

TESI DOCTORAL

AITOR SORNÍ LASERNA

2016

VNIVERSITAT D' VALÈNCIA

DEPARTAMENT D' ÒPTICA I OPTOMETRIA
I CIÈNCIES DE LA VISIÓ

PROGRAMA DE DOCTORAT EN FÍSICA



Ones superficials de Dyakonov en metamaterials

TESI DOCTORAL

Doctorand:

J. Aitor SORNÍ LASERNA

Directors:

Prof. Carlos J. ZAPATA RODRÍGUEZ

Prof. Juan J. MIRET MARÍ

Juliol 2016

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

DEPARTAMENT D'ÒPTICA I OPTOMETRIA
I CIÈNCIES DE LA VISIÓ

PROGRAMA DE DOCTORAT EN FÍSICA



Ones superficiales de Dyakonov en metamaterials

Doctorand:

J. Aitor SORNÍ LASERNA

Directors:

Prof. Carlos J. ZAPATA RODRÍGUEZ

Prof. Juan J. MIRET MARÍ

Juliol 2016

CARLOS JAVIER ZAPATA RODRÍGUEZ, professor titular del Departament d'Òptica i Optometria i Ciències de la Visió de la Universitat de València, i

JUAN JOSÉ MIRET MARÍ, professor titular del Departament d'Òptica, Farmacologia i Anatomia de la Universitat d'Alacant,

Certifiquen:

Que la present memòria “ONES SUPERFICIALS DE DYAKONOV EN METAMATERIALS” ha sigut realitzada sota la seva direcció en el Departament d'Òptica i Optometria i Ciències de la Visió de la Universitat de València, per JOSEP AITOR SORNÍ LASERNA i constituïx la seva Tesi per a optar al grau de Doctor en Física.

I per a que així conste, en compliment de la legislació vigent, presenta a la Facultat de Física de la Universitat de València la referida Tesi Doctoral, i signen el present certificat, en

València, _____ d' _____ de 2016

Signat: Carlos Javier Zapata Rodríguez

Juan José Miret Marí

“Aus der Kriegsschule des Lebens. - Was mich nicht umbringt, macht mich stärker.”

Friedrich Wilhelm Nietzsche

Agraïments

Gràcies a la meva mare: sense la seva ajuda i cura no existiria esta tesi.

Gràcies als meus directors, Carlos i Juanjo: Ells són el cor i l'ànima de tot este treball. Em van animar mentres cursava la Llicenciatura per estudiar aquest camp i acuradament em van encaminar per poder estimar i ser capaç d'aprendre en aquest magnífic món. M'agradaria agrair al meu company David Pastor, per les nostres converses a l'hora del cafè. Ell em va ensenyar com fer gràfics i presentacions. No puc descriure tota l'ajuda que desinteressadament m'ha donat.

Gracies als meus amics, Belen Flores, Paco Zomeño, Tarek Jebali, Rafa Martí (pare i fill), Mayte Cortés i Inma Antonio que amablement van comprendre el meu estat d'ànim i han entés per què no podia ser un amic a temps complet. Diego Martín, que ens coneixem des de que estàvem junts al CERN i treballàvem al detector ATLAS, compartint tantes experiències i aventures que quasi es podria escriure un llibre de tot el que vam passar.

La inestimable ajuda de Fani Grande ha fet possible que aconseguisca expressar-me i ordenar el meu treball per tal d'arribar a les meues metes personals.

Menció a banda per als meus amics del grau d'Enginyeria Informàtica: Carlos Cobo, Pau Mora, Lisardo Fernández i Javier Abreu (ara Doctor en Física), que em desafiaren amb problemes de programació i alguns trucs. A més, les partides de paintball van ser úniques.

A tots vosaltres, que heu estat ahí, no més us puc dir: **Gracies**.

Índex

Agraïments	vi
Índex	vii
1 Introducció	1
1.1 Context general	1
1.2 Objectius de la Tesi	5
2 Propagació d'ones en medis volumètrics i interfícies	9
2.1 Introducció	9
2.2 Dispersió en dielèctrics i metalls	10
2.3 Propagació d'ones en medis isòtrops	17
2.4 Propagació d'ones en medis uniàxics	19
2.5 Formulació matricial per a medis multicapa	22
2.5.1 Camps electromagnètics en una làmina elemental	23
2.5.2 Condicions de frontera per a medis anisòtrops	26
2.5.3 Camps electromagnètics en medis isòtrops multicapa	28
2.5.4 Desacoblament modal en medis isòtrops multicapa	33
2.6 Modes superficials en medis isòtrops	36
2.6.1 Camps electromagnètics i equació de dispersió dels plasmons de superfície utilitzant la formulació matricial	37
2.6.2 Longitud de decaïment evanescent i longitud de propagació	40

2.7	Resum	42
3	Cristalls plasmònics multicapa	45
3.1	Introducció	45
3.2	Medis multicapa periòdics	46
3.3	Aproximació de medi efectiu	51
3.4	Medis hiperbòlics	54
3.4.1	Validesa de l'aproximació del medi efectiu en els règims hiperbòlics	58
3.5	Resum	59
4	Ones superficials de Dyakonov en nanoestructures anisòtropes	61
4.1	Introducció	61
4.2	Equació de dispersió de les ones superficials de Dyakonov	62
4.3	Efectes no locals	67
4.4	Efectes dissipatius	71
4.5	Paquets d'ones superficials de Dyakonov	75
4.6	Una nova família de DSWs en medis amb pèrdues	79
4.7	Resum	84
5	Ones superficials de Dyakonov en medis hiperbòlics	87
5.1	Introducció	87
5.2	Ones superficials de Dyakonov en metamaterials amb dispersió hiperbòlica	88
5.2.1	Medi semiinfinít isòtrop amb índex de refracció baix	90
5.2.2	Medi semiinfinít isòtrop amb índex de refracció alt	95
5.3	Anàlisi d'un cas pràctic	97
5.3.1	Discussió sobre els efectes no locals	97
5.3.2	Simulacions amb el mètode dels elements finits incloent efectes dissipatius	97
5.4	DSWs en bandes prohibides de medis hiperbòlics	100
5.5	Resum	106
6	Conclusions i perspectives	109

6.1	Conclusions	109
6.2	Perspectives	111
A	Simulació numèrica amb COMSOL Multiphysics 3.5a	115
A.1	Què és COMSOL Multiphysics?	115
A.2	Plantejament bàsic del problema a resoldre	116
A.3	Simulació numèrica amb COMSOL	120
A.3.1	Ones superficials de Dyakonov	121
A.3.2	Ones superficials de Dyakonov en materials nanoestructurats MD	124
B	Coefficients de la matriu de translació	133
C	Llista de publicacions	135
	Bibliografia	137

Dedicat a la meva mare

Capítol 1

Introducció

1.1 Context general

Les interfícies planes entre materials diferents juguen un paper important en molts fenòmens òptics. En òptica fonamental, per exemple, la interfície és la responsable de la reflexió i la refracció. No obstant això, quan succeeix el fenomen de la reflexió total interna es pot discernir un canvi més gradual del camp prop de la interfície. Així Newton es va adonar que l'ona incident, que pareix que no entra en el material refractant, realment sí que penetra en este material amb una amplitud que decau exponencialment en una distància microscòpica [1]. L'ona penetrant, coneguda com ona evanescent, va ser considerada només una curiositat teòrica. Recentment, però, les ones evanescent s'han utilitzat en noves tecnologies en desenvolupament com per exemple l'espectroscòpia de camp proper [2].

Altre fenomen, l'existència d'ones superficials electromagnètiques, està fins i tot més lligat a la interfície. Este tipus d'ona viatja en una direcció paral·lela a la interfície però, a banda i banda d'esta interfície, la seva amplitud decau exponencialment tornant-se imperceptible a una certa distancia de la interfície. La noció d'una ona superficial electromagnètica va aparèixer notòriament en 1907 quan Zenneck [3, 4] publicà un article teòric explorant la possibilitat d'una ona guiada per la interfície de l'atmosfera i, o be la terra, o una gran extensió d'aigua. Es va enfocar en les ones de radio, una regió de l'espectre electromagnètic que es troba molt lluny del regim en el que estem especialment interessats, el òptic, donat que anem a utilitzar metamaterials per tal de guiar les ones superficials. No obstant això, degut a la invariància d'escala dels postulats de Maxwell, els principis implicats són els mateixos.

Avui dia, gairebé un segle després, un únic tipus d'ona, el plasmó polaritó superficial (SPP, de l'anglès *Surface Plasmon Polariton*), domina l'escena de la nanotecnologia, almenys a freqüències òptiques, donant lloc a desenvolupaments com la creació de sensors biològics/químics extremadament sensibles [5–9]; tecnologia que continua millorant-se actualment. Inclús en esta aplicació molt desenvolupada, els dos materials a banda i banda de la interfície son molt simples: Un és un metall típic—un material plasmònic a freqüències òptiques—i l'altre és un material dielèctric isòtrop homogeni.

La importància dels SPPs i les ones superficials en general, però, no residix únicament en la seva inherent ultra-localització (sublongitud d'ona), sinó que també permet l'amplificació de senyals evanescents que viatgen a prop de les superfícies [10–12]. Estes propietats van ser implementades en enginyeria de metamaterials durant la dècada passada, permetent una plèthora d'aplicacions incloent enfocament subdifractiu, imatges amb resolució de sublongitud d'ona, filtrat de senyals i capes d'invisibilitat. [13–21].

Mentres que la interfície d'un material plasmònic i un altre polaritzable suporta SPPs, una gran varietat d'altres tipus d'ones superficials poden ser suportades per la interfície de dos materials polaritzats. Donat que els materials polaritzables (dielèctrics) son menys dissipatius, en general, que els materials plasmònics (metalls), és evident l'avantatge d'estos materials per a la propagació de llarg abast de les ones superficials. Per altre costat, la incorporació d'amplificació òptica en el dielèctric adjacent pot compensar l'absorció en el metall [22, 23]. No obstant, este procediment està limitat a un nombre reduït d'aplicacions en optoelectrònica.

Els signes oposats en les parts reals de les permitivitats escalars dels dos materials adjacents—i les condicions anàlogues si un o els dos materials adjacents son anisòtrops—son essencials en la propagació de SPPs. No obstant, la interfície entre dos materials dielèctrics homogenis on al menys un d'ells és anisòtrop, pot suportar la propagació d'altre tipus d'ones superficials, inclús si les parts reals de totes les components del tensor de la permitivitat elèctrica d'ambdós materials son positives. Encara que la investigació va començar als anys 70 [24], l'interès en les ones superficials guiades per la interfície de dos materials dielèctrics va enlairar-se després de que en 1988 Dyakonov [25] explorà la propagació d'ones superficials guiades en la interfície d'un material dielèctric uniàxic i un dielèctric isòtrop. Les ones superficials de Dyakonov son l'objectiu d'esta Tesi.

A causa de la complicada naturalesa de les expressions del camp en un material anisòtrop, la investigació teòrica de les ones de Dyakonov guiades per la interfície de diversos materials dielèctrics homogenis sota diferents condicions continua fins a hui. Addicionalment l'estret rang de direccions de propagació per al que existeixen estes ones fa el treball experimental difícil, tant que la primera observació d'ones de Dyakonov es va fer a l'any 2009 [26], més de dos dècades després de la seva introducció teòrica. Ressaltem un recent article on

s'exciten ones de Dyakonov usant xarxes de difracció, tècnica que sembla tenir certs avantatges respecte a la configuració de Kretschmann [27].

Des de eixe moment, l'abast del terme ones de Dyakonov s'ha ampliat per incloure ones superficials guiades per la interfície de dos materials dielèctrics homogenis, sent al menys un d'ells anisòtrop [28–31]; fins i tot materials adjacents bianisòtrops [32–34] i medis periòdics uniàxics [35–37] son admissibles. L'existència d'ones guiades per pel·lícules dielèctriques dipositades al llarg d'un cristall anisòtrop també es discuteix en les Refs. [38–40]. La presència d'ones de superfície polaritzades híbridament amb algunes característiques semblants, es poden, addicionalment, trobar quan reemplaçem el medi uniàxic per un medi indefinit [41], un plasma uniàxic [42], un material lineal electro-òptic [43], o un material estructuralment quiral [44–46]. Per l'altre costat, en lloc d'un dielèctric homogeni, podem utilitzar un medi magnètic [47], un metall noble [48–51], o un medi amb un índex de refracció negatiu [52].

S'han proposat diferents opcions com alternativa per tal d'incrementar el rang de direccions per la propagació d'ones de Dyakonov. Utilitzant l'efecte Pockels, per exemple, podem ampliar significativament este rang en més d'un ordre de magnitud [53]. No obstant, la forma més comuna d'aconseguir-lo és mitjançant l'ús de cristalls fotònics amb anisotropia extrema. En esta línia, es va proposar una matriu periòdica de cilindres circulars dins d'una peça de silici per tal d'augmentar el rang angular fins alguns graus [54]. De forma similar, s'ha suggerit en altres articles l'ús de làmines primes en columnes [55]. No obstant això, s'assoleixen resultats sorprenents si les estructures anisòtrops inclouen nanoelements metàl·lics, com passa per exemple amb una multicapa metall-dielèctric (MD) senzilla, on el rang angular pot sobrepassar els 45° [56, 57]. Als casos anteriors, la forma de la birefringència es modela simplement utilitzant el règim

de longitud d'ona llarga, que ens permet l'homogeneïtzació del metamaterial estructurat [21, 58–62]. Per nanoestructures, però, la teoria del medi efectiu ens condueix a un tensor de permitivitats efectives amb elements complexos [63]. En altres paraules, l'efecte de l'anisotropia ve amb pèrdues causades per l'absorció al metall. Com a resultat d'utilitzar un material uniàxic amb pèrdues, les ones de Dyakonov no es poden propagar indefinidament i la longitud de propagació passa a ser finita [57, 64].

La contribució de la nanotecnologia moderna al desenvolupament de la investigació en ones superficials electromagnètiques és significant. Encara que la natura proveeix abundants materials i situacions que motiven la investigació científica, no hi ha res comparat amb les perspectives de nous i útils dispositius per provocar un remolí d'activitat investigadora. Els recents desenvolupaments en nanotecnologia proporcionen una gran quantitat de noves possibilitats. En particular, els materials amb una estructura dissenyada a escala nanomètrica han proporcionat una plataforma per a la investigació i han produït alguns dels resultats més interessants. Mentre que no era possible contemplar este tipus de materials quan va sorgir la noció d'ones de superfície suportades només per materials dielèctrics, la seva producció és ara gairebé rutinària. Amb la capacitat actual per dissenyar i fabricar una àmplia varietat de materials, és possible preveure algunes aplicacions interessants; i segurament molts més usos que ens prendran per sorpresa.

1.2 Objectius de la Tesi

En esta Tesi, farem un anàlisi en profunditat de les ones superficials de Dyakonov que tenen lloc en materials nanoestructurats MD semiinfinits. Farem especial

èmfasi quan l'aproximació del medi efectiu (EMA, de l'anglès *Effective Medium Approximation*) no dona resultats satisfactoris, el que succeeix en la gran majoria de les configuracions experimentals. Anem a examinar materials nanoestructurats plasmònics que mostren tant corbes de dispersió espacial tancades, de la mateixa forma que ocorre amb els cristalls naturals birefringents, com a corbes de dispersió hiperbòlica. En particular, anem a considerar materials nanoestructurats MD per a freqüències baixes i també en el règim d'alta freqüència (proper a la freqüència de plasma). En este últim serà quan el metamaterial exhibirà dispersió hiperbòlica. L'anàlisi de casos pràctics incloent efectes dissipatius deguts a pèrdues òhmiques al metall i als efectes no locals completaran el nostre estudi. Finalment, les nostres simulacions numèriques ens mostraran l'evolució d'un paquet d'ones compostat exclusivament per ones superficials de Dyakonov (DSW, de l'anglès *Dyakonov Surface Waves*).

Al Capítol 2 anem a introduir els conceptes bàsics relacionats amb la propagació de les ones electromagnètiques en medis homogenis, incloent materials isòtrops i anisòtrops. En primer lloc, descriurem el comportament dispersiu de dielèctrics i metalls, que són els materials d'interès en este treball. També descriurem en detall estructures complexes multicapa. Per a este propòsit, anem a introduir un formalisme matricial que s'aplica als medis isòtrops i uniàxics simultàniament. Finalment, discutirem les condicions d'existència d'ones superficials a la interfície de dos medis isòtrops; noteu que el cas d'ones superficials amb medis anisòtrops serà considerat en el Capítol 4. D'altra banda, obtindrem l'equació de dispersió per als SPPs, que apareixen en la interfície entre un dielèctric i un metall.

Al Capítol 3 estudiarem els medis periòdics multicapa, que son una classe especial de materials on làmines de dielèctrics i metalls estan apilades de forma

periòdica. L'exemple més senzill d'un medi periòdic consisteix en làmines alternatives de dos tipus diferents de medis, típicament un dielèctric i un metall. La propagació d'ones en estos medis exhibeix molts fenòmens interessants i potencialment útils com ara bandes prohibides fotòniques, transparència anòmala, dispersió hiperbòlica o propagació d'ones superficials [65–69]. Addicionalment, suposarem que els materials elementals son isòtrops, amb una amplada de la lamina molt més xicoteta que la longitud d'ona de la radiació electromagnètica.

El Capítol 4 l'organitzarem de la següent manera. En primer lloc, derivarem l'equació de dispersió espacial de les DSWs que es propaguen en la interfície d'un dielèctric homogeni isòtrop i un cristall MD mitjançant l'EMA. A continuació, analitzarem els efectes no locals per tal d'obtindre l'equació de dispersió superficial amb gran precisió. La influència de les pèrdues degudes a l'absorció dels metalls també serà investigada. Esperem trobar diferències significatives en les corbes de dispersió representades utilitzant l'EMA i les avaluades resolent directament les equacions de Maxwell per mitjà del mètode dels elements finits (FEM, de l'anglès *Finite Element Method*).

A més, investigarem numèricament les propietats de dispersió de les ones de superfície de Dyakonov que es propaguen en la interfície entre un medi isòtrop sense pèrdues i un cristall uniàxic amb pèrdues, este últim resultant d'aplicar l'aproximació de longitud d'ona llarga (també coneguda com EMA) a metamaterials multicapa dielèctric/metal. Trobem una nova família d'ones electromagnètiques prop de la interfície isòtrop/anisòtrop i que es propaguen de forma obliqua a l'eix òptic del material birefringent. Estes ones de superfície no es poden trobar si utilitzem una configuració de materials sense pèrdues.

El Capítol 5 estarà dedicat a realitzar una anàlisi exhaustiva de les DSWs que tenen lloc en els materials nanoestructurats MD semiinfinits que mostren dispersió hiperbòlica. A la primera part del estudi, el nostre enfocament posarà èmfasi

en l'aplicació de l'EMA. Trobarem diferents règims, alguns dels quals inclouen DSWs amb dispersió no hiperbòlica. La validació dels nostres resultats tindrà lloc amb simulacions numèriques usant el FEM. Els principals punts d'interès seran els efectes no locals causats per la grandària finita de les làmines i els efectes dissipatius deguts a les pèrdues òhmiques en els metalls.

El Capítol 6 ens proporcionarà una perspectiva per al futur treball sobre aplicacions amb DSWs. Hem de tindre en compte que al llarg d'esta Tesi, es posarà l'accent en els conceptes plasmònics i els resultats, en lloc de les tècniques i les aplicacions pràctiques.

Informació addicional sobre les derivacions teòriques i mètodes numèrics pot trobar-se en els Apèndixs A i B.

Capítol 2

Propagació d'ones en medis volumètrics i interfícies

2.1 Introducció

En este capítol anem a introduir els conceptes bàsics relacionats amb la propagació de les ones electromagnètiques en medis homogenis, incloent materials isòtrops i anisòtrops. En primer lloc, descriurem el comportament dispersiu de dielèctrics i metalls, que són els materials d'interès en este treball. També descriurem en detall les estructures formades per diverses làmines complexes. Per a aconseguir el nostre propòsit, introduïrem una formulació amb matrius de transferència que es podrà aplicar als medis isòtrops i uniàxics simultàniament. Finalment, discutirem les condicions d'existència de les ones superficials a la interfície de dos medis isòtrops; el cas particular on tractarem amb medis anisòtrops serà considerat en el Capítol 4. D'altra banda, obtindrem l'equació de

dispersió per als plasmons superficials, que apareixen en la interfície entre un dielèctric i un metall.

2.2 Dispersió en dielèctrics i metalls

Els àtoms, que són els constituents dels medis macroscòpics, i els seus camps electromagnètics corresponents varien molt ràpidament en la regió òptica, així que el que normalment mesurem és la mitjana d'una gran regió per tal d'obtenir dades macroscòpiques. És per això que considerarem una teoria dins de la descripció clàssica [70, 71].

Un medi en el que la velocitat de fase és funció de la freqüència diem que és dispersiu. Per a freqüències suficientment altes els medis poden exhibir propietats dispersives inclús quan la conductivitat deguda a les càrregues lliures és completament negligible. En els medis dielèctrics, la velocitat de fase c està relacionada amb l'índex de refracció, n , per $c = c_0/n$, on $c_0 = (\epsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ és la velocitat de la llum al buit, ϵ_0 és la permitivitat elèctrica del buit i μ_0 es la permeabilitat magnètica del buit. A freqüències baixes (per baix de 100 MHz), la permitivitat elèctrica de la majoria dels materials és substancialment independent de la freqüència, però mostra una dependència molt forta per a freqüències altes, per a un rang que va des de freqüències de radio ultra-altes fins al visible [70].

Totes les teories de la dispersió tenen en compte la composició de la matèria i tracten les molècules com a sistemes dinàmics amb ressonàncies pròpies, les quals son excitades per el camp incident. En esta secció presentem els fonaments de la teoria de Lorentz, que pren el medi com si estiguera format per oscil·ladors moleculars [72]. Lorentz va proposar un model que és vàlid, al menys qualitativament, per descriure un gran nombre de fenòmens elèctrics i òptics.

L'equació del moviment mitja d'un electró amb carrega $-e$ sota els efectes d'un camp elèctric harmònic \mathbf{E} és [72]

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + 2m\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} + m\omega_0^2 \mathbf{r} = -e\mathbf{E}, \quad (2.1)$$

on hem definit la freqüència pròpia d'oscil·lació de l'electró ω_0 . Addicionalment prenem l'aproximació en la qual l'amplitud és suficientment xicoteta per a permetre'ns l'avaluació del camp elèctric en la posició mitjana de l'electró. La constant d'amortiment γ té en compte les forces dissipatives, del tipus de forces de fregament, introduïdes per les col·lisions de les molècules. Si el camp varia harmònicament en el temps amb freqüència ω com a $\exp(-i\omega t)$, el moment dipolar induït per un electró és

$$\mathbf{p} = -e\mathbf{r} = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma} \mathbf{E}. \quad (2.2)$$

Finalment, la polarització macroscòpica d'un medi amb una única freqüència pròpia i només una constant d'amortiment γ la podem escriure com a

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = Na(\omega) \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (2.3)$$

on $a(\omega)$ l'anomenem la polaritzabilitat del medi, ϵ_0 és la permitivitat elèctrica de l'espai buit i N és la densitat d'àtoms. Prenent en consideració que $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}$, la susceptibilitat elèctrica relativa $\chi(\omega)$ està relacionada amb la polarització per

$$\chi(\omega) = Na(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i2\omega\gamma}. \quad (2.4)$$

Tenim en compte que ω_p és la freqüència de plasma de Drude definida com

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}}. \quad (2.5)$$

A l'Eq. (2.4) hem expressat $\chi(\omega)$ en termes de les constants moleculars. Normalment $\chi(\omega)$ s'escriu diferenciant entre les parts real i imaginària, concretament

$$\chi(\omega) = \chi'(\omega) + i\chi''(\omega), \quad (2.6)$$

on

$$\chi'(\omega) = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}, \quad (2.7a)$$

$$\chi''(\omega) = \frac{2\gamma\omega\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}. \quad (2.7b)$$

Ara bé, si assumim que hi han N molècules per unitat de volum, i que, en lloc d'una única freqüència d'oscil·lació per a totes, tenim f_j electrons per molècula amb freqüència d'oscil·lació pròpia ω_j i constant d'amortiment γ_j , i Z ressonàncies en el medi, aleshores la susceptibilitat elèctrica relativa ve donada per

$$\chi(\omega) = \omega_p^2 \sum_{j=1}^Z f_j (\omega_j^2 - \omega^2 - i2\gamma_j\omega)^{-1}. \quad (2.8)$$

Esta equació té en compte totes les transicions en el medi i pot ser utilitzada per a calcular completament la dependència amb la freqüència de la constant dielèctrica,

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega). \quad (2.9)$$

Index de refracció complex

Com podem veure en l'Eq. (2.6), el fet de que la susceptibilitat siga una quantitat complexa implica que l'index de refracció $n = \sqrt{\epsilon}$ també és complex. Ara bé, si estudiem el cas d'una ona monocromàtica plana que es propaga en un medi homogeni i isòtrop al llarg de l'eix z , i recordant que $k = nk_0$, on $k_0 = \omega/c_0$, és el nombre d'ona de l'ona incident, aleshores el camp elèctric pot ser escrit com

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \exp [i (nk_0 z - \omega t)] = \tilde{\mathbf{E}}_0 \exp [i (n'k_0 z - \omega t)], \quad (2.10)$$

sent-hi $\tilde{\mathbf{E}}_0 = \mathbf{E}_0 \exp (-n''k_0 z)$ i on hem separat l'index de refracció en la part real i l'imaginària:

$$n = n' + in''. \quad (2.11)$$

L'amplitud disminueix exponencialment al llarg de l'eix z degut a la presència, en l'index de refracció, de la part imaginària. Encara més, això es descriu adequadament mitjançant el coeficient d'absorció,

$$\alpha(\omega) = 2k_0 n''(\omega) = \frac{2\omega}{c_0} n''(\omega). \quad (2.12)$$

Breument, l'index de refracció ens dona informació sobre com la velocitat de fase de l'ona depèn amb la freqüència, és a dir, descriu la dispersió. La part imaginària de n ens informa sobre l'absorció d'energia pels dipols del medi.

Classificació dels medis dielèctrics

Podem veure la natura del medi dielèctric en la relació entre la densitat de polarització i el camp elèctric, donada en l'Eq. (2.3), anomenada equació del medi. Adonem-se que $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ i $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ son funcions de la posició i el temps.

Fem algunes definicions útils per al nostre treball:

- Un medi dielèctric es diu lineal si el camp vectorial $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ està relacionat linealment amb el camp vectorial $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. En este cas podem aplicar el principi de superposició.
- Diem que un medi és no dispersiu si la seva resposta és instantània. Els medis no dispersius son una idealització ja que tots els sistemes físics tenen un temps de resposta finit.
- El medi es diu que és homogeni si la relació entre \mathbf{P} i \mathbf{E} és independent de la posició \mathbf{r} .
- Un medi és isòtrop si la relació entre \mathbf{P} i \mathbf{E} és independent de la direcció del vector \mathbf{E} , per tant el medi es veu igual des de qualsevol direcció. Els vectors \mathbf{P} i \mathbf{E} deuen ser, per tant, paral·lels. Això és el que succeeix al model de Lorentz que em vist abans.
- Diem que el medi és espacialment no dispersiu si la relació entre \mathbf{P} i \mathbf{E} és local; és a dir, \mathbf{P} en cada posició \mathbf{r} està influenciada només per \mathbf{E} en eixa mateixa posició. En esta Tesi els medis (dielèctrics i metalls) sempre s'assumiran com espacialment no dispersius. No obstant, els metamaterials analitzats en els pròxims capítols tindran una resposta no local.

Teoria del medi efectiu: La relació de Clausius-Mossotti

Quan ens movem del cas d'un oscil·lador individual cap a un gran conjunt d'oscil·ladors, hem de tindre en compte el comportament col·lectiu dels oscil·ladors i el seu efecte en els altres. El concepte de medi efectiu reflexa la connexió fonamental entre la permitivitat macroscòpica d'un material i les polaritzabilitats microscòpiques dels constituents. A un nivell microscòpic, la polarització pot ser

descrita amb l'Eq. (2.3), específicament $\mathbf{P} = Na(\omega) \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{eff}}$, on el camp elèctric efectiu és ara

$$\mathbf{E}_{\text{eff}} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0}. \quad (2.13)$$

Adicionalment, fent ús de la relació entre \mathbf{E} i \mathbf{D} , que és

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.14)$$

obtenim la relació de Clausius-Mossotti

$$\frac{Na(\omega)}{3} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}. \quad (2.15)$$

Esta relació funciona bé en gasos i líquids. També és vàlida per a aquells cristalls en els quals la correcció de Lorentz, Eq. (2.13), ens dóna una descripció precisa dels efectes dels camps locals.

El model de Drude

Les propietats òptiques dels metalls es deriven predominantment dels electrons de conducció no lligats. El model de Drude-Sommerfeld assumix que els electrons de la banda de conducció actuen en fase en resposta a un camp elèctric aplicat. Donat que no hi han forces de recuperació als electrons, la freqüència d'oscil·lació pròpia ω_0 a l'Eq. (2.1) és zero, i s'obté la següent expressió per a la constant dielèctrica [73]

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (2.16)$$

Si bé esta forma de la funció dielèctrica es cita habitualment com una caracterització òptica adequada de les làmines metàl·liques, la seva validesa es limita

només a les freqüències de l'infraroig proper, on les contribucions dels electrons lligats son negligibles.

En algunes de les simulacions que es mostren en esta Tesi, prenem un model de Drude simplificat on

$$\epsilon(\Omega) = 1 - \frac{1}{\Omega^2}, \quad (2.17)$$

hem menyspreant la constant d'amortiment ($\gamma = 0$). Note's que les freqüències en l'Eq. (2.17) estan expressades en unitats de la freqüència de plasma, $\Omega = \omega/\omega_p$. En este cas particular, l'index de refracció serà purament imaginari, donat que $\Omega < 1$ ($\omega < \omega_p$). Més encara, una ona electromagnètica penetra dins d'un metall de Drude sense pèrdues una distancia que se li diu profunditat de penetració $\delta(\Omega) = \alpha^{-1}$. Si estem molt lluny de la freqüència plasmònica, la profunditat de penetració es pot escriure simplement com

$$\lim_{\Omega \rightarrow 0} \delta(\Omega) = \frac{c}{2\omega_p} = \frac{1}{2k_p}, \quad (2.18)$$

on el nombre d'ona del plasmó és $k_p = \omega_p/c_0$.

Als metalls reals els electrons lligats contribuïxen a la funció dielèctrica, especialment en la regió del visible i UV on les transicions interbandes son excitades. Als metalls nobles, que son els materials més comuns que s'utilitzen en plasmònica, les transicions interbanda amb energies més baixes succeeixen en $\hbar\omega = 2.1$, 3.8 i 2.4 eV per Cu, Ag, i Au respectivament [74]. La contribució a la part real ϵ' es pot aproximar per una constant de desplaçament ϵ_∞ . L'Eq. (2.16) aleshores es converteix en

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i2\gamma\omega}. \quad (2.19)$$

La precisió d'este model disminúix conforme ens apropem a l'energia de transició. En la següent taula podem veure els paràmetres del model de Drude de

l'Eq. (2.19) per als metalls mencionats prèviament [73]

	ϵ_∞	$\hbar\omega_p$	$\hbar\gamma$
Cu	7.96	8.88	0.0508
Ag	4.10	9.18	0.0103
Au	10.30	9.05	0.0389

TAULA 2.1: Paràmetres del model de Drude en unitats de eV per a les funcions dielèctriques de metalls nobles fent ús de les dades de la Ref. [75]. Note's que $\hbar = 0.6582 \text{ eV}\cdot\text{fs}$.

2.3 Propagació d'ones en medis isòtrops

En esta secció anem a considerar la propagació d'ones electromagnètiques en dielèctrics lineals, homogenis i isòtrops. Anem a ignorar el cas dels metalls ja que les ones no poden propagar-se dins d'ells sense atenuar-se. Baix estes condicions, la permitivitat relativa ϵ que relaciona \mathbf{E} i \mathbf{D} , mostrada en l'Eq. (2.14), és un escalar constant. Considerant el cas en el qual el medi està lliure de càrregues elèctriques i corrents, i tenint en consideració l'equació del medi $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$, les equacions de Maxwell es poden escriure com

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.20a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.20b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (2.20c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (2.20d)$$

Ara, cadascuna de les components escalars de \mathbf{E} i \mathbf{H} satisfan l'equació d'ones

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (2.21)$$

on u representa qualsevol de les sis components escalars del camp electromagnètic.

Quan l'ona electromagnètica és plana i monocromàtica, totes les components dels camps elèctrics i magnètics son funcions harmòniques en el temps i l'espai a la mateixa freqüència temporal ω i freqüència espacial

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z), \quad (2.22)$$

respectivament. Particularment estes equacions es poden escriure com

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \quad (2.23a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \quad (2.23b)$$

on $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ i $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ son les amplituds complexes dels camps elèctrics i magnètics. Si substituïm el camp vectorial d'ones de l'Eq. (2.23) a les equacions de Maxwell (2.20), amb l'ajuda de $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$ i $\partial_t \rightarrow -i\omega$, obtenim que

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega\epsilon_0\epsilon\mathbf{E}_0, \quad (2.24a)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega\mu_0\mathbf{H}_0, \quad (2.24b)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0 = 0, \quad (2.24c)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{H}_0 = 0. \quad (2.24d)$$

Simplificant l'expressió $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0)$ finalment obtenim l'equació d'ones següent

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{E}_0 = 0, \quad (2.25)$$

i

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} - k^2\mathbf{I} + k_0^2\epsilon\mathbf{I}, \quad (2.26)$$

on tenim que \mathbf{I} és la matriu identitat 3×3 , k és el mòdul del vector d'ones \mathbf{k} i $k_0 = \omega/c_0$. Per tal d'obtenir l'equació de dispersió, busquem solucions no trivial del camp elèctric \mathbf{E}_0 imposant que $\det(\mathbf{M}) = 0$. La seva solució ens conduïx cap a

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (2.27)$$

L'amplitud del camp elèctric \mathbf{E}_0 pot ser escrita com a una combinació dels següents vectors

$$\hat{e}_1 = (0, k_z, -k_y), \quad (2.28a)$$

$$\hat{e}_2 = (k_y^2 + k_z^2, -k_y k_x, -k_z k_x). \quad (2.28b)$$

Apuntem que \hat{e}_1 està associat amb els modes TE^x , i que $\hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2 = 0$. Encara que no ho demostrem ací, \hat{e}_2 està relacionat amb les ones planes polaritzades TM^x . A més, note's que les Eqs. (2.24c) i (2.24d) ens porten a la següent relació d'ortogonalitat: $\mathbf{k} \cdot \hat{e}_1 = \mathbf{k} \cdot \hat{e}_2 = 0$. Com a resultat, els vectors $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \mathbf{k}\}$ formen un triedre ortogonal.

