADA VARIABLE.

SEMANAL

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} - 56 Y_{m+1} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; \quad (8)$$

$$-\left(98 Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; \quad (9)$$

TIPO 2

Si el personal Jornada Variable no labora todos los días de la semana, el mínimo de horas diarias que debe laborar entre semana (de lunes a viernes) son 8 medias horas y los sábados y domingos debe laborar obligatoriamente 16 medias horas cada día. Las horas máximas son 14 medias horas al día (entre semana), 88 semanales (lunes a domingo).

Se formula primero la restricción (10) que indica si la persona no fue asignada todos los días de la semana, la cual es la condición dada por $W_{j'l}$. Y posteriormente se formulan las restricciones (11), (12), (13), (14) y (15) que acotan la cantidad de horas que debe cumplir, las cuales se activan si la condición se cumple.

La restricción (16), no depende de ninguna condición, esta restricción siempre se cumple para las personas de Jornada Variable, y por ello, aunque también se necesita para completar las condiciones de la Jornada Variable TIPO 3, no es necesario volver a escribirla.

CONDICIÓN

$$(10) \quad 7 - \sum_{l=1}^7 W_{j'l} \leq M(1 - Z_{n+1}) \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f$$

DIARIA LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right) \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l^* \quad (11)$$

$$-\left(14Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l^* \quad (12)$$

NOTA IMPORTANTE: Las restricciones DIARIA LUNES A VIERNES, de Jornada Variable TIPO 2, en cada iteración se deben cumplir para los días l para los que $W_{j,l}$ toma el valor de 1, es decir, para los días que la persona trabaja entre semana. Se denota l^* .

MÍNIMO SEMANAL LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^5 X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right) \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; \quad (13)$$

MÁXIMO SEMANAL LUNES A DOMINGO

$$-\left(88Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; \quad (14)$$

FINES DE SEMANA

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_{m+1} \right) \leq MZ_{n+1} \quad \forall i = 2; l = 6,7 \quad (15)$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16Y_{m+1} \quad \forall i = 2; l = 6,7 \quad (16)$$

TIPO 3

Si el personal Jornada Variable labora únicamente los fines de semana (sábado y domingo), debe laborar mínimo 16 medias horas diarias y 32 medias horas semanales.

Se formula primero la restricción (17) que indica si la persona está asignada únicamente los fines de semana, la cual es la condición dada por $W_{j'l}$. Y posteriormente se formulan la restricción (18) que en conjunto con la (16) acotan la cantidad de horas que debe cumplir. La restricción (18) se activa si la condición se cumple, la (16) está permanentemente activa, y como se dijo anteriormente no necesita ser reescrita.

Las 32 medias horas semanales quedan implícitas, al obligar 16 medias horas para cada uno de los dos días.

CONDICIÓN

$$1 - \sum_{l=1}^5 W_{j'l} \leq M(1 - Z_{n+2}) \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f \quad (17)$$

MÍNIMO SÁBADOS, DOMINGOS

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_{m+1} \right) \leq MZ_{n+2} \quad \forall i = 2; l = 6,7 \quad (18)$$

6.4.2. RESTRICCIÓN PARA ASIGNAR A UNA PERSONA ÚNICAMENTE UNA DE LAS DOS JORNADAS

Para manejar el requerimiento de que a una persona se le debe asignar únicamente una de las dos jornadas, se agregaron a las restricciones de número de horas permitidas en cada jornada, unas variables binarias auxiliares (Y_m), las cuales garantizan el cumplimiento de las restricciones asociadas a una de las jornadas mientras que las restricciones asociadas a la otra jornada quedan eliminadas. Estas variables se adicionan tanto a las restricciones de horas permitidas por día, como a las restricciones de horas permitidas semanalmente, compartiendo el subíndice m .

Para hacer que las restricciones sean mutuamente excluyentes, se deben agregar restricciones del tipo:

$$Y_m + Y_{m+1} = 1 \quad (19)$$

Siendo m un número consecutivo y se designa un par de ellos para cada una de las personas del conjunto j , uno de los números acompaña las restricciones de Tiempo Completo y el otro las de Tiempo Variable.

6.4.3. RESTRICCIONES PARA EVITAR EL CRUCE DE HORAS

Estas restricciones son necesarias para garantizar que cada período de asignación (media hora), sea asignado sólo una vez, es decir que no se asigne a diferentes personas, la misma hora en el mismo cargo.

Se formula la restricción (20) para cada uno de los conjuntos de personas que conforman cada cargo secundario del conjunto j , cada conjunto está constituido

por todas las personas de cargos principales que pueden ejecutar un cargo secundario en común, y a su vez se formulan para cada período de asignación k de cada día l .

La sumatoria de las horas asignadas a un período de asignación (media hora), de una **persona**, debe ser menor o igual que 1, permitiendo así que ese período de asignación se asigne una vez o no se asigne.

El intervalo del subíndice j para estas restricciones se define como:

$$\text{conjunto} \left\{ \begin{array}{l} j / j \in \text{personas cuyos quinto, sexto séptimo y octavo} \\ \text{dígitos son iguales} \end{array} \right\}$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2 \dots HC(l); \forall l = 1, 2 \dots 7 \quad (20)$$

6.4.4. RESTRICCIONES ASOCIADAS A LA OBLIGATORIEDAD DE LA ASIGNACIÓN DE HORAS OPERATIVAS

La solución del primer subproblema, Asignación Operativa, determina el parámetro 'a' = número de personas necesarias operativamente para satisfacer la demanda del restaurante en cada período de asignación k , es decir media a media hora. Se aclaró en capítulos anteriores que estas horas son de estricto cumplimiento, así que este modelo debe asegurar, que además de cumplir los requerimientos administrativos, se cumplan cabalmente los requerimientos operativos. Para ello, los parámetros (constante ubicada al lado derecho de las restricciones) de estas restricciones tienen su origen en la solución del primer subproblema.

Se formula la restricción (21) para cada uno de los **cargos** (conjunto de personas) secundarios del conjunto j , y a su vez para cada período de asignación k de cada día l .

La sumatoria de las horas asignadas a un período de asignación k , de un **cargo** (conjunto de personas) en especial, debe ser mayor o igual que el número de personas que son necesarias en esa hora, en ese cargo, según la asignación definida en el subproblema 1.

El intervalo del subíndice j para estas restricciones se define como:

conjunto $\{j / j \in \text{personas cuyos quinto y sexto dígitos son iguales}\}$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=} X_{ijkl} \geq a \quad (\text{parámetro obtenido en el primer subproblema}) \quad (21)$$

$$\forall k = 1, 2, \dots, HC(l); l = 1, 2, \dots, 7$$

6.4.5. RESTRICCIONES PARA EVITAR LAS HORAS PARALELAS PARA UNA MISMA PERSONA

Cada persona puede realizar varios cargos, por polifuncionalidad, pero esta característica no permite la simultaneidad de las labores. Estas restricciones evitan que sea asignado más de una vez a una misma persona, el mismo período de asignación k , en un mismo día l .

Se formula la restricción (22) para cada uno de los **cargos principales** del conjunto j , y a su vez para cada día l .

La sumatoria de las horas de un mismo período de asignación k , asignadas a una persona (con todos los cargos que puede hacer por polifuncionalidad) debe ser menor o igual que 1, permitiendo que se asigne o no se asigne una persona a dicho período.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=j_i}^{j_f} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2, \dots, HC(l); l = 1, 2, \dots, 7 \quad (22)$$

6.4.6. RESTRICCIONES QUE ASEGURAN LA CONSECUTIVIDAD DE MÍNIMO 3 HORAS EN LA JORNADA LABORAL DE UNA PERSONA (TURNO PARTIDO)

Tanto las personas de Jornada Completa como Variable pueden tener TURNOS PARTIDOS (ver Asignación Administrativa). La condición que se modela con la siguiente restricción se refiere al mínimo de 6 medias horas que deben tener los segmentos en que se dividan los turnos.

Se sustituye el subíndice k por el subíndice p que indica la hora de inicio de operación de la persona j , en cada día l y cuenta las medias horas que hay de ahí en adelante y el resultado debe ser mayor o igual a 6. Este subíndice p determina cuando se debe comenzar a contar las 6 medias horas. Se presentan entonces diferentes p , para una persona j , en un mismo día l si existe turno partido.

