

TD
154

UNIVERSITAT DE VALENCIA
FACULTAT DE CIENCIES FISIQVES

CONTRIBUCIONES PIÓNICAS
Y DE QUARKS A LA
ESTRUCTURA ELECTROMAGNÉTICA
DE LOS NÚCLEOS



OBRA DE CONSULTA
EXCLOSA DE PRÉSTEC
NO SE PRESTA

MEMORIA *presentada por*
VICENTE SANJOSÉ LÓPEZ
para optar al grado de
DOCTOR *en* CIENCIAS
FISICAS

636886938

639098875

UNIVERSITAT DE VALENCIA BIBLIOTECA CIENCIES
Nº Registre <u>24402</u>
DATA <u>2-XI-05</u>
SIGNATURA
Nº LIBIS:

26 aut

UMI Number: U603086

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U603086

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC
789 East Eisenhower Parkway
P.O. Box 1346
Ann Arbor, MI 48106-1346

FE DE ERRATAS

- En la página 64 donde dice "Suponiendo una intensidad de haz de 3×10^5 partículas por segundo" debe decir "Suponiendo una intensidad de haz de 3×10^5 partículas por pulso".
- En la página 137, Tabla 5.1 los dos últimos canales de desintegración corresponden a $D^- \rightarrow K^+ \pi^- \pi^- \pi^0$ y a $D^- \rightarrow K^+ K^- \pi^-$.
- En la página 181 los errores que deben aparecer en la tabla 5.12, para las variables medidas en producción asociada deben ser:

Variable	Valor corregido	Valor no corregido
$\langle M(DD) \rangle (\text{GeV})$	4.67 ± 0.19	4.39 ± 0.12
$\langle \Delta y(DD) \rangle$	0.84 ± 0.16	0.54 ± 0.10
$\langle x_F(DD) \rangle$	0.22 ± 0.06	0.43 ± 0.04
$\langle p_t^2(DD) \rangle (\text{GeV}/c)^2$	1.9 ± 0.57	1.53 ± 0.37

así como en las sucesivas referencias a estos números en las páginas 227 y 259.

- En la página 196, Tabla 6.1 la relación de desintegración para el canal $K^- K^+ \pi^+ \pi^-_{n.r.}$ de D^0 debe ser:

Canal	Sucesos	Aceptancia	BR
$K^- K^+ \pi^+ \pi^-_{n.r.}$	10.1 ± 5.0	0.075 ± 0.002	$\frac{BR(D^0 \rightarrow K^- K^+ \pi^+ \pi^-_{n.r.})}{BR(D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^- \pi^+)} = 0.017 \pm 0.005$

- En la página 202, Tabla 6.5 la probabilidad de desintegración ajustada del D^0 al canal $KK\pi\pi$ y al KK debe ser $0.1^{+0.1}_{-0.1}$ y $0.5^{+0.3}_{-0.3}$ respectivamente, en lugar de $0.3^{+0.2}_{-0.1}$ y $1.1^{+0.6}_{-0.5}$. Así mismo estos valores deben ser modificados en la página 260.

- En la página 255 donde dice que la resolución en z del vértice secundario es de 186μ debe decir de 141μ .
- En la página 256 el número de sucesos reconstruidos en el canal $K^-K^+\pi^+\pi^-$ de desintegración de D^0 es 27 en lugar de 37.

**CONTRIBUCIONES PIONICAS
Y DE QUARKS A LA
ESTRUCTURA ELECTROMAGNETICA
DE LOS NUCLEOS**



DEPARTAMENTO DE FISICA TEORICA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS
UNIVERSITAT DE VALENCIA
SPAIN
TEL (96)363-00-11*

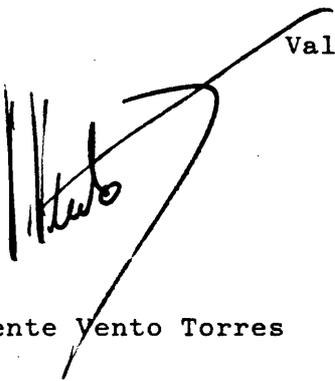
VICENTE VENTO TORRES, Catedrático Numerario de Fisica Teòrica de la Facultat de Ciències Físiques de València y

JESUS NAVARRO FAUS, Profesor Titular Numerario de Fisica Atòmica, Molecular y Nuclear de la Facultat de Ciències Físiques de València

CERTIFICAN: Que el presente trabajo "CONTRIBUCIONES PIONICAS Y DE QUARKS A LA ESTRUCTURA ELECTROMAGNETICA DE LOS NUCLEOS", ha sido realizado bajo su dirección en el departamento de Fisica Teòrica de la Universitat de València por D. VICENTE SANJOSE LOPEZ y constituye su TESIS para optar al grado de DOCTOR en CIENCIAS FISICAS.

Y para que asi conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presentan ante la Facultat de Ciències Físiques de la Universitat de València la referida Tesis, firmando el presente Certificado en

València, 15 de Enero de 1989



Fdo. Vicente Vento Torres



Fdo. Jesús Navarro Faus

A MARGA
que ha pasado por mi
sus momentos más duros.

Deseo hacer constar aquí mi agradecimiento a los Profesores D. Vicente Vento Torres y D. Jesús Navarro Faus, directores de este trabajo, por su continua orientación, estímulo y ayuda sin los cuales no hubiera sido posible la realización del mismo.

También quiero agradecer su valiosa ayuda al Profesor D. Pedro González Marhuenda, compañero y colaborador inestimable.

Doy las gracias a todos mis compañeros de trabajo, tanto en el departamento de Física Teórica como en el departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, por su preocupación, interés y apoyo en todo momento en el que lo necesité.

Agradezco a D^a Amparo Gandía Giménez su esmerada labor mecanográfica.

No puedo olvidar a mi familia que siempre alentó mi esfuerzo.

Finalmente, pero en el lugar más destacado, está mi esposa Marga que ha estado siempre a mi lado en los momentos difíciles.

INDICE

PREFACIO.....	2
PRIMERA PARTE:	
EFECTOS PIONICOS EN DISPERSION PROFUNDAMENTE INELASTICA DE ELECTRONES SOBRE MATERIA.	
INTRODUCCION.....	6
CAPITULO I:	
FORMULACION BASICA EN PROCESOS ELECTROMAGNETICOS DE DISPERSION DE ELECTRONES	
1.-VARIABLES CINEMATICAS.....	12
2.-LA SECCION EFICAZ PARA LA DISPERSION DE ELECTRONES POR BLANCOS PUNTUALES.....	14
3.-FACTORES DE FORMA PARA PARTICULAS CON ESTRUCTURA.....	18
4.-LA SECCION EFICAZ PARA BLANCOS CON ESTRUCTURA.....	21
5.-DISPERSION INELASTICA DE ELECTRONES POR NUCLEOS.....	23
6.-FORMALISMO.....	25
7.-LA ESTRUCTURA DEL BLANCO EN DISPERSION PROFUNDAMENTE INELASTICA DE ELECTRONES.....	28
8.-INVARIANCIA DE ESCALA Y SUBESTRUCTURA.....	31
CAPITULO II:	
EL MODELO DE SACO QUIRAL	
.....	35
1.-FORMULACION DEL MODELO.....	37
2.-LA SIMETRIA QUIRAL.....	41
3.-INCORPORACION DE LA SIMETRIA QUIRAL AL MODELO DE SACO.....	44
4.-FORMULACION DEL MODELO DE SACO QUIRAL.....	45
5.-FORMALISMO PARA EL SACO QUIRAL.....	48

CAPITULO III:

**LA DISPERSION COMPTON EN LOS
MODELOS DE SACO**

..... 54

1.-LA FUNCION DE CORRELACION CORRIENTE-CORRIENTE
EN EL SACO..... 58

CAPITULO IV:

**LA FISICA DE UN MODELO
SENCILLO**

1.-EL SACO QUIRAL EN 1+1 DIMENSIONES..... 63

2.-DISPERSION DE ELECTRONES POR BARIONES
EN DOS DIMENSIONES..... 67

3.-DISPERSION DE ELECTRONES POR MATERIA NUCLEAR
EN DOS DIMENSIONES..... 75

4.-DISCUSION Y CONCLUSIONES..... 78

CAPITULO V:

**ANÁLISIS DE LAS FUNCIONES DE
ESTRUCTURA DEL NUCLEON EN EL
MODELO DE SACO QUIRAL.**

..... 82

1.-CONTRIBUCION DEL SUBPROCESO $e-\pi$ 85

1.1.-LA FUNCION DE ESTRUCTURA LONGITUDINAL..... 85

1.2.-LA FUNCION DE ESTRUCTURA TRANSVERSAL..... 90

2.-CONTRIBUCION DEL SUBPROCESO $e-q$ 92

**CAPITULO VI:
CONTRIBUCION PIONICA A LA
FUNCION DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON EN EL PROCESO
INELASTICO $e-\pi \rightarrow X$**

1.-INTRODUCCION.....	101
2.-EL MECANISMO DE SULLIVAN: VARIABLES CINEMATICAS.....	102
3.-INCORPORACION DE LA ESTRUCTURA DEL PION SEGUN EL MECANISMO DE SULLIVAN.....	105
4.-UN MECANISMO ALTERNATIVO PARA LA INCORPORACION DE LA ESTRUCTURA PIONICA APLICABLE AL MODELO DE SACO QUIRAL.....	107

**CAPITULO VII:
RESULTADOS OBTENIDOS CON EL
MODELO DE SACO QUIRAL PARA LA
FUNCION DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON**

1.-RESULTADOS PARA LA CORRECCION A LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL NUCLEON DEBIDA AL SUBPROCESO $e-\pi$..	113
2.-RESULTADOS PARA LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEBIDO AL SUBPROCESO $e-q$	116
3.-RESULTADO COMPLETO PARA $F_2(X)$ DEL NUCLEON AISLADO...	118
4.-LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL NUCLEON LIGADO $F_2^A(X)$	120
5.-ANALISIS DE LOS RESULTADOS.....	123

APENDICE A:

LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL NUCLEON EN EL MODELO DE SACO DEL MIT.....	127
--	-----

APENDICE B: SOBRE EL CALCULO

DE LAS FUNCIONES DE ESTRUCTURA ASOCIADAS A LA NUBE PIONICA EN EL MODELO DE SACO QUIRAL.....	134
--	-----

APENDICE C: LA CORRECCION A
FN₂MIT(X) DEBIDA A LA
MODIFICACION DE LOS
CAMPOS FERMIONICOS POR LA
NUBE PIONICA EN EL MODELO
DE SACO QUIRAL..... 143

SEGUNDA PARTE:
ESTUDIO DE EFECTOS DE QUARKS
EN FENOMENOS ELECTROMAGNETICOS
NUCLEARES.

INTRODUCCION..... 152

CAPITULO VIII:
EL PRINCIPIO DE PAULI A NIVEL
QUARK EN SISTEMAS NUCLEARES
..... 159

1.-LA DESCOMPOSICION EN AGRUPACIONES HADRONICAS
DE QUARKS..... 164
2.-EL ESTADO FISICO DE UN SISTEMA DE N QUARKS:
LA SIMETRIA A NIVEL DE QUARKS Y DE HADRONES..... 165
3.-CALCULO DE OBSERVABLES NUCLEARES..... 167

CAPITULO IX:
UN EJEMPLO DE APLICACION DEL
PRINCIPIO DE ANTISIMETRIZACION
A NIVEL QUARK EN UN MUNDO
SIMPLE

1.-INTRODUCCION..... 173
2.-LOS ESTADOS NUCLEARES EN TERMINOS DE QUARKS:
EL PRINCIPIO DE PAULI A NIVEL QUARK..... 174
3.-CALCULO DE OBSERVABLES ELECTROMAGNETICOS..... 176
4.-INCORPORACION DE LA REPULSION A CORTAS DISTANCIAS... 183
5.-EL LIMITE DE POZO DE POTENCIAL UNICO..... 187

CAPITULO X :
LOS EFECTOS QUARK Y LOS
OBSERVABLES ELECTROMAGNETICOS
EN NUCLEOS LIGEROS

..... 192

1.-CALCULO DE DENSIDADES DE CARGA Y FACTORES DE FORMA PARA ${}^3\text{He}$ CON UN MODELO DINAMICO SIMPLE..... 194

1.1.-EL SISTEMA ${}^3\text{He}(p p n)$ 194

1.2.-EL SISTEMA ${}^3\text{He}(p n)$ 199

1.3.-EL SISTEMA ${}^3\text{He} + d^3\text{He}(ppn)$ 201

CAPITULO XI : CONCLUSIONES..... 204

BIBLIOGRAFIA..... 214

PREFACIO

El trabajo que hemos desarrollado y que se resume en esta Memoria, supone una aproximación al estudio de temas fundamentales, tanto en el ámbito de la Física de muy Altas Energías como de la Física Nuclear, desde la perspectiva de la recientemente bautizada Física de Energías Intermedias.

Sin embargo, nuestra óptica particular está condicionada por una toma de posición que oscila entre dos extremos aparentemente muy distantes entre sí. Por un lado, queremos investigar si en los fenómenos inherentes a la física de muy altas energías donde se manifiestan los quarks, hay señales de efectos nucleares que diferencien los resultados de la observación en el caso de estudiar núcleos del caso de estudiar nucleones aislados, aparte de los debidos al Principio de exclusión y a la energía de ligadura.

Uno de los fenómenos que podemos estudiar al respecto es el llamado efecto E.M.C. (AU 85; AR 84), surgido al comparar las funciones de estructura de los nucleones en el caso nuclear (en el hierro por ejemplo) con el caso de nucleones (casi)aislados (en el deuterón). En esta comparación se observaron diferencias no esperadas en un principio, ya que en el régimen de muy alta energía, la hipótesis de que los nucleones se comportan como si estuvieran aislados (considerando la distribución de momentos correspondiente al carácter fermiónico de éstos), parecía razonable.

Para abordar este tipo de estudios, tenemos una serie de modelos que describen la fenomenología de los nucleones en física de baja energía, como son los modelos de saco (CT 75; TH 82; BR 79), utilizando como ingredientes fundamentales los campos de quarks. En particular, el Modelo de Saco Quiral (CB) (VE 80), desarrollado en este ámbito de bajas energías

(GV 83; GV 84) parece muy apropiado ya que incluye también campos bosónicos, que son de gran relevancia en procesos nucleares. Sin embargo, no se ha procedido todavía a extender el estudio de este modelo a la región asintótica, que es en donde pueden aparecer los fenómenos que deseamos estudiar.

Todo el análisis relacionado con la posibilidad de extender el modelo CB a la región de muy altas energías y estudiar con él las funciones de estructura de los nucleones, constituye la primera parte de esta Memoria.

La otra toma de posición de la que hablabamos más arriba se refiere al interés que desde Demócrito se ha tenido en la búsqueda e identificación de los constituyentes últimos de la materia. Si estos constituyentes elementales existen y suponiendo que para la materia nuclear son los quarks, ¿podría revelarse su presencia incluso en fenómenos de baja energía?

Para buscar una respuesta a esta pregunta, investigaremos en la segunda parte de esta Memoria las posibles consecuencias observables de la aplicación de Principio de exclusión de Pauli, cuando se aplica a nivel quark en fenómenos electromagnéticos típicamente nucleares.

Creemos que esta investigación en los límites de la Física de Energías Intermedias, puede aportar un conocimiento importante acerca de la conexión entre ambos, y por tanto, puede contribuir al crecimiento de esta disciplina de la Física actual.

PRIMERA PARTE

**EFECTOS PIONICOS EN DISPERSION
PROFUNDAMENTE INELASTICA DE
ELECTRONES SOBRE MATERIA**

INTRODUCCION

Durante más de una década se ha creído que las distribuciones de los quarks en los núcleos venían definidas por las distribuciones de los quarks en sus protones y neutrones, corregidas simplemente por el movimiento de Fermi. Fue por tanto una gran sorpresa para los físicos el resultado presentado por la colaboración EMC (AU 85), en donde se mostraba una fuerte discrepancia entre ambas distribuciones representadas en la función de estructura $F_2(X)$.

Sin embargo ha desaparecido la mayor parte de esta "confusión", ya que a el efecto EMC podría ser explicado en términos puramente nucleares, al menos en la mayor parte del rango de X (la variable de Bjorken), considerando las correcciones de la dinámica debidas a la energía de ligadura de los nucleones (AS 85; DW 86; BB 86; TW 86). Aún así, si persiste algún efecto en la región de bajas X , esto todavía podría significar algún tipo de nueva física (JA 84; JA 85; CK 86).

El efecto EMC, como se le conoce hoy, fue de inmediato confirmado por los experimentos llevados a cabo en SLAC (BD 83; AR 84), y desde entonces los físicos teóricos trataron de explicarlo presentando en conjunto una cierta variedad de esquemas (JA 84; JA 85; CK 86) que podrían ser clasificados en dos categorías. Por una parte están los llamados modelos de convolución, que incluyen en los núcleos, además de los nucleones, constituyentes adicionales tales como mesones π , resonancias delta, sacos de más de tres quarks, partículas alfa, etc.... Por otra parte están los modelos de *rescaling* que trabajan sólo con las distribuciones de quarks. Estos últimos llevaron a la conclusión, no menos sorprendente, de que las longitudes típicas asociadas con la propagación de los quarks en el medio nuclear son mayores que las asociadas con la escala de

distancias en el nucleón aislado. Esto significaba la aparición, por primera vez, de señales claras de subestructura quark en física nuclear, aunque luego se vió que la relación entre el efecto E.M.C. y los quarks no es necesaria.

De todos modos, todo este conjunto de trabajos han conducido a una línea de investigación en la que se inscribe éste. Lo que pretendemos aquí es: a) entender el comportamiento en la región profundamente inelástica de los modelos de saco de estructura bariónica, que se conocen bien en fenómenos de baja energía, y b) cómo debemos proceder si queremos extender estos modelos de modo que incluyan la estructura de alguno de sus constituyentes elementales originales.

En esta parte del trabajo, investigamos el Modelo de Saco Quiral (CB), entendido como un modelo que proporciona un lagrangiano efectivo de las interacciones fuertes, en el régimen de energías correspondiente a la dispersión profundamente inelástica. Este modelo incorpora de un modo consistente una nube mesónica que rodea al saco y que, en el caso más simple, podemos considerar compuesta únicamente por piones.

Nuestra hipótesis de partida es que el CB (CT 75; CD 79; BR 79; VE 80) representa una buena descripción de los bariones a baja energía. Además, esperamos que en el régimen de momentos en donde se manifiesta el efecto EMC (transferencias de momento muy altas), pequeños cambios en el CB conduzcan a una descripción también razonable del comportamiento en esa región energética.

Una de las ventajas de una descripción como ésta, es que permite la inclusión de todos los mecanismos mencionados, alternativos al puramente nuclear, que se han usado para

explicar el efecto EMC. Mas aún, este modelo está justificado en la región profundamente inelástica ya que se espera que un tratamiento perturbativo, (VE 80; JA 81; AF 86), libre de singularidades (VJ 84; MU 84; ZM 84), tenga aquí plena validez. Una vez extendido el modelo y como consecuencia de este análisis esperamos acercarnos un poco más al entendimiento de la conexión entre los comportamientos en las regiones infrarroja y asintótica de QCD.

R.L. Jaffe (JA 75) analizó con detalle como el modelo del saco del MIT, (CJ 74) que ha sido construido incorporando desde el principio libertad asintótica y confinamiento, presenta invariancia de escala o *scaling* en procesos de dispersión profundamente inelástica. En ese mismo trabajo se prueba que en el límite de Bjorken, (BJ 69; BP 69), la física del sistema no depende de los límites del saco y por tanto no se ve afectada por la estructura dinámica de los mismos. Dicho de otro modo, las singularidades del cono de luz no se alteran por las condiciones impuestas por las paredes del saco.

Sin embargo, este modelo sólo contiene quarks como campos fundamentales y podemos preguntarnos qué pasará en el caso de incorporar en el esquema otros campos, como por ejemplo los mesónicos. ¿Se modificará la invariancia de escala por la presencia de los mesones?. Si la respuesta resulta afirmativa, ¿en qué sentido?. Y en todo caso, ¿cómo se corrigen las funciones de estructura del nucleón al considerar la contribución de los nuevos campos?.

Como veremos aquí, el acoplamiento de los piones no destruye los rasgos fundamentales de este comportamiento aunque las funciones de estructura cambian mostrando que hay un constituyente elemental adicional en el modelo, de naturaleza bosónica.

El orden con que procederemos en nuestro análisis es el que sigue. Primeramente presentaremos un resumen de la formulación de los procesos de dispersión de electrones (capítulo I) y un resumen del Modelo de Saco Quiral (capítulo II). Después, en el capítulo III estudiaremos la formulación de las funciones de estructura del nucleón para adaptarlas a nuestro modelo. A continuación investigaremos las modificaciones introducidas en las funciones de estructura por los piones, como campos fundamentales del modelo, comenzando en el capítulo IV por un modelo sencillo en 1+1 dimensiones y siguiendo después con el caso real en 3+1 dimensiones en el capítulo V. Finalmente, incorporaremos el mecanismo de rotura del pion como un ingrediente externo a nuestro esquema primitivo, y calcularemos con ello la contribución a las funciones de estructura del nucleón en ese caso. Esto se abordará en el capítulo VI. El capítulo VII se dedicará a presentar los resultados obtenidos y a su análisis.

CAPITULO I

FORMULACION BASICA EN PROCESOS
ELECTROMAGNETICOS DE
DISPERSION DE ELECTRONES

1.- VARIABLES CINEMATICAS.

En los procesos de dispersión electromagnética de electrones por un blanco (figura I.1), los fotones intercambiados son virtuales, $q^\mu \neq 0$, y su energía q^0 y vector momento \vec{q} pueden variar independientemente, aunque dependen sin embargo, del sistema de referencia. Si consideramos procesos inclusivos, los dos invariantes comunmente utilizados son:

$$Q^2 \equiv -q^2 = 2EE' - 2|\vec{k}| |\vec{k}'| \cos \theta \xrightarrow{m_e \rightarrow 0} 4EE' \sin^2(\theta/2) \geq 0 \quad (\text{I.1 a})$$

$$2Mv \equiv 2p \cdot q = Q^2 + W^2 - M^2 = 2M(E-E') \quad (\text{I.1.b})$$

donde θ es el ángulo de dispersión del electrón en el sistema laboratorio, M la masa del blanco y W es la masa invariante del estado hadrónico final. Si se hace la hipótesis de que el proceso está dominado por el intercambio de un sólo fotón, puede verse que v es la energía del fotón en el sistema LAB mientras que Q^2 es la masa invariante del fotón cambiada de signo, que en procesos de este género es de tipo espacial.

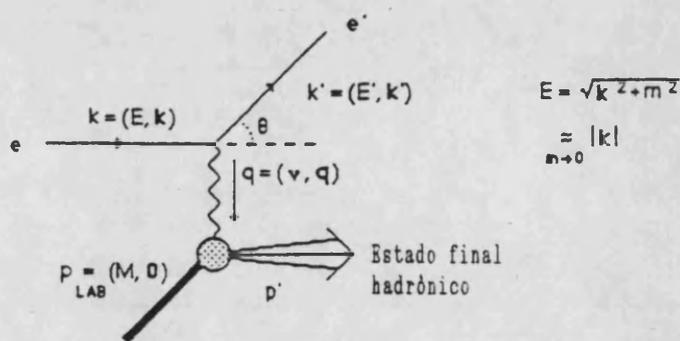


FIGURA I.1

Los dos invariantes pueden ser obtenidos directamente indicando θ en el LAB y la energía del electrón saliente E' . Si el proceso es elástico $W=M$, y entonces:

$$Q^2/2M = v \quad (I.2)$$

que es la generalización relativista directa del resultado no-relativista: $|\vec{q}|^2 / 2M$.

Si se representa gráficamente un diagrama $Q^2 - v$, se pueden visualizar fácilmente las regiones y los valores correspondientes a diferentes procesos.

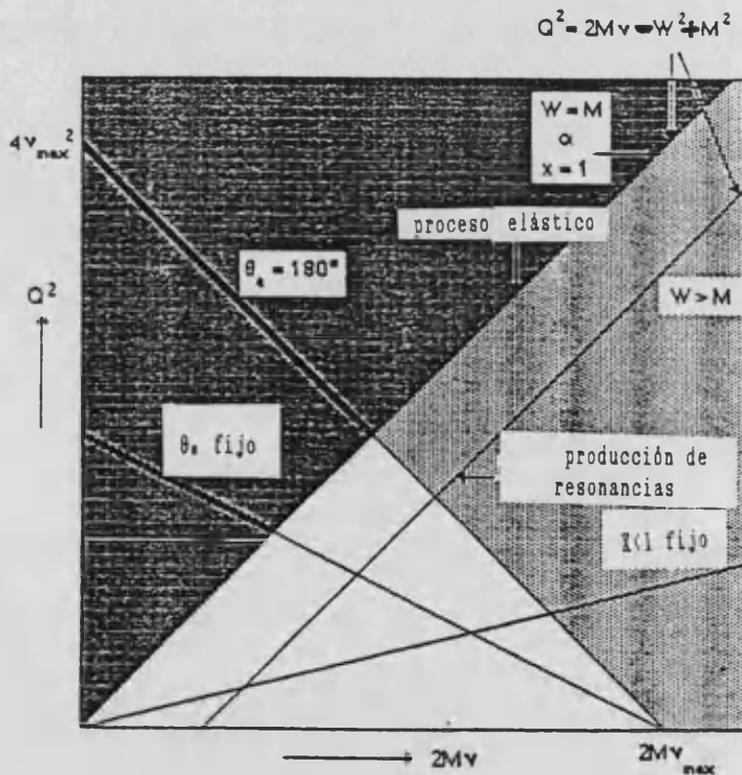


FIGURA I.2

En el caso de proceso elástico, $Q^2 = 2Mv$ forma una recta en esta gráfica, y es también el límite de la región física en dispersión inelástica de electrones para el cual $W^2 > M^2$. La relación entre Q^2 y v , con E fija y θ fijo, es

$Q^2 = 4E(E-v) \sin^2(\theta/2)$, que forma también líneas rectas en la gráfica. La línea correspondiente a $\theta = 180^\circ$ es el límite de la región accesible para un haz incidente dado.

2.- LA SECCION EFICAZ PARA LA DISPERSION DE ELECTRONES POR BLANCOS PUNTUALES.

La expresión para la sección eficaz correspondiente a los procesos en estudio, se construye a partir del factor de flujo del haz incidente, el elemento de matriz al cuadrado y los factores de espacio fásico:

$$d\sigma = \frac{1}{\int_1 \int_2 |\vec{v}_1; \text{LAB}|} |M|^2 \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_{p'}} (2\pi)^4 \delta^4(k+p-k'-p') \quad (\text{I.3})$$

Siendo p' el momento del estado hadrónico final.

Si se toma el sistema de referencia LAB, $\vec{p} = \vec{0}$:

$$\int_1 \int_2 |\vec{v}_1; \text{LAB}| = 2M \cdot 2E \cdot |\vec{k}|/E = 4M |\vec{k}| \xrightarrow{m_e \rightarrow 0} 4ME \quad (\text{I.4})$$

$$\frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2E'} = \frac{|\vec{k}'|^2 dk' d\Omega'}{(2\pi)^3 2E'} = \frac{|k'| dE' d\Omega'}{16\pi^3} \xrightarrow{m_e \rightarrow 0} \frac{E' dE' d\Omega'}{16\pi^3} \quad (\text{I.5})$$

De modo que, en el límite $m_e \rightarrow 0$ se tiene:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{1}{4\pi M} \frac{E'}{E} \left| \frac{A}{4\pi} \right|^2 \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_{p'}} (2\pi)^4 \delta^4(k+p-k'-p') \quad (\text{I.6})$$

El elemento de matriz al cuadrado para procesos electromagnéticos, considerando sólo un fotón intercambiado y con electrones y blanco no polarizado, es:

$$|A|^2 = (1/4) \sum_{\substack{m_1 m_2 \\ m'_1 m'_2}} |\langle k', m'_1 | J^\mu | k, m_1 \rangle (e^2/q^2) \langle p', m'_2 | J_\mu | p, m_2 \rangle|^2 \quad (I.7)$$

que puede reescribirse como:

$$|A|^2 = e^4/q^4 L^{\mu\nu} H_{\mu\nu} \quad (I.8)$$

donde $L^{\mu\nu}$ es el llamado tensor leptónico y $H^{\mu\nu}$ es el tensor hadrónico, dados por:

$$L^{\mu\nu} = (1/2) \sum_{m_1, m'_1} \langle k', m'_1 | J^\mu | k, m_1 \rangle \langle k, m_1 | J^\nu | k', m'_1 \rangle \quad (I.9 a)$$

$$H^{\mu\nu} = (1/2) \sum_{m_2, m'_2} \langle p', m'_2 | J^\mu | p, m_2 \rangle \langle p, m_2 | J^\nu | p', m'_2 \rangle \quad (I.9 b)$$

Para un electrón, esta correlación corriente-corriente se puede evaluar fácilmente con las técnicas standard:

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &= (1/2) \sum \bar{u}(k', m'_1) \gamma^\mu u(k, m_1) u(k, m_1) \gamma^\nu \bar{u}(k', m'_1) = \\ &= (1/2) \text{Tr} [(\not{k}' + m_e) \gamma^\mu (\not{k} + m_e) \gamma^\nu] = \\ &= 2 [k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - g^{\mu\nu} (k \cdot k' - m_e^2)] = \\ &= 2k^\mu k'^\nu + 2k^\nu k'^\mu - Q^2 g^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (I.10)$$

Conviene separar la expresión para el blanco, en partes que involucran el momento del fotón q^μ y el momento p^μ , de forma que la condición de invariancia *gauge* se satisfaga:

$$q^\mu H_{\mu\nu} = H_{\mu\nu} q^\nu = 0 \quad (I.11)$$

Si el blanco es puntual:

$$\begin{aligned} H^{\mu\nu} &= 2p^\mu p'^\nu + 2p^\nu p'^\mu - Q^2 g^{\mu\nu} = \\ &= [q^\mu q^\nu / Q^2 - g^{\mu\nu}] Q^2 + 4 T^\mu T^\nu \end{aligned} \quad (I.12)$$

donde:

$$T^\mu = p^\mu - (p \cdot q / q^2) q^\mu \quad (I.13)$$

que, en caso de dispersión elástica toma la forma:

$$T^\mu = p^\mu + q^\mu / 2 = (p^\mu + p'^\mu) / 2 \quad (I.14)$$

La contracción de los tensores hadrónico y leptónico, en el límite $m_e = 0$, proporciona el resultado:

$$L^{\mu\nu} \left[q^\mu q^\nu / q^2 - g^{\mu\nu} \right] = 2 Q^2 \stackrel{LAB}{=} 8 EE' \sin^2 (\theta/2) \quad (I.15)$$

$$L^{\mu\nu} T_\mu T_\nu = 4(R \cdot T)^2 - Q^2(T \cdot T) \stackrel{LAB}{=} 4M^2 EE' \cos^2 (\theta/2) \quad (I.16)$$

Siendo:

$$R^\mu \equiv K^\mu - (k \cdot q / q^2) q^\mu = K^\mu - q^\mu / 2 = (k^\mu + k'^\mu) / 2 \quad (I.17)$$

De forma que la sección eficaz diferencial para partículas puntuales, en el LAB y para procesos elásticos es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{4\alpha^2 E'^2 M}{\pi Q^4} \left[\cos^2 (\theta/2) + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 (\theta/2) \right] \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_{p'}} (2\pi)^4 \delta^4(q+p-p') \quad (I.18)$$

Cuando no se observa la partícula saliente de momento p' , se integra sobre su espacio fásico:

$$\begin{aligned} & \frac{M}{\pi} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_{p'}} (2\pi)^4 \delta^4(q+p-p') = \\ & = \frac{M}{\pi} (2\pi) \delta((p+q)^2 - M^2) = 2M \delta(2p \cdot q + q^2) = \\ & = 2M \delta(2Mv - Q^2) = \delta(v - Q^2/2M) \end{aligned} \quad (I.19)$$

y la sección eficaz se convierte en:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega dE'} &= \\ &= \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left[\cos^2(\theta/2) + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2(\theta/2) \right] \delta(v - Q^2/2M) \end{aligned} \quad (I.20)$$

La sección eficaz para la interacción electromagnética entre dos fermiones puntuales cargados es puramente elástica, lo cual se visualiza en la función $\delta(v - Q^2/2M)$. Debido a la presencia de esta función, es común integrar sobre la energía de la partícula saliente de momento k'' , proporcionando la llamada sección eficaz de Mott, multiplicada por un factor que procede del retroceso del blanco, y que contiene la interacción de los momentos magnéticos (que es proporcional a $Q^2/2M^2$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}} \frac{E'}{E} \left[1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2(\theta/2) \right] \quad (I.21)$$

donde:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}} = \frac{4\alpha^2 E'^2 \cos^2(\theta/2)}{Q^4} \quad (I.22)$$

3.-FACTORES DE FORMA DE PARTICULAS CON ESTRUCTURA

Si se quiere analizar (experimentalmente) la dispersión elástica de una partícula no puntual, es decir, una partícula con una cierta distribución de carga y de corriente, es necesario considerar la forma más general para el elemento de matriz:

$$\langle p', s' | J^\mu(x) | p, s \rangle = e^{-i q x} \langle p', s' | J^\mu(0) | p, s \rangle \quad (I.23)$$

que sea consistente con invariancia Poincaré, con invariancia gauge e invariancias bajo Paridad e Inversión Temporal.

Para estados normalizados:

$$\langle p' | p \rangle = (2\pi)^3 2E \delta^3(p-p') \quad (I.24)$$

ésto significa, por ejemplo:

$$\langle p' | J^\mu | p \rangle = (p^\mu + p'^\mu) F(q^2) \quad (I.25)$$

para partículas de spin 0, y :

$$\langle p', s' | J^\mu | p, s \rangle = \bar{u}_{s'}(p') \Gamma^\mu(p, p') u_s(p) \quad (I.26)$$

con

$$\Gamma^\mu(p, p') = \gamma^\mu F_1(q^2) + (i\sigma^{\mu\nu} q_\nu / 2M) F_2(q^2) \quad (I.27)$$

para una partícula de spin 1/2. ($u_s(p)$ indica el spinor libre de Dirac). F , F_1 y F_2 son los llamados factores de forma que dependen de q^2 con $q = p' - p$. F_1 es el llamado factor de forma de Dirac y F_2 el factor de forma de Pauli. La matriz $\sigma^{\mu\nu}$ viene dada por:

$$\sigma^{\mu\nu} = (i/2) [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (I.28)$$

Si se tratara de una partícula de spin 1/2 puntual, se tendría:

$$\Gamma_{\mu} = \gamma_{\mu} \quad (I.29)$$

$$F_1 = 1 \quad (I.30 a)$$

$$F_2 = 0 \quad (I.30 b)$$

La forma de expresar la corriente no es sin embargo, única. Una alternativa es:

$$\Gamma_{\mu}(p, p') = \left(1 + \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} \left[\frac{p^{\mu} + p'^{\mu}}{2M} G_E(q^2) + \frac{N_{\mu}}{2M^2} G_M(q^2) \right] \quad (I.31)$$

donde:

$$N_{\mu} = (i/2) \epsilon_{\mu\nu\delta\sigma} q^{\nu} (p^{\delta} + p'^{\delta}) \gamma^{\sigma} \gamma_5 \quad (I.32)$$

$$(\epsilon_{0123} = 1; \gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3).$$

En esta expresión, G_E y G_M son los llamados factores de forma de Sachs, eléctrico y magnético, cuyo significado físico está estrechamente relacionado con las distribuciones de carga eléctrica y de corriente magnética. La relación entre los factores de forma de Sachs y F_1 y F_2 es:

$$G_E = F_1 - \frac{q^2}{4M^2} F_2 \quad (I.33 a)$$

$$G_M = F_1 + F_2 \quad (I.33 b)$$

Si se trata de una partícula puntual se tiene:

$$F_{1\text{punt}} = 1 \quad (\text{carga})$$

$$F_{2\text{punt}} = 0 \quad (\text{momento magnético anómalo}) \quad (I.34)$$

y los factores de forma son constantes que no dependen del momento de la sonda q^2 .

Para los nucleones se tiene:

$$\text{Protón: } F_{1P}(0) = 1 \\ F_{2P}(0) = 1.793$$

$$G_{EP}(0) = 1 \\ G_{MP}(0) = \mu_p = 2.793 \\ (\text{momento magnético})$$

$$\begin{array}{ll} \text{Neutrón: } F_1^n(0) = 0 & G_E^n(0) = 0 \\ F_2^n(0) = -1.913 & G_M^n(0) = \mu_n = -1.913 \end{array}$$

Si se quiere usar una única expresión para protones y neutrones, se puede utilizar el lenguaje de isospin para nucleones:

$$F_i^N = F_i^S + \tau_3 F_i^V \quad (I.35)$$

donde F_i^S es el factor de forma (iso)escalar y F_i^V es el factor de forma (iso)vectorial, dados por:

$$F_i^S = (F_i^P + F_i^n)/2$$

$$F_i^V = (F_i^P - F_i^n)/2 \quad (I.36)$$

El comportamiento de los nucleones frente a Q^2 es, aproximadamente, de forma dipolar, teniéndose las siguientes relaciones:

$$G_E^P(Q^2) \approx \frac{G_M^P(Q^2)}{\mu_P} \approx \frac{G_M^n(Q^2)}{\mu_n} = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{Gev}^2}\right)^{-2}$$

$$G_E^n(Q^2) \approx 0 \quad (I.37)$$

Este momento magnético dipolar indica que las distribuciones de carga y magnéticas dentro de los nucleones, son de tipo exponencial aproximadamente.

4.-LA SECCION EFICAZ PARA BLANCOS CON ESTRUCTURA

Si queremos encontrar la expresi3n de la secci3n eficaz diferencial para un proceso de dispersi3n electr3n nucle3n, deb3mos sustituir $H_{\mu\nu}$, el tensor hadr3nico que introducimos en la secci3n anterior, por otro que d3 cuenta de la estructura del nucle3n:

$$\begin{aligned}
 H_{\mu\nu}(N) &= (1/2) \sum_{s,s'} \langle p',s' | J^\mu(0) | p,s \rangle \langle p,s | J^\nu(0) | p',s' \rangle = \\
 &= (1/2) \text{TR} [(\not{p} + M) \Gamma^\mu (\not{p} + M) \Gamma^\nu] = \\
 &= \left[\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right] Q^2 (F_1 + F_2)^2 + 4 T^\mu T^\nu \left(F_1^2 + \frac{Q^2}{4M^2} F_2^2 \right) = \\
 &= \left[\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right] Q^2 G_M^2 + 4 T^\mu T^\nu \left(\frac{G_E^2 + Q^2 G_M^2/4M^2}{1 + Q^2/4M^2} \right) \quad (I.38)
 \end{aligned}$$

donde, como antes:

$$T^\mu = p^\mu - (p \cdot q / q^2) q^\mu$$

Contrayendo $H_{\mu\nu}(N)$ con el tensor lept3nico obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega dE'} &= \frac{\alpha^2 E'}{Q^4 E} \frac{L^{(\bullet)\mu\nu} H_{\mu\nu}(N)}{4M^2} \delta(v - Q^2/2M) = \\
 &= \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left\{ \cos^2(\theta/2) \frac{G_E^2 + Q^2 G_M^2/4M^2}{1 + Q^2/4M^2} + \frac{Q^2 G_M^2}{2M^2} \sin^2(\theta/2) \right\} \cdot \\
 &\quad \cdot \delta(v - Q^2/2M) \quad (I.39)
 \end{aligned}$$

y si se integra sobre E' :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}} \frac{E'}{E} \left[\frac{G_E^2 + Q^2 G_M^2/4M^2}{1 + Q^2/4M^2} + \frac{Q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2(\theta/2) \right] \quad (I.40)$$

que es la conocida f3rmula de Rosenbluth.

El análisis de esta expresión nos hace ver que, la sección eficaz diferencial dividida por la de MOTT y por el factor de retroceso $E'/E (1 - Q^2/2ME)$, tiene la estructura:

$$A(Q^2) + B(Q^2) \tan^2(\theta/2). \quad (I.41)$$

Si se hace una representación gráfica para diferentes energías de haz, E , y diferentes ángulos de dispersión, θ , manteniendo Q^2 constante, la dependencia lineal en $\tan^2(\theta/2)$ hace posible separar $A(Q^2)$ de $B(Q^2)$ y de ello se puede obtener G_E y G_M . (Recordemos que en todo el razonamiento se asume la hipótesis de intercambio de un sólo fotón).

Para el caso de un blanco escalar, como podría ser un núcleo de spin 0, la expresión para la corriente conduce directamente al resultado:

$$H^{\mu\nu}(A) = 4T^{\mu\nu} T^{\nu} F^2(Q^2) \quad (I.42)$$

y por tanto:

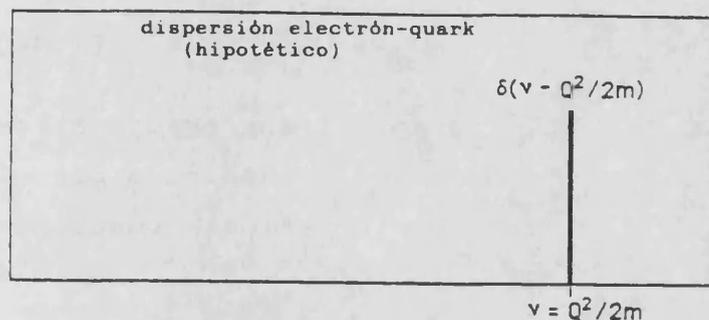
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{MOTT} \frac{E'}{E} F^2(Q^2) \quad (I.43)$$

5.- DISPERSION INELASTICA DE ELECTRONES POR NUCLEOS

La sección eficaz para la dispersión inclusiva $eA \rightarrow e'X$, donde A es un blanco no polarizado y X es un estado hadrónico no observado, es simple para un blanco puntual, como ya se ha visto, ya que el sistema no puede ser excitado ni roto. En el caso de nucleones sin embargo, la estructura interna se revela a través de los factores de forma que decrecen con Q^2 , de modo que cuando $Q^2 \gg 1/R^2$, donde R es el tamaño del sistema, la sección eficaz prácticamente desaparece.

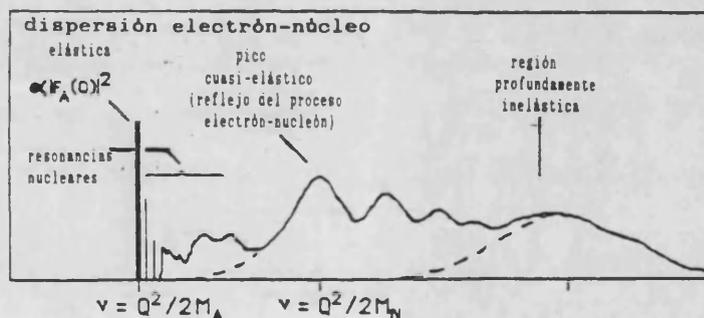
Por otra parte, si la energía transferida en el proceso es suficientemente grande, es posible excitar al sistema lo cual da lugar a contribuciones inelásticas a la sección eficaz, como se muestra en la figura I.3. Si Q^2 y ν son suficientemente grandes, la sección eficaz debe mostrar dispersiones elásticas por constituyentes elementales en el nucleón, y debe convertirse en una suma incoherente de secciones eficaces correspondientes a procesos electrón-quark, teniendo en cuenta además, la distribución de momentos de los quarks en el nucleón. Estos se conocen como procesos de dispersión profundamente inelástica. La existencia de una región energética en la cual la sección eficaz, módulo la sección eficaz de Mott, es independiente de Q^2 resulta ser una evidencia de la existencia de constituyentes puntuales en los nucleones. Para procesos electrón-núcleo, la sección eficaz presenta la siguiente gradación (figura I.3): Primero se tiene la dispersión elástica que desaparece para $Q^2 \gg 1/R_A^2$. Si la transferencia de energía es mayor que la umbral $Q^2/2M_A$, pueden aparecer resonancias nucleares. En la región próxima a $\nu = Q^2/2M_N$ la sección eficaz se convierte en una suma incoherente asociada con procesos elásticos electrón-nucleón en el núcleo (dispersión cuasi-elástica).

Esta parte de la sección eficaz total también desaparece cuando crece Q^2 debido a los factores de forma de los nucleones. Estos nucleones pueden ser excitados también y al final se alcanza la región profundamente inelástica donde el proceso de dispersión es reflejo de nuevo de subprocesos elásticos de dispersión por las partículas más pequeñas, puntuales que son los constituyentes últimos de los núcleos: los quarks.