2.4 Propagació d'ones en medis uniàxics

Considerem en primer lloc un medi anisòtrop. En este cas, cada component del desplaçament elèctric \mathbf{D} és una combinació lineal de les tres components del camp elèctric [76],

$$D_i = \epsilon_0 \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j, \quad (2.29)$$

on i i $j = 1, 2, 3$ indiquen les components x, y, z , respectivament. Les components dielèctriques del medi estan, per tant, caracteritzades per una matriu 3×3

de nou components simètriques ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}^*$). Així doncs, el tensor dielèctric té només sis elements independents. De fet, estos elements depenen de l'elecció del sistema de coordenades relatiu a la estructura del cristall. Sempre podrem trobar un sistema de coordenades en el que els elements que son fora de la diagonal del tensor dielèctric s'anul·len, per tant, si canviem de nom els elements de la diagonal com $\epsilon_{ii} \equiv \epsilon_i$, les components del vector desplaçament son

$$D_x = \epsilon_0 \epsilon_x E_x; \quad D_y = \epsilon_0 \epsilon_y E_y; \quad D_z = \epsilon_0 \epsilon_z E_z. \quad (2.30)$$

Estes son les direccions per a les que \mathbf{E} i \mathbf{D} son paral·les. Este sistema de coordenades definix els eixos principals i els plans principals del medi. Les permitivitats ϵ_x , ϵ_y i ϵ_z caracteritzen els índexs de refracció $n_x = \sqrt{\epsilon_x}$, $n_y = \sqrt{\epsilon_y}$ i $n_z = \sqrt{\epsilon_z}$, als que li diem índexs de refracció principals. En un medi anisòtrop, la velocitat de fase de la llum depén tant del seu estat de polarització com de la direcció de propagació. Degut a la anisotropia l'estat de polarització d'una ona plana varia conforme es propaga a través del medi. De totes formes, donada una direcció de propagació en el medi, existeixen, generalment, dos ones pròpies amb índexs de refracció propis i direccions de polarització ben definides.

Els cristalls uniàxic son medis amb certes simetries que fan que tinguen dos índexs de refracció principals iguals $n_x = n_y \equiv n_o$ (índex ordinari) i $n_z \equiv n_e$ (índex extraordinari). Diem que el cristall és uniàxic positiu si $n_e > n_o$ i uniàxic negatiu si $n_e < n_o$. A l'eix z d'un cristall uniàxic l'anomenarem eix òptic. A més, direm a la direcció de polarització *ordinària*, si l'ona té un índex de refracció propi n_o , i *extraordinària* si l'ona té un índex de refracció propi n_e . A la Taula 2.2 mostrem els valors de n_o i n_e per alguns materials naturals birefringents (cristalls uniàxics).

Material birefringent	n_o	n_e	$\Delta n = n_e - n_o$
Cristall de quars	1.547	1.556	0.009
MgF	1.3786	1.3904	0.0118
YVO ₄	1.9929	2.2154	0.2225
Rutile (TiO ₂)	2.65	2.95	0.3
E7 cristall líquid	1.520	1.725	0.205
Calomel (Hg ₂ Cl ₂)	1.96	2.62	0.68

TAULA 2.2: Birefringència Δn d'alguns materials naturals [29].

Considerem ara la propagació d'ones planes en medis uniàxics. Per tal d'obtenir els valors propis associats amb la propagació d'ones planes, procedim de forma similar a la Secció 2.3 per a medis isòtrops, però tenint en compte que ara la permitivitat relativa $\epsilon = \epsilon_x (\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{y} \otimes \mathbf{y}) + \epsilon_z (\mathbf{z} \otimes \mathbf{z})$ és un tensor. Així doncs, resollem el $\det(\mathbf{M}) = 0$, on la matriu \mathbf{M} és ara

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} - k^2 \mathbf{I} + k_0^2 \epsilon. \quad (2.31)$$

Note's que $\epsilon \cdot \mathbf{I} = \epsilon$. D'esta forma, després de resoldre el determinant mencionat dalt, obtindrem dues solucions. La primera solució és

$$\frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{\epsilon_x} = k_0^2, \quad (2.32)$$

que correspon a l'equació de dispersió per a ones planes ordinàries. El camp elèctric per esta classe d'ones planes és proporcional al vector

$$\hat{e}_o = (-k_y, k_x, 0). \quad (2.33)$$

Com a conseqüència, les ones planes tenen polarització TE^z . La segona solució ens dóna l'equació de dispersió de les ones planes extraordinàries

$$\frac{k_x^2 + k_y^2}{\epsilon_z} + \frac{k_z^2}{\epsilon_x} = k_0^2. \quad (2.34)$$

En este cas, el camp elèctric és proporcional al vector

$$\hat{e}_e = (k_x k_z, k_y k_z, k_z^2 - \epsilon_x k_0^2). \quad (2.35)$$

2.5 Formulació matricial per a medis multicapa

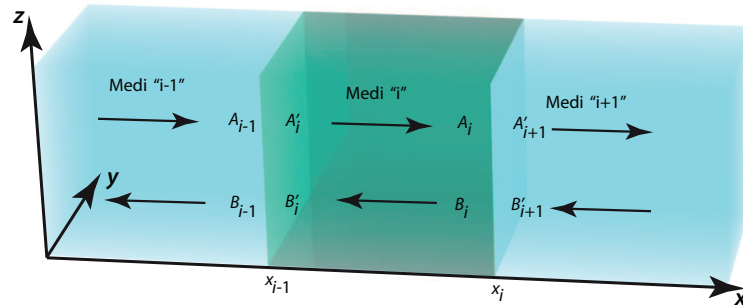


FIGURA 2.1: Disposició esquemàtica del medi multicapa. Les amplituds A_i i A_i' (B_i i B_i') corresponen a ones que es propaguen al llarg de l'eix x positiu (negatiu). Estes amplituds caracteritzen un estat donat de polarització: Per a medis uniàxics tractarem amb ones ordinàries (per exemple A_{oi}) i ones extraordinàries (A_{ei}). Per a medis isòtrops tindrem ones amb polarització TE (A_{TEi}) i TM (A_{TMi}).

En esta secció estudiem el cas dels medis multicapa composts per diferents materials no magnètics que estan separats per interfícies planes paral·leles, situades en $x = x_i$ com es pot veure en la Figura 2.1. En particular, tractem tant amb materials uniàxics com isòtrops, incloent metalls. Farem una descripció acurada dels camps electromagnètics dins d'un medi donat " i ", que està situat en

$x_{i-1} < x < x_i$. El nostre objectiu és l'anàlisi de quines son les condicions apropiades per a la propagació d'ones superficials en les interfícies abans mencionades.

2.5.1 Camps electromagnètics en una làmina elemental

Primer de tot anem a considerar un medi multicapa de materials uniàxics. Per simplicitat tindrem en compte permetivitats relatives amb forma tensorial que escriurem com $\epsilon_i = \epsilon_{xi}(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{y} \otimes \mathbf{y}) + \epsilon_{zi}(\mathbf{z} \otimes \mathbf{z})$ per a un medi donat "i". Com van demostrar en la Secció 2.4, les equacions de dispersió per a ones ordinàries i extraordinàries en medis uniàxics volumètrics son donades en les Eqs. (2.32) i (2.34), respectivament. Degut a les condicions de frontera en les interfícies dels medis, les components del vector d'ona k_y i k_z son conservades, però no ho és la seva projecció sobre l'eix x . Més específicament, si reanomenem $k_{xi} \equiv k_{oi}$ per a les ones ordinàries, de l'Eq. (2.32) podem escriure

$$k_{oi} = \sqrt{\epsilon_{xi}k_0^2 - (k_y^2 + k_z^2)}, \quad (2.36)$$

i per a les ones extraordinàries ($k_{xi} \equiv k_{ei}$), utilitzant l'Eq. (2.34), ens queda

$$k_{ei} = \sqrt{\epsilon_{zi}k_0^2 - \left(k_y^2 + \frac{\epsilon_{zi}k_z^2}{\epsilon_{xi}}\right)}. \quad (2.37)$$

El camp elèctric total de la làmina elemental "i" l'escrivim com

$$\mathbf{E}_{tot}^{(i)} = \mathbf{E}^{(i)}(x) \exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t). \quad (2.38)$$

La part del camp elèctric que varia amb la coordenada espacial x pot ser escrita com

$$\mathbf{E}^{(i)}(x) = A_{oi}\hat{a}_{oi} \exp[\imath k_{oi}(x - x_i)] + B_{oi}\hat{b}_{oi} \exp[-\imath k_{oi}(x - x_i)] + A_{ei}\hat{a}_{ei} \exp[\imath k_{ei}(x - x_i)] + B_{ei}\hat{b}_{ei} \exp[-\imath k_{ei}(x - x_i)], \quad (2.39)$$

on les amplituds A_{oi} (i A_{ei}) corresponen a ones propagants ordinàries (i extraordinàries), i B_{oi} (i B_{ei}) estan relacionades amb ones contrapropagants ordinàries (i extraordinàries). Hi ha que tindre en compte que totes estes amplituds tenen un desfase igual a zero en $x = x_i$. Finalment, els vectors \hat{a}_{oi} i \hat{a}_{ei} son donats per les Eqs. (2.33) i (2.35), respectivament, les quals reescriurem com

$$\hat{a}_{oi} = (-k_y, k_{oi}, 0), \quad (2.40a)$$

$$\hat{a}_{ei} = (k_{ei}k_z, k_yk_z, k_z^2 - \epsilon_{xi}k_0^2). \quad (2.40b)$$

En el cas de tindre ones contrapropagants, hem de considerar que $k_{xi} = -k_{oi}$ per a les ones ordinàries i $k_{xi} = -k_{ei}$ per a les ones extraordinàries. Este fet ens conduïx a introduir els camps vectorials

$$\hat{b}_{oi} = (-k_y, -k_{oi}, 0), \quad (2.41a)$$

$$\hat{b}_{ei} = (-k_{ei}k_z, k_yk_z, k_z^2 - \epsilon_{xi}k_0^2). \quad (2.41b)$$

Els camps vectorials \hat{a}_{oi} i \hat{b}_{oi} es poden expressar en unitats de k_0 , mentres que \hat{a}_{ei} i \hat{b}_{ei} les podem escriure en unitats de k_0^2 .

Per conveniència, la funció dels camps $\mathbf{E}^{(i)}$ es pot expressar en termes de les amplituds d'ona A'_{oi} , A'_{ei} , B'_{oi} i B'_{ei} amb desfase nul en $x = x_{i-1}$, concretament

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(i)}(x) = & A'_{oi} \hat{a}_{oi} \exp[\imath k_{oi}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{oi} \hat{b}_{oi+1} \exp[-\imath k_{oi}(x - x_{i-1})] + \\ & A'_{ei} \hat{a}_{ei} \exp[\imath k_{ei}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{ei} \hat{b}_{ei} \exp[-\imath k_{ei}(x - x_{i-1})]. \end{aligned} \quad (2.42)$$

El conjunt complet d'amplituds A_{qi} , A'_{qi} , B_{qi} i B'_{qi} on $q = \{o, e\}$ satisfan les relacions següents

$$A'_{qi} = A_{qi} \exp[-\imath k_{qi}(x_i - x_{i-1})], \quad (2.43a)$$

$$B'_{qi} = B_{qi} \exp[\imath k_{qi}(x_i - x_{i-1})]. \quad (2.43b)$$

Per a completar esta secció, calculem el camp magnètic en una làmina elemental donada "i". Fent ús de l'equació de Maxwell

$$\mathbf{H}_{tot}^{(i)} = \frac{\nabla \times \mathbf{E}_{tot}^{(i)}}{\imath \omega \mu_0}. \quad (2.44)$$

Substituint les Eqs. (2.38) i (2.39) en l'Eq. (2.44) i considerant que el camp magnètic es pot escriure com

$$\mathbf{H}_{tot}^{(i)} = \mathbf{H}^{(i)}(x) \exp(\imath k_y y + \imath k_z z - \imath \omega t), \quad (2.45)$$

finalment obtenim les següents expressions per a la variació del camp magnètic al llarg de la direcció x , més específicament

$$\begin{aligned}\omega\mu_0\mathbf{H}^{(i)}(x) = & A_{oi}\hat{c}_{oi}\exp[\imath k_{oi}(x-x_i)] + \\ & B_{oi}\hat{d}_{oi}\exp[-\imath k_{oi}(x-x_i)] + \\ & A_{ei}\hat{c}_{ei}\exp[\imath k_{ei}(x-x_i)] + \\ & B_{ei}\hat{d}_{ei}\exp[-\imath k_{ei}(x-x_i)].\end{aligned}\quad (2.46)$$

Utilitzant l'Eq. (2.42) en lloc de l'Eq. (2.39) s'obté

$$\begin{aligned}\omega\mu_0\mathbf{H}^{(i)}(x) = & A'_{oi}\hat{c}_{oi}\exp[\imath k_{oi}(x-x_{i-1})] + \\ & B'_{oi}\hat{d}_{oi}\exp[-\imath k_{oi}(x-x_{i-1})] + \\ & A'_{ei}\hat{c}_{ei}\exp[\imath k_{ei}(x-x_{i-1})] + \\ & B'_{ei}\hat{d}_{ei}\exp[-\imath k_{ei}(x-x_{i-1})].\end{aligned}\quad (2.47)$$

En les equacions prèvies, els nous camps vectorials els escrivim com

$$\hat{c}_{oi} = -(k_{oi}k_z, k_yk_z, k_z^2 - \epsilon_{xi}k_0^2), \quad (2.48a)$$

$$\hat{c}_{ei} = \epsilon_{xi}k_0^2(-k_y, k_{ei}, 0), \quad (2.48b)$$

$$\hat{d}_{oi} = -(-k_{oi}k_z, k_yk_z, k_z^2 - \epsilon_{xi}k_0^2), \quad (2.48c)$$

$$\hat{d}_{ei} = -\epsilon_{xi}k_0^2(k_y, k_{ei}, 0). \quad (2.48d)$$

Apuntem que els vectors \hat{c}_{oi} i \hat{d}_{oi} es poden donar en unitats de k_0^2 , mentre que \hat{c}_{ei} i \hat{d}_{ei} les podem expressar en unitats de k_0^3 .

2.5.2 Condicions de frontera per a medis anisòtrops

Una vegada hem completat la descripció dels camps electromagnètics en cada làmina elemental del nostre metamaterial, haurem d'imposar algunes condicions

de frontera a les interfícies $x = x_i$. Les components del camp elèctric $\mathbf{E}_{tot}^{(i)}$ i del camp magnètic $\mathbf{H}_{tot}^{(i)}$ que estan als plans $x = x_i$ deuen ser contínues. Particularment estes condicions de frontera es poden expressar de forma matemàtica com

$$\mathbf{E}^{(i)}|_y(x = x_i) = \mathbf{E}^{(i+1)}|_y(x = x_i), \quad (2.49a)$$

$$\mathbf{E}^{(i)}|_z(x = x_i) = \mathbf{E}^{(i+1)}|_z(x = x_i), \quad (2.49b)$$

$$\mathbf{H}^{(i)}|_y(x = x_i) = \mathbf{H}^{(i+1)}|_y(x = x_i), \quad (2.49c)$$

$$\mathbf{H}^{(i)}|_z(x = x_i) = \mathbf{H}^{(i+1)}|_z(x = x_i). \quad (2.49d)$$

El sistema d'equacions (2.49) es pot escriure de forma matricial

$$\mathbf{D}_i \mathbf{v}_i = \mathbf{D}_{i+1} \mathbf{v}'_{i+1}. \quad (2.50)$$

Definim les matrius següents,

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \hat{a}_{oi}|_y & \hat{b}_{oi}|_y & \hat{a}_{ei}|_y & \hat{b}_{ei}|_y \\ \hat{a}_{oi}|_z & \hat{b}_{oi}|_z & \hat{a}_{ei}|_z & \hat{b}_{ei}|_z \\ \hat{c}_{oi}|_y & \hat{d}_{oi}|_y & \hat{c}_{ei}|_y & \hat{d}_{ei}|_y \\ \hat{c}_{oi}|_z & \hat{d}_{oi}|_z & \hat{c}_{ei}|_z & \hat{d}_{ei}|_z \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

que de forma explícita és

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} k_{oi} & -k_{oi} & k_y k_z & k_y k_z \\ 0 & 0 & k_z^2 - \epsilon_{xi} k_0^2 & k_z^2 - \epsilon_{xi} k_0^2 \\ -k_y k_z & -k_y k_z & \epsilon_{xi} k_0^2 k_{ei} & -\epsilon_{xi} k_0^2 k_{ei} \\ -k_z^2 + \epsilon_{xi} k_0^2 & -k_z^2 + \epsilon_{xi} k_0^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

D'altra banda, hem introduït els vectors de les amplituds del camp

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} A_{oi} \\ B_{oi} \\ A_{ei} \\ B_{ei} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}'_i = \begin{bmatrix} A'_{oi} \\ B'_{oi} \\ A'_{ei} \\ B'_{ei} \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

La formulació matricial també es pot utilitzar per a relacionar el vector d'amplituds del camp \mathbf{v}_i amb desfase zero en $x = x_i$ amb el vector d'amplituds del camp \mathbf{v}'_i que té desfase zero en $x = x_{i-1}$, prèviament establert a l'Eq. (2.43). Per a este propòsit, introduïm la matriu de propagació \mathbf{P}_i , que té en compte el desfase de l'amplitud entre les fronteres de cada làmina. Explícitament podem escriure

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{v}_i, \quad (2.54)$$

sent-hi

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} e^{-ik_{oi}w_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{ik_{oi}w_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-ik_{ei}w_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{ik_{ei}w_i} \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

on $w_i = x_i - x_{i-1}$ denota l'amplada de la làmina elemental "i".

Apuntem que formulacions matricials equivalents per a medis multicapa anisòtrops es poden trobar en diversos llocs [77, 78].

2.5.3 Camps electromagnètics en medis isòtrops multicapa

En este punt, una vegada hem descrit els camps electromagnètics als medis uniaxials, anem a estudiar els medis multicapa composts per materials isòtrops i

tenint la mateixa configuració geomètrica que hem considerat a la Secció 2.5.1. Com hem demostrat en la Secció 2.3, i considerant un medi isòtrop de permitivitat relativa ϵ_i , la projecció del vector d'ona al llarg de la direcció x positiva és inferida per l'Eq. (2.27) i finalment la podem escriure com

$$k_{TEi} = k_{TMi} = \sqrt{\epsilon_i k_0^2 - (k_y^2 + k_z^2)}. \quad (2.56)$$

Note's que k_{TMi} s'aplica per a ones polaritzades TM i k_{TEi} correspon a ones polaritzades TE . El camp elèctric total de la làmina elemental " i " es pot establir, de nou, com es dóna en l'Eq. (2.38). La part del camp elèctric que varia al llarg de la coordenada espacial x es pot escriure utilitzant l'amplitud A_{TEi} (i A_{TMi}), les quals corresponen a ones propagants TE (i TM), i B_{TEi} (i B_{TMi}) que estan relacionades amb les ones contrapropagants TE (i TM). Això es pot expressar com

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(i)}(x) = & A_{TEi} \hat{a}_{TEi} \exp[ik_{TEi}(x - x_i)] + \\ & B_{TEi} \hat{b}_{TEi} \exp[-ik_{TEi}(x - x_i)] + \\ & A_{TMi} \hat{a}_{TMi} \exp[ik_{TMi}(x - x_i)] + \\ & B_{TMi} \hat{b}_{TMi} \exp[-ik_{TMi}(x - x_i)]. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Adonem-nos que totes estes amplituds tenen desfase zero en $x = x_i$. Finalment, els vectors \hat{a}_{TEi} i \hat{a}_{TMi} estan donats en l'Eq. (2.28) per \hat{e}_1 i \hat{e}_2 respectivament, que reescrivim com

$$\hat{a}_{TEi} = \hat{b}_{TEi} = (0, k_z, -k_y), \quad (2.58a)$$

$$\hat{a}_{TMi} = (k_y^2 + k_z^2, -k_y k_{TMi}, -k_z k_{TMi}), \quad (2.58b)$$

$$\hat{b}_{TMi} = (k_y^2 + k_z^2, k_y k_{TMi}, k_z k_{TMi}). \quad (2.58c)$$

A l'Eq. (2.58) hem inclòs els vectors \hat{b}_{TEi} i \hat{b}_{TMi} que estan associats amb les ones contrapropagants. De nou, apuntem que els vectors \hat{a}_{TEi} i \hat{b}_{TEi} es poden

escriure en unitats de k_0 , i els vectors \hat{a}_{TMi} i \hat{b}_{TMi} es poden expressar en unitats de k_0^2 . De forma similar a com hem fet en la secció anterior, la funció del camp $\mathbf{E}^{(i)}$ es pot expressar en termes de les amplituds de les ones A'_{TEi} , A'_{TMi} , B'_{TEi} i B'_{TMi} amb desfase zero en $x = x_{i-1}$, és a dir

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(i)}(x) = & A'_{TEi} \hat{a}_{TEi} \exp [ik_{TEi}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{TEi} \hat{b}_{TEi} \exp [-ik_{TEi}(x - x_{i-1})] + \\ & A'_{TMi} \hat{a}_{TMi} \exp [ik_{TMi}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{TMi} \hat{b}_{TMi} \exp [-ik_{TMi}(x - x_{i-1})]. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Com hem vist en la Secció 2.5.1, calcularem el camp magnètic total en una determinada làmina "i". De nou substituint les Eqs. (2.38) i (2.57) dins de l'Eq. (2.44) i considerant que el camp magnètic el podem escriure com l'Eq. (2.45), finalment obtenim les expressions per a la variació del camp magnètic al llarg de la direcció x , a saber

$$\begin{aligned} \omega\mu_0 \mathbf{H}^{(i)}(x) = & A_{TEi} \hat{c}_{TEi} \exp [ik_{TEi}(x - x_i)] + \\ & B_{TEi} \hat{d}_{TEi} \exp [-ik_{TEi}(x - x_i)] + \\ & A_{TMi} \hat{c}_{TMi} \exp [ik_{TMi}(x - x_i)] + \\ & B_{TMi} \hat{d}_{TMi} \exp [-ik_{TMi}(x - x_i)]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Prenem en consideració que $k_{xi} = -k_{TEi}$ per a ones TE i $k_{xi} = -k_{TMi}$ per a ones TM . Este fet ens porta a introduir els camps vectorials

$$\hat{a}_{TEi} = \hat{b}_{TEi} = (0, k_z, -k_y), \quad (2.61a)$$

$$\hat{a}_{TMi} = -\hat{c}_{TEi} = -(-k_y^2 - k_z^2, k_y k_{TEi}, k_z k_{TEi}), \quad (2.61b)$$

$$\hat{b}_{TMi} = -\hat{d}_{TEi} = (k_y^2 + k_z^2, k_y k_{TEi}, k_z k_{TEi}), \quad (2.61c)$$

$$\hat{c}_{TMi} = \hat{d}_{TMi} = \epsilon_i k_0^2 (0, k_z, -k_y). \quad (2.61d)$$

Note's que $\hat{c}_{TMi} = \epsilon_i k_0^2 \hat{a}_{TEi}$. Com en la secció precedent, les amplituds A_{qi} , A'_{qi} , B_{qi} i B'_{qi} estan relacionades per

$$A'_{qi} = A_{qi} \exp(-ik_{qi}w_i), \quad (2.62a)$$

$$B'_{qi} = B_{qi} \exp(ik_{qi}w_i), \quad (2.62b)$$

on $q = \{TE, TM\}$.

Utilitzant l'Eq. (2.59) en lloc de l'Eq. (2.57), obtenim

$$\begin{aligned} \omega\mu_0 \mathbf{H}^{(i)}(x) = & A'_{TEi} \hat{c}_{TEi} \exp[ik_{TEi}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{TEi} \hat{d}_{TEi} \exp[-ik_{TEi}(x - x_{i-1})] + \\ & A'_{TMi} \hat{c}_{TMi} \exp[ik_{TMi}(x - x_{i-1})] + \\ & B'_{TMi} \hat{d}_{TMi} \exp[-ik_{TMi}(x - x_{i-1})], \end{aligned} \quad (2.63)$$

on les amplituds tenen ara desfase zero en $x = x_{i-1}$.

Aplicació de les condicions de frontera

Per a una interfície donada $x = x_i$, els camps electromagnètics deuen acomplir les condicions de frontera mostrades en les Eqs. (2.49). Podem escriure les quatre equacions derivades de les condicions de frontera amb la següent forma matricial,

$$\mathbf{D}_i \mathbf{v}_i = \mathbf{D}_{i+1} \mathbf{v}'_{i+1}. \quad (2.64)$$

A l'equació matricial prèvia, hem introduït l'element

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \hat{a}_{TEi}|_y & \hat{b}_{TEi}|_y & \hat{a}_{TMi}|_y & \hat{b}_{TMi}|_y \\ \hat{a}_{TEi}|_z & \hat{b}_{TEi}|_z & \hat{a}_{TMi}|_z & \hat{b}_{TMi}|_z \\ \hat{c}_{TEi}|_y & \hat{d}_{TEi}|_y & \hat{c}_{TMi}|_y & \hat{d}_{TMi}|_y \\ \hat{c}_{TEi}|_z & \hat{d}_{TEi}|_z & \hat{c}_{TMi}|_z & \hat{d}_{TMi}|_z \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

que explícitament podem posar com

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} k_z & k_z & -k_y k_{TMi} & k_y k_{TMi} \\ -k_y & -k_y & -k_z k_{TMi} & k_z k_{TMi} \\ k_y k_{TEi} & -k_y k_{TEi} & \epsilon_i k_0^2 k_z & \epsilon_i k_0^2 k_z \\ k_z k_{TEi} & -k_z k_{TEi} & -\epsilon_i k_0^2 k_y & -\epsilon_i k_0^2 k_y \end{bmatrix}. \quad (2.66)$$

Finalment, els vectors de les amplituds del camp estan ara representades com

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} A_{TEi} \\ B_{TEi} \\ A_{TMi} \\ B_{TMi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}'_i = \begin{bmatrix} A'_{TEi} \\ B'_{TEi} \\ A'_{TMi} \\ B'_{TMi} \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

La formulació matricial es pot utilitzar també per a reescriure l'Eq. (2.62), relacionant el vector de les amplituds dels camp \mathbf{v}_i amb desfase zero en $x = x_i$ amb el vector de les amplituds del camp \mathbf{v}'_i que té desfase zero en $x = x_{i-1}$. Per a este propòsit, introduïm la matriu de propagació per als modes TE^x i TM^x ,

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} e^{-ik_{TEi}w_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{ik_{TEi}w_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-ik_{TMi}w_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{ik_{TMi}w_i} \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

que pren en consideració el desfase de les amplituds degut a l'amplada finita $w_i = x_i - x_{i-1}$ de cada làmina. Explícitament l'escriurem com a

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{v}_i, \quad (2.69)$$

que és formalment la mateixa que l'Eq. (2.54) prèviament derivada per a un medi uniàxic.

2.5.4 Desacoblament modal en medis isòtrops multicapa

És ben conegut que les ones planes amb polarització TE^x mantenen el seu estat de polarització quan es reflectixen o refracten en una interfície plana $x = x_i$, donat que els medis a banda i banda d'esta superfície son homogenis i isòtrops. El mateix succeeix amb les ones polaritzades TM^x . Així doncs, el formalisme matricial 4×4 mostrat en les Eqs. (2.64) i (2.69) pot ser aleshores simplificat. Tinguem en compte que esta simplificació no es pot fer quan tractem amb medis uniàxics.

Anem a considerar l'avaluació del vector d'amplituds \mathbf{v}_i conegudes estes amplituds en la làmina elemental " $i + N$ ". Això significa que n'hi han $N - 1$ làmines entre les regions en les que estem interessats. En este cas, utilitzant les Eqs. (2.64) i (2.69) finalment obtenim

$$\mathbf{v}_i = \left(\prod_{j=i}^{i+N-1} [\mathbf{D}_j]^{-1} \cdot \mathbf{D}_{j+1} \cdot \mathbf{P}_{j+1} \right) \cdot \mathbf{v}_{i+N}. \quad (2.70)$$

Es molt important adonar-se que la matriu de transmissió $\mathbf{D}_{i,i+1} = [\mathbf{D}_i]^{-1} \cdot \mathbf{D}_{i+1}$ en la interfície $x = x_i$, que forma part de l'equació prèvia, pot ser simplificada

$$\mathbf{D}_{i,i+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{TEi,i+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{TMi,i+1} \end{bmatrix}, \quad (2.71)$$

on

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

La matriu diagonal $\mathbf{D}_{i,i+1}$ té dos elements,

$$\mathbf{D}_{TEi,i+1} = \begin{bmatrix} \frac{k_{TEi} + k_{TEi+1}}{2k_{TEi}} & \frac{k_{TEi} - k_{TEi+1}}{2k_{TEi}} \\ \frac{k_{TEi} - k_{TEi+1}}{2k_{TEi}} & \frac{k_{TEi} + k_{TEi+1}}{2k_{TEi}} \end{bmatrix}, \quad (2.73)$$

i

$$\mathbf{D}_{TMi,i+1} = \begin{bmatrix} \frac{\epsilon_{i+1}k_{TMi} + \epsilon_i k_{TMi+1}}{2\epsilon_i k_{TMi}} & \frac{\epsilon_{i+1}k_{TMi} - \epsilon_i k_{TMi+1}}{2\epsilon_i k_{TMi}} \\ \frac{\epsilon_{i+1}k_{TMi} - \epsilon_i k_{TMi+1}}{2\epsilon_i k_{TMi}} & \frac{\epsilon_{i+1}k_{TMi} + \epsilon_i k_{TMi+1}}{2\epsilon_i k_{TMi}} \end{bmatrix}, \quad (2.74)$$

que actuen sobre les components TE^x i TM^x independentment.

Encara més, la matriu de propagació es pot establir de forma diagonal com

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{TEi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{TMi} \end{bmatrix}, \quad (2.75)$$

on els elements de la matriu son

$$\mathbf{P}_{TEi} = \begin{bmatrix} e^{-k_{TEi}(x_i - x_{i-1})} & 0 \\ 0 & e^{k_{TEi}(x_i - x_{i-1})} \end{bmatrix}, \quad (2.76)$$

i la submatriu de propagació dels modes TM serà

$$\mathbf{P}_{TMi} = \begin{bmatrix} e^{-ik_{TMi}(x_i-x_{i-1})} & 0 \\ 0 & e^{ik_{TMi}(x_i-x_{i-1})} \end{bmatrix}. \quad (2.77)$$

Com es va assenyalar prèviament, $k_{TEi} = k_{TMi}$ i per tant $\mathbf{P}_{TEi} = \mathbf{P}_{TMi}$. En resum, la matriu de transmissió $\mathbf{D}_{i,i+1}$ i la matriu de propagació \mathbf{P}_i son matrius diagonals i, per tant, qualsevol producte d'esta classe de matrius tindrà una forma diagonal. Això és exactament el que succeeix en la cadena de productes mostrat en l'Eq. (2.70).

Per tal d'aprofitar la propietat que acabem de veure, escriurem a més el vector de les amplituds del camp

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{TEi} \\ \mathbf{v}_{TMi} \end{bmatrix}. \quad (2.78)$$

D'esta forma desacoblem les amplituds dels modes TE^x i els modes TM^x ,

$$\mathbf{v}_{TEi} = \begin{bmatrix} A_{TEi} \\ B_{TEi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_{TMi} = \begin{bmatrix} A_{TMi} \\ B_{TMi} \end{bmatrix}. \quad (2.79)$$

Finalment, això ens permet escriure l'Eq. (2.70) com a dos equacions desacoblades

$$\mathbf{v}_{TEi} = \left(\prod_{j=i}^{i+N-1} \mathbf{D}_{TEj,j+1} \cdot \mathbf{P}_{TEj+1} \right) \cdot \mathbf{v}_{TEi+N}, \quad (2.80a)$$

$$\mathbf{v}_{TMi} = \left(\prod_{j=i}^{i+N-1} \mathbf{D}_{TMj,j+1} \cdot \mathbf{P}_{TMj+1} \right) \cdot \mathbf{v}_{TMi+N}. \quad (2.80b)$$

En este moment apuntem que la formulació matricial 2×2 desenvolupada a les Eqs. (2.80a) i (2.80b) s'ha estudiat en altres llocs [79].

2.6 Modes superficials en medis isòtrops

El propòsit principal d'esta Tesi és l'anàlisi de les ones superficials de Dyakonov, les quals originalment van ser formulades per a un medi isòtrop i un cristall uniàxic. De totes formes, este anàlisi serà desenvolupat al Capítol 4. Ara anem a introduir les ones superficials més conegudes que surten en la interfície entre medis isòtrops amb constants dielèctriques diferents. Addicionalment, estes ones superficials jugaran un paper rellevant quan treballem amb estructures multicapa MD.

Els anomenats SPPs son ones que es propaguen al llarg de la superfície d'un conductor, normalment un metall [5–7, 80]. Estes son essencialment ones electromagnètiques atrapades en la superfície, confinades evanescentment en la direcció perpendicular, degut a la seva interacció amb els electrons lliures del conductor. En esta interacció, els electrons lliures responen col·lectivament en ressonància amb l'ona electromagnètica. Esta interacció ressonant entre l'oscil·lació de càrregues superficials i el camp electromagnètic constituïx el SPP i dona lloc a les seves propietats úniques.

Per a descriure estes ones electromagnètiques, aplicarem el formalisme matricial que hem desenvolupat al cas d'una única interfície entre dos medis isòtrops amb diferents permitivitats dielèctriques. Demostrarem que per tenir estats lligats viatjant per la interfície, un d'estos medis deu tindre permitivitat negativa, el que succeeix als metalls. També demostrarem que la polarització dels SPPs és TM .

2.6.1 Camps electromagnètics i equació de dispersió dels plasmons de superfície utilitzant la formulació matricial

Anem a considerar la propagació d'ones lligades en la interfície entre dos medis semiinfinits, els quals denotem com medi 1 i medi 2 amb permitivitats dielèctriques ϵ_1 i ϵ_2 respectivament. La interfície està localitzada en $x_1 = 0$. Per al medi 2, els camps elèctric i magnètic que varien al llarg de l'eix x son donats per les Eqs. (2.57) i (2.60), respectivament; per al medi 1, utilitzarem les Eqs. (2.59) i (2.63). Començarem la descripció de les ones superficials amb polarització TM , per tant els vectors de les amplituds del camp $\mathbf{v}_{TE1} = 0$ i $\mathbf{v}'_{TE2} = 0$.

Com que només estem interessants als estats lligats, els elements que queden dels vectors de les amplituds del camp son

$$\mathbf{v}_{TM1} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{TM1} \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{v}'_{TM2} = \begin{bmatrix} A'_{TM2} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.81)$$

El valor de les amplituds A_{TM1} i B'_{TM2} son idènticament zero en el cas de falta d'interacció amb fonts externes, tal i com assumim ací. Degut a que estem tractant amb estats lligats, els nombres d'ona k_{TM1} i k_{TM2} son imaginaris purs. L'aplicació de les condicions de frontera, $\mathbf{v}_{TM1} = \mathbf{D}_{TM1,2} \cdot \mathbf{v}'_{TM2}$ que surten de l'Eq. (2.80b) per $N = 1$ interfícies, ens dona les següents dos equacions,

$$0 = \frac{\epsilon_2 k_{TM1} + \epsilon_1 k_{TM2}}{2\epsilon_1 k_{TM1}} A'_{TM2}, \quad (2.82a)$$

$$B_{TM1} = \frac{\epsilon_2 k_{TM1} - \epsilon_1 k_{TM2}}{2\epsilon_1 k_{TM1}} A'_{TM2}. \quad (2.82b)$$

Per acomplir l'Eq. (2.82a), l'equació següent deu ser satisfeta,

$$\frac{k_{TM2}}{k_{TM1}} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (2.83)$$

Esta és l'equació de dispersió per als modes superficials polaritzats TM^x . Com que k_{TM1} i k_{TM2} han de tindre una part real nul·la i una part imaginària positiva, això requereix que $\epsilon_2/\epsilon_1 < 0$, és a dir, una de les permitivitats relatives deu ser negativa. Una vegada hem obtingut la relació entre les permitivitats relatives i els nombres d'ona purament imaginàris, donada a l'Eq. (2.83), podem obtenir una nova lligadura involucrant les components dels vectors de les amplituds del camp,

$$B_{TM1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} A'_{TM2}, \quad (2.84)$$

que es deriva de l'Eq. (2.82b).