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{p=k}^{k+6} X_{ijpl} \geq 6 \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7 \quad (24)$$

6.4.7. RESTRICCIONES PARA DAR PRIORIDAD A LA JORNADA COMPLETA

Para este modelo se trabaja únicamente la prioridad de la Jornada Completa frente a la Variable, por lo tanto en las restricciones se busca que se asignen tantas Jornadas Completas como sea posible (ver Asignación Administrativa, prioridades para la asignación), para ello se proponen 2 metodologías para cumplir este objetivo:

- Agregar un peso (coeficiente) a las variables de Jornada Variable X_{2jkl} , en la función objetivo, y debido a que se está minimizando, entonces primará la asignación de Jornada Completa cuyas variables no tendrían un peso en la función objetivo.

Este peso debe ser elegido a ensayo y error, en el momento en que se de solución al modelo matemático planteado, con el fin de encontrar un coeficiente que se ajuste a los requerimientos de la empresa.

- Es posible también agregar una restricción por cada cargo, que establezca el número mínimo de personas Jornada Completa que es deseable que tenga un aforo en particular.

El intervalo del subíndice j para estas restricciones se define como:

conjunto $\{j / j \in \text{personas cuyos primero y segundo dígitos son iguales}\}$

Entonces la restricción se plantea de la siguiente forma:

$$\frac{\sum_j \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{1jkl}}{16} \geq \text{número deseable de Tiempos Completo}$$

Ya que el tiempo completo debe trabajar todos los días de la semana, entonces basta que esta restricción se cumpla para un solo día l de la semana.

La división entre 16, se hace debido a que la sumatoria se hace media hora a media hora y un tiempo completo debe trabajar 16 medias horas diarias, por lo que para acotar número de personas debe hacerse esta división.

6.4.8. RESTRICCIONES VARIABLES ENTERAS BINARIAS

$$\text{Todas las } X_{ijkl} \text{ son binarias} \quad (25)$$

$$\text{Todas las } Y_m \text{ son binarias} \quad (26)$$

$$\text{Todas las } W_{j'l} \text{ son binarias} \quad (27)$$

$$\text{Todas las } Z_n \text{ son binarias} \quad (28)$$

7. EJEMPLO ILUSTRATIVO

Suponiendo que:

$$i = 1, 2$$

$$j = J_i, \dots, J_f$$

$$k = 1, 2, \dots, HC(l);$$

$HC = \text{Hora de Cierre} = 5$ para los días $l = 1, 2, 3, 4$

$HC = 7$ para los días $l = 5, 6, 7$

$$l = 1, 2, \dots, 7$$

La solución del primer subproblema fue

#	CARGO	Máximo (PARÁMETRO <i>a</i>) ¹⁴
01	Auxiliar de Producción	2
02	Despacho Combos	2
03	Despachador	1
04	Despachador Drive Thru	0
05	Auxiliar de Salón	0
06	Vendedor de Salón	0
07	Oficios Varios	1
08	Coordinador de Domicilio	0
09	Enrutador de Domicilio	0
10	Domicilios	0
11	Cajero	0
12	Administrador Titular	1
13	Administrador Auxiliar	0
14	Vigilante	0

Tabla 5: Máximo parámetro ‘a’ del ejemplo ilustrativo

Definición del subíndice *j*

- Cuatro primeros dígitos: cargo principal

	CARGO PRINCIPAL
0101	Auxiliar de Producción 01
0102	Auxiliar de Producción 02
0201	Despacho Combos 01
0202	Despacho Combos 02
0301	Despachador 01
0701	Oficios Varios 01

Tabla 6: Cargos principales del ejemplo ilustrativo

¹⁴ Máximo número de personas de cada cargo que se obtuvo en la Asignación Operativa. No se asigna en cada cargo más del número de personas asignadas para la operación del restaurante.

- 8 dígitos: cargo principal + cargo secundario

Número auxiliar ¹⁵	j	CARGO PRINCIPAL	CARGO SECUNDARIO
1	0101 0101	$J'_i=j'=1=0101$ Auxiliar de Producción 01	Auxiliar de Producción 01
2	0101 0102		Auxiliar de Producción 02
3	0101 0201		Despacho Combos 01
4	0101 0202		Despacho Combos 02
5	0101 0701		Oficios Varios 01
6	0102 0101	$j'=2=0102$ Auxiliar de Producción 02	Auxiliar de Producción 01
7	0102 0102		Auxiliar de Producción 02
8	0102 0201		Despacho Combos 01
9	0102 0202		Despacho Combos 02
10	0102 0701		Oficios Varios 01
11	0201 0101	$j'=3=0201$ Despacho Combos 01	Auxiliar de Producción 01
12	0201 0102		Auxiliar de Producción 02
13	0201 0201		Despacho Combos 01
14	0201 0202		Despacho Combos 02
15	0201 0301		Despachador 01
16	0202 0101	$j'=4=0202$ Despacho Combos 02	Auxiliar de Producción 01
17	0202 0102		Auxiliar de Producción 02
18	0202 0201		Despacho Combos 01
19	0202 0202		Despacho Combos 02
20	0202 0301		Despachador 01
21	0301 0201	$J'_f=j'=5=0301$ Despachador 01	Despacho Combos 01
22	0301 0202		Despacho Combos 02

Tabla 7: Cargo principal + cargo secundario del ejemplo ilustrativo

7.1. VARIABLES DE DECISIÓN

X_{ijkl} = Variable binaria que toma el valor de 1 si la persona j ha sido asignada a una jornada i (completa o variable), en el período de asignación k el día l y 0 en caso contrario. **{0,1}**.

¹⁵ Este número auxiliar es para facilitar la explicación.

7.2. FUNCIÓN OBJETIVO

Minimizar el número de horas asignadas.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^5 X_{ijk1} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^5 X_{ijk2} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^5 X_{ijk3} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^5 X_{ijk4} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^7 X_{ijk5} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^7 X_{ijk6} + \\
 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=J_i}^{J_f} \sum_{k=1}^7 X_{ijk7}
 \end{aligned}$$

7.3. RESTRICCIONES

Se formulan restricciones para las personas Auxiliar de Producción 01 y Auxiliar de Producción 02, asumiendo que son suficiente ilustración, para entender el modelo.

7.3.1. RESTRICCIONES ASOCIADAS AL NÚMERO DE HORAS PERMITIDAS EN CADA UNA DE LAS JORNADAS.

$i=1$ JORNADA COMPLETA

Auxiliar de Producción 01

DIARIA

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} = 16Y_1 \quad \forall i=1; l=1,2,\dots,7$$

SEMANAL

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} = 112Y_1 \quad \forall i = 1;$$

Auxiliar de Producción 02

DIARIA

$$\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} = 16Y_3 \quad \forall i = 1; l = 1, 2, \dots, 7$$

SEMANAL

$$\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} = 112Y_3 \quad \forall i = 1;$$

Las cotas superior e inferior de la sumatoria que se refiere al subíndice j , es con referencia al número auxiliar de la tabla 7. ($j=1$ es como decir $j=0101\ 0101$)

Esta restricción representa la sumatoria de las horas que el Auxiliar de Producción 01 puede hacer en un día, incluyendo todas las horas que puede hacer ejerciendo la polifuncionalidad (ver la tabla 7: CARGO PRINCIPAL + CARGO SECUNDARIO, y verificar).

i=2 JORNADA VARIABLE

Las restricciones de Jornada Variable se dividen en tres tipos, que se aplican según la cantidad de días que una persona trabaje en una semana.

$W_{j,l}$ = variable binaria $\{1,0\}$, indica si la persona j trabajó o no el día l , respectivamente.

Auxiliar de Producción 01

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16W_{1l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \geq W_{1l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

Auxiliar de Producción 02

$$\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16W_{2l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \geq W_{2l} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

TIPO 1

Si el personal Jornada Variable labora todos los días de la semana, el mínimo de medias horas diarias que debe laborar son 8 y semanales 56. Las horas máximas son 14 medias horas al día, 98 semanales.

