

MODELO MATEMÁTICO DE LIDERAZGO PARA DIRIGENTES ORGANIZACIONALES

Mathematical Model of Leadership for organizational leaders

RESUMEN

Este documento presenta el desarrollo de un Modelo de Liderazgo para dirigentes organizacionales soportado por técnicas de Análisis Multivariado y Análisis Envolvente de Datos. Esta es una propuesta innovadora que formula y elabora un modelo matemático, con el propósito de describir, analizar y modelar algunas variables que permitan evaluar y calificar el nivel de liderazgo de los dirigentes organizacionales del Área Metropolitana Centro Occidente AMCO.

PALABRAS CLAVES: Análisis Envolvente Datos, Análisis Factorial, DEA, Líder, Modelo.

ABSTRACT

This paper presents the development of a leadership model for organizational leadership skills supported by Multivariate Analysis and Data Envelopment Analysis. This is an innovative approach that formulates and develops a mathematical model in order to describe, analyze and model variables to assess and rate the level of leadership of organizational leaders of the Area Metropolitana Centro Occidente AMCO.

KEYWORDS: *Data Envelopment Analysis, DEA, Factor Analysis, Leader, Model.*

JOSÉ SOTO MEJIA

Físico, Ph.D.
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de Pereira.
jomejia@utp.edu.co

SANDRA ESTRADA MEJÍA

Ingeniera en Sistemas, Ph.D.
Profesor Asociada
Universidad Tecnológica de Pereira
sestrada@utp.edu.co

CARLOS MAURICIO ZULUAGA RAMIREZ

Ingeniero Industrial.
Estudiante de Maestría en
Desarrollo Humano y
Organizacional.
Universidad Tecnológica de Pereira.
mauroz_85@yahoo.es

1. INTRODUCCIÓN

"Los buenos líderes aprecian y recompensan el éxito, lo que no sólo da a las personas una sensación de triunfo, sino que también las hace sentir pertenecientes a una organización que se preocupa por ellos. Cuando se ha hecho todo esto, el trabajo se convierte en algo motivador por sí mismo" [1]. Por esta razón un buen líder debe servir a las personas que lo rodean para que sus necesidades legítimas se satisfagan y así lleguen a los niveles más altos de motivación, estos utilizan diferentes estilos de liderazgo con características comunes, que al ser observadas por distintos autores y escritores han sido clasificadas para ser estudiadas a través de diversos modelos y teorías según el enfoque de estudio de quien las observa.

En general existen diversos trabajos sobre modelos de liderazgo a nivel mundial, como el "Modelo de Liderazgo de Hunter", los "Modelos conductuales de liderazgo", el "Modelo de Liderazgo estratégico", el "Modelo Masculino y femenino de Liderazgo", el "Modelo de Liderazgo de Fiedler", "La rejilla de Blake y Mouton", el "Modelo de Vroom y Yetton", entre otros [2], pero es escaso el estudio y aplicación de este tipo de modelos en empresas de sectores específicos, principalmente a nivel regional y municipal. Es por esta

razón que se vio la necesidad de abordar un trabajo amplio de investigación con el propósito de describir, analizar y modelar algunas variables que permitieran calificar el nivel de liderazgo de los dirigentes organizacionales del sector industrial del Área Metropolitana Centro Occidente-AMCO (Pereira, Dosquebradas y la Virginia).

La sección 2 de este artículo presenta los antecedentes de la investigación y las razones que motivaron el desarrollo del estudio, más adelante en la sección 3 se realiza una descripción detallada de la manera como fueron utilizadas distintas herramientas estadísticas y de investigación de operaciones para elaborar el Modelo Matemático de Liderazgo-AMCO, finalmente se exponen las conclusiones fruto del trabajo investigativo de este proyecto.