Hem de reescriure l'equació de dispersió (2.83), fent us de la definició de k_{TMi} donada en l'Eq. (2.56) resultant,

$$k_{SPP} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}, \quad (2.85)$$

on $k_{SPP} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}$ és el nombre d'ones del SPP. A la Figura 2.2 representem l'equació de dispersió per als modes lligats TM , Eq. (2.85), a freqüències per baix de la freqüència del plasmó superficial

$$\omega_{SPP} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \epsilon_1}}. \quad (2.86)$$

En $\omega \rightarrow 0$ el nombre d'ones del SPP tendix a zero, però quan $\omega \rightarrow \omega_{SPP}$ trobem que $k_{SPP} \rightarrow \infty$. Addicionalment, els modes radiatius poden aparèixer a freqüències majors, típicament $\omega \geq \omega_p$; En aixe cas el camp electromagnètic no està confinat prop de la interfície i perdrà la seva energia per radiació.

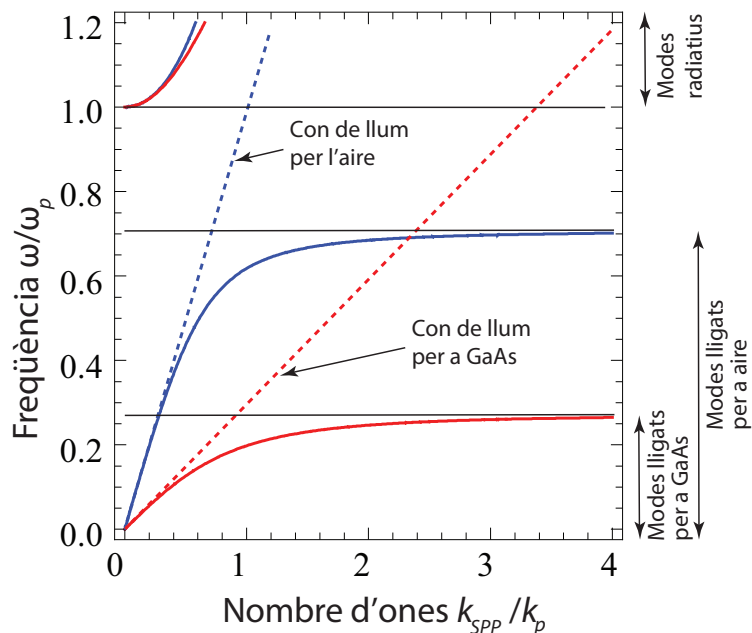


FIGURA 2.2: Relació de dispersió dels SPP en la interfície entre un metall de Drude sense pèrdues (Eq. (2.16) i $\gamma = 0$) i un dielèctric: Aire en blau ($\epsilon_1 = 1$) i GaAs en vermell ($\epsilon_1 = 11.55$). Note's que $k_p = \omega_p/c$.

La Figura 2.3 ens mostra el valor absolut de les components del camp elèctric E_x i E_z a la interfície $x = 0$ entre GaAs i plata (descartant les pèrdues). D'acord amb les condicions de frontera, $|E_z|$ és una funció continua a la interfície dielèctric-metall, mentres que $|E_x|$ té una discontinuïtat a la interfície.

A continuació analitzem les propietats dels modes lligats amb polarització TE . De nou, podem utilitzar el formalisme matricial que hem desenvolupat en les

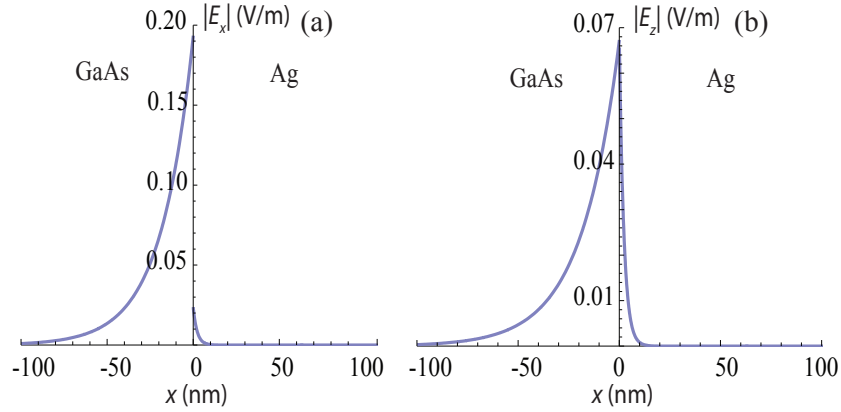


FIGURA 2.3: (a) $|E_x(x)|$ i (b) $|E_z(x)|$ corresponent a un SPP que viatja en una interfície (localitzada a $x = 0$) entre un dielèctric, GaAs ($\epsilon_1 = 11.55$) i plata ($\epsilon_2 = -130.39$ menyspreant pèrdues) amb $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$.

Seccions 2.5.3 i 2.5.4. Alternativament, la relació de dispersió i els camps electromagnètics poden ser derivats usant les Eqs. (2.83)-(2.84) i el teorema de dualitat [81]. Subseqüentment, arribem a l'equació de dispersió per a ones polaritzades TE ,

$$k_{TE1} + k_{TE2} = 0. \quad (2.87)$$

Adonem-nos de que k_{TEi} son imaginaris purs amb part imaginària pura positiva. Com a conseqüència, l'Eq. (2.87) no es pot satisfer. Finalment concloem que *no existeixen solucions amb forma d'ona superficial amb polarització TE* quan tractem amb materials no magnètics.

2.6.2 Longitud de decaïment evanescent i longitud de propagació

En un estat lligat, els camps son evanescents en els medis circumdants. En el cas dels SPPs, este fet es reflectix en la natura purament imaginària de k_{TMi} . En

particular, el camp en el medi "i" penetra una distancia donada,

$$l_{xi} = \frac{1}{2 \operatorname{Im}(k_{TMi})}, \quad (2.88)$$

a la que anomenarem com longitud de decaïment evanescent. Utilitzant les Eqs. (2.56) i (2.85) reescrivim l'Eq. (2.88) per a cada medi $i = 1, 2$ com

$$l_{xi} = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{-\epsilon_i^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.89)$$

la qual es representa en la Figura 2.4. Donat que la permitivitat relativa del

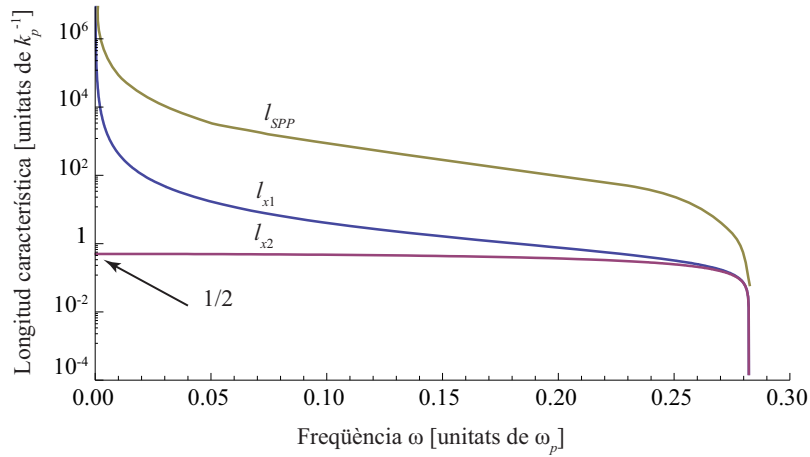


FIGURA 2.4: Longitud de decaïment evanescent per al GaAs, l_{x1} , on $\epsilon_1 = 11.55$, i un metall de Drude, l_{x2} (Eq. (2.16) i $\gamma = 0$). També es representa l_{SPP} per a una interfície GaAs-metall de Drude assumint $\gamma/\omega_p = 1.1 \cdot 10^{-3}$. Destaquem que la longitud de decaïment evanescent del metall s'aproxima a la profunditat de penetració a baixes freqüències.

dielèctric (ací ϵ_1) és normalment prou més xicoteta que la part real de la constant dielèctrica del metall, l'Eq. (2.89) es pot simplificar utilitzant l'aproximació

$\epsilon_1 + \epsilon_2 \simeq \epsilon_2$. Per a freqüències baixes $\omega/\omega_p \ll 1$, la longitud de decaïment evanescent per als metalls s'aproxima a la seva profunditat de penetració, $l_{x2} \approx \delta$ [vegeu l'Eq. (2.18)].

Fins ara hem considerat metalls de Drude sense pèrdues. En este cas k_{SPP} és purament real. No obstant, la permitivitat dels metalls reals té inherentment una part imaginària no menyspreable. Com a conseqüència, k_{SPP} també inclou una part imaginària que no és menyspreable. Assumint que el SPP es propaga al llarg de la direcció z , la seva intensitat decreix com $\exp[-2 \operatorname{Im}(k_{SPP})z]$. La longitud $l_{SPP} = [2 \operatorname{Im}(k_{SPP})]^{-1}$ per a la qual la intensitat decau cap e^{-1} és defineix com la longitud de propagació. En la Figura 2.4 representem l_{SPP} per a un SPP propagant-se en una superfície plana que separa GaAs i un metall de Drude, sent $\gamma/\omega_p = 1.1 \cdot 10^{-3}$.

2.7 Resum

El cos principal d'este capítol presenta la teoria matricial electromagnètica per a desenvolupar els continguts d'esta Tesi. Començarem analitzant les teories de Lorentz-Sommerfeld i Drude per a descriure la interacció entre la llum i la matèria per a medis isòtrops. A continuació, vam aplicar les equacions de Maxwell i les condicions electromagnètiques de frontera en ambdós medis uniaxials i isòtrops, buscant les seves característiques específiques, com son l'equació de dispersió en medis volumètrics i en la interfície entre dos medis amb diferent permitivitat relativa.

Una vegada hem obtingut els camps electromagnètics als dos medis, hem estudiat el cas especial de medis multicapa mitjançant el formalisme matricial. També

hem demostrat l'equivalència del formalisme matricial 4×4 donat ací per a materials isòtrops i el ben conegut formalisme matricial 2×2 per a ones polaritzades *TE/TM*. Posteriorment, hem aplicat el nostre mètode per al cas més comú: Els SPPs propagant-se en una interfície medi isòtrop/metall.

Capítol 3

Cristalls plasmònics multicapa

3.1 Introducció

Els medis periòdics multicapes son una classe especial de materials multicapa on s'apilen de forma periòdica làmines dielèctriques i metal·liques. L'exemple més senzill d'un medi periòdic consisteix en làmines alternatives de dos tipus diferents de medis, típicament un dielèctric i un metall. La propagació en estos medis exhibeixen molts fenòmens interessants i potencialment útils, com bandes prohibides fotòniques, transparència anòmala, dispersió hiperbòlica o propagació d'ones superficials [69, 82–91]. En este capítol, estudiarem la propagació d'ones electromagnètiques en medis periòdics multicapes, assumint que els medis son isòtrops, i d'amplada molt més xicoteta que la longitud d'ona de la radiació electromagnètica.

3.2 Medis multicapa periòdics

La propagació d'ones en medis periòdics pot ser tractada com el moviment d'electrons en sòlids cristal·lins. De fet, la formulació del model de Kronig-Penney utilitzat en la teoria elemental de bandes dels sòlids és matemàticament idèntica a la usada en la radiació electromagnètica en medis periòdics multicapa. Així, alguns dels conceptes físics utilitzats en física de materials com són les ones de Bloch, zones de Brillouin i bandes prohibides es poden usar ací. Un medi multicapa periòdic és equivalent a un material nanoestructurat unidimensional que és invariant sota translacions de la xarxa.

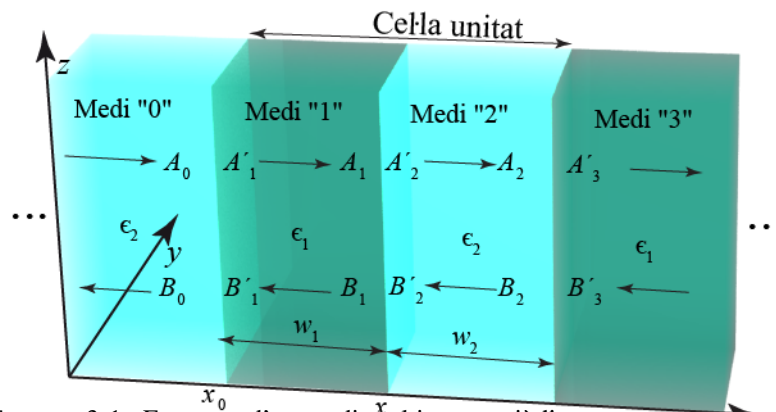


FIGURA 3.1: Esquema d'un medi multicapa periòdic on mostrem una cel·la unitat i les làmines veïnes. També incloem els elements dels vectors de les amplituds del camp v_i i v'_i , sense tenir en compte el seu estat de polarització. Els tres punts a la esquerra i la dreta de l'esquema indiquen la periodicitat de l'estructura.

Ací anem a tractar la propagació de la radiació electromagnètica en un medi periòdic multicapa que consisteix en làmines de materials transparents no magnètics amb permissivitats elèctriques distintes que s'alternaran de forma periòdica. La geometria d'esta estructura la mostrem a la Figura 3.1. Seguint les disposicions

analitzades en el Capítol 2, les làmines estan col·locades de manera que l'eix x apunta al llarg de la direcció perpendicular de les làmines.

El perfil de la permitivitat ve donat per

$$\epsilon(x) = \begin{cases} \epsilon_1, & \text{per } x_0 < x < x_1; \\ \epsilon_2, & \text{per } x_1 < x < x_2. \end{cases} \quad (3.1)$$

Adicionalment, la permitivitat relativa satisfà la següent condició de periodicitat,

$$\epsilon(x) = \epsilon(x + \Lambda), \quad (3.2)$$

on $w_1 = x_1 - x_0$ ($w_2 = x_2 - x_1$) és l'amplada de les capes de permitivitat ϵ_1 (ϵ_2) i $\Lambda = w_1 + w_2$ és el període del medi.

Seguint el que hem vist al Capítol 2, els camps electromagnètics en una làmina elemental de l'estructura periòdica és poden escriure com en les Eqs. (2.38) i (2.45). Per tant, haurem de determinar les variacions de les amplituds al llarg de l'eix x . Al cas del camp elèctric, això implica l'avaluació dels elements de \mathbf{v}_i i \mathbf{v}'_i que també apareixen en les Eqs. (2.57) i Eq. (2.59), respectivament. Per a este propòsit, apliquem les condicions de frontera mostrades en l'Eq. (2.64). No obstant, este procediment està incomplet quan tractem amb un nombre infinit de làmines, com succeeix en una estructura periòdica. D'acord amb el teorema de Floquet, les solucions de l'equació d'ones per a un medi periòdic satisfan

$$\mathbf{E}^{(i+2)}(x + \Lambda) = \mathbf{E}^{(i)}(x) \cdot \exp(iK\Lambda). \quad (3.3)$$

A la constant K li diem el nombre d'ona de Bloch. El problema és doncs determinar K i $\mathbf{E}^{(i)}(x)$.

L'equació (3.3) es pot reescriure usant la formulació matricial,

$$\mathbf{v}_i = \exp(-\iota K \Lambda) \cdot \mathbf{v}_{i+2}. \quad (3.4)$$

Adonem-nos que el vector de les amplituds del camp \mathbf{v}_i està relacionat també amb \mathbf{v}_{i+2} mitjançant l'ús del formalisme matricial, és a dir, l'Eq. (2.70) per a $N = 2$. Anem a escriure això com $\mathbf{v}_i = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}_{i+2}$. La matriu \mathbf{T} és la matriu de translació de la cel·la unitat que relaciona les amplituds complexes de l'ona plana propagant A_{qi} i l'ona plana contrapropagant B_{qi} en una làmina de la cel·la unitat amb les de la làmina equivalent en la cel·la unitat següent, on $q = \{TE, TM\}$. D'això es dedueix que el vector columna \mathbf{v}_{i+2} satisfà un problema de valors propis, a saber

$$\mathbf{T} = \exp(-\iota K \Lambda) \cdot \mathbf{I}, \quad (3.5)$$

on \mathbf{I} és la matriu identitat 4×4 . El factor de fase $\exp(-\iota K \Lambda)$ és per tant el valor propi de la matriu de translació,

$$\mathbf{T} = \prod_{j=i}^{i+1} \mathbf{D}_{j,j+1} \mathbf{P}_{j+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{TE} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{TM} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

on

$$\mathbf{T}_q = \begin{bmatrix} T_{q11} & T_{q12} \\ T_{q21} & T_{q22} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Els elements de les matrius \mathbf{T}_{TE} i \mathbf{T}_{TM} s'estableixen a l'Apèndix B. Note's que les matrius de translació son unimodulars, és a dir

$$\det[\mathbf{T}_{TE}] = \det[\mathbf{T}_{TM}] = \det[\mathbf{T}] = 1. \quad (3.8)$$

Per a resoldre l'Eq. (3.5), busquem solucions no trivials de

$$\det [\mathbf{T} - \exp(-iK\Lambda) \cdot \mathbf{I}] = 0. \quad (3.9)$$

Després d'algunes simplificacions algebraiques, trobem les dos solucions independents següents,

$$\exp(-iK_q\Lambda) = \frac{tr_q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{tr_q}{2}\right)^2 - 1}, \quad (3.10)$$

on K_{TE} (K_{TM}) és el nombre d'ona de Bloch K associat amb el mode TE (TM), i les expressions per a la traça de les matrius \mathbf{T}_q son

$$\begin{aligned} tr_{TE} &= T_{TE11} + T_{TE22} = 2 \cos(w_1 k_{TE1}) \cos(w_2 k_{TE2}) \\ &- \frac{(k_{TE1}^2 + k_{TE2}^2)}{k_{TE1} k_{TE2}} \sin(w_1 k_{TE1}) \sin(w_2 k_{TE2}), \end{aligned} \quad (3.11a)$$

$$\begin{aligned} tr_{TM} &= T_{TM11} + T_{TM22} = 2 \cos(w_1 k_{TM1}) \cos(w_2 k_{TM2}) \\ &- \frac{(\epsilon_2^2 k_{TM1}^2 + \epsilon_1^2 k_{TM2}^2)}{\epsilon_1 \epsilon_2 k_{TM1} k_{TM2}} \sin(w_1 k_{TM1}) \sin(w_2 k_{TM2}). \end{aligned} \quad (3.11b)$$

Finalment, l'Eq. (3.10) que representa la relació de dispersió per als modes TE i TM es pot reescriure de forma compacta com

$$\cos(K_q\Lambda) = \frac{1}{2} tr_q. \quad (3.12)$$

Els vectors propis corresponents \mathbf{v}_{i+2} ens permeten avaluar els camps a la làmina associada. Subseqüentment, usant les matrius de transmissió i les matrius de propagació, podem derivar els camps en qualsevol làmina elemental del medi periòdic.

Menyspreant les pèrdues als materials, els règims on $|tr_q| < 2$, corresponen a valors reals de K_q i per tant a ones de Bloch propagants; quan $|tr_q| > 2$, però,

$K_q = m\pi/\Lambda + iK_{qi}$, on m és un enter i K_{qi} és la part imaginària de K_q , la qual li dóna un comportament evanescent a l'ona de Bloch. Estes son les així dites bandes prohibides del medi periòdic. Les vores de les bandes es troben quan $|tr_q| = 2$.

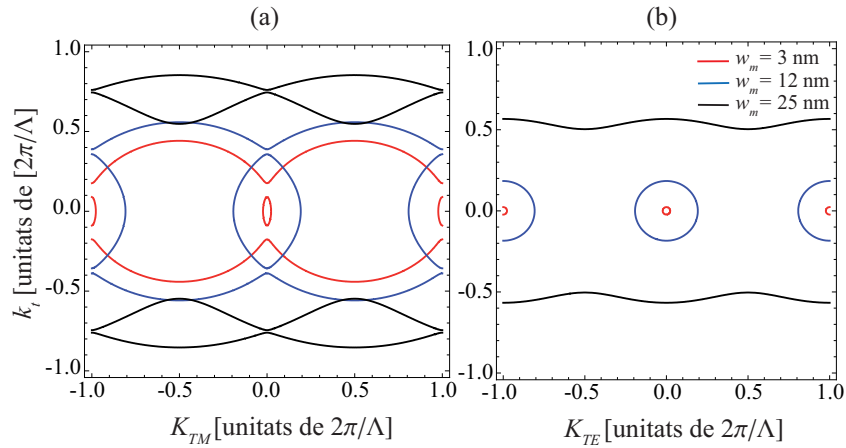


FIGURA 3.2: Corbes de dispersió exactes derivades de l'Eq. (3.12) per a un medi compost per un metall de Drude sense pèrdues/GaAs amb $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, $\omega_p = 13.94 \text{ fs}^{-1}$ i $\epsilon_1 = 11.55$, per (a) modes TM i (b) modes TE . La làmina de GaAs sempre és 12 vegades més ampla que la làmina metàl·lica.

En la Figura 3.2, el nombre transversal d'ona l'escriuim com

$$k_t = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}. \quad (3.13)$$

Per a làmines metàl·liques ultrafines, per exemple $w_m = 3 \text{ nm}$, les corbes s'assemblen a el·lipses i circumferències per als modes TM i TE , respectivament. Al cas particular dels modes TM , sorgix una corba secundària, en relació amb l'excitació de SPPs. Per a valors més grans de l'amplada del metall, son evidents algunes desviacions; en particular, les corbes de dispersió deixaran de ser el·lipses o circumferències. A partir d'un cert valor de w_m , sorgix una gran banda

prohibida centrada en $k_t = 0$. Per als modes TM , en particular, en $K_{TM} = 0$, les dos corbes col·lapsen. Este fet, donat que $k_t \rightarrow k_{SPP}$ [vegeu l'Eq. (2.85)], es pot entendre com que els modes superficials simètrics i antisimètrics a la làmina metàl·lica s'aproximen al SPP en una única interfície metal/dielèctric. Per tal d'il·lustrar-ho, calculem el nombre d'ona del SPP que es propaga a la interfície dels nostres materials compostats per metall de Drude/GaAs i ens dona un valor de $k_{SPP} = 0.746 \cdot 2\pi/\Lambda$, on hem assumit que $\Lambda = 325$ nm (associat amb el període d'una multicapa amb amplada del metall de $w_m = 25$ nm).

3.3 Aproximació de medi efectiu

Per a longituds d'ona entre el visible i l'infraroig, podem descriure de manera simple els compostos MD nanoestructurats mitjançant l'ús de l'aproximació de longitud d'ona llarga, la qual requereix l'homogeneïtzació del metamaterial nanoestructurat [59, 92]. L'EMA, com Rytov va explicar en el seu article [58], implica que podem representar un metamaterial fet de multicapes MD com un cristall plasmònic uniàxic, l'eix òptic del qual és normal a les capes (en el nostre cas, l'eix x és l'eix òptic), un procediment que requereix que els elements metàl·lics tinguin una amplada d'uns pocs nanòmetres. Això és degut al fet de que la transparència dels metalls nobles està restringida a una distància de propagació que no supere la profunditat de penetració del metall, δ [Veure Eq (2.18)]. En referència a este punt, el desenvolupament recent de la tecnologia de nanofabricació fa possible la creació d'estes estructures sub-longitud d'ona [93]. En estes condicions, el material nanoestructurat plasmònic es comporta com un cristall uniàxic caracteritzat per un tensor de permitivitat relativa

$\epsilon = \epsilon_{\parallel} (\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}) + \epsilon_{\perp} (\mathbf{y} \otimes \mathbf{y} + \mathbf{z} \otimes \mathbf{z})$, on tenim que

$$\epsilon_{\parallel} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{(1-f)\epsilon_2 + f\epsilon_1}, \quad (3.14)$$

ens dona la permitivitat al llarg de l'eix òptic i

$$\epsilon_{\perp} = (1-f)\epsilon_1 + f\epsilon_2, \quad (3.15)$$

correspon a la permitivitat en la direcció transversal. A les equacions anteriors,

$$f = \frac{w_2}{w_1 + w_2}, \quad (3.16)$$

denota el factor d'ompliment del material "2", i proporciona la quantitat relativa de metall a la cel·la unitària. Al fer ús de l'EMA, les equacions de dispersió son, per a ones amb polarització TE (ones o),

$$\frac{k_x^2 + k_t^2}{\epsilon_{\perp}} = k_0^2, \quad (3.17)$$

on k_x representa el nombre d'ona de Bloch K_{TE} . Per al cas d'ones amb polarització TM (ones e),

$$\frac{k_x^2}{\epsilon_{\perp}} + \frac{k_t^2}{\epsilon_{\parallel}} = k_0^2, \quad (3.18)$$

sent ara k_x el nombre d'ona de Bloch K_{TM} .

En la següent figura representem l'equació de dispersió exacta, Eq. (3.12), i el resultat obtingut mitjançant l'EMA, Eqs. (3.17) i (3.18).

L'Eq. (3.12) està representada gràficament a la Figura 3.3 per a un cristall de GaAs-Ag amb la mateixa distribució descrita a la Figura 3.1, on hem considerat diferents períodes Λ però mantenint un factor d'ompliment $f = 1/13$. De nou utilitzem una longitud d'ona amb valor $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$. Com podem veure a la

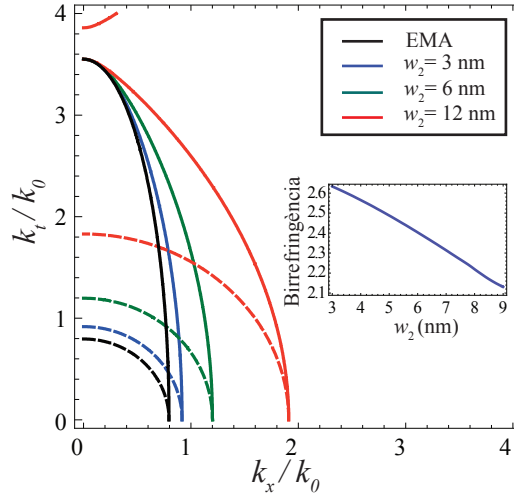


FIGURA 3.3: Comparació entre el resultat donat per l'EMA i les corbes de dispersió exactes per a una multicapa GaAs ($\epsilon_1 = 11.55$) i un metall de Drude sense pèrdues ($w_p = 13.94 \text{ fs}^{-1}$) per a una longitud d'ona $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$. La capa de GaAs és sempre 12 vegades més ampla que la capa metàl·lica. Les línies de traços són per als modes TE (ones o) i les línies sòlides són per als modes TM (ones e). El requadre representa la variació de la birefringència de la multicapa amb diferents amplades de la capa metàl·lica.

Figura 3.3, l'EMA té certa validesa només quan el període de la multicapa Λ és molt més curt que la longitud d'ona, és a dir, $\Lambda \ll \lambda_0$. Menyspreant les pèrdues, s'observa que l'EMA és prou precisa per $w_2 = 3 \text{ nm}$ ($\Lambda = 39 \text{ nm}$). No obstant, les desviacions entre els contorns són evidents per amplades més grans. Pel que sembla, l'Eq. (3.12) està en bon acord amb l'EMA en les proximitats de $k_x = 0$ només per a ones TM^x . Si assumim que la seva permitivitat efectiva al llarg de l'eix x és $\epsilon_{\parallel} = k_t^2/k_0^2$ en el límit $k_x \rightarrow 0$; l'Eq. (3.14) continuarà sent vàlida. Per contra, la propagació al llarg de l'eix x , on tenim que $k_y = k_z = 0$, es tradueix en grans discrepàncies. En este cas, el nombre d'ona de Bloch k_x augmenta conforme w_2 creix, la qual cosa és un efecte que s'observa de manera simultània

per a ones TE^x i TM^x . Si ara

$$\epsilon_{\perp} = \lim_{k_t \rightarrow 0} \frac{k_x^2}{k_0^2}, \quad (3.19)$$

donat que l'Eq. (3.12) se satisfà, es conclou que ϵ_{\perp} s'incrementa amb w_2 . La birefringència efectiva del material nanoestructurat GaAs-Ag és

$$\Delta n = \sqrt{\epsilon_{\parallel}} - \sqrt{\epsilon_{\perp}}. \quad (3.20)$$

Fins i tot factors d'ompliment xicotets del metall produeixen enormes birefringències. Comparant la birefringència del nostre metamaterial amb alguns cristalls birefringents (vege's Taula 2.2), s'observa com la birefringència efectiva del nostre metamaterial és almenys un ordre de magnitud més gran. Per contra, la grandària de la birefringència mostrada per les ones extraordinàries es redueix si w_2 s'incrementa, com es veu al requadre de la Figura 3.3. D'altra banda, la isotropia de la corba de isofreqüència per a les ones ordinàries es conserva pràcticament. Per exemple, $n_{\perp} = 1.91$ i $n_{\parallel}(TE^x) = 1.83$ per a $w_2 = 12$ nm.

3.4 Medis hiperbòlics

Com acabem de veure, per a longituds d'ona de l'infraroig proper i visible, els compostos MD es comporten com cristalls plasmònics que permeten una descripció simplificada del medi mitjançant l'ús de l'aproximació d'ona llarga [58, 59, 92]. Sota certes condicions, el tensor de segon rang que denota la permitivitat en el medi inclou elements de signe contrari, el que ens porta cap a metamaterials molt anisòtrops [21, 94]. Esta classe de medis nanoestructurats amb dispersió hiperbòlica són metamaterials prometedors amb una gran quantitat d'aplicacions pràctiques, des de biosensors fins a controlar la fluorescència [95].

Els medis hiperbòlics de tipus I fan referència a un tipus especial de medis uniàxics anisòtrops, que poden ser descrits per mitjà d'un tensor de permetivitats en el que l'element ϵ_{\parallel} és negatiu i ϵ_{\perp} és positiu. En este cas, l'Eq. (3.18) ens porta a un hiperboloide de dues fulles. Els medis hiperbòlics de tipus II son aquells on la component ϵ_{\parallel} és positiva i ϵ_{\perp} és negativa; ara l'Eq. (3.18) ens donarà un hiperboloide d'una única fulla [96]. L'existència d'esta dispersió hiperbòlica permet la propagació d'ones en un ampli espectre espacial, ones que serien evanescents en un dielèctric isòtrop ordinari. Al rang òptic, els medis hiperbòlics poden construir-se amb multicapes MD o nanocables metàl·lics. Els metamaterials multicapa hiperbòlics en el rang òptic tenen l'avantatge de tindre una banda de freqüència àmplia en la qual els metalls exhibeixen una permetivitat negativa i poden suportar modes plasmònics.

El sistema que anem a analitzar és el mateix que el descrit a la Figura 3.1, on prenem com a medi 1 un dielèctric transparent que no és dispersiu. En les nostres simulacions numèriques agafarem un metall de Drude sense pèrdues on la seva permetivitat ve donada per l'Eq. (2.17), i tres medis dielèctrics amb permetivitats: (a) $\epsilon_1 = 1$, (b) $\epsilon_1 = 2.25$, i (c) $\epsilon_1 = 11.55$. Tinguem en compte que les freqüències en l'Eq. (2.17) estan expressades en unitats de la freqüència de plasma, $\Omega = \omega/\omega_p$.

A la Figura 3.4 representem les permetivitats del cristall plasmònic ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} per a un ampli rang de freqüències. En termes pràctics, el factor d'ompliment del metall governa els efectes dissipatius en el metamaterial, per tant interessa que el valor de f siga baix. De fet, a les nostres simulacions prenem $f = 1/4$. Per a freqüències baixes, $\Omega \ll 1$, s'arriba a les expressions: $\epsilon_{\perp} \approx f\epsilon_2 < 0$ i $0 < \epsilon_{\parallel} \approx \epsilon_1/(1-f)$. Així doncs, els modes propagants TE^x ($E_x = 0$) no poden existir dins del cristall donat que este es comporta en estes circumstàncies com un metall. Per altra banda, les ones TM^x ($B_x = 0$) poden propagar-se seguint la

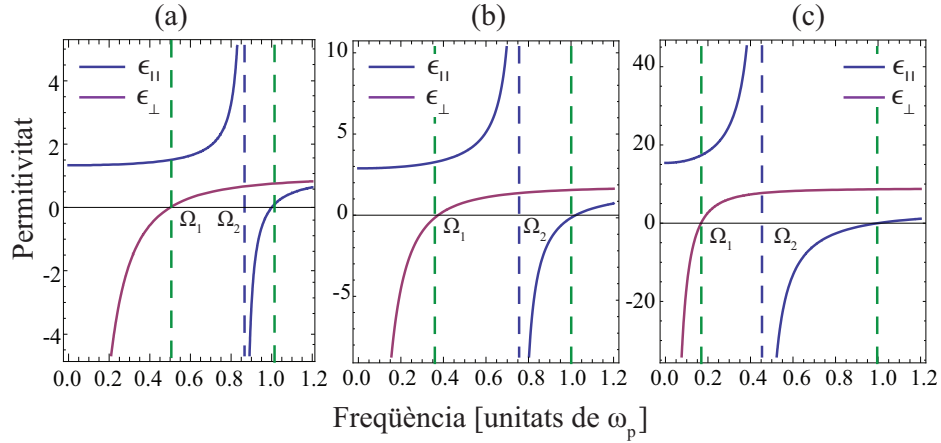


FIGURA 3.4: Variació de les permittivitats relatives $\epsilon_{||}$ (línia contínua blava) i ϵ_{\perp} (línia contínua magenta) com a funció de la freqüència normalitzada Ω , per a cristalls plasmònics amb (a) aire, (b) sílice ($\epsilon_1 = 2.25$) i (c) GaAs ($\epsilon_1 = 11.55$), com materials dielèctrics, i un metall de Drude sense pèrdues. Hem assumit que $f = 1/4$. Ω_1 i Ω_2 son (a) 0.500 i 0.860, (b) 0.359 i 0.759 i (c) 0.167 i 0.454, respectivament.

corba de dispersió espacial, Eq. (3.18). Com hem dit abans, l'Eq. (3.18) denota un hiperboloide d'una fulla (mire's la Figura 3.5(a) per $\Omega = 0.20$).