Auxiliar de Producción 01

Restricción que determina si la persona laboró todos los días de la semana.

CONDICIÓN

$$\sum_{l=1}^7 W_{1l} - 6 \leq M (1 - Z_1)$$

Restricciones que acotan el número de horas que debe trabajar en un día, en una semana.

DIARIA

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_2 \right) \leq MZ_1 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$-\left(14Y_2 - \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_1 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

SEMANAL

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} - 56Y_2 \right) \leq MZ_1 \quad \forall i = 2;$$

$$-\left(98Y_2 - \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_1 \quad \forall i = 2;$$

Auxiliar de Producción 02

CONDICIÓN

$$\sum_{l=1}^7 W_{2l} - 6 \leq M (1 - Z_4)$$

DIARIA

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_4 \right) \leq MZ_4 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$-\left(14Y_4 - \sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_4 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

SEMANAL

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} - 56Y_4 \right) \leq MZ_4 \quad \forall i = 2;$$

$$-\left(98Y_4 - \sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_4 \quad \forall i = 2;$$

TIPO 2

Si el personal Jornada Variable no labora todos los días de la semana, el mínimo de horas diarias que debe laborar entre semana (de lunes a viernes) son 8 medias horas y los sábados y domingos debe laborar 16 medias horas cada día. El mínimo de horas entre semana son 8 medias horas. Las horas máximas son 14 medias horas al día (entre semana), 98 semanales (lunes a domingo).

Auxiliar de Producción 01

Restricción que determina si la persona laboró o no todos los días de la semana.

CONDICIÓN

$$7 - \sum_{l=1}^7 W_{1l} \leq M(1 - Z_2)$$

Restricciones que acotan el número de horas que debe trabajar en un día, en una semana.

DIARIA LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_2 \right) \leq MZ_2 \quad \forall i = 2; l^*$$

$$-\left(14Y_2 - \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_2 \quad \forall i = 2; l^*$$

NOTA IMPORTANTE: Las restricciones DIARIA LUNES A VIERNES, de Jornada Variable TIPO 2, en cada iteración se deben cumplir para los días l para los que $W_{j'l}$ toma el valor de 1, es decir, para los días que la persona trabaja entre semana. Se denota l^* .

MÍNIMO SEMANAL LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^5 X_{ijkl} - 8Y_2 \right) \leq MZ_2 \quad \forall i = 2;$$

MÁXIMO SEMANAL LUNES A DOMINGO

$$-\left(88Y_2 - \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_2 \quad \forall i = 2;$$

FINES DE SEMANA

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_2 \right) \leq MZ_2 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16Y_2 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

Auxiliar de Producción 02

CONDICIÓN

$$7 - \sum_{l=1}^7 W_{2l} \leq M(1 - Z_5)$$

DIARIA LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_4 \right) \leq MZ_5 \quad \forall i = 2; l^*$$

$$-\left(14Y_4 - \sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_5 \quad \forall i = 2; l^*$$

SEMANAL LUNES A VIERNES

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^5 X_{ijkl} - 8Y_4 \right) \leq MZ_5 \quad \forall i = 2;$$

SEMANAL LUNES A DOMINGO

$$-\left(98Y_4 - \sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} \sum_{l=1}^7 X_{ijkl} \right) \leq MZ_5 \quad \forall i = 2;$$

FINES DE SEMANA

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_4 \right) \leq MZ_5 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

$$\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \leq 16Y_4 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

TIPO 3

Si el personal Jornada Variable labora únicamente los fines de semana, debe laborar mínimo 16 medias horas diarias y 32 medias horas semanales.

Auxiliar de Producción 01

Restricción que determina si la persona laboró únicamente los fines de semana.

CONDICIÓN

$$1 - \sum_{l=1}^5 W_{1l} \leq M(1 - Z_3)$$

Restricción que acotan el número de horas que debe trabajar en un día.

$$-\left(\sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_2 \right) \leq MZ_3 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

Auxiliar de Producción 02

CONDICIÓN

$$1 - \sum_{l=1}^5 W_{jl} \leq M(1 - Z_6)$$

Restricción que acotan el número de horas que debe trabajar en un día.

$$-\left(\sum_{j=6}^{10} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 16Y_4 \right) \leq MZ_6 \quad \forall i = 2; l = 6,7$$

7.3.2. RESTRICCIÓN PARA ASIGNAR A UNA PERSONA ÚNICAMENTE UNA DE LAS DOS JORNADAS

$$Y_1 + Y_2 = 1$$

$$Y_3 + Y_4 = 1$$

7.3.3. RESTRICCIONES PARA EVITAR EL CRUCE DE HORAS

conjunto $\left\{ j / j \in \text{personas cuyos quinto, sexto séptimo y octavo} \right.$
 $\left. \text{dígitos son iguales} \right\}$

Auxiliar de Producción 01

Sumatoria de los $j=1, 6, 11, 16$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2, \dots, HC(l); \forall l = 1, 2, \dots, 7;$$

Auxiliar de Producción 02

Sumatoria de los $j= 2, 7, 12, 17$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2, \dots, HC(l); \forall l = 1, 2, \dots, 7;$$

7.3.4. RESTRICCIONES ASOCIADAS A LA OBLIGATORIEDAD DE LA ASIGNACIÓN DE HORAS OPERATIVAS

Los parámetros utilizados en estas restricciones tienen su origen en la solución del subproblema 1.

La sumatoria de las horas asignadas a un período de asignación (media hora), de un **cargo** (conjunto de personas) en especial, debe ser mayor o igual que el número de personas que son necesarias en esa hora, en ese cargo.

conjunto $\{ j / j \in \text{personas cuyos quinto y sexto dígitos son iguales} \}$

Auxiliar de Producción

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=} X_{ijkl} \geq a \quad (\text{parámetro obtenido en el primer subproblema})$$

$$j = 1, 2, 6, 7, 11, 12, 16, 17; \forall k = 1, 2 \dots HC(l); \forall l = 1, 2 \dots 7;$$

7.3.5. RESTRICCIONES PARA EVITAR LAS HORAS PARALELAS PARA UNA MISMA PERSONA

Cada persona puede realizar varios cargos, por polifuncionalidad, pero esta característica no permite la simultaneidad de las labores. Las restricciones que se muestran a continuación, evitan que a una misma persona, sea asignado más de una vez, el mismo período de asignación k , en un mismo día l .

Auxiliar de Producción 01

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2 \dots HC(l); \forall l = 1, 2 \dots 7$$

Auxiliar de Producción 02

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=6}^{10} X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall k = 1, 2 \dots HC(l); \forall l = 1, 2 \dots 7$$

7.3.6. RESTRICCIONES QUE ASEGURAN LA CONSECUTIVIDAD DE MÍNIMO 3 HORAS EN LA JORNADA LABORAL DE UNA PERSONA (TURNO PARTIDO)

La condición que se modela con la siguiente restricción se refiere al mínimo de 6 medias horas que deben tener los segmentos en que se dividan los turnos.

Se sustituye el subíndice k por el subíndice p que indica la hora de inicio de operación de la persona j , en cada día l y cuenta las medias horas que hay de ahí en adelante y el resultado debe ser mayor o igual a 6. Este subíndice p determina cuando se debe comenzar a contar las 6 medias horas. Se presentan entonces diferentes p , para una persona j , en un mismo día l si existe turno partido.

Auxiliar de Producción 01

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 \sum_{p=k}^{k+6} X_{ijpl} \geq 6 \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7$$

Auxiliar de Producción 02

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=6}^{10} \sum_{p=k}^{k+6} X_{ijpl} \geq 6 \quad \forall l = 1, 2, \dots, 7$$

7.3.7. RESTRICCIONES VARIABLES ENTERAS BINARIAS

Todas las X_{ijkl} son binarias

Todas las Y_m son binarias

Todas las Z_n son binarias

Todas las $W_{j'l}$ son binarias

8. ACTUALIZACIÓN DE LOS TIEMPOS DE SIMULACIÓN

Una gran parte de los tiempos utilizados en el Modelo de Simulación fueron extraídos en el año 2005 de la Hoja de Elementos¹⁶; en los restaurantes algunos procedimientos han cambiado y por lo tanto los tiempos que se tarda cada actividad también. La Hoja de Elementos ha sido actualizada constantemente, mientras que la base de datos que utiliza el modelo de simulación no ha sido actualizada desde el 2005, por lo cual algunos tiempos ya no coinciden, lo que le resta exactitud al archivo que contiene los resultados de la simulación, con relación a la realidad que se vive en los restaurantes.