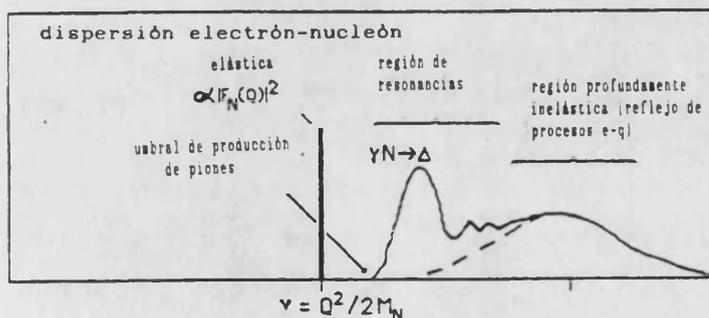


SECCION EFICAZ

ENERGIA TRANSFERIDA



ENERGIA TRANSFERIDA



ENERGIA TRANSFERIDA

FIGURA I.3 24

6.- FORMALISMO

La expresión general para la sección eficaz en procesos de dispersión inelástica de electrones por un blanco en el sistema LAB es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2 E'}{M Q^4 E} L_{\mu\sigma} W^{\mu\sigma} \quad (\text{I.44})$$

donde $Q^2 = -q^2$ es el cuadrado del momento transferido. Si se asume la hipótesis de que el proceso está dominado por el intercambio de un solo fotón, la sección eficaz puede ser factorizada en una parte leptónica:

$$L_{\mu\sigma} = 2(k_\mu k_\sigma' + k_\sigma k_\mu' - g_{\mu\sigma} k \cdot k') \quad (\text{I.45})$$

y una parte hadrónica $W_{\mu\sigma}$. Si se compara la expresión para $d\sigma$ con la que obtuvimos para el caso de fermiones puntuales, podemos deducir la expresión para $W_{\mu\sigma}$, teniendo en cuenta que aquí se tiene un blanco con estructura:

$$\begin{aligned} W_{\mu\sigma} &= (1/4\pi)(1/2) \sum_{s, s_n} \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} e^{i4x} \langle p, s | J_\mu(0) | p_n, s_n \rangle \\ &\quad \langle p_n, s_n | J_\sigma(0) | p, s \rangle (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+q-p_n) \\ &= (1/4\pi) \int d^4 x e^{iqx} \langle p | J_\mu(x) J_\sigma(0) | p \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.46})$$

donde $J_\mu(x) = e^{iPx} J_\mu(0) e^{-iPx}$ es un operador hermitico, y la suma promediada sobre spines se sobreentiende. Dado que los estados intermedios n deben ser estados físicos, podemos reescribir la última expresión como sigue:

$$W_{\mu\sigma} = (1/4\pi) \int d^4x e^{iqx} \langle p | [J_\mu(x), J_\sigma(0)] | p \rangle \quad (I.47)$$

El segundo término del conmutador es nulo, lo cual se puede ver introduciendo un conjunto completo de estados intermedios que proporcionan una función $\delta^{(4)}(q-p+p_n)$ que nos da el valor 0, ya que en el LAB $q^0 > 0$, $p = M$ y $p_n^0 > M$.

Para un blanco no polarizado, la forma más general para un tensor $W_{\mu\sigma}$ invariante *gauge*, simétrico, hermitico e invariante bajo paridad e inversión temporal es (CL 79):

$$W_{\mu\sigma} = (-g_{\mu\sigma} + q_\mu q_\sigma / q^2) W_1 + (p_\mu - p \cdot q q_\mu / q^2)(p_\sigma - p \cdot q q_\sigma / q^2) W_2 / M^2 \quad (I.48)$$

donde $W_{1,2}$ son función de los invariantes ν y Q^2 llamadas funciones de estructura.

Contrayendo los tensores leptónico y hadrónico se obtiene:

$$L^{\mu\sigma} W_{\mu\sigma} = 4W_1 k \cdot k' + (W_2 / M^2)(4 p \cdot k p \cdot k' - 2 k \cdot k' M^2) \quad (I.49)$$

lo cual, siguiendo un proceso análogo al seguido en los apartados anteriores, conduce a:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{4a^2 E'^2}{M Q^4} (W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \theta / 2 + 2 W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \theta / 2) \quad (I.50)$$

Comparando este resultado con (I.39) podemos deducir, para el caso de dispersión elástica:

$$W_1 = 1(\nu, Q^2) = (Q^2 / 4M) G_M^2(Q^2) \delta(\nu - Q^2 / 2M)$$

$$W_2^{\bullet 1}(\nu, Q^2) = \frac{G_E^2(Q^2) + (Q^2/4M^2)G_M^2(Q^2)}{1 + Q^2/4M^2} M \delta(\nu - Q^2/2M) \quad (\text{I.51})$$

Si además las partículas presentes en el proceso son fermiones puntuales se tiene:

$$\begin{aligned} W_{1 \text{ punt}}(\nu, Q^2) &= (Q^2/4M) \delta(\nu - Q^2/2M) = (Q^2/4M\nu) \delta(Q^2/2M\nu - 1) \\ (\nu/M)W_{2 \text{ punt}}(\nu, Q^2) &= \delta(\nu - Q^2/2M) = \delta(Q^2/2M\nu - 1) \end{aligned} \quad (\text{I.52})$$

que son funciones que dependen solamente del parámetro adimensional $X = Q^2/2M\nu$, y no hay presente ninguna magnitud de escala energética, al contrario de lo que sucede en el caso de partículas con estructura donde $G_{E,M}(Q^2)$ sí contienen una escala de energías, como se ve en la expresión (I.37).

Las dos funciones de estructura $W_{1,2}(\nu, Q^2)$ están relacionadas con procesos de absorción de fotones transversales (helicidad $+1$ ó -1) y longitudinales (helicidad 0) cuyas secciones eficaces σ_T y σ_L dependen de estas funciones. Un fotón que se mueve según el eje z con energía ν y masa invariante Q^2 puede tener una polarización representada por los vectores:

$$\begin{aligned} \epsilon(\pm 1) &= \mp (0; 1, \pm i, 0) / \sqrt{2} \\ \epsilon(0) &= (\sqrt{Q^2 + \nu^2}; 0, 0, \nu) / \sqrt{Q^2} \end{aligned} \quad (\text{I.53})$$

que cumplen la exigencia de invariancia *gauge* $q \cdot \epsilon = 0$. Si el flujo incidente de fotones es K , entonces podemos definir:

$$\sigma_{\pm 1, 0} = \frac{4\pi^2 \alpha}{M K} \epsilon_{\pm 1, 0}^{\mu} W_{\mu\sigma} \epsilon_{\pm 1, 0}^{\sigma} \quad (\text{I.54})$$

con lo cual:

$$W_1 = \frac{KM}{4\pi^2 a} \sigma_T ; \text{ con } \sigma_T = (\sigma_+ + \sigma_-)/2$$

$$W_2 = \frac{KM}{4\pi^2 a} (\sigma_T + \sigma_L) \frac{Q^2}{Q^2 + \nu^2} \quad (I.55)$$

Así se puede relacionar el tensor hadrónico $W_{\mu\sigma}$ con una dispersión Compton hacia delante, usando el teorema óptico:

$$W_{\mu\sigma} = (1/4\pi) \int d^4x e^{iqx} \langle p | [J_\mu(x), J_\sigma(0)] | p \rangle =$$

$$= (1/2\pi) \text{Im} \left[i \int d^4x e^{iqx} \langle p | T(J_\mu(x) J_\sigma(0)) | p \rangle \right] \quad (I.56)$$

esquemáticamente:

$$W_{\mu\sigma} d\Sigma \left[\text{diagrama} \right] d \text{Im} \left\{ \text{diagrama} \right\} \theta=0$$

7.- LA ESTRUCTURA DEL BLANCO EN DISPERSION PROFUNDAMENTE INELASTICA DE ELECTRONES

Las funciones de estructura $W_{1,2}$ dependen ambas de ν y de Q^2 que pueden variar independientemente, ya que una depende de la energía perdida por el electrón y la otra del ángulo de dispersión. La masa invariante del sistema hadrónico final que no se observa es:

$$W^2 = (p+q)^2 = M^2 + 2p \cdot q + q^2 \quad (I.57 a)$$

que en el sistema LAB , con $Q^2 = -q^2$ es:

$$W^2 = M^2 + 2Mv - Q^2 \quad (\text{I.57 b})$$

Los resultados para el comportamiento de las funciones de estructura se resumen del modo siguiente. Para W fijo (dispersión inelástica o producción de resonancias. Figura I.2):

$$\frac{W_1(W, Q^2)}{(v/M) W_2(W, Q^2)} \Big|_{Q^2 \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (\text{I.58})$$

debido a que los factores de forma hacen que la sección eficaz desaparezca para grandes Q^2 . Sin embargo para $X=Q^2/2Mv$ fijo y $Q^2 \gg 1 \text{ GeV}^2$ aparece el fenómeno conocido como *scaling* de Bjorken (BJ 69):

$$\begin{aligned} M W_1(X, Q^2) &\rightarrow F_1(X) \\ v W_2(X, Q^2) &\rightarrow F_2(X) \end{aligned} \quad (\text{I.59})$$

Además sucede que $\sigma_L \ll \sigma_T$ y entonces:

$$F_2(X) = 2X F_1(X) \quad (\text{I.60})$$

La independencia con Q^2 de las funciones adimensionales $F_{1,2}$ para valores fijos de X implica que las funciones de estructura son independientes de cualquier escala de energías. Este fenómeno surge de una manera natural si la dispersión inelástica de electrones por el blanco es debida a la suma incoherente de procesos de dispersión elástica de esos electrones por partículas puntuales que forman la subestructura del blanco, ya que para este tipo de procesos no aparece ningún parámetro de escala energética, como se vió en la expresión (I.52).

Si la dispersión de electrones es incoherente sobre esas partículas puntuales, y suponemos que cada una transporta una fracción x del momento total del blanco, tiene una masa despreciable y un momento transversal también despreciable frente al longitudinal en la dirección de la colisión, entonces:

$$(v/M) W_2(v, Q^2) \rightarrow F_2(X) = \sum \int dx e_i^2 x f_i(x) \delta(x - X)$$

(I.61)

donde la suma se extiende a las diferentes clases de constituyentes (habitualmente llamados partones en este tipo de esquemas) y sobre sus cargas e_i . $f_i(x)$ es la probabilidad de que el constituyente transporte una fracción de momento comprendida entre x y $x+dx$.

El hecho experimental de que σ_L/σ_T sea muy pequeño en procesos a muy alta energía (AT 76) indica que los constituyentes tienen spin 1/2 ya que, analizando desde el sistema de referencia en el que los momentos del fotón sonda y del constituyente son colineales, un bosón puntual no puede absorber un fotón con helicidad +1 ó -1.

8. - INVARIANCIA DE ESCALA Y SUBESTRUCTURA

Escribamos el factor de forma para un sistema compuesto del modo siguiente:

$$(1+Q^2/\Lambda^2)^{-\alpha} \quad (I.62)$$

El parámetro Λ es mayor a medida que el blanco es "más elemental", de modo que si éste es puntual $\Lambda \rightarrow \infty$. Además, la relación entre Q^2 y Λ^2 gobierna la relevancia o la no relevancia de la subestructura en un cierto proceso. Consideremos ahora la dispersión de electrones por un núcleo de masa M y representemos F_2 en función de $X=Q^2/2M\nu$ (figura I.4). En el punto $X=1$ tenemos el proceso elástico de dispersión coherente de los electrones por todo el núcleo. A más alta energía podemos ver la producción coherente de resonancias nucleares. Si hacemos crecer Q^2 de modo que $Q^2 > \Lambda^2_{\text{NUCLEO}}$, los factores de forma nucleares hacen disminuir la sección eficaz elástica y el proceso está dominado por la dispersión incoherente y elástica de los leptones por los constituyentes del núcleo, es decir los nucleones. Este proceso cuasi-elástico sucede cuando:

$$2M_p \nu = Q^2 \quad (I.63)$$

donde M_p es la masa del nucleón. De modo que aparece un pico en la sección eficaz en el punto $X=M_p/M \approx 1/N$ donde N es el número de nucleones en el núcleo considerado (WE 75).

Si:

$$\Lambda^2_{\text{NUCLEON}} \gg Q^2 \gg \Lambda^2_{\text{NUCLEO}} \quad (I.64)$$

la estructura interna de los nucleones no se revela en el proceso y estos se comportan como si fueran puntuales, con lo cual el proceso presentará *scaling*, con una dependencia con $X=1/N$ solamente. Si esto fuera todo la dispersión inelástica de electrones por núcleos presentaría invariancia de escala y la sección eficaz se comportaría como una función delta en $X=1/N$, pero en realidad los nucleones tienen una distribución de momentos en el núcleo compatible con el Principio de Pauli y la sección eficaz presenta una anchura alrededor del punto $X=1/N$ cuyo área está relacionada con la suma de los cuadrados de las cargas de los constituyentes (CL 79).

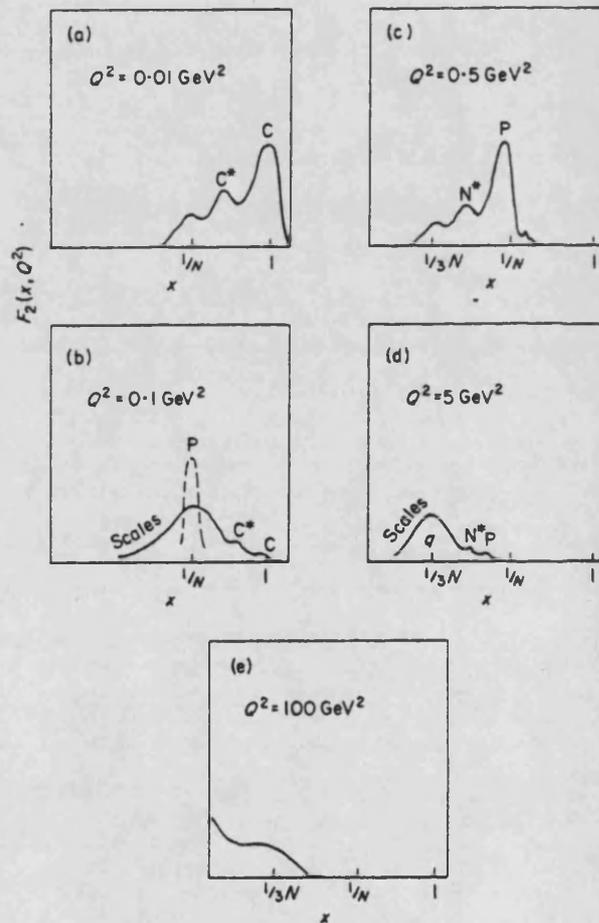


FIGURA I.4

(Se ha representado el caso del Carbono como ejemplo.(CL 79))

Experimentalmente sabemos que los nucleones no son elementales y que por tanto la invariancia de escala en procesos inelásticos se viola debido a que los factores de forma de los nucleones introducen una nueva dependencia con Q^2 en la sección eficaz. Equivalentemente se puede pensar que ello es consecuencia de que el tamaño finito del nucleón está siendo puesto de manifiesto y por tanto aparece una nueva escala de longitudes que rompe la invariancia de escala.

Cuando $Q^2 \gg 0.7 \text{ GeV}^2$ los procesos de dispersión de leptones por nucleones están dominados por subprocesos elásticos e incoherentes de dispersión por quarks. Así, en el blanco nuclear debe haber un *rescaling*: a un valor Q^2_1 la invariancia de escala se debe a la dispersión por nucleones "puntuales" mientras que a valores $Q^2_2 \gg Q^2_1$ hay un nuevo *scaling* debido a los quarks puntuales.

Todo esto puede ser resumido como sigue: un cierto valor dado de Q^2 prueba la estructura del blanco al nivel n , pero no puede revelar la estructura al nivel $n+1$ (KS 74; LL 75).

Si todos los partones (constituyentes) del nivel $n+1$ están cargados, pueden interaccionar con el fotón sonda. Dado que el momento de un partón en el nivel n debe ser igual a la suma del de sus prepartones del nivel $n+1$ (se desprecia siempre la interacción entre ellos), el área bajo la función de estructura debe conservarse (excepto por las cargas al cuadrado de los prepartones comparadas con la del partón), pero el momento promedio de un prepartón debe ser menor que el del partón que lo incluye y por tanto el valor $\langle X \rangle$ a nivel $n+1$ debe ser menor que a nivel n , como muestra la figura I.4.

En el nivel n un nucleón contiene sólo quarks u y d . El nivel $n+1$ aparece cuando esos quarks emiten gluones. los cuales, ya en el nivel $n+2$, pueden producir más gluones y pares quark-antiquark, con aparición de sabores extrañeza y encanto en

particular. De modo que a medida que n crece, el momento del nucleón que en principio era transportado sólo por tres quarks de valencia, es al final transportado por todos los tipos de quarks y gluones. Ya que el número de quarks crece con n (o con Q^2), se tiene:

$$\langle X_n \rangle \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0 \quad (I.65)$$

Consecuencia de esto es:

$$F_2(X, Q^2) \xrightarrow[Q^2 \rightarrow \infty]{} \delta(X) \quad (I.66)$$

y por tanto, en lugar de *scaling* y *rescaling*, puede observarse una continua violación de la invariancia de escala que hace que $F_2(X, Q^2)$ se desplace hacia valores de X más y más pequeños, tendiendo en última instancia a $\delta(X)$ (figura I.5).

Los datos experimentales revelan sin embargo la existencia de una región energética en donde el fenómeno de *scaling* se presenta en muy buena aproximación, y en acuerdo con la hipótesis de que sean los quarks los responsables últimos de este tipo de procesos. En el trabajo presentado en esta Memoria nos basaremos en esta hipótesis fundamental.

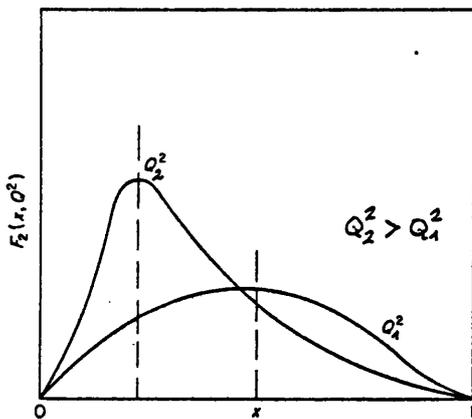


FIGURA I.5

CAPITULO II

EL MODELO DE SACO QUIRAL

El modelo de saco, creado en el MIT en 1974, (CJ 74; JO 75), surge ante la necesidad de emplear teorías efectivas en la formulación de las interacciones fuertes, reuniendo los ingredientes fenomenológicos observados y evitando los cálculos complicados que implican los desarrollos teóricos independientes de modelo, como por ejemplo el cálculo de los conmutadores en el cono de luz.

La idea básica es sencilla. Si se quiere pasar a la zona de altas energías, donde la constante de acoplamiento es pequeña, los únicos ingredientes a incorporar son una superficie de confinamiento para los campos con color, y una densidad de energía constante, B , asociada a la creación de la cavidad. Dentro de esta cavidad, es válida QCD perturbativa y hay libertad asintótica. Fuera de esta región, el vacío ordinario repele los quarks y gluones.

En cuanto a B , representa la energía liberada por unidad de volumen si el hadrón pasa a ser vacío. Así pues, ya que los hadrones tienen energía finita, ocupan un volumen finito y constituyen un hipertubo en el espacio-tiempo. Las condiciones impuestas a los campos en la superficie confinante de la cavidad (el saco), aseguran que no haya flujo de color a través de dicha superficie. B representa pues, la escala de energía para el confinamiento, y por ser proporcional al volumen del hipertubo, el modelo es invariante relativista.

1.- FORMULACION DEL MODELO

La descripción que se hace de un hadrón es parecida a la que se obtiene en el modelo de capas, simulándose el potencial medio de la Física Nuclear a través de las condiciones impuestas a las funciones de onda individuales sobre la superficie.

La formalización de estas ideas se realiza por el cauce habitual mediante una formulación lagrangiana. La acción es:

$$W = \int d^4x (L_{QCD} - B) \theta_{in} = \int d^4x \left[\left((i/2) \bar{q} \not{D} q + \right. \right. \\ \left. \left. + g \bar{q} \not{A} (\lambda/2) q - B - (1/4) F_{\mu\sigma}^a F_a^{\mu\sigma} \right) \theta_{in} + (1/2) \bar{q} q \delta_s \right] \quad (II.1)$$

donde:

$$F_{\mu\sigma}^a = \partial_\mu A_\sigma^a - \partial_\sigma A_\mu^a + f_{abc} A_\mu^b A_\sigma^c \quad (II.2a)$$

es el tensor correspondiente a las corrientes gluónicas con color a,

$$\not{A} = A_\mu \gamma^\mu \quad (II.2b)$$

y θ_{in} , es la función paso:

$$\theta_{in} = \begin{cases} = 1 & \text{dentro del saco} \\ = 0 & \text{fuera del saco} \end{cases} \quad (II.3)$$

Omitiremos los gluones desde el principio, ya que pueden ser incorporados de modo perturbativo al esquema general.

Las ecuaciones de movimiento que se deducen exigiendo que la acción sea estacionaria bajo variaciones de los campos y la superficie, se simplifican notablemente si suponemos que la cavidad tiene simetría esférica con radio de confinamiento R, independiente del tiempo. En ese caso:

$$(i\partial - m) \psi = 0 \quad \text{en el interior.} \quad (\text{II.4 a})$$

$$-i n^\mu \gamma_\mu \psi = \psi \quad \text{en la superficie.} \quad (\text{II.4 b})$$

$$n^\mu \partial_\mu \bar{\psi} \psi = 2B \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.4 c})$$

siendo n^μ la normal a la cavidad dirigida hacia fuera.

La última de las ecuaciones expresa que no hay flujo de energía-momento a través de la superficie del saco,

$$n_\mu T^{\mu\sigma} = 0 \quad (\text{II.4 c'})$$

donde $T^{\mu\sigma}$ es el tensor de energía-momento. Vemos que B juega el papel de una "presión" exterior que compensa el flujo de energía-momento a través de la superficie.

Debido al carácter local de la ecuación (II.4 c), podemos razonar del siguiente modo: la parte derecha de la ecuación es una constante, por lo tanto, la parte izquierda de la misma, no puede tener dependencia angular por lo que las únicas soluciones compatibles corresponden a $J=1/2$. Sin embargo si se satisface (II.4 c) globalmente, pueden aparecer otros números cuánticos. Los números cuánticos que caracterizan las soluciones son n , el número cuántico radial; J , el momento angular total y $\lambda = \pm 1$, que distingue entre los dos estados de momento angular orbital, asociados con el mismo J . Para un conjunto de números cuánticos dado, (n, J, λ) , hay dos soluciones degeneradas (ME 69):

$$u_\alpha(x, t) = -N_\alpha \begin{vmatrix} i\lambda_\alpha j_{1\alpha}(p_\alpha r) \\ j_{1\alpha}(p_\alpha r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \end{vmatrix} y_{M_{1J}}(\hat{r}) e^{-i\omega_\alpha t} \quad (\text{II.5 a})$$

y

$$v_{\alpha}(x, t) = - N_{\alpha} \begin{vmatrix} i \Omega_{\alpha} j_{l'_{\alpha}}(p_{\alpha} r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \\ \lambda_{\alpha} j_{l_{\alpha}}(p_{\alpha} r) \end{vmatrix} \mathcal{Y}_{M1J}(\hat{r}) e^{i\omega_{\alpha} t} \quad (\text{II.5 b})$$

correspondientes, respectivamente, a modos de partícula y antipartícula de energía ω_{α} y momento

$$p_{\alpha} = (\omega_{\alpha}^2 - m_{\alpha}^2)^{1/2}, \text{ con } l_{\alpha} = J_{\alpha} + (\lambda/2); l'_{\alpha} = J_{\alpha} - (\lambda/2)$$

N_{α} es una constante de normalización cuyo valor viene fijado al exigir:

$$\int d^3x u_{\alpha}^{+}(x) u_{\alpha}(x) = \int d^3x v_{\alpha}^{+}(x) v_{\alpha}(x) = 1 \quad (\text{II.6})$$

encontrándose:

$$N_{\alpha}^2 = \frac{\omega_{\alpha} R}{R^3 j_{l'_{\alpha}}^2(p_{\alpha} R)} \frac{p_{\alpha}^2 R^2}{\left[2 \omega_{\alpha}^3 R^3 + \lambda_{\alpha} \omega_{\alpha} R \left[(2J_{\alpha} + 1) \omega_{\alpha} R + \lambda_{\alpha} m_{\alpha} R \right] \right]} \quad (\text{II.7})$$

$j_{l_{\alpha}}(p_{\alpha} R)$ es la función esférica de Bessel, $\Omega_{\alpha} = (\omega_{\alpha} - m_{\alpha})/p_{\alpha}$ y por último:

$$\mathcal{Y}_{M1J} = \sum_{\mu} (1, m, 1/2, \mu | J M) Y_{1m}(\hat{r}) X_{\mu} \quad (\text{II.8})$$

es el armónico esférico sólido, siendo X_{μ} el espinor de Pauli de dos componentes.

Sustituyendo cualquier solución en la condición sobre la superficie, (II.4 b), se obtiene la ecuación de valores propios:

$$j_{l'_{\alpha}}(p_{\alpha} R) = -(\lambda_{\alpha}/\Omega_{\alpha}) j_{l_{\alpha}}(p_{\alpha} R) \quad (\text{II.9})$$

En términos de estos modos, el campo de quarks, puede ser cuantificado en la forma:

$$q(x) = \sum_{\alpha} [u_{\alpha}(x) b_{\alpha} + v_{\alpha}(x) d_{\alpha}^{\dagger}] \quad (\text{II.10})$$

donde b_{α} y d_{α}^{\dagger} son los operadores que destruyen una partícula y crean una antipartícula, respectivamente, y obedecen las relaciones de anticonmutación:

$$\{b_{\alpha}, b_{\beta}^{\dagger}\} = \{d_{\alpha}, d_{\beta}^{\dagger}\} = \delta_{\alpha\beta} \quad (\text{II.11})$$

Las posibles soluciones para las energías de los modos fermiónicos de la cavidad vienen determinados a partir de las ecuaciones (II.4 b y II.9), y satisfacen:

$$\tan w_{n\lambda} R = -w_{n\lambda} R / (w_{n\lambda} R + \lambda) \quad (\text{II.12})$$

La solución de menor energía corresponde a $w_{1,-1} R = 2.04$, es decir, los modos fermiónicos del estado de más baja energía tienen asociados los números cuánticos $n=1$ y $\lambda = -1$.

En el modelo de saco del MIT, la energía total del saco es función del radio R:

$$E = 3 (2.04/R) + (4\pi/3)R^3 B \quad (\text{II.13})$$

donde el primer término tiene en cuenta la energía de cada uno de los (supuestos) tres quarks en el interior de la cavidad, y el segundo corresponde a la energía necesaria para crear esa cavidad "contra" la densidad de energía B.

La introducción *ad hoc* de la superficie, fija indirectamente el tamaño del sistema, desde la condición de mínimo que se halla implícita en la ecuación (II.4 c), (OT.75):

$$\frac{dE}{dR} = 0 \quad (\text{II.14 a})$$

(aunque también se satisface si se igualan las presiones globalmente). Esta última junto con la condición:

$$E(R) = M_B \quad (\text{la masa del barión}) \quad (\text{II.14 b})$$

determina el valor del radio del saco y de B.

2.- LA SIMETRIA QUIRAL

El lagrangiano de QCD es invariante bajo transformaciones quirales $SU(N) \times SU(N)$, donde N es el número de sabores. En el caso de considerar $N=3$, podemos escribir, (DF 73):

$$L = (1/2) \left[\bar{q}(i \not{\partial} - M) q + \text{h.c.} \right] \quad (\text{II.15})$$

con $q = \begin{bmatrix} u \\ d \\ s \end{bmatrix}$ y siendo M la matriz de masas:

$$M_{ij} = m_i \delta_{ij}.$$

Si todos los quarks tienen la misma masa, esta densidad lagrangiana es invariante bajo la transformación de *gauge* global:

$$q_i \rightarrow q'_i = (1 - i \epsilon_a (\lambda_a/2)_{ik}) q_k \quad (\text{II.16})$$

donde λ_a son las ocho matrices de Gell-Mann, (LT.78). Aparecerán ocho corrientes:

$$V_{a\mu} = \frac{\partial L}{\partial (\partial^\mu \epsilon_a)} = -i \frac{\partial L}{(\partial^\mu \phi_r)} \left| \frac{\lambda^a}{2} \right|_{ik} (\phi_r)_k \quad (\text{II.17})$$

donde hemos indicado los campos por ϕ_r . A partir de las ecuaciones de movimiento deducimos que:

$$v_{a\mu}(x) = \bar{q} \gamma_{\mu} (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.18 a})$$

$$\partial^{\mu} v_{a\mu} = i \bar{q} [M, \lambda^a/2] q(x) \quad (\text{II.18 b})$$

y desarrollando la última ecuación:

$$\partial^{\mu} v_{a\mu} = i \bar{q}_i (m_i - m_k) (\lambda^a/2)_{ik} q_k \quad (\text{II.18 c})$$

Observamos que la corriente vectorial se conserva si se hace la hipótesis de que todos los quarks tienen la misma masa.

Las cargas generadoras de la transformación:

$$Q^a(t) = \int d^3x v_{a\mu,0}(x) = \int d^3x q^{\dagger} (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.19})$$

cierran un álgebra SU(3), y son constantes del movimiento.

Consideremos ahora, las transformaciones (axiales) de *gauge* global:

$$q_i(x) \rightarrow q'_i(x) = (1 - i \epsilon_a (\lambda^a/2) \gamma_5)_{ik} q_k(x) \quad (\text{II.20})$$

cuya corriente asociada es:

$$A^{\mu,a}(x) = \bar{q}(x) \gamma^{\mu} \gamma_5 (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.21})$$

y verifica:

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} A^{\mu,a}(x) &= i \bar{q} \{ M, \lambda^a/2 \} \gamma_5 q(x) = \\ &= i \bar{q}_i (m_i + m_k) (\lambda^a/2)_{ik} \gamma_5 q_k(x) \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Vemos que, la corriente axial sólo se conserva en el límite de masa nula para los quarks. Las cargas vienen dadas por:

$$\bar{Q}^a(t) = \int d^3x A^{\mu,a,0}(x) = \int d^3x q^{\dagger} \gamma_5 (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.23})$$

Estas cargas no cierran un álgebra:

$$[\bar{Q}^a(t), \bar{Q}^b(t)] = i f_{abc} Q^c(t) \quad (\text{II.24})$$

Sin embargo, si se considera el conjunto de cargas vectoriales y axiales, y se definen los generadores quirales a izquierda, L, y a derecha, R:

$$Q_{L}^a(t) = (1/2) (Q^a(t) - \bar{Q}^a(t)) = \int d^3x q^+ (\lambda^a/2) ((1 - \gamma_5)/2) q(x) \quad (\text{II.25 a})$$

$$Q_{R}^a(t) = (1/2) (Q^a(t) + \bar{Q}^a(t)) = \int d^3x q^+ (\lambda^a/2) ((1 + \gamma_5)/2) q(x) \quad (\text{II.25 b})$$

correspondientes a transformaciones:

$$q_i \longrightarrow q'_i = (1 - i \epsilon_a (1 - \gamma_5)/2 (\lambda^a/2)_{ik}) q_k \quad (\text{II.26 a})$$

$$q_i \longrightarrow q'_i = (1 - i \epsilon_a (1 + \gamma_5)/2 (\lambda^a/2)_{ik}) q_k \quad (\text{II.26 b})$$

tenemos:

$$[Q_{L}^a, Q_{L}^b] = i f_{abc} Q_{L}^c \quad (\text{II.27 a})$$

$$[Q_{R}^a, Q_{R}^b] = i f_{abc} Q_{R}^c \quad (\text{II.27 b})$$

$$[Q_{L}^a, Q_{R}^a] = 0 \quad (\text{II.27 c})$$

Es decir, tenemos un álgebra de cargas quirales, y es de tipo $SU(3) \times SU(3)$. Las corrientes quirales respectivas son:

$$J_{L,\mu}^a = \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5)/2 (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.28 a})$$

$$J_{R,\mu}^a = \bar{q} \gamma_\mu (1 + \gamma_5)/2 (\lambda^a/2) q(x) \quad (\text{II.28 b})$$

que se transforman bajo $SU(3)$ como las componentes de un tensor de la representación 8. Si consideramos el grupo total $SU(3) \times SU(3)$, el conjunto de las 16 cargas se transforma de acuerdo con la representación $(8,1) + (1,8)$.

Una densidad lagrangiana que sea invariante bajo transformaciones vectoriales y axiales, se dice invariante $SU(3) \times SU(3)$ quirál.

3.- INCORPORACION DE LA SIMETRIA QUIRAL AL MODELO DEL SACO

En la comprensión de la fenomenología de baja energía, los teoremas de piones suaves han jugado un papel fundamental. Desde nuestro punto de vista, estos teoremas deben ser incorporados al modelo como una propiedad fundamental que hay que añadir al confinamiento y a la libertad asintótica.

Estos teoremas están directamente relacionados con la simetría quirál. Si los quarks tienen masa nula, el lagrangiano de QCD es invariante bajo transformaciones quirales, pero el modelo de saco del MIT, que es una descripción fenomenológica de la teoría a baja energía, no lo es. En efecto, la introducción del confinamiento hace que la corriente axial no se conserve en la superficie del saco:

$$A^\mu(x) = \bar{q}(x) \gamma^\mu \gamma_5 (\lambda/2) q(x) \quad ; \quad n^\mu A_\mu \neq 0 \quad ; \quad r = R \quad (II.29)$$

Para restablecer la simetría quirál en un modelo que explique la fenomenología a baja energía, puede hacerse la hipótesis de que la simetría quirál se rompe espontáneamente sólo fuera del saco apareciendo por tanto bosones de Goldstone, (BR 79; BR+ 79). De este modo, se caracterizan las dos fases del saco, en las cuales los estados del vacío, a la Wigner dentro y a la Goldstone fuera, realizan la simetría quirál.

En el caso de $SU(2) \times SU(2)$, espontáneamente rota a $SU(2)$ fuera del saco, se incorporan al modelo nuevos grados de libertad, correspondientes a piones sin masa. Estos piones son tratados como campos fundamentales en el modelo, ignorándose su subestructura.

Ya que el interior del saco debe representar a QCD perturbativa, los modos colectivos, i.e. los bosones de Goldstone, no tienen sentido dentro de la región de confinamiento. Por supuesto, dentro puede haber excitaciones $q\bar{q}$ con los números cuánticos del pion, pero por hipótesis del modelo, la constante de acoplamiento será demasiado pequeña para producir un estado ligado, asociable a un estado piónico.

El acoplamiento entre quarks y piones se efectúa entonces, sólo a través de la superficie del saco, de manera que se conserve la corriente axial. Este acoplamiento altera la antigua ecuación de balance de presiones, que se modifica al incorporar la presión que ejerce la nube de mesones. La consecuencia inmediata es, que el saco quiral muestra un radio de confinamiento menor, en igualdad de condiciones, al permitido por el modelo del MIT.

4.- FORMULACION DEL MODELO DE SACO QUIRAL

Consideraremos una realización no lineal de la simetría quiral $SU(2) \times SU(2)$, que ha sido estudiada y desarrollada por varios autores, (WE 68; VE 80; RH 81).

El lagrangiano en el interior del saco es idéntico al del modelo del MIT:

$$L_{int} = (L_{qcd} - B) \theta_{in} \quad (II.30)$$

admitiendo un desarrollo perturbativo en la constante de acoplamiento quark-gluon. En el exterior, el lagrangiano más sencillo posible que es invariante quiral es:

$$L_{ext} = (1/2) \left\{ (1 + \vec{\phi}^2 / f_\pi^2) (D^\mu \vec{\phi})^2 - (1/4 f_\pi^2) (D^\mu \vec{\phi}^2)^2 \right\} \theta_{ext} \quad (II.31)$$

donde:

$$D^\mu = (1 + \vec{\partial}^2/f_\pi^2)^{-1} \partial^\mu \quad (\text{II.32})$$

es la derivada generalizada, (VE 80). El campo $\vec{\phi}$, está relacionado con los campos del modelo $\vec{\pi}$, $\vec{\pi}$ y σ , y con el ángulo de rotación tetradimensional $\theta = \arctan(1/\sigma)$, (*boost quiral*), a través de un nuevo campo $\vec{\phi}$ (GD 84)

$$\begin{aligned} \vec{\phi} &= \frac{\vec{\pi}}{1 - \frac{\vec{\pi}^2}{4f_\pi^2}} & \vec{\pi} &= \frac{\vec{\phi}}{1 + \frac{\phi^2}{4f_\pi^2}} \\ \sigma &= f_\pi \frac{(\vec{\phi}^2/4f_\pi^2 - 1)}{(\vec{\phi}^2/4f_\pi^2 + 1)} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

El acoplamiento entre quarks y piones en la superficie, provoca la aparición del término:

$$L_s = (1/2 (1 + \vec{\partial}^2/f_\pi^2)^{-1/2} \bar{q} (1 + i\vec{c}\cdot\vec{\partial}/f_\pi \gamma_5) q \delta_s \quad (\text{II.33})$$

donde la delta de Dirac δ_s , indica explícitamente que el acoplamiento sólo existe en la superficie.

Las ecuaciones de movimiento se obtienen, como siempre, exigiendo que la acción sea estacionaria y se pueden escribir (VE 80):

$$i \not{\partial} q = 0 \quad \text{en el interior} \quad (\text{II.34 a})$$

$$i(\not{n}\cdot\gamma)q = (1+\vec{\partial}^2/f_\pi^2)^{-1/2} (1+i\vec{c}\cdot\vec{\partial}/f_\pi \gamma_5) q \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.34 b})$$

$$i \bar{q}(\not{n}\gamma) = - \bar{q} (1+\vec{\partial}^2/f_\pi^2)^{-1/2} (1+i\vec{c}\cdot\vec{\partial}/f_\pi \gamma_5) \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.34 c})$$

$$n_\mu D^\mu \vec{\theta} = - (1/2f_\pi) \bar{v} \gamma_5 \vec{C} n \cdot \gamma q \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.34 d})$$

$$D^2_\mu \vec{\theta} = 0 \quad \text{en el exterior} \quad (\text{II.34 e})$$

Las ecuaciones (II.34 b) y (II.34 c) expresan que no hay flujo local de quarks desde el interior. A partir de ellas, se deduce la condición:

$$\bar{v} (1 + (i/f_\pi) \vec{C} \cdot \vec{\theta} \gamma_5) q = 0 \quad (\text{II.35})$$

sobre la superficie.

La corriente axial es ahora, (VE 80)):

$$\vec{A}^\mu = \bar{v} \gamma^\mu \gamma_5 (\vec{C}/2) q \theta_{in} + f_\pi D^\mu \vec{\theta} \theta_{ext} \quad (\text{II.36})$$

verificándose, mediante (II.34 d), su conservación a través de la superficie del saco.

Tenemos aún otra ecuación sobre la superficie, correspondiente al balance de presiones y que asegura la conservación del tensor energía-momento:

$$\partial_\mu T^{\mu\sigma} = 0 ; n_\mu \cdot T_{int}^{\mu\sigma} = n_\mu \cdot T_{ext}^{\mu\sigma} \quad (\text{II.37})$$

realizando de este modo la invariancia bajo traslaciones espacio-temporales:

$$-B + (1/2) (1+\vec{\theta}^2/f_\pi^2)^{-1/2} n_\mu \partial^\mu [\bar{v} (1 + (i/f_\pi) \vec{C} \cdot \vec{\theta} \gamma_5) q] - L_{ext} = 0 \quad (\text{II.38})$$

y donde se ponen de manifiesto los nuevos términos de presión procedentes de los grados de libertad bosónicos.

La resolución de todas estas ecuaciones, puede hacerse en la aproximación de la cavidad esférica, cuya superficie actúa como barrera de los objetos coloreados, pero es transparente a las corrientes electromagnéticas y débiles. Los observables

que se quieran calcular, tendrán ahora una contribución interior procedente de los quarks y otra exterior procedente de los piones. Cabe señalar que, a diferencia de la interior, la densidad lagrangiana exterior no corresponde a una teoría renormalizable, por lo que debe ser entendida como una densidad efectiva. Las fluctuaciones cuánticas en el campo piónico interactuante no serán consideradas.

5.- FORMALISMO PARA EL SACO QUIRAL.

Dado que en el sector mesónico, la teoría debe ser entendida como una teoría efectiva, parece que un formalismo perturbativo no tenga sentido. Sin embargo se planteó (JA 79; VE. 80), un desarrollo sistemático de las correcciones piónicas, en términos de un parámetro efectivo proporcional a $1/(4\pi f_\pi^2 R^2)$, que mide la intensidad del campo piónico en la superficie, y que parece tener buena convergencia para campos piónicos débiles y para radios no muy pequeños, ($R > 0,7$).

Por otro lado, la solución exacta de tipo "erizo" (*hedgehog*) a las ecuaciones de movimiento, muestra que las propiedades del sistema son de tipo perturbativo en el régimen de acoplamiento débil. Por todo ello esperamos que una teoría de perturbaciones similar a la desarrollada aquí, siga siendo válida (HM 81; CI 82).

Veamos como se modifica el formalismo desarrollado para el modelo del MIT con la incorporación de los piones. Escribamos el campo piónico en la forma:

$$\vec{\phi} = f_\pi \tan\theta \hat{\phi} \quad (\text{II.39})$$

donde θ sólo depende de r , y $\hat{\phi}$ es un vector unitario que especifica la dirección en el espacio de isospín. A partir de (II.34 a-II.34 e), las ecuaciones de movimiento son:

$$i \not{\partial} q = 0 \quad \text{en el interior} \quad (\text{II.40 a})$$

$$i n^\mu \not{\gamma}_\mu q = (\cos\theta + i \text{sen}\theta \hat{z} \cdot \hat{\sigma} \not{\gamma}_5) q \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.40 b})$$

$$n_\mu \cos^2\theta \partial^\mu (f_\kappa \tan\theta \hat{\sigma}) = - (1/2f_\kappa) \bar{q} \not{\gamma}_5 \hat{z} \cdot n \not{\gamma} q \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.40 c})$$

$$\cos^2\theta \partial^\mu [(\cos^2\theta \partial_\mu) (f_\kappa \tan\theta \hat{\sigma})] = 0 \quad \text{en el exterior} \quad (\text{II.40 d})$$

n^μ es la normal hacia afuera del saco: $n^\mu = (0, \hat{r})$.

Si buscamos soluciones tales que el vector unitario $\hat{\sigma}$, sea independiente del espacio-tiempo, i.e. $\partial_\mu \hat{\sigma} = 0$, hipótesis consistente en primer orden ($\vec{\sigma} \approx f_\kappa \theta \hat{\sigma}$), tenemos, a partir de (II.40 c):

$$\hat{\sigma} n^\mu \partial_\mu \theta = - (1/2f_\kappa^2) \bar{q} \not{\gamma}_5 \hat{z} \cdot n \not{\gamma} q \quad (\text{II.41})$$

La hipótesis $\partial_\mu \hat{\sigma} = 0$, simplifica considerablemente las ecuaciones de movimiento:

$$i \not{\partial} q = 0 \quad (\text{II.42 a})$$

$$i n \cdot \not{\gamma} q = (\cos\theta + i \text{sen}\theta \hat{\sigma} \cdot \hat{z} \not{\gamma}_5) q \quad (\text{II.42 b})$$

$$\hat{\sigma} n^\mu \partial_\mu \theta = - (1/2f_\kappa^2) \bar{q} \not{\gamma}_5 \hat{z} \cdot n \not{\gamma} q \quad (\text{II.42 c})$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \theta = 0 \quad (\text{II.42 d})$$

Pasemos ahora a la forma integral, que permite formular sencillamente el desarrollo perturbativo. A partir de las anteriores ecuaciones, el campo quark se escribe:

$$q(x) = q^{(0)}(x) + \int dt' ds' S_F(x, x') i n \cdot \not{\gamma} q(x') \quad (\text{II.43})$$

donde $q^{(0)}$ representa el campo dado por el MIT.

$S_F(x, x')$ es el propagador fermiónico que satisface:

$$\gamma^\mu \partial_\mu S_F(x, x') = -i \delta^{(4)}(x-x') \text{ en el interior} \quad (\text{II.44 a})$$

$$n^\mu \partial_\mu S_F(x, x') = 0 \quad \text{en la superficie} \quad (\text{II.44 b})$$

y cuyo desarrollo en modos es (GO 84):

$$S_F(x, x') = i \Sigma (u_\alpha(x) \bar{u}_\alpha(x') e^{-i\omega_\alpha(t-t')} \theta(t-t') - v_\alpha(x) \bar{v}_\alpha(x') e^{i\omega_\alpha(t'-t)} \theta(t'-t)) \quad (\text{II.45})$$

siendo u_α y v_α las funciones de onda del MIT descritas anteriormente.

El campo piónico es:

$$\hat{\phi}(x) = \hat{\phi}_0(x) - \hat{\phi} \int dt' ds' \Delta_F(x, x') n^\mu \gamma_\mu \theta(x') \quad (\text{II.46})$$

donde θ_0 corresponde a la solución homogénea o pion libre. El signo menos delante de la integral, corresponde a haber tomado n^μ dirigida hacia fuera del saco.