Més encara, la dispersió hiperbòlica existeix fins a una freqüència

$$\Omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_1(1-f)/f}}, \quad (3.21)$$

per a la que $\epsilon_{\perp} = 0$. Per a freqüències lleugerament majors, tant $\epsilon_{||}$ com ϵ_{\perp} son positius i l'Eq. (3.18) es converteix en un el·lipsode de revolució; este cas correspon a la Figura 3.5(b). Donat que el seu semi-eix menor és $\Omega\sqrt{\epsilon_{\perp}}$, la multicapa periòdica simula un medi anisòtrop amb birefringència positiva. Si

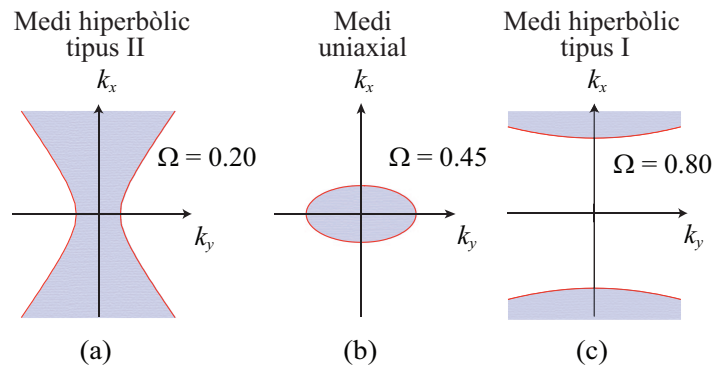


FIGURA 3.5: Gràfica de l'Eq. (3.18) en el pla $k_x k_y$ per a ones extraordinàries (modes TM^x) a un cristall plasmònic uniaxial que inclou un dielèctric de permissivitat $\epsilon_1 = 2.25$ en el rang $\Omega < 1$. La línia contínua correspon a $k_z = 0$ i les regions ombrejades estan associades amb ones harmòniques amb $k_z > 0$ (camps no evanescents).

pugem la freqüència més encara, ϵ_{\parallel} divergeix en

$$\Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_1 f / (1 - f)}}, \quad (3.22)$$

el que ens portaria al anomenat règim de canalització. En general, $\Omega_1 < \Omega_2$ donat que $f < 1/2$. Més enllà de Ω_2 , l'Eq. (3.18) pren forma d'hiperboloide. No obstant això, en el rang $\Omega_2 < \Omega < 1$ la corba de dispersió té dues fulles (Medi hiperbòlic de tipus I).

La Figura 3.5(c) il·lustra este cas. Tinguem en compte que el límit superior d'esta banda hiperbòlica es determina per la condició $\epsilon_{\parallel} = 0$, o equivalentment, $\epsilon_2 = 0$, el que succeeix a la freqüència de plasma.

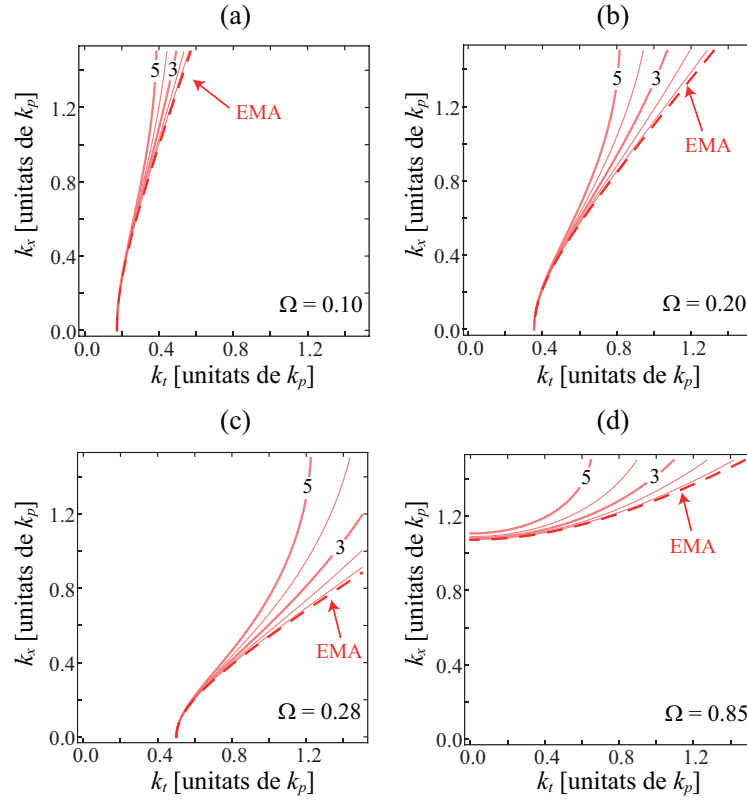


FIGURA 3.6: Corbes de dispersió exactes dels modes TM en un material nanoestructurat MD, prenent un metall de Drude sense pèrdues i un dielèctric amb $\epsilon_1 = 2.25$ per a diferents amplades de la làmina metàl·lica ($f = 1/4$), començant per $w_2 \rightarrow 0$ (línies discontinues) i incrementant la seva amplària a un ritme constant, $1/10k_p$ (línies continues). Les freqüències seleccionades pertanyen al règim hiperbòlic del metamaterial: (a) $\Omega = 0.10$, (b) $\Omega = 0.20$, (c) $\Omega = 0.28$ i (d) $\Omega = 0.85$.

3.4.1 Validesa de l'aproximació del medi efectiu en els règims hiperbòlics

L'Equació (3.12) que ens dona de manera exacta la relació de dispersió per a un cristall MD es representa gràficament per a modes TM en la Figura 3.6 considerant diferents amplades w_2 del metall però mantenint el factor d'ompliment,

$f = 0.25$; les pèrdues òhmiques en el metall es menyspreen, un cop més.

Observem que l'EMA és extremadament precisa per $w_2 = 0.1$ (en unitats de $1/k_p$) a la regió d'interès. No obstant això, les desviacions entre els contorns són evidents per a capes metàl·liques més amples. Pel que sembla, l'Eq. (3.12) està en bon acord amb l'EMA en els voltants de $k_x = 0$, però, al augmentar w_2 provoca que la corba de dispersió es desviï en direcció a l'eix x . Com a regla general, donat un valor de la freqüència en l'eix k_x , l'Eq. (3.12) produeix valors més baixos de k_t .

3.5 Resum

Hem aplicat el formalisme matricial multicapa desenvolupat al Capítol 2 a medis periòdics, en particular a aquells que inclouen com a cel·la unitat una nanoestructura MD. Per a este propòsit, primer hem expressat l'equació de Floquet-Bloch en forma matricial, el que ens permet obtenir les corbes de dispersió exactes per als modes TE i TM als cristalls plasmònics. Alternativament, també hem utilitzat l'aproximació d'ona llarga per modelar metamaterials nanoestructurats ultrafins. Amb esta aproximació, el medi es comporta com un material uniaxial, on les corbes de dispersió per als modes TE son circumferències, però per als modes TM la corba de dispersió es convertix en una el·lipse. Finalment, hem analitzat acuradament les corbes de dispersió dels materials nanoestructurats MD per comparar estos resultats amb aquells previstos per l'EMA. Per concloure, s'ha observat que, per a freqüències baixes i freqüències altes (properes a la freqüència de plasma), l'equació de dispersió per als modes TM es convertixen en hiperboloides dins de l'EMA, i per tant este tipus d'estructures es van encunyar com medis hiperbòlics.

Capítol 4

Ones superficials de Dyakonov en nanoestructures anisòtrops

4.1 Introducció

Les DSWs son un altre tipus d'ones superficials que es propaguen a la interfície entre un medi òpticament isòtrop i un material birefringent uniàxic. A l'article original de Dyakonov (l'article original està escrit en rus i la versió anglesa es va publicar en 1988 [25]) l'eix òptic del medi uniàxic està contingut al pla de la interfície.

La importància de les DSWs per a aplicacions òptiques integrades, com ara la detecció i la guia d'ones a escala nanomètrica, s'aprecia en una sèrie d'articles [38–40]. D'un temps ençà s'han escrit diversos articles teòrics que demostren l'existència d'estes ones superficials per a diferents interfícies en les quals al menys un dels medis és un material birefringent. De fet, ones superficials de

Dyakonov també sorgeixen en els casos on un cristall biaxial [30, 31] o un material estructuralment quirial [45, 46] prenen el lloc del medi uniàxic. La utilització de nanoestructures multicapa MD com a medi uniàxic artificial és especialment convenient ja que fins i tot per a xicotetes quantitats de metall, és a dir, factors d'ompliment menuts, s'aconsegueixen metamaterials amb una enorme birefringència, millorant així la densitat de DSWs i relaxant la seva prominent direccionalitat [49, 57, 97–99].

4.2 Equació de dispersió de les ones superficials de Dyakonov

El sistema que estem estudiant esta representat en la Figura 4.1, on tenim dos medis semiinfinitos, un d'ells és isòtrop i l'altre medi és una multicapa MD. En el cas que ens ocupa, els índexs "1" i "2" fan referència al material nanoestructurat plasmònic i el medi isòtrop, respectivament. Hem publicat l'anàlisi d'esta configuració en la Ref. [100]. Com hem vist abans, podem prendre el material nanoestructurat plasmònic com un cristall uniàxic efectiu. En este cas, la permitivitat al llarg de l'eix òptic, $\epsilon_{z1} = \epsilon_{\parallel}$ ve donada per l'Eq. (3.14); la permitivitat en la direcció transversal $\epsilon_{x1} = \epsilon_{y1} = \epsilon_{\perp}$ la podem escriure mitjançant l'Eq. (3.15). D'ara en avant, la permitivitat ϵ_2 del medi isòtrop situat en $x > 0$ l'escriurem com a ϵ .

Com que tractem el material nanoestructurat MD com un cristall uniàxic, podem establir analíticament l'equació de difracció que dona el vector d'ona 2-D $\{k_y, k_z\}$ en $x = 0$. Per a este propòsit, seguim el procediment de Dyakonov [25] tenint en compte els modes de superfície amb polarització híbrida. En el medi isòtrop considerem ones amb polarització TE^x ($E_x = 0$) i TM^x ($H_x = 0$) on

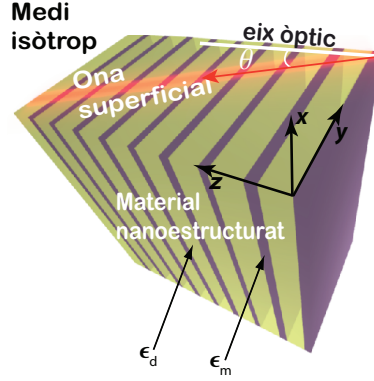


FIGURA 4.1: Esquema de la configuració estudiada, la qual consisteix en un material nanoestructurat MD semiinfinit ($x < 0$) i un substrat isòtrop ($x > 0$).

els vectors d'ona tenen tots les mateixes components reals k_y i k_z al pla $x = 0$. Per tant el camp elèctric en cada medi tindrà la forma

$$\mathbf{E}_{tot} = \mathbf{E}(x) \exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t). \quad (4.1)$$

A més, estos camps han de ser evanescents tant al medi isòtrop com al material nanoestructurat. L'amplitud elèctrica evanescent al medi anisòtrop ($x < 0$) la podem descriure com

$$\mathbf{E}(x) = B_{o1} \hat{b}_{o1} \exp(-ik_{o1} x) + B_{e1} \hat{b}_{e1} \exp(-ik_{e1} x), \quad (4.2)$$

on les ones ordinàries i extraordinàries en el medi uniàxic efectiu decauen exponencialment amb constants donades per $\kappa_o = -ik_{o1}$ i $\kappa_e = -ik_{e1}$, respectivament, on hem fet ús de la formulació donada en la Secció 2.5.1 i hem tingut en compte que per al tipus de modes que busquem les amplituds A_{o1} i A_{e1} són

idènticament zero. Al medi isòtrop ($x > 0$) l'amplitud del camp elèctric és

$$\mathbf{E}(x) = A'_{TE2} \hat{a}_{TE2} \exp(ik_{TE2}x) + A'_{TM2} \hat{a}_{TM2} \exp(ik_{TM2}x), \quad (4.3)$$

on ara tenim que la constant de decaïment evanescent dels modes TE i TM és $\kappa = -ik_{TE2} = -ik_{TM2}$. Novament per al cas que estem estudiant, les amplituds B'_{TE2} i B'_{TM2} deuen ser nul·les.

Una vegada tenim les amplituds a banda i banda de la interfície, anem a aplicar les condicions de frontera en $x = 0$,

$$\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{v}_1 = \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{v}'_2, \quad (4.4)$$

on \mathbf{D}_1 ve donat per l'Eq. (2.52), \mathbf{D}_2 per l'Eq. (2.66), \mathbf{v}_1 per l'Eq. (2.53) i \mathbf{v}'_2 per l'Eq. (2.67). Per al cas que ens ocupa esta equació es redueix a

$$\begin{bmatrix} 0 \\ B_{o1} \\ 0 \\ B_{e1} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_h \begin{bmatrix} A'_{TE2} \\ 0 \\ A'_{TM2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

on la matriu de transmissió $\mathbf{M}_h = \mathbf{D}_1^{-1} \cdot \mathbf{D}_2$ estableix la relació entre les amplituds dels modes de polarització *híbrids*. Utilitzant els elements M_{ij} de la matriu \mathbf{M}_h , i definint \mathbf{M}_i i \mathbf{M}_a com

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{13} \\ M_{31} & M_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{ik_z(\kappa_o + \kappa)}{2(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} & \frac{k_0^2 k_y (\epsilon \kappa_o + \kappa \epsilon_\perp)}{2\kappa_o(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} \\ \frac{(\kappa_e + \kappa)k_y}{2\kappa_e(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} & -\frac{ik_z(\kappa \kappa_e \epsilon_\perp + \epsilon \kappa_o^2)}{2\kappa_e \epsilon_\perp (k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} \end{bmatrix}, \quad (4.6a)$$

$$\mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} M_{21} & M_{23} \\ M_{41} & M_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ik_z(\kappa_o - \kappa)}{2(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} & \frac{k_0^2 k_y (\epsilon \kappa_o - \kappa \epsilon_\perp)}{2\kappa_o(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} \\ \frac{(\kappa - \kappa_e)k_y}{2\kappa_e(k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} & -\frac{ik_z(\kappa \kappa_e \epsilon_\perp - \epsilon \kappa_o^2)}{2\kappa_e \epsilon_\perp (k_z^2 - k_0^2 \epsilon_\perp)} \end{bmatrix}. \quad (4.6b)$$

L'Eq. (4.5) es pot reescriure com a un conjunt de dos equacions matricials independents, és a dir

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_i \cdot \begin{bmatrix} A'_{TE2} \\ A'_{TM2} \end{bmatrix}, \quad (4.7a)$$

$$\begin{bmatrix} B_{o1} \\ B_{e1} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_a \cdot \begin{bmatrix} A'_{TE2} \\ A'_{TM2} \end{bmatrix}. \quad (4.7b)$$

Ens adonem de que \mathbf{M}_i governa les amplituds A'_{TE2} i A'_{TM2} del medi *isòtrop*, i \mathbf{M}_a (també \mathbf{M}_h) es pot utilitzar per determinar les amplituds B_{o1} i B_{e1} del medi *anisòtrop*.

L'equació de Dyakonov s'obté al fer \mathbf{M}_i igual a zero, el que ens dóna

$$k_0^2 k_y^2 \epsilon_{\perp} (\kappa + \kappa_e) (\epsilon \kappa_o + \epsilon_{\perp} \kappa) = \kappa_o k_z^2 (\kappa + \kappa_o) (\epsilon \kappa_o^2 + \epsilon_{\perp} \kappa \kappa_e), \quad (4.8)$$

i que ens proporciona un mapa espectral de valors permesos (k_y, k_z) . Després de fer transformacions algebraiques bastant tedioses es pot reduir l'Eq. (4.8) a una forma més convenient [25]

$$(\kappa + \kappa_e) (\kappa + \kappa_o) (\epsilon \kappa_o + \epsilon_{\perp} \kappa_e) = (\epsilon_{\parallel} - \epsilon) (\epsilon - \epsilon_{\perp}) k_0^2 \kappa_o. \quad (4.9)$$

Si suposem que ϵ_{\parallel} , ϵ_{\perp} , i que totes les constants de decaïment evanescent són positives, es pot deduir la següent restricció addicional

$$\epsilon_{\perp} < \epsilon < \epsilon_{\parallel}. \quad (4.10)$$

Com a conseqüència, per a l'existència d'ones superficials és necessari que la birefringència siga positiva. Per tant, els materials nanoestructurats MD que

suporten ones de superfície de Dyakonov no poden estar formades per qualsevol material dielèctric [54].

Per il·lustrar la diferència entre l'ús de materials convencionals i cristalls birefringents plasmònics, resollem l'Eq. (4.9) per a un cristall líquid E7 [101] amb $\epsilon_{\parallel} = 2.98$ i $\epsilon_{\perp} = 2.31$ per a una longitud d'ona de $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, i un substrat de N-BAK1 amb permitivitat dielèctrica constant $\epsilon = 2.42$. En este cas, el DSW es propaga en una regió estreta $\Delta\theta = \theta_{max} - \theta_{min}$, on θ representa l'angle entre el vector (k_y, k_z) i l'eix òptic. En concret, s'estima $\Delta\theta = 0.92^\circ$ al voltant d'un angle mig $\bar{\theta} = 26.6^\circ$. Aparentment, l'interval angular $\Delta\theta$ és xicotet. Però este marge seria molt menor per a altres cristalls òptics, com el quars, que exhibeix una birefringència estàndard. Per a augmentar la dispersió angular $\Delta\theta$ prenem un cristall de GaAs-Ag ($\epsilon_1 = 12.5$ i $\epsilon_2 = -103.3$ menyspreant pèrdues) que té uns valors efectius per a les permitivitats $\epsilon_{\parallel} = 14.08$ i $\epsilon_{\perp} = 0.92$ amb un factor d'ompliment $f = 0.10$, derivats de l'Eq. (3.14) i l'Eq. (3.15) respectivament. La birefringència pren ara un valor $\Delta n = 2.79$. En este cas, l'Eq. (4.9) ens dona solucions en la regió angular que va de $\theta_{min} = 39.0^\circ$ fins a $\theta_{max} = 71.3^\circ$. Un resultat important és que l'interval angular $\Delta\theta = 32.3^\circ$ s'ha incrementat en més d'un ordre de magnitud. La corba de dispersió per la DSW es dibuixa a la Figura 4.2.

Afegim dues línies de construcció heurístiques (línies de traços de color roig) per delimitar el domini d'existència dels DSWs. Com es mostra en esta figura, θ_{min} s'aconsegueix amb la condició $\kappa = 0$ (línia continua vermella), on les ones TE^x i TM^x son uniformes en el substrat, $x > 0$. A l'altre extrem de la corba de dispersió, θ_{max} es determinat per $k_e = 0$ (línia continua negra) de manera que l'ona extraordinària deixa de atenuar-se a $x \rightarrow -\infty$ [25, 30]. En conseqüència, les solucions per a l'Eq. (4.9) poden ser rastrejades prop de les corbes $\kappa = 0$

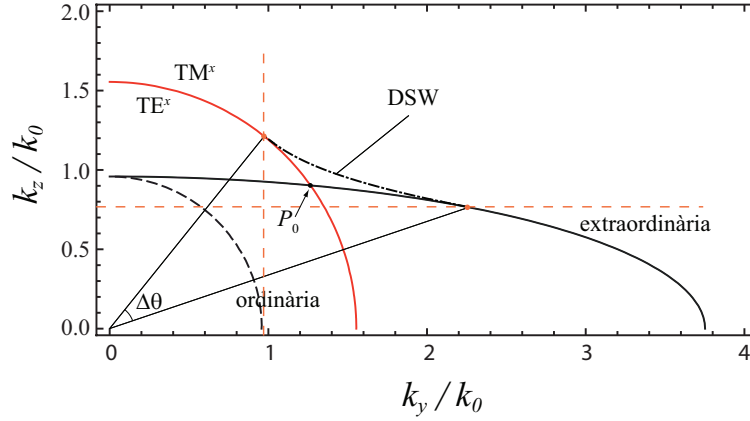


FIGURA 4.2: Corba de dispersió per a la DSW (línia discontinua puntejada) avaluada a partir de l'Eq. (4.9) a la superfície d'un metamaterial MD semiinfinit amb factor d'ompliment $f = 0, 1$. La línia el·líptica contínua i la línia de traços negra corresponen a les ones extraordinàries homogènies ($\kappa_e = 0$) i les ones ordinàries homogènies ($\kappa_o = 0$), respectivament. La línia contínua de color vermell representa la corba de isofreqüència ($\kappa = 0$) del N-BAK1 com substrat del material nanoestructurat MD, que s'aplica per ones TE^x i TM^x . S'afegeixen les línies de construcció heurístiques (línies discontinues de color) per delimitar el domini d'existència dels DSWs.

i $\kappa_e = 0$; per tant, les DSWs sempre es troben prop del punt d'encreuament d'ambdues corbes $P_0(k_{y0}, k_{z0})$.

4.3 Efectes no locals

Com hem vist a la Secció 3.3, l'EMA es pot utilitzar per a làmines metàl·liques amb $w_m \ll \lambda_0$. No obstant això, s'ha d'anar amb molt de compte amb esta condició, ja que la profunditat de penetració dels metalls nobles és extremadament

curta, $\delta \approx c/\omega_p$. En el cas de la plata, s'estima $\delta = 24$ nm. Si l'amplada del metall és comparable a la seva profunditat de penetració, l'EMA es desvia substancialment dels càlculs exactes. Tinguem en compte que als estudis experimentals d'òptica de multicapes poques vegades s'incorporen làmines metàl·liques amb un gruix per sota de 10 nm.

Hem d'assenyalar que canvis moderats en la birefringència del cristall plasmònic afectaran substancialment a l'existència de DSWs. Més específicament, com hem vist a la Secció 3.3, l'augment de w_m produeix un increment del valor efectiu de ϵ_{\perp} , la qual cosa donarà lloc a una modificació significativa de les corbes de dispersió de la DSW. En principi, podem utilitzar les estimacions donades en les Eqs. (3.14) i (3.19) a fi d'extraure la corba de dispersió de les ones superficials de Dyakonov directament de l'Eq. (4.9). No obstant això, este procediment és generalment imprecís, degut a les significatives diferències entre l'equació de dispersió exacta, Eq. (3.12), per a $k_x = 0$, i la corba de dispersió el·líptica de l'ona extraordinària,

$$\frac{k_y^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{\epsilon_{\perp}} = k_0^2. \quad (4.11)$$

Estes discrepàncies seran importants sobretot prop del punt d'encreuament P_0 amb la corba $\kappa = 0$, la qual cosa, d'acord amb el procés de construcció esquematitzat a la Figura 4.2, es traduirà en resultats generalment molt imprecisos. En última instància, este fenomen es pot atribuir clarament a efectes no locals en la resposta efectiva del metamaterial multicapa [102–104]. En altres paraules, l'origen d'este efecte es troba en la forta variació dels camps en l'escala d'una sola capa, i per tant les permitivitats efectives variaran amb el vector d'ona (\hat{k}_y, \hat{k}_z) .

Esperem que l'equació de Dyakonov (4.9) ens done valors acurats de (k_y, k_z) per a ones superficials amb polarització híbrida si ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} son estimats de forma més acurada, el que necessàriament passarà per incorporar d'alguna manera els

efectes locals. Per això, anem a completar el següent enfocament. Primer avaluem el punt d'encreuament $P_0 = (k_{y0}, k_{z0})$ (assumint $k_{y0}, k_{z0} \geq 0$) de la corba de isofreqüència $\kappa = 0$ corresponent al medi isòtrop i la corba exacta (3.12); el valor es denota per k_{z0} . Donat P_0 ens definim una el·lipse efectiva que a primer ordre inclou P_0 i el pendent de la recta tangent en P_0 que denotem per k'_{z0} . Estes dues condicions ens porten cap a uns valors estimats de ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} sense ambigüitats. Tinguem en compte que ambdues estimacions depenen del punt d'encreuament P_0 i, per tant, obtenim una "correcció no local" a la birefringència de les ones extraordinàries. A més, el punt d'encreuament P_0 , i per tant la birefringència no local del cristall plasmònic semiinfinit, depèn del període Λ del medi bicapa i també varia amb l'índex de refracció del substrat isòtrop.

Específicament, per determinar la correcció no local de la birefringència prop de $P_0 = (k_{y0}, k_{z0})$, fem ús de les fórmules següents:

$$\epsilon_{\perp} = (1 + \Gamma) \frac{k_{z0}^2}{k_0^2}, \quad (4.12)$$

$$\epsilon_{\parallel} = (1 + \Gamma^{-1}) \frac{k_{y0}^2}{k_0^2}, \quad (4.13)$$

on Γ el podem escriure com a

$$\Gamma = -\frac{k'_{z0} k_{y0}}{k_{z0}}. \quad (4.14)$$

Podem veure com l'Eq. (4.12) i l'Eq. (4.13) s'aproximen a les Eqs. (3.14) i (3.15) en el límit $\Lambda \rightarrow 0$ on l'EMA és precisa. Assenyalem que $\Gamma \rightarrow 0$ en el cas que $k_{y0} = 0$, i per tant ϵ_{\parallel} no pot estimar-se d'esta forma. Per tant fem un desenvolupament en sèrie de Taylor en segon ordre per al qual es calcula k''_{z0} , és a dir, calculem $d^2 k_z / dk_y^2$ de l'Eq. (3.12) en el punt P_0 . En este cas, finalment utilitzem l'equació $\epsilon_{\parallel} = -k_{z0} / k''_{z0} k_0^2$.

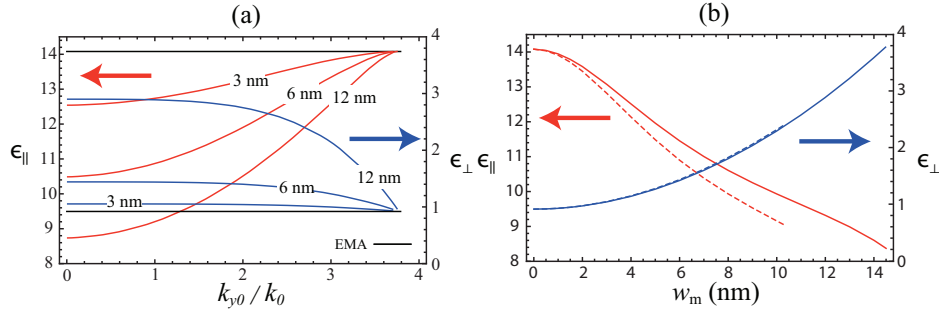


FIGURA 4.3: Correccions no locals a la birefringència representada en termes de ϵ_{\parallel} (línies roges) i ϵ_{\perp} (línies blaves) com una funció de: (a) k_{y0} , per algunes amplades del metall del nostre metamaterial MD ($f = 0.10$), i (b) w_m , utilitzant dos substrats diferents: N-BAK1 (línies de traços) i P-SF68 (línies contínues).

A la Figura 4.3(a) representem ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} emprant les Eqs. (4.12) i (4.13) en funció de k_{y0} , per al nostre material nanoestructurat MD ($f = 0.10$). En este cas, observem que per a $w_m = 3$ nm tant ϵ_{\parallel} com ϵ_{\perp} són gairebé invariables i prop dels valors donats per les Eqs. (3.14) i (3.15). En general, les desviacions més altes ocorren en $k_{y0} = 0$, o el que és el mateix, per a propagació al llarg de l'eix, on per w_m més grans ϵ_{\parallel} disminueix i ϵ_{\perp} augmenta. Això condueix a que en el règim paraxial la birefringència no local presente el seu valor mínim. D'altra banda, les Eqs. (3.14) i (3.15) són vàlides a $k_{y0} = 3.75k_0$ ($k_{z0} = 0$), punt on la birefringència no local arriba al seu valor màxim. En la Figura 4.3(b), hem representat ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} emprant les Eqs. (4.12) i (4.13), en funció de w_m considerant dos substrats diferents, que determinen les diferents ubicacions del punt d'encreuament P_0 . Un d'ells és N-BAK1 ($n = 1.56$) i el segon medi isòtrop és P-SF68 [SCHOTT], amb un índex de refracció $n = 1.95$. Observem que ϵ_{\parallel} és igual per als dos substrats quan $w_m \rightarrow 0$; això també es veu per a ϵ_{\perp} . En contrast, per a una major w_m , la birefringència no local varia clarament en funció del substrat. Este efecte és molt més pronunciat en el cas de ϵ_{\parallel} . Per al N-BAK1, els elements

del tensor de permitivitats es poden calcular per a amplades del metall que no superen $w_m = 10.3$ nm, el que ens dona $\epsilon_{\parallel} = 9.05$ i $\epsilon_{\perp} = 2.43$. Este cas límit succeeix quan $\epsilon_{\perp} \rightarrow \epsilon$. D'acord amb l'Eq. (4.10), això vol dir que no esperem obtindre DSWs per a $w_m \geq 10.3$ nm. Per contra, per al P-SF68, el rang s'estén fins a $w_m = 14.5$ nm, on $\epsilon_{\parallel} = 8.37$ i $\epsilon_{\perp} = 3.80$

Com a regla general, per tal d'excitar DSWs, és possible compensar la disminució de la birefringència al material nanoestructurat plasmònic mitjançant un substrat dielèctric amb índex de refracció més gran. Anem a desenvolupar este punt. En la Figura 4.4, representem l'equació de dispersió (4.9) per a DSWs fent ús dels valors obtinguts per a ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} en les Eqs. (4.12) i (4.13). Quan w_m creix, però, es manté fixe el valor de f , la corba de dispersió de les ones de Dyakonov tendeix a acostar-se a l'eix òptic. Si utilitzem un substrat N-BAK1, com es veu a la Figura 4.4(a), obtenim $\theta_{max} = 68.2^\circ$ i 58.7° per a $w_m = 3$ nm i 6 nm, respectivament. També obtenim $\theta_{min} = 37.6^\circ$ i 32.1° per als dos casos. Com a conseqüència el rang angular $\Delta\theta$ es redueix. Alhora, el nombre d'ona de les DSWs s'apropa fins $\sqrt{\epsilon}k_0$ dintre d'este rang angular. En el límit $\epsilon_{\perp} \rightarrow \epsilon$, que amb N-BAK1 com a substrat, succeeix per a $w_m = 10.3$ nm, les DSWs no poden propagar-se a la interfície. Com es pot comprovar, per a $w_m = 12$ nm no hi han solucions. Es necessitaria un substrat amb major permitivitat relativa ϵ . Així, per exemple, si utilitzem P-SF68 [vore la Figura 4.4(b)] s'aconsegueixen DSWs per a $w_m = 12$ nm, però el rang angular $\Delta\theta = 12.5^\circ$ es clarament més reduït.

4.4 Efectes dissipatius

Fins ara hem evitat un aspecte important dels dispositius plasmònics, a saber, la dissipació als elements metàl·lics. Quan tenim en compte estos efectes, les permitivitats efectives en les Eqs. (4.12) i (4.13) son fonamentalment complexes,

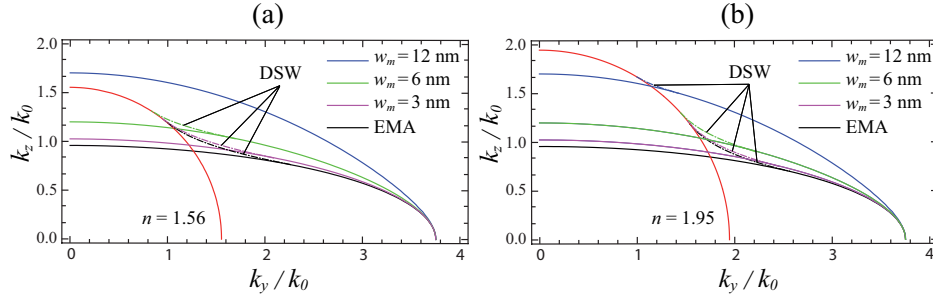


FIGURA 4.4: Solucions de l'equació de Dyakonov (4.9), dibuixada en línies puntejades-discontínues, usant estimacions de la birefringència no local per un metamaterial MD amb el mateix factor d'ompliment $f = 0.10$ però diferents w_m . Ara, la línia contínua de color vermell representa la corba de isofreqüència del substrat isòtrop (a) N-BAK1 i (b) P-SF68.

i conseqüentment esperem que l'equació de Dyakonov (4.9) ens proporcione valors complexos de (k_y, k_z) . Este procediment s'ha discutit recentment en [57]. Fora del límit de longitud d'ona llarga, podem considerar, com hem fet a la secció prèvia, un model que tinga en consideració els efectes no locals. No obstant això, per tal d'obtenir una caracterització el més realista possible de les ones superficials de Dyakonov en metamaterials nanoestructurats MD, es fa necessari resoldre directament les equacions de Maxwell.

Per fer front a este problema, utilitzarem un FEM i així avaluem numèricament el valor del nombre d'ona de Bloch k_z per a un determinat valor real de k_y . Atès que la part imaginària de ϵ_m no es descuida ja que prenem ($\text{Im}[\epsilon_m] = 8.1$), k_z es torna complexa. Això vol dir que l'ona de superfície no pot propagar-se indefinidament. De fet, este fenomen pot ser caracteritzat per una longitud de propagació $l = (2\text{Im}[k_z])^{-1}$. S'assenyala que, a més, anem a suposar que la part real dels paràmetres κ , κ_o i κ_e són tots positius. Tinguem en compte que κ_o i κ_e representen paràmetres efectius al cristall plasmònic. Aquestos valors positius

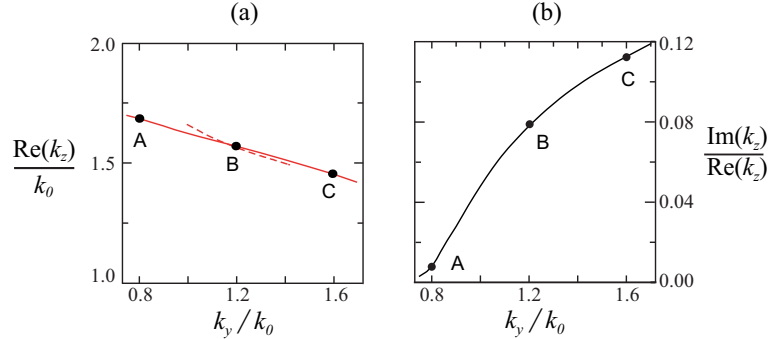


FIGURA 4.5: (a) Corba de isofreqüència corresponent a l'ona de superfície híbrida existent en el límit entre un substrat de P-SF68 semiinfinit i un material nanoestructurat plasmònic amb $f = 0.10$ i $w_m = 12$ nm. La línia de traços s'ha obtingut menyspreant les pèrdues dels materials. (b) Ràtio de $\text{Im}(k_z)$ sobre $\text{Re}(k_z)$ que representa els efectes de dissipació a la propagació de les DSWs. Les lletres majúscules A, B, i C designen les freqüències espacials transversals $k_y = 0.8 k_0$, $1.2 k_0$, i $1.6 k_0$, respectivament.

es correlacionen amb un decaïment a $|x| \rightarrow \infty$ i per tant amb un confinament de l'ona prop de $x = 0$.