Con el fin de darle mayor confiabilidad al Modelo de Simulación se compararon los tiempos que este utiliza con los de la Hoja de Elementos. Después de identificar los tiempos que debían ser actualizados, se procedió a cambiar la base de datos que contiene los tiempos del modelo de simulación, luego se ejecutó de nuevo el modelo en Promodel y por consiguiente se actualizó el archivo de resultados, al cual al introducirle los niveles de ventas del restaurante que se va a aforar, arroja los porcentajes de ocupación asignar los cargos de Despacho Combos y Despachador.

9. PROGRAMACIÓN, DISEÑO DE SOFTWARE

Con el fin de abonar un poco el camino para continuar al siguiente eslabón del proyecto, se esbozan algunas características que se espera tenga el software que dará solución al modelo matemático y además se expresan algunas recomendaciones.

Métodos de Optimización Combinatorial

Cuando las dimensiones y la complejidad matemática del problema son grandes, como en este caso, aparece el denominado fenómeno de la explosión combinatorial, debido a la gran cantidad de soluciones factibles e infactibles que aparecen. La solución del problema es aquella que tiene mejor función objetivo y cumple todas las restricciones. Una forma de determinar esta solución, denominada solución óptima, consiste en evaluar explícitamente todas las alternativas existentes, lo cual requiere de tiempos de cómputo prohibitivos (meses, años o siglos) aún contando con máquinas de alta velocidad y con muchas máquinas operando en paralelo.

¹⁶ Ver Glosario.

La teoría computacional define la complejidad computacional como la cantidad de recursos necesarios para hallar una solución a un problema a través del más eficiente algoritmo conocido, siendo los recursos más comunes: el tiempo (o la cantidad de pasos que tomará resolver el problema), y el espacio (cantidad de memoria) en este sentido se clasifican los problemas como de tipo P o tratables, y los NP o intratables. Los problemas tratables se caracterizan por entregar un resultado en un tiempo polinomial, mientras que para los intratables el algoritmo requiere de un tiempo mucho mayor, generalmente de tipo exponencial.

Para entender la definición de *tiempo polinomial* se puede pensar en resolver un problema sencillo como el de podar un campo de césped. Si el tamaño del campo se duplica, el tiempo necesario para podarlo será el doble. Aumentando progresivamente el tamaño del campo, el tiempo requerido aumentará por tanto de acuerdo a una función de tipo polinomial, la cual podría ser por ejemplo descrita como $g(n) = 2n$, donde n es el tamaño del campo y $g(n)$ entrega el tiempo necesario para el proceso. De esta manera un incremento en el tamaño del campo genera un crecimiento que no es de mayor envergadura. Por el contrario, si la función $g(n)$ posee un comportamiento exponencial como $g(n) = e^{2n}$, un pequeño aumento en el tamaño del campo genera un alto incremento en el tiempo de procesamiento. La mayoría de los problemas de optimización se clasifican dentro del grupo NP, con un tiempo de procesamiento exponencial, consumiendo por tanto altas cantidades de memoria y pasos computacionales, por lo que se deben aplicar técnicas de reducción de tiempo que permitan resolver el problema en tiempos polinomiales.

Métodos de solución para problemas NP

Existen dos tipos de métodos para resolver los problemas de optimización combinatorial: los exactos y los aproximados o heurísticos. Las técnicas exactas que permiten resolver este tipo de problemas, como los métodos de descomposición de Benders o Dantzing Wolfe, Balas y Branch and Bound entre otros, garantizan que la solución encontrada corresponde al óptimo global, y el tiempo requerido para encontrar dicha solución crece exponencialmente con el tamaño del problema. Los algoritmos aproximados sacrifican la exactitud en la calidad de la solución con el fin de encontrar soluciones en un tiempo polinomial, aunque no garantizan que la respuesta corresponde al óptimo global, las soluciones generadas son de buena calidad y posiblemente se encuentran en las vecindades del óptimo global, con la ventaja de que se requiere de consumos de tiempo inferiores.

9.1. MÉTODOS HEURÍSTICOS

Los métodos heurísticos son algoritmos de búsqueda que se basan en el conocimiento y en la experiencia del problema tratado para encontrar soluciones en corto tiempo, que aunque no garantizan que sea la solución óptima, si aseguran el generar buenas soluciones. Los métodos aproximados refuerzan la calidad de estas soluciones adicionando o reemplazando iterativamente componentes de modo que se minimice (o maximice) la función objetivo. Generalmente este procedimiento se aplica hasta superar un número limitado de iteraciones sin que se mejore la calidad de la solución, dado que no se puede garantizar en ningún momento que se esté encontrando el óptimo global y por lo tanto no existe un criterio firme de parada.

Existen métodos heurísticos de naturaleza muy diferente, por lo que es complicado dar una clasificación completa. Además, muchos de ellos han sido diseñados para un problema específico sin posibilidad de generalización o aplicación a otros problemas similares. El siguiente esquema trata de dar unas categorías amplias en donde ubicar a los heurísticos mas conocidos:

Métodos de Descomposición

El problema original se descompone en subproblemas más sencillos de resolver, teniendo en cuenta, aunque sea de manera general, que ambos pertenecen al mismo problema.

Métodos Inductivos

La idea de estos métodos es generalizar de versiones pequeñas o más sencillas al caso completo. Propiedades o técnicas identificadas en estos casos más fáciles de analizar pueden ser aplicadas al problema completo.

Métodos de Reducción

Consiste en identificar propiedades que se cumplen mayoritariamente por las buenas soluciones e introducirlas como restricciones del problema. El objeto es restringir el espacio de soluciones simplificando el problema. El riesgo obvio es dejar fuera las soluciones óptimas del problema original.

Métodos Constructivos

Consisten en construir literalmente paso a paso una solución del problema. Usualmente son métodos deterministas y suelen estar basados en la mejor elección en cada iteración. Estos métodos han sido muy utilizados en problemas clásicos como el del agente viajero.

Métodos de Búsqueda Local

A diferencia de los métodos anteriores, los procedimientos de búsqueda o mejora local comienzan con una solución del problema y la mejoran progresivamente. El procedimiento realiza en cada paso un movimiento de una solución a otra con mejor valor. El método finaliza cuando, para una solución, no existe ninguna solución accesible que la mejore.

9.2. MÉTODOS METAHEURÍSTICOS

Los métodos metaheurísticos son algoritmos de búsqueda de soluciones óptimas en problemas combinatoriales para los cuales no existen métodos exactos que entreguen respuestas en tiempos polinomiales. Básicamente definen la forma de aplicar y modificar métodos heurísticos con el fin de resolver una gran cantidad de problemas con tan solo unas pocas variaciones al aplicarlo de un problema a otro. Existe una gran variedad de estas técnicas metaheurísticas denominadas combinatoriales, pero algunas han mostrado ser más exitosas que otras en diversos problemas.

En estos momentos existe un gran desarrollo y crecimiento de estos métodos, algunos procedimientos relativamente consolidados que han probado su eficacia sobre un gran número de problemas son: Búsqueda Tabú, el Templado Simulado y Métodos Evolutivos, incluyendo los Algoritmos Genéticos, Colonia de hormigas y la Búsqueda Dispersa (Scatter Search). Si bien todos estos métodos han contribuido a ampliar el conocimiento para la resolución de problemas reales, los métodos constructivos y los de búsqueda local constituyen la base de los procedimientos metaheurísticos.

Al contrario de lo que acontece con programación lineal (PL), no existe software ni algoritmo de programación entera (PE) que sea bueno para resolver todos los tipos de problemas. Esto es debido al hecho de que la eficiencia de un algoritmo de PE depende en gran medida y en ocasiones radicalmente, de las características particulares de un problema. Por lo tanto no existe un algoritmo de PE que sea mejor que los otros para resolver todos los problemas ni software disponible con tales características.