2. ANTECEDENTES DEL PROYECTO

En el actual proceso de globalización que vive Colombia, es importante que las empresas incrementen su productividad y competitividad para poder coadyuvar a la economía del país. Principalmente en estos momentos de fracturas y crisis donde la organización juega un papel importante y debe tener presente como la transformación,

innovación y evolución son elementos naturales para enfrentarlas. El mayor logro se presenta cuando el hombre toma conciencia de que es él, el responsable de dichos procesos para la nueva era del trabajo que implica la aplicación del conocimiento como fuente de creación de valor y riqueza y el dirigente logra gestionar la identidad de la organización para alcanzar el éxito y permanencia en el futuro.

Por esta razón se vio la necesidad de crear un modelo de liderazgo para el mundo empresarial del Área Metropolitana Centro Occidente AMCO. Este modelo esta encaminado a identificar las cualidades necesarias del dirigente organizacional, que permitan a través de habilidades y técnicas el logro de objetivos institucionales con un trabajo sinérgico y proactivo de los involucrados en el proceso. Lo anterior ayuda a la competitividad y productividad de las empresas facilitando de esta forma su incursión en los mercados nacionales e internacionales.

El modelo matemático de liderazgo se encuentra soportado en el Modelo de Liderazgo AMCO, hecho a la medida de las industrias del Área Metropolitana Centro Occidente, este último hace parte de los resultados presentados en la tesis doctoral "Propuesta de eje transversal para desarrollar la dimensión de liderazgo desde la Maestría en Administración del Desarrollo Humano y Organizacional de la Universidad Tecnológica de Pereira". El modelo plantea 6 fases: Facilidad de comunicación, disposición al aprendizaje, desempeño en equipos de trabajo, negociación y solución de situaciones, orientación a logros y visión de futuro, cada una de ellas se describe por medio de variables que se muestran en la figura 1.



Figura 1. Modelo de Liderazgo AMCO.

Otra de las razones que llevaron al desarrollo de este estudio, corresponde al hecho de que en la actualidad no existen modelos de liderazgo soportados matemáticamente en el Análisis Multivariado y el

Análisis Envolvente de Datos-DEA¹, que permitan evaluar y calificar el actuar de los líderes organizacionales.

Las anteriores situaciones motivaron el inicio de esta investigación que articula Liderazgo, Organización, Investigación de Operaciones y Estadística Multivariada en un modelo con soporte matemático que permite obtener el nivel de mejoramiento en cada aspecto del modelo de liderazgo AMCO, para los dirigentes organizacionales comprometidos con el desarrollo del país.

3. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El proyecto actual toma como insumo el Modelo de Liderazgo AMCO, para formular y elaborar un Modelo Matemático que permita evaluar y calificar el nivel de liderazgo de los dirigentes organizacionales de la región.

Utilizando la técnica estadística multivariada del Análisis Factorial² se analizaron las variables ya descritas en el Modelo de Liderazgo AMCO con el objeto de prepararlas para que fueran consistentes con los requerimientos de los modelos DEA con referencia a la definición de las variables de entrada y de salida y al máximo número de variables a usar que se ajustara a la cantidad de líderes a ser evaluados.

Una vez definidas las variables a ser utilizadas se determinó un modelo de eficiencia usando la técnica del Análisis Envolvente de Datos. Los resultados del modelo DEA permitieron evaluar y calificar el nivel de liderazgo de los dirigentes organizacionales de la región y determinarles el nivel de mejoramiento individual que les ayude a alcanzar su máxima eficiencia con referencia a los demás.

3.1 El líder en la investigación

En el modelo matemático de liderazgo AMCO los líderes se evalúan a sí mismos, es decir autocalifican sus propias entradas y al mismo tiempo también sus salidas, además su cerebro y su mente son los medios transformadores del

¹ Data Envelopment Analysis o Análisis Envolvente de Datos es una herramienta de la investigación de operaciones desarrollada para medir la eficiencia relativa de un conjunto de unidades homogéneas conocidas como unidades de decisión o DMUs. El DEA intenta resolver el problema de comparar eficiencias de procesos cuando existen diferentes tipos de productos (salidas) e insumos (entradas).