$\Delta_F(x, x')$, es el propagador de Feynman pionico que satisface:

$$\partial^\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = -\delta^{(4)}(x-x') \quad \text{en el exterior.} \quad (\text{II.47 a})$$

$$n^\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = 0 \quad \text{en la superficie.} \quad (\text{II.47 b})$$

y que puede ser descrito en términos del campo piónico libre asociado al saco, es decir, el campo que satisface:

$$(\text{con } \varphi_{\mathbf{r}}(\vec{r}, t) = \varphi_{\mathbf{r}}(\vec{r}) e^{-i\omega t})$$

$$(\omega^2 + \vec{\nabla}^2) \varphi_{\mathbf{r}}(\vec{r}) = 0 \quad r > R \quad (\text{II.48 a})$$

$$\hat{r} \cdot \vec{\nabla} \varphi_{\mathbf{r}}(\vec{r}) = 0 \quad r = R \quad (\text{II.48 b})$$

El propagador bosónico puede ser reescrito en términos de estos modos piónicos. Escribamos para el pion libre:

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} i^l \varphi_l(kr) Y_{l,m}^*(\hat{\mathbf{k}}) Y_{l,m}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (\text{II.49})$$

donde k es el módulo del trimomento del pion, w su energía y $\varphi_l(kr)$, es la función de onda radial dada por:

$$\varphi_l(kr) = \frac{(j_l'(kR) n_l(kr) - n_l'(kR) j_l(kr))}{(n_l'^2(kR) + j_l'^2(kR))^{1/2}} \quad (\text{II.50})$$

Aquí j_l y n_l , son las funciones esféricas de Bessel y Newman respectivamente, y la prima indica derivación respecto del argumento. Con ello, $\Delta_F(x, x')$ admite la expresión:

$$\Delta_F(x, x') = -(i/\pi) \int dk k \sum_l \varphi_l(kr) \varphi_l(kr') Y_{l,m}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{l,m}^*(\hat{\mathbf{r}}') (e^{-i\omega(x_0-x'_0)} \theta(x_0-x'_0) + e^{i\omega(x_0-x'_0)} \theta(x'_0-x_0)) \quad (\text{II.51})$$

Se puede ya proceder al desarrollo perturbativo. Considerando el campo piónico en primer orden, tenemos:

$$q(x) = q^{(0)}(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') (\cos\theta + i \sin\theta \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}) q(x') \\ = q^{(0)}(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') (1 + i \theta \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}) q(x') \quad (\text{II.52})$$

Un método iterativo nos permite obtener los campos en los diferentes órdenes. Después de la primera iteración tenemos:

$$q^{(1)}(x) = q^{(0)}(x) \quad (\text{II.53 a})$$

$$\hat{\theta}^{(1)}(x') = - \int dt' dS' \Delta_F(x', x'') (i/2f^2 \pi) q^{(0)} \overline{\gamma}_5 q^{(0)}(x'') \quad (\text{II.53 b})$$

soluciones que serán empleadas en la segunda iteración, (usaremos la condición $\overline{q}_n q_m = 0$ sobre la superficie, que verifican las soluciones del MIT, (DT 81)):

$$\begin{aligned} q^{(2)}(x) &= q^{(0)}(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') i\theta^{(1)} \hat{\theta} \overline{\gamma}_5 q^{(0)}(x') = \\ &= q^{(0)}(x) + (1/2f^2 \pi) \int dt' dS' S_F(x, x') \left(\int dt'' dS'' \Delta_F(x', x'') \right. \\ &\left. q^{(0)} \overline{\gamma}_5 q^{(0)}(x'') \right) \overline{\gamma}_5 q^{(0)}(x') = q^{(0)}(x) + q^{(2)}(x) \end{aligned} \quad (\text{II.54 a})$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^{(2)}(x') &= \int dt'' dS'' \Delta_F(x', x'') (1/2f^2 \pi) (q^{(0)} + q^{(2)}) \\ &\quad \overline{\gamma}_5 \overline{\gamma}_5 n \cdot \gamma (q^{(0)} + q^{(2)})(x'') \end{aligned} \quad (\text{II.54 b})$$

Y así sucesivamente hasta alcanzar el orden deseado.

Por último cabe hacer un comentario el funcional de energía para el saco quiral. La expresión que obtuvimos para E en (II.13) debe completarse considerando la aportación de los campos piónicos. La energía de estos campos puede obtenerse directamente y, añadida a la expresión de E, resulta (VE 80):

$$E = n (\epsilon/R) + (4\pi/3)R^3 B - n^2 \epsilon^2 / (64\pi(\epsilon-1)^2 f_\pi^2 R^3) \quad (\text{II.55})$$

donde n es el número de quarks dentro del saco y $\epsilon = w_{n,\lambda} R$. Si se utiliza la relación de Goldberger-Treiman en nuestro modelo (VE 80):

$$f_\pi = g_A m_\pi / 2f \quad (\text{II.56})$$

podemos reescribir la ecuación anterior en términos de las constantes fenomenológicas usualmente utilizadas:

$$E = n (\epsilon/R) + (4\pi/3)R^3 B - (9/25) n^2 f^2 / 4\pi m_\pi^2 R^3 \quad (\text{II.57})$$

donde m_π es la masa del pion y f es la constante de acoplamiento usual pion-nucleón usada en acoplamientos de tipo Yukawa. (Por ejemplo, el potencial de intercambio de un pion se puede aproximar, para grandes distancias, a $V_{\text{OPEP}} \sim (f^2/4\pi) \exp(-m_\pi r)/r$)

Con todos los ingredientes hasta aquí expuestos, el Modelo de Saco Quiral, (CB), proporciona buenos resultados cuando se calculan observables nucleónicos que puedan ser afectados por la nube mesónica, (GV 83). Todos estos cálculos se realizan en la región de bajas energías y en ésta, el modelo de saco funciona bien, dentro de sus limitaciones consustanciales.

Una pregunta que nos formulamos es si este modelo es sólo válido en esta región energética o por el contrario, puede ser extendido y utilizado también en la región asintótica, donde tiene sentido el límite de Bjorken (BD 65) y donde se ponen de manifiesto las propiedades partónicas (CL 79).

La primera parte de esta Memoria tratará de dar una respuesta a esta pregunta.

CAPITULO III

LA DISPERSION COMPTON EN LOS MODELOS DE SACO.

En lo que sigue, utilizaremos el formalismo que para el CB han construido V Vento (VE 80), y P. González y V. Vento (GV 83; GV+ 83; GV 84;). Asimismo, y simplemente por sencillez, usaremos "la aproximación de la cavidad" (JA 75), consistente en suponer que el saco tiene un radio fijo en todo momento, y por tanto, no hay fluctuaciones cuánticas de las paredes, (es decir, el radio se tratará como un número).

En los procesos de dispersión inelástica de leptones, la sección eficaz viene dada por la parte imaginaria de la amplitud hacia delante, correspondiente a un proceso Compton (expresión (I.56)). Manteniendo esta imagen de un proceso de leptoproducción, como una dispersión Compton hacia delante, podemos utilizar la aproximación de la cavidad en el cálculo de las funciones de correlación asociadas con el producto de dos corrientes, permaneciendo el hadrón en reposo, (figura III.1). Estas corrientes sondan la cavidad de radio R , en puntos arbitrarios, (\vec{x}_1, t_1) ; (\vec{x}_2, t_2) . Si estos puntos se encuentran en el interior de la cavidad, las corrientes se acoplan a los campos de los quarks. Por el contrario, las corrientes sondarán los campos piónicos cuando estos puntos se encuentren fuera del saco.

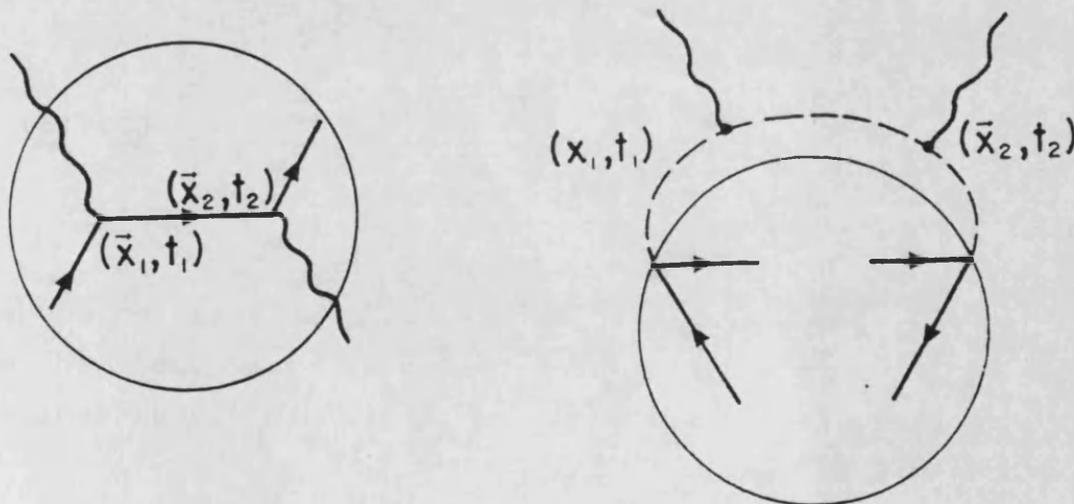


FIGURA III.1

En el límite de Bjorken:

$$q^2 \rightarrow \infty, \quad v = pq/M \rightarrow \infty$$

donde q^2 y v están definidas en el capítulo I y:

$$X=1/w = -q^2/Mv \text{ fijo}$$

la correlación entre los puntos en los que se acoplan las dos corrientes, es de tipo luz y su distancia espacio temporal tiende a anularse:

$$|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^2 - (t_1 - t_2)^2 \rightarrow 0 \quad (\text{III.1})$$

Además, la variable $P.(x_1 - x_2)$ está relacionada con w de modo que (JA+ 75; SY 72):

$$P.(x_1 - x_2) \approx w \quad (\text{III.2})$$

donde P^μ , es el cuadrimomento del hadrón. Esta última relación puede ser fácilmente entendida en el esquema partónico, en el que cada constituyente transporta un momento XP^μ . Si se toma el blanco en reposo y se hace uso de la relación anterior se tiene:

$$M|\vec{x}_1 - \vec{x}_2| \approx w \quad (\text{III.3})$$

en el límite de Bjorken.

Cuando $|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$ es mayor que $2R$, las dos corrientes no pueden actuar en el interior del saco, lo cual hace que, en el modelo de MIT, la aproximación de la cavidad pierda sentido en la zona $w \gg 2MR = w_{\text{MAX}}$.

Sin embargo, en el CB no existe inconsistencia, ya que aún en esa zona, los piones proporcionan una contribución. Es más, es precisamente en las regiones de w grandes, o de X pequeñas, en donde se espera que la aportación piónica sea decisiva, (SV 88). Si se toma por ejemplo, un valor de 0.7 fm para R , (valor aceptable para el nucleón en el CB), se tiene que $2MR \approx 7$, es decir que para $w \gtrsim 7$, ó $X \lesssim 0.15$, la contribución a la función de correlación proveniente de los campos quarks, procede de un cálculo poco fiable. Pero es precisamente para valores de $X < 0.15$, cuando la aportación de piones con momentos bajos, es mayor. Así pues, el modelo CB permite plantear el estudio de los procesos $\Upsilon_B \rightarrow \Upsilon_B$, sin restricciones para la dinámica en el límite de Bjorken.

Razonando en otro sentido, y a partir de la expresión (III.3), cuando menor sea w , tanto más cercana es la correlación entre ambas corrientes, (en el espacio de coordenadas), y según lo expuesto (expresión III.1), tanto menor es el intervalo de tiempo que transcurre entre la absorción y la emisión del fotón. Si este intervalo de tiempo se hace suficientemente pequeño, podemos formular la hipótesis (adiabática) de que la emisión del fotón se producirá antes de que la perturbación producida en el saco por la absorción de la energía y momento que transporta ese fotón, se propague hasta los límites del saco. En este caso, las condiciones de contorno impuestas a los campos sobre las paredes de la cavidad, presentadas en las expresiones (II.40 b y c), no serán alteradas.

1.- LA FUNCION DE CORRELACION CORRIENTE-CORRIENTE EN EL SACO

La dispersión inelástica de electrones por protones se formula en general, a través de dos tensores, (CL 79; WE 75), el leptónico $L^{\mu\sigma}$ y el hadrónico $W^{\mu\sigma}$ (expresiones I.45-46). Este tipo de descripción es válida en general, tanto para procesos elásticos como para inelásticos. El tensor hadrónico viene dado por la siguiente expresión:

$$W_{ij\mu\sigma} = (1/4\pi) \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle P | [J_i^\mu(x), J_j^\sigma(0)] | P \rangle \quad (\text{III.4})$$

donde los estados físicos están normalizados de forma covariante:

$$\langle P | P' \rangle = (2\pi)^3 2E \delta^3(P-P') \quad (\text{III.5})$$

Haciendo hipótesis muy generales de invariancia Lorentz y de invariancia bajo transformaciones *gauge*, el tensor hadrónico en procesos electromagnéticos puede ser expresado en términos de las llamadas funciones de estructura W_1 y W_2 (ver capítulo I) :

$$W_{\mu\sigma} = -(g_{\mu\sigma} - q_\mu q_\sigma / q^2) W_1 + (1/M^2) (p_\mu - p \cdot q q_\mu / q^2) (p_\sigma - p \cdot q q_\sigma / q^2) W_2 \quad (\text{III.6})$$

donde p^μ es el cuadrimomento del blanco, q^μ el cuadrimomento transferido y $\nu = p \cdot q / M$ es la energía transferida en el sistema LAB.

Sin embargo, la expresión (III.4) es poco apropiada para un modelo que no es invariante bajo traslaciones. Tampoco la normalización resulta cómoda para los estados de la cavidad.

Definamos pues, los estados $|B\rangle$, como sigue:

$$|B\rangle = \left[(2\pi)^3 2E \delta^3(0) \right]^{-1/2} |P\rangle \quad (\text{III.7})$$

e introduzcamos una coordenada más en la expresión (III.4):

$$W_{ij\mu\sigma} = (E/4\pi^2 \delta(0)) \int d^4x_1 \int d^4x_2 e^{-iq \cdot (x_1 - x_2)} \\ \langle B | [J^i_\mu(x_1), J^j_\sigma(x_2)] | B \rangle \quad (\text{III.8})$$

Dado que sólo la dependencia con el tiempo es de la forma $t_2 - t_1$, podemos hacer una traslación temporal e integrar respecto a una de las coordenadas temporales, lo cual nos lleva, para un blanco en reposo a:

$$W_{ij\mu\sigma} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d^3x_1 \int d^3x_2 e^{-iq_0 t - i\vec{q} \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \\ \langle B | [J^i_\mu(\vec{x}_1, t), J^j_\sigma(\vec{x}_2, 0)] | B \rangle \quad (\text{III.9})$$

Las corrientes electromagnéticas en el CB, se construyen como suma de las contribuciones de los campos de quarks y de piones:

$$J_\mu(x) = \sum_\alpha \bar{q}_\alpha(x) e_\alpha \gamma_\mu q_\alpha(x) \theta(|\vec{x}| - R) + \\ + (\partial_\mu \phi(x) \times \phi(x))_3 \theta(R - |\vec{x}|) \\ = J_{\mu q}(x) + \pi_\mu(x) \quad (\text{III.10})$$

con lo cual tenemos varios terminos en $W^{\mu\sigma}$ con diferente procedencia, unos correspondientes a subprocesos e-q, y otros a los subprocesos e- π . (Los gluones se omitirán siempre en nuestro esquema).

El estado intermedio en el proceso de leptoproducción, está aquí representado por los propagadores fermiónico y bosónico formados a partir de los modos de cavidad, (expresiones II.45-II.51) que cumplen las relaciones:

$$\gamma^\mu \partial_\mu S_F(x, x') = -i \delta^4(x-x') \quad \text{en el interior del saco.}$$

(III.11 a)

$$\partial_\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = -\delta^4(x-x') \quad \text{en el exterior del saco.}$$

(III.11 b)

$$n^\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = 0 \quad \text{en la superficie del saco.}$$

(III.11 c)

Sin embargo, dada la gran dificultad que introducen en el cálculo los propagadores de la cavidad, y con los razonamientos expuestos anteriormente acerca del intervalo temporal entre la absorción y la emisión del fotón, y la hipótesis adiabática, sustituiremos en el cálculo estos propagadores por los propagadores libres. En principio, ambos tipos de propagadores difieren a causa de las condiciones de contorno impuestas por las paredes del saco. Si estas paredes no juegan ningún papel dinámico en el límite de Bjorken, los resultados empleando uno u otro no deben diferir significativamente. De hecho, en modelos sencillos en 1+1 dimensiones, (SV 87), ambos tratamientos producen idéntico resultado.

En todo caso ignoraremos en lo que sigue el estado intermedio entre la absorción y la emisión del fotón, que, como decimos, corresponde al estado final en la dispersión de leptones. En estos procesos, el fotón que penetra en la cavidad, excita el quark que lo absorbe, a un estado de alta energía, lo cual hace que el valor del radio que aparece en las ecuaciones del modelo, deba cambiar para dar cuenta del nuevo estado. De

hecho, ningún valor fijo de R satisfará las condiciones de contorno debido a la dependencia angular que se introduce. El estado intermedio es pues, complicado y consiste en general en una superposición de estados fluctuantes. En el caso de los modos piónicos, el problema es menor porque los fotones se acoplan en puntos exteriores a la cavidad y las aproximaciones que se hacen se justifican mejor, aunque la intensidad de estos campos depende de $1/f_{\pi}R$, y por tanto del radio.

Al no abordar el tratamiento de este estado intermedio, y al usar la hipótesis adiabática que mencionamos más arriba, resulta que, en general, el momento no se conserva en el estado intermedio y esta violación afecta al comportamiento de las funciones de estructura. Como se verá, las funciones de estructura no se anulan para valores fuera de la región física, $X \geq 1$, por citar la característica más visible.

CAPITULO IV

LA FISICA DE UN MODELO
SENCILLO

1.- EL SACO QUIRAL EN 1+1 DIMENSIONES

A continuación desarrollamos los rasgos principales de nuestra descripción, en un modelo simplificado en 1+1 dimensiones que permite un análisis cuidadoso de la física involucrada, evitando cálculos tediosos. En primer lugar (re)construiremos el formalismo que permite el tratamiento de la dispersión de fotones por bariones en 1+1 dimensiones, y calcularemos las funciones de estructura de esos bariones. Después, en un intento de aproximarnos a la física del efecto EMC a través de modelos de saco quiral, describiremos un modelo de materia nuclear en 1+1 dimensiones que nos permitirá calcular las funciones de estructura en este caso y compararlas con las obtenidas en el caso de bariones aislados.

Un saco estático en un espacio monodimensional, es un segmento cuya longitud tomaremos como $2R$. Éstara centrado en el origen de nuestro sistema de referencia por sencillez. En esta aproximación, las ecuaciones de movimiento asociadas con el CB (VE 80; GV 84), se transforman en las siguientes:

i) Para campos de quarks (sin masa):

$$i \not{\partial} \psi = 0, \quad |x| < R \quad (\text{IV.1 a})$$

$$i \not{\partial} \psi = (1/f_\pi)(\sqrt{f_\pi^2 - \partial^2} + i \not{\partial} \gamma_5) \psi, \quad |x| = R \quad (\text{IV.1 b})$$

ii) Para campos de piones (sin masa):

$$\partial^\mu [(f^2_\pi - \phi^2) \partial_\mu (f^2_\pi - \phi^2)^{-1/2} \vec{\phi}] = 0, \quad |x| > R \quad (\text{IV.2 a})$$

$$(f^2_\pi - \phi^2)^{n\mu} \partial_\mu (f^2_\pi - \phi^2)^{-1/2} \vec{\phi} = -\vec{\psi} \gamma_5 (\vec{t}/2) \psi, \quad |x| = R \quad (\text{IV.2 b})$$

Seguimos aquí el esquema perturbativo de González y Vento, (GV 84), que en el orden más bajo en el campo piónico, conduce a las siguientes ecuaciones de movimiento:

i) Para campos de quarks (sin masa):

$$i \not{\partial} \psi = 0, \quad |x| < R \quad (\text{IV.3 a})$$

$$i \not{\partial} \psi = \psi, \quad |x| = R \quad (\text{IV.3 b})$$

ii) Para los campos de piones (sin masa):

$$\partial^\mu \partial_\mu \vec{\phi} = 0, \quad |x| > R \quad (\text{IV.4 a})$$

$$n^\mu \partial_\mu \vec{\phi} = (i/2f_\pi) \vec{\psi} \gamma_5 \vec{t} \psi, \quad |x| = R \quad (\text{IV.4 b})$$

Si elegimos las matrices gamma de modo que:

$$\gamma_0 = \sigma_1, \quad \gamma_1 = -i\sigma_2, \quad \gamma_5 = \gamma_0 \cdot \gamma_1 = \sigma_3 \quad (\text{IV.5 a})$$

donde σ_i son las matrices de Pauli convencionales se tiene:

$$[\gamma_\mu, \gamma_\sigma] = 2 g_{\mu\sigma} \quad (\text{IV.5 b})$$

Esto lleva a definir el espacio de Fock, que para el caso de los quarks está determinado por los modos de la cavidad,

$$\psi_\alpha(0)(x,t) = N \sum (b_\alpha \begin{vmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{vmatrix} \exp(-i\omega t) + d_\alpha^\dagger \begin{vmatrix} \tilde{\psi}_1 \\ \tilde{\psi}_2 \end{vmatrix} \exp(i\omega t)) \quad (\text{V.6 a})$$

donde N es la constante de normalización.

A partir de las expresiones (IV.3 y IV.5-6) es fácil obtener:

$$\psi_{\alpha}^{(0)}(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{R}} \sum_n \left[b_{\alpha}(n) \begin{pmatrix} \exp(iw_n x) \\ (-)^n \exp(-iw_n x) \end{pmatrix} \exp(-iw_n t) + \right. \\ \left. + d_{\alpha}^{+}(n) \begin{pmatrix} \exp(-iw_n x) \\ (-)^n \exp(iw_n x) \end{pmatrix} \exp(iw_n t) \right] \quad (\text{IV.6 b})$$

donde $w_n = (n+\frac{1}{2})(\pi/2R)$ es la energía de los modos que se deduce de la condición sobre la pared del saco (IV.3 b) y α , representa todos los grados de libertad internos. Los operadores $b_{\alpha}(n)$ y $d_{\alpha}(n)$ satisfacen las conocidas relaciones de anticonmutación:

$$\{b_{\alpha}(n), b_{\beta}^{+}(m)\} = \{d_{\alpha}(n), d_{\beta}^{+}(m)\} = \delta_{\alpha\beta} \delta_{nm} \quad (\text{IV.6 c})$$

A partir de la definición (II.45), el propagador fermiónico confinado a la cavidad se obtiene sin dificultad:

$$iS_c = (1/4R) \sum_n \begin{vmatrix} (-)^n \exp(-iw_n(x+x')) & \exp(-iw_n(x-x')) \\ \exp(-iw_n(x-x')) & (-)^n \exp(-iw_n(x+x')) \end{vmatrix}$$

$$* \exp(-iw_n(t-t')) \theta(t-t') - (x \rightarrow -x; x' \rightarrow -x'; t \leftrightarrow t')$$

(IV.7)

En el caso de los piones podemos usar el mismo procedimiento. El primer paso es calcular los modos piónicos libres asociados al saco, es decir, que están restringidos a la región externa a la cavidad, y en términos de éstos escribir el campo piónico. Partiendo de las ecuaciones (II.48) que satisfacen estos modos se obtiene:

$$\phi_M^j(x,t) = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} (dk/\sqrt{2\omega}) (\cos k(x-R) \exp(-i\omega t) a_j(k) + \cos k(x-R) \exp(i\omega t) a_j^\dagger(k)), \quad x < -R; x > +R$$

(IV.8 a)

donde j representa todos los grados de libertad internos. Los operadores $a_j(k)$ obedecen reglas de conmutación:

$$[a_j(k), a_{j'}^\dagger(k')] = \delta(k-k') \delta_{jj'} \quad (IV.8 b)$$

Con lo que el propagador bosónico toma la forma definida en (II.51):

$$\Delta_{Fjk}(x,x';t-t') = (i/\pi) \delta_{jk} \int_{-\infty}^{\infty} (dk/2\omega) \cos k(x-R) \cdot \cos k(x'-R) \cdot (\exp(-i\omega(t-t')) \theta(t-t') - \exp(i\omega(t-t')) \theta(t'-t)),$$

$x', x > +R; x', x < -R$

(IV.8 c)

Debemos señalar que la ecuación (IV.8 a) no es aplicable en los procesos de colisión pion-nucleón o en las desintegraciones de hiperones con piones en el estado final, en donde el pion debe ser asintóticamente libre (NS 86). En este trabajo solo consideraremos piones virtuales y por tanto el esquema presentado esta bien definido.

Hasta aquí hemos presentado los ingredientes que se necesitan en las secciones siguientes. Ahora las usaremos en nuestros cálculos de las funciones de estructura en este modelo sancillo.

2.-DISPERSION DE ELECTRONES POR BARIONES EN DOS DIMENSIONES

En este tipo de procesos, como hemos visto en el capítulo I, son necesarias en general dos funciones para caracterizar al tensor $W^{\mu\sigma}$. Sin embargo en nuestro mundo bidimensional solo es necesaria una función de estructura que definimos así:

$$W_L = -W_1 + (1 - v^2/q^2)W_2 \quad (\text{IV.9})$$

Con esta definición tenemos controlado el tensor hadrónico $W_{\mu\sigma}$, solo a través de W_L :

$$W_{\mu\sigma} = (g_{\mu\sigma} - q_\mu q_\sigma / q^2) W_L \quad (\text{IV.10})$$

A W_L se le conoce como función de estructura longitudinal. La otra función de estructura que en el caso general aparece junto a W_L , se conoce como función de estructura transversal, W_T . Sin embargo, como consecuencia de haber tomado un espacio unidimensional, esta última desaparece cuando se trata la dispersión Compton hacia delante sobre partículas de Dirac en la región profundamente inelástica.

Volvamos a los modelos de saco. Debido a la pérdida de la invariancia bajo traslaciones característica de este tipo de modelos, debemos redefinir el formalismo anterior para incluir esta particularidad, como hemos explicitado en el capítulo III, y todo ello conduce a reescribir la expresión del tensor hadrónico en la forma (JA 75):

$$W_{\mu\sigma}(x) = (M/2\pi) \int dt \int d^3x \exp(iq_0 t - iq \cdot (y-x))$$

$$* \langle B | [J_\mu(y,t), J_\sigma(x,0)] | B \rangle \quad (\text{IV.11})$$

donde J_μ está dada por la expresión (III.10) y donde ahora la partícula blanco se describe mediante un estado de saco normalizado a la unidad.

Para proceder de un modo explícito al cálculo de la función de correlación corriente-corriente de la ecuación (IV.11), usaremos el formalismo del Modelo de Saco Quiral (BR 79; VE 80; GO 84), que hemos adaptado al caso de 1+1 dimensiones.

El primer orden en la constante de acoplamiento $1/f_\pi$, lleva asociado el término fuente para los piones definido en términos de los modos de la cavidad de los quarks:

$$(J_5)_j{}_{\alpha\beta}(R,t) = (i/2f_\pi) \bar{\psi}^{(0)}_\alpha(R,t) \gamma_5 \tau_j \psi^{(0)}_\beta(R,t) \tag{IV.12}$$

y da lugar en nuestro modelo, a la única contribución no nula a la función de correlación en el límite de Bjorken. Si dibujamos los diagramas correspondientes, la única contribución que aparece en el orden más bajo de $1/f_\pi$, es la correspondiente a los diagramas representados en la figura IV.1, en los cuales el intercambio de corriente presenta una forma simétrica. El resto o bien corresponden a un orden superior en $1/f_\pi$ (hay más acoplamientos pion-saco) o a un orden superior en $1/q^2$ (hay más propagadores).

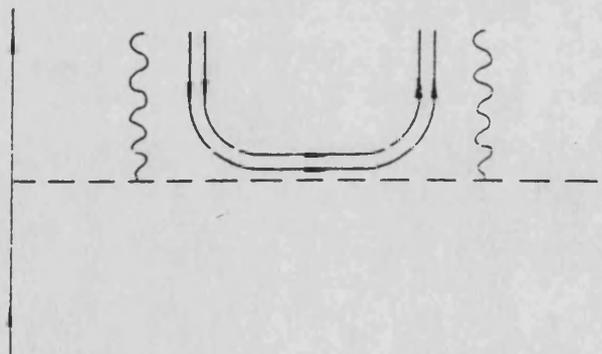


FIGURA IV.1

La corriente que describe el pion de intercambio, π^μ , es función del campo piónico:

$$\pi^\mu = (\phi \times \mathcal{J}^\mu \phi)_{(3)} \quad (IV.13)$$

donde el campo del pion viene dado por la expresión (II.46):

$$\phi^i(x,t) = \phi_M^i(x,t) + \int dt' dx' \Delta^{ij}(x,x';t-t') (J_5)_{\alpha\beta}(x',t') \quad (IV.14)$$

y ϕ_M^i , es el modo piónico dado por la ecuación (IV.8 a). De ahora en adelante, usaremos la siguiente notación:

$$(J_5)_{\alpha\beta}(R) = (J_5)_{\alpha\beta}(R,0) \quad (IV.15)$$

Estamos ya en situación de calcular la corrección piónica a las funciones de correlación corriente-corriente, a través de:

$$W_{00} = (1-v^2/q^2)W_L = (M/2\pi) \int dt dx dy \exp(iq_0 t) \exp(-iq_1(x-y)) \quad (IV.16)$$

$$* \langle B | [\pi_0(x,t), \pi_0(y,0)] | B \rangle$$

En principio, podríamos añadir la contribución correspondiente al orden cero en el campo del pion, así como los términos simétricos y no simétricos algunos de los cuales se muestran en la figura IV.2 y que son del mismo orden. Sin embargo no lo haremos ya que desaparecen en el límite de Bjorken en 1+1 dimensiones por las razones antes aducidas o por la presencia de vértices del tipo partícula-antipartícula, lo cual sí es, nuevamente, una característica de nuestro mundo simplificado.

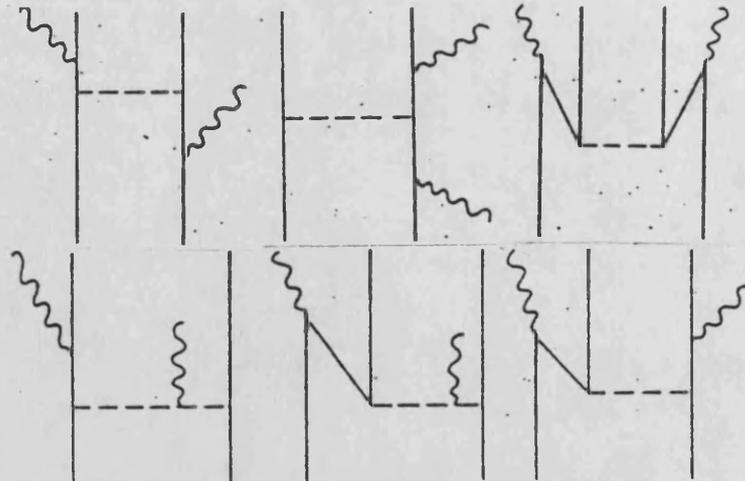


FIGURA IV.2

Antes de pasar al cálculo es conveniente introducir una masa μ para el pion. Así vamos a ser capaces de realizar integrales, de otro modo singulares en 1+1 dimensiones, de un modo sencillo. Entonces el campo del pion toma la forma:

$$\phi^i(x,t) = \phi_M^i(x,t) + \sum_{\alpha\beta} (J_5^i)_{\alpha\beta}(R) \exp(-\mu(x-R))/\mu ; \quad x > R \quad (\text{IV.17})$$

donde el pion ϕ_M^i también tiene masa, pero en el cálculo se desprecia frente al momento que se hace muy grande al absorber el fotón.

A la hora de realizar el cálculo conviene recordar que los quarks del saco los supondremos en el estado fundamental, y por tanto el pion que se acopla al saco no podrá absorber el momento del fotón, que debe ser muy grande en este tipo de procesos de dispersión profundamente inelástica. Por tanto, el propagador bosónico será construido sólo a partir de los piones no conectados con el saco ϕ_M , que en principio pueden transportar cualquier cantidad de movimiento.

Sustituyendo las ecuaciones (IV.13), (IV.14) y (IV.15), en la ecuación (IV.16), y usando los procedimientos tradicionales de integración (GV 84), se llega fácilmente a:

$$W_{00} = (M q_0 / 2\pi \mu^2) \sum_{\alpha\beta\tau\delta} (J_5)_{\alpha\beta}(R)(J_5)_{\tau\delta}(R)$$

$$\langle B | b_{\tau^+}(0)b_{\delta}(0)b_{\alpha^+}(0)b_{\beta}(0) \sum_I \tau^i_{\alpha\beta} \tau^i_{\tau\delta} | B \rangle$$

$$* \left(\frac{1}{\mu^2 + (q_1 - q_0)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (q_1 + q_0)^2} \right) \quad (IV.18)$$

Por simplicidad, hemos hecho la hipótesis de que $|B\rangle$ solo contiene quarks en el modo de energía más baja en la cavidad. Aquí, α, β, τ y δ recorren los valores de las proyecciones de isospin. Para completar el cálculo, necesitamos el valor de la fuente, que en general es:

$$(J_5)_{\alpha\beta}(R) = (i/4Rf_{\pi})(-)^{n_{\alpha}} (i)^{n_{\alpha}+n_{\beta}+1} \quad (IV.19)$$

con:

$$(J_5)_{\alpha\beta}(-R) = -(J_5)^*_{\alpha\beta}(R) \quad (IV.20)$$

Tomemos ahora en la expresión de W_{00} , el límite de Bjorken, es decir:

$$q_1 = q^0 + M X \quad ; \quad q^0 \rightarrow \infty \quad (IV.21)$$

donde X es la variable de *scaling* definida en el capítulo I. A partir de la ecuación (IV.18) obtenemos:

$$BjW_{00} = \frac{M}{32\pi f_{\pi}^2 R^2} \frac{v}{\mu^2} \frac{1}{\mu^2 + M^2 X^2} I \quad (IV.22)$$

en donde I representa el elemento de matriz de isospin.

El Modelo de Saco Quiral ha sido definido inicialmente para piones sin masa. La masa del pion que se ha introducido en el cálculo, juega el papel de parametro de corte en las integrales divergentes. Es claro sin embargo, que la masa del pion que usualmente se introduce para producir explícitamente la rotura de la simetría quiral, no afecta las condiciones de contorno del modelo (GV 83) y por tanto, el desarrollo anterior es consistente. Sin embargo, y aunque solo sea en aras de la completitud, estudiaremos el límite de masa nula. Este límite no es inmediato en este mundo en dos dimensiones ya que el campo estático de piones sin masa es lineal con la distancia y diverge cuando $x \rightarrow \infty$, como puede verse en la ecuación (IV.22) por la presencia del factor μ^{-2} que allí aparece. Esta singularidad mide la amplitud del campo piónico, y por tanto vamos a mantenerla fija, en el límite $\mu \rightarrow 0$. Es decir, lo entendemos como una constante de escala de energía, $\mu = m_\pi$. Esto es equivalente a absorber este parametro de corte en la constante de acoplamiento, a través de la relación de Goldberger-Treiman, usando la definición de Watson-Lepore de la constante de acoplamiento (VE 80).

En el mundo real de 3+1 dimensiones, esta singularidad no aparece ya que el campo del pion estático se anula en el infinito en el modo en que lo hace una onda p.

En el proceso se desprecian términos de orden μ^2/M^2 comparados con X^2 . Mas aún, la singularidad del polo piónico no ocurre en la región física. Con todo ello se obtiene:

$$BjW_{00} = \frac{\nu}{2XM} \quad BjW_L = \frac{1}{32\pi m_\pi^2 f_\pi^2 R^2} \frac{\nu}{MX^2} I$$

(IV.23)

En las ecuaciones (IV.22) y (IV.23) vemos que el llamado *scaling* de Bjorken aparece explícitamente.

Si en vez de hacer uso del propagador propio de la cavidad, se usa el propagador libre, el resultado en el límite de Bjorken es exactamente el mismo. Esto se puede entender fácilmente mirando el diagrama de la figura IV.1, en el cual vemos que los quarks no pueden ser excitados debido al principio de conservación de la energía y por tanto, no puede llegar hasta ellos la energía y el momento que transporta el fotón. Así que, la energía y el momento del fotón puede "fluir" solo a través del pion intermedio virtual hasta el segundo fotón. Este pion intermedio no está conectado al barión y por tanto, éste no es afectado por los acoplamientos entre los quarks y el pion en su superficie.

Desde este punto de vista, los quarks actúan como espectadores. A nivel de amplitud, esto significa que el fotón colisiona con el pion únicamente sin afectar al saco como se puede ver en la figura IV.1.

Analícemos detenidamente la ecuación (IV.23). Si estudiamos la llamada región de Regge (X cercana a 0), observamos que la función de estructura longitudinal diverge como $1/X$, lo cual es compatible con lo esperado en la teoría de Regge convencional, es decir, es consistente con el intercambio de un Pomeron (CO 77). La ecuación (IV.23) revela que el pion está "detectando" una partícula puntual y escalar, ya que no hay sección eficaz transversal (ver capítulo I, expresiones (I.55)). De nuevo nos referimos a la figura IV.1 y al argumento del flujo de energía-momento para entender esto último en términos físicos.

Hasta ahora hemos tratado el pion como una partícula puntual, pero en el régimen de energías en los que se revela la estructura partónica, esto deja de tener sentido y es entonces cuando debemos incorporar la estructura del pion en nuestro esquema. Esta estructura puede ser incorporada por dos vías. Una de ellas es considerar el factor de forma

elastico del pion, (figura IV.3). Sin embargo, como demostró Sullivan (SU 72), la contribución piónica en ese caso no presenta *scaling* y desaparece rápidamente cuando se toma el límite de Bjorken. El otro camino corresponde a considerar los procesos en los cuales el pion se rompe al absorber el fotón, (figura IV.4). Esta contribución si presenta *scaling* y el residuo del término del polo piónico es proporcional a las funciones de estructura que describen el comportamiento de la dispersión inelástica de electrones por piones (SU 72).

Entonces, si incorporamos la rotura del pion tenemos en nuestro esquema todos los ingredientes de los modelos de convolución (LL 83; EW 83; BC 84). Estos factores de estructura producen consecuencias observables tales como la rotura de la naturaleza bosónica del *scaling* y por último en este modelo en dos dimensiones, conduce a la desaparición de la función de estructura. Esto ocurre básicamente porque la sección eficaz cambia de longitudinal a transversal.

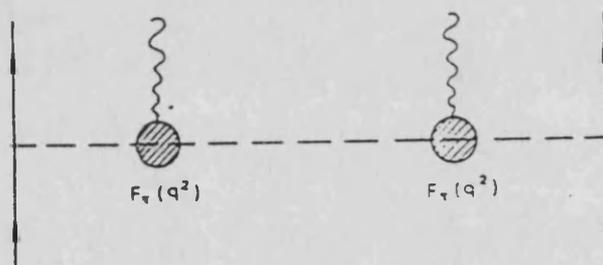
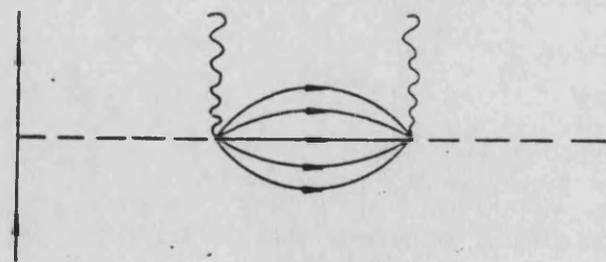


FIGURA IV.3

FIGURA IV.4



En este modelo simplificado no iremos más allá, pero sí lo haremos en el caso real en 3+1 dimensiones. De todos modos resaltamos que el formalismo presentado define de un modo

preciso, dónde y de qué manera debe ser incorporada la estructura del pion. Acerca de esta estructura nuestro modelo fenomenológico no puede aportar nada, pero se ha satisfecho la intención original de obtener un modelo válido modificando lo menos posible el modelo de partida.

3.-DISPERSION DE ELECTRONES SOBRE MATERIA NUCLEAR EN 1+1 DIMENSIONES

Vamos ahora a estudiar el comportamiento de los bariones en el medio nuclear. Para simplificar el cálculo usaremos una aproximación para describir la materia nuclear, ya que nuestra intención es estudiar los efectos piónicos en este medio. La diferencia entre este caso y el estudiado anteriormente, consiste en que ahora el campo del pion debe ser conectado a dos superficies y por tanto aparecerán dos ecuaciones asociadas con cada uno de estos acoplamientos, mientras que en el caso del barión libre, solo aparece una ecuación de este tipo.

En una descripción del núcleo a través del modelo de Saco Quiral, la materia nuclear se describe de modo natural como un cristal (ZD 86). Sin embargo, en el mundo en dos dimensiones, la materia nuclear se describe topológicamente como un círculo, que nosotros "cortamos" y "abrimos", como puede verse en la figura IV.5.

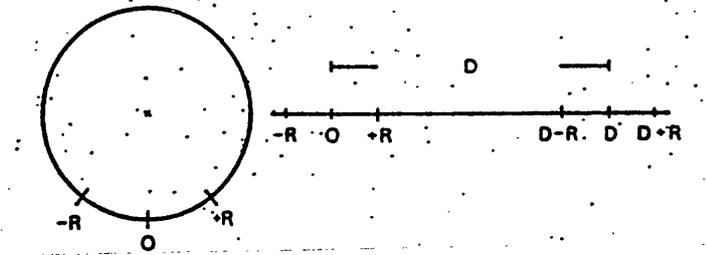


FIGURA IV.5

El campo del pión en este sistema satisface las siguientes condiciones de contorno:

$$\left. \frac{d\phi^i(x,t)}{dx} \right|_{x=R} = J_5^i(R,t) \quad (\text{IV.24 a})$$

$$-\left. \frac{d\phi^i(x,t)}{dx} \right|_{x=D-R} = J_5^i(-R,t) \quad (\text{IV.24 b})$$

Nuevamente nos restringiremos en nuestro cálculo al caso de piones estáticos de masa μ , aunque aquí los problemas que comentábamos en el caso anterior respecto a la aparición de singularidades, no aparecen. Es fácil mostrar que la resolución de la ecuación:

$$(\square + \mu^2)\vec{\phi} = 0 \quad (\text{IV.24 c})$$

con $\vec{\phi}(x,t) = \vec{\phi}(x)e^{-i\omega t}$, junto con las condiciones de contorno (IV.24 a) y (IV.24 b) conduce al resultado:

$$\phi^i(x,t) = (J_5^i)_{\alpha\beta}(R) \frac{\text{sh}\mu(x-D/2)}{\mu \text{ch}\mu(R-D/2)} b_{\alpha^+}(0)b_{\beta}(0)$$

$$\text{con } R \leq x \leq D-R \quad (\text{IV.25})$$

El cálculo de W_{00} se realiza siguiendo los mismos pasos que en el apartado anterior, llegándose a:

$$W_{00} = \frac{M}{32\pi f_{\pi}^2 R^2} \int_R^{D-R} dx \int_R^{D-R} dy \exp(-iq(x-y))$$

$$* q_0 \cos q_0(x-y) \frac{\text{sh}\mu(x-D/2) \text{sh}\mu(y-D/2)}{\mu^2 \text{ch}^2\mu(R-D/2)} I \quad (\text{IV.26})$$

Si ahora se toma el límite de Bjorken, obtenemos:

$$BjW_{00} = \frac{M q_0}{32\pi f_{\pi}^2 R^2} \frac{I}{\mu^2 \text{ch}^2\mu(R-D/2)} \frac{1}{(\mu^2 + M^2 X^2)^2}$$

$$\left[MX \cos MX(R-D/2) \text{sh}\mu(D/2-R) - \mu \sin MX(D/2-R) \text{ch}\mu(D/2-R) \right]^2 I$$

(IV.27)

Y si se quiere el límite de masa nula $\mu \rightarrow 0$:

$$BjW_{00}(v, q^2) = (1/16\pi f_{\pi}^2 R^2 M^2 X^2)$$

$$\left[MX ((D/2)-R) \cos MX((D/2)-R) - \sin MX((D/2)-R) \right]^2 I$$

(IV.28)

Vemos que de nuevo aparece la invariancia de escala. En el límite de Regge ocurre algo peculiar y es que la singularidad que se tenía en el caso del barión aislado, desaparece aquí:

$$BjW_L(v, q^2) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} X^3 \quad (\text{IV.29})$$

En las ecuaciones (IV.23) y (IV.28), se ve claramente la diferencia de comportamiento de los bariones en uno y otro caso. La principal diferencia se observa en la región de bajas X , lo cual es natural ya que la contribución principal del pion tiene lugar en esa región. El polo que aparecía en la función de correlación, en el caso del barión aislado,

desaparece en el caso de materia nuclear debido a que el pion está recluido en la región entre dos nucleones contiguos. Esto implica que la probabilidad asociada con los piones no está concentrada en la región de momentos bajos.

Hemos tomado para nuestros cálculos un caso extremado como es el de materia nuclear. Los bariones, incluso en este mundo bidimensional, deben presentar un comportamiento intermedio entre las dos situaciones estudiadas. En particular, un núcleo contendrá ambos tipos de campos piónicos. Es más, debido a la restricción de un espacio unidimensional, los piones deben estar localizados. Sin embargo, en el mundo real, habrá menos localización de los campos en regiones concretas del espacio, y por tanto esperamos cambios en la región de bajas X , donde los efectos debidos al modo en que esta formado un núcleo son importantes.

Un parámetro relevante es la diferencia en el número de piones entre los casos de barión aislado y materia nuclear. En nuestros cálculos, esto depende de $(D/2)-R$, que es una medida de la distancia en que la materia nuclear es estable, o dicho de otra manera, del alcance del potencial de interacción entre los bariones, y del tamaño del *core*.