En este contexto, una primera fase de un trabajo de investigación es escoger un método para solucionar el problema planteado de PE entre los varios que existen en la literatura especializada tales como: método de planos de corte, branch-and-bound, enumeración implícita, métodos subóptimos, etc.

En una siguiente fase se debe desarrollar un algoritmo especializado que aproveche las características específicas del problema.

Para este caso, se recomienda evaluar específicamente los siguientes métodos para solucionar el problema planteado en este trabajo de grado:

9.3. ALGORITMOS EXACTOS

9.3.1. BRANCH AND BOUND O RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO¹⁷

La idea básica en la que se apoya la técnica de Ramificación y Acotamiento es *divide y vencerás*. Como es demasiado complicado resolver directamente el problema original “grande”, se divide en problemas cada vez más pequeños hasta que éstos se puedan vencer. La división en subconjuntos más pequeños. La conquista (*sondeo*) se hace en parte *acotando* la mejor solución en el subconjunto y después descartando los subconjuntos cuya cota indique que no es posible que contenga una solución óptima para el problema original.

9.3.2. ALGORITMO ADITIVO DE ENUMERACIÓN IMPLÍCITA 0-1 DE BALAS¹⁸

La idea de la enumeración implícita o parcial es intentar evaluar solamente una pequeña parte de todas las soluciones posibles descartando las restantes por ser no promisorias. Una enumeración implícita de un problema de n variables llevaría a una exploración de 2^n soluciones posibles lo que produce el fenómeno de explosión combinatorial cuando n es grande. En la enumeración implícita se explora solamente una pequeña parte del espacio de solución del problema, cuya implementación exitosa requiere de dos requisitos fundamentales:

1. Existe necesidad de un esquema de enumeración que asegure de que todas las soluciones posibles sean enumeradas implícita o explícitamente y lógicamente, de una manera no redundante.
2. Se deben diseñar pruebas de sondaje para excluir el mayor número posible de soluciones no promisorias.

Las principales ventajas de un algoritmo de enumeración implícita son:

¹⁷ HILLIER F, G. J. LIEBERMAN. Investigación de Operaciones. Editorial McGraw- Hill, México, 2001.

¹⁸ GALLEGO R. Ramón A. ESCOBAR Z. Antonio. ROMERO L. Rubén A. Texto de la maestría en Ingeniería Eléctrica. 2004. Taller Publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira.

- Solamente realiza operaciones de adición y comparación, lo que elimina los errores de redondeo que puede ser un problema grave para otros métodos.
- No requiere de la solución de un PL subsidiario como es el caso de prácticamente todos los otros métodos.
- No cambia la matriz A y ocupa un espacio reducido de memoria.
- Permite gran flexibilidad en la implementación de las llamadas pruebas de sondaje.

Algoritmo de Enumeración Implícita de Balas

En el algoritmo de Balas, durante la evolución del proceso, es almacenada la mejor solución factible encontrada y después de enumerar todas las 2^n soluciones posibles implícita o explícitamente, la última mejor solución factible encontrada, llamada incumbente es la solución óptima.

9.4. METAHEURÍSTICAS

9.4.1. ALGORITMO GENÉTICO¹⁹

El algoritmo genético es una técnica de búsqueda de soluciones y que originalmente fue idealizado usando los mecanismos de evolución y de la genética natural, fue inventado por Holland en la década de los 70.

La evolución de las especies está influenciada por un proceso de selección que lleva a la supervivencia de los individuos genéticamente mejor dotados frente a las agresiones del medio que los rodea. Para que exista selección deben existir elementos (individuos) genéticamente diferentes, la explicación de este postulado la dio Darwin y sus seguidores basados en los siguientes aspectos:

1. División y duplicación de células reproductivas con el fin de identificar los padres de una generación.
2. El fenómeno del Recombinación genética, dónde a través de las células de los padres aparece la configuración genética de los descendientes.
3. El fenómeno de la mutación, considerado otra fuente de diversidad genética, es un mecanismo que permite el surgimiento de nuevas

¹⁹ GALLEGO R. Ramón A. ESCOBAR Z. Antonio. ROMERO L. Rubén A. Técnicas de Optimización Combinatorial (2006). Taller Publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira.

características en determinados genes llevando a que surjan nuevos fenotipos con funciones diferentes.

El algoritmo genético genera una secuencia de poblaciones usando los mecanismos de selección, recombinación y mutación como mecanismos de búsqueda a través del espacio de configuraciones.

La unidad básica del contenido genético es el gene. El conjunto de genes forma un cromosoma (o conjunto de cromosomas) que determina la calidad genética del individuo. Las alteraciones y la diversificación del material genético constituyen la esencia de la evolución.

Se puede decir que la evolución es consecuencia de la acción conjunta de la selección natural y de todos los mecanismos analizados anteriormente que producen diversidad genética.

El algoritmo genético usa una población de individuos, que en los problemas combinatoriales representa un conjunto de configuraciones, para resolver un problema de optimización complejo. El algoritmo genético debe entonces hacer lo siguiente:

1. Representar adecuadamente una configuración del problema. La representación más popular es la representación en codificación binaria donde se pueden simular fácilmente los operadores genéticos de recombinación y mutación.
2. Debe encontrar una forma adecuada para evaluar la función objetivo o su equivalente (fitness). Así, se pueden identificar las configuraciones de mejor calidad como aquellas que tienen las funciones objetivo de mejor calidad.
3. Debe existir una estrategia de selección de las configuraciones con derecho a participar en la conformación (construcción) de las configuraciones de la nueva población (nueva generación)
4. Debe existir un mecanismo que permita implementar el operador genético de recombinación.
5. Debe existir un mecanismo que permita implementar el operador genético de mutación.
6. Debe especificar el tamaño de la población, o sea el número de configuraciones en cada generación

Una vez especificados todos los aspectos mencionados anteriormente, para resolver un tipo de problema conocido, se tiene un algoritmo genético básico. Un algoritmo genético elemental realiza la siguiente secuencia de operaciones:

1. Genera una población inicial después de escoger el tipo de codificación para representar cada configuración.
2. Calcula la función objetivo de cada configuración de la población y almacena la incumbente (la mejor configuración encontrada en el proceso).
3. Realiza selección.
4. Realiza recombinación.
5. Realiza mutación y termina de generar la nueva población de la siguiente generación.
6. Si el criterio de parada (o criterios de parada) no se han cumplido el proceso regresa al paso 2.

Los pasos (2), (3), (4) y (5), en conjunto, son conocidos como ciclo generacional. También es necesario mencionar que existe una equivalencia entre los términos usados en genética y en un problema de optimización matemática.

Problema de optimización	↔	Genética
Solución (configuración)	↔	Cromosoma
Variable	↔	Gene
Solución	↔	Alelo

9.4.2. BÚSQUEDA TABÚ²⁰

La búsqueda tabú, a diferencia de otros algoritmos basados en técnicas aleatorias de búsqueda de soluciones cercanas, se caracteriza porque utiliza una estrategia basada en el uso de estructuras de memoria para escapar de los óptimos locales, en los que se puede caer al "moverse" de una solución a otra por el espacio de soluciones. Este algoritmo se dota, por tanto, de una "memoria" donde se almacenan los últimos movimientos realizados, y que puede ser utilizada para "recordar" aquellos movimientos que hacen caer de nuevo en soluciones ya exploradas. Esta "memoria" serviría para impedir la evolución hacia esas

²⁰ GALLEGO R. Ramón A. ESCOBAR Z. Antonio. ROMERO L. Rubén A. Técnicas de Optimización Combinatorial (2006). Taller Publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira.

soluciones. A continuación se presentan los elementos básicos que posee la Búsqueda Tabú.

