

Algunas consideraciones sobre la masa

(o masa no hay mas que una)

ABSTRACT: This article presents some reasoned arguments against relativistic mass as a basic concept in Theory of Special Relativity. Relativistic mass limitations are examined and invariant mass is defended as the only one. Finally, a didactic proposal, consistent with the use of invariant mass, is presented in order to introducing mass and energy concepts at Bachillerato.

Introducción

En la presentación de la Relatividad Especial que hacen la mayor parte de los libros de texto de secundaria o primer curso universitario (Sawicki 1996) aparecen dos clases de masas: la masa invariante (en reposo) y la relativista, presente en textos como Feynman (1969) o el Alonso y Finn (1970), que corresponde a una partícula con masa en reposo m que se mueve con velocidad v definida como $m_r = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, que también se puede definir como $m_r = E/c^2$ siendo E la energía total de la partícula; la misma circunstancia se da en los libros de divulgación científica y en algunos artículos de investigación didáctica. Este hecho contrasta con el tratamiento que hacen libros clásicos de nivel superior (Landau y Lifshitz 1973, Goldstein 1970, Jackson 1980); en ellos aparece exclusivamente la masa invariante.

Esta diferencia de tratamiento refleja un debate sobre la introducción de la masa. En este tema ha sucedido algo normal en la historia de la Física pero que suele ser bastante olvidado: los conceptos se desarrollan, refinan y generalizan en el transcurso del tiempo, es decir, evolucionan. En un momento dado se producen consensos en torno a un concepto (en nuestro caso la masa relativista), después hay discusiones y controversias hasta que se llega a un nuevo consenso. Buena prueba de ello es que en revistas internacionales todavía aparecen, en número decreciente, artículos que utilizan m_r . *The European Journal of Physics* decidió en 1998 la publicación de un comentario "Note on the meaning and terminology of S R" encargado a Lev

JORDI SOLBES, FRANCISCO J. BOTELLA, HÉCTOR PÉREZ Y FRANCISCO TARÍN

Okun para atajar esta situación, (Okun 1998).

En este caso hay dos razones que propician el debate: en primer lugar, el propio Einstein sostuvo al principio una postura favorable a la masa relativista que posteriormente cambió (Adler 1987); en segundo lugar, la diferencia entre ambos puntos de vista es de interpretación dado que, la expresión de las leyes es la misma. Cuando unos autores utilizan el producto de γ por la masa invariante (γm), otros emplean la masa relativista, con lo cual no se puede apelar a los resultados experimentales.

El profesorado en activo se encuentra más familiarizado con el enfoque que hace uso de la masa relativista. Por eso no es extraño que en una muestra de 11 libros, algunos de los cuales coincidentes con los de Sánchez (2000), los resultados obtenidos sean semejantes a los suyos. Y aunque Alonso y Finn (1995) hayan cambiado de postura para que los profesores modifiquen esas ideas, no basta con decirles que son incorrectas (Alemañ 1997, Sánchez 2000). Las cosas no son tan sencillas ni en la ciencia ni en el aprendizaje. Es necesario explicitar las razones que sustentaban las ideas que se quieren cambiar, poner de manifiesto sus limitaciones para crear una insatisfacción con ellas y mostrar ideas alternativas que sean tan comprensibles y explicativas como las anteriores.

Argumentos que se han utilizado para defender el uso de la masa relativista

Sus defensores argumentan que permite la introducción de conceptos en relatividad especial de una forma que resulta de más fácil comprensión por parte de los alumnos (Sandin 1991):

I. Explica que sea necesaria una gran cantidad de energía para incrementar la velocidad de una partícula cuando su velocidad es próxima a la de la luz c , siendo infinita cuando $v = c$, de donde se deduce el carácter límite de la velocidad de la luz. La argumentación anterior considera la masa relativista como inercial.