4.- DISCUSION Y CONCLUSIONES

Desde el punto de vista físico, el principal resultado del desarrollo anterior, es que el Modelo de Saco Quiral presenta invariancia de escala en el límite de Bjorken. Esto es así porque la superficie del saco no juega papel en la dinámica a nivel de las singularidades del cono de luz. En nuestro mundo simplificado en dos dimensiones, los únicos constituyentes puntuales que pueden ser detectados por el fotón sonda, son de naturaleza bosónica. Este resultado prevalece en modelos

realistas en 3+1 dimensiones, aunque en ese caso también se detectan los quarks (JA 75). La descripción que proporciona el CB es por tanto válida en el régimen de energías donde el nucleón ha perdido ya su naturaleza puntual y revela su estructura interna, pero no así la nube piónica. Si se quiere ir más allá y aumentar la energía de la sonda, necesitamos un dato nuevo del exterior: la estructura del pion (SU 72). Por lo demás el formalismo permanece inalterado.

En el CB está implícita la siguiente gradación en la estructura: a medida que la longitud de onda del fotón se hace más y más pequeña, se pasa de tener bariones puntuales y mesones, a un estadio final descrito por quarks y gluones, pasando por una región intermedia donde los constituyentes básicos son mesones, quarks y gluones. En la región intermedia no sólo se tiene en cuenta la libertad asintótica, sino también se preserva la simetría quiral. Esto no es sino un reflejo de lo que se observa experimentalmente, pues se producen violaciones de *scaling* por la producción de piones y por los factores de forma de los nucleones que varían con q^2 . Más aún, esta violación de la invariancia de escala fermiónica, no aparece como consecuencia de la estructura en quarks (DC 73), sino meramente por no haberse alcanzado aún el régimen partónico.

Desde el punto de vista de la observación, es precisamente la medida del cociente entre las secciones eficaces longitudinal y transversal lo que indica cuan elemental podemos considerar el pion o dicho de otro modo, cual es la relevancia de la subestructura del pion en el proceso (ver capítulo I). Sin embargo, si se aumenta la energía, y la longitud de onda de la sonda se hace suficientemente pequeña, deberemos introducir la estructura piónica, y con ello recuperaremos algún modo de comportamiento fermiónico que presentará *scaling*. Démonos cuenta de que las violaciones de *scaling* que estamos discutiendo, son de naturaleza diferente a las

debidas a los intercambios de gluones. Estos están asociados a términos de orden superior en los desarrollos en la constante de acoplamiento de color y pueden incorporarse en nuestro esquema introduciendo en la fase interior efectos provenientes de diagramas con quarks y gluones en orden superior (*higher twist*) (YN 83).

Recapitulemos acerca de algunos hechos particulares de nuestro cálculo, que están fundamentalmente recogidos en las ecuaciones (IV.23) y (IV.28). En el caso del nucleón aislado, la región de Regge está caracterizada por el comportamiento de Regge, es decir, la función de correlación depende de X^{-1} . Esto corresponde a un polo de Regge con $\alpha(0) = 1$, y es el llamado Pomerón (CO 77).

En el caso de nuestro modelo sencillo de materia nuclear, la función de estructura se comporta de un modo radicalmente diferente. En particular, en la región de Regge, ésta varía según X^3 . La razón física de este cambio es la localización de la función de onda piónica entre dos nucleones adyacentes.

Nada hemos comentado hasta aquí de la región energética correspondiente al umbral $X \approx 1$. Las funciones de estructura que hemos obtenido, no se anulan en la región no física $X > 1$, debido a que la ausencia de conservación del momento en este tipo de modelos, destruye las propiedades espectrales de dichas funciones. Sin embargo, los valores son siempre pequeños fuera de esta región. Finalmente, nuestros resultados implican que el número de piones en materia nuclear depende de la distancia de estabilización, (densidad), y del radio del *core* y por tanto, de la dinámica asociada con las fuerzas entre bariones y la estabilización de los sacos.

Podemos concluir que los llamados modelos híbridos, usados de un modo perturbativo, pueden ser indicados para describir fenómenos físicos donde las sondas colisionan incoherentemente con los quarks o los piones (Física de Energías Intermedias). Si se quiere ir más allá de este régimen se requiere información adicional acerca de la estructura del pion. Este procedimiento tan sencillo, generaliza los modelos híbridos y los hace útiles para investigar la interconexión entre las propiedades de QCD a baja y a alta energía, sólo con unos pocos parámetros relacionados con la estructura del saco bariónico y del pion.

Los cálculos realistas en 3+1 dimensiones, que realizaremos en el siguiente capítulo, son conceptualmente análogos aunque más complejos en el proceso matemático.

A continuación, estudiaremos el comportamiento del Modelo de Saco Quiral, CB, con sus ingredientes originales, en el régimen profundamente inelástico y en 3+1 dimensiones.

CAPITULO V

ANALISIS DE LAS FUNCIONES DE
ESTRUCTURA DEL NUCLEON EN EL
MODELO DE SACO QUIRAL.

En el modelo que usaremos, CB, los piones introducen una doble aportación respecto al modelo del saco del MIT. La primera aportación consiste en la posibilidad de estudiar la dispersión electromagnética de electrones por los piones de la nube mesónica, es decir, podemos estudiar aquí el (sub)proceso $e\pi \rightarrow X$ que en el caso de partida, sin incorporar ningún ingrediente externo al modelo como es la subestructura de los piones, se reduce a la colisión de electrones con mesones puntuales. En este (sub)proceso, esperamos que el fotón intermedio revele la existencia de un bosón puntual, y por tanto, si el modelo CB no presenta irregularidades en la región asintótica, habrá una aportación a la función de estructura longitudinal y no a la transversal, que debe desaparecer en el límite de Bjorken.

La segunda aportación respecto al modelo del MIT, es la modificación que estos piones, tratados como campos fundamentales en este modelo, producen en la función de onda de los quarks al acoplarse a éstos en la superficie del saco, cambiando así su estado y su dinámica respecto del caso del MIT. Esta modificación debe ser detectada por la sonda electromagnética y producir una variación apreciable en las funciones de estructura del nucleón.

De la expresión (III.3) del capítulo III, se deduce que las aportaciones del subproceso $\gamma\pi \rightarrow X$, serán más y más importantes a medida que la variable de Bjorken, X , disminuya, y por el contrario, en la región de X cercanas a 1, son los subprocesos $\gamma q \rightarrow X$ los que deberán tener mayor importancia. Así pues, esperamos que la doble aportación de la nube mesónica en el modelo CB tenga una doble repercusión, tanto en la zona de X cercana a 0, como en la zona de X cercana a 1. Asimismo, los resultados deben, en principio, ser sensibles al número de piones por nucleón que se tenga.

Para proceder con el cálculo bastará con recordar cuales son los campos fundamentales del modelo en el orden mas bajo del desarrollo en la constante de acoplamiento $1/f_\pi$, (G0.84):

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_M + f_\pi \hat{\theta} \theta(x) = \vec{\theta}_M - \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \vec{J}_5(x') \quad ; |x| \gg R \quad (V.1 a)$$

$$q(x) = q^{(0)}(x) + \int dt' ds' S_F(x, x') i \hat{\theta} \vec{\tau} \theta \gamma_5 q^{(0)}(x') \quad ; |x| \leq R \quad (V.1 b)$$

donde Δ_F y S_F , son los propagadores bosónico y fermiónico respectivamente, $\vec{\theta}_M$ representa los modos piónicos no conectados con los quarks del saco, $q^{(0)}(x)$ son las soluciones del MIT para los campos de los quarks y :

$$\vec{J}_5(x) = (i/2f_\pi) \bar{q}^{(0)}(x) \gamma_5 \vec{\tau} q^{(0)}(x) \quad (V.2)$$

es, como siempre, la corriente fuente de los piones conectados con el saco.

Con ellos podemos proceder al calculo de las funciones de estructura longitudinal y transversal en el limite de Bjorken, primeramente para el subproceso $e-\pi$, y después para los subprocesos $e-q$.

A partir de la expresión, (III.6) ,si escogemos el sistema de referencia LAB, y suponemos que el foton incide sobre el eje z, tenemos:

$$W_{00} = (1 - v^2/q^2) W_L \quad (V.3 a)$$

$$W_{33} = (v^2/q^2) W_L \quad (V.3 b)$$

$$W_{03} = W_{30} = (v/q^2)(q^2 - v^2)^{1/2} W_L \quad (V.3 c)$$

$$W_{ij} = \delta_{ij} W_1 \quad i, j = 1, 2 \quad (V.3 d)$$

donde

$$v = p \cdot q / M = q^0 \text{ LAB}$$

y donde:

$$W_L = (1 - v^2/q^2)W_2 - W_1 \quad (V.4)$$

es la función de estructura longitudinal. W_1 es la función de estructura transversal. Nosotros pretendemos, como decíamos antes, estudiar el comportamiento del CB en el régimen en donde tiene sentido el límite de Bjorken y para ello calcularemos con él, dichas funciones.

1. CONTRIBUCION DEL SUBPROCESO $e-\pi$

1.1. LA FUNCION DE ESTRUCTURA LONGITUDINAL

Primeramente vamos a analizar la dispersión de electrones por los piones (sin estructura) de la nube y estudiar así su comportamiento que debe corresponder al esperado en el caso de mesones puntuales. Es decir, deben contribuir a la función de estructura longitudinal pero no a la transversal. Así pues, esperamos que W_L aparezca de forma natural en el modelo, pero no podemos predecir si se presentarán anomalías.

Para calcular W_L en el límite de Bjorken, podemos empezar por obtener W_{00} , ya que

$$B_j W_{00} \approx (v/2MX) B_j W_L \quad (V.5)$$

(El superíndice Bj indica que se esta tomando el limite de Bjorken). Por tanto consideremos la expresión:

$$W_{00} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint d^3x d^3y e^{i q_0 t - i \vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \langle B | [\pi_0(\vec{x}, t), \pi_0(\vec{y}, 0)] | B \rangle \quad (V.6)$$

con

$$\pi_0(x) = -(\partial_0 \vec{\phi}(x) \times \vec{\phi}(x))_3 \cdot 8i_n \quad (V.7)$$

y donde el campo piónico $\vec{\phi}$ se expresa como suma de una parte no creada por el saco, $\vec{\phi}_0$, y otra, $\vec{\phi}_1$, cuya fuente son los quarks de la cavidad que se acoplan en la superficie del saco a este pión, dada por la ecuación (V.2):

$$\vec{\phi} = \vec{\phi}_0 + \vec{\phi}_1 \quad (V.8)$$

El orden mas bajo en f_π corresponde a los diagramas representados en la figura V.1. La corriente electromagnética correspondiente a los piones, π^μ , se construye a partir de los modos piónicos:

$$\pi^\mu = -(\partial^\mu (\vec{\phi}_0 + \vec{\phi}_1) \times (\vec{\phi}_0 + \vec{\phi}_1))_3 \quad (V.9)$$

pero en este proceso que estudiamos, unicamente la parte correspondiente a:

$$\pi^0 = -(\partial^0 \vec{\phi}_0(\vec{x}, t) \times \vec{\phi}_1(\vec{x}, t))_3 \quad (V.10)$$

puede contribuir. Recordemos ahora el razonamiento del flujo de energia-momento, que expusimos en el capitulo IV en donde estudiamos el mismo proceso en un modelo simplificado. Dado que los fermiones no pueden absorber fotones longitudinales en el limite de Bjorken ($q^2 \rightarrow \infty$; $v \rightarrow \infty$ y X fijo), (ver capitulo I) la perturbación introducida por el fotón no puede

transmitirse a los quarks. Por tanto, tenemos el subproceso Compton representado en la figura V.1 donde los piones entrante y saliente son los generados por el saco, y el propagador bosonico correspondiente al estado intermedio, puede construirse a partir del conmutador de la corrientes piónicas:

$$|(\partial_0 \vec{\phi}_0(\vec{x}, t) \times \vec{\phi}_1(\vec{x}, t))_3, (\partial_0 \vec{\phi}_0(\vec{y}, 0) \times \vec{\phi}_1(\vec{y}, 0))_3| \quad (V.11)$$

Pero de todos los terminos involucrados, solo la parte:

$$\epsilon_{ij3} \epsilon_{i'j'3} \langle B | \phi^j_1 \phi^{j'}_1 | B \rangle [\partial_0 \phi^i_0(\vec{x}, t), \partial_0 \phi^{i'}_0(\vec{y}, 0)] \quad (V.12)$$

corresponde al proceso que queremos analizar, (los piones de la nube se supondrán estáticos).

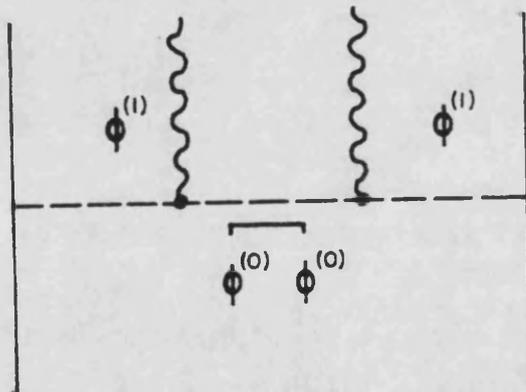


FIGURA V.1

Con las hipótesis que introdujimos en el estudio en 1+1 dimensiones, vamos a sustituir el modo piónico ϕ_0 por el campo correspondiente al pión libre:

$$\phi_{\text{libre}}(\mathbf{x}) = \int (d^3k/(2\pi)^{3/2})(2\omega)^{-1/2} \left[a(\mathbf{k})e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}-i\omega_k t} + a^\dagger(\mathbf{k})e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}+i\omega_k t} \right] \quad (\text{V.13})$$

donde los operadores $a_j(\mathbf{k})$ obedecen las conocidas reglas de conmutación. Con ello, el propagador construido a partir de los modos de la cavidad, que incluye los efectos debidos a las paredes del saco, es sustituido por otro que los obvia, pero en el límite de Bjorken, donde la distancia espacio-temporal entre los puntos donde se acoplan las corrientes tiende a anularse (ver (III.1)), esperamos que no haya diferencias fundamentales, tal y como sucede en 1+1 dimensiones, (SV 87).

Así pues, tendremos:

$$[\partial_0 \phi_{\text{libre}}(\vec{x}, t), \partial_0 \phi_{\text{libre}}(\vec{y}, 0)] = \delta_{ij} \int (d^3k/(2\pi)^3)(\omega_k/2) \left[e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{y})-i\omega_k t} + e^{-i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{x}-\mathbf{y})+i\omega_k t} \right] \quad (\text{V.14})$$

que debemos incorporar a la expresión de W_{00} :

$$W_{00} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint_{\text{outbag}} d^3x d^3y \int (d^3k/(2\pi)^3)(\omega_k/2) \left[2 \langle B | \phi_{1j}(\vec{x}, t) \phi_{1j}(\vec{y}, 0) | B \rangle \right. \\ \left. | e^{i(\vec{k}-\vec{q})\cdot(\vec{x}-\vec{y})-i(\omega_k-\omega_q)t} + e^{-i(\vec{k}+\vec{q})\cdot(\vec{x}-\vec{y})+i(\omega_k+\omega_q)t} | \right] \quad (\text{V.15})$$

donde:

$$\begin{aligned} \phi_{1j}(\vec{r}, T) &= \int_{|\vec{x}'|=R} dt' dx' \Delta_F(\vec{r}, \vec{x}'; T-t') J_{5j}(\vec{x}', t') = \\ &= \frac{1}{16\pi f_\pi} \left(\frac{w_{1s} R}{w_{1s} R - 1} \right) \frac{\sum \vec{\sigma} \cdot \vec{x}}{x^2} \tau_i \end{aligned} \quad (V.16)$$

Para el caso del nucleón tenemos:

$$\langle B | \phi_{1i} \phi_{1j} | B \rangle = \frac{6}{(16\pi f_\pi)^2} \left(\frac{w_{1s} R}{w_{1s} R - 1} \right) \frac{\hat{x}_i \hat{y}_j}{x^2 y^2} \delta_{ij} \quad (V.17)$$

El cálculo proviene de la integración de todas las variables: x', x'', t', t'' , correspondientes a los puntos de emisión y absorción de los piones por el saco, seguido por la integración sobre t, x, y , que son las variables asociadas con los puntos de absorción y emisión del fotón. La expresión resultante para W_{00} en el límite de Bjorken es (ver detalles del cálculo en el Apéndice B):

$$\begin{aligned} B J W_{00} &\approx q_0 (15M/32\pi^2 f_\pi^2) \left(\frac{w_{1s} R}{w_{1s} R - 1} \right)^2 \\ &(\sin^2 MRX/2(MRX)^2 + \sin 2MRX/2MRX - Ci(2MRX)) \end{aligned} \quad (V.18)$$

La función $Ci(t)$ está dada por:

$$Ci(t) = \tau + \ln(t) + \int_0^t \frac{\cos x - 1}{x} dx \quad (V.19)$$

donde τ es la constante de Euler.

Por tanto la función de estructura longitudinal resulta:

$$Bj_{WL} = (15M/16\pi^2 \cdot R f_k^2) \left(\frac{w_{1s} R}{w_{1s} R - 1} \right)^2 (\sin^2 MRX/2(MRX)^2 + \sin 2MRX/2MRX - Ci(2MRX)) \cdot X \quad (V.20)$$

Como se ve, esta expresión presenta invariancia de escala, (*scaling*), lo cual en terminos físicos quiere decir que el fotón detecta una partícula puntual de naturaleza bosónica en este régimen.

Si analizamos el comportamiento de W_L en la región de bajas X , tenemos:

$$Bj_{WL} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} X \cdot \ln(2MRX) \quad (V.21)$$

Es decir, la función de estructura longitudinal se anula cuando X se hace cero.

1.2. LA FUNCION DE ESTRUCTURA TRANSVERSAL

En cuanto a la contribución de este (sub)proceso a la función de estructura transversal W_1 , esta puede calcularse a partir de:

$$W_{11} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint d^3x d^3y e^{i q_0 t - i \vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \langle B | [\pi_1(\vec{x}, t), \pi_1(\vec{y}, 0)] | B \rangle \quad (V.22)$$

Razonando de modo analogo al caso anterior, tenemos en el propagador bosonico, únicamente los términos con:

$$\epsilon_{ij3}\epsilon_{i'j'3}\langle B | \phi_{j_1}(\vec{x}, t) \cdot \phi_{j'_1}(\vec{y}, 0) | B \rangle$$

$$[\partial_x \phi_{i_0}(\vec{x}, t), \partial_x \phi_{i'_0}(\vec{y}, 0)] \quad (V.23)$$

que pueden calcularse a partir de los campos libres.

Un procedimiento de cálculo en todo similar al seguido en el caso de W_0 conduce a la siguiente expresión para W_1 en el limite de Bjorken:

$$BjW_1 \approx (1/q^0)(15M/16\pi^2 f_\pi^2) \left(\frac{w_{1s} R}{w_{1s} R - 1} \right)^2 \text{Ln}(2q^0/MX + 1) \quad (V.24)$$

Como puede observarse, esta contribución procedente de los piones desaparece en el limite de Bjorken:

$$BjW_1 \underset{q^0 \rightarrow \infty}{\sim} \text{Ln}(2q^0/MX)/q^0 \rightarrow 0 \quad (V.25)$$

como esperamos en el proceso de absorción de un fotón transversal por un bosón puntual.

Así pues, el modelo CB, con las hipótesis y aproximaciones realizadas, no presenta irregularidades ni comportamientos anómalos en aquello que atañe a la dispersión de electrones por los piones de la nube mesónica, en la región profundamente inelástica.

2.- CONTRIBUCION DEL SUBPROCESO e-q

La expresión adecuada para la función de correlación corriente-corriente, fué deducida en el Capítulo III, expresión (III.9), resultando:

$$W_{\mu\sigma} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d^3x \int d^3y e^{i q_0 t - i \vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \langle B | [J_\mu(\vec{x}, t), J_\sigma(\vec{y}, 0)] | B \rangle \quad (V.25)$$

donde las corrientes electromagnéticas son aquí, las dadas por los campos fermiónicos:

$$J_\mu^a(x) = \sum e_a \bar{q}_a(x) \gamma_\mu q_a(x) \theta(|\vec{x}| - R) \quad (V.26)$$

siendo el campo $q_a(x)$ solución de las ecuaciones asociadas al modelo de Saco Quiral (capítulo II), y e_a la carga del quark.

Desarrollando el conmutador tenemos:

$$[J_\mu(\vec{x}, t), J_\sigma(\vec{y}, 0)] = \sum e_a^2 (\bar{q}_a(\vec{x}, t) \gamma_\mu S_c(\vec{x}, \vec{y}; t) \gamma_\sigma q_a(\vec{y}, 0) - \bar{q}_a(\vec{y}, 0) \gamma_\sigma S_c(\vec{y}, \vec{x}; -t) \gamma_\mu q_a(\vec{x}, t)) \quad (V.27)$$

Sustituyendo ahora el propagador fermiónico de la cavidad, S_c , por el propagador fermiónico libre, S_F :

$$S_F(\vec{x} - \vec{y}; t) = -(2\pi)^{-3} \int d^4k \not{k} \epsilon(k_0) \delta(k^2) e^{i k_0 t - i \vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \quad (V.28)$$

tal y como justificamos anteriormente en el capítulo III, obtenemos la expresión:

$$\begin{aligned}
W_{\mu\sigma} = & (M/16\pi^4) \Sigma e_a^2 \int d^4k k^\tau \epsilon(k_0) \delta(k^2) \int dt \int d^3x d^3y \\
& \int R_{\mu\tau\sigma\delta} \langle B | \bar{q}_a(\vec{x}, t) \gamma^\delta q_a(\vec{y}, 0) - \bar{q}_a(\vec{y}, 0) \gamma^\delta q_a(\vec{x}, t) | B \rangle - \\
& - i\epsilon_{\mu\tau\sigma\delta} \langle B | \bar{q}_a(\vec{x}, t) \gamma^\delta \gamma^5 q_a(\vec{y}, 0) + \\
& + \bar{q}_a(\vec{y}, 0) \gamma^\delta \gamma^5 q_a(\vec{x}, t) | B \rangle |
\end{aligned}
\tag{V.29}$$

donde se han usado las relaciones:

$$\gamma_\mu \gamma_\tau \gamma_\sigma = R_{\mu\tau\sigma\delta} \gamma^\delta + i\epsilon_{\mu\tau\sigma\delta} \gamma^\delta \gamma^5
\tag{V.30 a}$$

$$R_{\mu\tau\sigma\delta} = g_{\mu\tau} g_{\sigma\delta} + g_{\mu\delta} g_{\sigma\tau} - g_{\mu\sigma} g_{\tau\delta}
\tag{V.30 b}$$

Aunque *a priori* puede dudarse de que el tensor $W^{\mu\sigma}$ sea invariante *gauge*, esta estructura está presente si se evalúa entre estados de saco no polarizados, es decir, si se suma y promedia sobre terceras componentes de spin, (JA 75).

Si queremos calcular la función de estructura $F_2(X)$, deberemos comenzar por obtener W_1 , ya que como se sabe:

$$BjW_1(Q^2, \nu) = F_1(X) = (1/2X) F_2(X)
\tag{V.31}$$

con $Q^2 = -q^2$. Observando la expresión general de $W^{\mu\sigma}$ para estos procesos (CL 79):

$$\begin{aligned}
W^{\mu\sigma} = & (-g^{\mu\sigma} + q^\mu q^\sigma / q^2) W_1 + \\
& + (W_2 / M^2) (p^\mu - p \cdot q q^\mu / q^2) (p^\sigma - p \cdot q q^\sigma / q^2)
\end{aligned}
\tag{V.32}$$

y comparando con la expresión (V.29), vemos que W_1 debe aquí corresponder al coeficiente de $g^{\mu\sigma}$ en esta última expresión:

$$W_1(Q^2, \nu) = (M/16\pi^4) \int d^4k \, k^\mu \, \epsilon(k^0) \, \delta(k^2) \int dt \iint d^3x d^3y$$

$$e^{i(k_0 + q_0)t - i(\vec{k} + \vec{q}) \cdot (\vec{x} - \vec{y})} g_{\tau\delta}$$

$$\langle B | \bar{v}_\alpha(\vec{x}, t) \gamma^\delta q_\alpha(\vec{y}, 0) - \bar{v}_\alpha(\vec{y}, 0) \gamma^\delta q_\alpha(\vec{x}, t) | B \rangle$$

(V.33)

En nuestro modelo, los campos fermiónicos se escriben, en el orden primero del desarrollo en $1/f_\pi$:

$$q_\alpha(\vec{x}, t) = q^{(0)}_\alpha(\vec{x}, t) + q^{(2)}_\alpha(\vec{x}, t) \quad (V.34)$$

El campo $q^{(0)}_\alpha(\vec{x}, t)$ representa la solución MIT pura y $q^{(2)}_\alpha(\vec{x}, t)$ es la corrección a este campo, debida a los mesones, tal y como se recoge en las expresiones (II.54) (capítulo II).

Los términos que contienen a:

$$\langle B | \bar{v}_\alpha^{(0)}(\vec{x}, t) \gamma^\delta q_\alpha^{(0)}(\vec{y}, 0) - \bar{v}_\alpha^{(0)}(\vec{y}, 0) \gamma^\delta q_\alpha^{(0)}(\vec{x}, t) | B \rangle$$

(V.35)

corresponderán a la función de estructura que proporciona el saco del MIT para el nucleón (figura V.2, A0), calculada en el Apéndice A, corregida por la diferente expresión que para la masa M proporciona la nube piónica, mientras que los términos :

$$\begin{aligned}
& \langle B | \bar{v}_\alpha(0)(\vec{x}, t) \not{\partial} q_\alpha(2)(\vec{y}, 0) - \bar{v}_\alpha(2)(\vec{y}, 0) \not{\partial} q_\alpha(0)(\vec{x}, t) | B \rangle + \\
& + \langle B | \bar{v}_\alpha(2)(\vec{x}, t) \not{\partial} q_\alpha(0)(\vec{y}, 0) - \bar{v}_\alpha(0)(\vec{y}, 0) \not{\partial} q_\alpha(2)(\vec{x}, t) | B \rangle
\end{aligned}
\tag{V.36}$$

corresponden a la contribución que queremos hallar, asociada a los diagramas de la figura V.2.

Por fin, el término

$$\langle B | \bar{v}_\alpha(2)(\vec{x}, t) \not{\partial} q_\alpha(2)(\vec{y}, 0) - \bar{v}_\alpha(2)(\vec{y}, 0) \not{\partial} q_\alpha(2)(\vec{x}, t) | B \rangle
\tag{V.37}$$

no lo consideraremos aquí, debido a que corresponde al orden siguiente en el desarrollo sobre $1/f_\pi$, y va más allá de nuestro objetivo.

Debemos señalar que nuestros cálculos se restringen a diagramas a orden árbol y en el orden $1/q^2$ dominante. Los diagramas con bucles, aunque pueden aparecer en este tipo de modelos, están desconectados en los tratamientos con teorías de campo convencionales y desaparecen para q^2 de tipo espacial (JA 75). Por tanto no los consideraremos aquí.

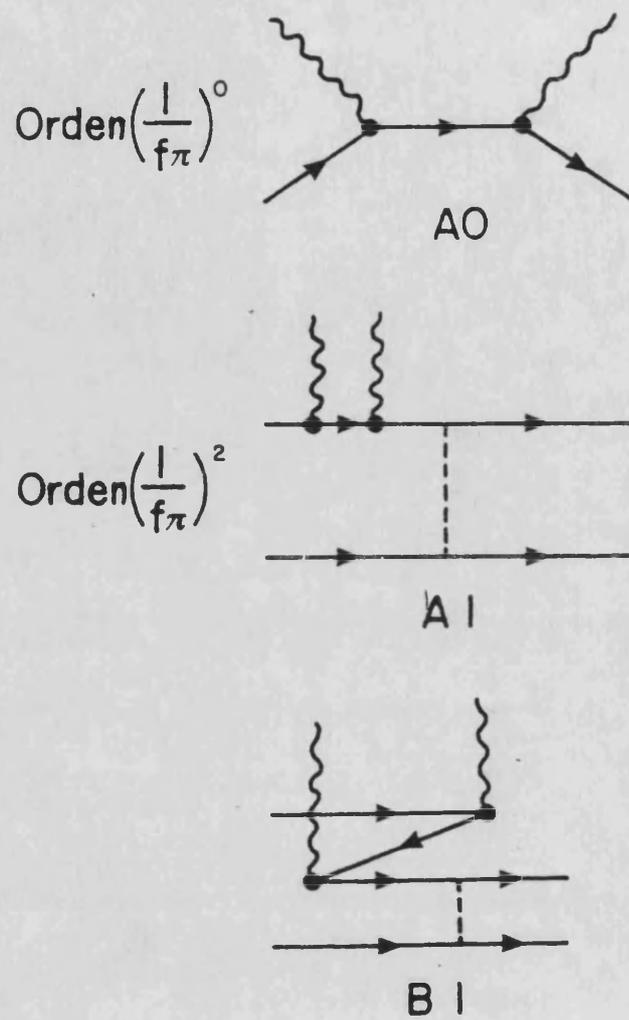


FIGURA V.2

Utilizando las expresiones, (II.10) y (II.54), para los campos de los quarks, y tras un cálculo algo tedioso, que recogemos en el Apéndice C, obtenemos en el límite de Bjorken y para los diagramas con propagador f partícula-partícula (figura V.2;A1):

$$\delta F_{1CB,A}(X) = B j_{W_1 CB,A}(X) - B j_{W_1 MIT}(X) = (N MR / \pi^2 f_{\pi}^2 R^2)$$

$$\Sigma \frac{1}{(w_f R - w_1 s R)} \frac{w_1 s^3 R^3}{(w_1 s R - 1)^2} \frac{w_f^2 R^2}{(w_f R - 1) \sin w_1 s R \sin w_f R}$$

$$\int_{\beta_-}^{\infty} dB B \left[T_{00}(w_1 s R, B) T_{00}(w_f R, B) + T_{11}(w_1 s R, B) T_{11}(w_f R, B) - \right. \\ \left. - (w_1 s R - MXR/B) (T_{00}(w_1 s R, B) T_{11}(w_f R, B) + T_{11}(w_1 s R, B) T_{00}(w_f R, B)) \right] \\ - (w_1 s \rightarrow -w_1 s ; w_f \rightarrow -w_f) \quad (V.38)$$

Las funciones $T(wR, \beta)$ están definidas en el Apéndice A, expresiones (A.17 y 18). N toma el valor 13/72 para el protón y 12/72 para el neutrón y:

$$B_- = |MRX - \epsilon| \quad (V.39 a)$$

$$\epsilon = w_1 s R \quad (V.39 b)$$

donde w_f toma los valores posibles para la energía del propagador fermiónico entre el punto donde se acopla el pión, y el punto en donde se absorbe el fotón. Este propagador no puede ser sustituido por el propagador libre, ya que el punto de acoplamiento entre el campo mesónico y los campos de los quarks, se halla precisamente sobre la superficie del saco, que juega aquí por tanto un papel relevante.

Tambien obtenemos:

$$\delta F_{1CB,B}(X) = B j W_{1CB,B}(X) - B j W_{1MIT}(X) = (N MR / \pi^2 f_{\pi}^2 R^2)$$

$$\Sigma \frac{1}{(w_f R + w_s R)} \frac{w_s^3 R^3}{(w_s R - 1)^2} \frac{w_f^2 R^2}{(w_f R + 1) \sin w_s R \sin w_f R}$$

$$\int_{\beta_-}^{\infty} dB B \left[-T_{00}(\epsilon, B) T_{00}(w_f R, B) + 3T_{11}(\epsilon, B) T_{11}(w_f R, B) - \right. \\ \left. - (\epsilon - MXR/B) (3T_{00}(\epsilon, B) T_{11}(w_f R, B) - T_{11}(\epsilon, B) T_{00}(w_f R, B)) \right] \\ - (w_s \rightarrow -w_s ; w_f \rightarrow -w_f) \quad (V.40)$$

correspondiente a los diagramas con propagador f antipartícula-antipartícula (figura V.2; B1).

El cálculo se completa con la parte correspondiente a la función $F_2(X)$ dada por el MIT (JA 75). (Ver apéndice A).

Debemos recordar aquí que la expresión para la masa del barión en nuestro modelo, es diferente en el caso de no considerar la nube piónica (modelo MIT puro), del caso en el que los piones aportan una contribución al funcional de energía. En el caso del modelo MIT, la expresión es:

$$M = n (\epsilon/R) + (4/3) \pi R^3 B = (4/3) n \epsilon/R \quad (V.41)$$

donde n representa el número de quarks dentro del saco (3 en nuestro caso).

Sin embargo, en el caso con nube piónica la expresión, asumiendo la simetría SU(4), es (VE 80):

$$M = (4/3) n \epsilon/R - (18/25) n^2 (f^2/4\pi m_{\pi}^2 R^3) \quad (V.42)$$

siendo $(f/m_\pi) = (g_A / 2f_\pi)$ en nuestro modelo, (g_A es la constante de acoplamiento axial). Para el caso de nucleones, que es el que ahora nos interesa, debemos sustituir en la expresión anterior f^2 por $(57/27)f^2$, con lo cual se rompe explícitamente la simetría SU(4), sin modificar las expresiones, (VE 80).

Ahora sólo queda efectuar numéricamente la integral sobre B y sumar sobre las energías de los modos w_f en cada caso. Los primeros valores posibles para $w_f R$ son:

$$\begin{array}{l|l} l_f=0; \lambda=-1 & 5.396 | 8.578 | 11.737 | 14.888 | 18.036 | 21.182 | 24.327 | \\ \hline l_f=1; \lambda= 1 & 3.811 | 7.002 | 10.164 | 13.316 | 16.464 | 19.610 | 22.755 | \end{array}$$

Finalmente, la contribución total de estos subprocessos e-q a la función de estructura del nucleón $F_2(X)$ es:

$$\delta F_q^2(X) = \delta F_{MIT_2}(X) + \delta F_{CB,A_2}(X) + \delta F_{CB,B_2}(X)$$

Los resultados obtenidos con distintos radios, R , para $F_{MIT_2}(X)$, y para $\delta F_{CB,B_2}(X)$, se recogen y analizan en el capítulo VII.

El siguiente paso a dar en nuestro análisis, consiste en introducir, de un modo coherente con el modelo CB, el mecanismo de rotura del pion y calcular de nuevo la contribución a las funciones de estructura del nucleón de los subprocessos e- π .

Lógicamente, la desaparición de los bosones puntuales para dar paso a los quarks de su subestructura, producirá la desaparición de la función w_L , sobreviviendo únicamente w_1 , que se enriquecerá ahora con esta nueva aportación.

CAPITULO VI

CONTRIBUCION PIONICA A LA
FUNCION DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON EN EL PROCESO
INELASTICO $e-\pi^{--}\rightarrow X$

1.- INTRODUCCION

Los cálculos de observables electromagnéticos asociados a la física de los procesos de dispersión de electrones por nucleones, deben considerar las contribuciones provenientes de las corrientes de intercambio mesónicas, (OT 82), que pueden ser importantes. En particular, en los procesos que tienen lugar en el régimen de muy alta energía, los piones proporcionan correcciones significativas a las funciones de estructura de los nucleones. En los modelos utilizados por la física nuclear, estos piones son los responsables de la interacción nuclear correspondiente al potencial de intercambio de un pion, (OPE). Sin embargo, en otros modelos, como es el caso del Cloudy Bag, (TH 82) o el del Modelo de Saco Quiral, objeto de nuestra investigación, incluso en el caso de nucleones aislados se tiene una nube mesónica que rodea al nucleón. Esta nube contiene en general piones, kaones etc...(GO 84), pero en el caso más sencillo de invariancia bajo $SU(2) \times SU(2)$, solo aparecen piones en el modelo (GO 84).

La cuestión de si los piones, bien de la nube, bien los asociados con OPE, son o no son relevantes en la región profundamente inelástica, fue abordada y resuelta por J.D.Sullivan (SU 72). En su trabajo, se prueba que los procesos de dispersión de electrones por nucleones con vértices $\gamma_{\pi\pi}$, no aportan contribución en este régimen y no presentan invariancia de escala (*scaling*), debido a la presencia del factor de forma del pion que varía con q^{-2} . Sin embargo, si se considera el caso inclusivo, con vértices del tipo $\gamma_{\pi X}$, siendo X cualquier grupo de partículas permitido por la física del proceso, si existe una aportación importante. En particular, el residuo del polo piónico es

proporcional a las funciones de estructura del proceso de dispersión del electrón por el pion.

Vamos a mostrar aquí algunos detalles del análisis de esta contribución piónica en general, para proceder después al cálculo específico con el modelo de saco quiral, de las funciones de estructura de los nucleones.

Después analizaremos la aplicabilidad del mecanismo de Sullivan al CB y lo modificaremos para adaptarlo a nuestro modelo CB para realizar los cálculos pertinentes y aportar la corrección correspondiente a las funciones de estructura nucleónicas.

2.- EL MECANISMO DE SULLIVAN: VARIABLES CINEMATICAS

Consideremos primeramente, el proceso e-N correspondiente a la figura VI.1 y situémonos en el régimen en donde tiene sentido el límite de Bjorken:

$$-q^2 = Q^2 \rightarrow \infty ; Mv = pq \rightarrow \infty \quad (\text{VI.1})$$

donde p es el cuadrimomento del nucleón, q el del fotón y donde $X=1/w = Q^2/Mv$, permanece constante. (M es la masa del nucleón). En terminos de estas variables podemos expresar la magnitud cinemática s :

$$s = (p+q)^2 = Q^2(w-1)+M^2 \rightarrow Q^2(w-1) \quad (\text{VI.2})$$

Además de w y Q^2 , necesitamos otra variable para definir nuestro proceso. Podemos escoger la transferencia de momento invariante que supondremos fija en el proceso:

$$-t = (p-p')^2 = 2M^2 - 2ME' \quad (VI.3)$$

donde p' es el cuadrimomento del estado hadrónico final. El sistema de referencia en el que expresamos nuestras magnitudes es el LAB, y en lo que sigue, supondremos por sencillez que el foton incide en la dirección del eje z . Los límites de t están determinados por la cinemática del proceso. El valor mínimo de t , corresponde a dispersión hacia delante, mientras que el valor máximo se puede escoger según el tipo de estudio que se persiga. Por ejemplo, si se estudia la contribución piónica en relación con el potencial nuclear (OPE), no tiene sentido ir más allá de 4 ó 5 veces la masa del pion al cuadrado, ya que fuera de esta región otros efectos aparecen, como la absorción, o intercambio de mesones vectoriales. En todo caso, la extensión de t hacia valores más grandes requiere la introducción en el cálculo del factor de forma del vértice πNN .

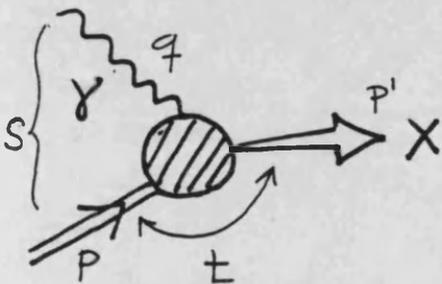


FIGURA VI.1

COLISION INELASTICA

LEPTON-NUCLEON

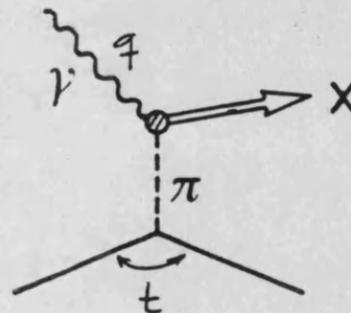


FIGURA VI.2

COLISION INELASTICA

LEPTON-PION

Si consideramos ahora la parte del proceso inelástico correspondiente a la colisión $e-\pi$, dentro del proceso general $e-N \rightarrow X$, figura VI.2, parece razonable introducir la variable s' :

$$s' = (p+q-p')^2 = Q^2(w'-1)(1+O(1/Q^2)) \quad (\text{VI.4})$$

analoga a s , (la masa invariante al cuadrado del estado final completo), pero con el significado de representar la masa invariante al cuadrado del estado final correspondiente al sistema foton virtual-pion virtual. Por otro lado, la variable w' esta relacionada con w a traves de la relación (SU 72):

$$w'-1 = (w-1)(1-\alpha) \quad (\text{VI.5})$$

siendo α , la fracción del momento total cambiado de signo, transportado por el nucleon del estado final y cuya relación con la energía y el momento de ese nucleon es:

$$\alpha = (E'-p'\cos\theta)w/M(w-1) \quad (\text{VI.6})$$

(Las variables angulares que caracterizan la dirección de p' , en el sistema LAB son θ y ϕ). El valor minimo del momento transferido corresponde a $\theta = 0$, y puede ser expresado en función de las variables cinematicas del sub-proceso $e-\pi$:

$$t_m = M^2 / \left[(w/w') (w/w' - 1) \right] \quad (\text{VI.7})$$

3.- INCORPORACION DE LA ESTRUCTURA DEL PION SEGUN EL MECANISMO DE SULLIVAN.

La amplitud correspondiente al proceso que estamos estudiando está dada por (SU 72):

$$A^\mu = g_{\pi NN} \bar{u}(p') i \gamma_5 u(p) \langle \pi | J^\mu | X \rangle / (t + \mu^2)$$

$$A^\mu = g_{\pi NN} \bar{u}(p') i \gamma_5 u(p) \langle \pi | J^\mu | X \rangle / (t + \mu^2) \quad (\text{VI.8})$$

estando los estados normalizados a $2E$. En la expresión anterior se ha supuesto el vertice superior sobre la capa masica, $t = \mu^2$, aproximación que es razonable en la región energética en la que OPE es relevante, es decir valores de t^2 alrededor de μ^2 .

Si se quiere introducir la estructura en el vertice inferior basta considerar el factor de forma correspondiente $F_{\pi NN}(t)$. Multiplicando por A^σ y sumando sobre terceras componentes de spin, se obtiene en el límite $Q^2 \rightarrow \infty$, con t , w y w' fijas:

$$\frac{dW^{\mu\sigma}}{dtdw'} = \frac{1}{2 M w} \left(\frac{g_{\pi NN}}{4\pi} \right)^2 \frac{t}{(t + \mu^2)} F_{\pi NN}^2(t) (C_{\pi}^{\mu\sigma}/\pi)$$

$$\quad (\text{VI.9})$$

donde $C_{\pi}^{\mu\sigma}$ corresponde a la amplitud de dispersión hacia delante, foton virtual-pion, mientras que $W^{\mu\sigma}$ es la amplitud que correspondiente al proceso foton virtual-barión. Podemos expresar $C_{\pi}^{\mu\sigma}$ en terminos de invariantes escalares:

$$\text{Im} C_{\pi}^{\mu\sigma}/\pi = c_1 (-g^{\mu\sigma} + q^\mu q^\sigma / q^2) + (c_2 / \mu^2) (1^\mu - 1 \cdot q q^\mu / q^2) (1^\sigma - 1 \cdot q q^\sigma / q^2)$$

$$\quad (\text{VI.10})$$

donde l representa el momento del pion.

La contracción de la expresión (VI.9) con los vectores de polarización asociados al foton virtual (expresiones (I.53)) proporciona:

$$\frac{d\sigma_{N^i}}{dt dw'} = \frac{w'-1}{w-1} \frac{1}{w} \left(\frac{g_{\pi NN}}{4\pi} \right)^2 \frac{t |F_{NN\pi}(t)|^2}{(t + \mu^2)^2} \sigma_{\pi^i} \quad (\text{VI.11})$$

donde el índice i representa la sección eficaz longitudinal o la transversal.

Obsérvese que en la región cinemática $w'/w \ll 1$ que estudiamos, no hay relación entre las secciones eficaces longitudinal y transversal.

Por otro lado debemos considerar todos los canales de isospin posibles que involucran piones π^0 , π^+ y π^- en el proceso. Finalmente, para $F_2(w) = v W_2$ podemos escribir la siguiente contribución:

$$\delta F_2^N(w) = 3(g_{\pi NN}/4\pi)^2 \int_1^{\infty} \frac{dw' w'}{w^2} \int_{t_0}^{\infty} \frac{dt t F_{\pi NN}^2(t)}{(t + \mu^2)^2} F_2^{\pi}(w') \quad (\text{VI.12})$$

siendo $F_2^{\pi}(w')$, la función de estructura del pion.

Esta expresión representa la corrección debida a los piones, a la función de estructura de los nucleones en el régimen profundamente inelástico, según el planteamiento de Sullivan (SU 72).

4.- UN MECANISMO ALTERNATIVO PARA LA INCORPORACION DE LA ESTRUCTURA PIONICA APLICABLE AL MODELO DE SACO QUIRAL.

El esquema de Sullivan que acabamos de analizar, está fundamentado en la aproximación de que, en el régimen de energías en el que tiene sentido el mecanismo OPE, el pion puede considerarse sobre la capa másica en buena aproximación. Es decir, se puede suponer que el pion es (quasi)libre, aunque sus variables cinemáticas estén lógicamente relacionadas con el nucleón emisor.