- **Selección de una solución inicial x_0 :**

Un factor muy importante a tener en cuenta es la posible influencia que tenga comenzar la búsqueda tabú con una solución inicial más o menos buena. Esta solución dependerá del algoritmo específico que la genera. Con una solución inicial buena, de bajo coste, generada de forma algorítmica, se puede pensar que es posible evolucionar, a corto plazo, hacia soluciones mejores, aunque podría suponer un gran perjuicio computacional si realmente evoluciona la búsqueda hacia regiones de soluciones más desfavorables. Es, por tanto, necesario evaluar la conveniencia de considerar un método algorítmico o no. En cualquier caso, siempre será posible generar una solución de forma aleatoria.

- **Elección del entorno $V(x_a)$:**

Para evolucionar hacia otras soluciones, el algoritmo de búsqueda tabú selecciona éstas en un entorno de x_a . Hay que definir, por tanto, el concepto de solución cercana de x_a para proceder a seleccionar una nueva solución dentro de dicho entorno. Lo natural sería la selección completa ($V(x_a)$ -{Lista Tabú}), evaluando cada una de las soluciones y quedándose con la mejor que no sea tabú. Según se defina el entorno, es decir, el conjunto de soluciones a las que se puede acceder desde x_a , así será su tamaño. Para realizar una búsqueda completa, es deseable que el tamaño no sea elevado. Si se considera un entorno de tamaño grande, con objeto de reducir el tiempo de computación, se puede realizar la búsqueda en un subconjunto tomado aleatoriamente, o bien realizar la búsqueda hasta que se mejora el coste de la solución actual.

- **Elección del tamaño de la lista tabú (L):**

Varios autores toman el valor 7 como "número mágico" sin explicación lógica. Más recientemente, se toman valores dependientes del tamaño del problema. En cualquier caso, constituye un parámetro importante cuya influencia habría que analizar y del cual dependerá la evolución del algoritmo en gran medida.

- **Elección de los atributos para almacenar en la lista tabú:**

Almacenar la descripción completa de las últimas soluciones exploradas y comprobar si cada movimiento se encuentra en la lista puede ocupar mucho tiempo. Los atributos que se consideren, así como la forma de almacenarlos dependerán, en cierta medida, del problema a resolver.

- **Nivel de Aspiración:**

Si todos los movimientos de la lista tabú se prohíben, se evita entrar en ciclos, pero se pueden perder movimientos que acerquen a mejores soluciones. En definitiva, el nivel de aspiración supone un criterio para aceptar soluciones que están incluidas en la lista tabú. Una posibilidad podría ser definir una Función de Aspiración F_a para cada coste, de forma que un movimiento tabú podría ser elegido si la nueva solución tiene un coste menor que $F_a(F(x_a))$, siendo x_a la solución actual. También se puede considerar como tal nivel el coste de la mejor solución alcanzada hasta el momento $F(x^*)$. Podría ocurrir que un movimiento tabú diera lugar a una solución cuyo coste fuese menor que dicho nivel. En tal caso, parece no tener sentido rechazarla. Este caso podría ser posible según sean los atributos considerados para caracterizar a un movimiento tabú.

- **Criterio de finalización:**

Se puede establecer un número máximo de iteraciones, o un número máximo de pasos sin mejorar el costo.

Como en la búsqueda local, la búsqueda tabú selecciona de modo agresivo el mejor de los movimientos posibles en cada caso, a pesar de esto, al contrario de lo que ocurre en una búsqueda local, la búsqueda tabú permite moverse en su vecindad, a pesar de que el movimiento seleccionado no sea tan bueno como el actual. De este modo, se puede escapar de los óptimos locales y continuar la búsqueda en otras regiones. Para evitar que el proceso regrese a los óptimos locales y entre en un ciclo repetitivo, la búsqueda clasifica los movimientos más recientes como "movimientos tabú", con lo cual se prohíbe que una configuración sea visitada de nuevo. Este método contiene dos tipos de memoria: memorias de corto plazo y largo plazo.

- **La memoria a corto plazo:**

La estrategia de movimientos rechazados del algoritmo de búsqueda tabú en su forma más simple se denomina memoria a corto plazo, debido a que la búsqueda que se realiza es local, utilizando la memoria de los movimientos prohibidos en la lista tabú. Para problemas más complejos se pueden considerar estrategias de memorias a plazos más largos. La memoria a medio plazo tiene como objetivo registrar los atributos más comunes de un subconjunto de soluciones seleccionadas durante un cierto período de búsqueda que con más probabilidad lleven hacia mejores zonas para explorar. Estos atributos sirven de modelos para intensificar la búsqueda de soluciones.

- La memoria a largo plazo:

Diversifica la búsqueda sobre regiones poco exploradas. En las consideraciones de largo plazo, se utiliza la llamada memoria basada en frecuencia, esta contiene información relacionada con el tiempo en que ciertos atributos pertenecen o no a las soluciones visitadas. Esta información es fundamental para definir estrategias de diversificación, las cuales permiten saltar para regiones no visitadas anteriormente.

9.4.3. TÉCNICA DE COLONIA DE HORMIGAS²¹²²

El algoritmo “Ant Colony Optimization”, ACO, es una clase de los denominados sistemas de Hormigas y fue propuesto inicialmente por Colorni, Dorigo y Maniezzo. Las hormigas son insectos sociales que viven en colonias y que, debido a su colaboración mutua, son capaces de mostrar comportamientos complejos y realizar tareas difíciles desde el punto de vista de una hormiga individual. Un aspecto interesante del comportamiento de muchas especies de hormigas es su habilidad para encontrar los caminos más cortos entre su hormiguero y las fuentes de alimento. Este hecho es especialmente interesante si se tiene en cuenta que muchas de las especies de hormigas son casi ciegas, lo que evita el uso de pistas visuales.

Mientras que se mueven entre el hormiguero y la fuente de alimento, algunas especies de hormigas depositan una sustancia química denominada feromona. Si no se encuentra ningún rastro de feromona, las hormigas se mueven de manera básicamente aleatoria, pero cuando existe feromona depositada, tienen mayor tendencia a seguir el rastro.

En la práctica, la elección entre distintos caminos toma lugar cuando varios caminos se cruzan. Entonces, las hormigas eligen el camino a seguir con una decisión probabilística sesgada por la cantidad de feromona: cuanto más fuerte es el rastro de feromona, mayor es la probabilidad de elegirlo. Puesto que las hormigas depositan feromona en el camino que siguen, este comportamiento lleva a un proceso de auto-refuerzo que concluye con la formación de rastros señalados por una concentración de feromona elevada. Este comportamiento permite además a las hormigas encontrar los caminos más cortos entre su hormiguero y la fuente del alimento.

²¹ GALLEGO R. Ramón A. ESCOBAR Z. Antonio. ROMERO L. Rubén A. Técnicas de Optimización Combinatorial (2006). Taller Publicaciones Universidad Tecnológica de Pereira.

²² GRANADA M., TORO E., TABARES P. Método de Colonia de Hormigas Aplicado a la Solución del Problema de Asignación Generalizada. Revista Tecnura No 15, Universidad Distrital F.J.C., II-2004.

Comportamiento de las Hormigas reales

- **Explotación de los Rastros de Feromona y Exploración**

En el momento en que uno de los individuos de la colonia encuentra un camino hacia una fuente de alimento, se inicia un proceso de explotación, es decir que los demás individuos de la colonia se ven atraídos a recorrer frecuentemente dicho camino que conduzca a la fuente de alimento. De esta manera se incrementa progresivamente los rastros feromona y prácticamente se desecha la búsqueda de vías alternativas.

En otras palabras, la explotación de un camino permite que el sistema converja rápidamente sobre una solución, que para el caso del puente doble consiste en que un porcentaje ampliamente mayor de hormigas transite por el camino corto. Si la relación de distancias entre los brazos del puente se aumenta, el sistema explota más rápidamente el camino corto y margina progresivamente el camino largo.

- **Evaporación de Rastros de Feromona**

El motivo por el cual los caminos con recorridos largos son desplazados de la preferencia de las hormigas a pesar de que existan rastros acumulados, se debe a un proceso de Evaporación de la feromona. En ambientes naturales, la feromona depositada tiende a perder su intensidad debido al efecto del sol, la lluvia, el viento o cualquier otro factor externo. La existencia de caminos más atractivos disminuye la presencia de hormigas transitando por los caminos largos. El poco incremento de feromona combinado con el proceso de evaporación reduce gradualmente la cantidad de feromona acumulada sobre los caminos largos y aumenta la preferencia de las hormigas por transitar en los caminos cortos.