Los resultados experimentales de Kaufmann y Bucherer, realizados en 1901 y 1909 respectivamente, muestran que la inercia de una partícula cargada, entendida como relación entre la fuerza y la aceleración obtenida, aumenta con la velocidad. Si dicha partícula penetra en un campo magnético B y describe una circunferencia de radio R , se cumple que $m_r = qRB/v$. La velocidad v se puede deducir si la partícula se hace pasar por un campo eléctrico E y por uno magnético B que se ajustan para que qE sea igual a qvB . De esa forma se obtiene la expresión $m_r = qRB^2/E$ que puede ser calculada porque todos los parámetros son conocidos. Estos valores experimentales se ajustan perfectamente a la relación $m_r = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ (Bikerstaff y Patsakos 1995). Por otra parte, opinan que se debe considerar que el aumento indicado de la masa como real. En un sistema de referencia que se mueve con la velocidad de la partícula, se observaría que la masa es constante. Desde otro sistema de referencia, por el contrario, se tendrían valores de la masa que dependerían de la velocidad de la partícula. No se puede afirmar que sólo el primer valor es real porque los resultados de las medidas dependen del sistema de referencia elegido (Sandin 1991). Y si cambiamos los conceptos newtonianos de espacio y tiempo para que las leyes de la mecánica sean invariantes bajo las nuevas transformaciones de Lorentz, parece lógico (especialmente para los estudiantes) que la masa newtoniana también varíe de la misma forma.

II. Para los partidarios de la masa relativista, la expresión de la energía en reposo $E_0 = mc^2$ es un caso particular de la más general $E = m_r c^2$ en la que E es la energía total (energía en reposo más cinética) de una partícula libre y

m_r , su masa relativista (Sandin 1991). Consideran que los principios de conservación de la masa y de la energía, que aparecen como independientes en la física clásica, quedan unificados, de manera que la conservación de la energía de un sistema aislado implica la conservación de la masa y viceversa (Warren 1976, Baumann 1994). La constante c^2 es un factor de conversión para las unidades de energía y de masa.

La aplicación de la ecuación $E = m_r c^2$ a los fotones da como resultado que dichas partículas posean una masa $m_r = E/c^2$ a pesar de que su masa en reposo sea nula. Si se admite que los fotones tienen masa, se puede explicar fácilmente la desviación de su trayectoria o el desplazamiento hacia el rojo en su frecuencia cuando se mueven en un campo gravitatorio (Sandin 1991).

Limitaciones de la masa relativista

Los críticos de la masa relativista piensan que se debe hacer uso de una masa, la masa en reposo, dado que este concepto es un invariante relativista cuyo valor no depende del sistema de referencia elegido, rechazan el concepto de masa relativista como innecesario e inductor de errores en los estudiantes.

I. La expresión de cantidad de movimiento en relatividad especial ($\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$) puede obtenerse a partir de la utilizada en la mecánica clásica ($\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) por medio de la sustitución de la masa newtoniana (m) por la relativista (m_r), y los estudiantes pueden pensar, de manera equivocada, que la energía cinética relativista se deduce aplicando la sustitución indicada $E_c = m_r v^2/2$ o que la fuerza viene dada por $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a}$ pero dichas expresiones, como se sabe, son incorrectas (Sandin 1991, Tipler 1985).

Sin entrar en el problema de las definiciones, que ha sido revisado recientemente (Doménech 1998), por inercial se entiende, al igual que en la mecánica newtoniana, el factor de proporcionalidad entre la fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración adquirida. La consideración de la masa relativista como masa inercial aparece, de manera implícita, en expresiones del siguiente tipo: "cuando aumenta la velocidad de un cuerpo, su masa también aumenta" (Giancoli 1985, Alonso y Finn 1970,

Feynman 1969, Peña y García 1996, Candel *et al.* 1989) o en la justificación de la velocidad de la luz en el vacío como un valor límite (Giancoli 1985, Peña y García 1996). En este último caso, se parte de la definición de masa relativista y se indica que dicha masa aumenta a medida que lo va haciendo la velocidad, de manera que su valor sería infinito cuando la velocidad coincidiera con la de la luz. Al razonar de las formas que se acaban de señalar, se está considerando que la masa relativista ofrece una resistencia a la aceleración. Sin embargo, esta afirmación no es correcta dado que la masa relativista aparece en la definición de cantidad de movimiento relativista pero no resulta ser el coeficiente que relaciona la fuerza y la aceleración. En efecto, si se parte de la segunda ley de Newton expresada en la forma $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ y se sustituye en ella la cantidad de movimiento relativista dada por $\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$, se llega a que $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a} + \mathbf{v} dm_r/dt$. Esta relación se transforma en $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a}$ sólo cuando la masa es constante. Por tanto, la medida de la inercia en relatividad no puede venir dada por $|\mathbf{F}|/|\mathbf{a}|$ (Sandin 1991).