Sin embargo, en el modelo de saco quirral CB, los campos piónicos que manejamos que no tienen en principio estructura ni masa y se consideran estáticos, tienen además la condición de tener una región del espacio "prohibida", correspondiente a la cavidad interna del saco. A esto debemos añadir la consideración de que la condición de balance de presión sobre la superficie del saco, relaciona de manera explícita y particular en nuestro modelo, las corrientes fermiónicas con las piónicas, dotando a éstas últimas de una estructura dinámica analizable a través de la fuente $J_5(x)$.

Así pues, la consideración previa de que el pion que absorbe el fotón virtual, está sobre la capa másica tiene aquí difícil justificación, ya que con ella se pierde la información acerca de la fuente fermiónica y de las características peculiares que supone para la física del proceso, el que haya dos fases distintas, i.e. la interna y la externa a la cavidad que hace que la función de onda de los campos mesónicos no sea asociable asintóticamente a un campo libre (NS 86).

Por ello, vamos a proponer un procedimiento alternativo para introducir la rotura de los piones de manera coherente con el CB, a partir del estudio previo ya presentado en esta Memoria, del caso de piones sin estructura.

Partamos de la expresión que obtuvimos en el capítulo III para la función de estructura (expresión (III.9)):

$$W_{\mu\sigma} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint d^3x d^3y \exp(iq_0 t - iq(\vec{x}-\vec{y}))$$

$$\langle B | [\pi_\mu(\vec{x}, t) , \pi_\sigma(\vec{y}, 0)] | B \rangle$$

(VI.13)

cuyo desarrollo, efectuado en el apéndice B, conduce a la expresión:

$$W_{\mu\sigma} = (M/\pi) \int dt \iint d^3x d^3y \exp(iq_0 t - iq(\vec{x}-\vec{y}))$$

$$(1/(2\pi)^3) \int (d^3k/w_k) k_\mu k_\sigma (\exp(i\vec{k}(\vec{x}-\vec{y}) - iw_k t) +$$

$$+ \exp(-i\vec{k}(\vec{x}-\vec{y}) + iw_k t))$$

$$\langle B | \phi_1(\vec{x}, t) \cdot \phi_1(\vec{y}, 0) | B \rangle$$

(VI.14)

donde, como se justificó anteriormente, se ha sustituido el propagador bosónico asociado al saco por el libre.

En la expresión anterior, la estructura tensorial viene dada sólo por $k_\mu k_\sigma$, mientras que el resto de factores dan cuenta

de la cinemática y de la conexión de los campos piónicos no afectados por el fotón virtual, con el saco.

El modo de incorporar la estructura del pion que proponemos es sustituir los factores que dan cuenta del carácter tensorial de $W_{\mu\sigma}$ y que se obtienen para el caso de piones puntuales, por otro tensor $B_{\mu\sigma}$, elemento externo al modelo, que incorpore la subestructura de estos bosones. A este nuevo tensor debemos exigirle que reproduzca el comportamiento observado experimentalmente en dispersión profundamente inelástica de electrones por piones, cuando tomemos el límite de Bjorken, con lo cual $B_{\mu\sigma}$ queda definido en este límite, salvo una constante global que podemos elegir para ajustar el comportamiento de la función de estructura del nucleón, en la región de la variable de Bjorken, X , próxima al origen. Con todo ello, utilizando el procedimiento seguido en el capítulo V y en el apéndice B, obtenemos:

$$W_{\mu\sigma} B_j(q_0, p) = \frac{15}{64\pi^2} \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \frac{M R}{(f_\pi R)^2} \int_{MX}^{2q_0} dp \frac{j_0^2(pR)}{p} B_{\mu\sigma} B_j(q_0, p) \quad (\text{VI.15})$$

donde, como siempre:

$$\epsilon = w_{1s} R ; \quad p = |\vec{p}| = |\vec{q} - \vec{k}| \quad (\text{VI.16})$$

Si hacemos ahora los cambios de variable:

$$\begin{aligned} p &= M z \\ y &= X(z-X+1)/z \end{aligned} \quad (\text{VI.17})$$

y tomamos $\mu = \sigma = 1$, tenemos:

$$W_{11}^{BJ} = N_p \int_x^1 dy (1/y-X) j_0^2(MRX(1-X)/y-X) B_{11}^{BJ}(q_0, y) \quad (VI.18)$$

Dado que ahora la variable cinemática y toma valores desde X hasta 1, podemos establecer el paralelismo con el tratamiento de Sullivan en este punto, interpretar y como la fracción de momento transportado por el pion y postular la correspondencia con la función de estructura piónica:

$$B_{11}^{BJ}(q_0, y) = F_1^\pi(X/y) \quad (VI.19)$$

y utilizar el ajuste experimental (BA 80):

$$F_2^\pi(X/y) = F_2^\pi(0) \cdot (1 - X/y); \quad \text{con } F_2^\pi(0) = 0,3-0,5 \quad (VI.20)$$

Introduciendo esto último a través de la relación de Callan-Gross (I.60), en la expresión (VI 18), obtenemos la aportación de los procesos profundamente inelásticos de dispersión de electrones por piones de la nube bosónica asociada al CB:

$$\delta F_2^N(X) = N_p \int_x^1 dy F_2^\pi(0) j_0^2(MRX(1-X)/y-X) \quad (VI.21)$$

donde, usando el argumento de LL. Smith (LL 83), N_p puede ser interpretado como el número de piones por nucleón:

$$N_p = \delta F_2^N(0)/F_2^\pi(0) \quad (VI.22)$$

que caracteriza nuestro esquema alternativo.

En el siguiente capítulo se recogen los resultados obtenidos al aplicar todo el formalismo desarrollado hasta aquí, a casos concretos donde se fijan los valores de los parámetros del modelo CB.

CAPITULO VII

RESULTADOS OBTENIDOS CON EL
MODELO DE SACO QUIRAL PARA LA
FUNCION DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON

1. RESULTADOS PARA LA CORRECCION A LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL NUCLEON DEBIDA AL SUBPROCESO $e-\pi$

Como se ha deducido en el capítulo anterior, los piones de la nube mesónica que rodea al saco que contiene los quarks, pueden aportar una importante corrección a la función de estructura del nucleón, procedente de la dispersión de leptones cargados por los propios mesones. Esta corrección puede escribirse de dos modos alternativos (al menos). El primero de ellos ha sido deducido en el capítulo VI siguiendo el esquema original de Sullivan (SU 72):

$$\delta F_N^2(X, Q^2) = \int_x^1 f_\pi(z) F_N^2(X/z, Q^2) dz = \delta F_N^2(X) \quad (\text{VII.1})$$

donde ahora hemos reescrito la expresión, (VI.13), en términos de la variable z :

$$z = w'/w \quad (\text{VII.2})$$

y en términos de la función $f_\pi(z)$:

$$f_\pi(z) = 3(g_{\pi NN}^2/16\pi^2)z \int_{M^2 z^2/(1-z)}^{\infty} \frac{t |F_{\pi NN}(t)|^2 / (t+\mu^2)^2 dt}{M^2 z^2 / (1-z)} \quad (\text{VII.3})$$

que, en el sistema de referencia de momento infinito, se interpretan de una manera sencilla, (ET 83). Así, $f_\pi(z)dz$, es la probabilidad de que el pión que colisiona, transporte un momento comprendido entre z y $z+dz$.

Sin embargo, el tratamiento de Sullivan no está adaptado a los modelos de saco, en donde los campos piónicos no pueden considerarse libres al estar restringida su existencia a la región exterior a la cavidad. En este esquema, la

peculiaridad de nuestro modelo que puede ser incorporada es la función del vértice $NN\pi$, dejando de lado aspectos tan importantes como la estructura de las corrientes piónicas en el modelo CB (analizadas en el capítulo V) y su existencia en la región externa al saco que hace de estos piones, distintivos específicos de nuestro modelo en procesos de dispersión, frente a los de las teorías de campo convencionales (NS 86). Por lo tanto, manteniendo la idea original de Sullivan acerca de como se debe relacionar la contribución de los subprocesos $e-\pi$ con el proceso global electrón-nucleón, nosotros usaremos para el cálculo el tratamiento para el CB que hemos presentado en el capítulo anterior.

Partiendo de la expresión (VI.21), podemos obtener los resultados correspondientes a la corrección a la función de estructura del nucleón debida a los procesos $\gamma\pi\rightarrow X$, para cada valor del radio del saco y el número de piones por nucleón que corresponde. Estos resultados para dos valores adecuados de R : 0,8 fm y 1 fm, se presentan en la figura VI.1 y en la tabla siguiente:

R (fm)	0.8	1.0
N_p	2.9	2.3

TABLA VII.1

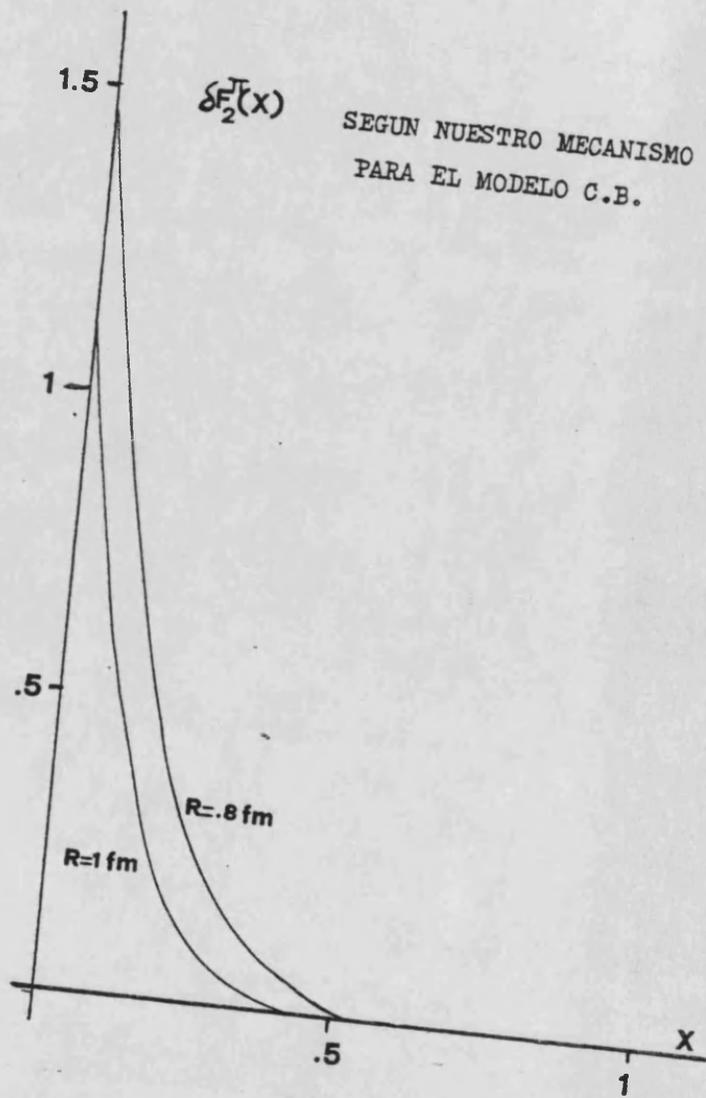


FIGURA VII.1

2.- RESULTADOS PARA LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEBIDA AL SUBPROCESO $e-q$

A partir de la expresión (A 21) del Apéndice A que proporciona el resultado para la función de estructura dada por el modelo MIT (aunque con la expresión para la masa del nucleón, M , modificada), y de las expresiones (V 38) y (V 40) del capítulo V, obtenemos la parte de la función de estructura del nucleón en el CB, debida a los campos de los quarks, en el primer orden del desarrollo en la constante $(1/f_\pi R)^2$. Los resultados obtenidos con distintos radios, R , para $F_{MIT_2}(X)$, y para $\delta F_{CB_2}(X)$, se reflejan en las figuras VII.2 y VII.3-4, respectivamente.

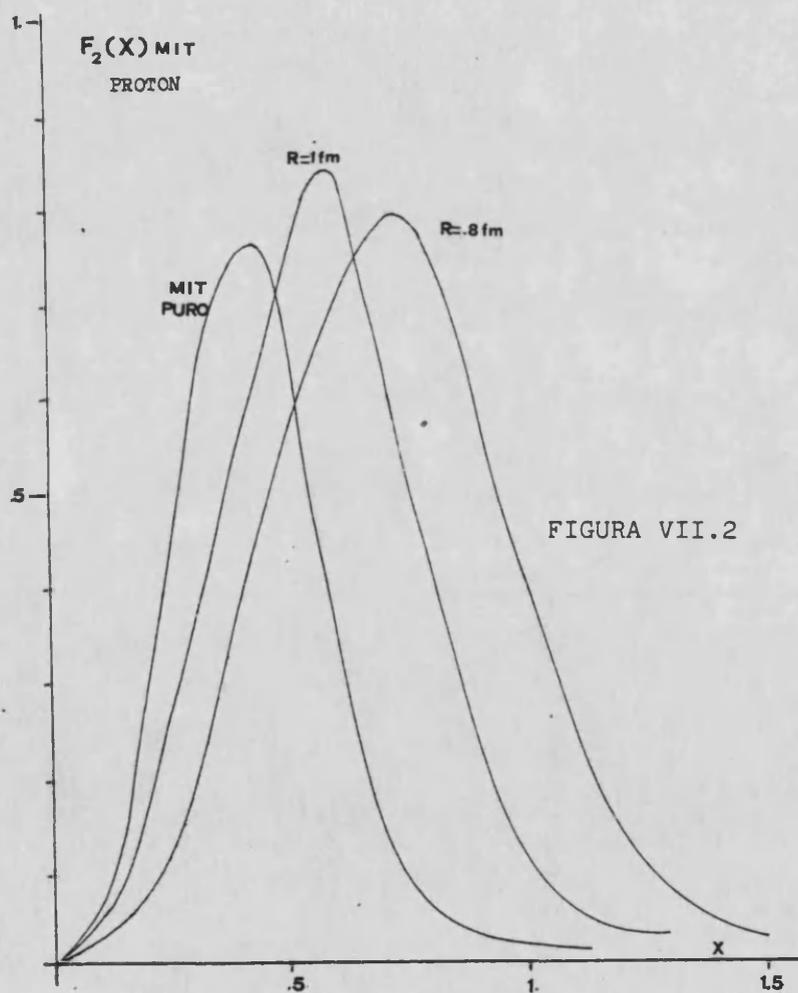
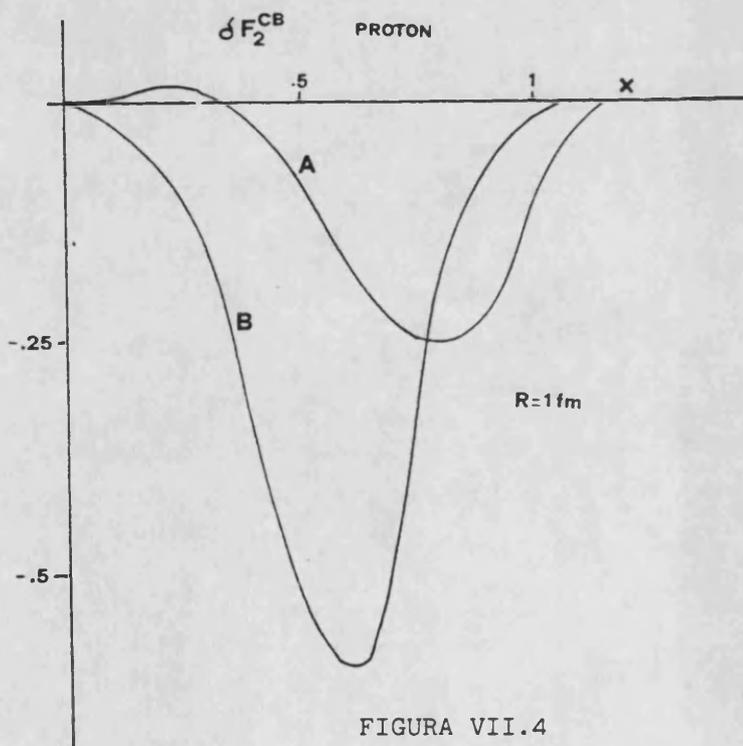
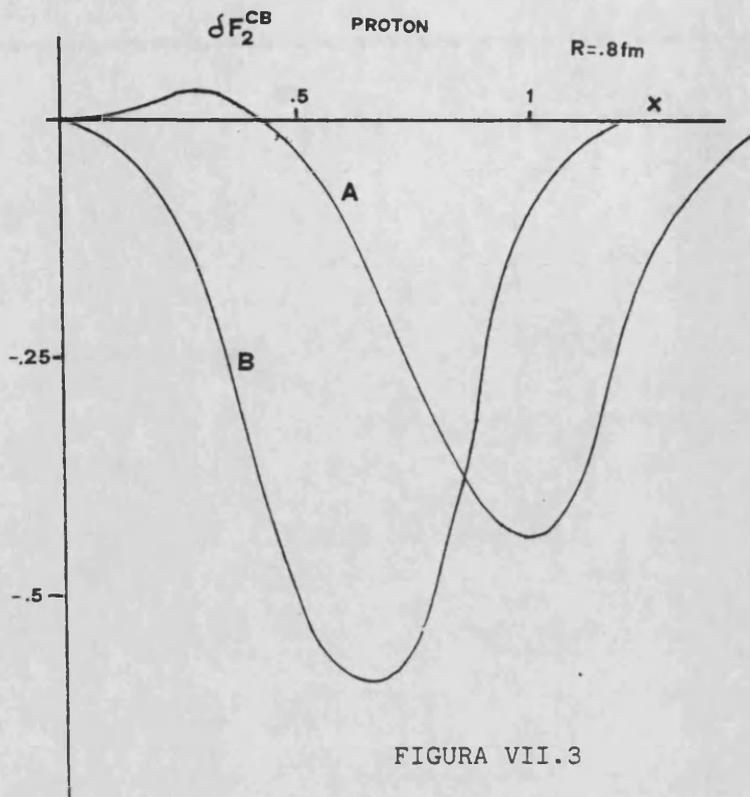


FIGURA VII.2



3. - RESULTADO COMPLETO PARA $F_2(X)$ DEL NUCLEON AISLADO

A esta contribución que acabamos de presentar, debe añadirse la corrección debida a los subprocesos $e-\pi$ ya calculada.

Así, hasta el orden $1/f^2_\pi R^2$:

$$F_2^N(X) = F_2^{\text{MIT}}(X) + \delta F_2^{\text{CB}}(X) + \delta F_2^\pi(X) \quad (\text{VII } 4)$$

El resultado completo, para diferentes radios del saco, se representa a continuación en las figuras VII.5 y 6.

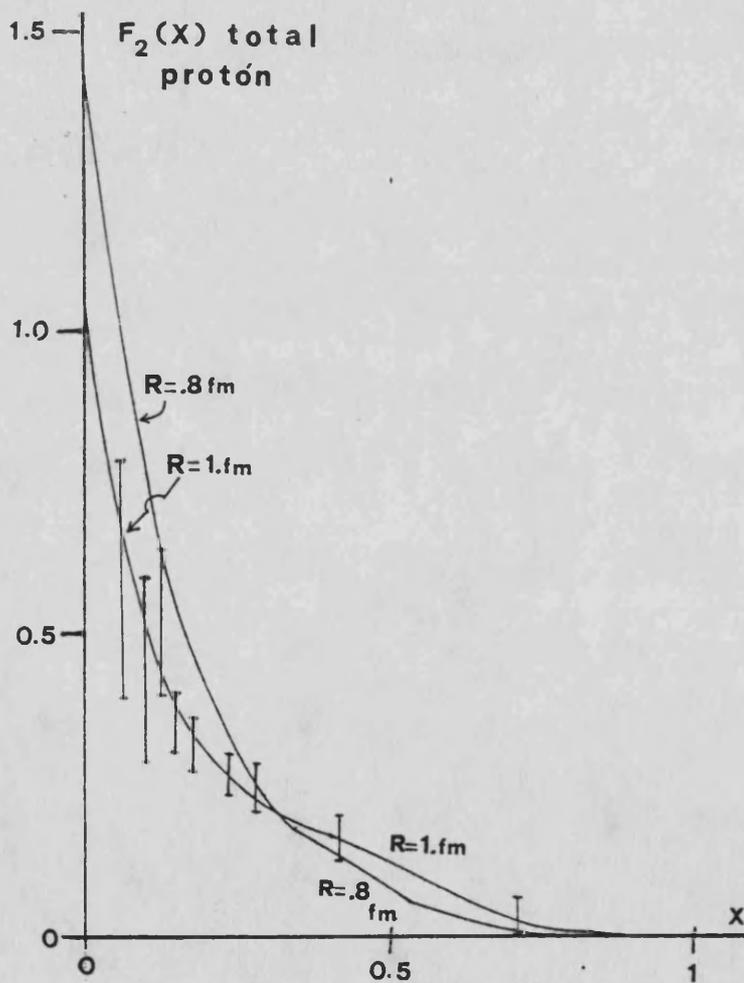


FIGURA VII.5

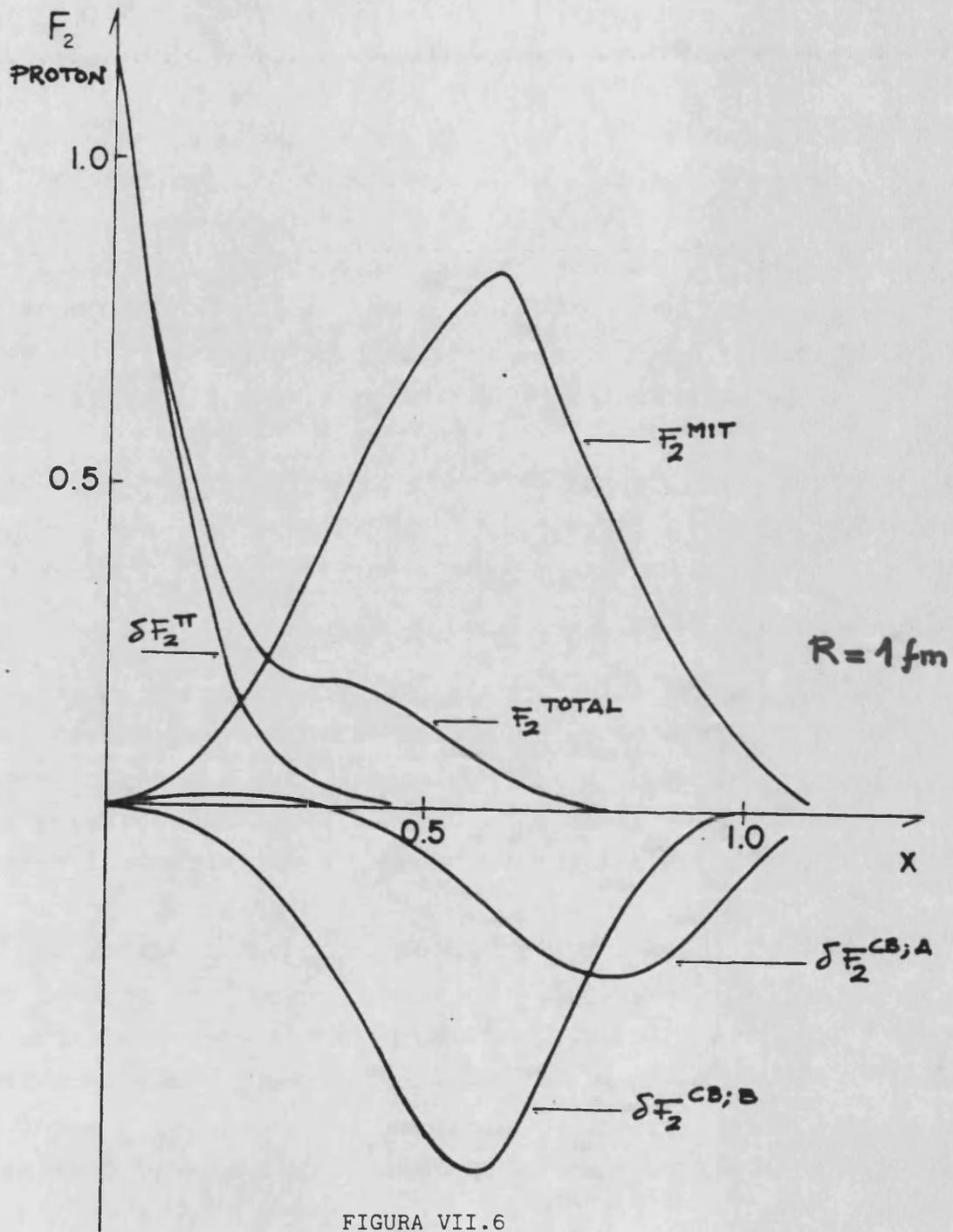


FIGURA VII.6

4. LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL NUCLEON LIGADO $F_{A_2}(X)$

En el caso de considerar la corrección a la función de estructura del nucleón ligado en un núcleo, debida a los subprocesos de dispersión de leptones cargados por piones, el razonamiento básicamente es el mismo, salvo por el hecho de que el campo piónico puede ser aquí diferente, tal y como sucedía en materia nuclear en 1+1 dimensiones, (SV 87).

En un núcleo real puede haber piones de la nube bosónica asociados a un solo nucleón y también piones asociados con el potencial que liga a los nucleones en ese núcleo, OPEP, y por tanto, conectados a más de un nucleón.

Aquí por simplicidad, haremos la hipótesis de que las diferencias fundamentales que pudiera haber entre las dos situaciones consideradas de nucleón ligado o aislado, serán debidas a diferencias en los campos piónicos asociados al nucleón en uno u otro caso. En concordancia con LL. Smith, (LL 83); M. Ericson y A.W. Thomas, (EW 83), E.L. Berger y colaboradores, (BC 84; BC+85) y otros, consideraremos que en el caso de nucleones ligados, este número de piones por nucleón aumenta. Luego, podemos comparar el comportamiento de las funciones de estructura $F_{N_2}(X)$ y $F_{A_2}(X)$, que incluirán también la contribución de los quarks en el CB, y estudiar las posibles diferencias entre una y otra, para distintos valores de X.

Dado que en el modelo CB, el parámetro que caracteriza las propiedades de los campos bosónicos es la constante f_π , podemos simular estas diferencias entre los caso de nucleón aislado o ligado, variando la influencia de los campos piónicos de la manera más simple consistente en tomar para la

constante f_{π} un valor diferente del tomado para el caso del nucleón aislado (GV 84). Es decir, simular los efectos procedentes de las diferencias en los piones efectuando la sustitución:

$$f_{\pi} \rightarrow f_{\pi}^* < f_{\pi} \quad (\text{VII } 5)$$

Como la intensidad de estos campos es proporcional a $1/f_{\pi}$, una disminución en el valor de esta constante supondrá un aumento de la importancia de los piones en el fenómeno a estudiar. Los cambios deben ser apreciables en la zona de bajas X en donde el comportamiento de las funciones de estructura en nuestro modelo está dominado por los procesos $\gamma_{\pi \rightarrow X}$.

Por otro lado, debe tomarse en consideración el hecho de que la masa efectiva de los nucleones en el medio nuclear es diferente que en el caso libre debido a la energía de ligadura. Así, realizando la sustitución:

$$M \rightarrow M^* < M \quad (\text{VII } 6)$$

podemos incluir, del modo más simple posible, este hecho en nuestro esquema. El parámetro R permanecerá inalterado en este caso respecto del caso del nucleón aislado.

Los resultados para la función:

$$R(X) = F_2(X; f_{\pi}^*, M^*) / F_2(X; f_{\pi}, M) \quad (\text{VII } 7)$$

que compara las funciones de estructura de los nucleones ligados con las correspondientes a nucleones aislados en este esquema, se muestran en la figura VII.7 para valores $R=1$ fm; $f_{\pi}^{*2} = 0.85 f_{\pi}^2$ (con $f_{\pi} = 95$ Mev) y $M^* = 0.9 M$.

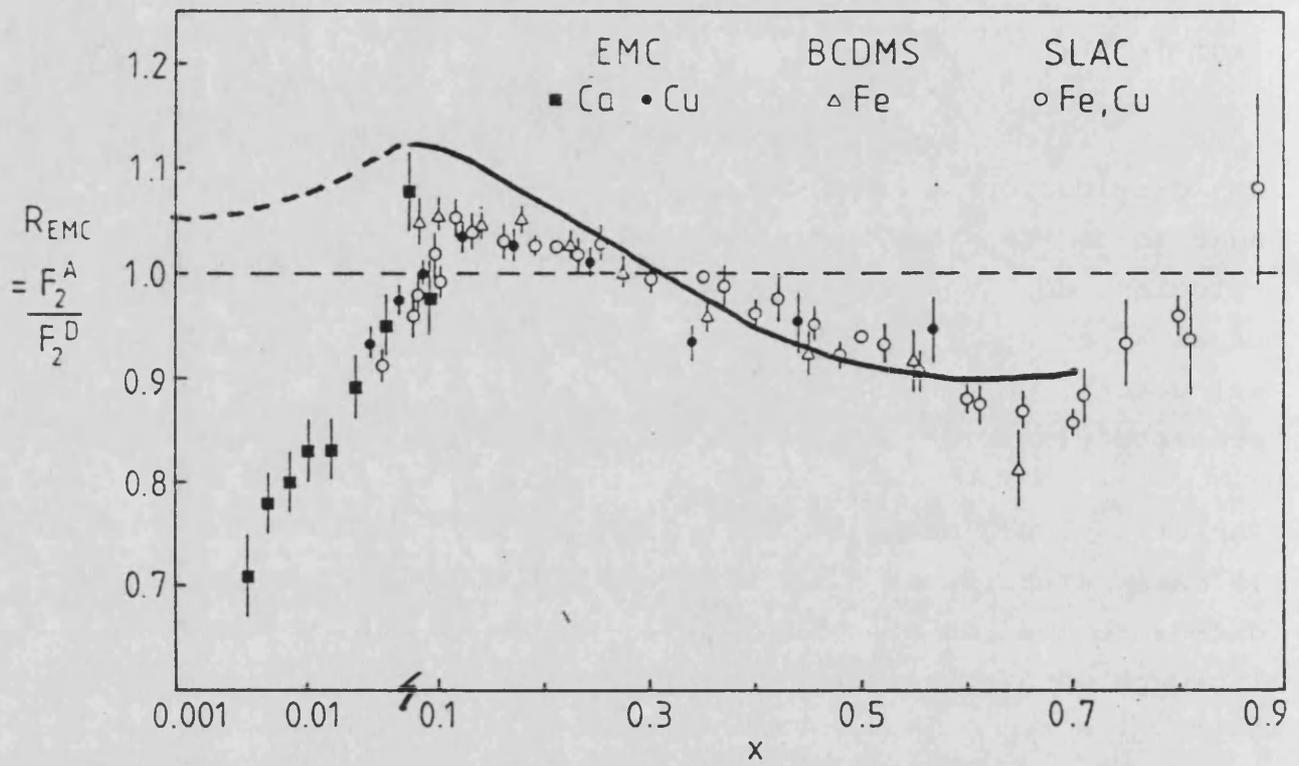


FIGURA VII.7

5. - ANALISIS DE LOS RESULTADOS

En los resultados obtenidos observamos que las correcciones $\delta F_2(X)$ debidas a los subprocesos $e-\pi$, se hacen más y más importantes, a medida que disminuye R , es decir, a medida que aumenta el número de piones por nucleón que depende de $1/f_\pi R$. Como puede comprobarse, a diferencia del modelo de saco del MIT, la función de estructura del nucleón $F_2^N(X)$ calculada con nuestro modelo, es diferente de 0 en el origen y por tanto la función $F_1^N(X)$ presenta buen comportamiento de Regge gracias a la incorporación de los procesos $e-\pi$ que en este tipo de esquemas, son de mucha importancia en la región de bajas X , como se ha visto.

Por otro lado, el ajuste de los datos experimentales que se tienen para $F_2^N(X)$, (figura VII.5) se puede calificar de muy bueno con nuestro esquema para el CB en toda la región física. En este análisis de los resultados numéricos nos parece coherente el efecto debido a los piones que proporciona nuestro tratamiento para el modelo CB, ya que se está teniendo en cuenta en todo momento la energía que transporta la nube piónica y que altera el valor de la masa del saco comparada con la expresión del MIT (la masa del nucleón está fijada a su valor experimental en el tratamiento de Sullivan). Si se tiene en cuenta que en el modelo MIT, el radio que ajusta la masa del nucleón aislado toma un valor cercano a 1,5 fm, mientras que en el CB estamos manejando radios de 0,8 fm y 1 fm, se comprueba en seguida que el término correspondiente a la nube bosónica tiene un valor apreciable que modifica significativamente la masa del barión.

Por otro lado, las propiedades que se derivan de los piones asociados con el CB, tales como la magnitud del incremento de la función de estructura en las regiones de bajas X , los

resultados obtenidos para las funciones de estructura del nucleón, la estructura del vértice πNN , etc..., son totalmente comparables a los que se obtienen con otros modelos, (BC 84; BC+ 85), pero el seguimiento de la dependencia de estos valores característicos con los parámetros propios de los modelos, es en nuestro caso, especialmente sencillo, comprensible, y fácilmente relacionable con la física de este tipo de procesos.

En cuanto a la contribución debida a la corrección que las corrientes piónicas producen sobre los campos quark, observamos que en la región cercana al umbral ($X > 0.8$), se produce una fuerte cancelación entre ésta y la contribución dada por el orden $(1/f_{\pi}R)^0$ (MIT con masa corregida). En términos físicos esto debe entenderse como una corrección a la aportación de los quarks de valencia, procedente de la consideración del océano de pares quark-antiquark en el interior del saco. La compensación del momento representada en la expresión de la masa del sistema bariónico, desplaza el máximo que presenta la expresión para $F_2(X)$ del modelo MIT hacia el origen donde la aportación de los campos bosónicos exteriores a la cavidad, si se usa nuestro esquema para la evaluación del subproceso $\gamma\pi \rightarrow X$, es la dominante en el modelo CB.

En el tratamiento dado al nucleón ligado presentado en la sección anterior, obtenemos un buen ajuste de los datos experimentales que se tienen para la función que compara las funciones de estructura de los nucleones ligados y aislados, con un valor aceptable del radio del saco de 1 fm, como se puede apreciar en la figura VII.7. Aquí, la importancia de los campos piónicos cerca del origen y la modificación de esa importancia, introducida a través de f_{π}^* ($f_{\pi}^{*2} = 0,85 f_{\pi}^2$) es suficiente para lograr un buen ajuste para valores de X no muy altos. A partir de $X = 0.6$ aproximadamente, los efectos

observados en el comportamiento de $R(X)$ se deben a la diferente masa usada ($M \rightarrow M^* = 0,9M$) en el caso nuclear. Sin embargo, la región próxima al umbral físico $X=1$ no puede ser bien reproducida en nuestro esquema, ya que el comportamiento de la función $R(X)$ para estos valores de X está dominada por el llamado "movimiento de Fermi" de los nucleones en el medio nuclear (BR 81; FS 81). El hecho de que los nucleones deben obedecer la estadística de Fermi en el núcleo no ha sido incorporado en nuestro modelo, que sólo tiene en cuenta un barión en el tratamiento.

Un modo sencillo (pero ajeno al modelo CB) de apreciar cualitativamente los efectos que la estadística de Fermi produce sobre las funciones de estructura, consiste en usar el modelo de gas de Fermi para los nucleones cuya distribución de probabilidad para los momentos viene dada por:

$$\left[\begin{array}{l} f_N(z) = (3M_N A^3 / 4K_F^3) (K_F^2 / A^2 - M_N^2 (z-A^{-1})^2) \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{si } z-A^{-1} \in [-K_F / AM_N, K_F / AM_N] \\ f_N(z) = 0 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{en otro caso} \end{array} \right.$$

donde K_F es el momento de Fermi. Teniendo ahora en cuenta el momento transportado por el exceso de piones en el núcleo, podemos corregir la distribución anterior, escribiendo $(z - \eta A^{-1})$ en lugar de $(z - A^{-1})$ (LL 83), de modo que η representaría la fracción del momento que transportan los nucleones, $\eta < 1$. Los resultados para $R(X)$ en la zona $X \rightarrow 1$, dependen entonces del cociente $(1 - \eta^{-1} X)^\eta / (1 - X)^\eta$ que tiende a infinito en el umbral, suponiendo un comportamiento para $F_2^N(X)$ en esta región del tipo $Cte(1-X)^\eta$, con η un número natural.

En todo caso, este tipo de corrección no puede ser incorporada directamente a nuestro tratamiento y por tanto

los valores de X próximos a 1 no se presentan en la figura VII.7.

Con esta última salvedad, podemos también observar que nuestro esquema reproduce los resultados cualitativos tanto de los modelos de convolución como de *rescaling*, ya que el número de piones depende aquí del factor $MR/(f_\pi R)^2$, y que resulta ser 1.06 veces mayor en el caso del nucleón ligado que en el caso aislado en nuestro cálculo. Es decir, el número de piones crece en el caso nuclear un 6% con los valores tomados para los parámetros R , M^* y f_π^* .

Si no se cuenta con este aumento del número de piones, es decir, si este número se considera invariado respecto al caso aislado, entonces el radio del saco en el caso nuclear debe crecer. Si exigimos,

$$M^*/f_\pi^{*2} R^* = M/f_\pi^2 R$$

pero tenemos en cuenta que

$$M^*/f_\pi^{*2} = 1.06 M/f_\pi^2$$

tenemos

$$1.06/R^* = 1/R \quad \text{o sea} \quad R^* = 1.06 R$$

El radio crece, y por tanto el recorrido libre medio de los quarks en el medio nuclear también crece. Esta era la principal conclusión de los modelos de *rescaling*.

APENDICE A

LA FUNCION DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON EN EL MODELO DE SACO
DEL MIT

Veamos aquí, con algún detalle, cómo se obtiene la función $F_1^N(X)$ para el nucleón, en el modelo de saco del MIT.

Partamos de la expresión (III.9) que para el tensor $W^{\mu\sigma}$ obtuvimos en el capítulo III:

$$W_{ij\mu\sigma} = \frac{M}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint d^3x_1 d^3x_2 e^{+iq_0 t - i\vec{q} \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} \langle B | [J_{i\mu}(\vec{x}_1, t), J_{j\sigma}(\vec{x}_2, 0)] | B \rangle \quad (A.1)$$

Si se desarrolla el conmutador, y se introduce el propagador libre se tiene:

$$W_{ij\mu\sigma} = \frac{M}{(2\pi)^4} \sum_a \int d^4k k^\sigma \epsilon(k^0) \delta(k^2) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \iint d^3x_1 d^3x_2$$

$$* e^{i(k_0 + q_0)t - (\vec{k} + \vec{q}) \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)}$$

$$\left[R_{\mu\delta\nu\sigma} \langle B | \bar{v}_a(\vec{x}_1, t) \not{\epsilon}^{\delta} \not{\epsilon}^{\sigma} \not{\epsilon}^{\nu} q_a(\vec{x}_2, 0) \right.$$

$$- \bar{v}_a(\vec{x}_2, 0) \not{\epsilon}^{\sigma} \not{\epsilon}^{\nu} \not{\epsilon}^{\delta} \not{\epsilon}^{\mu} q_a(\vec{x}_1, t) | B \rangle$$

$$- i \epsilon_{\mu\delta\nu\sigma} \langle B | \bar{v}_a(\vec{x}_1, t) \not{\epsilon}^{\delta} \not{\epsilon}^{\sigma} \not{\epsilon}^{\nu} \not{\epsilon}^{\mu} q_a(\vec{x}_2, 0)$$

$$\left. + \bar{v}_a(\vec{x}_2, 0) \not{\epsilon}^{\sigma} \not{\epsilon}^{\nu} \not{\epsilon}^{\delta} \not{\epsilon}^{\mu} q_a(\vec{x}_1, t) | B \rangle \right] \quad (A.2)$$

Siendo en nuestro caso, $\not{\epsilon}^i$ los operadores de carga, y donde se ha usado las relaciones:

$$\not{\epsilon}^{\mu} \not{\epsilon}^{\delta} \not{\epsilon}^{\nu} = R_{\mu\delta\nu\sigma} \not{\epsilon}^{\sigma} + i \epsilon_{\mu\delta\nu\sigma} \not{\epsilon}^{\sigma} \not{\epsilon}^{\delta} \quad (A.3 a)$$

$$R_{\mu\delta\nu\sigma} = g_{\mu\delta} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\delta} - g_{\mu\nu} g_{\delta\sigma} \quad (A.3 b)$$

Extrayendo ahora el coeficiente de $g^{\mu\sigma}$ en esa expresión, tenemos, W_{ij} , la función de estructura longitudinal.

Podemos comenzar por realizar la integral temporal, que proporciona una función δ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i(k_0+q_0)t} e^{\pm i\omega_a t} = 2\pi \delta(k_0 + q_0 \pm \omega_a) \quad (\text{A.4})$$

Con ésta y con la función $\delta(k^2)$, podemos realizar las integraciones sobre k^0 y sobre $|\vec{k}|$:

$$\begin{aligned} & \int dk^0 \int d|\vec{k}|^2 \epsilon(k^0) \delta(k^2) 2\pi \delta(k^0 + q^0 \pm \omega_a) = \\ & = \int d|\vec{k}| |\vec{k}|^2 2\pi \left(-\frac{\delta(|k^0| - |\vec{k}|)}{2|k^0|} + \frac{\delta(|k^0| + |\vec{k}|)}{2|k^0|} \right) \Big|_{k^0 = -q^0 \pm \omega_a} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Explicitando ahora los campos de los quarks $q^{(0)}_a(\vec{x}, t)$, soluciones de las ecuaciones siguientes, del modelo del MIT:

$$-i\gamma^\mu \partial_\mu q^{(0)}_a(x) = 0 \quad \text{dentro del saco (A.6 a)}$$

$$i\gamma^\mu n_\mu q^{(0)}_a(x) = q^{(0)}_a(x), \text{ sobre la superficie del saco} \quad (\text{A.6 b})$$

$$n^\mu \partial_\mu \sum_a \bar{q}^{(0)}_a(x) q^{(0)}_a(x) = 2B, \text{ sobre la superficie del saco} \quad (\text{A.6 c})$$

cuyo resultado es de la forma:

$$q^{(0)}_{\alpha}(x) = \sum_{\alpha} N_{\alpha} (u_{\alpha}(x) b_{\alpha} + v_{\alpha}(x) d^{+\alpha}) \quad (\text{A.7})$$

con:

$$N_{\alpha} = \left(\frac{w_{1s} R^3}{2R^3 (w_{1s} - 1) \sin^2 w_{1s} R} \right)^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

$$u_{\alpha}(x) = (1/\sqrt{4\pi}) \begin{pmatrix} i j_0(w_{1s} R) \\ -j_1(w_{1s} R) \hat{\sigma} \cdot \hat{r} \end{pmatrix} X_{\alpha} e^{-i w_{1s} t} \quad (\text{A.9 a})$$

$$v_{\alpha}(x) = (1/\sqrt{4\pi}) \begin{pmatrix} i j_0(w_{1s} R) \hat{\sigma} \cdot \hat{r} \\ j_1(w_{1s} R) \end{pmatrix} X_{\alpha} e^{i w_{1s} t} \quad (\text{A.9 b})$$

e introduciendo la notación:

$$\epsilon = w_{1s} R \quad (\text{A.10})$$

se llega fácilmente a:

$$w_{1ij}(q^2, q^0) = \left(\frac{M N^2}{4 \pi^2} \right) \sum_{\alpha} \int_{-1}^{+1} d\Omega_k \left[|\hat{k}|^2 \left(\int \frac{d^3x}{4\pi} e^{-i(q+k) \cdot x} \right. \right. \\ \left. \left. (j_0(\epsilon |\hat{x}|/R) \hat{k} - i j_1(\epsilon |\hat{x}|/R) \hat{x}) \right) \right]_{|\hat{k}|=q_0+\epsilon/R} \langle B | b^{+\alpha} \hat{\theta}^i \hat{\theta}^j b_{\alpha} | B \rangle \\ - (\epsilon \leftrightarrow -\epsilon ; i \leftrightarrow j) \quad (\text{A.11})$$

Podemos entonces, proceder con la integral sobre la parte angular de x , y con la integral sobre el azimuth asociado con k , obteniendo:

$$W_{1ij}(q^2, q^0) = \frac{M N^2}{2\pi^\alpha} \int_{-1}^{+1} d\cos\theta_k \left[|k|^2 \int_0^R dx x^2 \right. \\ \left. (j_0(\epsilon x/R) j_0(px) \hat{k} - j_1(\epsilon x/R) j_1(px) \hat{p}) \right]_{|\hat{k}|=q_0+\epsilon/R}$$

$$\langle B | b_{\alpha}^{\dagger} \theta^i \theta^j b_{\alpha} | B \rangle = (\epsilon \rightarrow -\epsilon ; i \leftrightarrow j)$$

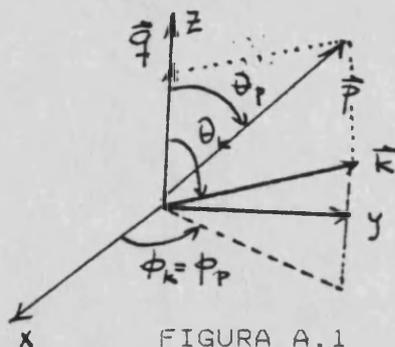
(A.12)

donde:

$$\vec{p} = \vec{q} + \vec{k}, \quad p = |\vec{p}|$$

(A.13)

y θ_k , es el ángulo entre \hat{q} y \hat{k} .