- **Sistema Hormigas**

Las primeras versiones de optimización basadas en hormigas se presentaron como Ant-density y Ant-quality. Más adelante se introdujo un algoritmo que presentó mayor eficiencia, conocido como Ant-cycle, por lo que al hablar del sistema hormigas se hace referencia en esta versión.

El Sistema Hormigas es una metaheurística en la cual una colonia artificial compuesta por pequeños programas computacionales (conocidos como hormigas) cooperan entre sí para la búsqueda de soluciones óptimas a problemas de tipo combinatorial. Observando a gran escala, el proceso de optimización con el Sistema Hormigas se efectúa realizando iterativamente los siguientes pasos:

1. Construcción de soluciones.
2. Evaluar de las soluciones en la función objetivo.
3. Depositar feromona.
4. Evaporar rastros de feromona.

El Sistema Hormigas se clasifica dentro del grupo de algoritmos de aproximación de tipo constructivo a problemas de optimización combinatorial, ya que una población de m individuos, conocidos como hormigas artificiales, se encargan de generar iterativamente soluciones a un problema determinado y luego evaluar la calidad de dichas soluciones, conservando siempre la mejor que se halla encontrado durante todo el proceso.

- **Hormigas Artificiales**

El primer paso en la aplicación del algoritmo en cualquier tipo de problema consiste en definir: ¿qué es una hormiga artificial para el problema?, ya que de aquí se desprende el tipo de solución que se debe construir y la forma que adoptará la matriz de feromonas. Tomando el ejemplo del problema del agente viajero, se encuentra una analogía directa con el problema enfrentado por la hormiga natural al viajar desde el nido en busca del alimento y viceversa: encontrar el camino más corto. Por lo tanto, una hormiga para el problema del agente viajero representa una forma de recorrer en su totalidad el conjunto de ciudades. En un principio, no interesa el orden con el cual la hormiga pase por las ciudades, lo único que interesa es encontrar una trayectoria que cumpla las restricciones. El optimizar el camino es un trabajo conjunto con los otros individuos de la colonia y se logra mediante una comunicación indirecta a base de feromona artificial.

De esta manera la población de la colonia de hormigas estará formada por grupos de m soluciones diferentes, y en cada iteración los m individuos crearán otras alternativas en base a la información acumulada en la matriz de feromonas. La cantidad de hormigas a usar en el proceso es determinada de acuerdo al tamaño del problema, es decir que para el presente caso es igual al número de ciudades.

- **Evolución del Algoritmo**

Desde la presentación del primer algoritmo basado en hormigas en 1992, se han presentado variaciones a la versión original inspiradas en comportamientos particulares del ambiente natural de las colonias de hormigas. Las diferencias radican básicamente en la forma de evaluar y depositar los rastros de feromona y en el momento en cual se realizan los depósitos sobre la matriz de feromona.

Por último, Independientemente del mejor método que se elija para dar solución al problema de PLE planteado, se espera que el software diseñado para acceder a dicha solución posea básicamente las siguientes características:

- Presente un diagrama de Gantt, o un horario de trabajo, que muestre media a media hora el personal asignado a cada cargo.
- Tanto el modelo como el resultado que arroje deben ser de fácil modificación por parte del usuario.
- Presente el costo del aforo y con ello calcule un indicador de costo de mano de obra, establecido actualmente por la empresa.

CONCLUSIONES

- Actualmente en Frisby S.A. el Analista de Aforos tiene una alta carga de trabajo que se basa en tareas del día a día, situación que es común a muchas empresas, cuyos colaboradores emplean gran parte del tiempo “apagando incendios” y no tienen más alternativa que relegar a un segundo plano actividades y procesos vitales, que deben acompañar el proceso de expansión de las empresas y que hacen que ellas crezcan y que a su vez se desarrollen a nivel interno en conocimiento, en innovación, en procesos de aprendizaje, etc. Se abandonan tareas como planeación, formulación y ejecución de nuevos proyectos, seguimiento de los procesos existentes, etc. Debido a esto es importante dar continuidad al proyecto “Mejoramiento de la Herramienta Aforo”, con el fin de que el Analista de Aforos pueda dar el valor agregado a su trabajo, lo que finalmente se verá traducido en beneficios tanto para la empresa y sus colaboradores de restaurantes, como para los clientes, quienes constantemente cambian sus hábitos de consumo y exigen que su demanda sea satisfecha eficientemente.
- Gracias a un extenso estudio del estado del arte de la optimización de horarios y a la elaboración de un modelo prototipo realizados por la anterior practicante Victoria Batero Correa, se logró tener un punto de partida con respecto a la técnica más adecuada para solucionar el problema de asignación de personal. Por ende, en este trabajo de grado, se propone un modelo matemático general para todos los restaurantes de la compañía Frisby S.A., modelado en programación lineal entera. El modelo tiene una única función objetivo que minimiza la cantidad de horas asignadas, y fue diseñado para que se adapte a la diversidad de características que existen en cada restaurante. Sin embargo se debe tener en cuenta que en algunas situaciones el usuario debe hacer ajustes manuales, después de obtener la solución a partir del modelo.
- Las restricciones administrativas son las que aportan la complejidad al problema de asignación de personal de la empresa Frisby S.A. Ellas son necesarias para respetar los derechos de los colaboradores, para flexibilizar los horarios de trabajo, para apoyar las horas de alto movimiento, para facilitar el reclutamiento del personal, etc. El modelo es flexible y permite que en el momento en que alguna de sus condiciones cambie, el modelo pueda ser modificado.
- Aunque románticamente no sea lo ideal, en ocasiones es necesario excluir del modelo variables o factores, con el fin de simplificar el modelo de tal manera que sea manejable (susceptible de ser resuelto). Es preciso comprender que el modelo es una idealización más que una representación exacta del problema

real, y que existen muchas incertidumbres e inestimables asociados a los problemas reales. Sin embargo, debe tenerse sumo cuidado en que el modelo sea siempre una representación válida del problema.

- Con la etapa de obtención de una solución a partir del modelo también se debe dar una visión más pragmática y reconocer la necesidad de obtener una solución satisfactoria en un tiempo razonable. Por ello se habla del uso de heurísticas y metaheurísticas como procedimientos viables para resolver el modelo y encontrar una buena solución subóptima.
- La practica empresarial, como primer acercamiento del estudiante de pregrado al mundo laboral, le permite hacer una transición de lo romántico a lo pragmático, de la teoría a la realidad, romper paradigmas y formarse otros; al fin y al cabo una experiencia que enriquece y forma integralmente.

RECOMENDACIONES

- Las recomendaciones en cuanto a la etapa siguiente del proyecto “Mejoramiento de la Herramienta Aforo” que hace referencia al desarrollo de un procedimiento computacional para derivar una solución al problema a partir del modelo planteado en este trabajo de grado, se expresan en el capítulo de PROGRAMACIÓN, DISEÑO DE SOFTWARE.
- Es necesario que se haga la validación del modelo matemático propuesto, de manera que después de probarlo de manera exhaustiva, y corregir todas las posibles fallas que se puedan encontrar, se cuente con un modelo que sea confiable utilizarlo, porque produzca resultados razonablemente válidos. *La prueba del éxito de un estudio de IO debe ser si proporciona o no una mejor guía en las decisiones que la que se puede obtener por otros medios²³.*
- Conviene que se determinen claramente los criterios para asignar algunos cargos para los cuales estos no se han definido, ya que en la medida que se estandarice, menos ajustes manuales deberá hacer el usuario del software, al menos cuando se halle la solución del primer subproblema.
- Se recomienda que la Analista de Aforos, se familiarice estrechamente con el modelo matemático de modo que juegue un rol de líder y guía en la siguiente etapa del proyecto y se avance a un ritmo mayor.

²³ HILLIER F, G. J. LIEBERMAN. Investigación de Operaciones. Editorial McGraw- Hill, México, 2001. Pág. 14.