Hay dos casos particulares en los que es posible definir una masa inercial pero sus valores son diferentes e ilustran el error al que eventualmente se induce al estudiante al usar m_r : Si la fuerza que actúa sobre una partícula es perpendicular a su velocidad, se cumple que $F_t = m_t a$, donde m_t representa la *masa relativista transversal*, definida por $m_t = \gamma m$. De manera análoga, cuando la fuerza que actúa sobre un cuerpo es paralela a su velocidad, se tiene que $F_l = m_l a$, siendo m_l la masa relativista longitudinal cuyo valor es $m_l = m\gamma^3$. Estos dos conceptos están en desuso pero todavía aparecen en algunos textos (Alonso y Finn 1970).

Para refutar como prueba de la realidad de la variación de masa con la velocidad de los experimentos como el Kaufmann y Bucherer, basta suponer como expresión de la cantidad de movimiento $p = mv/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, con m constante; los resultados experimentales se pueden interpretar a través de la dependencia del factor $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ con la velocidad (Bickerstaff y Pastakos 1995) sin deducir de ello una variación de la masa ($p = m_r v$).

Análogamente, el aumento de energía necesario para incrementar la

velocidad de una partícula cuando su velocidad es próxima a la de la luz puede interpretarse considerando la relación entre la energía total (E) de la partícula y la velocidad, dada por $E = \gamma mc^2$ (Adler 1987). De nuevo el debate se sitúa en la interpretación, no en los datos experimentales.

Para explicar que el tiempo que debe actuar una fuerza aplicada a una partícula para conseguir un determinado incremento de velocidad es mayor, a medida que aumenta la velocidad de la partícula, no hace falta considerar que su masa se incrementa cuando lo hace la velocidad. En un sistema de referencia que se moviera con la partícula, los intervalos de tiempo indicados serían iguales. Sin embargo, un observador situado en un sistema de referencia diferente al anterior, mediría unos periodos de tiempo que aumentan con la velocidad de acuerdo con el factor $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ (Adler 1987).

La perspectiva correcta no es la que centra la atención en lo que le ocurre a la partícula *sino en las modificaciones en la estructura del espacio y el tiempo*. Por ejemplo si consideramos el comportamiento de una partícula bajo la acción de una fuerza en la dirección de su movimiento, en un sistema de referencia en que esté en reposo, podemos aproximar su comportamiento ante una fuerza por: $\Delta x_0 = \frac{1}{2} a_0 \Delta t_0^2$. En nuestro sistema: $\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2$. Las transformaciones entre sistemas resultan ser: $\Delta x = \Delta x_0 / \gamma$ y $\Delta t = \gamma \Delta t_0$. Relacionando resulta $a_0 = \gamma^3 a$ visto anteriormente para una fuerza paralela, cumpliéndose las transformaciones de Lorentz aplicadas a la fuerza. *Por tanto, una transformación puramente cinemática, basada en las propiedades del espacio-tiempo, brinda una explicación completa, manejando la masa invariante* (French 1991).

En textos que desarrollan la relatividad especial por medio de la formulación tetravectorial se señala que la masa relativista "oculta la covarianza de la formulación y oscurece más que aclara el aspecto físico de la situación" (Goldstein 1970).

II. La relación entre la masa y la energía, se deduce del invariante: $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (mc^2)^2$ donde para $p = 0$, $E_0 = mc^2$ es decir, la masa representa una forma de energía (Adler 1987), los detractores de la masa relativista sólo admiten dicha relación (Okum 1989).

La masa es invariante en cualquier sistema de referencia pero el valor de la energía depende del sistema elegido. La relación entre la masa y la energía es cierta en un sistema de referencia, y no se puede cumplir en otros (Hannibal 1991). El sistema de referencia en el que se verifica dicha relación es, precisamente, aquel en el que la partícula se encuentra en reposo (Whitaker 1976).

III. En los sistemas de varias partículas, su energía en el sistema CDM incluye varios términos: la correspondiente energía en reposo de las partículas, así como su energía cinética y la de interacción entre ellas (Landau y Lifshitz 1973). De acuerdo con esta consideración, la energía interna (o de enlace, en el caso de la física nuclear) de un sistema contribuye a su masa en reposo. M (en general $M \neq \sum m_i$) es invariante en la transformación entre sistemas de referencia. En la evolución temporal del sistema cerrado $M = \text{cte}$ y en general $\sum m_i \neq$ en ese sentido se debe interpretar la transformación masa energía (Bikerstaff y Patsakos 1995). Si el sistema no está aislado, M no ha de ser constante. Por ejemplo la masa en reposo de un gas aumenta cuando se calienta. Esta variación es producida por el aumento de energía cinética de las partículas que lo forman pero no por un incremento de la masa de las mismas (Adler 1987).