Podemos realizar también analíticamente, la integral sobre x , sin necesidad de pasar al límite de Bjorken. De todos modos, es más cómodo tomar ese límite ahora:

$$q^0 = |\vec{q}| + Mx ; \quad q^0 \rightarrow \infty$$

(A.14)

En este punto, es mejor introducir nuevas variables que permitan relacionar directamente el límite de Bjorken con el cálculo:

$$B = R \cdot p$$

(A.15 a)

$$\theta_k = \pi \rightarrow B = |MRx - \epsilon|$$

(A.15 b)

$$\theta_k = 0 \rightarrow B \sim O(|q|)$$

(A.15 c)

Realizando pues, la integral sobre x , tenemos:

$$B_j W_{1ij} = \frac{M N^2 R^4}{2\pi a} \int_{|MRX-\epsilon|}^{\infty} dB B \left[T_{200}(\epsilon, B) + T_{211}(\epsilon, B) - \frac{2}{B} (\epsilon - MRX) T_{00}(\epsilon, B) T_{11}(\epsilon, B) \right] \langle B | b^+_{\alpha} \theta^i \theta^j b_{\alpha} | B \rangle$$

- ($\epsilon \rightarrow -\epsilon$; $i \leftrightarrow j$) (A.16)

con:

$$T_{mn} = \int_0^1 dz z^2 j_m(\epsilon z) j_n(Bz) \quad (A.17)$$

$$T_{00} = (\epsilon^2 - B^2)^{-1} (\epsilon y_0(\epsilon) j_0(\epsilon) - B j_0(\epsilon) y_0(B)) \quad (A.18 a)$$

$$T_{11} = (\epsilon^2 - B^2)^{-1} (B j_1(\epsilon) j_0(B) - \epsilon j_0(\epsilon) j_1(B)) \quad (A.18 b)$$

y donde se ha usado que, en el límite de Bjorken:

$$\lim_{B_j} \hat{p} \cdot \hat{k} = (\epsilon - MRX)/B + B/2Rq^0 \quad (A.19)$$

Aquí vemos que la expresión presenta invariancia de escala, (*scaling*) explícitamente.

La integral restante es convergente, y debe realizarse numéricamente, dando como resultado una función, sólo de la variable de Bjorken X.

Si se usa la relación:

$$j_0(\epsilon) = j_1(\epsilon) = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} y_0(\epsilon) \quad (A.20)$$

podemos simplificar la expresión (A.16), obteniendo finalmente:

$$\begin{aligned}
 B_j W_{1ij}(q^0, X) = F_{1ijMIT}(X) = & \frac{\mathcal{L} \epsilon^2 A}{4\pi(\epsilon - 1)} \int_{|MRX-\epsilon|}^{\infty} dB B \\
 & (t_{200}(\epsilon, B) + t_{211}(\epsilon, B) - \\
 & - \frac{2 \epsilon}{B} (1 - \mathcal{L}X) t_{00}(\epsilon, B) t_{11}(\epsilon, B)) - \\
 & - (\epsilon \leftrightarrow -\epsilon ; i \leftrightarrow j) \quad (A.21)
 \end{aligned}$$

con:

$$\mathcal{L} = \frac{4}{3} \sum_{\alpha} \langle B | b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} | B \rangle \quad (A.22)$$

$$t_{00}(\epsilon, B) = (\epsilon^2 - B^2)^{-1} ((\epsilon - 1) j_0(B) - B y_0(B)) \quad (A.23 a)$$

$$t_{11}(\epsilon, B) = (\epsilon^2 - B^2)^{-1} (B j_0(B) - \epsilon j_1(B)) \quad (A.23 b)$$

y donde A toma el valor 1, en el caso del protón y 2/3, en el caso del neutrón.

APENDICE B

SOBRE EL CALCULO DE LAS
FUNCIONES DE ESTRUCTURA DEL
NUCLEON ASOCIADAS A LA NUBE
PIONICA EN EL MODELO DE SACO
QUIRAL

El proceso que estamos estudiando puede ser representado por el diagrama de la figura siguiente:

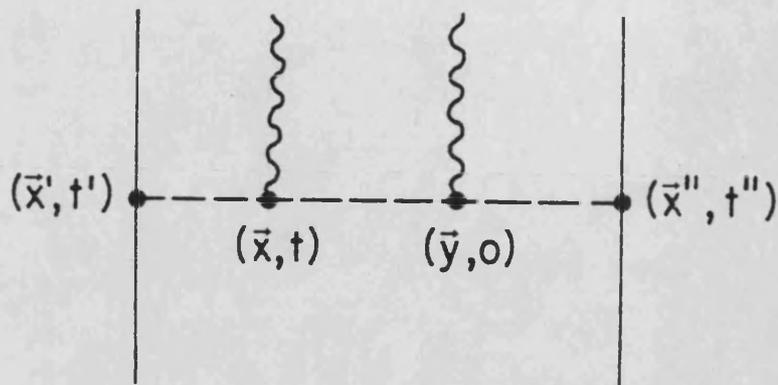


FIGURA B.1

Si partimos de la expresión general para W_{00} , y sustituimos el propagador construido a partir de los modos piónicos asociados con la cavidad, por el libre, obtenemos la expresión (V.15) del capítulo V:

$$W_{00} = (M/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{\text{outbag}} d^3x d^3y \left[(d^3k/8\pi^3) (w_k/2) \cdot 2_B \langle \phi_{1j}(\vec{x}, t) \phi_{1j}(\vec{y}, 0) \rangle_B \right]$$

$$|\exp(i(\vec{k}-\vec{q})(\vec{x}-\vec{y})-i(w_k-q_0)t) + \exp(-i(\vec{k}+\vec{q})(\vec{x}-\vec{y})+i(w_k+q_0)t)| \quad (B.1)$$

siendo:

$$\phi_{1j}(\vec{r}, T) = \int dT' dz' \Delta_F(\vec{r}, \vec{z}'; T-T') J_{5j}(\vec{z}', T') \quad (B.2)$$

el campo piónico generado por el saco que se acopla a los quarks en los puntos (\vec{x}', t') y (\vec{x}'', t'') de la superficie del saco, ($|\vec{x}'| = R$; $|\vec{x}''| = R$), (G0 84). La fuente es:

$$J_{5j}(x') = (i/2f_\pi) \sum_a \bar{q}_a(x') \gamma_5 \tau^j q_a(x') \quad (B.3)$$

y el propagador bosónico:

$$\Delta_F(\vec{r}, \vec{x}'; T-t') \Big|_{|\vec{x}'|=R} = (-i/\kappa) \int (dw/wR^2) \sum_{l,m} \frac{\varphi_l(wr) Y_{l,m}^*(\hat{r}) Y_{l,m}(\hat{k}')}{(n^2 z_1(wR) + j^2 z_1(wR))^{1/2}} (e^{-i\omega(t'-T)} \theta(t'-T) + e^{i\omega(t'-T)} \theta(T-t')) \quad (B.4)$$

donde $\varphi_l(wr)$ está definida en el capítulo I.

Las variables \vec{r} y T pueden ser:

$$\vec{r} = \vec{x}, \vec{y} \quad (B.5 a)$$

$$T = t, 0 \quad (B.5 b)$$

A partir de aquí hay que proceder a la integración de todas las variables asociadas con la emisión y absorción del pion y con la emisión y absorción del fotón.

El cálculo puede comenzar con la integral angular sobre dx' , usando:

$$\int d\vec{x}' Y_{l,m}(\hat{x}') J_{l_5}(\vec{x}'; |\vec{x}''| = R) = (i/2f_\pi) \sum_{\tau\delta} (-2i) \delta_{m', M_\tau - M_\delta} N_{l_5 \tau} N_{l_5 \delta} j_0(w_{l_5} R) j_1(w_{l_5} R) C(1 \ 1/2 \ 1/2 \ | \ M_\tau - M_\delta, M_\delta) \delta_{1,1} \tau^{i_\tau \delta} b^{+\tau} b_\delta \quad (B.6)$$

donde se observa que el pion se comporta como una onda p, y que sus números cuánticos quedan fijados por su relación con la fuente de quarks.

En cuanto a las integrales temporales sobre t' y t'' , pueden realizarse teniendo en cuenta las funciones paso que aparecen, utilizando la siguiente relación:

$$\int_T^{\infty} dt e^{i\omega t} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_T^{\infty} dt e^{i(\omega+i\epsilon)t} = i \left[e^{i\omega T}/\omega - i\pi \delta(\omega) \right] \quad (B.7)$$

La contribución procedente de la delta de Dirac la eliminaremos imponiendo que la energía del pión no sea nula, $\omega \neq 0$, ya que proporciona valores imaginarios para los observables físicos, (GO 84). Con ello tendremos:

$$\int dt' e^{i(\omega_\tau - \omega_\delta)t'} (\theta(t-t') e^{-i\omega(t-t')} + \theta(t'-t) e^{i\omega(t-t')}) \\ = \frac{2i\omega}{(\omega_\tau - \omega_\delta)^2 - \omega^2} e^{i(\omega_\tau - \omega_\delta)t} \quad (B.8)$$

El cálculo prosigue con la integración sobre la energía del pión:

$$\int \frac{d\omega}{\omega R^2} \frac{2i\omega}{((\omega_\tau - \omega_\delta)^2 - \omega^2)} \frac{j'_1(\omega R) n_1(\omega x) - j_1(\omega x) n'_1(\omega R)}{j'^2_1(\omega R) + n'^2_1(\omega R)} = \\ = (i/2) \pi R/x^2 \quad (B.9)$$

donde se ha usado que los quarks de la fuente, se consideran en el estado fundamental $1s$, y por tanto:

$$\omega_\tau = \omega_\delta = \omega_{1s}$$

Un proceso idéntico se sigue para el otro par de variables t'' y \vec{x}'' , obteniéndose en este caso una dependencia sobre y , en vez de sobre x .

Con ello podemos obtener la expresión para los piones (estáticos) generados por el saco, (VE 80; GO 84):

$$\phi_1^J(\vec{x}, t) = \frac{1}{16\pi f_\pi} \frac{\omega_{1s} R}{\omega_{1s} R - 1} \frac{\sum_\alpha \vec{\sigma} \cdot \hat{x}}{x^2} \tau^J_\alpha \quad (B.10)$$

Pero sigamos con nuestro cálculo. Aun tenemos por delante la consideración de los puntos de acoplamiento de las corrientes electromagnéticas. La integral temporal sobre t, puede ser evaluada de inmediato:

$$\int dt e^{iq_0 t} (e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y}) - i\omega_k t} + e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y}) + i\omega_k t}) =$$

$$= 2\pi (e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \delta(q_0 - \omega_k) + e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \delta(q_0 + \omega_k)) \quad (B.11)$$

Restando, después de hecho esto, la integración sobre d^3x , y d^3y , así como sobre la energía del estado piónico intermedio que conecta los dos fotones del proceso Compton:

$$(M/\pi) \sum_{\alpha\beta\tau\delta i} \iint d^3x d^3y \int d^3k / (2\pi)^3 \cdot (|\vec{k}|/2) e^{-i\vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \cdot 2\pi$$

$$(e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \delta(q_0 - |\vec{k}|) + e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \delta(q_0 + |\vec{k}|))$$

$${}_B \langle a_{\alpha\beta i} a_{\alpha\beta i} \rangle_B Y_{*1, M\tau - M\delta}^{\hat{x}} Y_{*1, M\alpha - M\beta}^{\hat{y}} (1/x^2)(1/y^2) \quad (B.12)$$

donde, por ejemplo:

$$a_{\alpha\beta i} = \frac{R}{2f_\pi} \sum_{\alpha\beta} (N_{1s})^2 j_0(\omega_{1s}R) j_1(\omega_{1s}R)$$

$$* C(1 \ 1/2 \ 1/2 | M_\alpha - M_\beta, M_\beta) \tau_{\alpha\beta}^i b_{+\alpha} b_\beta \quad (B.13)$$

y donde se ha despreciado la masa del estado intermedio.

La parte correspondiente a $\delta(q_0 + |\vec{k}|)$ no puede contribuir ya que tanto q_0 como $|\vec{k}|$ son positivos.

Definamos ahora:

$$\vec{p} = \vec{q} - \vec{k} \quad (B.14)$$

Si suponemos que el fotón incide sobre el eje z, tenemos la situación representada en la figura B.2, y entonces:

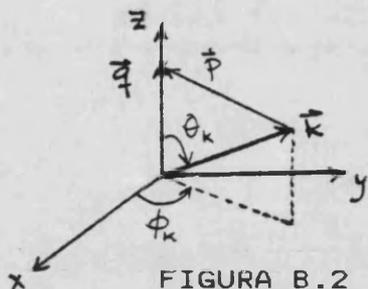


FIGURA B.2

con $q = |\vec{q}|$.

Con ello, tenemos:

$$p = (-k_x, -k_y, |\vec{q}| - k_z)$$

$$p^2 = q^2 + k^2 - 2qk \cos\theta_k$$

(B.15)

$$(M/\pi)\Sigma \int \frac{d^3x}{x^2} Y_{1, M\alpha-M\delta}^*(\hat{x}) \int \frac{d^3y}{y^2} Y_{1, M\alpha-M\beta}(\hat{y})$$

$$\int dk \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \frac{|\vec{k}|}{2} e^{iP(x-y)} {}_B \langle a_{\alpha\beta^i} a_{\tau\delta^i} \rangle_B \Big|_{|\vec{k}| = q_0}$$

(B.16)

A través del cambio de variable, debemos relacionar p con k , lo cual podemos hacer a partir de:

$$\cos\theta_k = (q^2 + k^2 - p^2)/2qk$$

$$p \cos\theta_p = p \cdot z = q - k \cos\theta_k = q - q_0 \cos\theta_k$$

(B.17 a)

$$\cos\theta_p = \frac{q - q_0 \cos\theta_k}{(q^2 + q_0^2 - 2q q_0 \cos\theta_k)^{1/2}}$$

(B.17 b)

$$\phi_p = \phi_k + \pi$$

(B.17 c)

Con ello tenemos la sustitución inmediata de la integral sobre $\cos\theta_k$, por otra sobre p :

$$\int_{-1}^{+1} d\cos\theta_k \rightarrow \int_{q-q_0}^{q+q_0} \frac{dp p}{q q_0}$$

(B.18)

El desarrollo de las exponenciales en ondas parciales, permite la integración de las variables angulares dx y dy , que fijan los números cuánticos de dichas ondas parciales:

$$e^{-i p x} = 4\pi \sum (-i)^L j_L(p x) Y_{LM}^*(\hat{p}) Y_{LM}(\hat{x}) \quad (\text{B.19 a})$$

$$e^{i p y} = 4\pi \sum i^{L'} j_{L'}(p y) Y_{L'M'}^*(\hat{p}) Y_{L'M'}(\hat{y}) \quad (\text{B.19 b})$$

$$\int d\hat{x} Y_{1,M\alpha-M\delta}^*(\hat{x}) Y_{LM}(\hat{x}) = \delta_{L,1} \delta_{M\tau-M\delta,M} \quad (\text{B.20 a})$$

$$\int d\hat{y} Y_{1,M\alpha-M\beta}^*(\hat{y}) Y_{L',M'}(\hat{y}) = \delta_{L',1} \delta_{M\alpha-M\beta,M'} \quad (\text{B.20 b})$$

Expresando luego los armónicos esféricos resultantes en función de los ángulos:

$$Y_{1,0}^*(\hat{p}) = \sqrt{3/4\pi} \cos\theta_p \quad (\text{B.21 a})$$

$$Y_{1,+1}^*(\hat{p}) = -\sqrt{3/8\pi} \sin\theta_p e^{-i\phi_p} \quad (\text{B.21 b})$$

$$Y_{1,-1}^*(\hat{p}) = +\sqrt{3/8\pi} \sin\theta_p e^{i\phi_p} \quad (\text{B.21 c})$$

con:

$$\phi_p = \phi_k + \pi \quad (\text{B.22})$$

Si se efectúa la integral sobre ϕ_k , (o sobre ϕ_p), se tiene que sólo contribuyen los términos:

$$\begin{aligned} & (3/4\pi) \cos^2\alpha_p \delta_{M\tau-M\delta,0} \delta_{M\alpha-M\beta,0} + \\ & + (-3/8\pi) \sin^2\alpha_p \delta_{M\tau-M\delta,-1} \delta_{M\alpha-M\beta,1} + \\ & + (-3/8\pi) \sin^2\alpha_p \delta_{M\tau-M\delta,1} \delta_{M\alpha-M\beta,-1} \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Pasando ahora al límite de Bjorken, para simplificar los cálculos:

$$q \equiv |\vec{q}| \equiv q_0 + M.X \quad ; \quad q_0 \rightarrow \infty \quad (\text{B.24})$$

las expresiones se simplifican bastante si se tiene en cuenta lo siguiente:

$$B_j \cos \theta_p \rightarrow \sqrt{(1 - \cos \theta_k)/2} = \sin \theta_k/2 \quad (\text{B.25 a})$$

$$\cos \theta_k = \frac{q^2 + q_0^2 - p^2}{2qq_0} \stackrel{(\text{Bj})}{=} \frac{2q_0^2 + 2q_0 MX - p^2 + M^2 X^2}{2q_0 (q_0 + MX)} \quad (\text{B.25 b})$$

con lo cual, si $q^0 \rightarrow \infty$ resulta:

$$\theta_p = \frac{\pi - \theta_k}{2} \quad (\text{B.26})$$

y explicitando la dependencia en p , los órdenes dominantes son:

$$\cos^2 \theta_p = \frac{p^2 - (q - q_0)^2}{4qq_0} \stackrel{(\text{Bj})}{\rightarrow} \frac{p^2}{4q_0^2} + O(1/q_0^2) \quad (\text{B.27 a})$$

$$\sin^2 \theta_p = \frac{(q + q_0)^2 - p^2}{4qq_0} \stackrel{(\text{Bj})}{\rightarrow} 1 - \frac{p^2}{4q_0^2} + O(1/q_0) \quad (\text{B.27 b})$$

Con esto podemos integrar sobre la variable angular θ_p . En el límite de Bjorken, el orden dominante está formado por los siguientes factores:

$$\begin{aligned} & (M/\pi) \sum_{i\alpha\beta\tau\delta} \int_R^\infty dx \int_R^\infty dy a_{\alpha\beta}^i a_{\tau\delta}^i 2\pi \int \frac{dp p}{q_0^2} \frac{q_0^3}{8\pi^2} \\ & * j_1(px) j_1(py) (3/8\pi) (\delta_{M\tau-M\delta,-1} \delta_{M\alpha-M\beta,1} + \\ & \quad + \delta_{M\tau-M\delta,1} \delta_{M\alpha-M\beta,-1}) \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

La integración sobre x , y sobre y , se realiza con ayuda de:

$$\int_R^\infty dx j_1(px) = \frac{1}{p} j_0(pR) = \int_R^\infty dy j_1(py) \quad (\text{B.29})$$

La integral restante sobre la variable p, es convergente, ya que:

$$\int_{MX}^{\infty} dp \frac{j^2_0(pR)}{p} = \frac{\sin^2 MRX}{2(MRX)^2} + \frac{\sin 2MRX}{2MRX} - Ci(2MRX) \quad (B.30)$$

donde:

$$Ci(2MRX) = \tau + \ln 2MRX + \int_0^{2MRX} dt (\cos t - 1)/t \quad (B.31)$$

y τ es la constante de Euler.

Así, finalmente tenemos:

$$BjW_{00} = q_0 \frac{15 M}{16\pi^2 f_{\pi}^2} \left(\frac{w_1 s R}{w_1 s R - 1} \right)^2 * (\sin^2 MRX / 2(MRX)^2 + \sin 2MRX / 2MRX - Ci(2MRX)) \quad (B.32)$$

que es la expresión (V.18) del capítulo V. Dado que BjW_{00} es orden q^0 , tenemos que la función de estructura longitudinal W_L es orden 1, como esperábamos al tener campos bosónicos fundamentales en el modelo.

De modo absolutamente análogo, y con los mismos ingredientes en el cálculo, se procede en el caso de la función de estructura transversal W_1 cambiando, como es natural, la parte correspondiente al propagador bosónico que contendrá ahora derivadas respecto a la coordenada x, en lugar de derivadas respecto a la coordenada temporal que aparecían en W_{00} .

APENDICE C

LA CORRECCION A FN_2 MIT(X)
DEBIDA A LA MODIFICACION DE
LOS CAMPOS FERMIONICOS POR LA
NUBE PIONICA, EN EL MODELO DE
SACO QUIRAL.

Nuestro modelo aporta, sobre el modelo del MIT, la consideración, a través de los campos piónicos, del océano de pares $\bar{q}-q$, en el interior del saco. Por tanto, esperamos que la contribución de los quarks de valencia se vea rebajada en las regiones próximas a $X = 1$, respecto de los resultados correspondientes al MIT, como así sucede en efecto.

Si en la expresión (A.2) los campos de quark, en lugar de ser los correspondientes al modelo MIT, son los que proceden de las ecuaciones asociadas con el CB, tenemos que, en el orden considerado, aparece una parte $q^{(2)}_a(x,t)$, que corrige a $q^{(0)}_a(x,t)$, y que es debida a la nube mesónica en interacción con los quarks:

$$q^{(2)}(x) = (1/f^2_\pi) \int dt' ds' S_F(x,x') \left(\int dt'' ds'' \Delta_F(x',x'') \bar{q}^{(0)}(x'') \not{\partial}_5 \not{\partial} q^{(0)}(x'') \right) \quad (C.1)$$

con:

$$S_F(x,x') = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (u_f(x) \bar{u}_f(x') e^{-i\omega_f(t-t')} \theta(t-t') - v_f(x) \bar{v}_f(x') e^{i\omega_f(t-t')} \theta(t'-t)) \quad (C.2)$$

En este nuevo término, se observa la presencia del propagador fermiónico, (representado por f), y que está fuertemente conectado a la física de la superficie del saco, justo en el punto en que se acopla el pion:

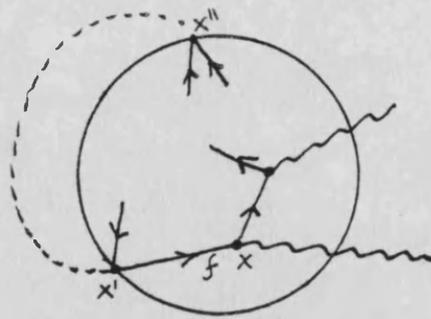


FIGURA C.1

Los dos sumandos que aparecen, corresponden a propagación partícula-partícula o antipartícula-antipartícula, y w_f representa el conjunto de energías que puede poseer dicho estado.

De modo que podemos dividir figuradamente el proceso, en dos subprocesos que corresponden a los diagramas:

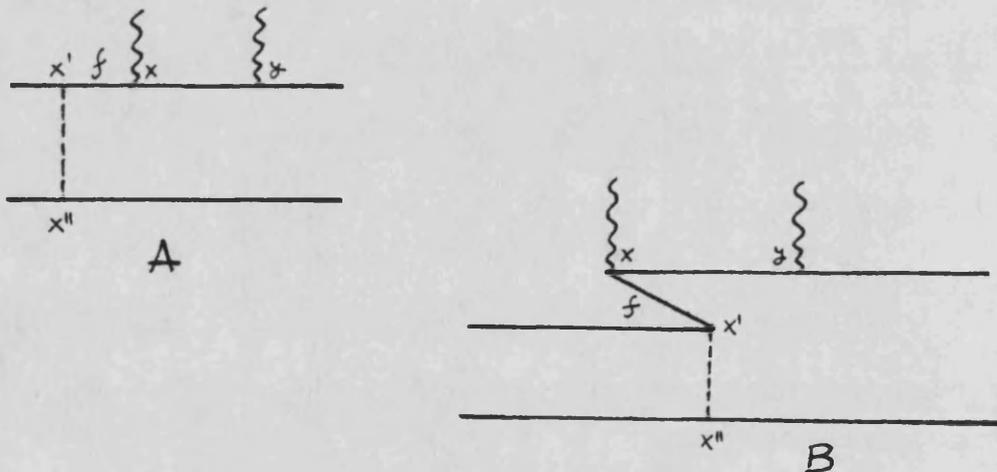


FIGURA C.2

El proceso matemático que debe seguirse, es idéntico al descrito antes para el caso del modelo MIT puro, pero aquí se tiene la complicación adicional de que el estado f , conectado al fotón, no tiene por qué ser un estado $1s$, sino que ofrece más posibilidades para los números cuánticos asociados:

$$J_f = 1/2, 3/2$$

$$l_f = 0, 1$$

$$\lambda_f = +1, -1 \tag{C.3}$$

Debido a la conservación del momento angular en este tipo de procesos Compton hacia adelante, los términos correspondientes a $J_f = 3/2$ no contribuyen, (se anulan cuando se suma sobre todas las componentes angulares), con lo cual el cálculo se simplifica significativamente. Sustituyendo y desarrollando la expresión se obtiene, para la parte A por ejemplo:

$$\delta W_{1A} = \frac{-M \cdot R^3}{32 \pi^3 f^2} \sum_{w_{1s} - w_f} \frac{1}{w_{1s} - w_f} N_{1s}^4 N_f^2 f^{(+)}_{00}(R)$$

$$C(1/2 \ 1 \ 1/2 | \mu_\delta, \mu_\tau - \mu_\delta) f^{(+)}_{f0}(R) C(1 \ 1/2 \ 1/2 | \mu_\tau - \mu_\delta, \mu_\beta - \mu_\tau + \mu_\delta)$$

$$\delta_{1,0} \delta_{J^f, 1/2} 2 \left[\int \int d\phi_k \int d\cos\theta_k \left(|\vec{k}|^2 \right) \int dx_1 dx_2 x_1^2 x_2^2 \delta_{\mu_\alpha, M^f}$$

$$\left(j_0(w_{1s} x_1) j_0(p x_1) j_0(w_f x_2) j_0(p x_2) + \right.$$

$$j_1(w_{1s} x_1) j_1(p x_1) j_1(w_f x_2) j_1(p x_2) -$$

$$\hat{p} \cdot \hat{k} \left(j_0(w_{1s} x_1) j_0(p x_1) j_1(w_f x_2) j_1(p x_2) + \right.$$

$$\left. j_1(w_{1s} x_1) j_1(p x_1) j_0(w_f x_2) j_0(p x_2) \right) \Big|_{|\vec{k}| = q^0 + w_{1s}}$$

$$-(p \rightarrow -p ; w_{1s} \rightarrow -w_{1s}) \left. \right\} \langle B | b^+_\alpha b^+_\tau b_\beta b_\delta \tau^{j_f \beta} \tau^{j_\tau \delta} \Sigma f_n e_n | b \rangle \tag{C.4}$$

en donde observamos la analogía en forma con la expresión correspondiente al modelo del MIT, (Apéndice A), como se puede ver haciendo la sustitución $w_f \rightarrow w_{1s}$, y, $N_f \rightarrow N_{1s}$. Hemos utilizado la notación $f^{(+)}_{\alpha\beta}(R)$, para indicar:

$$f^{(+)}_{\alpha\beta}(R) = \lambda_{\alpha} \Omega_{\beta} j_{1\alpha} \cdot j_{1'\beta} + \lambda_{\beta} \Omega_{\alpha} j_{1'\alpha} \cdot j_{1\beta} \quad (C.5)$$

donde ahora:

$$\Omega_{\beta} = \Omega_{\alpha} = 1, \text{ y } l = J - \lambda/2; \text{ l}' = J + \lambda/2 \quad (C.6)$$

En cuanto a la evaluación del elemento de matriz spin-sabor, tomemos las funciones correspondientes al protón y al neutrón:

$$\begin{aligned} p \uparrow = & (1/\sqrt{18})(2u \uparrow u \uparrow d \downarrow + 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow + 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow - \\ & - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - u \downarrow d \uparrow u \uparrow - \\ & - d \uparrow u \uparrow u \downarrow - d \uparrow u \downarrow u \uparrow) \end{aligned} \quad (C.7 a)$$

$$n \uparrow = \text{idem } (\sqrt{18} \rightarrow -\sqrt{18}; u \leftrightarrow d) \quad (C.7 b)$$

con lo cual:

$$\begin{aligned}
\langle p | b^+ a b^+ \tau b b b \delta | p \rangle = (1/3) & \left[-4\delta\delta(u\uparrow) B(d\downarrow) a(u\uparrow) \tau(d\downarrow) - \right. \\
& -4\delta\delta(u\uparrow) B(d\downarrow) a(d\downarrow) \tau(u\uparrow) + 2\delta\delta(u\uparrow) B(d\downarrow) a(u\downarrow) \tau(d\uparrow) \\
& + 2\delta\delta(u\uparrow) B(d\downarrow) a(d\uparrow) \tau(u\downarrow) \\
& -4\delta\delta(d\downarrow) B(u\uparrow) a(u\uparrow) \tau(d\downarrow) - 4\delta\delta(d\downarrow) B(u\uparrow) a(d\downarrow) \tau(u\uparrow) \\
& + 2\delta\delta(d\downarrow) B(u\uparrow) a(u\downarrow) \tau(d\uparrow) \\
& + 2\delta\delta(d\downarrow) B(u\uparrow) a(d\uparrow) \tau(u\downarrow) + 2\delta\delta(u\downarrow) B(d\uparrow) a(u\uparrow) \tau(d\downarrow) \\
& + 2\delta\delta(u\downarrow) B(d\uparrow) a(d\downarrow) \tau(u\uparrow) \\
& -\delta\delta(u\downarrow) B(d\uparrow) a(u\downarrow) \tau(d\uparrow) - \delta\delta(u\downarrow) B(d\uparrow) a(d\uparrow) \tau(d\downarrow) \\
& + 2\delta\delta(d\uparrow) B(u\downarrow) a(u\uparrow) \tau(d\downarrow) \\
& + 2\delta\delta(d\uparrow) B(u\downarrow) a(d\downarrow) \tau(u\uparrow) - \delta\delta(d\uparrow) B(u\downarrow) a(u\downarrow) \tau(d\uparrow) \\
& - \delta\delta(d\uparrow) B(u\downarrow) a(d\uparrow) \tau(u\downarrow) \\
& -4\delta\delta(u\uparrow) B(u\uparrow) a(u\uparrow) \tau(u\uparrow) - \delta\delta(u\downarrow) B(u\uparrow) a(u\downarrow) \tau(u\uparrow) \\
& - \delta\delta(u\downarrow) B(u\uparrow) a(u\uparrow) \tau(u\downarrow) \\
& -\delta\delta(u\uparrow) B(u\downarrow) a(u\downarrow) \tau(u\uparrow) - \delta\delta(u\uparrow) B(u\downarrow) a(u\uparrow) \tau(u\downarrow) \\
& - \delta\delta(d\uparrow) B(u\uparrow) a(d\uparrow) \tau(u\uparrow) - \delta\delta(d\uparrow) B(u\uparrow) a(u\uparrow) \tau(d\uparrow) \\
& \left. - \delta\delta(u\uparrow) B(d\uparrow) a(d\uparrow) \tau(u\uparrow) - \delta\delta(u\uparrow) B(d\uparrow) a(u\uparrow) \tau(d\uparrow) \right] * \\
\delta_{\alpha\beta\tau\delta, 1s} & \qquad \qquad \qquad (C.8 a)
\end{aligned}$$

$$\langle n | b^+ a b^+ \tau b b b \delta | n \rangle = \text{idem}(u \leftrightarrow d) \qquad (C.8 b)$$

Contrayendo ahora con los operadores de quark:

$$\Sigma \tau^j_{f\beta} \tau^j_{\tau\delta} \Sigma e_{fn} e_{na} \qquad (C.9)$$

considerando los coeficientes de Clebs-Gordan que aparecen en la parte con $J_f = 1/2$ y en la parte con $J_f = 3/2$, y sumando y promediando sobre todas las terceras componentes de momento angular, la parte con $J_f=3/2$ desaparece y únicamente en $J_f=1/2$ tenemos el factor de spin-isospin:

$$\begin{aligned}
p & : 26/9 \\
n & : 24/9 \qquad \qquad \qquad (C.10)
\end{aligned}$$

Realizando las integrales que restan, y utilizando la notación que ya conocemos:

$$\vec{p} = \vec{q} + \vec{k}, \quad p = |\vec{p}| \quad (C.11 a)$$

$$B = R p \quad (C.11 b)$$

obtenemos, en el límite de Bjorken :

$$B j \delta W_1 A = \frac{M R A}{16 \pi^2 f^2 x R^2} \sum_{w_f} \frac{1}{w_f R - w_1 s R} \frac{w_1 s^3 R^3}{(w_1 s R - 1)^2} \frac{w_f^2 R^2}{(w_f R - 1)}$$

$$\frac{1}{\sin w_1 s R \sin w_f R} \left[\left(\int_{|MxR - w_1 s R|}^{\infty} dB B (T_{00}(w_1 s R, B) T_{00}(w_f R, B) + T_{11}(w_1 s R, B) T_{11}(w_f R, B) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \left(\frac{w_1 s R - MxR}{B} \right) (T_{00}(w_1 s R, B) T_{11}(w_f R, B) + T_{11}(w_1 s R, B) T_{00}(w_f R, B)) \right) \right.$$

$$\left. - (w_1 s \rightarrow -w_1 s; w_f \rightarrow -w_f) \right] \quad (C.12)$$

donde la constante A, toma el valor 26/9 para el protón y 24/9 para el neutrón. Sólo resta sumar sobre los valores de w_f , (que tomaremos en número suficiente para que haya buena convergencia del valor total, y por tanto despreciar una cantidad poco significativa), y proceder numéricamente con la integración sobre B.

Análogamente, para los diagramas con propagador antipartícula-antipartícula tenemos, "mutatis mutandis":

$$B_j \delta W_1^B = \frac{M R A}{16 \pi^2 f^2 R^2} \sum_{\omega_f} \frac{1}{\omega_f R + \omega_1 R} \frac{\omega_1^3 R^3}{(\omega_1 R - 1)^2} \frac{\omega_f^2 R^2}{(\omega_f R + 1)}$$

$$\frac{1}{\sin \omega_1 R \sin \omega_f R} \left[\left(\int_{|MXR - \omega_1 R|}^{\infty} dB B (T_{00}(\omega_1 R, B) T_{00}(\omega_f R, B) + 3 T_{11}(\omega_1 R, B) T_{11}(\omega_f R, B) - \right. \right.$$

$$\left. - \left(\frac{\omega_1 R - MXR}{B} \right) (3 T_{00}(\omega_1 R, B) T_{11}(\omega_f R, B) - T_{11}(\omega_1 R, B) T_{00}(\omega_f R, B)) \right)$$

$$\left. - (\omega_1 \rightarrow -\omega_1; \omega_f \rightarrow -\omega_f) \right] \quad (C.13)$$

con la notación ya introducida antes.

La contribución total consiste en la reunión de las dos anteriores, procedentes de las dos partes del propagador representado por f:

$$B_j \delta W_1^{CB} = B_j \delta W_1^A + B_j \delta W_1^B \quad (C.14)$$

y constituye la corrección aportada por el CB, sobre el modelo del MIT, a la parte de la función de estructura correspondiente a los (sub)procesos e-q.

SEGUNDA PARTE :

ESTUDIO DE EFECTOS DE QUARKS
EN FENOMENOS ELECTROMAGNETICOS
NUCLEARES

INTRODUCCION

Durante los últimos 25 años ha habido un gran progreso en el campo de estudio de la física nuclear y se ha ido conociendo poco a poco los detalles de la estructura interna de los nucleones. Las experiencias de dispersión elástica de electrones, han mostrado las distribuciones de corrientes eléctrica y magnética en los nucleones, y los experimentos en la región profundamente inelástica de electrones, muones y neutrinos han permitido el estudio de los constituyentes puntuales que conforman la materia hadrónica y cuyos números cuánticos están en buen acuerdo con los candidatos propuestos desde razonamientos teóricos por GellMann y Zweig :los quarks.

Sin embargo, y a pesar de esta profundización en el conocimiento cualitativo y cuantitativo de la estructura nucleónica, aun quedan problemas por resolver. La teoría mejor estructurada y completa que hasta ahora conocemos para la descripción de la física de los quarks, es la que denominamos Cromodinámica Cuántica, (QCD), y es básicamente una teoría gauge SU(3) local, (no rota), no abeliana, que contrasta con las teorías gauge abelianas como la Electrodinámica Cuántica, (QED), cuyo bosón de gauge, el fotón, aparece al imponer a esta teoría la invariancia bajo transformaciones locales de tipo U(1), generadas por la carga eléctrica Q, (es decir rotaciones cuya fase depende de las coordenadas espacio-temporales: $\exp(iQ\theta(x))$).

De un modo similar, en QCD, los gluones aparecen como consecuencia de imponer invariancia bajo transformaciones locales generadas por los operadores de color que actúan como matrices unitarias 3x3, en el espacio de color correspondiente a los quarks. El carácter no abeliano se traduce por ejemplo, en que los gluones transportan carga de

color, lo cual trae consigo consecuencias interesantes como la libertad asintótica y, presumiblemente, confinamiento de color en distancias menores que 1 fm. El confinamiento de color implica que todos los estados hadrónicos físicamente aceptables, deben ser singletes de color, (es decir, un hadrón debe poseer carga de color global nula), y por tanto, todos los canales observados en procesos de dispersión deben contener hadrones singletes de color. Dado que además, todos los singletes de color de SU(3) pueden obtenerse a partir de los tensores, completamente simétrico, δ_{ijk} y completamente antisimétrico, ϵ_{ijk} , siempre podremos expresar los términos de interacción del hamiltoniano en términos de mesones y de bariones, (JA 87), que son los conocidos estados asintóticos observados experimentalmente.

Tenemos por tanto dos niveles de descripción para la estructura nuclear, uno que considera los nucleones, (sus distribuciones, correlaciones,...) en el núcleo y otro que considera además, los constituyentes de esos nucleones, y el problema que se plantea es discernir cuál es el correcto, o mejor, cuál es el más adecuado en cada caso. La respuesta surge del análisis de los órdenes de magnitud de las energías típicas asociadas con excitaciones bariónicas, y que son del orden de $1/R_N \approx 250$ Mev, (con un radio razonable para el nucleón de 0.8 fm), y de aquellas asociadas con excitaciones nucleares, del orden de $1/2M_A R^2_{NN} \approx 5$ Mev, (para distancias internucleónicas típicas, de 2 fm), es decir 50 veces menor. Esta diferencia en la escala energética nos permite entender el porqué de los buenos resultados obtenidos por la descripción nuclear clásica en términos de nucleones y mesones, en fenómenos de baja energía.

Sin embargo, el hecho de que un núcleo pueda ser descrito satisfactoriamente en términos de grados de libertad nucleónicos, no quiere decir que la subestructura quark no deba ser considerada. Esto puede ser importante en aquellos procesos en los cuales se prueba la estructura de los blancos con electrones, muones o neutrinos con suficiente resolución, es decir, con un momento transferido alto, (longitud de onda suficientemente pequeña para la sonda). Fijémonos en que aunque las escalas energéticas son muy diferentes, las distancias típicas $R_N \approx 0.8 \text{ fm}$ y $R_{NN'} \approx 2 \text{ fm}$, no son tan lejanas, lo cual hace pensar que la subestructura de los nucleones puede ser relevante a la hora de construir la función de onda de los nucleones en el espacio de coordenadas. En núcleos tales como ^3He , ^3H o ^4He , los radios cuadráticos medios comparados con los radios nucleónicos, permiten pensar en una interpenetración importante entre diferentes nucleones poniéndose así de relieve la subestructura quark de los mismos a través de mecanismos de intercambio de quarks entre diferentes nucleones, por ejemplo.

Dado que las interacciones electromagnética y débil son mucho menos intensas que la interacción fuerte que liga los nucleones en el núcleo, la mayor parte de los procesos electromagnéticos y débiles permiten una buena interpretación en términos del intercambio de un solo fotón o bosón vectorial, W ó Z . El comportamiento de un núcleo en estos procesos estará determinado por la estructura nuclear, i.e., grados de libertad nucleónicos y mesónicos. Una simplificación muy usada de la descripción de ese comportamiento, consiste en suponer que en el proceso de dispersión, la física está gobernada por la respuesta de los nucleones, despreciando los efectos debidos a su interacción mutua, es decir, se supone que los nucleones están sobre la capa másica. Esto se conoce como Aproximación de Impulso. Si se precisa una descripción más realista en un proceso de

dispersión de electrones por ejemplo, se deberá incluir las correlaciones nucleares. Además, las corrientes mesónicas intermediarias de la interacción nuclear fuerte pueden aportar contribuciones significativas en el cálculo de la corriente electromagnética, como ya ha sido probado, (OT 82).

Pero incluso en una teoría nuclear convencional que incluya todos los ingredientes, puede ser importante tomar en consideración la subestructura en quarks si se quiere proceder consistentemente en cálculos de propiedades electromagnéticas o débiles de los núcleos, para los que las propiedades de sus nucleones derivan de la subestructura quark. En efecto, el Principio de Pauli aplicado a nivel de los quarks que forman el núcleo, proporciona una función de onda nuclear más completa (con más términos) que en el caso en el que ese mismo principio se aplica sólo a nivel nucleónico (LR 80), y esta diferencia puede proporcionar diferentes resultados en diversos cálculos de observables.

La inclusión de la antisimetrización total a nivel quark en un núcleo, tiene consecuencias importantes para los factores de forma elásticos y las funciones de estructura inelásticas, en las regiones $Q^2 = 0.1-1 \text{ GeV}^2$ (dispersión cuasi-elástica) y $Q^2 \geq 5 \text{ GeV}^2$, respectivamente.

Si un núcleo se describe mediante una función de onda expresada en términos de quarks, como ya se ha hecho utilizando métodos de Grupo Resonante, (IF 87), esta antisimetrización de la función de onda debe ser, por supuesto, tomada en consideración desde el mismo principio. Es más, un cálculo completo lleva asociado el problema de acoplar las descripciones a cortas distancias y a largas distancias. De todos modos, los cálculos de esta índole

pueden proporcionar un conocimiento mejor de la naturaleza de la interacción efectiva entre nucleones a cortas distancias, (LI 77; OY 80; HR 81; FF 82; FF 83; GV 88).

La antisimetrización a nivel quark puede y debe pues, tenerse en cuenta si se trabaja con funciones de onda nucleares convencionales porque ello causa una violación básica de la Aproximación de Impulso. Los efectos posibles para el deuterón y el ^4He han sido discutidos por Takeuchi, Shimizu y Yazaki, (TS 86). Utilizando un modelo muy simple Jaffe, (JA 86) ha mostrado que en la región profundamente inelástica, el efecto de la antisimetría quark podría explicar cualitativamente el fenómeno EMC, (AU 82; AH 88). Este mismo modelo predice efectos medibles en las funciones de estructura electromagnéticas nucleares en la región cuasi-elástica y en los factores de forma nucleares, (FM 87). Los cálculos cuasi-realistas para sistemas ligeros $A = 3$, (HJ 87; HO 87; GS 87), parecen confirmar estos resultados.

Esta parte de nuestro trabajo persigue un acercamiento a la física nuclear en el campo de las llamadas Energías Intermedias, y en este marco que acabamos de perfilar. Nuestra intención es estudiar las posibles consecuencias, en fenómenos electromagnéticos de baja energía, de la subestructura quark de los nucleones ligados en núcleos. Para ello, tomaremos en consideración esta subestructura desde el mismo principio y desarrollaremos una técnica que permita realizar cálculos de observables electromagnéticos nucleares, trabajando con funciones de onda de elevado número de términos.

Esta técnica está basada en el método de Hund (HÁ 64) que, incorporando la antisimetría a nivel quark, admite un tratamiento en el cual la estructura de los bariones, (singletes de color), está siempre explicitada a través de la llamada Descomposición en Agrupaciones Hadrónicas de Quarks (GV 87). La ventaja fundamental sobre otros tratamientos es que en cualquier fase de nuestro análisis, se tiene una conexión inmediata con la Física Nuclear convencional, pudiéndose aislar de este modo los efectos quark claramente.

El orden con el que procederemos en esta segunda parte es el siguiente. Primeramente presentaremos el formalismo básico por el cual el Principio de Pauli puede ser introducido en el tratamiento a nivel quark en sistemas nucleares (capítulo VIII). Después, con el fin de mostrar los rasgos característicos principales de los cálculos, aplicaremos el formalismo a un ejemplo simple (capítulo IX), en el que incluiremos todos los ingredientes deseables para un tratamiento que se aproxime a la realidad. En el capítulo X abordaremos el cálculo de observables electromagnéticos en el caso de núcleos ligeros, usando el formalismo construido anteriormente y deduciremos las posibles consecuencias de haber considerado la subestructura quark de estos sistemas, en fenómenos de baja energía.

CAPITULO VIII

EL PRINCIPIO DE PAULI A NIVEL
QUARK EN SISTEMAS NUCLEARES

La física microscópica está gobernada por el Principio de Simetrización que afirma que todos los estados puros de un sistema de partículas idénticas debe ser totalmente simétrico o totalmente antisimétrico bajo intercambio de dos cualesquiera de ellas, (PA 25; PA 40; BO 79). Consecuencia de este Principio y de otras hipótesis muy generales, es el llamado Teorema de Conexión Spin-Estadística que afirma que los estados puros de partículas idénticas deben ser totalmente simétricos bajo intercambio de dos de ellas, si su spin es entero, y totalmente antisimétrico, si el spin de esas partículas idénticas es semi-impar, (SW 64). El Teorema de Conexión Spin-Estadística (TCSE) es aceptado en general por la comunidad científica, aunque no hay demasiada evidencia experimental para muchas partículas, (MG 64; MG 65; GP 86).