La Figura 4.5(a) mostra la corba de dispersió corresponent a DSWs dissipatives, per al cas d'un material nanoestructurat MD amb pèrdues, on $f = 0.10$ i $w_m = 12$ nm. Les simulacions numèriques van realitzar-se amb el programari COMSOL Multiphysics basat en el FEM. A les nostres simulacions no observem ones de superfície amb un substrat N-BAK1 amb $n = 1.56$, la qual cosa és clarament un efecte no local. En particular, la Figura 4.5(a) representa les corbes de isofreqüències quan $n = 1.95$, que correspon al P-SF68 [SCHOTT]. S'observa que la corba de dispersió per a DSWs dissipatives (línia contínua) és més plana i de major longitud que la corba obtinguda menyspreant les pèrdues (línia de traços). Específicament $\theta_{max} = 49.9^\circ$ i $\theta_{min} = 23.7^\circ$, que ens dona un rang angular $\Delta\theta = 26.2^\circ$. Addicionalment, la Figura 4.5(b) mostra el ràtio $\text{Im}(k_z)/\text{Re}(k_z)$ en el rang d'existència de les ones superficials. En estes figures,

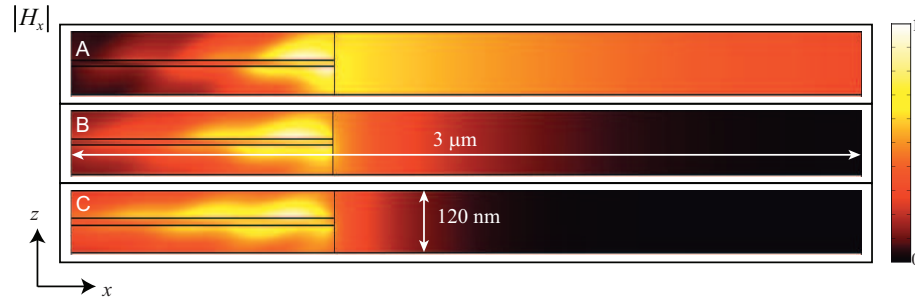


FIGURA 4.6: Tres gràfiques del camp magnètic $|H_x|$ calculades utilitzant el FEM. El metamaterial està a l'esquerra, per el qual es representa un únic període. De nou, les lletres majúscules A, B, i C, designen les freqüències espacials transversals $k_y = 0.8 k_0$, $1.2 k_0$, i $1.6 k_0$, respectivament.

les lletres majúscules A, B, i C, designen les freqüències espacials transversals $k_y = 0.8 k_0$, $1.2 k_0$, i $1.6 k_0$, respectivament.

En altres paraules, el camp d'una ona de superfície de Dyakonov ha de decaure conforme $|x|$ pren valors cada vegada més alts. Els límits de la corba de iso-freqüència de les DSWs s'estableixen en funció de la propensió del camp electromagnètic a ser confinat al voltant de $x = 0$. Amb este objectiu, realitzem l'avaluació numèrica dels camps electromagnètics utilitzant el FEM de nou. La Figura 4.6 mostra el camp magnètic $|H_x|$ per a tres casos diferents, anomenats amb les lletres majúscules A, B, i C, que de nou designen les freqüències espacials transversals $k_y = 0.8 k_0$, $1.2 k_0$, i $1.6 k_0$, respectivament. Assenyalem que per a ones superficials paraxials, per a les que k_y arriba al mínim (cas A), tenim que $\text{Im}(k_z) \ll \text{Re}(k_z)$ com es representa a la Figura 4.5(b). Això és causat per un gran desplaçament del màxim del camp cap al medi isòtrop, com es mostra en la Figura 4.6, on els efectes de dissipació són gairebé insignificants sobre la propagació per a l'ona de superfície. En termes dels paràmetres eficaces per als materials, això seria coherent amb la condició $\text{Re}(\kappa) \ll \text{Re}(\kappa_e)$. D'altra banda, per a les ones no paraxials, que tenen valors més grans de k_y , els camps

mostren un lent decaïment de l'energia dins del metamaterial plasmònic. En el cas C descrit a la Figura 4.6, el camp magnètic $|H_x|$ es localitza al voltant de la capa metàl·lica i pren valors significatius lluny de la frontera del substrat. Com a conseqüència d'això, les pèrdues en el metall es tradueixen en un augment significatiu en els valors de $\text{Im}(k_z)$.

4.5 Paquets d'ones superficials de Dyakonov

A continuació, analitzem el comportament difractiu d'ones localitzades superficials de Dyakonov. Considerarem un paquet d'ones format exclusivament per DSWs. A este paquet l'anomenarem DWP (de l'anglès DWP, *Dyakonov Wave Packet*). Per al confinament espacial més alt a $z = 0$, assumim que l'amplitud de les DSWs que formen el paquet és uniform per a tot el seu domini d'existència $k_y \in (0.8 k_0, 1.7 k_0)$. Tinguem en compte que els paràmetres òptics que caracteritzen els materials i les ones s'han pres de les Figures 4.5 i 4.6. Per tant, l'ample de banda espectral de DSWs s'estén sobre tot el seu domini d'existència.

En les Figures 4.7(a) i (b), representem l'amplitud i la distribució de fase, respectivament, del camp H_x , corresponent al DWP que es propaga per la interfície $x = 0$. Per claredat, primer ometem les pèrdues òhmiques fent que $\text{Im}(k_z) = 0$. Sota estes circumstàncies, l'amplada del feix del paquet d'ones en $z = 0$ és clarament inferior a la longitud d'ona (la FWHM és $1.39 \mu\text{m}$), i es manté inalterada per a distàncies de propagació llargues, com es pot veure clarament en la Figura 4.7(a). Arribem a la conclusió que el DWP es propaga en el règim de canalització. Este paquet d'ones no difractant exhibeix una direcció obliqua de propagació que està determinada per la velocitat de grup \mathbf{v}_g [25], que és perpendicular a la corba de isofreqüència [vore la Figura 4.7(c)]. En el nostre exemple numèric, \mathbf{v}_g té una desviació angular de $\alpha = 16.1^\circ$ respecte a l'eix òptic del

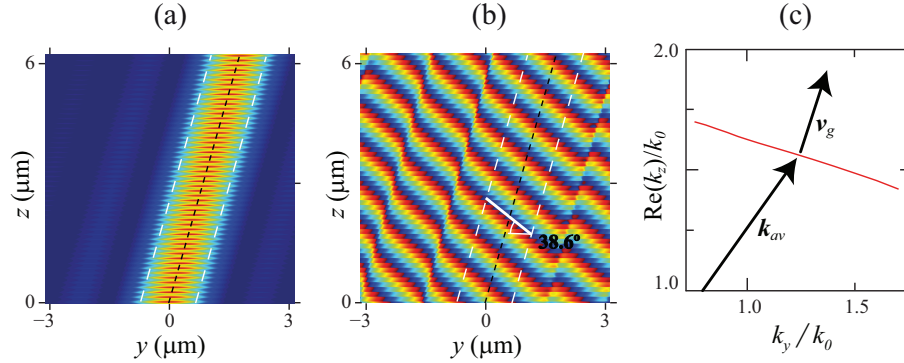


FIGURA 4.7: Evolució del DWP amb màxima amplada de banda espectral: (a) amplitud, i (b) fase de l'ona de camp H_x avaluada en la superfície $x = 0$. (c) Il·lustració de l'orientació de la velocitat de grup, \mathbf{v}_g , i la freqüència espacial de la portadora, \mathbf{k}_{av} , en el feix superficial.

cristall plasmònic. Curiosament, els contorns de isofase no són perpendiculars a la direcció de propagació, com s'observa clarament en la Figura 4.7(b). Tinguem en compte que la freqüència espacial portadora \mathbf{k}_{av} , que determina l'orientació dels fronts d'ona, no és paral·lela a la velocitat de grup \mathbf{v}_g que proporciona la direcció del feix de llum. En particular, \mathbf{k}_{av} està subtendida per la freqüència transversal mitjana $\bar{k}_y = 1.25 k_0$ presa de la nostra distribució espectral uniforme. Finalment, calculem que \mathbf{k}_{av} forma un angle $\bar{\theta} = 38.6^\circ$ amb l'eix z , que és notablement diferent de α .

Aleshores, anem a analitzar els efectes de dissipació causats pel metall al material nanoestructurat plasmònic, considerant un valor no menyspreable de $\text{Im}(k_z)$. En este cas, a causa de les pèrdues òhmiques, l'ona de superfície no pot propagar-se indefinidament. La Figura 4.8 mostra l'evolució del camp H_x , on s'observa una ràpida disminució de la seva amplitud a mesura que es propaga de forma obliqua. També es pot veure com creix l'amplària d'el paquet d'ones conforme la coordenada axial z augmenta. Este fenomen es produeix malgrat que la corba

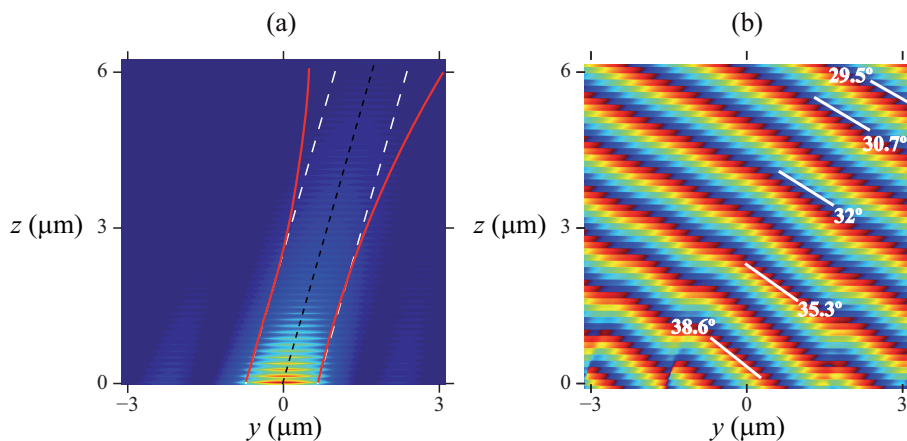


FIGURA 4.8: El mateix que a la Figura 4.7(a) i (b), però incloent les pèrdues òhmiques. Les línies contínues en (a) indiquen els llocs de la FWHM de $|Hx|$, que es deriven per a tots els valors de z , que determinen la FWHM del feix en propagar-se a la superfície $x = 0$. Les línies de traços són preses de la Figura 4.7(a) indicant la FWHM sense tenir en compte la dissipació.

de dispersió de les DSWs és ultraplana. Finalment, assenyalem que l'orientació dels fronts d'ona no és fix, sinó que roten en sentit antihorari conforme es propaga el DWP.

La interpretació física subjacent que proporcionem a continuació fa una analogia amb un fenomen similar a la difusió. En primer lloc, tinguem en compte que, com es mostra a la Figura 4.9(a), la longitud de propagació l varia notablement per a les diferents components espectrals del DWP. Les DSWs amb una major k_y decauen més ràpidament que aquelles amb freqüències espacials menors. En conseqüència, l'espectre espacial del paquet d'ones canvia al llarg de la propagació en la direcció z , induït per les pèrdues òhmiques. A la Figura 4.9(b), representem l'espectre espacial normalitzada per a diferents coordenades axials. Mentre que la coordenada axial z augmenta, l'ample de banda espacial, que és inversament proporcional a l'amplada del feix, es fa més estret. Per tant, este

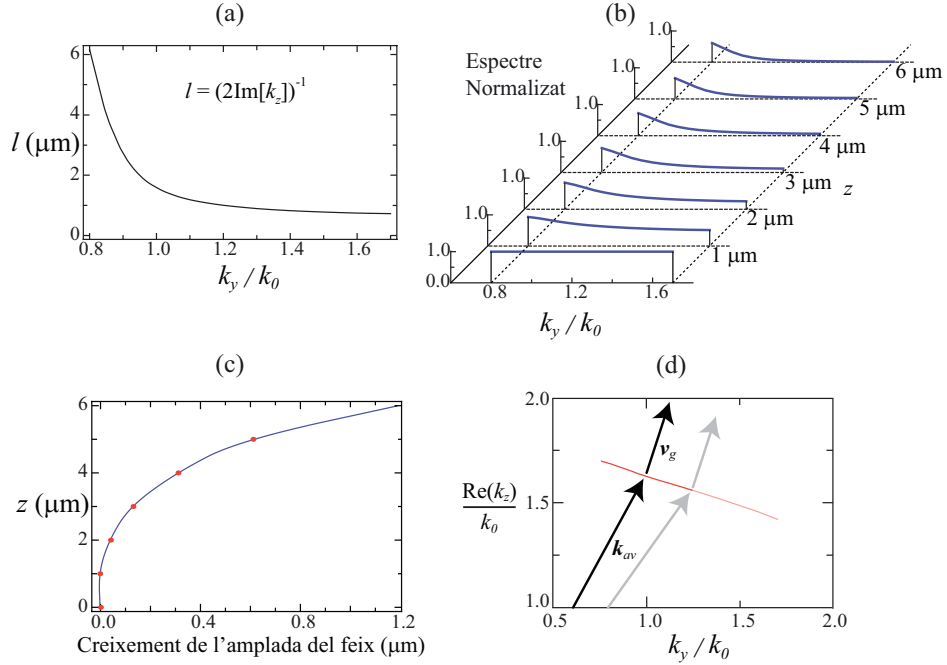


FIGURA 4.9: (a) Variació de la longitud de propagació l en termes de l'espectre espacial transversal k_y . (b) Això deriva en una modificació selectiva del contingut espectral conforme el DWP es propaga. (c) Creixement de la FWHM conforme el feix es propaga. (d) Il·lustració de la rotació de la freqüència espacial portadora \mathbf{k}_{av} i conservació de la velocitat de grup \mathbf{v}_g quan l'espectre espacial es fa més estret i canvia cap a freqüències menors.

filtrat espacial és la causa del creixement constant de l'amplada del feix, com es mostra a la Figura 4.9(c), en lloc del desenfocament impulsat per la difracció. A més, l'espectre espacial es desplaça cap a les freqüències espacials k_y menors conforme z augmenta. En conseqüència, la freqüència transversal mitjana \bar{k}_y també es mou cap a valors més baixos. D'altra banda, \mathbf{k}_{av} gira cap a l'eix òptic, tal i com s'il·lustra a la Figura 4.9(d). Finalment, la rotació de la freqüència espacial portadora induïda per les pèrdues òhmiques condueix a una rotació

del front d'ona conforme es propaga el feix. Tinguem en compte, però, que la velocitat de grup \mathbf{v}_g del paquet d'ones es conserva degut a que la corba de dispersió dels DSWs és plana. Com a resultat, el DWP no canvia la seva direcció de propagació, en oposició amb l'orientació del front d'ones.

4.6 Una nova família de DSWs en medis amb pèrdues

En esta Secció realitzem un anàlisi profund de les DSWs que tenen lloc en metamaterials uniàxics amb pèrdues. Posarem molt d'interés quan l'aproximació del medi efectiu ens proporciona resultats satisfactoris. Vorem com la introducció de pèrdues provoca una transformació de les corbes d'isofreqüència, que es desvien de les formes esfèriques i el·lipsoidals que s'associen amb les ones ordinàries i extraordinàries respectivament. Tot allò es traduirà en nous i sorprenents resultats [105].

Considerem les propietats dispersives de les DSWs suportades per un conjunt 1D de làmines semi-infinites d'un metall i d'un dielèctric, posades de forma alterna. La multicapa periòdica MD està formada per diòxid de silici ($\epsilon_d = 2.25$) i plata ($\epsilon_m = -11.7 + i0.83$, pres de la Ref. [106]) per a una longitud d'ona de $\lambda_0 = 560$ nm. Utilitzem la teoria del medi efectiu basada en l'aproximació d'ona llarga per calcular la permitivitat del metamaterial anisòtrop al llarg del seu eix òptic $\epsilon_{||}$, que prenem com l'eix z , i la permitivitat en la seva direcció normal, ϵ_{\perp} . En este cas, la part real de les permitivitats és positiva, donat que $f < 0.161$, el qual addicionalment proporciona una birefringència positiva. A més, hem considerat els casos on $f > 0.0896$, es a dir, metamaterials uniàxics on la seva permitivitat perpendicular té una part real que satisfà $\epsilon_{\perp} < \epsilon$ propiciant l'existència de DSWs. En esta simulació numèrica hem considerat $\epsilon = 1$ que correspon amb l'aire.

En un anàlisi més realista, la permitivitat del metall és una constant complexa, i per tant, la part imaginària de les permitivitats ϵ_{\parallel} i ϵ_{\perp} són diferents de zero. El mateix ocorre per a les freqüències espacials k_y i k_z . El següent procediment es pot utilitzar per trobar solucions de l'equació de Dyakonov: Per a una freqüència espacial k_z determinada al llarg de l'eix òptic del metamaterial, hem calculat les freqüències espacials complexes k_y que satisfan l'equació de Dyakonov. Este mètode és vàlid ja que l'excitació de les ones superficials, donades en funció de l'expansió d'ones planes de Fourier, es realitzen en un pla paral·lel a $y = 0$, i que $\text{Im}(k_y) > 0$ [100]. Com a resultat de fer ús d'un material uniaixic amb pèrdues, les ones superficials no es poden propagar indefinidament i les DSWs decauen amb una longitud de propagació $L_{DSW} = 1/2\text{Im}(k_y)$.

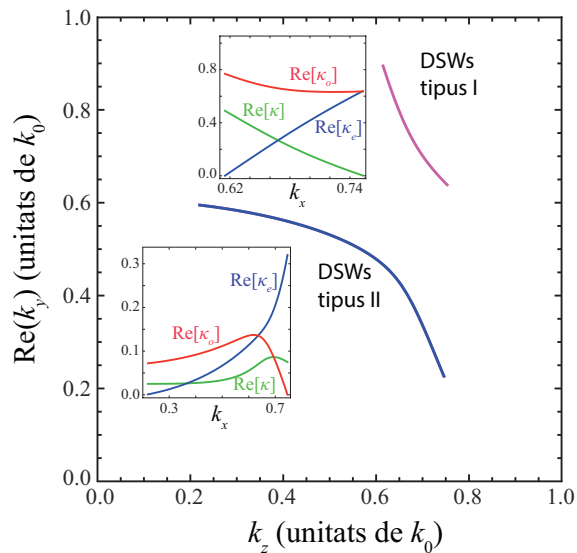


FIGURA 4.10: Corbes de dispersió per a solucions de l'equació de Dyakonov considerant un metamaterial uniaixic amb permitivitats $\epsilon_{\parallel} = 2.625 + i0.005$ i $\epsilon_{\perp} = 0.576 + i0.100$ per a una longitud d'ona $\lambda_0 = 560$ nm. Observem l'existència de dues famílies d'ones superficials polaritzades híbridament, per a les quals la part real de κ , κ_o , i κ_e tenen un valor positiu, com es veu en els quadres de la figura.

A la Figura 4.10 representem la freqüència espacial $\text{Re}(k_y)$ de DSWs dissipatius propagant-se a diferents freqüències axials k_z sobre un metamaterial $\text{SiO}_2\text{-Ag}$ amb pèrdues, on el factor d'ompliment del metall és $f = 0.12$. La localització del camp ondulatori als voltants del pla $x = 0$ implica que les parts reals de κ , κ_o , i κ_e prenen un valor positiu, com es pot veure en la Figura 4.10. Inicialment, no necessitem imposar cap restricció a la part imaginària [107]. Les solucions de l'equació de Dyakonov amb significat físic es troben dins de dos dominis espectrals. El primer domini espectral té una amplada compresa entre $k_z = 0.615k_0$ i $k_z = 0.753k_0$, on $\text{Re}(k_y)$ pren valors des de $0.639k_0$ fins $0.895k_0$, el que estaria associat amb les DSWs calculades descartant les pèrdues. D'altra banda, apareix un segon domini de solucions de Dyakonov amb una amplada (de la freqüència espacial k_z) major que està compresa des de $0.220k_0$ fins a $0.746k_0$. Esta nova família d'ones superficials, que ací anomenem DSWs de tipus II, resulta ser el principal resultat del nostre estudi.

Per tal de proporcionar una visió més profunda en com la part imaginària no nul·la de la permitivitat porta a l'aparició de *noves* solucions de l'equació de Dyakonov, convertim adiabàticament la part imaginària en zero per tal de seguir l'evolució de la branca de tipus I i especialment la branca de tipus II. Pel que fa a les DSWs de tipus I, la corba de dispersió en el pla $k_z\text{-Re}(k_y)$ no es modifica substancialment així com els valors de la part real de κ , κ_o i κ_e . Addicionalment, $\text{Im}(k_y)$ s'esvairà al límit sense pèrdues, el que també ocorrerà per a la part imaginària de la constant de decaïment evanescent de cada camp ondulatori involucrat. Per contra, el desenvolupament d'estos paràmetres en el cas de DSWs de tipus II difereix significativament. Ara κ , κ_o i κ_e seran transformades contínuament en constants purament imaginàries que representen ones planes no evanescents. En este cas, $\text{Re}(k_y)$ canviarà lleugerament però $\text{Im}(k_y)$ tendirà cap a zero. En el límit no dissipatiu, la corba de dispersió resultant correspon a una situació en la qual una ona plana homogènia es propaga en l'aire i incideix en la

interfície isòtrop/anisòtrop, el que condueix a un acoblament perfecte entre les ones ordinàries i extraordinàries sense la presència d'un senyal reflectit.

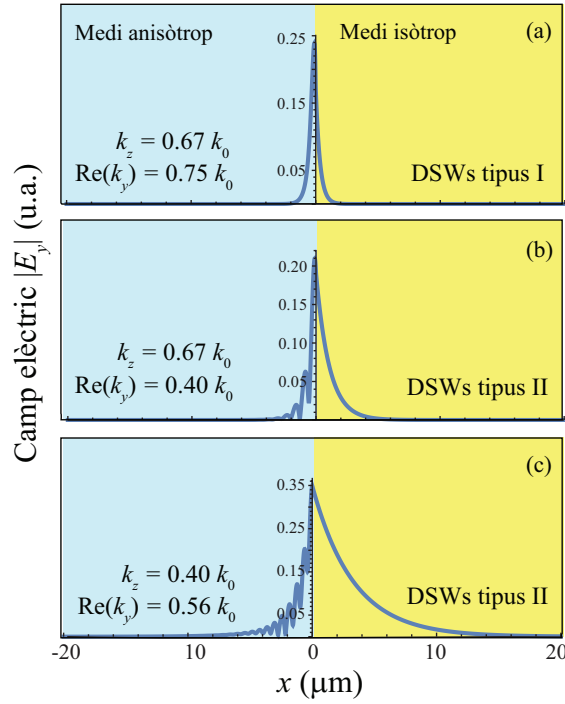


FIGURA 4.11: Camp elèctric $|E_y|$, en unitats arbitràries, en les proximitats de la interfície $x = 0$ per a ones superficials de Dyakonov propagant-se amb una freqüència espacial: (a) $k_z = 0.67k_0$ associada amb la primera família de DSWs, (b) $k_z = 0.67k_0$ i (c) $k_z = 0.40k_0$ corresponent a la nova família d'ones superficials.

La Figura 4.11 mostra el mòdul de la component y del camp elèctric, $|E_y|$, en les proximitats de la interfície $x = 0$ per a ones superficials amb polarització híbrida propagant-se amb una freqüència espacial: (a) $k_z = 0.67$ ($k_y = 0.752 + i0.0847$ expressada en unitats de k_0) associada amb DSWs (tipus I), (b) $k_z = 0.67$ ($k_y = 0.397 + i0.136$) i (c) $k_z = 0.40$ (on $k_y = 0.562 + i0.035$) corresponent a la nova família d'ones superficials (DSWs de tipus II) que hem trobat en el nostre estudi.

Les components x i z (no mostrades a la Figura) també estan localitzades als voltants de $x = 0$. L'expressió analítica del camp elèctric per a DSWs de tipus II és la mateixa que l'expressió que descriu les DSWs de tipus I, les quals poden ser trobades en la Secció 4.2. Observem un fort confinament del camp prop de la interfície isòtrop/anisòtrop en tots els casos, encara que les DSWs de tipus I presenten un rendiment superior. Este fet també es pot deduir dels valors més alts de les constants de decaïment evanescent calculades per a DSWs de tipus I i tipus II, que es mostren en la Figura 4.10. A més, és evident una modulació a la cua del camp evanescent a l'interior del medi anisòtrop amb pèrdues. Això és causat per l'existència d'una part imaginària no nul·la de les constants de decaïment κ_o i κ_e , el que condueix a una mena d'efecte de bàtec entre l'ona ordinària i l'extraordinària. Per contra, esta modulació no es pot observar en el medi isòtrop ja que la penetració del camp està controlada per una sola constant κ .

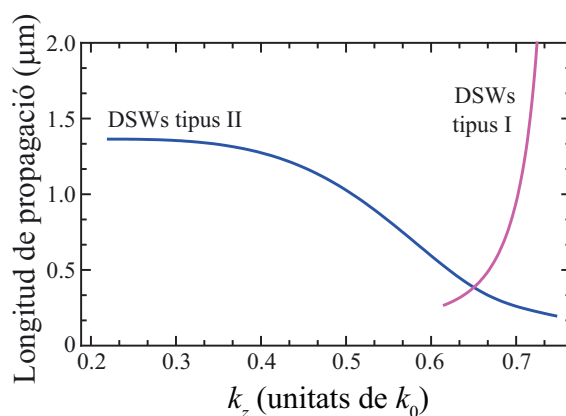


FIGURA 4.12: Longitud de propagació de DSWs de tipus I i tipus II

A la Figura 4.12 es mostra la longitud de propagació avaluada per DSWs de tipus I i tipus II. Contràriament al que es pot intuir, les DSWs de tipus II poden propagar-se per una distància més gran que les DSWs de tipus I, el que ocorre en l'interval espectral comprès entre $k_z = 0.62k_0$ i $k_z = 0.65k_0$. D'altra banda,

la longitud de propagació de les DSWs de tipus II pot fins i tot superar $1.3 \mu\text{m}$ a valors baixos de la freqüència espacial k_z . Això és causat pel fet que la part real de κ és molt baixa dins d'esta regió espectral, el que porta a cues evanescents de decaïment baixes en el medi isòtrop; vegeu la Figura 4.11(c) com una il·lustració d'este efecte. Tot i que el pic es troba prop de la superfície $x = 0$, en este cas el centroide de la intensitat del camp està severament desplaçat cap al material sense pèrdues.

Per concloure, assenyalem que les solucions a l'equació de Dyakonov presentades anteriorment són parcials en la mesura que la component z del vector d'ona es manté amb valors reals. No obstant això, tot el conjunt de solucions inclou tots els possibles vectors d'ona que compten amb un valor complex k_x .

4.7 Resum

Mitjançant la resolució numèrica de les equacions de Maxwell, hem demostrat l'existència d'ones de superfície amb polarització híbrida que poden propagar-se de forma obliqua en el límit entre un material nanoestructurat plasmònic bicapa i un material transparent isòtrop. No obstant això, quan anem a amplàries de làmina realistes, trobem solucions que s'aparten significativament dels resultats derivats directament de l'EMA i l'anàlisi de Dyakonov. De fet, per a l'existència d'ones superficials, les nostres simulacions numèriques prescriuen l'ús de materials isòtrops amb un índex de refracció més alt del que s'esperava fent ús de l'EMA. A la pràctica, es pot assolir fàcilment un rang angular d'existència ultra-ample per a estes ones. No obstant això, les DSWs disposen de longituds de propagació d'elevades a moderades.

Hem demostrat que un feix format únicament per DSWs es propaga al règim de canalització. No obstant això, les pèrdues en el metall es tradueixen en una atenuació significativa al llarg de la propagació en z , especialment per a les ones superficials de Dyakonov no paraxials. Com a resultat, els DWPs s'eixamplen a mesura que es propaguen, no a causa de la difracció, sinó a un procés que té el mateix aspecte que la difusió, que és causada per un filtrat espectral que es regeix per l'absorció del metall. Assenyalem que les propietats dels estats lligats resultants canvien ràpidament amb l'índex de refracció del medi (substrat) circumdant, el que suggereix possibles aplicacions per a sensors químics i biològics.

Finalment, vam investigar numèricament les propietats de dispersió de les ones de superfície de Dyakonov propagant-se en la interfície entre un medi isòtrop sense pèrdues i un cristall uniaxial amb pèrdues, sent este últim resultat d'aplicar l'aproximació de longitud d'ona llarga al metamaterial multicapa dielèctric/metall. Vam arribar a la conclusió que la presència de l'absorció al medi anisòtrop limita la longitud de propagació d'estes ones de superfície, però la dispersió espacial i distribució del camp prop de la discontinuïtat del material varia lleugerament. A més, hem trobat una nova família d'ones electromagnètiques les quals estan confinades prop de la interfície isòtrop/anisòtrop i es propaguen de forma obliqua a l'eix òptic del material birefringent. Estes ones de superfície, ací encunyades com ones de superfície de Dyakonov de tipus II, no poden trobar-se en una configuració de materials sense pèrdues. Inesperadament, la longitud de propagació d'estos camps ondulatoris superficials podria superar la relacionada amb les DSWs de tipus I.

Capítol 5

Ones superficials de Dyakonov en medis hiperbòlics

5.1 Introducció

En este capítol es realitzarà una anàlisi exhaustiva de les DSWs que tenen lloc en materials nanoestructurats MD que mostren dispersió hiperbòlica. Part d'este capítol ha sigut publicat a la Ref. [108]; assenyalem que recentment nous estudis sobre DSWs en metamaterials hiperbòlics han estat reportats per altres autors [109]. A la primera part d'este capítol, el nostre enfocament posa l'èmfasi en l'EMA. Amb estes condicions, es trobaran diferents règims i s'analitzaran a fons. Estos règims inclouran DSWs amb dispersió no hiperbòlica. D'altra banda, vorem com la hibridació de les ones de superfície permet un major confinament prop de la interfície, en comparació amb els SPPs amb polarització TM pura. La validació dels resultats es portarà a terme amb simulacions numèriques basades

en el FEM. Ja vam demostrar que l'EMA es desvia greument en implementacions pràctiques. Els principals punts d'interès del nostre anàlisi seran els efectes no locals deguts a la grandària finita de les capes i els efectes dissipatius deguts a les pèrdues òhmiques als metalls. Mitjançant l'ús del FEM, prediem l'existència d'ones superficials obliqües de llarg abast.

5.2 Ones superficials de Dyakonov en metamaterials amb dispersió hiperbòlica

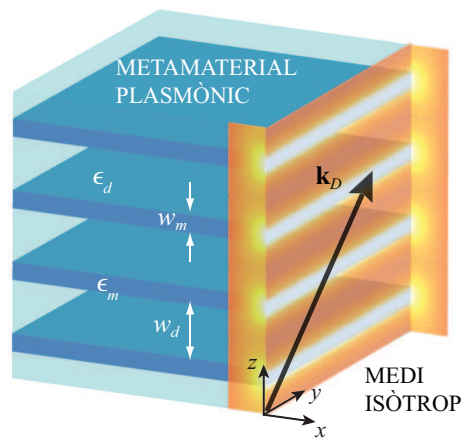


FIGURA 5.1: Configuració esquemàtica en estudi, que consisteix en un metamaterial MD semiinfinit amb dispersió hiperbòlica ($x < 0$) i un substrat isòtrop ($x > 0$).

El sistema sota anàlisi es representa en la Figura 5.1. Un material isòtrop de constant dielèctrica ϵ es troba en el semi-espai $x > 0$. Omplint l'espai complementari, $x < 0$, considerem una estructura periòdica bicapa feta de dos materials apilats alternativament al llarg de l'eix z . Concretament, un material transparent amb constant dielèctrica ϵ_d i amplada de la làmina w_d és seguit per una làmina

metàl·lica, esta última caracteritzada per la permitivitat ϵ_m i amplada w_m . Per simplicitat, anem a suposar que els materials dielèctrics son no dispersius; de fet agafem els valors $\epsilon = 1$ i $\epsilon_d = 2.25$ en les nostres simulacions numèriques. A més, si fiquem un metall de Drude, la seva permitivitat (menyspreant l'amortiment) es pot escriure com l'Eq. (2.17). Note's que en este capítol, les freqüències s'expressen en unitats de la freqüència de plasma, $\Omega = \omega/\omega_p$.

Des d'un punt de vista analític, les nostres ones de superfície es localitzen a $x = 0$, les seves amplituds decauen conforme $|x| \rightarrow \infty$, i en última instància, han de satisfer les equacions de Maxwell. Per obtenir l'equació de dispersió de les DSWs anem a procedir de la mateixa manera que a la Secció 4.2. Este és un procediment simplificat que es basa en la caracterització del material nanoestructurat plasmònic com un cristall uniàxic, el que ens permet establir l'equació de difracció i obtenir el vector d'ona de la DSW $\mathbf{k}_D = [0, k_y, k_z]$. De nou, l'equació de Dyakonov (4.9) proporciona el mapa espectral dels vectors d'ona \mathbf{k}_D . Note's que en este capítol, les freqüències espacials s'expressaran en unitats de k_p .

En el cas especial de que la propagació de l'ona de superfície siga de forma perpendicular a l'eix òptic ($k_z = 0$), de l'Eq. (4.9) obtenim l'equació següent:

$$\epsilon\kappa_o + \epsilon_{\perp}\kappa = 0. \quad (5.1)$$

Al cas $\epsilon_{\perp} < 0$ i $\epsilon < |\epsilon_{\perp}|$, esta equació té la solució ben coneguda

$$k_y = \Omega \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_{\perp}}{\epsilon + \epsilon_{\perp}}}, \quad (5.2)$$

que s'assembla a l'equació de dispersió dels SPPs convencionals [Eq. (2.85)]. De fet ací tenim ones amb polarització TM^x pura, com s'esperava. Val la pena assenyalar que no hi han solucions de l'Eq. (4.9) en forma d'ones de superfície

al cas de la propagació paral·lela amb l'eix òptic ($k_y = 0$) per a metamaterials hiperbòlics: $\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel} < 0$. Això vol dir que hi ha un valor llindar de k_y per l'existència d'ones de superfície. No obstant això, per a freqüències i factors d'ompliment que fan que $\epsilon_{\perp} < 0$ i $\epsilon_{\parallel} < 0$, les solucions de l'Eq. (4.9) apareixen en la forma d'ones superficials de Bloch [92], és a dir, per a $k_y = 0$.

En el següent anàlisi de les DSWs tindrem en compte nanoestructures que es comportaran de manera efectiva com a un metamaterial efectiu anisòtrop amb permetivitat indefinida, és a dir, que $\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel} < 0$. En este punt recomanem revisar la Secció 3.4 que inclou les principals característiques dels medis hiperbòlics. En este cas poden trobar DSWs en diferents règims, que depenen no només dels elements de $\bar{\epsilon}$ que caracteritzen el metamaterial, sinó que també de la permetivitat del material isòtrop, ϵ . A continuació anem a descriure les diferents configuracions que governen les DSWs, analitzant en primer lloc el cas amb un índex de refracció baix $n = \sqrt{\epsilon}$, és a dir $\epsilon < \epsilon_{\parallel}$ ($\epsilon < \epsilon_{\perp}$) per a freqüències baixes (al voltant de la freqüència de plasma), i prestant atenció després al cas amb un índex de refracció alt.

5.2.1 Medi semiinfinit isòtrop amb índex de refracció baix

El primer que fem és analitzar el cas $\epsilon < \epsilon_{\parallel}$ en el rang $\Omega < \Omega_1$, on a més, donat que $f < 1/2$, $\epsilon_{\perp} < 0$. Tinguem en compte que això es compleix si la permetivitat $\epsilon < \epsilon_d/(1 - f)$. Al medi efectiu uniàxic, les ones ordinàries són purament evanescents, i és fàcil veure que $\kappa < \kappa_o$ i també $\kappa_e < \kappa_o$. En estes circumstàncies, tots els claudàtors en l'equació de Dyakonov (4.9) són positius sempre que

$$\epsilon\kappa_o + \epsilon_{\perp}\kappa_e > 0. \quad (5.3)$$

Per cert, encara que l'Eq. (5.3) pot ser satisfeta si $-\epsilon_{\perp} < \epsilon$, en eixe cas no podem trobar una solució estacionària de les equacions de Maxwell que satisfaga l'equació Dyakonov. Això passa dins de la banda espectral $\Omega_0 < \Omega < \Omega_1$, on

$$\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon/f + \epsilon_d(1-f)/f}}. \quad (5.4)$$

Tinguem en compte que en les nostres simulacions numèriques $\Omega_0 = 0.292$. Per exemple, al cas límit $\epsilon = -\epsilon_{\perp}$, l'única solució de l'Eq. (4.9) es troba per a $k_y \rightarrow \infty$ i $k_z = 0$, com es pot deduir directament a partir de l'Eq. (4.9).