BIBLIOGRAFÍA

BATERO, V. "Planteamiento del Modelo Matemático Básico que Represente de Manera Adecuada el Problema de Asignación de Personal para un Restaurante Tipo Calle de la Compañía Frisby S.A." Pereira, 2007, 162 p. Trabajo de Grado (Ingeniero Industrial). Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingeniería Industrial.

HILLIER F, G. J. LIEBERMAN. Investigación de Operaciones. Editorial McGraw-Hill, México, 2001.

GALLEGO R. ESCOBAR A. ROMERO. R. (2006). Técnicas de Optimización Combinatorial. Taller Publicaciones U.T.P. Universidad Tecnológica de Pereira.

GRANADA M, TORO E. M, ROMERO R, Algoritmo memético aplicado al problema de asignación generalizada, Revista Tecnura No 16, Universidad Distrital F.J.C., I-2005, Colombia.

GRANADA M, TORO E. M, TABARES P. Método de Colonia de Hormigas Aplicado a la Solución del Problema de Asignación Generalizada. Revista Tecnura No 15, Universidad Distrital F.J.C., II-2004.

GRANADA M. Y TORO M, (2004) Solución al Problema de la Asignación Generalizada Usando el Método de Búsqueda Tabú. Revista Scientia et Technica (24), 61-67, U.T.P., Colombia.

PRAWDA J. Métodos y Modelos de Investigación de operaciones. Vol 1. Editorial Limusa. México 1986

RODRÍGUEZ E. Asignación Multicriterio De Tareas A Trabajadores Polivalentes. Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. Universidad Politécnica De Cataluña. Mayo de 2006.

WAYNE L. Winston. Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos. Cuarta Edición. Editorial Thomson learning mexico. 2005.

ANEXOS

ANEXO 1: CARGOS ASIGNADOS SEGÚN LA CLASIFICACIÓN DE RESTAURANTE

		TIPO CALLE											
		CLL M D DT	CLL M S DT	CLL M D SDT	CLL M S SDT	CLL S D DT	CLL S S DT	CLL S D SDT	CLL S S SDT	CLL A D DT	CLL A S DT	CLL A D SDT	CLL A S SDT
01	Auxiliar de Producción	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
02	Despacho Combos	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
03	Despachador	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
04	Despachador Drive	x	x			x	x			x	x		
05	Auxiliar de salón					x	x	x	x				
06	Vendedor de salón	x	x	x	x								
07	Oficios Varios	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
08	Coordinador domicilios	x		x		x		x		x		x	
09	Enrutador Domicilios	x		x		x		x		x		x	
10	Domicilios	x		x		x		x		x		x	
11	Cajero	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
12	Administrador Titular	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
13	Administrador Auxiliar	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
14	Vigilante	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Tipo de Restaurante: CLL:Calle

Tipo de Servicio: {
M: Mesa
S:Semiautoservicio
A:Autoservicio

Tipo de Venta {
D:Domicilio
S:Sin Domicilio
DT:Drive Thru
SDT: Sin Drive Thru

		TIPO VENTANA						TIPO PARQUE
		VMD	VMS	VSD	VSS	VAD	VAS	PAS
01	Auxiliar de Producción	x	x	x	x	x	x	x
02	Despacho Combos	x	x	x	x	x	x	x
03	Despacho	x	x	x	x	x	x	x
04	Despachador Drive							
05	Auxiliar de salón			x	x			
06	Vendedor de salón	x	x					
07	Oficios Varios							
08	Coordinador domicilios	x		x		x		
09	Enrutador Domicilios	x		x		x		
10	Domicilios	x		x		x		
11	Cajero	x	x	x	x	x	x	x
12	Administrador	x	x	x	x	x	x	x
13	Administrador	x	x	x	x	x	x	x
14	Vigilante							

Tipo de Restaurante: { V: Ventana
P: Parque

Tipo de Servicio: { M: Mesa
S: Semiautoserivicio
A: Autoservicio

Tipo de Venta: { D: Domicilio
S: Sin Domicilio

ANEXO 2: EXPLICACIÓN FORMA RESTRICCIONES JORNADA VARIABLE

En este anexo se explica cómo se llega a la forma especial de las restricciones de Jornada Variable.

En el numeral 6.4 Las restricciones de Jornada Variable se presentan en una forma diferente de las demás restricciones planteadas; esto se hizo como estrategia para lograr que de tres tipos de restricciones, solo uno se cumpliera dada la satisfacción de una condición anterior. El modelo de estas restricciones fue tomado del libro: Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos. Wayne L. Winston. Cuarta Edición. Editorial Thomson learning mexico. 2005.

Restricciones si...entonces

En muchas aplicaciones se presenta la situación siguiente: se desea tener la certeza de que si una restricción $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ se satisface, entonces la restricción $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$ se tiene que cumplir, en tanto que si $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ no se cumple, entonces $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$ se podría satisfacer o no. En pocas palabras, se desea asegurar que $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ implica $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$.

Para tener la certeza de que sucede lo anterior se incluyen las restricciones siguientes en el planteamiento:

$$-g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq My \quad (1)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq M(1-y) \quad (2)$$

$$y = 0 \text{ o } 1$$

Como es lo usual, M es un número positivo muy grande. (Se debe elegir M lo suficientemente grande como para que $f \leq M$ y $-g \leq M$ se cumplan para todos los valores de x_1, x_2, \dots, x_n que satisfacen las otras restricciones del problema.) Observe que si $f > 0$, entonces, (2) se cumple sólo si $y = 0$. Entonces, (1) implica que $-g \leq 0$, o $g \geq 0$, que es el resultado deseado. Por lo tanto, si $f > 0$, entonces (1) y (2) aseguran que $g \geq 0$. Así mismo, si $f > 0$ no se cumple, entonces (2) posibilita que $y = 0$, o bien, $y = 1$. Al elegir $y = 1$, (1) se cumple de modo automático. Por lo tanto si $f > 0$ no se satisface, entonces los valores de x_1, x_2, \dots, x_n no están restringidos y $g < 0$ o $g \geq 0$ son posibles.

A continuación se muestra un ejemplo de la transformación de las funciones originales para Jornada Variable, a la forma planteada con esta estrategia.

TIPO 1: Si el personal Jornada Variable labora todos los días de la semana, el mínimo de medias horas diarias que debe laborar son 8, las horas máximas son 14 medias horas al día.

Desde el punto de vista matemático, estas restricciones se podrían expresar de la siguiente manera:

(3)

Si

$$\sum_{l=1}^7 W_{j'l} = 7 \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f$$

Entonces

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC} X_{ijkl} \geq 8Y_{m+1} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC} X_{ijkl} \leq 14Y_{m+1} \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

El primer paso es transformar estas desigualdades a la forma de las $f(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ y $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$

(3')

Si

$$\sum_{l=1}^7 W_{j'l} - 6 > 0 \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f$$

Entonces

$$\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \geq 0 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$14Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \geq 0 \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

Ahora es posible usar (1) y (2) para expresar (3'), mediante las restricciones siguientes:

$$\sum_{l=1}^7 W_{j'l} - 6 \leq M(1 - Z_n) \quad \forall j' = J'_i, \dots, J'_f$$

$$-\left(\sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} - 8Y_{m+1} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

$$-\left(14Y_{m+1} - \sum_{j=j_i}^{j_f} \sum_{k=1}^{HC(l)} X_{ijkl} \right) \leq MZ_n \quad \forall i = 2; l = 1, 2, \dots, 7$$

ANEXO 3: ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Clasificación de los restaurantes según el nivel de ventas	29
Tabla 2: Cargos utilizados en el proceso de Aforo.....	30
con su número de identificación.....	30
Tabla 3. Polifuncionalidad.....	45
Tabla 4: Prioridad en la asignación.....	46
Tabla 5: Máximo parámetro 'a' del ejemplo ilustrativo	63
Tabla 6: Cargos principales del ejemplo ilustrativo	63
Tabla 7: Cargo principal + cargo secundario del ejemplo ilustrativo	64

ANEXO 4: ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Herramientas utilizadas en el Aforo de Personal de un restaurante	13
Figura 2: Plan de Acción del proyecto: "Mejoramiento de la Herramienta Aforo" ..	17
Figura 3: Proceso de Aforo de Personal	28