Una partícula se considera elemental mientras su estructura no está siendo puesta de manifiesto en una prueba experimental y además esta subestructura no afecta a la dinámica del proceso. Dado que el Principio de Simetrización y el TCSE se aplican a todas las partículas, podemos plantearnos las dos cuestiones siguientes, (GT 66):

i) En cada fenómeno a estudiar, ¿debemos simetrizar (antisimetrizar) respecto a todas las partículas idénticas del Universo?

ii) ¿Debemos esperar a conocer la estructura última y más elemental de los componentes del Universo, para aplicar entonces el TCSE?

En la práctica, por supuesto, la respuesta a ambas preguntas es negativa. Si dos partículas idénticas están localizadas en el espacio y muy alejadas una de otra, el efecto del TCSE es

muy pequeño, ya que ese efecto depende del solapamiento de las respectivas funciones de onda. De todos modos, el análisis de la respuesta a la segunda cuestión motiva esta parte de nuestro trabajo, enmarcado en el análisis de procesos electromagnéticos a bajas energías. (El apéndice D recoge el formalismo básico).

Nuestra intención no es contribuir a la discusión sobre cuáles son los grados de libertad en procesos de baja energía: mesones y skirmiones o quarks, (WI 84), (AF 86), sino desarrollar un formalismo que nos permita una descripción de los fenómenos que pueden aparecer si los hadrones, a energías bajas, se comportan como entes compuestos de quarks.

En último lugar, como decíamos antes, podemos investigar qué observables se pueden ver afectados de modo apreciable por la subestructura quark y por tanto, qué experiencias podrían poner de manifiesto esta subestructura incluso en procesos de bajas energías.

Recordemos que, hace algunos años, el descubrimiento del efecto EMC, (AU 83; AS 88), tuvo un gran impacto en la comunidad de físicos. Las medidas experimentales de las funciones de estructura nucleónicas en el deuterón y en el hierro ponían de manifiesto que el comportamiento de los nucleones en el núcleo era claramente diferente del esperado si se consideraban nucleones libres en el medio nuclear. Close, Roberts y Gross, (CR 83), encontraron una explicación del efecto estudiando, a partir de QCD, la variación de las funciones de estructura con Q^2 , (el cuadrado de la transferencia de momento). El cambio de escala nucleónica a la escala nuclear, permitía predecir valores que ajustaban bastante bien los datos experimentales. Parecía que se tenía el primer indicio claro de efectos quark en física nuclear.

Sin embargo, poco tiempo después, se descubrió que la adecuada consideración de la energía de ligadura entre los nucleones permitía obtener una explicación de la mayor parte del efecto en base a un tratamiento nuclear convencional, (AK 85; AT 86).

Otro tipo de fenómenos, consecuencia directa de la subestructura quark, tales como resonancias multibariónicas, (AE 78), no han sido observados experimentalmente; al menos no se tiene certeza definitiva.

Los efectos propiamente quark parecen pues elusivos a nivel experimental. Hay que considerar también que efectos proporcionalmente pequeños no son de excesivo interés, ya que podrían ser reabsorbidos en una reparametrización a nivel de la física nuclear convencional.

Nos centraremos aquí en sistemas nucleares ligeros ($A \leq 3$) y nos basaremos en modelos sencillos en una primera aproximación a este tipo de estudio. En particular, adoptaremos un modelo quark para los nucleones, con potenciales tipo oscilador armónico que permiten la eliminación del centro de masas.

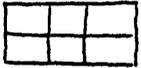
Dado que en los últimos años ha habido un esfuerzo considerable por describir la interacción nuclear en términos de grados de libertad hadrónicos: mesones y bariones (BW 75) y dado que recientemente esos estudios han puesto de manifiesto la importancia que tienen las excitaciones bariónicas (N^* , Δ , ...) en la física nuclear convencional (OT 82), también nos preocuparemos de analizar la relevancia, en nuestro tratamiento, de otros grados de libertad bariónicos en los núcleos, como las resonancias delta por ejemplo.

Pero antes de abordar el complejo problema de encontrar una descripción nuclear en términos de quarks y a partir de aquí recuperar la Física Nuclear convencional como una teoría efectiva, conviene volver a los principios e indagar en qué medida éstos determinan el comportamiento del sistema. Analizaremos por tanto, los efectos que se derivan del Principio de Pauli aplicado, como decíamos, a nivel de quarks en sistemas nucleares sencillos ($A \leq 3$). Para ello desarrollaremos un tratamiento sistemático de los efectos de quark, pudiendo separar claramente éstos del tratamiento nuclear convencional. Los resultados que se obtengan, aunque no sean directamente comparables con los experimentales, debido a las simplificaciones usadas, mostrarán de manera nítida el tipo de contribuciones quark y su importancia.

1.- LA DESCOMPOSICION EN AGrupACIONES HADRONICAS DE QUARKS (HQCD)

Ha sido probado recientemente, en forma general, (GV 87), que cualquier estado singlete de color puede ser escrito, considerando todos sus grados de libertad, como una superposición de estados de la forma: $|\text{barión}\rangle \times |\text{barión}\rangle \times \dots \times |\text{mesón}\rangle \times \dots$. La demostración está basada en resultados bien conocidos de teoría de grupos, más concretamente en el uso del método de Hund, (HA 64), para construir un sistema de generadores para una representación irreducible del grupo simétrico S_m . En el esquema de Hund, un estado físico totalmente antisimétrico (por ej. un estado de seis quarks ) puede escribirse como producto directo

de una parte singlete de color () , que tiene la

forma $A(3+3+\dots+3)$, es decir, antisimétrica respecto a los tres quarks que ocupan una misma columna del tablero de Young, y el resto () que tiene la forma

$S(3+3+\dots+3)$, es decir, simétrica respecto a los tres quarks que ocupan una misma fila del tablero de Young. A su vez, $A(3+3+\dots+3)$ y $S(3+3+\dots+3)$ pueden ser expresadas en términos del sistema de generadores de Hund, que tiene la forma $A(3) \ A(3)\dots A(3)$, $S(3)S(3)\dots S(3)$ respectivamente, considerando todas las posibles agrupaciones distintas de tres quarks.

El hecho de que el producto directo deba ser la representación totalmente antisimétrica, implica que las representaciones de color y restante son conjugadas una de la otra. Físicamente, esto significa que podemos agrupar términos en la forma $S(3) \times A(3)$, donde los tres quarks de

S(3) son los mismos tres quarks de A(3). Estos corresponden a estados hadrónicos, lo que completa la demostración (GV 87). Este tipo de tratamiento pone de manifiesto el papel que cada grado de libertad (spin, sabor, espacial, color) juega en la simetría global de la función de onda. Fijémonos por ejemplo que en el caso de que todos los quarks estén sometidos al mismo pozo de potencial, la simetría está gobernada por los grados de libertad de spin-sabor, mientras que si esos quarks están sometidos a diferentes pozos de potencial, la simetría global entremezcla los grados de libertad de spin-sabor con los espaciales.

Por tanto, los estados producto de hadrones forman una base para los estados físicos posibles de un sistema. Estados de color oculto pueden ser reinterpretados como una combinación lineal de productos de estados singletes de color, y la física asociada con aquéllos entendida en términos hadrónicos convencionales. No obstante, a veces, matemáticamente, su uso puede ser conveniente.

2.- EL ESTADO FISICO DE UN SISTEMA DE N QUARKS: LA SIMETRIA A NIVEL DE QUARKS Y DE HADRONES.

Para construir el estado físico asociado a n partículas idénticas, hemos de tener en cuenta, como decíamos antes, el principio de simetrización y el teorema de conexión spin-estadística. Consideramos ahora, para fijar ideas, un sistema físico de seis quarks idénticos que numeraremos de 1 a 6. Los quarks son fermiones, y por tanto el estado del sistema será totalmente antisimétrico. Este estado lo podemos construir actuando con el operador antisimetrizador sobre el estado

$$|q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle \quad (\text{VIII.1})$$

donde α representa los grados de libertad asociados al quark 1, β los asociados al quark 2 y así sucesivamente. Si hacemos actuar el antisimetrizador, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 |q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle_A &\equiv A |q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle \approx \\
 &|q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle - |q^2_\alpha q^1_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle - \\
 &- |q^3_\alpha q^2_\beta q^1_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle - |q^1_\alpha q^3_\beta q^2_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle + \\
 &+ |q^2_\alpha q^3_\beta q^1_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle + |q^3_\alpha q^1_\beta q^2_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle + \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

(VIII.2)

i.e. 720 = 6! términos. Esta ecuación puede ser reescrita en forma más compacta como:

$$\begin{aligned}
 |q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta \rangle_A &\approx A_B |123; 456\rangle - A_B |124; 356\rangle + \\
 &+ A_B |125; 346\rangle - A_B |126; 345\rangle + A_B |134; 256\rangle - \\
 &- A_B |135; 246\rangle - A_B |136; 245\rangle + A_B |145; 236\rangle - \\
 &- A_B |146; 235\rangle + A_B |156; 234\rangle
 \end{aligned}$$

(VIII.3)

i.e. 10 términos, donde:

$$|123; 456\rangle_B \equiv A_B |123; 456\rangle = |123; 456\rangle - |456; 123\rangle$$

(VIII.4)

(2 términos), y:

$$|123; 456\rangle = A(q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau) A(q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_\eta) \quad (VIII.5)$$

(36 términos).

Nótese que en este desarrollo los grados de libertad asociados a los quarks aparecen por bloques, (α, β, τ) y (δ, ϵ, η), (de igual forma podrían haberse reenumerado los quarks de entrada y considerado otros bloques). Por otra parte, hemos visto en el apartado anterior, como cualquier estado físico de los seis quarks puede ser reescrito en términos de productos de bariones.

Ello nos lleva a considerar, con toda generalidad, el bloque (α, β, τ) o el bloque (δ, ϵ, η) como una combinación lineal de bariones. Tal combinación vendrá dictada por la física del problema particular considerado. El desarrollo anterior nos permite, término a término, distinguir en cada caso qué quarks están formando cada barión. Entonces es obvio que la ecuación (VIII.4) contiene la simetría a nivel bariónico y que las ecuaciones (VIII.2) y (VIII.5) representan la simetría a nivel quark, la primera en el sistema completo y la segunda dentro de cada barión.

3.- CALCULO DE OBSERVABLES NUCLEARES.

El cálculo de observables para un núcleo, implica el conocimiento de la estructura nuclear, es decir, de la distribución de los nucleones en el núcleo. Pero también se precisa conocer las propiedades intrínsecas de esos nucleones ligados. Por ejemplo, convencionalmente la distribución de carga de un núcleo se calcula convolucionado la distribución de carga del nucleón $\rho_N(\vec{r}-\vec{r}_N)$, (que es la transformada de Fourier del factor de forma), con la densidad de nucleones en el núcleo, que puede escribirse en términos de grados de libertad nucleónicos:

$$\rho_B(\vec{r}) = \int d^3r_2 \dots d^3r_A |\psi(\vec{r}, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)|^2 \quad (\text{VIII.6})$$

Para una distribución de carga continua ρ_N , esto conduce a una factorización del factor de forma nuclear en dos partes correspondiente una, al factor de forma del nucleón F_N y la otra a un factor de forma de un cuerpo F_B , la transformada de Fourier de la densidad bosónica ρ_B :

$$F_A(q) = F_N(q) \cdot F_B(q)$$

(VIII.7)

Sin embargo, este procedimiento no es consistente (MD 88) como se verá después, debido al hecho de que la distribución de carga de los nucleones es consecuencia de su propia subestructura en quarks, y estos quarks pueden intercambiarse entre dos o más nucleones en el núcleo, (figura VII.1), de modo análogo a como se intercambian dos electrones en una molécula de hidrógeno. De modo que la descomposición anterior carece de sentido al aparecer correlaciones entre los diferentes nucleones, y el factor de forma nuclear debe ser calculado teniéndolos en cuenta.

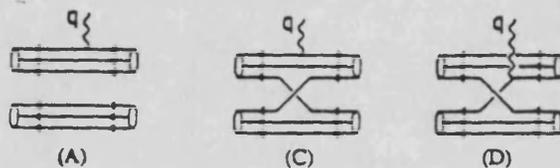


Fig. VIII.1

Consideremos pues, la subestructura quark y supongamos que deseamos calcular el valor esperado de un observable θ en el estado ejemplo considerado:

$$|q^1_\alpha q^2_\beta q^3_\tau q^4_\delta q^5_\epsilon q^6_n \rangle_A$$

Este vendrá dado por:

$$\langle \theta \rangle = \frac{A \langle | \theta | \rangle_A}{A \langle | \rangle_A} \quad (\text{VIII.8 a})$$

Consideremos el caso más simple en el cual θ es un operador de un cuerpo, i.e.

$$\theta = \sum_{i=1}^6 \theta_i$$

En este caso:

$$\langle \theta \rangle = 6 \frac{A \langle | \theta_1 | \rangle_A}{A \langle | \rangle_A} \quad (\text{VIII.8 b})$$

donde θ_1 , actúa sólo en el espacio de Hilbert del quark 1. Si usamos la ecuación (VIII.3), el numerador (análogamente el denominador sustituyendo θ_1 por 1) la ecuación (VIII.8 b) puede ser escrita:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{b} \langle 123; 456 | - \mathbf{b} \langle 124; 356 | + \mathbf{b} \langle 125; 346 | - \mathbf{b} \langle 126; 345 | + \\ & + \mathbf{b} \langle 134; 256 | - \mathbf{b} \langle 135; 356 | + \mathbf{b} \langle 136; 245 | + \mathbf{b} \langle 145; 236 | - \\ & - \mathbf{b} \langle 146; 235 | + \mathbf{b} \langle 156; 234 |) | \theta_1 | \text{ (idem)} \end{aligned} \quad (\text{VIII.9})$$

i.e. en total 100 elementos de matriz.

Para simplificar el cálculo recordemos, del apartado anterior, que:

- a) Los 6 quarks son idénticos
- b) Que cada quark tiene asociado un espacio de Hilbert diferente
- c) Y que independientemente de los números de quarks asociados, los tres primeros siempre representan al primer barión (o combinación lineal de bariones) y los tres segundos al segundo barión (o combinación lineal).

Por tanto, el resultado no cambia si nosotros, en todo el elemento de matriz, intercambiamos los números de los quarks. Ello conduce a las siguientes relaciones:

$$i) \mathbf{b} \langle \underset{a}{1} \underset{b}{2} \underset{c}{3}; \underset{d}{4} \underset{5}{6} | \theta_1 | \underset{c}{1} \underset{d}{2}; \underset{a}{3} \underset{4}{5} \rangle_{\mathbf{B}} = \mathbf{b} \langle \underset{a}{1} \underset{b}{2} \underset{c}{3}; \underset{d}{4} \underset{5}{6} | \theta_1 | \underset{c}{1} \underset{d}{2}; \underset{a}{3}; \underset{d}{4} \underset{5}{6} \rangle_{\mathbf{B}} \quad (\text{VIII.10 a})$$

donde a, b, c y d indican los bariones asociados a cada tres quarks. Por tanto todos los elementos de matriz diagonales dan el mismo resultado.

$$\begin{aligned}
 & \text{(4} \leftrightarrow \text{5)} \\
 \text{ii)} & \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_1 | 124; 356 \rangle_B = \text{ }_B \langle 123; 546 | \theta_1 | 125; 346 \rangle_B = \\
 & \text{(5} \leftrightarrow \text{6)} \\
 & = \text{ }_B \langle 123; 645 | \theta_1 | 126; 345 \rangle_B = \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_1 | 126; 345 \rangle_B \\
 & \quad \quad \quad \begin{matrix} a & b & c & d & a & b & c & d \end{matrix}
 \end{aligned}$$

(VIII.10 b)

donde en la última expresión hemos tenido en cuenta que cada barión tiene antisimetría interna a nivel de quarks.

$$\begin{aligned}
 & \text{(1} \leftrightarrow \text{3)} \\
 \text{iii)} & \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_1 | 156; 234 \rangle_B = \text{ }_B \langle 321; 456 | \theta_3 | 356; 214 \rangle_B = \\
 & \quad \quad \quad \begin{matrix} a & b & c & d & a & b & c & d \end{matrix} \\
 & = - \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_3 | 356; 214 \rangle_B = \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_3 | 356; 124 \rangle_B = \\
 & \quad \quad \quad \begin{matrix} a & b & c & d & a & b & c & d \end{matrix} \\
 & = \text{ }_B \langle 123; 456 | \theta_3 | 124; 356 \rangle_B \quad \quad \quad \text{(VIII.10 c)} \\
 & \quad \quad \quad \begin{matrix} a & b & d & c \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Usando este tipo de relaciones, es trivial probar que el cálculo de los 100 elementos de matriz se reduce al de 10 pues:

$$\begin{aligned}
 & \text{(3} \leftrightarrow \text{4)} \\
 & (\text{ }_B \langle 123; 456 | - \text{ }_B \langle 124; 356 | + \dots) | \theta_1 | 123; 456 \rangle_B = \\
 & = (\text{idem}) | \theta_1 | (- | 124; 356 \rangle_B = (\text{idem}) | \theta_1 | 125; 346 \rangle_B = \\
 & = \dots \quad \quad \quad \text{(VIII.11)}
 \end{aligned}$$

Pero a su vez, a estos 10 elementos de matriz se le pueden aplicar las relaciones anteriores, con lo cual es inmediato demostrar que el cálculo se reduce a 3 elementos de matriz, 1 diagonal y 2 no diagonales. Estos son:

Diagonal

$$B \langle 123; 456 | \theta_1 | 123; 456 \rangle_B$$

De Intercambio

$$B \langle 123; 456 | \theta_1 | 124; 356 \rangle_B$$

$$B \langle 123; 456 | \theta_1 | 145; 236 \rangle_B$$

Aún más, estos dos últimos son técnicamente similares ya que se pueden reducir a elementos con el mismo *bra* y el mismo *ket* pero operador diferente:

$$B \langle 123; 456 | \theta_1 | 145; 236 \rangle_B \stackrel{(123 \leftrightarrow 456)}{=} - B \langle 123; 456 | \theta_4 | 124; 356 \rangle_B$$

(VIII.12)

Quedan pues 2 elementos de matriz técnicamente diferentes.

CAPITULO IX

UN EJEMPLO DE APLICACION DEL
PRINCIPIO DE ANTISIMETRIZACION
A NIVEL QUARK EN UN MUNDO
SIMPLE.

1.- INTRODUCCION

Antes de aplicar la técnica descrita a sistemas nucleares reales, vamos a estudiar como ejemplo un sistema simplificado en el que se recojan los principales ingredientes necesarios y con el que se puedan realizar los cálculos, sin que éstos enmascaren, por su dificultad, la física subyacente. Para ello construiremos un modelo de la Naturaleza basado en los siguientes ingredientes:

- a) Los quarks pueden tener tres colores.
- b) Tienen spin semi-impar.
- c) No tienen grados de libertad de sabor.
- d) Además se mueven en un espacio de 1 + 1 dimensiones.

Los bariones serán singletes de color en este mundo. La dinámica a nivel de quarks será tal que los bariones más ligeros tendrán función de onda simétricas espacialmente, (GS 87). Con todo ello, los estados permitidos de spin son:

$$r = |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \quad (\text{IX.1a})$$

$$s = (|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) / \sqrt{3} \quad (\text{IX.1b})$$

$$t = (|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle) / \sqrt{3} \quad (\text{IX.1c})$$

$$u = |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle \quad (\text{IX.1d})$$

En términos de los grados de libertad hadrónicos, podemos construir estados nucleares como por ejemplo:

$$M = |S = 2; S_z = +2\rangle = (RS - SR) / \sqrt{2} \quad (\text{IX.2 a})$$

$$N = |S = 0; S_z = 0\rangle = (RU - UR + ST - TS) / 2 \quad (\text{IX.2 b})$$

donde las letras mayúsculas R, S, T y U representan las funciones de onda total asociadas con r, s, t, y u respectivamente, en el caso de más baja energía.

2.- LOS ESTADOS NUCLEARES EN TERMINOS DE QUARKS: EL PRINCIPIO DE PAULI A NIVEL QUARK

Si queremos construir esos mismos estados nucleares en términos de grados de libertad de quarks, debemos tomar en consideración el ingrediente adicional de la antisimetrización a nivel de quarks, cuyo soporte matemático es conocido como la Descomposición en Agrupaciones Hadrónicas

de Quarks (" *Hadronic Quark Cluster Decomposition* ": HQCD), (GV 87).

Por ejemplo, para el estado M de 6 quarks, ya hemos visto en el capítulo anterior que la función de onda completamente antisimétrica tiene $6! = 720$ términos que se pueden reducir a $6! / 3! 3! 2 = 10$ términos (expresiones VIII.3 a VIII.5). Cada uno de ellos, correspondiente a la función de onda de agrupaciones quark, presenta la estructura adecuada:

$$\begin{aligned}
 M(123; 456) = & (\varphi_R(X_1 X_2 X_3) \varphi_S(X_4 X_5 X_6) \cdot r(123) s(456) - \\
 & - \varphi_S(X_1 X_2 X_3) \varphi_R(X_4 X_5 X_6) s(123) r(456)) \cdot C(123) C(456)
 \end{aligned}
 \tag{IX.3}$$

En esta expresión, C representa la función de onda de color, totalmente antisimétrica y φ_R, s la estructura espacial. Estas últimas podemos escribirlas por simplicidad, en términos de dos funciones de oscilador armónico, una con parámetro característico B que controlará el movimiento del centro de masas de cada agrupación-quark, y la otra con parámetro A que describirá el movimiento de los quarks dentro de cada agrupación:

$$\varphi(X_1 X_2 X_3) = \exp \left[- BX^2_I - A (x^2_1 + x^2_2 + x^2_3) \right]
 \tag{IX.4 a}$$

$$\varphi(X_4 X_5 X_6) = \exp \left[- BX^2_{II} - A (x^2_4 + x^2_5 + x^2_6) \right]
 \tag{IX.4 b}$$

donde cada nueva coordenada está referida al centro de masas total del sistema:

$$X_I = (x_1 + x_2 + x_3) / 3 = - (x_4 + x_5 + x_6) / 3 = - X_{II}
 \tag{IX.5 a}$$

$$x_1 = X_1 - X_I; x_2 = X_2 - X_I; x_3 = X_3 - X_I$$

(IX.5 b)

$$x_4 = X_4 - X_{II}; x_5 = X_5 - X_{II}; x_6 = X_6 - X_{II}$$

(IX.5 c)

3.- CALCULO DE OBSERVABLES ELECTROMAGNETICOS

Procedemos ahora a calcular los observables del sistema. Podemos abordar por ejemplo, el caso de una "carga" definida por:

$$e = 1/6 + S_z \quad (IX.6)$$

de modo que :

$$e | \uparrow \rangle = (2/3) | \uparrow \rangle; e | \downarrow \rangle = - (1/3) | \downarrow \rangle \quad (IX.7)$$

Entonces, construimos el Operador densidad de carga como:

$$\theta = \sum_{i=1}^6 e_i \delta(x - x_i) = \sum_{i=1}^6 \theta_i \quad (IX.8)$$

y podemos calcular la densidad de carga de sistema como sigue:

$$\langle \theta \rangle = \frac{\langle M | \theta | M \rangle}{\langle M | M \rangle} = \frac{\langle M | \theta_1 | M \rangle}{\langle M | M \rangle} \quad (IX.9)$$

Usando los argumentos de simetría expresados en las ecuaciones (VIII.10 a - VIII.10 c) y en (VIII.11) y (VIII.12), podemos reducir el cálculo de los $10 \times 10 = 100$ términos en la ecuación (IX.9), al cálculo de sólo tres tipos diferentes de términos. Un tipo es el representante de los que llamaremos "términos directos":

$$\langle M(123; 456) | \theta_1 | M(123; 456) \rangle \quad (IX.10)$$

Hay 10 términos de este tipo y, como veremos después, ellos reproducen el cálculo de física nuclear convencional. El otro tipo de términos lo llamaremos "términos de intercambio", porque en ellos dos quarks son intercambiados para generar el *bra* a partir del *ket* y viceversa. Estos se subdividirán en 2 subtipos: el subtipo a en el que la partícula 1 no ha sido intercambiada:

$$\langle M(123; 456) | \theta_1 | M(124; 356) \rangle \quad (IX.11)$$

y el tipo b, donde la partícula 1 ha sido intercambiada:

$$\langle M(123; 456) | \theta_1 | M(145; 236) \rangle \quad (IX.12)$$

Hay 60 términos de tipo a y 30 de tipo b. Esto puede verse enseguida a partir de las expresiones (VIII.10). En el elemento de matriz $\langle M | \theta_1 | M \rangle$, cada uno de los 100 términos puede ser reescrito de modo que en la función de onda "*bra*" siempre aparezca la combinación de quarks en el orden: $M(123;456)$, con cada uno de los 10 términos de la función de onda "*ket*".

En el tipo a, en cada término de la función de onda "*ket*", se puede intercambiar dos quarks del primer hadrón (el quark 1 es "fijo" en el tipo a) con los tres quarks del segundo hadrón. Es decir, $2 \times 3 = 6$ posibilidades en cada término. En total $6 \times 10 = 60$.

En el tipo b, se intercambia el quark 1 con cualquiera de los tres quarks del segundo hadrón, lo que supone 3 posibilidades, con un total de $3 \times 10 = 30$ términos.

Evidentemente, los 10 "términos directos" más los 60 del tipo a, más los 30 del b suman los 100 términos originales de $\langle M | \theta_1 | M \rangle$.

Nótese que la elección θ_1 para ejecutar el cálculo, determina la partición. Usando propiedades conocidas de S_6 , podemos mostrar que esta partición es una relación de equivalencia y que dentro de cada clase de equivalencia todos los términos son iguales.

Por tanto tenemos solo 3 términos diferentes de elementos de matriz que debemos calcular, y 3 factores de normalización. El resultado de ese cálculo es (GS 87; GS+87):

$$\langle \theta \rangle = 3 \frac{\Omega_1 - (2/9) \Omega_{21} - (7/9) \Omega_{22}}{N_1 - N_2} \quad (\text{IX.13})$$

donde:

$$\Omega_1 = \left(\frac{\pi^4}{48A^3 (3A + 4B)} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{12AB}{3A + 4B} x^2 \right) \quad (\text{IX.14})$$

$$N_1 = \left(\frac{\pi^5}{576A^4 B} \right)^{1/2} \quad (\text{IX.15})$$

$$\Omega_{21} = \left(\frac{9\pi^4}{16A^2 (6A+B) (24A+7B)} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{12A (3A + 2B)}{24A + 7B} x^2 \right) \quad (\text{IX.16})$$

$$Q_{22} = \left(\frac{9\pi^4}{16A^2 (3A+2B) (39A+2B)} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{12A (6A + B)}{39A + 2B} x^2 \right)$$

(IX.17)

$$N_2 = \left(\frac{3\pi^5}{6.4A^3 (3A+2B) (6A + B)} \right)^{1/2}$$

(IX.18)

La ecuación, (IX.13), contiene toda la física que se puede obtener en este tipo de cálculo y hay unas cuantas características importantes en ella que conviene discutir. El término directo (sin solapamiento), $(3Q_1/N_1)$ representa el cálculo de la física nuclear convencional, convolucionado con la distribución de carga de los Agrupamientos hadrónicos. Si se hace en (Q_1/N_1) , el límite $A \rightarrow \infty$ se recupera el resultado nuclear convencional que no contiene ninguna información interna de los hadrones:

$$\left(\frac{Q_1}{N_1} \right) \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \exp \left(- 48x^2 \right) \left(\frac{4B}{\pi} \right)^{1/2}$$

(IX.19)

La contribución del Principio de Antisimetrización aparece de un modo no trivial tanto en los valores esperados como en las constantes de normalización. Esta contribución, como se ve en las ecuaciones, (IX.14 - 18), desaparece en el límite de hadrones puntuales: $A \rightarrow \infty$. Esto es así debido a que hemos tomado osciladores armónicos alrededor del centro de masas para las funciones de onda de los agrupamientos. ¡ Si los hadrones no son puntuales, siempre hay contribución de la subestructura en nuestro modelo!.

Tomando la transformada de Fourier de la expresión para la carga del sistema, podemos estudiar el factor de forma (recuérdese que estamos excluyendo correcciones por la energía de ligadura).

Naturalmente, los términos directos nos proporcionan el resultado convencional de la física nuclear, es decir, la factorización del factor de forma en una parte correspondiente a la distribución de los nucleones en el núcleo, por otra parte que da cuenta de la distribución interna de cada hadrón:

$$\frac{Q_1}{N_1} \longrightarrow F_B(q^2) \cdot F_A(q^2) = \exp(-q^2/4B) \cdot \exp(-q^2/3A) \quad (\text{IX.20})$$

Sin embargo, como ya dijimos anteriormente, la aparición de los términos de solapamiento muestra la inconsistencia de esta factorización, ya que es imposible separar en ellos términos en donde sólo aparezca el parámetro "nuclear" B de términos con sólo el parámetro "hadronico" A.

$$F(q^2) = (1/N_1 - N_2) \left[N_1 \exp(-q^2/4B) \exp(-q^2/3A) - \right. \\ \left. - (2/9)N_2 \exp(-q^2(48A + 14B)/48A(6A+4B)) - \right. \\ \left. - (7/9)N_2 \exp(-q^2(39A+2B)/48A(6A+B)) \right] \quad (\text{IX.21})$$

Nuevamente vemos con claridad que únicamente en el límite puntual $A \rightarrow \infty$ podemos volver a la factorización. En el caso no puntual, los efectos de intercambio de quarks están siempre presentes en el resultado, correlacionando diferentes hadrones en el sistema nuclear.

El resultado para el factor de forma de este sistema M particularmente simple, está reflejado en la figura IX.1 tomando unos valores particulares $A = B = 1 \text{ fm}^{-2}$ (curva 1) y $A = 2.0 \text{ fm}^{-2}$; $B = 1.0 \text{ fm}^{-2}$, (curva 2). En ella podemos comparar la contribución total con la procedente del término directo solamente (curva 3). Para el caso presente, el estado M (expresión IX.2 a), el efecto del Principio de Pauli es no sólo importante cualitativamente sino también cuantitativamente.

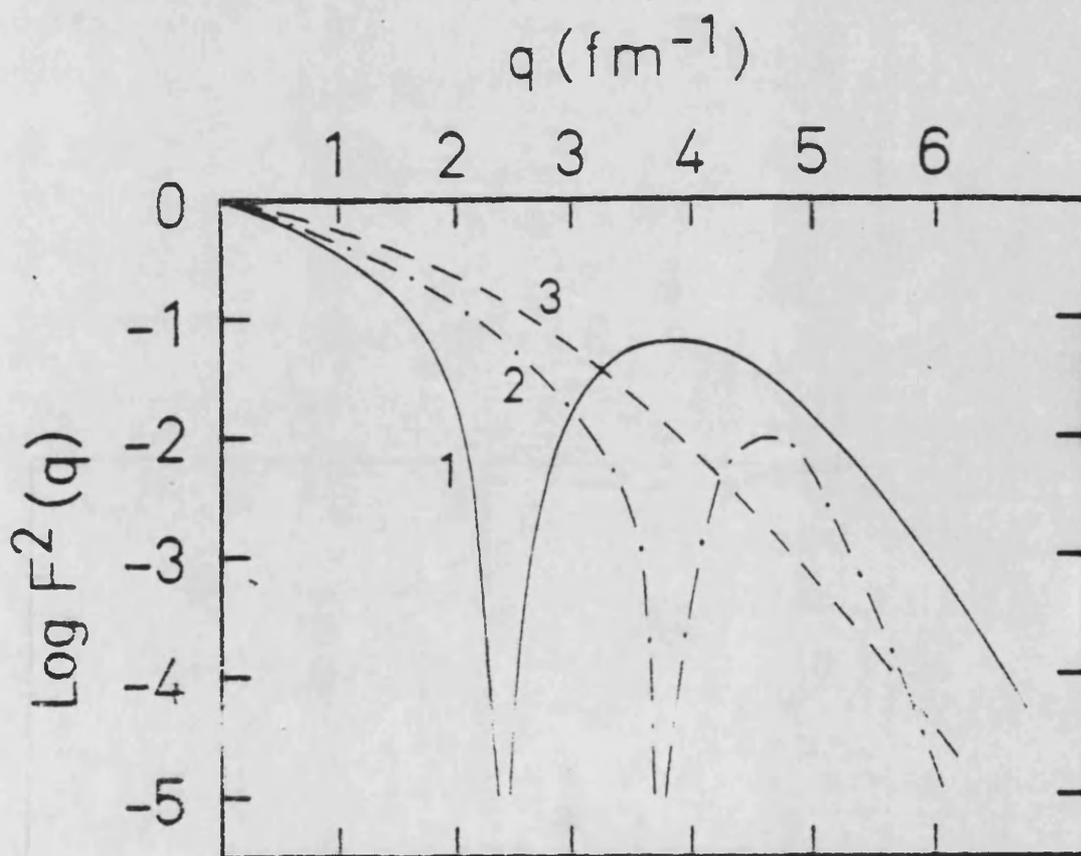


FIGURA IX.1

Si repetimos el cálculo anterior para el estado N (expresión IX.2 b) obtendremos (GS 87; GS+87):

$$\langle \theta \rangle = \frac{\Omega_1 + (11/9) \Omega_{21} - (7/9) \Omega_{22}}{N_1 + (4/9) N_2} \quad (\text{IX.22})$$

El factor de forma correspondiente, para los mismos valores de A y B está reflejado en la figura IX.2, con la misma notación que en la figura IX 1. El efecto de la Antisimetrización a nivel de los quarks, prácticamente desaparece aquí debido a la cancelación entre los términos con Ω_{21} y Ω_{22} .

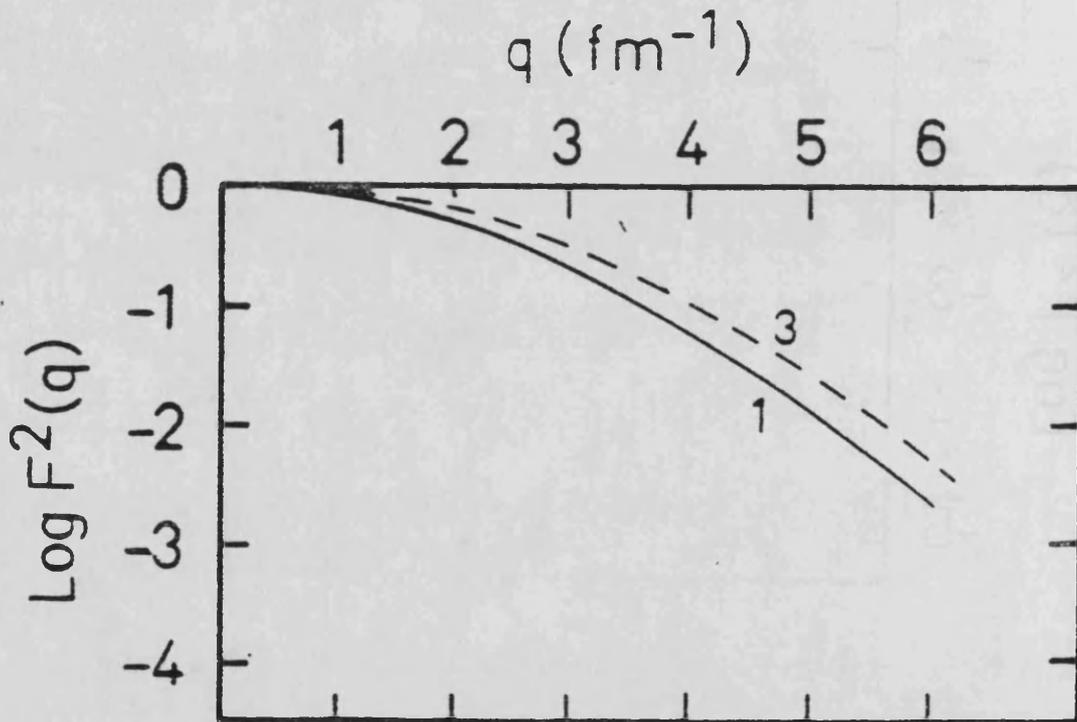


FIGURA IX.2

Desde el punto de vista físico, los resultados se comprenden rápidamente. Para un núcleo M, (con cinco quarks con spin "up"), existe un fenómeno de fuerte bloqueo de Pauli, ya que varios quarks deben tener los mismos números cuánticos internos. Por el contrario, para un núcleo N (con 3 quarks con spin "up") el efecto es muy pequeño ya que hay suficientes grados de libertad para que los quarks tengan números cuánticos diferentes.

4.- INCORPORACION DE LA REPULSION A CORTAS DISTANCIAS

Con el fin de completar nuestro estudio en este mundo simplificado, vamos a introducir otro ingrediente que afecta a la dinámica de este tipo de sistemas: una repulsión a cortas distancias entre hadrones. Tal efecto puede ser simulado en nuestra formulación introduciendo un parámetro D en la función de onda espacial (GV+88):

$$\psi_{esp} = S \left\{ \exp \left[-B (X_I - D)^2 - B (X_{II} + D)^2 - A \sum x_i^2 \right] \right\} \quad (IX.23 a)$$

donde S representa el simetrizador. Debido a la estructura de la parte espacial, la ecuación (IX.23 a) contiene términos de la forma:

$$\left[\exp(-B(X_I - D)^2 - B(X_{II} + D)^2) + \exp(-B(X_I + D)^2 - B(X_{II} - D)^2) \right] \psi(x_1, x_2, x_3) \psi(x_4, x_5, x_6) \quad (IX.23 b)$$

donde ψ representa la parte correspondiente a las coordenadas intrabariónicas.

Cuando se calculan valores esperados de observables y normalizaciones, aparecen cuatro términos que corresponden a los siguientes exponentes:

$$I(D) \rightarrow -B(X_I - D)^2 - B(X_{II} + D)^2 - B(X_I', -D)^2 - B(X_{II}', +D)^2$$

$$I(-D) \rightarrow -B(X_I + D)^2 - B(X_{II} - D)^2 - B(X_I', +D)^2 - B(X_{II}', -D)^2$$

$$II(D) \rightarrow -B(X_I - D)^2 - B(X_{II} + D)^2 - B(X_I', +D)^2 - B(X_{II}', -D)^2$$

$$II(-D) \rightarrow -B(X_I + D)^2 - B(X_{II} - D)^2 - B(X_I', -D)^2 - B(X_{II}', +D)^2$$

(IX.23 c)

donde las primas indican que las coordenadas X_I y X_{II} pueden cambiar con los signos de D .

El cálculo de los elementos de matriz se realiza por el mismo procedimiento descrito en las secciones anteriores y conduce a las expresiones (IX.13) y (IX.22), pero en este caso, con la siguiente modificación:

En el espacio de coordenadas:

$$\theta(x) = \frac{\rho^I(x, D) + \rho^I(x, -D) + \rho^{II}(x, D) + \rho^{II}(x, -D)}{2}$$

(IX.24)

siendo ahora (ver expresiones IX.13 y IX.22):

$$Q^{I_1}(x,D) = \sqrt{\frac{\pi^4}{48A^3(3A+4B)}} \exp\left(-\frac{12AB(x-D)^2}{(3A+4B)}\right)$$

$$Q^{II_1}(x,D) = \sqrt{\frac{\pi^4}{48A^3(3A+4B)}} * \exp\left(-\frac{12AB(x-D)^2}{(3A+4B)} - \frac{24ABD(x-D)}{(3A+4B)} - \frac{8B(3A+2B)D^2}{(3A+4B)}\right)$$

$$Q^{I_{21}}(x,D) = \sqrt{\frac{9\pi^4}{16A^2(6A+B)(24A+7B)}} * \exp\left(-\frac{12A(3A+2B)(x-D)^2}{(24A+7B)} - \frac{24A(3A-B)D(x-D)}{(24A+7B)} - \frac{12A(18A^2+27AB+4B^2)D^2}{(6A+B)(24A+7B)}\right)$$

$$Q^{II_{21}}(x,D) = \sqrt{\frac{9\pi^4}{16A^2(6A+B)(24A+7B)}} * \exp\left(-\frac{12A(3A+2B)(x-D)^2}{(24A+7B)} - \frac{24A(3A+2B)D(x-D)}{(24A+7B)} - \frac{12A(18A^2+63AB+16B^2)D^2}{(6A+B)(24A+7B)}\right)$$

$$Q^{I_{22}}(x,D) = \sqrt{\frac{9\pi^4}{16A^2(3A+2B)(39A+2B)}} * \exp\left(-\frac{12A(6A+B)(x-D)^2}{(39A+2B)} - \frac{48A(3A-B)D(x-D)}{(39A+2B)} - \frac{24A(9A^2+18AB+8B^2)D^2}{(3A+2B)(39A+2B)}\right)$$

$$Q^{II_{22}}(x,D) = \sqrt{\frac{9\pi^4}{16A^2(3A+2B)(39A+2B)}} * \exp\left(-\frac{12A(6A+B)(x-D)^2}{(39A+2B)} - \frac{48A(6A+B)D(x-D)}{(39A+2B)} - \frac{24A(9A^2+27AB+2B^2)D^2}{(3A+2B)(39A+2B)}\right)$$

$$N_1 = \sqrt{\frac{\pi^5}{576A^4B}} (1 + \exp(-4BD^2))$$

$$N_2 = \sqrt{\frac{3\pi^5}{64A^3(3A+2B)(6A+B)}} \left(\exp\left(-\frac{12ABD^2}{(3A+2B)}\right) + \exp\left(-\frac{24ABD^2}{(6A+B)}\right) \right)$$

(IX.25)

Para $D = 0$, se obtienen los resultados que ya hemos comentado en el punto anterior. Para otros valores de D , el efecto de repulsión a cortas distancias aparece modificando los resultados para la distribución de carga y los factores de forma.

En la figura IX.3 se muestran los resultados del cálculo para el estado M con $D = 0,5 \text{ fm}$ que representa una separación entre los centros de los hadrones de 1 fm . La curva 1 representa la contribución del término directo para $A = B = 1 \text{ fm}^{-2}$. La curva 2 representa el cálculo completo que incluye los términos de intercambio para $A = B = 1 \text{ fm}^{-2}$. La curva 3 se dibuja para comparar y representa la contribución del término directo con $D = 0$.

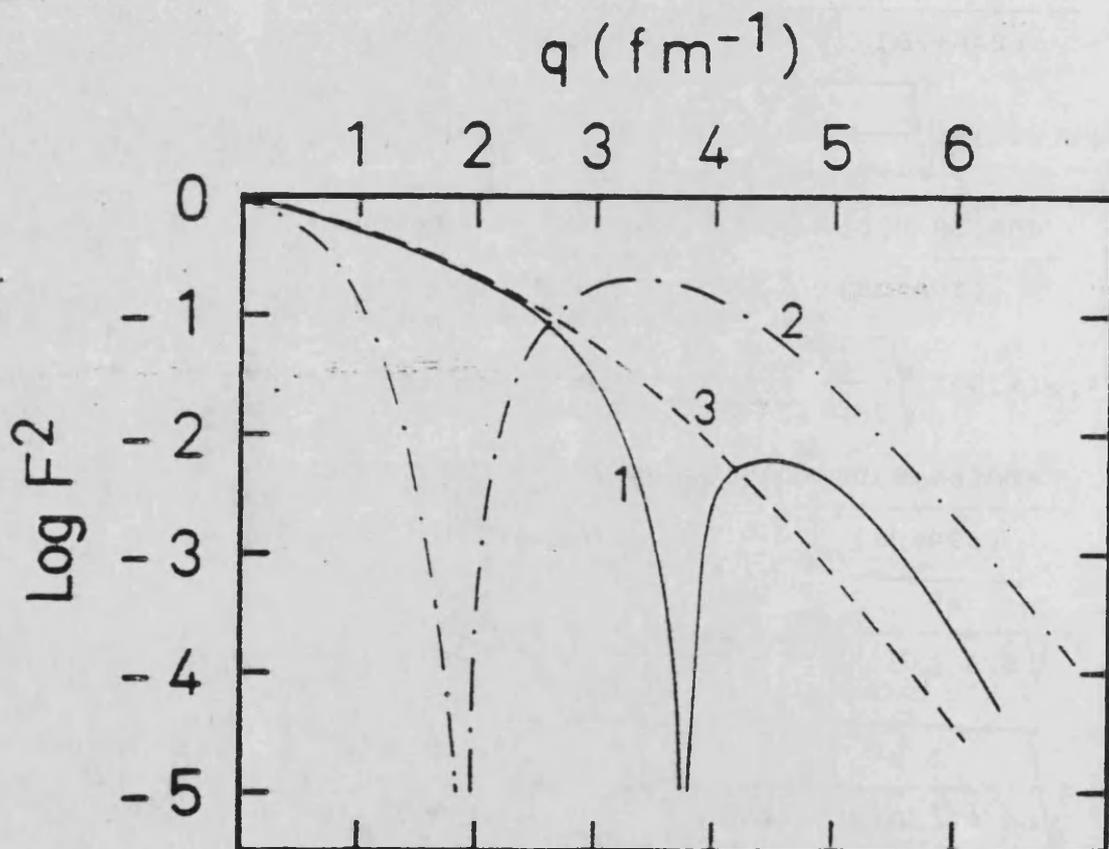


FIGURA IX.3

Incluso para los términos directos solamente, la separación entre bariones produce un "dip" en el factor de forma, (naturalmente, un alejamiento de carga desde el origen hacia afuera). Después de agregar la contribución del solapamiento, el "dip" se desplaza aún más hacia momentos menores (más carga es expulsada desde el origen), y la altura del "bump" crece. Así pues la posición de los "dips" y la altura de los "bumps" depende en gran medida de los términos de solapamiento en el sistema nuclear M.