En la Figura 5.2(a) i (b) il·lustrem l'equació de dispersió de les DSWs per dues freqüències diferents en el rang $0 < \Omega < \Omega_0$. En estos casos, la corba de dispersió de les DSWs s'acosta a una hipèrbola. Contràriament al que es mostra en la Figura 5.2(b), en (a), ens trobem amb una banda prohibida al voltant de $k_z = 0$. En termes generals això es produeix si $\Omega < 0.271$, on la freqüència límit es determina per la condició

$$\frac{1}{\epsilon_{\parallel}} - \frac{1}{\epsilon_{\perp}} = \frac{1}{\epsilon}. \quad (5.5)$$

En este sentit assenyalem que les solucions híbrides prop de $k_z = 0$ es veuen limitades, a més, a la condició $k_y \geq \Omega\sqrt{\epsilon_{\parallel}}$ [mire's també l'Eq. (5.2)], que és una condició necessària per a que κ_e tinga valors reals i positius. Finalment, un cas similar al mostrat a la Figura 5.2(b) va informar-se per primera vegada a la Figura 5(b) de la Ref. [56], encara que són evidents algunes discrepàncies.

Per determinar les asímptotes de la corba de dispersió de les DSWs de tipus hiperbòlic, considerem el règim quasi-estàtic ($\Omega \rightarrow 0$) on $|\mathbf{k}_D| = k_D \gg \Omega$. Sota

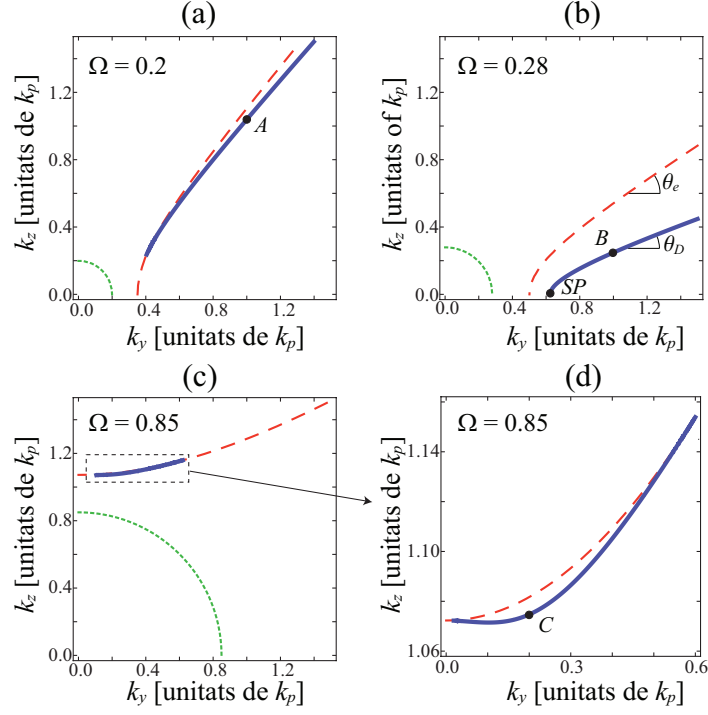


FIGURA 5.2: Representació gràfica de l'Eq. (4.9), dibuixada en línia contínua, que ens mostra la dispersió espacial de les DSWs que sorgeixen en la disposició de la Figura 5.1, a diferents freqüències: (a) $\Omega = 0.20$, (b) $\Omega = 0.28$, i (c) $\Omega = 0.85$. Ací, el metamaterial està caracteritzat per $f = 0.25$ i el medi isòtrop és aire. Com a referència també incloem les equacions $\kappa = 0$ (línia de punts) i $\kappa_e = 0$ (línia de traços). (d) Equació de dispersió per a les DSWs com es dona en (c) però ampliada sobre la regió d'interès. Els punts A, B, C, i SP s'utilitzen en la Figura 5.3.

esta aproximació, $\kappa = k_D$, $\kappa_o = k_D$, i $\kappa_e = \Theta k_D$, on

$$\Theta = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}}\right) \sin^2 \theta}, \quad (5.6)$$

sent $k_y = k_D \cos \theta$, i $k_z = k_D \sin \theta$. Tinguem en compte que $0 \leq \Theta \leq 1$. Mitjançant la inserció de totes estes aproximacions a l'Eq. (4.9), i duent a terme

el límit $k_D \rightarrow \infty$, arribem directament a l'equació $\epsilon + \epsilon_{\perp} \Theta = 0$. L'última equació indica que les solucions hiperbòliques de l'equació de Dyakonov poden trobar-se sempre que $\epsilon_{\perp} < 0$ i addicionalment $\epsilon < -\epsilon_{\perp}$, el que succeeix al rang $\Omega < \Omega_0$. En este cas, les asímptotes segueixen l'equació $k_z = k_y \tan \theta_D$, on

$$\tan^2 \theta_D = \frac{\epsilon_{\perp}^2 + \epsilon^2}{-\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel} + \epsilon^2}. \quad (5.7)$$

Estes asímptotes estableixen un règim de canalització que condueix a una propagació direccional col·lectiva de feixos de DSWs [56, 100, 110]. En este punt cal recordar que les asímptotes de la corba de dispersió de les ones extraordinàries (e), al pla $k_y k_z$, tenen pendents donades per $\tan^2 \theta_e = -\epsilon_{\perp} / \epsilon_{\parallel}$. En conseqüència $\theta_D < \theta_e$, com s'il·lustra a la Figura 5.2(b), i al límit $\Omega \rightarrow 0$ ($\epsilon_{\perp} \rightarrow -\infty$) obtenim $\theta_D \rightarrow \theta_e$.

A la banda d'alta freqüència $\Omega_2 < \Omega < 1$, ens trobem que $\epsilon_{\parallel} < 0 < \epsilon_{\perp}$. Este cas el representem en la Figura 5.2(c). De manera similar al que passa a les Figures 5.2(a) i (b), la corba de dispersió de les DSWs es troba sempre molt pròxima a la corba $\kappa_e = 0$. Però ara esta creua la corba hiperbòlica de les ones e en dos punts diferents, on les solucions de l'equació de Dyakonov comencen i acaben respectivament. En comparació, l'interval angular de les DSWs torna a ser significativament baix. Pel que sembla, la component z de k_D tendeix a aproximar-se a $\Omega \sqrt{\epsilon_{\perp}}$ degut al domini simultani de les ones o i e . En general, un lleuger augment de l'índex de refracció en el medi isòtrop empeny el vector d'ona k_D a valors més alts, el que porta a una enorme reducció en la corba de dispersió de les ones de superfície. Com a conseqüència d'això, els materials d'alt n donen lloc a condicions adverses per l'excitació DSWs al voltant de la freqüència de plasma.

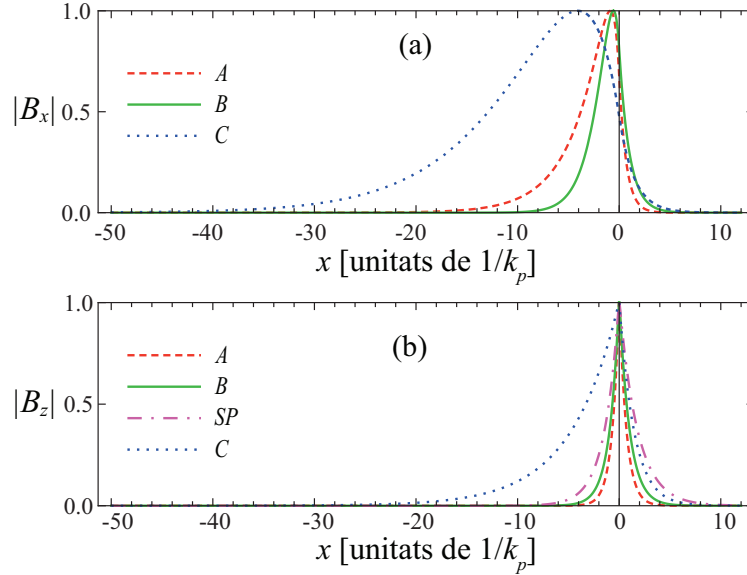


FIGURA 5.3: Variació del camp magnètic (a) $|B_x|$ i (b) $|B_z|$ al llarg de l'eix x per als punts A, B, i C assenyalats en la Figura 5.2. El camp està normalitzat a la unitat al seu valor màxim absolut. Incloem el punt SP associat amb les ones superficials TM^x .

La Figura 5.3 ens mostra el camp magnètic per als punts A, B, i C, tots tres marcats en la Figura 5.2. Representem també la component z del camp B que està associat amb el punt SP que apareix en la Figura 5.2(b), i que correspon a un plasmó de superfície ($B_x = 0$). Per als casos A i B el camp està estretament confinat al voltant de la superfície $x = 0$, en un rang de poques unitats de $1/k_p$. Tal localització és clarament més forta que la del plasmó de superfície que apareix en $\Omega = 0.28$ (a $k_y = 0.625$). Això està causat per l'elevat valor del nombre d'ona de la DSW, sent $k_D = 1.44$ i 1.03 per als punts A i B, respectivament. Excepcionalment, el confinament més baix es produeix en $\Omega = 0.85$ al fer l'elecció C, tot i considerar una DSW amb un vector d'ona elevat $k_D = [0, 0.2, 1.07]$. En este cas, la interacció de les ones o i e , de decaïment lent, va en contra de la

localització de l'ona de superfície.

5.2.2 Medi semiinfinit isòtrop amb índex de refracció alt

A continuació analitzem el cas quan $\epsilon_{\parallel} < \epsilon$ en el domini espectral $\Omega < \Omega_1$. Per tant, la corba $\kappa = 0$ que caracteritza el medi isòtrop creua la corba de dispersió TM^z $\kappa_e = 0$ del metamaterial uniaxial. Tinguem en compte que el creuament de les corbes és obligatori quan considerem materials amb permitivitats que són totes positives, d'igual forma que a l'article pioner de Dyakonov [25, 30]. El nostre cas actual revela algunes similituds amb les DSWs analitzades en la Secció 5.2.1. Per exemple, no es troben solucions de l'equació de Dyakonov (4.9) si addicionalment $-\epsilon_{\perp} < \epsilon$, que es produeix a $\Omega_0 < \Omega < \Omega_1$. No obstant això, hi ha algunes diferències, que són dignes d'esmentar.

A les nostres simulacions numèriques es va utilitzar un material dielèctric amb $\epsilon = 10$, el que porta a $\Omega_0 = 0.145$. A la Figura 5.4(a) il·lustrem l'equació de dispersió de les DSWs per a $\Omega = 0.1$. Ací la corba de les DSWs també s'aproxima a una hipèrbola. En este exemple, però, no es troben bandes prohibides prop de l'eix inclús per a freqüències baixes, i l'Eq. (4.9) proporciona solucions per a qualsevol valor real de k_z . Les Figures 5.4(b) i 5.4(c) mostren el perfil del camp magnètic al llarg de l'eix x per a dos punts diferents (D i SP) de la corba de dispersió. Un cop més, les ones de superfície híbrides (cas D) mostren un confinament més estricte prop de la superfície de separació $x = 0$ que el que ens dona la solució de l'Eq. (5.2) i que s'atribueix a plasmons de superfície amb polarització pura TM^x (cas SP).

Finalment assumint que $\epsilon_{\perp} < \epsilon$ a una freqüència donada de la finestra espectral $\Omega_2 < \Omega < 1$, no hem trobat solucions de l'Eq. (4.9). Com es va discutir en

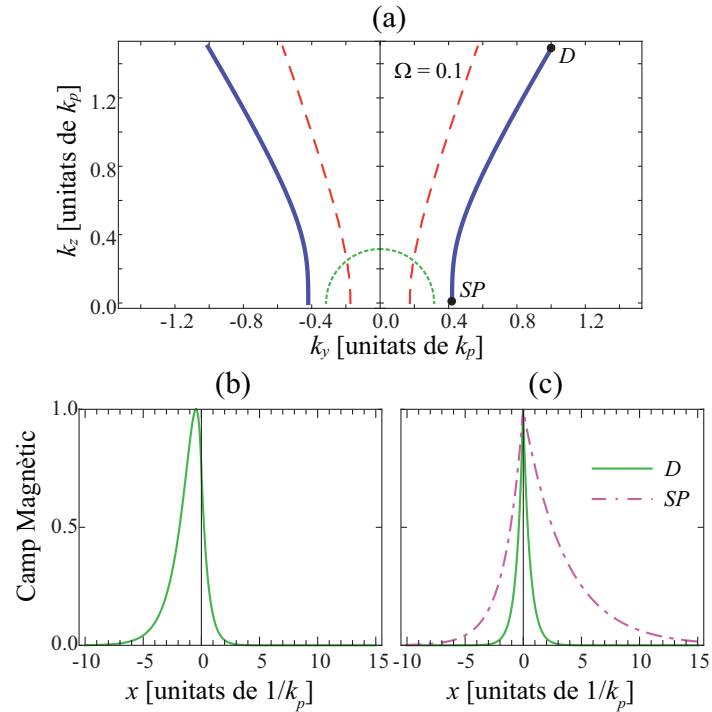


FIGURA 5.4: (a) Solucions de l'Eq. (4.9) a una freqüència $\Omega = 0.10$ per a un medi isòtrop de permitivitat $\epsilon = 10$ i un metamaterial nanoestructurat compost per un metall de Drude i un dielèctric amb $\epsilon_d = 2.25$. Hem representat les corbes $\kappa = 0$ i $\kappa_e = 0$ amb línies puntejades i de traços respectivament. Perfil del camp magnètic (b) $|B_x|$ i (c) $|B_z|$ al llarg de l'eix x al punt D mostrat en (a), incloent el punt SP associat amb una ona superficial TM^x .

la Secció 5.2.1, els valors grans de ϵ van en perjudici de l'aparició d'ones de superfície híbrides.

5.3 Anàlisi d'un cas pràctic

5.3.1 Discussió sobre els efectes no locals

Una extensa discussió sobre els efectes no locals que apareixen en metamaterials amb dispersió el·líptica es va presentar a la Secció 4.3. En el cas actual, de nou, les ones de Bloch involucrades en la formació de les DSWs i degut a la no localitat en el medi estructurat tenen un impacte en el vector d'ona \mathbf{k}_D en la interfície $x = 0$, i a més també imposen condicions addicionals en esta frontera. Donat que la introducció d'una permitivitat efectiva requereix algun tipus de camp mitjà normal a les capes de metall-dielèctric, l'excitació de camps evanescents en el medi isòtrop vindrà fonamentalment governada pel valor de k_D que determina la constant d'atenuació κ . Però, la dispersió espacial també portarà a fortes oscil·lacions del camp en tot el sistema [102, 111, 112]. Això significa que les condicions de contorn convencionals imposades per l'equació $\det(\mathbf{M}_i) = 0$ ja no són vàlides. Esta forta variació del camp ocorre en l'escala d'una sola capa. En conseqüència, camps evanescents amb freqüències espacials molt superiors a k_D intervindran activament en el medi isòtrop molt a prop de la interfície. Com veurem en les simulacions FEM que apareixen a la Secció 5.3.2, el predomini d'estes components del camp d'alta freqüència és significatiu a la vora de les làmines metàl·liques adjacents al medi isòtrop.

5.3.2 Simulacions amb el mètode dels elements finits incloent efectes dissipatius

Seguint el mateix procediment donat al Capítol 4 tot seguit analitzem els efectes dissipatius en les parts metàl·liques del nostre sistema. Tenint en compte les

pèrdues òhmiques, la permitivitat ϵ_m es converteix en un valor complex. Com es mostra a la Secció 4.4, les tècniques numèriques per resoldre les equacions de Maxwell semblen ser les eines convenients per tal de proporcionar una caracterització adequada de les DSWs en materials nanoestructurats MD realistes.

Per a fer front a este problema, avaluem numèricament el valor de k_y per a un determinat nombre d'ona de Bloch k_z . Atès que la part imaginària de ϵ_m ja no la menyspreem, k_y es torna complex. Això significa que la DSW no pot propagar-se indefinidament; $\text{Im}(k_y)$ denota el factor d'atenuació de l'ona de superfície al llarg de la vora ocupada pel material nanoestructurat MD. A les nostres simulacions numèriques considerem una DSW dissipativa propagant-se a la interfície d'un material nanoestructurat de Ag-PMMA amb una longitud d'ona de $\lambda = 560$ nm (freqüència normalitzada $\Omega = 0.28$), i un medi isòtrop circumdant (aire). En conseqüència $\epsilon = 1$, $\epsilon_d = 2.25$, i $\epsilon_m = -11.7 + 0.83i$ (sent-hi $\omega_p = 12.0$ rad/fs) [106]. Per al material nanoestructurat plasmònic tenint en compte la nanotecnologia actual, com a cas pràctic, agafem $w_m = 9$ nm i $f = 0.25$.

El nostre enfocament computacional és mitjançant el programa COMSOL Multiphysics. Així, donat $k_z = 0.25$, que s'associa amb el punt B a la Figura 5.2(b), calculem la constant de propagació complexa: $k_y = 0.70 + 0.06i$. Els detalls d'estes simulacions es poden trobar a l'Apèndix A. Assenyalem que l'Eq. (4.9) prediu un valor $k_y = 0.85 + 0.24i$; a més, menyspreant les pèrdues en l'equació de Dyakonov s'obté, com es mostra a la Figura 5.2(b), $k_y = 1.00$. El nostre experiment numèric demostra un “corriment al roig” en la constant de propagació degut als efectes no locals. D'altra banda, la part imaginària $\text{Im}(k_y)$ disminueix considerablement (aproximadament en una proporció 1/4) en comparació amb les estimacions de l'EMA. Este important resultat fa possible la propagació de

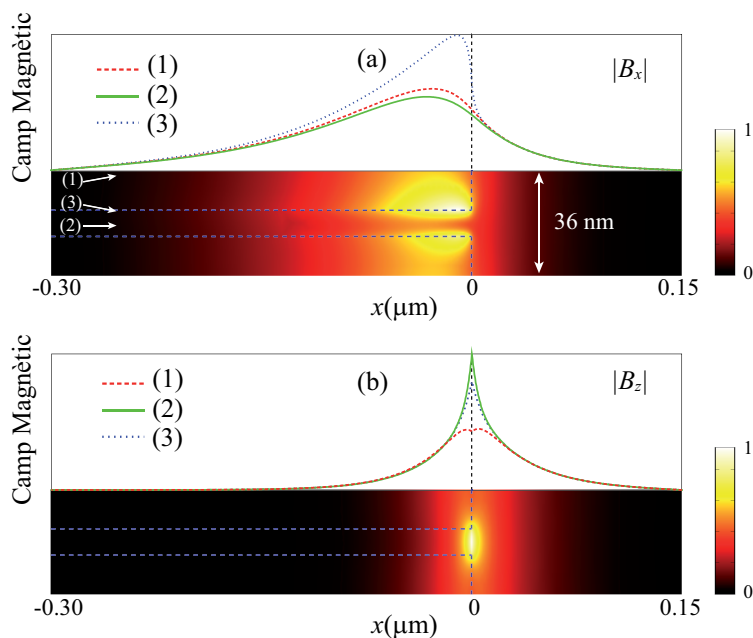


FIGURA 5.5: Gràfiques dels camps magnètics (a) $|B_x|$ i (b) $|B_z|$ al pla xz , calculats utilitzant el FEM. El metamaterial hiperbòlic està a l'esquerra, i es representa un únic període. També dibuixem els camps al llarg del centre de la làmina dielèctrica (1), el centre de la làmina metàl·lica (2), i un pla que conté la interfície d'Ag-PMMA (3).

les DSWs al llarg de distàncies significativament majors a les previstes per l'aproximació de longitud d'ona llarga.

La Figura 5.5 ens mostra el camp magnètic \mathbf{B} de la DSW en el pla xz . El patró calculat en una cel·la revela clarament els efectes no locals. Al llarg de l'eix z , és evident la variació brusca de \mathbf{B} a l'interior del material nanoestructurat, en contrast amb els supòsits que impliquen l'EMA. El camp no pot penetrar completament en el metall, i es concentra no només en la interfície plata-aire, sinó que també a les interfícies de Ag-PMMA sobre $x = 0$. De fet, a partir de les simulacions fetes amb el FEM, la relació entre $\max|B_x|$ i $\max|B_z|$ dona

0,80, considerablement més alta que el seu valor predit per l'EMA (igual a 0,37). Això demostra un augment del camp a les parets de les làmines metàl·liques i dins de les nanocapes dielèctriques, minimitzant els efectes de dissipació en el metamaterial amb pèrdues. Finalment, el camp distribuït al llarg de l'eix x és anàleg en tots els casos, també comparat amb els resultats basats en l'EMA.

5.4 DSWs en bandes prohibides de medis hiperbòlics

En les seccions anteriors hem demostrat que la presència de nanoelements metàl·lics condueix a efectes no locals i efectes de dissipació, que reformen la dinàmica de propagació del senyal de superfície. En esta secció examinem les condicions extraordinàries favorables que poden aparèixer a la banda prohibida en medis laminats metall-aïllant per a l'existència de DSWs. Com es va informar a fons en la Ref. [113], el control de les bandes secundàries mitjançant la regulació de la geometria del cristall plasmònic induïx una anisotropia òptica controlada, que és clarament diferent al règim hiperbòlic prescrit que es desenvolupa mitjançant l'EMA, però, ajudant a la presència de DSWs en la interfície entre el dit metamaterial hiperbòlic i un aïllant.

Aquí considerem una ona que es propaga en la superfície d'una xarxa Ag-Ge, on el medi envoltant que està situat per sobre de la xarxa metàl·lica estarà format per SiO_2 . A les nostres simulacions numèriques considerarem el germani i el diòxid de silici amb permetivitats $\epsilon_1 = 18,3$ i $\epsilon = 2,08$ en una longitud d'ona $\lambda_0 = 1550$ nm, respectivament [106, 114]; la permetivitat de la plata s'estableix com $\epsilon_2 = -100,8 + i8,2$ [115]. Si el factor d'ompliment de metall fora $f = 0,25$, les permetivitats eficaces del metamaterial anisòtrop serien $\epsilon_{\perp} = -11,48 + i2,05$ i $\epsilon_{\parallel} = 25,96 + i0,14$ a una longitud d'ona de

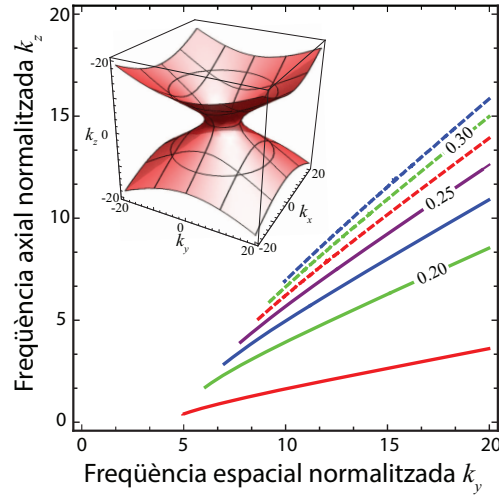


FIGURA 5.6: Corba d'isofreqüències per a DSWs hiperbòlics (incomplets), que són solucions de l'equació de Dyakonov per a diferents factors d'ompliment del metall que van des de 0.175 fins 0.325 (amb increments de 0.025). Requadre: Dispersió en el medi hiperbòlic amb $f = 0.25$

$\lambda_0 = 1550$ nm. Les pèrdues en la plata ens condueix cap a permitivitats complexes, però, podríem utilitzar $\epsilon_2 = -100,8$ sense tenir en compte la seva part imaginària, la qual cosa permet que $\epsilon_{\perp} = -11,48$ i $\epsilon_{\parallel} = 25,97$ (s'acosta $\text{Re } \epsilon_{\perp}$ i $\text{Re } \epsilon_{\parallel}$, respectivament) per a l'avaluació numèrica del vector d'ona superficial (k_y, k_z) . A la Figura 5.6 mostrem les solucions de l'equació de Dyakonov per al nostre metamaterial hiperbòlic Ag-Ge de tipus II amb $f = 0,25$ i alguns altres factors d'ompliment. La corba de dispersió dels DSWs descriu una corba hiperbòlica incompleta, trobant un punt final amb la condició $\kappa_e = 0$, on l'ona extraordinària trenca el seu confinament a les proximitats de la interfície isòtrop-uniaxial [108].

Considerem una nanoestructura realista que consisteix en làmines de plata amb $w_2 = 40$ nm intercalades entre capes de Ge amb $w_1 = 120$ nm, mantenint així un factor d'ompliment metàl·lic de $f = 0.25$ com es va analitzar anteriorment. A la

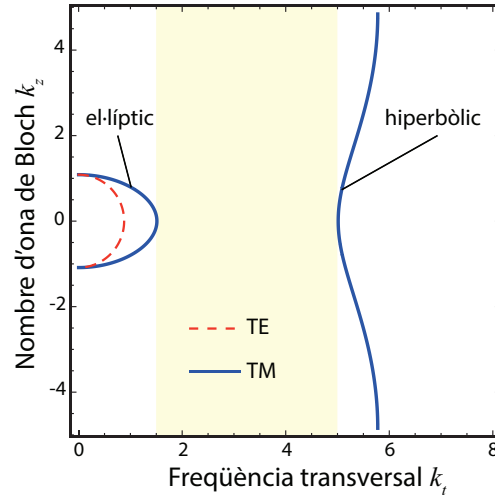


FIGURA 5.7: Gràfiques de contorn d'isofreqüències TE i TM per a modes de Bloch per al medi hiperbòlic amb $w_1 = 120$ nm i $w_2 = 40$ nm, a una longitud d'ona $\lambda_0 = 1550$ nm, demostrant l'existència d'una banda prohibida (regió ombrejada) i l'extinció del règim hiperbòlic per sota de la freqüència normalitzada $k_t = 5.8$. Per claredat menyspreem les pèrdues de la plata imposant $\epsilon_2 = -100.8$.

Figura 5.7 representem l'equació de dispersió de la nanoestructura 1D periòdica per a ones polaritzades TE i TM. Per claredat, considerem valors reals de ϵ_2 per tal de poder utilitzar freqüències espacials reals $k_t = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ i nombres d'ona de Bloch k_z , tots en unitats del nombre d'ones al buit $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. Tot i que el material està compost de nanocapes metall-aïllant amb dimensions sota la longitud d'ona, apareix una banda prohibida en el rang que va des de $k_t = 1.49$ fins $k_t = 5.01$. Una primera banda TM amb característiques similars a l'hiperbòlica domina a altes freqüències en el pla k_t , però l'extinció del règim hiperbòlic es evident més enllà de $k_t = 5.8$. A més, una segona banda emergeix per als modes TM de Bloch, els quals tenen una moderada anisotropia, el que es demostra amb les corbes de dispersió gairebé el·líptiques (amb permitivitats efectives positives) i birefringència positiva. Encara més, la dispersió dels modes

TE és aproximadament isòtropa. Concloem que les condicions satisfactòries per a l'existència de ones superficials de tipus Dyakonov les podem trobar a prop de la segona banda TM.

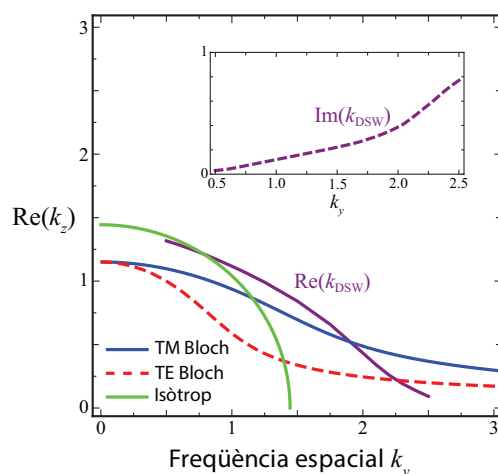


FIGURA 5.8: Representació gràfica de la corba de dispersió dels DSWs, representada amb línies de color púrpura. Com a referència, incloem les solucions de l'equació de dispersió a $k_x = 0$ en SiO_2 (línia sòlida verda) i en la nanoestructura periòdica per als modes TE (línia roja discontinua) i TM (línia sòlida blava).

Per tal d'obtenir les corbes de dispersió i els camps d'ones associats amb els DSWs, seguirem el mateix procediment de càlcul indicat a les Refs. [100, 108]. A la Figura 5.8 representem gràficament la constant de propagació dels DSWs k_z en termes de la freqüència espacial k_y al pla, caracteritzant la propagació obliqua de l'ona superficial. Com a referència també incloem les solucions de l'equació de dispersió a $k_x = 0$ en SiO_2 (línia sòlida verda) i en la superestructura periòdica Ag-Ge (línia roja discontinua i línia sòlida blava) que indiquen els camps EM amb constant d'esmoreïment nul·la (per als modes TE i TM) tant al medi isòtrop com al medi hiperbòlic respectivament. Com a resultat d'haver utilitzat un metamaterial anisòtrop amb pèrdues, les ones superficials no poden

propagar-se indefinidament i els DSWs s'esmoreixen amb una longitud de propagació L_{DSW} . Les ones superficials de tipus Dyakonov amb $\text{Im}(k_z)$ més alt (L_{DSW} més curta) succeïxen per als valors més alts de la freqüència espacial k_y . Atribuïm les longituds de propagació més curtes als camps evanescents amb constants d'esmoreïment més baixes i per tant penetraran més profundament a dins del compost absorbent metall-aïllant.

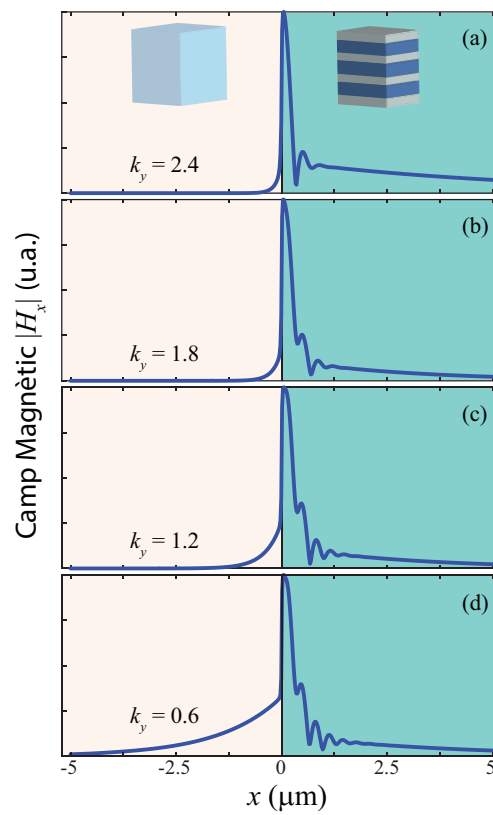


FIGURA 5.9: Valor absolut del camp magnètic H_x conforme varia al llarg de l'eix x , per al cas particular d'una freqüència espacial (a) $k_y = 2.4$, (b) $k_y = 1.8$, (c) $k_y = 1.2$, i (d) $k_y = 0.6$. Prenem el perfil del camp incloent el cantó inferior de la làmina de Ag.

Per al cas particular on la freqüència espacial transversal $k_y = 2.4$, obtenim que la constant de propagació (al llarg de l'eix òptic) del mode superficial pren un valor $k_z = 0.14 + i0.70$, per al que representem a la Figura 5.9(a) el valor absolut de H_x avaluada al llarg de la interfície Ag-Ge més baixa. Atribuïm la curta longitud de propagació d'esta ona superficial, $L_{DSW} = 180$ nm, a la llarga profunditat de penetració dins del compost metàl·lic, arribant a algunes micres. A prop del pic principal lleugerament desplaçat cap al metamaterial anisòtrop, com s'esperava, no es produeixen esclats irregulars originades per una activitat interferencial que donen lloc a oscil·lacions d'alta freqüència curts però intensos en el camp EM. Per tal de reduir la influència de les pèrdues de metall i per tant per augmentar la longitud de propagació de la DSWs, anem a desplaçar cap al roig la freqüència espacial k_y [100]. Això últim implica que la direcció de propagació de la DSW girarà cap a l'eix z que marca l'orientació de la periodicitat de la xarxa. A la Figura 5.9 també representem $|H_x|$ per (b) $k_y = 1, 8$, (c) 1.2 i (d) 0.6 , el que resulta en una constant de propagació per al DSW $k_z = 0,62 + i0,29$, $1,02 + i0,16$ i $1,28 + i0,04$, respectivament. És evident que una disminució de la part imaginària de k_z es regeix pel desequilibri del camp de l'ona transversal que es transfereix cap al material isòtrop semi-infinit. Alhora, la corba de dispersió dels DSWs s'aproxima a la corba de isofreqüència $k_x = 0$ per al medi isòtrop, com es veu a la Figura 5.8, revelant una caiguda de la constant d'esmoreïment al SiO_2 .

Per tal d'obtenir una visió completa de les característiques d'aquests DSWs, a la Figura 5.10 es traça el contorn del camp magnètic H_x a la cel·la unitat completa de la retícula de metall-aïllant per a diferents freqüències espacials k_y . El camp és més gran en les interfícies d'Ag-Ge, que mostra oscil·lacions harmòniques amortides, sempre que ens movem lluny de la interfície SiO_2 . L'origen d'aquest fenomen sembla residir en la interferència de dos modes quasi-guiats que estan confinats en cada nanocapa de germani. Per tant, observem un bateig dels modes

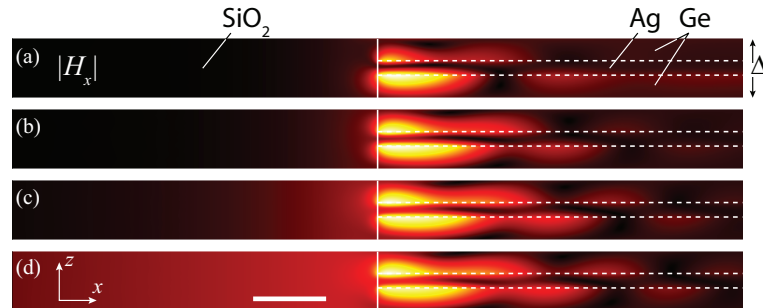


FIGURA 5.10: Distribució del camp magnètic $|H_x|$ al pla xz , prenent una única cel·la unitat de la multicapa metall-aïllant, per a DSWs amb freqüència espacial (a) $k_y = 2.4$, (b) $k_y = 1.8$, (c) $k_y = 1.2$ i (d) $k_y = 0.6$. La longitud de la barra blanca és 200 nm.

evanescents excitats TM^z a la nanoguia Ag-Ge-Ag. Com a conclusió, hi ha una forta localització del camp electromagnètic als voltants de la interfície d'Ag-SiO₂, que es porta a terme principalment per la component z del camp magnètic (no mostrat a la Figura 5.10). Este efecte plasmònic gairebé ressonant serveix per aconseguir pics d'intensitat extrema.

5.5 Resum

En este capítol hem mostrat que l'excitació de DSWs en la interfície d'un dielèctric isòtrop i un metamaterial hiperbòlic dóna lloc a diferents règims de propagació. A baixes freqüències, les DSWs exhibeixen l'anomenada dispersió hiperbòlica [56]. Això passa, exclusivament, sempre que $0 < \epsilon < -\epsilon_{\perp}$. Per contra, trobem restriccions severes a altes freqüències, on $\epsilon_{\parallel} < 0 < \epsilon_{\perp}$ (dispersió hiperbòlica de dues fulles). La corba de dispersió de les DSWs creua la corba hiperbòlica de l'ona extraordinària en dos punts diferents, en les quals les

solucions de l'equació de Dyakonov comencen i acaben. En comparació amb el cas anterior, el rang espectral de DSWs torna a ser significativament baix.