IV. En el caso de los fotones su masa es nula y la energía que poseen es puramente cinética: $E = pc$. Con ella pueden contribuir a la masa del sistema. El término "puede" introduce una salvaguarda porque, en función de la dirección relativa de los fotones su energía puede contribuir o no a la masa del sistema. Por ejemplo, un sistema formado por dos fotones que se mueven paralelamente no tiene masa. Si su movimiento se realiza en direcciones opuestas, sí la tiene (Whitaker 1976). Para explicar la desviación de los fotones en campos gravitatorios no es necesario atribuirles ninguna masa dado que, así como la cantidad de movimiento y la energía de la materia le dicen al espacio cómo ha de curvarse, el espacio curvado le dice a la materia (a los fotones) como han de moverse (Regge 1986). Sin embargo, tales discusiones se sitúan en el marco de la Teoría General.

Una posible propuesta para introducir la cantidad de movimiento y la energía en la física moderna del bachillerato

La contribución más relevante de la de la Relatividad Especial al concepto de energía es el de energía en reposo y la equivalencia masa energía (Okun 1989, Bickerstaff y Patsakos 1995). La mayor parte de libros de texto de primer curso universitario (Alonso y Finn 1976, Giancoli 1984, Tipler 1995) introducen dicha energía a partir del teorema de las fuerzas vivas, integrando la cantidad de movimiento relativista. Sin embargo, creemos que resulta más importante la presentación de una nueva forma de energía que el proceso de su deducción. Por eso, en nuestra propuesta se introduce la cantidad de movimiento $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ y la energía $E = \gamma m c^2$ a partir de la consideración de que las leyes de conservación de \mathbf{p} y E deben ser covariantes, es decir, si en un SRI se conservan la \mathbf{p} y E de un sistema físico dado, también se conservarán en cualquier otro SRI. A partir de la ecuación de la energía se deduce que todos los sistemas tienen energía aunque $p=0$, la denominada energía en reposo $E_0 = mc^2$. Desde el punto de vista de la mecánica newtoniana, ya conocida por los alumnos, este resultado es sorprendente. Se debe hacer énfasis y destacar el hecho de que la energía en reposo no tiene ningún equivalente con las formas de energía presentadas hasta ese momento: energía cinética, potencial, interna y de los campos libres (Tarín 2000).

A continuación, se debe profundizar en la interpretación de la relación masa/energía en sistemas. Conviene mostrar que, las ecuaciones que se han presentado para una partícula, también se aplican a sistemas: $(Mc^2)^2 = (\sum E_i)^2 - (\sum \mathbf{p}_i c)^2$. Evidentemente la masa total invariante M del sistema se conserva en sistemas aislados como consecuencia de la conservación de la energía $\sum E_i$ y del momento $\sum \mathbf{p}_i$. Pero como la suma de las masas de los constituyentes antes y después de un suceso (por ejemplo, una desintegración) puede ser diferente, conviene distinguirlo de la conservación del $\sum m_i \neq \text{cte}$. Por último, en un sistema no aislado y de acuerdo con Einstein, un intercambio de energía de un sistema, en cualquiera de sus for-

mas, comporta un intercambio de masa, en una cantidad que viene dada por $\Delta M = \Delta E_0/c^2$.

Una propuesta de mínimos para los alumnos de segundo de Bachillerato debería incluir las siguientes ideas y cuestiones:

Einstein en su crítica a los conceptos básicos de espacio y el tiempo, optó por modificar las definiciones clásicas de cantidad de movimiento, energía, etc., para preservar la validez de los principios de conservación, lo que implicaba la validez de las leyes clásicas en el límite de pequeñas velocidades.

Así: $p = mv/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ en vez de la clásica, $p_0 = mv$.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, se propone la realización de las actividades que aparecen a continuación.

A.1. Representar la gráfica $p/p_0 = \gamma$, donde $\gamma = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ para $v = 0,1c, 0,2c, 0,3c, 0,5c, 0,7c$ y $0,99c$.