² El análisis factorial es una técnica estadística de reducción de datos usada para explicar la variabilidad entre las variables observadas, en términos de un número menor de variables no observadas llamadas factores. Las variables observadas se modelan como combinaciones lineales de las originales.

proceso a través del autocrecimiento, el autoaprendizaje, la autorrealización, la autodisciplina y la automotivación. El líder, es decir la persona, en sí será tomado como una DMU-Decision Management Unit- que utiliza recursos (entradas) para producir resultados (salidas) del proceso de liderazgo.

Los factores internos (recursos) están relacionados con la capacidad de aprendizaje, la motivación, la percepción del ambiente, las actitudes y la búsqueda de información. Los factores externos (salidas) se relacionan con la autorrecompensa, los motivos sociales, las relaciones de grupo, los resultados obtenidos y todo aquello que lleva a los individuos a ser generadores de ideas, imaginativos, propulsores de cambios y luchadores.

3.2 Tratamiento de las variables del Modelo de Liderazgo AMCO

Inicialmente las 24 variables del modelo de Liderazgo se clasificaron en variables de entrada y salida (figura 2), teniendo en cuenta las diversas definiciones de liderazgo, el concepto de isotonicidad³ y el juicio de expertos.

Las variables fueron medidas aplicando una prueba piloto a 80 líderes de la región, dicha prueba utilizó la escala Likert⁴ que posteriormente fue transformada en una escala cuantitativa de intervalos.



Figura 2. Variables del Modelo de Liderazgo AMCO clasificadas en entradas y salidas.

Una vez transformadas las variables se procedió a estudiarlas por medio del Análisis Factorial.

3.3 Aplicación del Análisis Factorial

En esta investigación se utilizó el Análisis Factorial para ayudar a reducir el número de variables del Modelo y preparar los datos para que fueran consistentes con los requerimientos de la técnica DEA⁵.

Aplicando la técnica del Análisis Factorial se tomaron los valores correspondientes a la prueba piloto conformada por 80 observaciones, cada una de ellas medía la actitud de los líderes organizacionales hacia las 24 variables propuestas. Esto se llevó a cabo con el fin de analizar la posibilidad de representar adecuadamente la información, con un número menor de nuevas variables construidas como combinaciones lineales de las originales.

Las variables originales altamente correlacionadas se redujeron a 15 factores principales (figura 3). La aplicación más importante del análisis factorial se centra en la reducción de la dimensión del espacio de los datos, lo que permite hacer descripciones sintéticas y simplificar el problema [3].

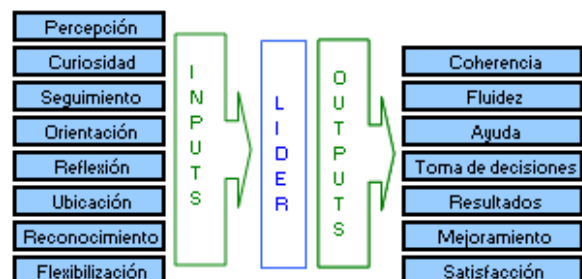


Figura 3. Modelo de Liderazgo con variables reducidas.

El análisis factorial se llevó a cabo con los siguientes pasos:

1. El cálculo de una matriz capaz de expresar la variabilidad conjunta de todas las variables.
2. La extracción del número óptimo de factores, entre los cuales se eligen aquellos que recojan el porcentaje de variabilidad y correlación que se considera suficiente

³ Un incremento en una entrada debe verse reflejado en un aumento proporcional en una salida.

⁴ Permite medir la actitud hacia un objeto con base al grado de acuerdo o desacuerdo de los entrevistados con una serie de enunciados positivos y negativos que representan atributos del objeto estudiado.

⁵ Para evitar que se ubiquen en la frontera de eficiencia demasiadas DMUs el número de estas debe ser mayor que la combinación del número de entradas y de salidas. Una regla recomendada es aplicar la siguiente fórmula:

$$n \geq \max((m*s, 3(m+s)), 3)$$
 Donde n = número de DMUs, m = número de entradas y s = número de salidas de cada DMU.

para explicar las variables originales con las nuevas variables construidas.

3. La rotación de la solución para facilitar su interpretación, esta reduce el número de variables con saturaciones⁶ elevadas sobre un mismo factor, de modo que las fuertemente correlacionadas presenten valores altos de saturaciones sobre un determinado factor y bajas sobre el resto.