Assenyallem que el camp de les DSWs segueix fortament confinat prop de la superfície $x = 0$. Tal localització és encara més forta que el confinament del plasmó de superfície (TM^x) que apareix en $k_z = 0$.

Seguidament analitzem els efectes no locals i de dissipació causats per l'ample finit i pèrdues òhmiques de les nanocapes metàl·liques, respectivament. Com a aplicació pràctica es va avaluar l'existència de DSWs dissipatives en la interfície d'un material nanoestructurat Ag-PMMA i aire. Els resultats del nostre experiment numèric basat en el FEM demostren un "corriment al roig" en la constant de propagació degut als efectes no locals. D'altra banda, el camp es veu reforçat en les parets de les pel·lícules metàl·liques i dins de les nanocapes dielèctriques, minimitzant-se els efectes de dissipació en el metamaterial amb pèrdues.

Finalment, s'ha demostrat que l'existència de les ones de superfície de Dyakonov en certs règims hiperbòlics pot eixir-se del règim de longitud d'ona llarga. En presència d'una estructura múltiple de bandes, les corbes de dispersió d'una banda secundària s'ajusten a la birefringència positiva apropiada que poden trobar-se en tots els materials dielèctrics, imitant així les condicions convencionals per a l'existència de les ones de superfície de Dyakonov. El camp amortit dins el metamaterial presenta un fenomen de bàtec. Els nostres resultats confirmen que l'excitació d'ones superficials de Dyakonov és concebible en règims no explorats; en el nostre cas es troba simplement manipulant la geometria de les nanoestructures periòdiques.

Capítol 6

Conclusions i perspectives

6.1 Conclusions

En esta Tesi hem tractat de donar algunes respostes a les preguntes establertes sobre la propagació de les ones de superfície de Dyakonov propagant-se en la interfície entre un material dielèctric isòtrop i un metamaterial MD.

En primer lloc hem presentat una anàlisi teòrica/numèrica completa de les corbes de dispersió en els materials nanoestructurats MD semi-transparentes, incloent els resultats basats en l'EMA. Trobem una enorme birefringència en este tipus de metamaterials, que pot conduir a règims hiperbòlics sota algunes condicions apropiades.

A continuació, hem demostrat que existeixen ones de superfície amb polarització híbrida que poden propagar-se de forma obliqua en la interfície entre un metamaterial bicapa plasmònic i un material isòtrop transparent. No obstant això, la consideració d'una amplada realista de les làmines condueix a solucions que

s'aparten significativament dels resultats que es deriven directament de l'EMA i l'anàlisi de Dyakonov. A la pràctica, és fàcilment assolible un rang angular ultra ample d'existència de les ones de superfície. A més, les DSWs presenten una longitud de propagació de gran a moderada. De fet, un DSW s'eixampla a mesura que es propaga, no a causa de la difracció sinó degut a un filtrat espectral imposat per l'absorció del metall.

També vam analitzar mitjançant càlcul numèric les propietats de dispersió de les ones de superfície de Dyakonov que es propaguen en la interfície entre un medi sense pèrdues isòtrop i un cristall uniàxic amb pèrdues, este últim resultant d'aplicar de l'EMA al metamaterial multicapa dielèctric/metall. Es conclou que la presència de l'absorció en el medi anisòtrop limita la longitud de propagació d'estes ones de superfície, però la distribució i dispersió del camp espacial prop de la discontinuïtat del material varia lleugerament. A més, hem trobat una nova família d'ones electromagnètiques confinades als voltants de la interfície isòtrop/anisòtrop i que es propaguen de forma obliqua a l'eix òptic del material birefringent. Estes ones de superfície, ací encunyades com ones superficials de Dyakonov de tipus II, no es poden trobar si utilitzem materials sense pèrdues.

Finalment hem demostrat que l'excitació de les DSWs a la interfície d'un dielèctric isòtrop i un metamaterial hiperbòlic es pot donar per a diferents règims de propagació. A baixes freqüències, les DSWs exhibeixen la ben coneguda dispersió de tipus hiperbòlica. Per contra, a altes freqüències on el metamaterial exhibeix una dispersió hiperbòlica de tipus I trobem greus restriccions. En comparació amb el cas anterior, el rang espectral de les DSWs torna a ser significativament baix. D'altra banda, els materials amb alt n donen lloc a condicions adverses per a l'excitació de DSWs.

Assenyalem que el camp de les DSWs segueix fortament confinat prop de la interfície dielèctric/metamaterial. Cal destacar que la localització d'estes ones

és fins i tot més intensa que el confinament dels plasmons de superfície purs. D'altra banda, els nostres experiments numèrics basats en el FEM mostren un "desplaçament cap al roig" a la constant de propagació causada per efectes no locals. A més, el camp ha augmentat en les parets de les pel·lícules metàl·liques i dins de les nanocapes dielèctriques, minimitzant els efectes dissipatius en el metamaterial amb pèrdues. Com a conseqüència, les DSWs es propaguen al llarg de distàncies significativament més llargues que les predites per l'aproximació de la longitud d'ona llarga.

Adicionalment s'ha demostrat que l'existència de les ones de superfície de Dyakonov en certs règims hiperbòlics pot eixir-se de l'EMA. En presència d'una estructura múltiple de bandes, les corbes de dispersió d'una banda secundària s'ajusten a la birefringència positiva apropiada que poden trobar-se en tots els materials dielèctrics, imitant així les condicions convencionals per a l'existència de les DSWs. El camp amortit dins el metamaterial presenta bàtecs òptics. Els nostres resultats confirmen que l'excitació d'ones superficials de Dyakonov és concebible en règims encara no explorats; en el nostre cas es troba simplement manipulant la geometria de les nanoestructures periòdiques.

Per concloure, assenyalem que les propietats de les DSWs canvien ràpidament amb l'índex de refracció del medi que l'envolta, el que suggereix possibles aplicacions en la detecció química i biològica i en nanoimatge.

6.2 Perspectives

Encara que s'ha fet un gran esforç per tal de mostrar els principals aspectes de la propagació de les ones de superfície híbrides de Dyakonov a la vora dels metamaterials MD multicapes, encara continuen obertes algunes preguntes. Algunes

d'elles tenen clares implicacions en els fonaments teòrics però algunes altres es refereixen a aplicacions com la detecció i la guia d'ones.

Un problema que pot ser interessant resoldre es basa en la unicitat de les solucions donades en esta Tesi considerant que el metamaterial homogeneïtzat exhibeix dispersió el·líptica per ones amb polarització TM . Provocada per els efectes no locals, una branca del hiperboloide coexisteix juntament amb l'el·lipsoide de revolució esmentat. En este cas, es podria pensar que sorgiran noves solucions relacionades amb esta branca plasmònica, de la mateixa manera que es troben en metamaterials purament hiperbòlics. Les propietats de dispersió i confinament espacial d'estes solucions serien també objecte de comparació i anàlisi.

D'altra banda, destaquem l'existència dels així anomenats "Spoof Plasmons" [116, 117]. Encara que una superfície plana perfectament conductora no suporta estats lligats, la presència de qualsevol imperfecció periòdica de la superfície plana (per exemple, matrius 1D de ranures) provoca l'aparició d'estats lligats superficials que tenen fortes similituds amb els SPPs canònics d'una superfície metàl·lica plana. La pregunta ara és si es poden trobar també ones de superfície de Dyakonov amb polarització híbrida que es propaguen en este tipus de superfícies corrugades.

Finalment, les aplicacions orientades a la detecció requereixen d'un coneixement profund de les condicions opto-geomètriques per a l'excitació de les DSWs. En este context, la coincidència de fases a les DSWs es pot aconseguir en un sistema de tres capes que consisteix en una pel·lícula de metamaterial prima ficada entre dos aïllants de diferents constants dielèctriques. Per tant, l'esquema d'acoblament implica la penetració dels camps del feix d'excitació a la interfície del metamaterial/dielèctric on l'excitació de les DSWs tenen lloc. Dues geometries diferents són possibles per a l'acoblament. La configuració més comuna és el mètode de Kretschmann. Altra geometria és la configuració d'Otto. A més, el

desajustament entre la component en el pla del moment dels fotons incidents i el vector d'ona de la DSW també es pot superar mitjançant el gravat en, o bé la part metàl·lica o en la part dielèctrica de la interfície, amb una xarxa de ranures poc profundes. Com s'ha demostrat amb els SPPs, totes estes disposicions poden ser útils per al sensat produït per DSWs, fet que esperem validar al futur pròxim.

Apèndix A

Simulació numèrica amb COMSOL Multiphysics 3.5a

A.1 Què és COMSOL Multiphysics?

Els fenòmens físics, en la seva majoria, poden ser analitzats a través d'equacions diferencials parcials (EDP). A l'hora de resoldre estes EDP existeixen infinitat de tècniques i mètodes, un dels més emprats, per la seva flexibilitat i potència, és el mètode FEM.

El programa COMSOL és, de forma general, un entorn interactiu que permet modelar i resoldre tota classe de problemes de caràcter científic o d'enginyeria basats en EDP a través del mètode FEM. En COMSOL l'usuari pot definir-se el sistema de EDP que representa al seu model físic o bé utilitzar algun dels mòduls

especialitzats que disposa el programa. Aquests mòduls consisteixen en plantilles prèviament definides i interfícies d'usuari preparades amb les equacions i variables per a les àrees de l'aplicació específica.

En el nostre cas particular utilitzarem el mòdul RF que proporciona un entorn únic per a la modelització de components i sistemes que treballen amb la propagació d'ones electromagnètiques en 2D i 3D. Este mòdul és útil per al disseny de component en pràcticament totes les àrees on es treballa amb ones electromagnètiques, com ara:

- Antenes.
- Guies d'ones i ressonadors de cavitat en enginyeria de microones.
- Fibres òptiques.
- Cristalls fotònics.
- Dispositius actius en fotònica.
- Medis actius.

A.2 Plantejament bàsic del problema a resoldre

En un medi sense propietats magnètiques, sense càrregues lliures ni corrents i invariant a translacions al llarg de la direcció y , açò és, $\epsilon(x, y, z) = \epsilon(x, z)$ (veure Figura A.1), la solució més general possible per a les equacions de Maxwell és una combinació lineal de camps de la forma:

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{h}(x, z) \exp(-ik_y y) \exp(i\omega t), \quad (\text{A.1a})$$

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{e}(x, z) \exp(-ik_y y) \exp(i\omega t), \quad (\text{A.1b})$$

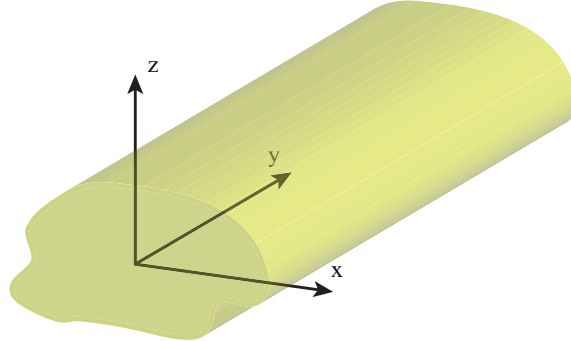


FIGURA A.1: Esquema bàsic d'un medi amb simetria axial.

sent k_y el nombre d'ona en la direcció y . Note's que en este apèndix hem escollit que la variació amb t dels camps harmònics siga de la forma $\exp(i\omega t)$, ja que este és el criteri que segueix COMSOL.

En estes condicions, únicament 2 de les 6 components del camp electromagnètic són independents. Així, en particular, les components transversals del camp magnètic $\mathbf{h}_t = (h_x, h_z)$ satisfan la següent equació d'ona:

$$\nabla_t (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) - \epsilon_{rt} \cdot \nabla_t \times \left(\frac{1}{\epsilon_{yy}} \nabla_t \times \mathbf{h}_t \right) + k_0^2 \epsilon_{rt} \cdot \mathbf{h}_t = k_y^2 \mathbf{h}_t, \quad (\text{A.2})$$

on k_0 és el nombre d'ona en el buit i $\nabla_t = (\partial_x, \partial_z)$ és el gradient transversal. A més s'ha considerat la possibilitat que el medi siga anisòtrop transversalment:

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & \epsilon_{xz} \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ \epsilon_{zx} & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad \epsilon_{rt} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Resolent este sistema de EDP, tenint en compte les condicions de frontera adequades i els lligams que imposen les equacions de Maxwell, s'obté la solució completa al problema.

En el nostre cas les configuracions que ens plantejem són dos. En primer lloc la geometria proposada originalment per Dyakonov [25]:

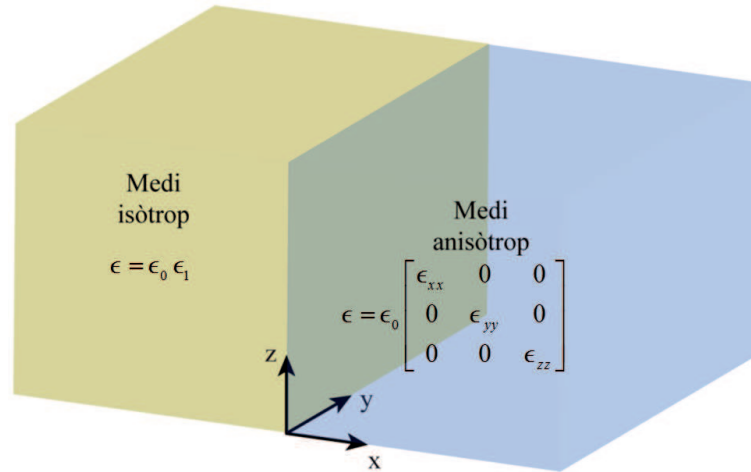


FIGURA A.2: Configuració esquemàtica plantejada per Dyakonov al seu article [25], que consisteix en un cristall anisòtrop semiinfinit amb permitivitat dielèctrica en forma de tensor $\bar{\epsilon}$ ($x > 0$) i un substrat isotròpic semiinfinit ($x < 0$) amb permitivitat ϵ constant.

Esta estructura presenta invariància a translacions en les direccions y i z , pel que les solucions més generals seran de la forma:

$$\mathbf{h}_t(x, y, z, t) = \mathbf{h}_t(x) \exp(-ik_z z) \exp(-ik_y y) \exp(i\omega t). \quad (\text{A.4})$$

D'entre estes cercarem únicament aquelles amb forma d'ones de superfície, açò és, que a més complisquen la condició $|\mathbf{h}_t(x)|_{|x| \rightarrow \infty} = 0$. Tot això es traduirà que solament existiran solucions d'este tipus per a un rang limitat de valors del vector d'ona de Dyakonov, $\mathbf{k}_D = (0, k_y, k_z)$.

La segona geometria és la que hem proposat i estudiat en els Capítols 4 i 5 i la podem veure en la Figura A.3. Esta configuració presenta novament invariància al

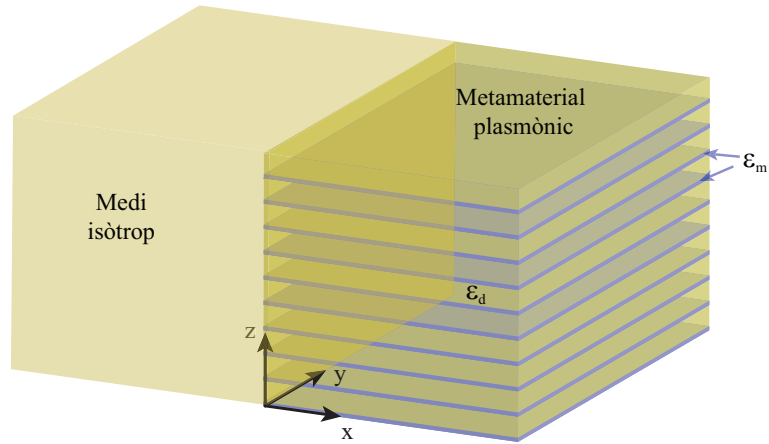


FIGURA A.3: Configuració esquemàtica plantejada als Capítols 4 i 5 que consisteix en un material nanoestructurat MD semiinfinit amb permitivitats dielèctriques ϵ_m i ϵ_d ($x > 0$) respectivament i un substrat isotròpic semiinfinit ($x < 0$) amb permitivitat ϵ constant.

llarg de la direcció y , però ara a més és periòdica en la direcció z . Les solucions seran de la forma:

$$\mathbf{h}_t(x, y, z, t) = \mathbf{u}_t(x, z) \exp(-ik_z z) \exp(-ik_y y) \exp(i\omega t), \quad (\text{A.5})$$

on k_z serà un vector de Bloch (vege's la Secció 3) i \mathbf{u}_t una funció periòdica en z , $\mathbf{u}_t(x, L) = \mathbf{u}_t(x, 0)$, sent L el període del material nanoestructurat MD. Cercarem, novament, ones de superfície, $|\mathbf{u}_t(x, z)|_{|x| \rightarrow \infty} = 0$, el que únicament se satisfarà per a un conjunt limitat de valors de (k_y, k_z) .

Una vegada plantejades les EDPs a resoldre i les condicions a exigir vegem com ho hem implementat en el COMSOL.

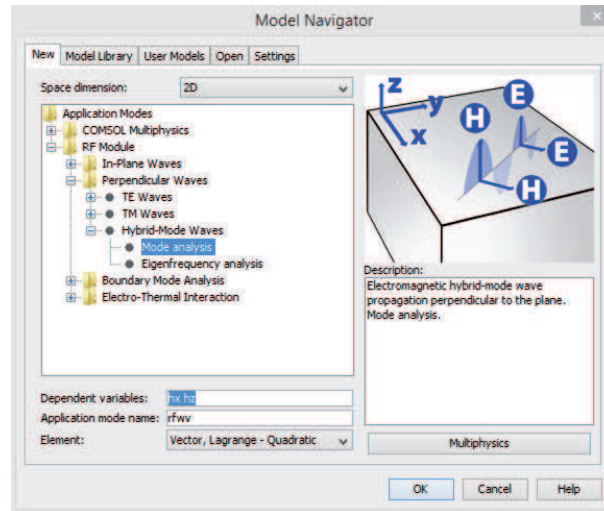


FIGURA A.4: Captura de pantalla de COMSOL Multiphysics 3.5a mostrant les eleccions triades.

A.3 Simulació numèrica amb COMSOL

Per als dos tipus de geometries el punt de partida és el mateix, vam emprar el mòdul RF amb les opcions que es detallen en la Figura A.4

Amb esta elecció la interfície d'usuari consisteix en un espai bidimensional en el qual es poden definir diferents subestructures de permetivitats ($\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots$) dielèctriques anisòtrops embegudes en un substrat que també pot ser anisòtrop (ϵ_s), tota l'estructura es considera invariant al llarg de la direcció y (Figura A.5). Per defecte, en les fronteres exteriors de la regió de treball s'imposa que el camp magnètic transversal és nul, mentre que en les fronteres interiors s'exigeix la seva continuïtat. El programa cerca, sota estes condicions, solucions de l'Eq. (A.2) per a les components (h_x, h_z) del camp magnètic i la seva corresponent constant de propagació k_y , a l'estil d'una equació de valors i vectors propis. Passem a

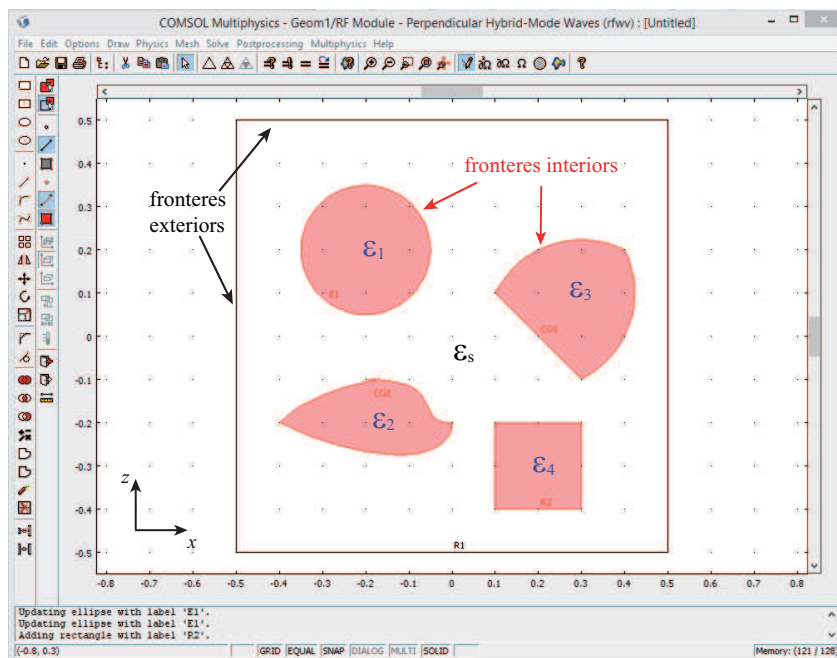


FIGURA A.5: Captura de pantalla d'una simulació en COMSOL Multiphysics 3.5a on podem veure clarament tant les fronteres interiors i exteriors. A més s'indica les diferents permitivitats que podem aplicar a les nostres regions interiors $\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots)$ encercades per un substrat amb permitivitat ϵ_s

analitzar les modificacions que en esta situació de partida hem hagut de realitzar per a resoldre les nostres dues configuracions.

A.3.1 Ones superficials de Dyakonov

En la Figura A.6 es mostra la geometria 2D que hem emprat per a modelar, en el COMSOL, les ones de Dyakonov. El domini o àrea de treball consisteix en una caixa rectangular ocupada completament per dos medis, un isòtrop, el de l'esquerra, l'altre, el de la dreta, un material uniàxic. Les solucions de tipus

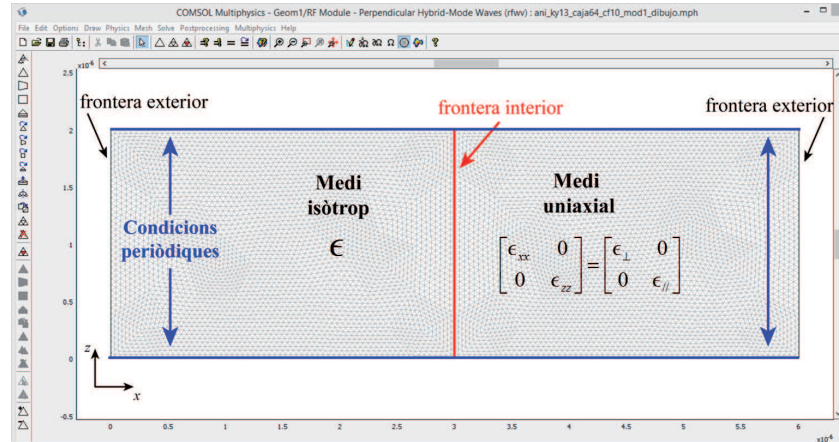


FIGURA A.6: Captura de pantalla d'una simulació en COMSOL Multiphysics 3.5a preparada per obtenir la solució que busquem. Hem destacat el dos medis i les fronteres exteriors i l'interior.

ona superficial, han de satisfer, com ja hem comentat, l'Eq. (A.4) i decaure en la direcció x al allunyar-se de la superfície de separació entre ambdós medis. Si fem la caixa prou ampla, els camps solució que anem cercant seran pràcticament nuls en les fronteres exteriors verticals i satisfaran doncs les condicions de frontera que imposa el programa per defecte. El mateix succeirà en la frontera interior, on el programa exigeix la continuïtat dels camps.

Quant a les fronteres exteriors horitzontals, anem a imposar de manera artificial una condició periòdica de tipus Bloch $[\mathbf{h}_t(x, L_z) = \exp(-ik_z L_z)\mathbf{h}_t(x, 0)]$. D'esta manera estem exigint que la dependència en z dels camps solució siga de la forma que desitjàvem, $\exp(-ik_z z)$, on el valor de k_z serà un paràmetre més de la simulació. Atès que en realitat l'estructura és invariant en z , l'altura de la caixa (L_z) pot prendre un valor qualssevol. Nosaltres, generalment, triarem un valor molt menut amb la finalitat de minimitzar les dimensions de l'àrea de treball i per tant el consum de recursos informàtics de la simulació (memòria i

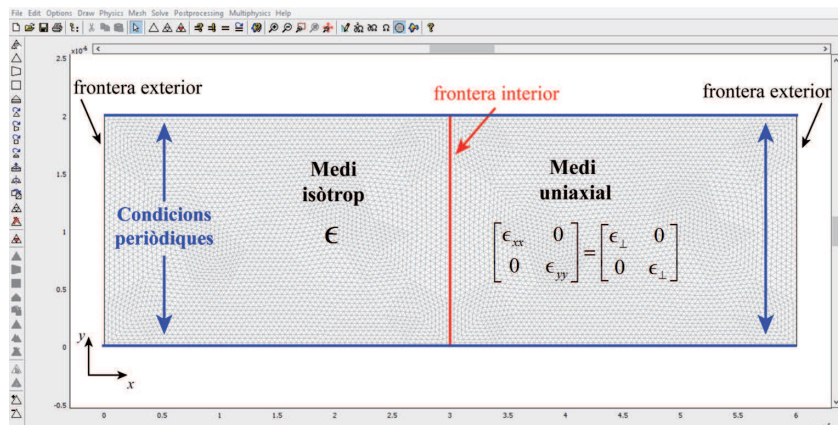


FIGURA A.7: Captura de pantalla d'una simulació en COMSOL Multiphysics 3.5a preparada per obtenir la solució que busquem amb la segona configuració de partida. Indiquem el medi isòtropic i el medi uniaxial, a més de les fronteres exteriors i l'interior.

temps de còmput). Escollint diferents valors de k_z i emprant el COMSOL per a obtenir el valor de k_y (i les components del camp h_x i h_z) que satisfà l'Eq. (A.2), en cada cas, podem construir la corba de dispersió del vector d'ona de Dyakonov, $\mathbf{k}_D = (0, k_y, k_z)$.

Donada la simetria del problema, podem escollir com configuració de partida la mostrada en la Figura A.7 i amb un procés similar al descrit anteriorment obtenir la corba de dispersió del vector \mathbf{k}_D . Amb la particularitat que en este cas, k_y serà un paràmetre que nosaltres podem triar i k_z el resultat de la simulació.

Ambdues formes d'abordar el problema són equivalents quan els medis no tenen pèrdues, però quan es consideren medis amb permitivitats dielèctriques complexes, el triar una o altra manera de resoldre el problema implica estar escollint el tipus d'experiment que es simula. Així en el primer plantejament, triem $k_z \in \mathfrak{R}$

i la solució de les EDP ens proporciona (en els casos en els quals existisca) el valor de k_y complex que li correspon, mentre que amb el segon, escollim un valor real para k_y i el resultat de la simulació serà un valor de k_z complex.

El poder simular el problema original de Dyakonov amb el COMSOL resulta interessant, ja que, d'una banda, ens permet comprovar les nostres simulacions, i per l'altra, ens serveix d'ajuda a l'hora de prendre decisions sobre les grandàries de la caixa i el mallat al abordar l'estructura proposada en el Capítol 4.

A.3.2 Ones superficials de Dyakonov en materials nanoestructurats MD

Per a modelar la nanoestructura proposada en el Capítol 4 hem d'escollir l'orientació que es mostra en la Figura A.8. Esta orientació és idèntica a la de la Figura A.6 i les condicions de contorn a triar seran també les mateixes, açò és, farem la caixa prou ampla, de manera que els camps solució que anem cercant seran pràcticament nuls en les fronteres exteriors verticals i exigirem la continuïtat dels camps en les fronteres interiors. En este cas, la periodicitat vertical (direcció z) no és un artifici i per tant l'altura de la caixa (L_z) ens vindrà imposada per la grandària de l'estructura a modelitzar. Per contra, el valor de k_z si seguirà sent un paràmetre més de la simulació. Novament podem realitzar un escombrat en valors de $k_z \in \Re$ i obtenir el valor de k_y (i les components del camp h_x i h_z), en cada cas, construint així la corba de dispersió per als modes de les ones superficials de Dyakonov.

Cal tenir en compte que degut a la permitivitat dielèctrica complexa del metall (ϵ_m) les corbes de dispersió que s'obtenen amb $k_z \in \Re$ (i per tant $k_y \in C$) evidentment diferiran de les quals s'obtindrien per a $k_y \in \Re$ ($k_z \in C$). El necessitar una o una altra dependrà de l'experiment dissenyat per a l'excitació

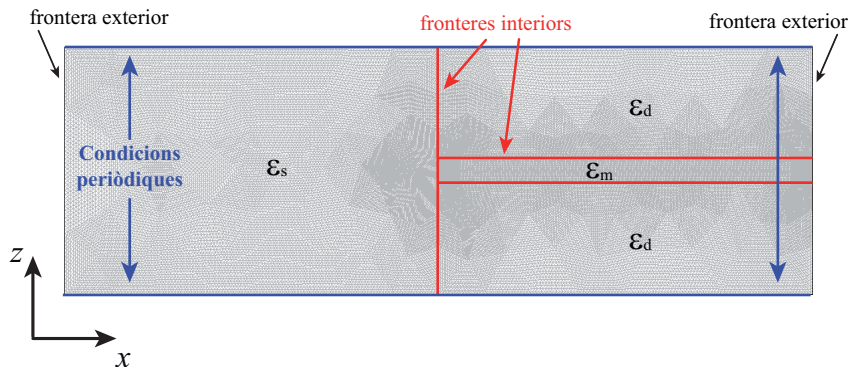


FIGURA A.8: Simulació en COMSOL Multiphysics 3.5a on tenim a l'esquerra del gràfic un medi isòtrop amb permittivitat relativa ϵ_s i una material nanoestructurat MD periòdic format per un costat, un dielèctric isòtrop amb permittivitat relativa ϵ_d i amplada w_d , i per l'altre costat un metall amb permittivitat relativa ϵ_m , que pot incloure pèrdues, i amplada w_m . Noteu que les amplades w_d i w_m son diferents. Hem destacat els medis i les interfícies entre els materials. Esta configuració és la que hem emprat per les nostres simulacions de cristalls MD i hem representat només una cel·la unitat degut a les condicions periòdiques.

d'estes ones superficials de Dyakonov, així amb la intenció de tenir cobertes les diferents possibilitats hem generat un codi que ens ha permès tenir k_y com un paràmetre més de la simulació, passant a ser k_z el autovalor resultat. Vegem les equacions en les que es basa este plantejament.

Si ens fixem en la Figura A.8 l'estructura a resoldre consisteix en quatre regions de permittivitats dielèctriques isòtropes i uniformes que expressem de la forma $\epsilon_i = \{\epsilon_s, \epsilon_m, \epsilon_m, \epsilon_d\}$. En cadascuna d'estes regions podem escriure l'Eq. (A.2) de la forma:

$$\partial_x^2 h_x + \partial_z^2 h_x + k_0^2 \epsilon_i h_x = k_y^2 h_x, \quad (\text{A.6a})$$

$$\partial_x^2 h_z + \partial_z^2 h_z + k_0^2 \epsilon_i h_z = k_y^2 h_z. \quad (\text{A.6b})$$

Si ara, a més tenim en compte que els camps solució en l'estructura completa periòdica poden escriure's segons el teorema de Bloch com:

$$\begin{bmatrix} h_x(x, z) \\ h_z(x, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x(x, z) \\ u_z(x, z) \end{bmatrix} \cdot \exp(-ik_z z), \quad (\text{A.7})$$

i substituïm estes expressions en l'Eq. (A.6) ens quedarà:

$$\partial_x^2 u_x + \partial_z^2 u_x + k_0^2 \epsilon_i u_x - 2ik_z \partial_z u_x - k_z^2 u_x = k_y^2 u_x, \quad (\text{A.8a})$$

$$\partial_x^2 u_z + \partial_z^2 u_z + k_0^2 \epsilon_i u_z - 2ik_z \partial_z u_z - k_z^2 u_z = k_y^2 u_z. \quad (\text{A.8b})$$

Note's que ara en les expressions apareix explícitament tant k_z com k_y , el que ens va a permetre escollir un dels dos com paràmetre del sistema, obtenint-se l'altre al resoldre les equacions i aplicar les condicions de frontera adequades.

Vegem com implementar estes noves equacions. En el COMSOL existeixen diferents maneres d'especificar el sistema de EDP que es vol resoldre, una és la que hem emprat fins a ara, que consisteix a utilitzar un dels modes d'aplicació definits prèviament en algun dels mòduls, en el nostre cas el mòdul RF, i l'altra consisteix en definir-se un mateix el sistema EDP que millor s'ajusta al problema a abordar.

L'equació genèrica que resol el COMSOL al escollir realitzar una anàlisi modal és la següent:

$$\nabla \cdot (-c \nabla \mathbf{u} - \alpha \mathbf{u} + \gamma) + a \mathbf{u} + \beta \nabla \mathbf{u} = d_a \lambda \mathbf{u} - e_a \lambda^2 \mathbf{u}, \quad (\text{A.9})$$

on \mathbf{u} és un vector columna $\mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_n\}$ els components del qual són les funcions camp del problema a resoldre, ∇ és un gradient de dimensió n , els coeficients (a, d_a, e_a) són, en el cas més general, matrius $n \times n$, mentre que

$(c, \alpha, \gamma, \beta)$ podran ser matrius d'estructures més complexes per a així permetre una gran varietat de formulacions. Finalment λ és un escalar i correspon al autovalor solució.

Un conjunt de coeficients amb el qual es generen les Eqs. (A.8) és:

$$c = \epsilon^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{J} \\ -\mathbf{J} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10a})$$

$$\alpha = i\lambda\epsilon^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\mathbf{s}_2 & -\mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_1 & -\mathbf{s}_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10b})$$

$$\gamma = 0 \cdot \mathbf{I}, \quad (\text{A.10c})$$

$$a = \left(-\frac{\omega^2}{c^2} + \epsilon^{-1}k_y^2 \right) \cdot \mathbf{I}, \quad (\text{A.10d})$$

$$\beta = i\lambda\epsilon^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_2 & -\mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10e})$$

$$d_a = 0 \cdot \mathbf{I}, \quad (\text{A.10f})$$

$$e_a = \epsilon^{-1} \cdot \mathbf{I}, \quad (\text{A.10g})$$

sent-hi els vectors

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x(x, z) \\ u_z(x, z) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11a})$$

$$\mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11b})$$

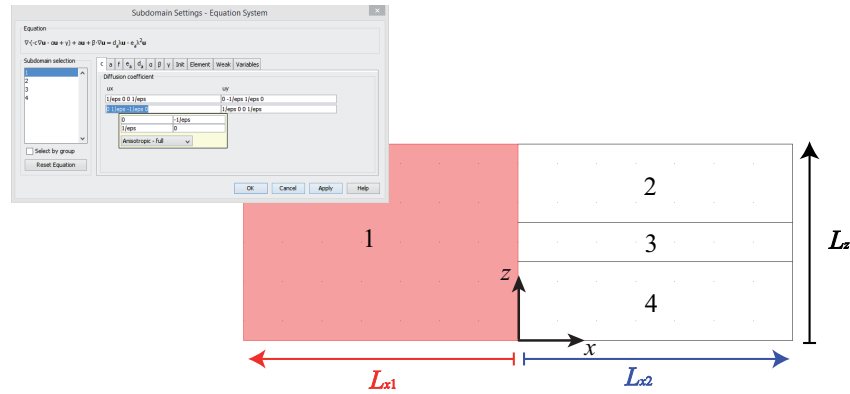


FIGURA A.9: Representació de les configuracions dels diferents medis per poder obtenir els paràmetres requerits. El medi 1 es correspon al substrat $x < 0$. En $x > 0$ tenim el material nanoestructurat MD, on els medis 2 i 4 són materials dielèctrics isòtrops i el medi 3 és el metall, que pot tindre pèrdues. Les longituds L_{x1} i L_{x2} són suficients per a que els camps estiguen completament amortits. L_z és l'amplada de la cel·la unitat. En la cantonada superior podem veure la interfície de configuració dels sub-dominis.

i les matrius

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12a})$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.12b})$$

Tenir en compte que λ , que és el autovalor en la notació de COMSOL, i que per tant seria resultat de la simulació, es correspon en esta formulació amb k_z .