A.2. Indicar en qué condiciones puede considerarse prácticamente coincidentes la cantidad de movimiento mv de la Física clásica y la γmv de la relativista.

El aumento de p respecto a p_0 se ha comprobado experimentalmente en los aceleradores de partículas elementales; da lugar a que no se desvíe tanto un haz de partículas cargadas en el campo magnético de un acelerador circular, como el ciclotrón o el betatrón. Este es un hecho al que se enfrentan todos los días los físicos que trabajan con partículas de alta energía.

Einstein propuso además que la energía de un cuerpo libre viene dada por $E = \gamma m c^2$ expresión que denota la existencia de energía incluso para velocidades nulas; una partícula de masa m tiene una energía $E_0 = mc^2$ denominada *energía en reposo*, que es un concepto absolutamente nuevo en la física.

Cuando una partícula se mueve libremente, su energía E es mayor que E_0 y la energía adicional que posee es la cinética, es decir, $E = mc^2 + E_c$. Si la partícula está sometida a interacciones gravitatorias, eléctricas, etc., debe sumarse además la energía potencial. Por tanto, la energía cinética en relatividad es $E_c = \gamma m c^2 - mc^2 = (\gamma - 1) mc^2$.

Aunque esta expresión puede obtenerse calculando el trabajo realizado sobre la partícula por la fuerza total,

dp/dt , donde $p = \gamma mv$, es más sencillo comprobar su valor a pequeñas velocidades.

A.3. Aplicar el desarrollo del binomio $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \dots$ a γ en la expresión de la energía cinética obtenida. ¿Qué sucede cuando v es mucho menor que c ?

A.4. Determinar la energía cinética de un electrón y un protón con velocidad $0,50c$ (Datos: $m_e = 0.511$ MeV, $m_p = 938.82$ MeV).

En sistema compuesto, constituido por varias partículas, se usa M , la masa total del sistema o cuerpo y la velocidad del movimiento como un todo (V_{CM}). En consecuencia, la energía de un cuerpo en reposo está constituida por las energías en reposo de las partículas que lo constituyen, por la energía cinética de estas partículas y por la energía de sus interacciones mutuas. Es decir una masa m_i puede desaparecer mientras aparezca una energía de valor $m_i c^2$ en su lugar y viceversa. Lo primero sucede en los procesos de aniquilación de partículas y antipartículas y en las reacciones nucleares con "defecto de masa", tales como la fisión o la fusión, en las que el elevado valor del coeficiente c ofrece la posibilidad de liberación de grandes cantidades de energía. Lo segundo sucede en los procesos de creación de partículas y antipartículas. Todos ellos se estudiarán en Física nuclear.

A.5. Calcular la energía que podría liberarse si se desintegrará completamente 1 g de materia. Comparar dicha cantidad con la que se libera al quemar 1 g de petróleo (poder calorífico aproximado 10,3 kcal/g).

A.6. Equivalente energético en MeV de una uma (1 uma = 1,4924 10^{-10} kg, 1 J = 6,242 10^{12} MeV)

Conviene escribir de otra forma la energía de la partícula en términos de p .

A.7. De las expresiones de $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ y $E = \gamma mc^2$ se obtiene $\mathbf{p} = E\mathbf{v}/c^2$. Comprobarlo.

A.8. Comprobar, así mismo, que con la ecuación anterior, y escribiendo E en función de m y v y elevándola al cuadrado, podemos obtener la siguiente relación directa entre E y p , $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (mc^2)^2$.

A.9. ¿Por qué una partícula de masa m no puede con una velocidad igual a

la de la luz? ¿Cuánto valdrá la energía de una partícula de $m = 0$? ¿Y su velocidad?

Conclusiones

En la Física del nuevo bachillerato LOGSE, aparecen algunas ideas básicas de Teoría Especial de Relatividad y Física Nuclear para cuya explicación es necesario introducir las relaciones masa/energía de Einstein. Sería conveniente que los nuevos textos de Física, y las pruebas de acceso a la Universidad, tuvieran en cuenta el consenso de la comunidad científica acerca del uso exclusivo de la masa invariante. En consecuencia, la famosa ecuación de Einstein $E = m_0 c^2$ es inadecuada y debe ser sustituida por $E = \gamma mc^2$ o por $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (mc^2)^2$. En ambas se comprueba que para $v = 0$, $p = 0$ y $E_0 = mc^2$, ecuación que da cuenta de la equivalencia.