4. La estimación de las puntuaciones de los sujetos en las nuevas dimensiones sustituyen los valores de las variables originales.

Teniendo en cuenta la reducción de variables descrita anteriormente mediante el método de análisis factorial, se tomaron 8 factores principales como entradas y 7 como salidas. Las tablas 1 y 2 muestran los coeficientes que permiten dar una interpretación a los factores principales. Los valores obtenidos en cada factor por cada dirigente organizacional fueron utilizados en el modelo DEA.

Matriz de Factores rotados para variables de entrada								
	Factores							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Percepción	-0,005	-0,062	0,002	0,996	-0,02	0,06	-0,027	-0,01
Curiosidad	0,018	-0,021	0,168	-0,021	0,979	0,03	0,017	0,102
Seguimiento	-0,054	-0,038	0,058	-0,012	0,107	-0,053	-0,214	0,966
Orientación	-0,058	-0,102	0,043	0,062	0,03	0,966	0,069	-0,051
Reflexión	0,994	0,007	-0,021	-0,005	0,017	-0,057	0,078	-0,05
Ubicación	-0,021	0,052	0,982	0,002	0,166	0,044	0,016	0,053
Reconocimiento	0,007	0,969	0,051	-0,053	-0,02	-0,101	0,059	-0,036
Flexibilización	0,083	0,062	0,017	-0,03	0,019	0,073	0,968	-0,212

Tabla 1. Matriz de factores rotados para variables de entrada.

Matriz de Factores rotados para variables de salida							
	Factores						
	1	2	3	4	5	6	7
Coherencia	0,032	0,014	0,008	0,007	0,999	0,011	0,031
Fluidez	-0,024	-0,059	0,974	-0,02	0,009	-0,026	0,211
Ayuda	-0,038	-0,032	-0,018	0,998	0,007	-0,011	0,021
Toma de Decisiones	0,015	0,019	-0,024	-0,011	0,011	0,999	0,004
Resultados	0,109	-0,016	0,215	0,023	0,034	0,005	0,97
Mejoramiento	0,99	0,078	-0,022	-0,039	0,033	0,015	0,102
Satisfacción	0,077	0,994	-0,065	-0,032	0,014	0,02	-0,015

Tabla 2. Matriz de factores rotados para variables de salida

Para que un factor sea fácilmente interpretable debe tener las siguientes características:

- Los coeficientes factoriales deben ser próximos a 1.

- Una variable debe tener coeficientes elevados sólo en un factor.
- No deben existir factores con coeficientes de igual tamaño en una misma variable.

En las tablas 1 y 2 una saturación mayor a 0.9 indica que factor principal se asocia con una de las variables originales.

3.4 Aplicación del Análisis Envoltente de datos

El Análisis Envoltente de Datos (DEA) es un método no paramétrico para la evaluación de la eficiencia de una muestra de unidades de decisión DMU's. Este tipo de análisis calcula la eficiencia relativa para cada DMU comparando sus entradas y salidas respecto a todas las demás [4].

El DEA calcula la eficiencia a partir del siguiente sistema de ecuaciones [5]:

$$(1) \max h_{j_0} = \sum_k u_k y_{kj_0}$$

Sujeto a:

$$(2) \sum_i v_i x_{ij_0} = 100$$

$$(3) \sum_k u_k y_{kj_0} - \sum_i v_i x_{ij_0} \leq 0$$

$$(4) u_k, v_i \geq 0$$

En donde:

$k = 1 \dots m$, subíndice que identifica un producto.

$j = 1 \dots n$, subíndice que identifica las diferentes unidades de decisión

$i = 1 \dots k$, subíndice que identifica el insumo.

j_0 subíndice que indica la unidad de decisión a la que se le está calculando la eficiencia.

h_{j_0} es la eficiencia de la unidad de decisión que se está calculando.

u_k es el peso que tiene el producto y_k , para la DMU j_0 , que se está calculando.

v_i es el peso que tiene el insumo x_i en la DMU j_0 que está siendo calculada.