El problema queda plantejat, doncs, de la següent manera. En cadascuna de les quatre regions es defineix un conjunt de coeficients $\{c, \alpha, a, \beta, \gamma, d_a, e_a\}_i$ per a $i = 1, 2, 3, 4$ (Figura A.9), que realment, com hem vist en les equacions prèvies, són idèntics salvo pel valor de la permitivitat dielèctrica, $\epsilon_i = \{\epsilon_s, \epsilon_d, \epsilon_m, \epsilon_d\}$.

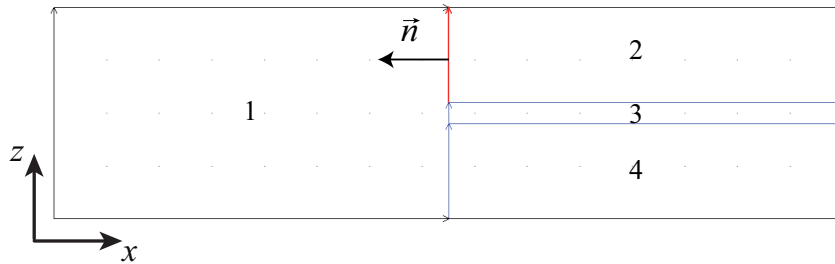


FIGURA A.10: Configuració de les fronteres en COMSOL. Vegem de nou els diferents dominis i el vector \vec{n} normal a la superfície de separació entre dues regions.

I s'imposen les condicions de contorn adequades. En les fronteres exteriors la situació és molt similar als anteriors plantejaments. Així doncs, farem la caixa prou ampla, i exigirem que els camps siguin nuls en les fronteres exteriors verticals [Eq. (A.13)], mentre que en les fronteres exteriors horitzontals, imposarem la periodicitat del camp \mathbf{u} [Eq. (A.14)].

$$\begin{bmatrix} u_x(-L_{x1}, z) \\ u_z(-L_{x1}, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x(L_{x2}, z) \\ u_z(L_{x2}, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{bmatrix} u_x(x, 0) \\ u_z(x, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x(x, L_z) \\ u_z(x, L_z) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

En el cas de les fronteres internes caldrà prestar una mica més d'atenció. COMSOL, per defecte, una vegada definits els coeficients de cada regió, imposa en les fronteres interiors entre dues d'estes regions la condició:

$$\vec{n} \cdot ([c\nabla\mathbf{u} + \alpha\mathbf{u} - \gamma]_1 - [c\nabla\mathbf{u} + \alpha\mathbf{u} - \gamma]_2) = 0, \quad (\text{A.15})$$

on $\vec{n} = n_x\hat{x} + n_z\hat{z}$ és el vector normal a la superfície de separació entre ambdues regions (Figura A.10).

Sobre la base de la nostra definició dels coeficients, les expressions genèriques dels termes que apareixen en esta condició de frontera és:

$$\vec{n} \cdot [(c\nabla\mathbf{u})] = \begin{bmatrix} n_x(\epsilon^{-1}\partial_x u_x + \epsilon^{-1}\partial_z u_z) + n_z(\epsilon^{-1}\partial_z u_x - \epsilon^{-1}\partial_x u_z) \\ n_x(\epsilon^{-1}\partial_z u_x + \epsilon^{-1}\partial_x u_z) + n_z(\epsilon^{-1}\partial_x u_x - \epsilon^{-1}\partial_z u_z) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.16a})$$

$$\vec{n} \cdot [(\alpha\mathbf{u})] = \begin{bmatrix} n_x(-\epsilon^{-1}(\imath\lambda)u_z) + n_z(-\epsilon^{-1}(\imath\lambda)u_x) \\ n_x(\epsilon^{-1}(\imath\lambda)u_x) + n_z(-\epsilon^{-1}(\imath\lambda)u_z) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.16b})$$

Estes expressions poden compactar-se recordant la relació entre els camps magnètics i els camps problema [Eq. (A.6)] i les condicions que imposen les equacions de Maxwell (recordeu que λ es correspon en esta formulació amb k_z),

$$(\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \hat{y} = \imath\omega\epsilon_{yy}e_y \longrightarrow \partial_z u_x - \partial_x u_z - (\imath\lambda)u_z = \imath\omega\epsilon_{yy}e_y \stackrel{\text{isòtrop}}{=} \imath\omega\epsilon e_y, \quad (\text{A.17})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \longrightarrow \partial_x u_x + \partial_z u_z - \imath\lambda u_z = \frac{-\imath}{k_y} h_y, \quad (\text{A.18})$$

quedant finalment:

$$\vec{n} \cdot [(c\nabla\mathbf{u}) + (\alpha\mathbf{u})] = \begin{bmatrix} n_x\epsilon^{-1} \left(\frac{-\imath}{k_y} h_y \right) + n_z(\imath\omega e_y) \\ n_x(-\imath\omega e_y) + n_z\epsilon^{-1} \left(\frac{-\imath}{k_y} h_y \right) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

Per tant la condició que imposa COMSOL és equivalent a:

$$\begin{bmatrix} n_x \left(\frac{-\imath}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} h_y \right)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} h_y \right)_2 \right] + n_z(\imath\omega) \left[(e_y)_1 - (e_y)_2 \right] \\ n_x(-\imath\omega) \left[(e_y)_1 - (e_y)_2 \right] + n_z \left(\frac{-\imath}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} h_y \right)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} h_y \right)_2 \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

El que al seu torn implica exigir que e_y i que $\left(\frac{1}{\epsilon} h_y \right)$ siguen funcions contínues. La primera de les condicions és correcta, però la segona entra en contradicció

amb les condicions imposades per les equacions de Maxwell (h_y ha de ser contínua). Per a resoldre este conflicte cal afegir una condició extra en les fronteres interiors, condició que es sumarà a les imposades per defecte. La condició que cal agregar és la següent:

$$\begin{bmatrix} n_x \left(\frac{-\iota}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 (h_y)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 (h_y)_2 \right] \\ n_z \left(\frac{-\iota}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 (h_y)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 (h_y)_2 \right] \end{bmatrix}. \quad (\text{A.21})$$

Al incorporar esta a les condicions per defecte, el terme conflictiu quedaria:

$$\begin{bmatrix} n_x \left(\frac{-\iota}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 + \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 \right] [(h_y)_1 - (h_y)_2] \\ n_z \left(\frac{-\iota}{k_y} \right) \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 + \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 \right] [(h_y)_1 - (h_y)_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.22})$$

amb el que es garanteix ara sí la continuïtat de h_y . Per a finalitzar escriurem la condició a agregar, Eq. (A.21), en funció dels camps problema.

$$\begin{bmatrix} n_x \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 (\partial_x u_x + \partial_z u_z - \iota \lambda u_z)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 (\partial_x u_x + \partial_z u_z - \iota \lambda u_z)_2 \right] \\ n_z \left[\left(\frac{1}{\epsilon} \right)_2 (\partial_x u_x + \partial_z u_z - \iota \lambda u_z)_1 - \left(\frac{1}{\epsilon} \right)_1 (\partial_x u_x + \partial_z u_z - \iota \lambda u_z)_2 \right] \end{bmatrix}. \quad (\text{A.23})$$

Apèndix B

Coeficients de la matriu de translació

En este Apèndix donem les expressions explícites dels elements de la matriu de translació de la cel·la unitat provinents de les Eqs. (3.6) i (3.7). Comencem amb els elements de la matriu elemental 2×2 , \mathbf{T}_{TM} , on tenim que

$$T_{TM11} = \frac{e^{-i(w_1 k_{TM1} + w_2 k_{TM2})}}{4\epsilon_1 \epsilon_2 k_{TM1} k_{TM2}} \times \left[(\epsilon_2 k_{TM1} + \epsilon_1 k_{TM2})^2 - e^{2iw_2 k_{TM2}} (\epsilon_1 k_{TM2} - \epsilon_2 k_{TM1})^2 \right], \quad (\text{B.1a})$$

$$T_{TM12} = \frac{i e^{iw_1 k_{TM1}} (\epsilon_2^2 k_{TM1}^2 - \epsilon_1^2 k_{TM2}^2) \sin(w_2 k_{TM2})}{2\epsilon_1 \epsilon_2 k_{TM1} k_{TM2}}, \quad (\text{B.1b})$$

$$T_{TM21} = \frac{i e^{-iw_1 k_{TM1}} (\epsilon_1^2 k_{TM2}^2 - \epsilon_2^2 k_{TM1}^2) \sin(w_2 k_{TM2})}{2\epsilon_1 \epsilon_2 k_{TM1} k_{TM2}}, \quad (\text{B.1c})$$

$$T_{TM22} = \frac{e^{i(w_1 k_{TM1} - w_2 k_{TM2})}}{4\epsilon_1 \epsilon_2 k_{TM1} k_{TM2}} \times \left[-(\epsilon_1 k_{TM2} - \epsilon_2 k_{TM1})^2 + e^{2iw_2 k_{TM2}} (\epsilon_2 k_{TM1} + \epsilon_1 k_{TM2})^2 \right]. \quad (\text{B.1d})$$

Els elements de \mathbf{T}_{TE} els podem escriure com

$$T_{TE11} = \frac{e^{-i(w_1 k_{TE1} + w_2 k_{TE2})} \left[(k_{TE1} + k_{TE2})^2 - (k_{TE1} - k_{TE2})^2 e^{2iw_2 k_{TE2}} \right]}{4k_{TE1} k_{TE2}}, \quad (\text{B.2a})$$

$$T_{TE12} = \frac{i(k_{TE1}^2 - k_{TE2}^2) e^{iw_1 k_{TE1}} \sin(w_2 k_{TE2})}{2k_{TE1} k_{TE2}}, \quad (\text{B.2b})$$

$$T_{TE21} = \frac{i(k_{TE2}^2 - k_{TE1}^2) e^{-iw_1 k_{TE1}} \sin(w_2 k_{TE2})}{2k_{TE1} k_{TE2}}, \quad (\text{B.2c})$$

$$T_{TE22} = \frac{e^{i(w_1 k_{TE1} - w_2 k_{TE2})} \left[-(k_{TE1} - k_{TE2})^2 + (k_{TE1} + k_{TE2})^2 e^{2iw_2 k_{TE2}} \right]}{4k_{TE1} k_{TE2}}. \quad (\text{B.2d})$$

Per completitud, assenyallem que les amplituds de les ones de Bloch es poden obtenir fàcilment tenint en compte el caracter unimodular de la matriu de translació de la cel·la unitat. Per tant podem escriure

$$\mathbf{v}_{qi} = \begin{bmatrix} A_{qi} \\ B_{qi} \end{bmatrix} = \frac{\exp(-iK_q \Lambda)}{\exp(-iK_q \Lambda) - T_{q11}} \cdot \begin{bmatrix} T_{q22} \\ \exp(-iK_q \Lambda) - T_{q11} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Apèndix C

Llista de publicacions

Esta Tesi doctoral està basada en els següents articles i comunicacions:

- Carlos J. Zapata-Rodríguez, Juan J. Miret, **J. Sorní-Laserna** i Slobodan Vuković, *Propagation of dyakonon wave-packets at the boundary of metallodielectric lattices*, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 19(3), 4601408, 2013. DOI: 10.1109/JSTQE.2012.2230153.
- Carlos J. Zapata-Rodríguez, Juan J. Miret, Slobodan Vuković, **J. Sorní-Laserna** i Zoran Jakšić, *Designed surface modes propagating along hyperbolic metamaterials*, 15th International Conference on Transparent Optical Networks, 2013.
- Carlos J. Zapata-Rodríguez, **J. Sorní-Laserna**, Slobodan Vuković, Luis E. Martínez, María T. Caballero i Juan J. Miret, *Novel prospects in hyperbolic metamaterials: Dyakonov-like surface waves*, 16th International Conference on Transparent Optical Networks, 2014.

Llista de publicacions

- **J. Sorní-Laserna**, Mahin Naserpour, Carlos J. Zapata-Rodríguez, i Juan J. Miret, *Dyakonov surface waves in lossy metamaterials*, *Optics Communications*, vol. 355, 251–255, 2015, DOI: 10.1016/j.optcom.2015.06.026.
- Juan J. Miret, **J. Sorní-Laserna**, Mahin Naserpour, Abbas Ghasempour Ardakani, i Carlos J. Zapata-Rodríguez, *Nonlocal dispersion anomalies of Dyakonov-like surface waves at hyperbolic media interfaces*, *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 18, 16–22, 2016. DOI:10.1016/j.photonics.2015.12.001.

Bibliografia

- [1] F. de Fornel. *Evanescent waves: From Newtonian optics to atomic optics*. Springer, 2001.
- [2] B. Hecht, B. Sick, U.P. Wild, V. Deckert, R. Zenobi, O.J.F. Martin, i D.W. Pohl. Scanning near-field optical microscopy with aperture probes: fundamentals and applications. *J. Chem. Phys.*, 112:7761–7774, 2000.
- [3] J. Zenneck. Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen langs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie. *Ann. Phys.*, 23:846–866, 1907.
- [4] V.N. Datsko i A.A. Kopylov. On Sommerfeld’s surface wave. *Phys. Usp.*, 51:101–102, 2008.
- [5] W.L. Barnes, A. Dereux, i T.W. Ebbesen. Surface plasmon subwavelength optics. *Nature*, 424:824–830, 2003.
- [6] A.V. Zayats, I.I. Smolyaninov, i A.A. Maradudin. Nano-optics of surface plasmon polaritons. *Physics Reports*, 408:131–314, 2005.
- [7] S.A. Maier. *Plasmonics: Fundamentals and applications*. Springer, 2007.

- [8] I. Abdulhalim, M. Zourob, i A. Lakhtakia. Surface plasmon resonance for biosensing: A mini-review. *Electromagnetics*, 28:214–242, 2008.
- [9] P. Berini. Long-range surface plasmon polaritons. *Adv. Opt. Photon.*, 1: 484–588, 2009.
- [10] N. Fang, Z. Liu, T.J. Yen, i X. Zhang. Regenerating evanescent waves from a silver superlens. *Opt. Express*, 11:682–687, 2003.
- [11] R. Dragila, B. Luther-Davies, i S. Vukovic. Surface plasmons in thin films. *Phys. Rev. Lett.*, 112:068103, 1969.
- [12] T. Vary i P. Markos. Scattering of the surface plasmon polaritons on the interface between two dielectrics. *Physica B*, 405:2982–2985, 2010.
- [13] X. Fan, G.P. Wang, J.C.W. Lee, i C.T. Chan. All-angle broadband negative refraction of metal waveguide arrays in the visible range: Theoretical analysis and numerical demonstration. *Phys. Rev. Lett.*, 97:073901, 2006.
- [14] D. de Ceglia, M.A. Vincenti, M.G. Cappeddu, M. Centini, N. Akozbek, A. D’Orazio, J.W. Haus, M.J. Bloemer, i M. Scalora. Tailoring metallo-dielectric structures for superresolution and superguiding applications in the visible and near-ir ranges. *Phys. Rev. A*, 77:03848, 2008.
- [15] J.J. Miret i C.J. Zapata-Rodríguez. Diffraction-free propagation of subwavelength light beams in layered media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27:1435–1445, 2010.
- [16] A. Pastuszczak i R. Kotynski. Optimized low-loss multilayers for imaging with sub-wavelength resolution in the visible wavelength range. *J. Appl. Phys.*, 109:084302, 2011.

-
- [17] C.J. Zapata-Rodríguez, D. Pastor, M.T. Caballero, i J.J. Miret. Diffraction-managed superlensing using plasmonic lattices. *Opt. Commun.*, 285: 3358–3362, 2012.
- [18] S. Lal, S. Link, i N.J. Halas. Nano-optics from sensing to waveguiding. *Nat. Photonics*, 1:641–648, 2007.
- [19] C.M. Wang, Y.C. Chang, M.W. Tsai, Y.H. Ye, C.Y. Chen, Y.W. Jiang, S.C. Lee, i D.P. Tsai. Angle-independent infrared filter assisted by localized surface plasmon polariton. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 20:1103–1105, 2008.
- [20] M.G. Silveirinha, A. Alu, i N. Engheta. Parallel-plate metamaterials for cloaking structures. *Phys. Rev. E*, 75:036603, 2007.
- [21] D.R. Smith i D. Schurig. Electromagnetic wave propagation in media with indefinite permittivity and permeability tensors. *Phys. Rev. Lett.*, 90: 077405, 2003.
- [22] I.D. Leon i P. Berini. Amplification of long-range surface plasmons by a dipolar gain medium. *Nat. Photonics*, 4:382–387, 2010.
- [23] R.F. Oulton, V.J. Sorger, T. Zentgraf, R.M. Ma, C. Gladden, L. Dai, G. Bartal, i X. Zhang. Plasmon lasers at deep subwavelength scale. *Nature*, 461:629–632, 2009.
- [24] R.F. Wallis, J.J. Brion, E. Burstein, i A. Hartstein. Theory of surface polaritons in anisotropic dielectric media with application to surface magnetoplasmons in semiconductors. *Phys. Rev. B*, 9:3424–3437, 1974.
- [25] M.I. Dyakonov. New type of electromagnetic wave propagating at an interface. *Sov. Phys. JETP*, 67:714–716, 1988.

- [26] O. Takayama, L. Crasovan, D. Artigas, i L. Torner. Observation of Dyakonov surface waves. *Phys. Rev. Lett.*, 102:043903, 2009.
- [27] O. Takayama, D. Artigas, i L. Torner. Lossless directional guiding of light in dielectric nanosheets using Dyakonov surface waves. *Nat. Nanotechnol.*, 9:419–424, 2014.
- [28] E.G. Gamaly. Optical phenomena on the interface between a conventional dielectric and a uniaxial medium with mixed metal-dielectric properties. *Phys. Rev. E*, 51:3556–3560, 1995.
- [29] O. Takayama, L.C. Crasovan, S.K. Johansen, D. Mihalache, D. Artigas, i L. Torner. Dyakonov surface waves: a review. *Electromagnetics*, 28: 126–145, 2008.
- [30] D. Walker, E.N. Glytsis, i T.K. Gaylord. Surface mode at isotropic-uniaxial and isotropic-biaxial interfaces. *J. Opt. Soc. Am. A*, 15:248–260, 1998.
- [31] M. Liscidini i J.E. Sipe. Quasiguidded surface plasmon excitations in anisotropic materials. *Phys. Rev. B*, 81:115335, 2010.
- [32] S. He. Electromagnetic surface waves for some artificial bianisotropic media. *J. Electromag. Waves Appl.*, 12:449–466, 1998.
- [33] V.M. Galynsky, A.N. Furs, i L.M. Barkovsky. Integral formalism for surface electromagnetic waves in bianisotropic media. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 37:5083–5096, 2004.
- [34] R.H. Tarkhanyan i D.G. Niarchos. Nonradiative surface electromagnetic waves at the interface of uniaxially bianisotropic enantiomeric media. *Phys. Status Solidi B*, 248:1499–1504, 2011.

-
- [35] M. Ciumac, D.M. Baboiu, i D. Mihalache. Hybrid surface modes in periodic stratified media: transfer matrix technique. *Opt. Commun.*, 111: 548–555, 1994.
- [36] M. Ciumac i D. Mihalache. Hybrid modes in asymmetric periodic stratified dielectric waveguides. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12:1695–1701, 1995.
- [37] M. Ciumac i D. Mihalache. Properties of Bragg reflectors composed of isotropic dielectric layers claded with birefringent media. *IEEE J. Quantum Electron.*, 32:513–518, 1996.
- [38] L. Torner, J.P. Torres, F. Lederer, D. Mihalache, i D.M. Baboiu. Nonlinear hybrid waves guided by birefringent interfaces. *Electron. Lett.*, 93: 1186–1188, 1993.
- [39] L. Torner, J.P. Torres, i D. Mihalache. New type of guided waves in birefringent media. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 5:201–203, 1993.
- [40] L. Torner, J.P. Torres, C. Ojeda, i D. Mihalache. Hybrid waves guided by ultrathin films. *J. Lightwave Technol.*, 13:2027–2033, 1995.
- [41] W. Yan, L. Shen, L. Ran, i J.A. Kong. Surface modes at the interfaces between isotropic media and indefinite media. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24: 530–535, 2010.
- [42] H. Huang i Y. Fan. Surface modes at the interfaces between isotropic media and uniaxial plasma. *Progress In Electromagnetic Research*, 76: 1–14, 2007.
- [43] S.R. Nelatury, J.A. Polo Jr., i A. Lakhtakia. Electrical control of surface-wave propagation at the planar interface of a linear electro-optic material and an isotropic dielectric material. *Electromagnetics*, 28:162–174, 2008.

- [44] A. Lakhtakia i J.A. Polo Jr. Dyakonov-Tamm wave at the planar interface of a chiral sculptured thin film and an isotropic dielectric material. *J. Eur. Opt. Soc.–Rapid Pub.*, 2:07021, 2007.
- [45] J. Gao, A. Lakhtakia, i M. Lei. On Dyakonov-Tamm waves localized to a central twist defect in a structurally chiral material. *J. Opt. Soc. Am. B*, 26:B74–B82, 2009.
- [46] J. Gao, A. Lakhtakia, i M. Lei. Dyakonov-Tamm waves guided by the interface between two structurally chiral materials that differ only in handedness. *Phys. Rev. A*, 81:013801, 2010.
- [47] L.C. Crasovan, D. Artigas, D. Mihalache, i L. Torner. Optical Dyakonov surface waves at magnetic interfaces. *Opt. Lett.*, 30:3075–3077, 2005.
- [48] M.L. Gigli i R.A. Depine. Double excitation of surface modes at uniaxial-metal-isotropic films. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1:250–260, 1996.
- [49] O. Takayama, L. Crasovan, D. Artigas, i L. Torner. Coupling plasmons and dyakonons. *Opt. Lett.*, 37:1983–1985, 2012.
- [50] R. Li, C. Cheng, F.F. Ren, J. Chen, Y.X. Fan, J. Ding, i H.T. Wanga. Hybridized surface plasmon polaritons at an interface between a metal and a uniaxial crystal. *Appl. Phys. Lett.*, 92:141115, 2008.
- [51] A.A. Krokhin, A. Neogi, i D. McNeil. Long-range propagation of surface plasmons in a thin metallic film deposited on an anisotropic photonic crystal. *Phys. Rev. B*, 75:235420, 2007.
- [52] L.C. Crasovan, O. Takayama, D. Artigas, S.K. Johansen, D. Mihalache, i L. Torner. Enhanced localization of Dyakonov-like surface waves in left-handed materials. *Phys. Rev. B*, 74:155120, 2006.

-
- [53] S.R. Nelatury, J.A. Polo Jr., i A. Lakhtakia. On widening the angular existence domain for Dyakonov surfaces waves using the pockels effect. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, 50:2360–2362, 2008.
- [54] D. Artigas i L. Torner. Dyakonov surface waves in photonic metamaterials. *Phys. Rev. Lett.*, 94:013901, 2005.
- [55] J.A. Polo Jr., S.R. Nelatury, i A. Lakhtakia. Propagation of surface waves at the planar interface of a columnar thin film and an isotropic substrate. *J. Nanophoton.*, 1:013501, 2007.
- [56] Z. Jacob i E.E. Narimanov. Optical hyperspace for plasmons: Dyakonov states in metamaterials. *Appl. Phys. Lett.*, 93:221109, 2008.
- [57] M. Vukovic, J.J. Miret, C.J. Zapata-Rodríguez, i Z. Jaksic. Oblique surface waves at an interface of metal-dielectric superlattice and isotropic dielectric. *Phys. Scripta*, T149:014041, 2012.
- [58] S.M. Rytov. Electromagnetic properties of layered media. *Sov. Phys. JETP*, 2:466, 1956.
- [59] A. Yariv i P. Yeh. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. II. Birefringence, phase matching, and x-ray lasers. *J. Opt. Soc. Am.*, 67:438–448, 1977.
- [60] L. Feng, Z. Liu, V. Lomakin, i Y. Fainmana. Form birefringence metal and its plasmonic anisotropy. *App. Phys. Lett.*, 96:041112, 2010.
- [61] Y.J. Hung, M.H. Shih, J.H. Liou, i J.Y. Tai. Polarity-variable birefringence on hyperlens structure. *Opt. Express*, 18:27606–27612, 2010.

- [62] N.A. Mortensen, M. Yan, O. Sigmund, i O. Breinbjerg. On the unambiguous determination of effective optical properties of periodic metamaterials: a one-dimensional case study. *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Publ.*, 5:10010, 2010.
- [63] A.V. Chebykin, A.A. Orlov, i P.A. Belov. Validity range of model of effective medium for describing layered metal–dielectric nanostructured metamaterials. *Opt. Spectrosc.*, 109:938–950, 2010.
- [64] R. Warmbier, G.S. Manyali, i A. Quandt. Surface plasmon polaritons in lossy uniaxial anisotropic materials. *Phys. Rev. B*, 85:085442, 2012.
- [65] S. Feng, J.M. Elson, i P.L. Overfelt. Transparent photonic band in metallodielectric nanostructures. *Phys. Rev. B*, 72:085117, 2005.
- [66] L. Ferrari, C. Wu, D. Lepage, X. Zhang, i Z. Liu. Hyperbolic metamaterials and their applications. *Prog. Quantum Electron.*, 40:1–40, 2015.
- [67] N. Gibbons i J.J. Baumberg. Optical minibands in metallodielectric superlattices. *Phys. Rev. B*, 85:165422, 2012.
- [68] A.A. Orlov, S.V. Zhukovsky, I.V. Iorsh, i P.A. Belov. Controlling light with plasmonic multilayers. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.*, 12:213–230, 2014.
- [69] M. Scalora, M.J. Bloemer, A.S. Pethel, J.P. Dowling, C.M. Bowden, i A.S. Manka. Transparent, metallo-dielectric, one-dimensional, photonic band-gap structures. *J. Appl. Phys.*, 83:2377, 1998.
- [70] J.A. Stratton. *Electromagnetic theory*. McGraw - Hill, 1941.
- [71] J.D. Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, 1999.

-
- [72] P.W. Milonni i J.H. Eberly. *Lasers*. John Wiley & Sons, 1988.
- [73] T.W.H. Oates, H. Wormeester, i H. Arwin. Characterization of plasmonic effects in thin films and metamaterials using spectroscopic ellipsometry. *Progress in Surface Science*, 86:328–376, 2011.
- [74] C. Kittel. *Introduction to solid state physics*. Wiley, 2005.
- [75] P.B. Johnson i R.W. Christy. Optical-constants of noble-metals. *Phy. Rev B*, 6:4370–7379, 1972.
- [76] B.E.A. Saleh i M.C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley, 1991.
- [77] D.W. Berreman. Optics in stratified and anisotropic media: 4 x 4-matrix formulation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 62:502–510, 1972.
- [78] I.J. Hodgkinson, S. Kassam, i Q.H. Wu. Eigenequations and compact algorithms for bulk and layered anisotropic optical media: reflection and refraction at a crystal-crystal interface. *J. of Compt. Phys.*, 133:75–83, 1997.
- [79] P. Yeh. *Optical waves in layered media*. Wiley, 1988.
- [80] D. Pines. Collective energy losses in solids. *Rev. Mod. Phys.*, 28:184–198, 1956.
- [81] C.A. Balanis. *Advanced engineering electromagnetics*. Wiley, 2012.
- [82] R. Dragila, B. Luther-Davies, i S. Vukovic. High transparency of classically opaque metallic films. *Phys. Rev. Lett.*, 55:1117–1120, 1985.
- [83] A.S. Vioktalamo, R. Watanabe, i T. Ishihara. Permeability enhancement of stratified metal dielectric metamaterial in optical regime. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.*, 10:325–328, 2012.

- [84] J. Zhang, H. Jiang, B. Gralak, S. Enoch, G. Tayeb, i M. Lequime. Towards -1 effective index with one-dimensional metal-dielectric metamaterial: a quantitative analysis of the role of absorption losses. *Opt. Express*, 15: 7720–7729, 2007.
- [85] P.A. Belov, Y. Zhao, Y. Hao, i C. Parini. Enhancement of evanescent spatial harmonics inside media with extreme optical anisotropy. *Opt. Lett.*, 34:527–529, 2009.
- [86] M.R. Gadsdon, J. Parsons, i J.R. Sambles. Electromagnetic resonances of a multilayer metal–dielectric stack. *J. Opt. Soc. Am. B*, 26:734–742, 2009.
- [87] H.I. Lee i J. Mok. High-frequency surface-plasmon resonance in planar metal-dielectric periodic semi-infinite structures. *J. Opt. Soc. Am. B*, 26: 450–459, 2009.
- [88] Z. Liu, Z. Liang, X. Jiang, X. Hu, X. Li, i J. Zi. Hyper-interface, the bridge between radiative wave and evanescent wave. *Appl. Phys. Lett.*, 96:113507, 2010.
- [89] I.D. Rukhlenko, M. Premaratne, i G.P. Agrawal. Theory of negative refraction in periodic stratified metamaterials. *Opt. Express*, 18:27916–27929, 2010.
- [90] T. Yang i K. B. Crozier. Analysis of surface plasmon waves in metal-dielectric-metal structures and the criterion for negative refractive index. *Opt. Express*, 17:1136–1143, 2009.
- [91] M. Yoshida, S. Tomita, H. Yanagi, i S. Hayashi. Resonant photon transport through metal-insulator-metal multilayers consisting of Ag and SiO₂. *Phys. Rev. B*, 82:045410, 2010.

-
- [92] S.M. Vukovic, I.V. Shadrivov, i Y.S. Kivshar. Surface Bloch waves in metamaterial and metal-dielectric superlattices. *Appl. Phys. Lett.*, 95:041902, 2009.
- [93] B.H. Cheng i Y.C. Lan. Bloch oscillations of surface plasmon-like modes in waveguide arrays that comprise perforated perfect conductor layers and dielectric layers. *Plasmonics*, 6:427–433, 2011.
- [94] I.I. Smolyaninov, E. Hwang, i E. Narimanov. Hyperbolic metamaterial interfaces: Hawking radiation from rindler horizons and spacetime signature transitions. *Phys. Rev. B*, 85:235122, 2012.
- [95] Y. Guo, W. Newman, C.L. Cortes, i Z. Jacob. Applications of hyperbolic metamaterial substrates. *Adv. Opto-Electron.*, 2012:ID 452502, 2012.
- [96] C.L. Cortes, W. Newman, S. Molesky, i Z. Jacob. Quantum nanophotonics using hyperbolic metamaterials. *J. Opt.*, 14:063001, 2012.
- [97] J.J. Miret, C.J. Zapata-Rodríguez, Z. Jaksic, S. Vukovic, i M.R. Belic. Substantial enlargement of angular existence range for Dyakonov-like surface waves at semi-infinite metal-dielectric superlattice. *J. Nanophoton.*, 6:063525, 2012.
- [98] O. Takayama, D. Artigas, i L. Torner. Practical dyakonons. *Opt. Lett.*, 37:4311–4313, 2012.
- [99] A.G. Ardakani, M. Naserpour, i C.J. Zapata-Rodríguez. Dyakonov-like surface waves in the THz regime. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.*, 20:1–6, 2016.
- [100] C.J. Zapata-Rodríguez, J.J. Miret, J.A. Sorní, i S. Vukovic. Propagation of dyakonon wave-packets at the boundary of metallodielectric lattices. *IEEE Sel. Top. Quantum Electron*, 19:4601408–4601417, 2013.

- [101] J. Li, C.H. Wen, S. Gauza, R. Lu, i S.T. Wu. Refractive indices of liquid crystals for display applications. *J. Disp. Technol.*, 1:51–61, 2005.
- [102] J. Elser, V.A. Podolskiy, I. Salakhutdinov, i I. Avrutsky. Nonlocal effects in effective-medium response of nanolayered metamaterials. *Appl. Phys. Lett.*, 90:191109, 2007.
- [103] A.V. Chebykin, A.A. Orlov, A.V. Vozianova, S.I. Maslovski, Y.S. Kivshar, i P.A. Belov. Nonlocal effective medium model for multilayered metal-dielectric metamaterials. *Phys. Rev. B*, 84:115438, 2011.
- [104] O. Kidwai, S.V. Zhukovsky, i J.E. Sipe. Dipole radiation near hyperbolic metamaterials: applicability of effective-medium approximation. *Opt. Lett.*, 36:2530–2532, 2011.
- [105] J.A. Sorní, M. Naserpour, C.J. Zapata-Rodríguez, i J.J. Miret. Dyakonov surface waves in lossy metamaterials. *Opt. Commun.*, 355:251–255, 2015.
- [106] E.D. Palik i G. Ghosh. *The electronic handbook of optical constants of solids*. Academic, 1999.
- [107] J.J. Burke, G.I. Stegeman, i T. Tamir. Surface-polariton-like waves guided by thin, lossy metal films. *Phys. Rev. B*, 33(8):5186, 1986.
- [108] C.J. Zapata-Rodríguez, J.J. Miret, S. Vukovic, i M.R. Belic. Engineered surface waves in hyperbolic metamaterials. *Opt. Express*, 21:19113–19127, 2013.
- [109] Y. Xiang, J. Guo, X. Dai, S. Wen, i D. Tang. Engineered surface Bloch waves in graphene based hyperbolic metamaterials. *Opt. Express*, 22:3054–3062, 2014.

-
- [110] B. Wood, J.B. Pendry, i D.P. Tsai. Directed subwavelength imaging using a layered metal-dielectric system. *Phys. Rev. B*, 74:115116, 2006.
- [111] A.A. Orlov, P.M. Voroshilov, P.A. Belov, i Y.S. Kivshar. Engineered optical nonlocality in nanostructured metamaterials. *Phys. Rev. B*, 84:045424, 2011.
- [112] A. Orlov, I. Iorsh, P. Belov, i Y. Kivshar. Complex band structure of nanostructured metal-dielectric metamaterials. *Opt. Express*, 21:1593–1598, 2013.
- [113] J.J. Miret, J.A. Sorní, M. Naserpour, A.G. Ardakani, i C.J. Zapata-Rodríguez. Nonlocal dispersion anomalies of Dyakonov-like surface waves at hyperbolic media interfaces. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.*, 18:16–22, 2016.
- [114] D. Aspnes i A. Studna. Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV. *Phys. Rev. B*, 27:985–1009, 1983.
- [115] A.D. Rakic, A.B. Djurisic, J.M. Elazar, i M.L. Majewski. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices. *Appl. Opt.*, 37:5271–5283, 2007.
- [116] M.A. Kats, D. Woolf, R. Blanchard, N. Yu, i F. Capasso. Spoof plasmon analogue of metal-insulator-metal waveguides. *Opt. Express*, 19:14860–14870, 2011.
- [117] J.B. Pendry, L. Martín-Moreno, i F.J. Garcia-Vidal. Mimicking surface plasmons with structured surfaces. *Nature*, 305:847–848, 2004.