Pensamos que una estrategia como la presentada es decir, la explicitación de las razones que apoyan el uso de la masa relativista, la exposición de los problemas y limitaciones de su utilización, generará insatisfacción con respecto al concepto y que la superioridad práctica del uso de la masa invariante, contribuiría a la modificación de las ideas que los estudiantes y los profesores de Física de Bachillerato tienen al respecto.

Referencias bibliográficas

- [1] ADLER, C.G., 1987, Does mass really depend on velocity, dad?, *American Journal of Physics*, **55** (8), 739-743.
- [2] ALEMAÑ, R.A. (1997): Errores comunes sobre relatividad entre los profesores de enseñanza secundaria. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. **15**, N 3, pp. 301-307.
- [3] ALONSO Y FINN (1970). Física. Fondo Educativo Interamericano: Bogotá
- [4] ALONSO, M. y FINN, E. J., 1995, An Integrated Approach to Thermodynamics in the Introductory Physics Course, *The Physics Teacher*, **33**, 296-310.
- [5] BAUMAN, R.P., 1994, Mass and Energy: The Lower-Energy Limit, *The Physics Teacher*, 1994, **32**, 340-342.
- [6] BICKERSTAFF, R.P. y PATSAKOS, G., 1995, Relativistic generalizations of mass, *European Journal of Physics*, **16**, 63-66.
- [7] CANDEL, A. et al., 1989, Física COU, Anaya: Madrid.
- [8] DOMÉNECH, A., 1998, El debate sobre la masa relativista: el problema definicional y otros aspectos epistemológicos, *Enseñanza de las Ciencias*, **16** (2), 331-339.

- [9] FEYNMAN, R.P., LEIGHTON, R.B. y SANDS, M., 1969, The Feynman Lectures on Physics, Vol. I, II y III, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts.
- [10] FRENCH, A.P., 1991. Relatividad especial. Reverte: Barcelona.
- [11] GIANCOLI, D.C., 1985, Física, Vol I y II, Reverté: Barcelona.
- [12] GOLDSTEIN, H., 1970, Mecánica clásica, Aguilar: Madrid.
- [13] HANNIBAL, L., 1991, On the concept of energy in classical relativistic physics, *European Journal of Physics*, **12**, 283-285.
- [14] JACKSON, J.D., 1980, Electrodinámica clásica, Alhambra: Madrid.
- [15] LANDAU, L.D. y LIFSHITZ, E.M., 1973, Teoría clásica de los campos, Reverté: Barcelona.
- [16] OKUN, L.B., 1989, The concept of mass, *Physics Today*, **42** (6), 31-36.
- [17] OKUN, L.B., 1998, Note on the meaning and terminology of Special Relativity, *European Journal of Physics* **15** 403-406.
- [18] PEÑA, A. y GARCÍA, J.A., 1996, *Física 2*, McGraw-Hill: Madrid.
- [19] REGGE, T., 1986, Un curso elemental sobre la relatividad general, Universitat de València.
- [20] SÁNCHEZ, J.L. (2000), El concepto relativista de masa inerte en los textos de física del nuevo bachillerato. *Revista Española de Física*, **14**(4).
- [21] SANDIN, T.R., 1991, In defense of relativistic mass, *American Journal of Physics*, **59** (11), 1032-1036.
- [22] SAWICKI, M., 1996, What's Wrong in the Nine Most Popular Texts, *The Physics Teacher*, **34**, 147-149.
- [23] TARÍN F, 2000, El principio de conservación de la energía y sus implicaciones didácticas, Tesis doctoral, Universitat de València.
- [24] TIPLER, P.A., 1985, Física moderna, Reverté: Barcelona.
- [25] TIPLER, P.A., 1995, Física, Reverté: Barcelona.
- [26] WARREN, J.W., 1976, The mystery of mass-energy, *Physics Education*, **11**, 52-54.
- [27] WHITAKER, M.A.B., 1976, Definitions of mass in special relativity, *Physics Education*, **11**, 55-57.

Jordi Solbes,
I.E.S. J. Rodrigo (Manises)

Francisco J. Botella,
Universidad de Valencia

Héctor Pérez
I.E.S. de Sedaví

y Francisco Tarín
I.E.S. de Picassent