El propósito del DEA es hacer que el valor de eficiencia para cada DMU en la muestra sea el máximo que pueda alcanzar; para lo cual, se ajustan los pesos de la combinación de variables de entrada y de salida, de

⁶ Las saturaciones indican el peso que es atribuido a cada factor, los factores con coeficientes de saturación grandes en valores absolutos para una variable son factores relacionados estrechamente con dicha variable.

acuerdo con el resto de las DMUs de la muestra [6]. La tabla 3 presenta un fragmento de las salidas del software DEA -Solver en la cual aparecen las ineficiencias y los excesos en algunas de las entradas para varias DMUs o líderes estudiados en la investigación.

No	DMU	Score	Excess Percepcion S-(1)	Excess Curiosidad S-(2)	Excess Seguimiento S-(3)	Excess Orientación S-(4)
1	DMU1	0,77	1,57E+13	0	7,55E+15	9,68E+13
2	DMU2	0,687	1,18E+16	0	1,44E+15	0
3	DMU3	0,756	1,14E+16	0	0	0
4	DMU4	1	0,00E+00	0	0	0
5	DMU5	0,837	5,04E+15	0	4,44E+14	0
6	DMU6	1	0	0	0	0
7	DMU7	0,767	4,80E+15	0	0	5,11E+15
8	DMU8	0,555	1,31E+16	0	0	1,59E+16
9	DMU9	1	0	0	0	0
10	DMU10	1	0	0	0	0
11	DMU11	1	0	0	0	0
12	DMU12	1	0	0	0	0
13	DMU13	1	0	0	0	0
14	DMU14	1	0	0	0	0
15	DMU15	0,705	1,35E+16	0	0	1,64E+15

Tabla 3. Algunas salidas del DEA Solver.

La columna “Score” de la tabla anterior representa el porcentaje de eficiencia para cada DMU estudiada, los líderes con eficiencias iguales a 1 son los que obtuvieron eficiencias relativas del 100%, estos se denominan DMUs de frontera, es decir, son los mejores en la comparación relativa.

Las demás columnas muestran los excesos u holuras en algunas de las entradas para cada factor principal analizado, estas holuras se representan con los valores distintos de cero.

Los excesos en las entradas y los faltantes en las salidas por ser las DMUs en esta investigación líderes y no dependencias, procesos o sectores industriales pueden ser interpretados de la siguiente manera:

Los excesos en las entradas representan variables de liderazgo que el líder organizacional tiene desarrolladas o potencializadas en mayor medida. Los faltantes en las salidas son resultados del proceso de liderazgo que no están funcionando adecuadamente.

En este orden de ideas las DMUs o líderes ineficientes son aquellos que tienen muy desarrollados ciertos aspectos del liderazgo (excesos en las entradas) pero que aún así no los están explotando adecuadamente y por lo tanto presentan faltantes en las salidas o resultados.

Para el análisis y la interpretación de las DMUs se utilizó el modelo DEA SBM (Slack Based Measure o medida basada en holuras). Este modelo puede ser interpretado

como la razón de la media de las ineficiencias mixtas de las entradas y la media de las ineficiencias mixtas de las salidas. Una DMU es SBM eficiente sólo si la eficiencia es 1. Esta condición es equivalente a cero excesos en las entradas y cero faltantes en las salidas.

En esta investigación la técnica DEA permitió evaluar y calificar el nivel de liderazgo de los dirigentes organizacionales de la región y determinar aspectos y niveles de mejoramiento requeridos por cada dirigente organizacional con el fin de ayudarlos a alcanzar la máxima eficiencia con referencia a los demás. Este modelo, al comparar los valores de las variables de entrada y salida de la unidad ineficiente con los valores de las unidades eficientes que les sirven de referencia, permite conocer las variables y la intensidad sobre las que se debe actuar para que las unidades ineficientes se conviertan en eficientes. La tabla 4 muestra el porcentaje de disminución en los niveles de entrada para las variables percepción y curiosidad, que permite a las DMUs ineficientes alcanzar su nivel de eficiencia.

No	DMU	Score	(I)Percepcion Projection	Change(%)	(II)curiosidad Projection	Change(%)
1	DMU1	0,770488693	3,53E+16	-30,83%	1,65E+16	0,00%
2	DMU2	0,687426469	2,35E+16	-33,41%	1,65E+16	0,00%
3	DMU3	0,756026893	2,39E+16	-32,26%	1,65E+16	0,00%
4	DMU4	1	1,21E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
5	DMU5	0,837209934	3,16E+16	-13,73%	1,65E+16	0,00%
6	DMU6	1	3,53E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
7	DMU7	0,766679305	3,05E+16	-13,61%	1,65E+16	0,00%
8	DMU8	0,555434599	2,22E+16	-37,03%	1,65E+16	0,00%
9	DMU9	1	3,53E+16	0,00%	1,88E+16	0,00%
10	DMU10	1	4,54E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
11	DMU11	1	3,53E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
12	DMU12	1	3,53E+16	0,00%	0	0,00%
13	DMU13	1	3,53E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
14	DMU14	1	3,53E+16	0,00%	1,65E+16	0,00%
15	DMU15	0,704770108	3,53E+16	-27,65%	1,65E+16	0,00%

Tabla 4. Proyección de algunas variables de entrada

En la tabla 5 se muestra una síntesis descriptiva del número total de dirigentes organizacionales eficientes y no eficientes.

No. Of DMUs in Data	80
No. Of DMUs with inappropriate Data	0
No. Of evaluated DMUs	80
Average of scores	0,863598123
No. Of efficient DMUs	46
No. Of inefficient DMUs	34
No. Of over iteration DMUs	0

Tabla 5. Síntesis descriptiva de los líderes organizacionales.

Los datos anteriores permitieron observar lo siguiente:

Los 80 líderes estudiados poseen un promedio de eficiencia del 86.35%.

34 de los 80 líderes contenidos en la muestra estudiada presentaban algún tipo de ineficiencia en cuanto a su estilo de liderazgo con relación a otros líderes eficientes.

En la muestra analizada se encontraron 46 líderes que no presentaban excesos en sus entradas ni faltantes en sus salidas por lo que se consideran 100% eficientes.

4. CONCLUSIONES

- Los dirigentes organizacionales del Área Metropolitana Centro Occidente estudiados en esta investigación poseen en conjunto un nivel de eficiencia relativamente alto (86.35%), sin embargo 34 de ellos requieren de ciertas propuestas de mejoramiento para potencializar sus estilos de liderazgo.
- Los líderes ineficientes presentan holguras, es decir excesos en las variables de entrada y faltantes en las variables de salida, o dicho de otra forma no explotan adecuadamente sus recursos internos para generar resultados en su proceso de liderazgo.
- Los líderes analizados desarrollan las variables estudiadas de un modo y nivel particular, producto de la interacción con el entorno y la cultura imperante en sus organizaciones.
- Es el propio líder quien debe ocuparse de las variables de entrada y optimizar sus procesos internos en función de los resultados deseados.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. Paulise. (2005, Sept.). "Seminario de Dirección Superior". [Online]. Available: <http://www.monografias.com/trabajos27/liderazgo-resumen/liderazgo-resumen.shtml>
- [2] L. Cardona, "¿Qué modelo de liderazgo utilizar en la formación y desarrollo de directivos?," Intangible capital, vol 0, 2004.
- [3] M. Díaz, "Estadística Multivariada: Inferencia y métodos. Universidad Nacional," Panamericana Formas e Impresos S.A. Bogotá, 2002, pp. 191-232.
- [4] J. Soto, "Fundamentos Teóricos y prácticos del Análisis Envolvente de Datos," Universidad Tecnológica de Pereira, 2008, p. 8.
- [5] A. Charnes, W. Cooper y E. Rhodes, "Measuring the Efficiency of Decision Making Units". European Journal of Operation Research 2, 1978.
- [6] W. Cooper, L.M Seiford, y K. Tone, "Data Envelopment Analysis-A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software," Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 2004.