5.- EL LIMITE DE POZO DE POTENCIAL: UNICO.

Para comprender mejor el efecto que introduce en la antisimetría total de la función de onda del sistema nuclear, el hecho de que los quarks de diferentes hadrones tienen función de onda espacial distinta, vamos a efectuar el mismo tratamiento anterior pero en el caso límite en el que todos los quarks estuvieran sometidos a un mismo pozo de potencial. Es decir, el caso en el que la antisimetría total de la función de onda estuviera gobernada únicamente por la parte spin-color (recuérdese que en este Mundo simple, no hay grados de libertad de sabor).

En nuestro tratamiento, este límite se consigue en el caso de que los parámetros A, B y D tiendan a los valores:

$$B \rightarrow 3 A \quad ; \quad D \rightarrow 0 \quad (IX.26)$$

Introduciendo estos valores particulares en las expresiones (IX.13), (IX.22) y (IX.25) se obtiene:

$$Q_1 = Q_{21} = Q_{22} = \sqrt{\frac{\pi^4}{720 A^4}} \exp(-4A x^2 / 5)$$

$$N_1 = N_2 = \sqrt{\frac{\pi^5}{1728 A^5}}$$

(IX.27)

En este caso, para el estado nuclear N, el límite está bien definido y el resultado se obtiene trivialmente:

$$\langle \theta \rangle_N = \frac{Q_1}{N_1} = 2 \sqrt{\frac{3 A}{5 \pi}} \exp(-4A x^2 / 5)$$

(IX.28)

De modo que no aparecen efectos de la antisimetría a nivel quark, resultado que ya es conocido en otros campos de la Física.

Para el estado M sin embargo, si se procede análogamente con el límite se obtiene una indeterminación del tipo "0/0". Esta indeterminación puede resolverse aplicando las técnicas convencionales en el cálculo de límites:

$$\begin{aligned} \langle \theta \rangle_M &= \frac{\frac{d^2}{dB^2} \left(Q_1 - \frac{2}{9} Q_{21} - \frac{7}{9} Q_{22} \right) \Big|_{B \rightarrow 3A}}{\frac{d^2}{dB^2} (N_1 - N_2) \Big|_{B \rightarrow 3A}} \\ &= \frac{2 \sqrt{15 A}}{25 \sqrt{\pi}} \left(7 + \frac{192}{5} A x^2 \right) \exp\left(-\frac{12 A x^2}{5}\right) \end{aligned}$$

(IX.29)

El resultado corresponde a la contribución del término directo solamente, es decir, no aparecen efectos de

antisimetrización en este estado de 6 quarks cuya estructura radial se describe a través de cuatro estados S y dos estados P. Sin embargo, a pesar de esto está claro que este estado no se parece en absoluto al estado asintótico nuclear que lo originó. El fuerte bloqueo de Pauli ha creado un estado que, en términos de agrupaciones-quark convencionales ("clusters"), es una superposición de excitaciones. En la figura IX.4 se muestra el resultado para el factor de forma del estado M a partir de la expresión (IX 29) (línea de puntos) y se compara con el término directo (línea continua) y con el resultado de (IX 21) (trazos) para $B = 1 \text{ fm}^{-2}$.

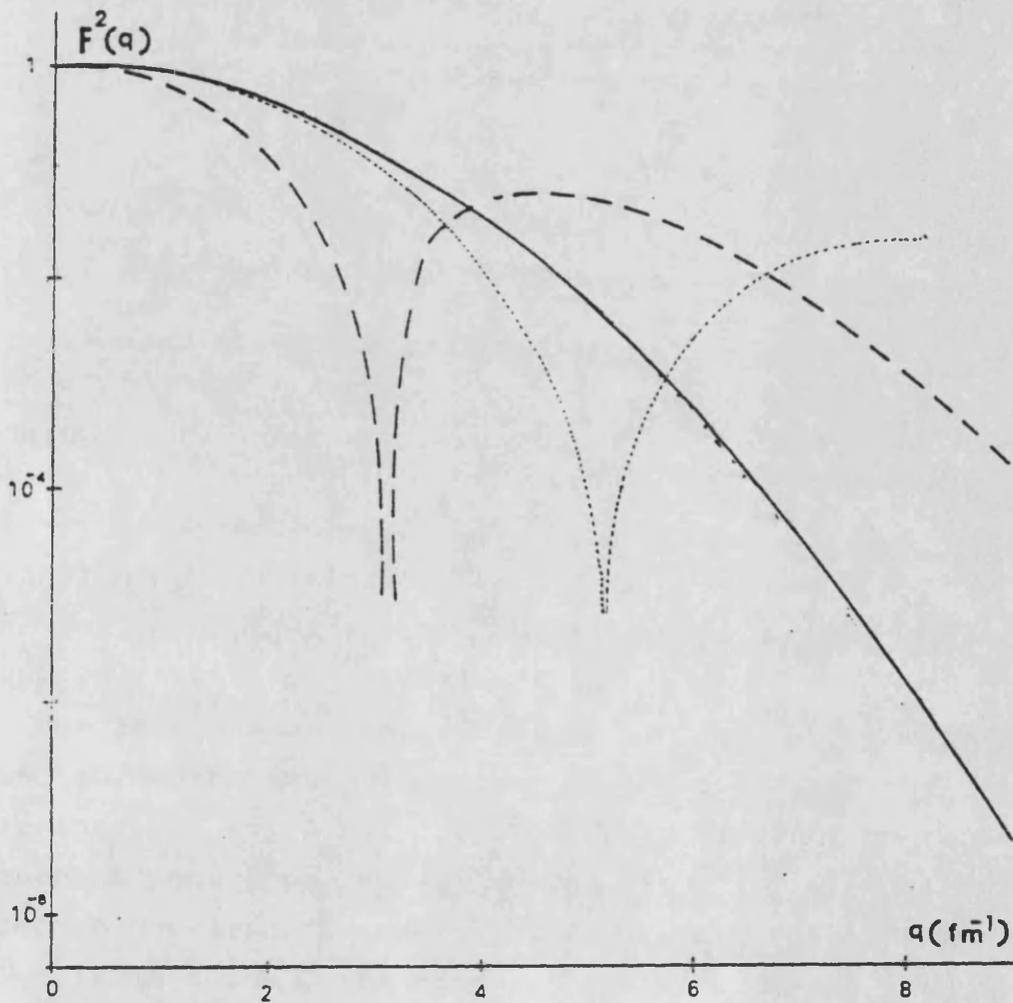


FIGURA IX.4

También es evidente que una repulsión fuerte a cortas distancias ($D \neq 0$) evita este tipo de estados. Se puede intentar investigar en nuevos sistemas nucleares en donde esta repulsión ("core") no existiera, o al menos no impidiera radicalmente el solapamiento entre los bariones. Para medir el efecto de este solapamiento, podemos definir un parámetro P:

$$P = \frac{\left| \frac{\text{normalización del solapamiento}}{\text{normalización del término directo} + \text{normalización del solapamiento}} \right|^2}{\left| \frac{\text{normalización del solapamiento}_{LPU}}{\text{normalización del término directo}_{LPU} + \text{normalización del solapamiento}_{LPU}} \right|^2}$$

(IX.30)

donde el subíndice LPU significa "Limite de Pozo Unico".

Como resumen de todo ello, podemos enunciar el siguiente teorema:

"Si $3N$ quarks ocupan los niveles posibles de un potencial oscilador armónico de parámetro característico A , no hay contribución del Principio de Antisimetrización a nivel quark en el cálculo de valores esperados de observables de un cuerpo. Pero si se tiene N "clusters" cuya dinámica está gobernada por un potencial oscilador armónico de parámetro característico B , y cada uno de ellos contiene 3 quarks sometidos en cada "cluster" a un potencial oscilador armónico de parámetro característico A , entonces, en general, los valores esperados de observables de un cuerpo muestran efectos debidos al Principio de Antisimetrización a nivel quark".

Como corolario a este teorema:

"Si $3N$ quarks tienen todos diferentes números cuánticos, existe una relación entre A y B (LPU), para la que los efectos de la antisimetrización desaparecen. Por otro lado, si algunos quarks tienen los mismos números cuánticos, en este límite de pozo único el Principio de exclusión de Pauli obliga a algunos quarks a pasar a ocupar orbitales de mayor energía (niveles excitados)".

Con este ejemplo, hemos desarrollado y mostrado los ingredientes necesarios para calcular efectos asociados con el Principio de Simetrización en un núcleo real. También hemos analizado la física involucrada en el cálculo. Ahora podemos aplicar todo ello a un caso real como es el núcleo de ${}^3\text{He}$.

CAPITULO X

LOS EFECTOS QUARK Y LOS
OBSERVABLES ELECTROMAGNETICOS
EN NUCLEOS LIGEROS

Observamos que los elementos de matriz diagonales que analizabamos en un apartado anterior representan la contribución nuclear a nivel hadrónico, incluyendo la estructura quark de cada hadrón, mientras que los no diagonales representan términos de intercambios de quarks entre hadrones, es decir, propiamente efectos quarks. En este último caso, es claro que los elementos de matriz podrán dar una contribución apreciable, para operadores locales, sólo si existe un cierto grado de solapamiento hadrónico.

El sistema nuclear más simple que uno puede considerar, en principio, para estudiar este tipo de efectos, es el deuterón. Pero es bien sabido que los dos nucleones en el deuterón están muy separados la mayor parte del tiempo, por lo que no esperamos contribuciones de intercambio significativas. Sin embargo, otros sistemas ligeros (de pocos constituyentes) tales como ${}^3\text{He}$ y ${}^3\text{H}$ son muy densos, lo que significa que sus constituyentes se solapan considerablemente (pensemos, por ej., que el radio cuadrático medio es aproximadamente dos veces el radio cuadrático del nucleón). Esto los convierte en los sistemas ideales para estudiar contribuciones de tipo quark según nuestro esquema. En lo que sigue, nos restringiremos al ${}^3\text{He}$. El tratamiento de ${}^3\text{H}$ es prácticamente idéntico.

El núcleo de ${}^3\text{He}$ es bien conocido experimentalmente. Tiene $J = 1/2$, $I = 1/2$, es doblemente cargado y una estructura esencialmente nucleónica constituida por $p\uparrow$, $p\downarrow$ y $n\uparrow$ ó $n\downarrow$ (según se escoja tercera componente de spin positiva o negativa. Nosotros consideramos proyección positiva). Aparte de los nucleones, conocemos de la existencia de otros componentes exóticos de los núcleos, por ejemplo, la resonancia $\Delta(1.232)$ que puede estar presente en todos los núcleos durante una fracción de tiempo, por lo que podemos escribir el estado físico para el ${}^3\text{He}$ en la forma general, (PB 75):

$$|{}^3\text{He}\uparrow\rangle = \alpha|p\uparrow p\downarrow n\uparrow\rangle + \beta|p\uparrow\Delta^+\uparrow n\uparrow\rangle + \tau|\Delta^+\uparrow\Delta^+\downarrow n\uparrow\rangle + \dots$$

(X.1)

Vamos, por simplicidad, a restringir nuestro análisis hasta el segundo término del desarrollo anterior. Primeramente consideraremos sólo la estructura nucleónica. A continuación, estudiaremos el sistema exótico representado por el segundo término de la derecha porque es uno de los casos en que los efectos del Principio de exclusión se maximizan. Finalmente analizaremos el sistema compuesto por la suma de los dos primeros términos.

El análisis que sigue se centrará en observables nucleares asociados con procesos electromagnéticos de dispersión de leptones, cuyo formalismo está recogido en el capítulo I de esta Memoria.

1.-CALCULO DE DENSIDADES DE CARGA Y FACTORES DE FORMA PARA ${}^3\text{He}$ CON UN MODELO DINAMICO SIMPLE.

1.1.- EL SISTEMA ${}^3\text{He}$ ($p\uparrow p\downarrow n\uparrow$). (GS 87) .

El factor de forma (ver capítulo I), viene dado por la transformada de Fourier de la densidad de carga. El operador densidad de carga es un operador de un cuerpo que, escrito en términos de las coordenadas de los quarks, tiene la forma:

$$\theta(r) = \sum_{i=1}^3 \theta_i = \sum_{i=1}^3 e_i \delta(r - r_i)$$

(X.2)

por lo que la densidad de carga viene dada por:

$$\langle \theta(r) \rangle = 9 \frac{{}_A \langle p \uparrow p \downarrow n \uparrow | \theta_i | p \uparrow p \downarrow n \uparrow \rangle_A}{{}_A \langle p \uparrow p \downarrow n \uparrow | p \uparrow p \downarrow n \uparrow \rangle_A} \quad (X.3)$$

donde $|p \uparrow p \downarrow n \uparrow \rangle_A$ contiene $9! = 362880$ términos.

Para calcular los elementos de matriz, seguimos paso a paso lo explicado en los apartados anteriores. El estado físico del sistema, escrito en términos de quarks, se descompone, en este caso, en 280 términos hadrónicos cada uno de los cuales contiene la simetría a nivel hadrónico, i.e. 6 términos; a su vez, cada uno de estos 6 términos incluye la simetría a nivel quark dentro de cada hadrón ($6 \times 6 \times 6$ términos). En cuanto al cálculo de elementos de matriz, aparte de los términos directos y de solapamiento de dos nucleones, tendremos también términos de solapamiento de tres nucleones. Usando relaciones como las deducidas anteriormente tenemos, en definitiva, los siguientes elementos de matriz diferentes:

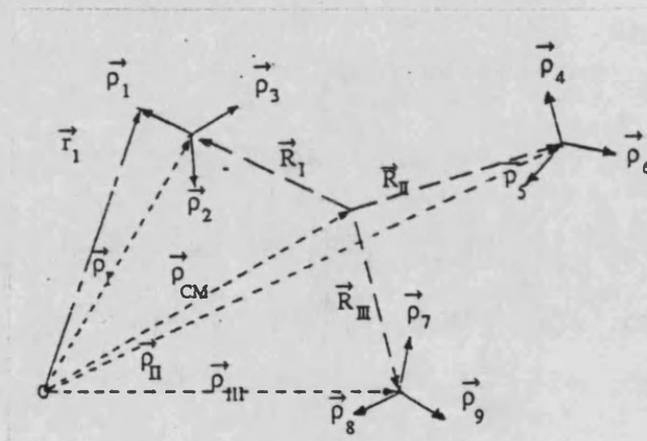
		TIPO
Diagonal	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 123; 456; 789 \rangle_B$	1
Solapamiento	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 123; 456; 789 \rangle_B$	21
dos	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 124; 356; 789 \rangle_B$	22
nucleones	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 145; 236; 789 \rangle_B$	23
Solapamiento	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 147; 256; 389 \rangle_B$	311
de	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 147; 235; 689 \rangle_B$	312
tres	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 124; 357; 689 \rangle_B$	313
nucleones	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 124; 389; 567 \rangle_B$	321
	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 156; 237; 489 \rangle_B$	322
	${}_B \langle 123; 456; 789 \theta_1 147; 258; 369 \rangle_B$	33

Estos 10 elementos de matriz se reducen, a su vez, a 5 elementos de matriz técnicamente diferentes (tipos 1, 21, 311, 321 y 33)

Para escribir explícitamente la función de onda, vamos a suponer que los tres bariones tienen funciones de onda espacialmente simétricas, de oscilador armónico, y caracterizadas por dos parámetros A y B. Así B caracterizará el movimiento del centro de masas de cada barión y A el movimiento de los quarks dentro de cada barión, i.e.

$$\psi_{osp} \approx \exp[-B(\varphi_{I}^2 + \varphi_{II}^2 + \varphi_{III}^2)] \times \exp[-A(\varphi_{21} + \dots + \varphi_{29})] \quad (X.4)$$

donde el sistema de coordenadas elegido es:



$$\begin{aligned} \vec{p}_1 &= \vec{r}_1 - \vec{R}_I - \vec{p}_{CM} \\ &= \vec{r}_1 - \vec{p}_I \\ \vec{p}_2 &= \vec{r}_2 - \vec{p}_I \\ \vec{p}_3 &= \vec{r}_3 - \vec{p}_I \\ \vec{p}_I &= (1/3)(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3) \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 &= 0 \end{aligned}$$

Obviamente, el considerar este tipo de función de onda supone una simplificación del problema. Aunque la modificación del modelo para incluir las correcciones debidas a la energía de enlace nos daría una buena descripción a nivel bariónico, a nivel quark no se tiene confinamiento total debido al alcance de las gaussianas del oscilador. Sin embargo, el uso de gaussianas nos permite un tratamiento analítico y exacto, por lo que consideramos que constituye una aproximación razonable para un estudio esencialmente cualitativo.

Las partes de color y sabor se escriben en la forma usual, con lo cual el cálculo de elementos de matriz es directo. El resultado, para la densidad de carga, es:

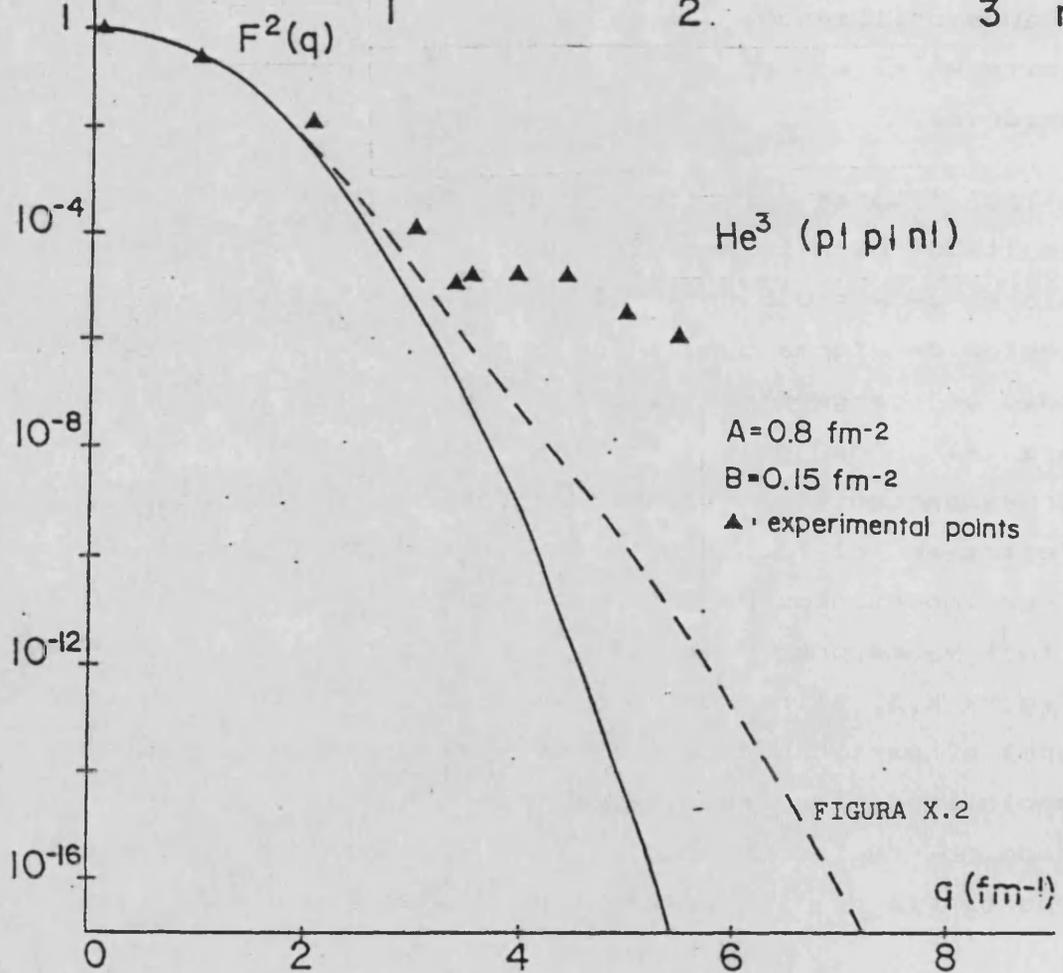
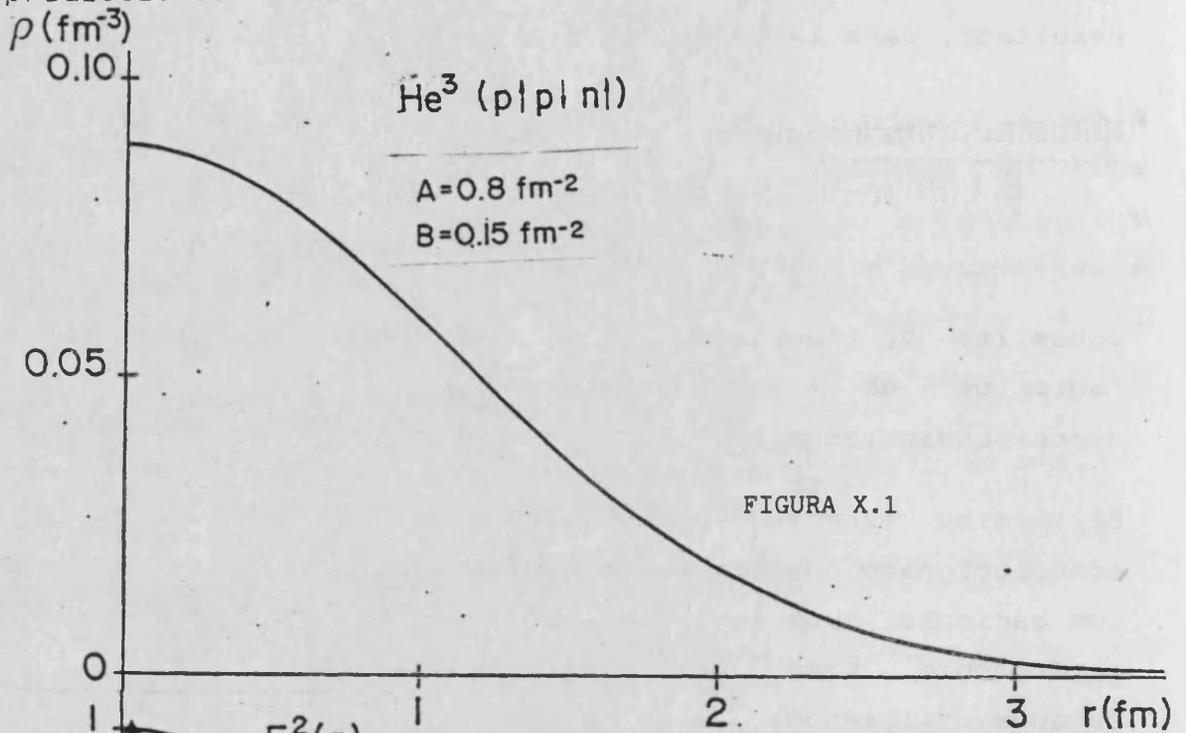
$$\frac{2\{Q_1 + (1/9)Q_{21} + (2/9)Q_{23} - (6/81)Q_{311} - (8/81)Q_{312} - (16/81)Q_{313} + (12/81)Q_{321} + (10/81)Q_{322}\}}{\{N_1 + (1/3)N_2 - (10/27)N_{31} + (22/81)N_{32}\}} \quad (X.5)$$

donde las Q_i (funciones de A y B) indican las dependencias radicales de los diferentes términos y N_i las correspondientes normalizaciones.

El término directo $2(Q_1/N_1)$ representa el cálculo nuclear, convolucionado con la distribución de carga quark dentro de los bariones. Los restantes términos reflejan los efectos de intercambio. Como consecuencia del modelo espacial que estamos utilizando, estos términos sólo se anulan en el límite $A \rightarrow \infty$, es decir, en el límite de estructura puntual bariónica.

En las figuras X.1, 2 y 3 se muestran gráficamente los resultados para la densidad de carga y el factor de forma con valores de $A = 0.8 \text{ fm}^{-2}$ y $B = 0.15 \text{ fm}^{-2}$. Estos valores se han elegido de forma que, en la aproximación directa, resulte un radio de carga para el barión de 0.8 fm y un radio de carga para el ^3He de 1.99 fm . Como se ve, para energías correspondientes a transferencias de momento $q < 3 \text{ fm}^{-1}$ los efectos en el factor de forma, son despreciables y comienzan a ser importantes para transferencias de momento del orden de 4 fm^{-1} y mayores. También los términos de tres cuerpos (figura X.3, línea de puntos y rayas) juegan un importante papel a partir de 5 fm^{-1} . Se han presentado también, por completitud, los resultados experimentales. El modelo simple usado no reproduce éstos, pero el objetivo es estudiar la importancia de los efectos propiamente quark relativa a los

propriamente nucleares, y en este sentido creemos que las predicciones no diferirán mucho de un cálculo más realista.



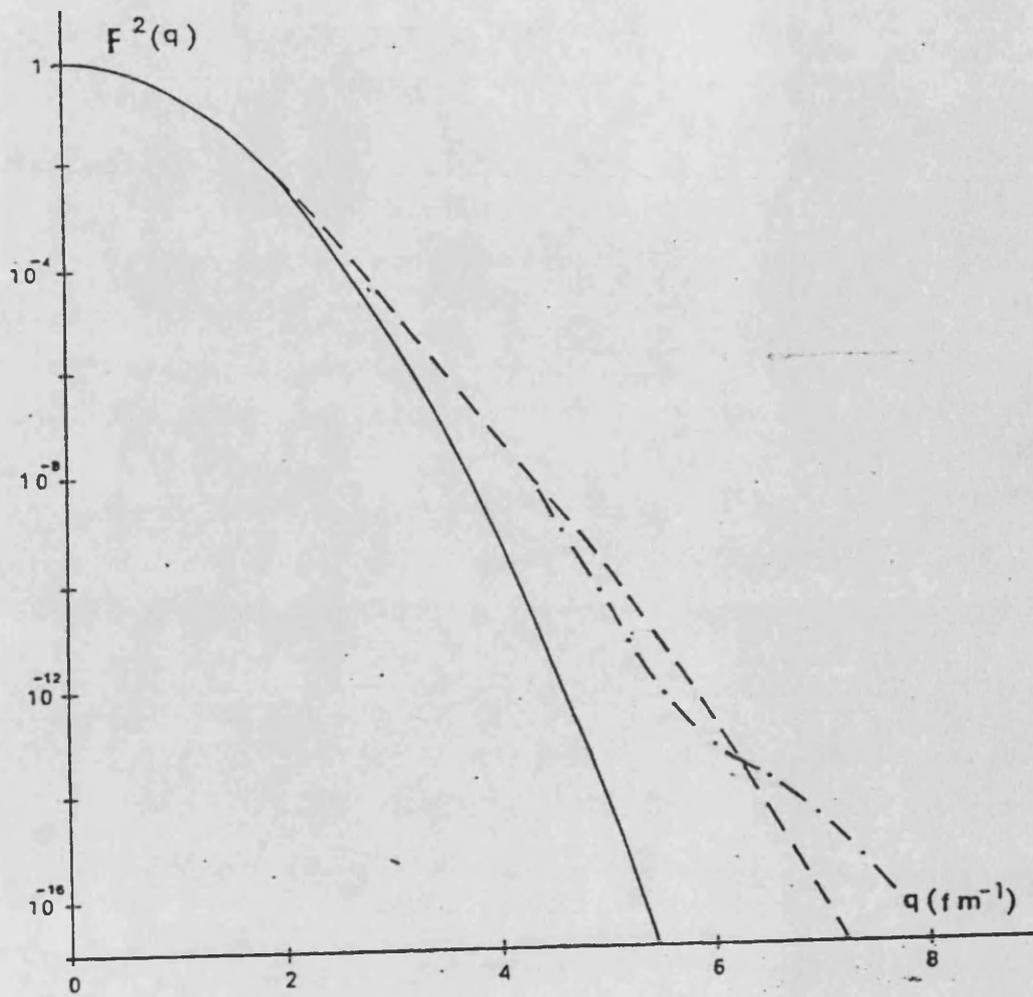


FIGURA X.3

1.2- EL SISTEMA ${}^3\text{He}$ ($p\uparrow \Delta^+ \uparrow n\downarrow$). (GV 88)

Vamos a incorporar excitaciones bariónicas a nuestro esquema. En particular la resonancia Δ^+ , aunque el formalismo es fácilmente extensible a otras excitaciones.

Para que los cálculos no sean muy complicados y explicitar la física relevante, usaremos algunas simplificaciones. El nucleón y la delta son dos estados de diferente isospín del estado fundamental bariónico, por tanto, podemos construir estados nucleares con N's y Δ 's. Si en el núcleo ${}^3\text{He}$, que esencialmente se compone de tres nucleones, cambiamos uno de ellos por la resonancia delta correspondiente, podemos obtener un estado nuclear con los mismos números cuánticos. Llamaremos a estos estados ${}^3\text{He}_\Delta$ genéricamente. Podemos entonces analizar estos estados en comparación con ${}^3\text{He}(ppn)$. En particular podemos estudiar el factor de forma eléctrico y la densidad de carga. Alguno de los mecanismos dinámicos de producción y estudio de estos observables en delta-núcleos virtuales se muestran en la figura X.4.



FIGURA X.4

Si razonamos en términos sólo bariónicos y tomamos el radio de la resonancia igual al del nucleón, o equivalentemente tomamos el mismo parámetro del oscilador armónico, la

densidad de carga bariónica sería idéntica al caso ${}^3\text{He}$ (ppn). Razonando sin embargo en términos de quarks la situación cambia radicalmente.

Intuitivamente, para el caso ya estudiado, la contribución dominante será la proveniente de las contribuciones quark dominantes en $p\uparrow p\downarrow n\uparrow$, es decir, $u\uparrow u\uparrow(\downarrow) d\downarrow(\uparrow)$, $u\downarrow u\downarrow(\uparrow) d\uparrow(\downarrow)$ y $d\uparrow d\uparrow(\downarrow) u\downarrow(\uparrow)$. Para el ${}^3\text{He}_{\Delta^+}$, donde se va a presentar un efecto máximo de bloqueo de Pauli, el término dominante vendría de $u\uparrow u\uparrow(\downarrow) d\downarrow(\uparrow)$, $u\uparrow u\uparrow(\downarrow) d\downarrow(\uparrow)$, $d\downarrow d\downarrow(\uparrow) u\uparrow(\downarrow)$. Notemos que ambas contribuciones son esencialmente diferentes. Debido al número de colores, 3, en ${}^3\text{He}_{\Delta^+}$ existe, como decíamos, un fuerte bloqueo de Pauli a nivel quark, en el sentido de que los cinco quarks $u\uparrow$, y los cuatro $d\downarrow$ no pueden ocupar la misma posición espacial, a diferencia del caso ${}^3\text{He}(p\uparrow p\downarrow n\uparrow)$ donde el número de colores es suficiente para acomodar a todos los quarks. Como las partes espaciales de las funciones de onda, gaussianas en nuestro modelo, alcanzan su máximo valor en el origen, es de esperar por el principio de Pauli que se produzca una expulsión de carga desde el origen hacia el exterior en el ${}^3\text{He}$. En efecto, si se realiza el mismo tipo de cálculo que para el ${}^3\text{He}(ppn)$, considerando sólo solapamiento de dos nucleones, se obtiene:

$$\langle \theta(r) \rangle = \frac{2 [Q_1 - (6/27) Q_{21} - (17/54) Q_{22} - (31/54) Q_{23}]}{[N_1 - (10/9) N_2]} \quad (X.6)$$

En la figura X.5 se muestra gráficamente los resultados y se observa el fuerte bloqueo de Pauli en el origen, al comparar con la figura X.1. Si consideramos el factor de forma, figura X.6, observamos también un comportamiento radicalmente diferente del caso anterior, desarrollando un mínimo para un valor de $q = 2.55 \text{ fm}^{-1}$. Estos efectos podrían ser una señal espectacular de la subestructura quark en procesos de baja energía, pero en el mundo real la delta es una partícula que se desintegra fuertemente, tiene una vida media muy corta y

por tanto estos sistemas son inabordables experimentalmente, aunque sabemos de su presencia en sistemas físicos tales como el ${}^3\text{He}$.

$\text{He}^3 (p|\Delta^{\dagger}|n|)$

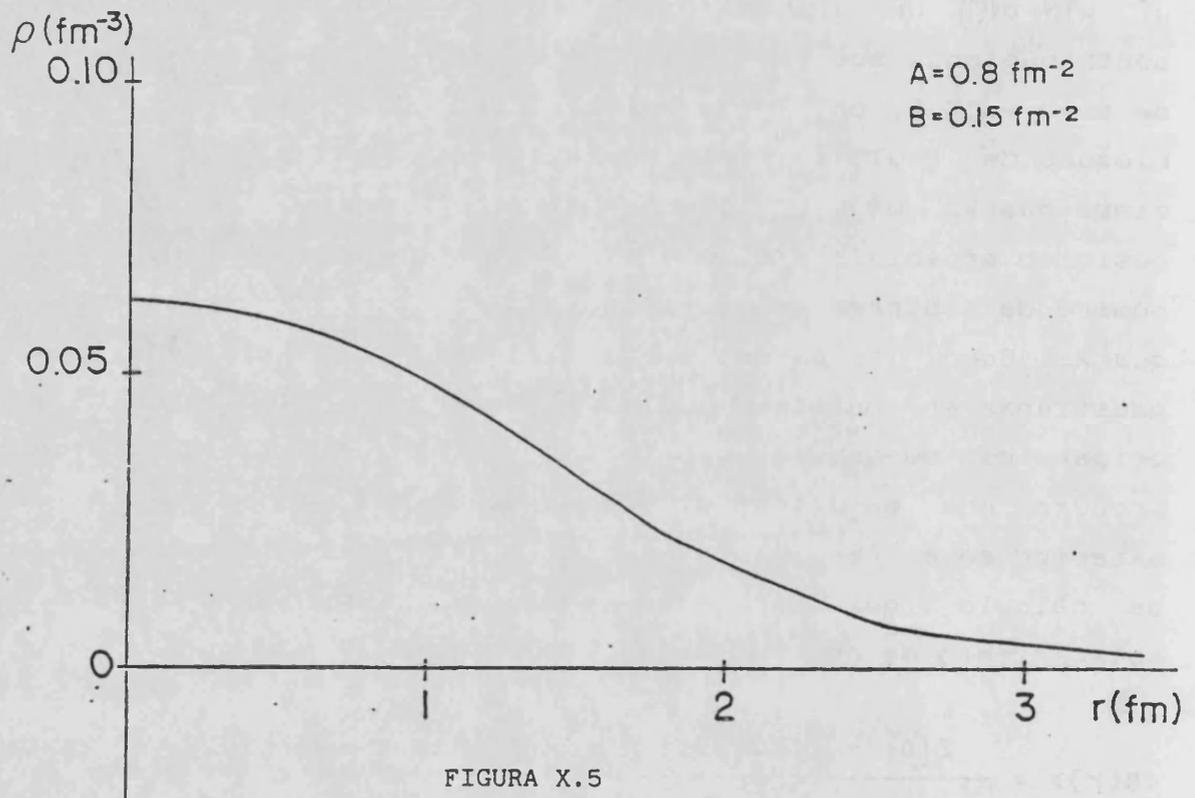


FIGURA X.5

$\text{He}^3 (p|\Delta^\dagger|n|)$

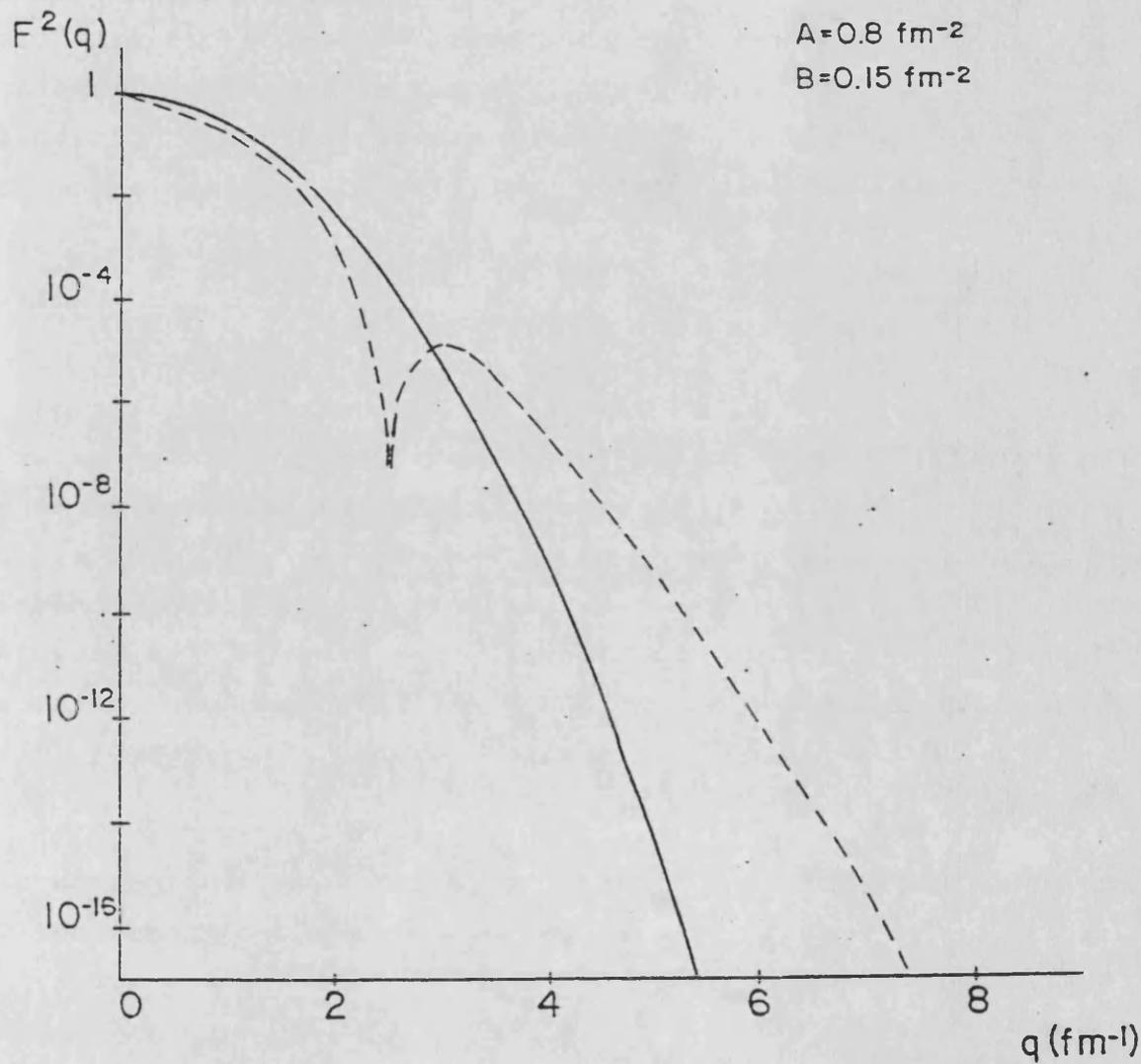


FIGURA X.6

1.3.- EL SISTEMA " $\alpha^3\text{He}_{\Delta^+} + \beta^3\text{He}(p\uparrow p\downarrow n\uparrow)$ " (GV 88)

Los dos sistemas estudiados hasta ahora están presentes en el sistema físico ^3He , por lo cual es importante la consideración de ambos y el análisis de la influencia que la pequeña proporción de componente exótica, con un comportamiento completamente diferente de la componente nucleónica dominante en cuanto a densidad de carga y factor de forma, tiene sobre los resultados. Fijémonos que este tipo de contribuciones, en nuestro lenguaje viene a representar, aparte de efectos de intercambio mesónico tradicional, correcciones quark a éstos debidas al solapamiento. Si escribimos

$$| ^3\text{He} \uparrow \rangle = \alpha | p\uparrow p\downarrow n\uparrow \rangle + \beta | p\uparrow \Delta^+\uparrow n\downarrow \rangle$$

donde $| ^3\text{He} \uparrow \rangle$, $| p\uparrow p\downarrow n\uparrow \rangle$ y $| p\uparrow \Delta^+\uparrow n\downarrow \rangle$ están normalizadas a la unidad. Por simplicidad supondremos que α y β son reales y entonces $|\alpha|^2$ y $|\beta|^2$ representan las probabilidades de tener el estado $^3\text{He}(p\uparrow p\downarrow n\uparrow)$ y $^3\text{He}_{\Delta^+}$ respectivamente. La determinación de la fase relativa entre estas dos componentes requiere información adicional, sin embargo, ya que el término cruzado (el único que viene afectado por ella) es pequeño comparado con el resto (GV 88), obviaremos este detalle.

En principio se tienen más componentes con la resonancia delta, pero autolimitamos nuestro *ansatz* en aras de la simplicidad y por el deseo de maximizar los efectos quark.

La densidad de carga es ahora

$$\frac{2\{Q_1 + (Q_{21}/9) + (2/9)Q_{23} + (\epsilon/2/9)(Q_{22} - Q_{23}) + \epsilon^2(Q_1 - (6/27)Q_{21} - (17/54)Q_{22} - (31/54)Q_{23})\}}{[N_1 + (N_2/3) + \epsilon^2(N_1 - (10/9)N_2)]}$$

(X.7)

donde:

$$\epsilon^2 = \frac{|B|^2 |N_1 + (1/3) N_2|}{|a|^2 |N_1 - (10/9) N_2|} \quad (X.8)$$

En las figuras X.7 y 8 se representan las densidades de carga para probabilidades de ${}^3\text{He}$ del 2% y del 10% ($\frac{|B|^2}{|a|^2} = 0.02$, y 0.1 respectivamente) y en la figura X.9 el factor de forma para una probabilidad de ${}^3\text{He}$ del 2% (el caso del 10% no es significativamente diferente). Si comparamos con los resultados anteriores, vemos que el factor de forma se ve afectado mínimamente y el tipo de corrección obtenida es cualitativamente bastante similar a la de intercambio mesónico tradicional, por lo que no esperamos que este tipo de sistemas puedan servir de test de la subestructura quark en procesos de energía baja y media incluso refinando el tratamiento (GV+88).

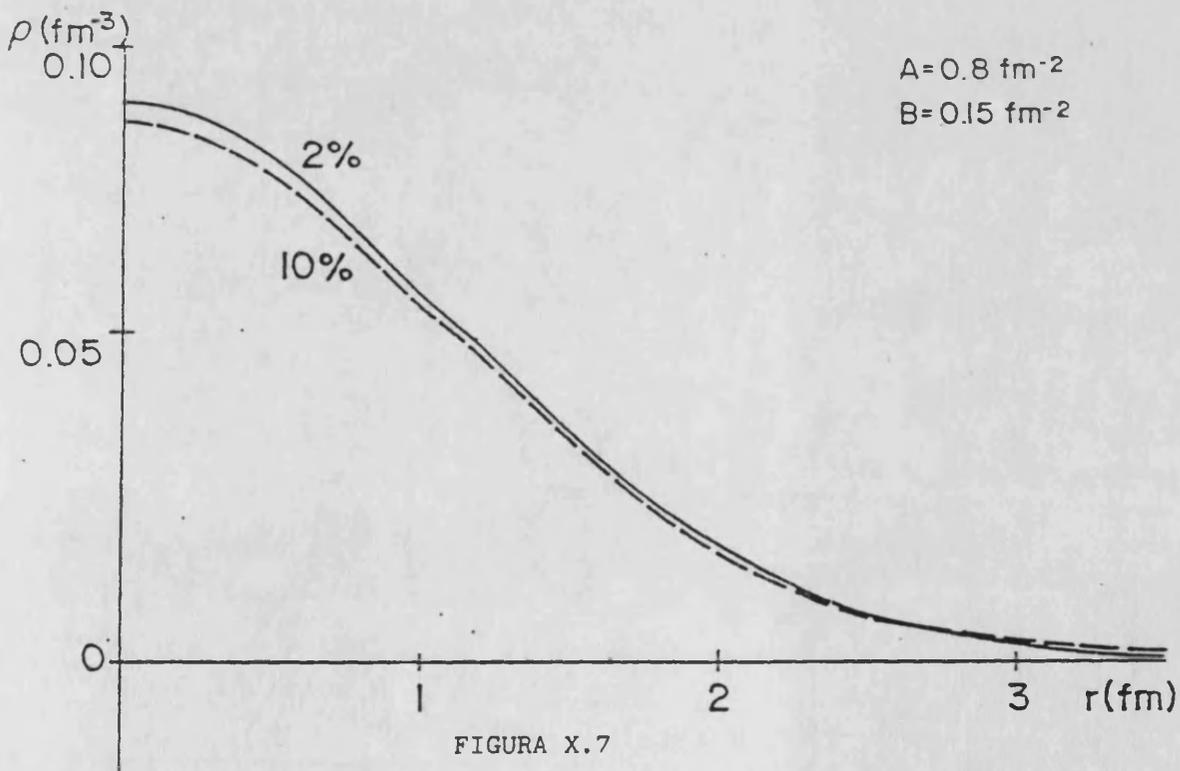
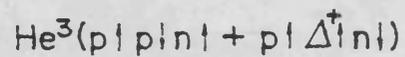


FIGURA X.7

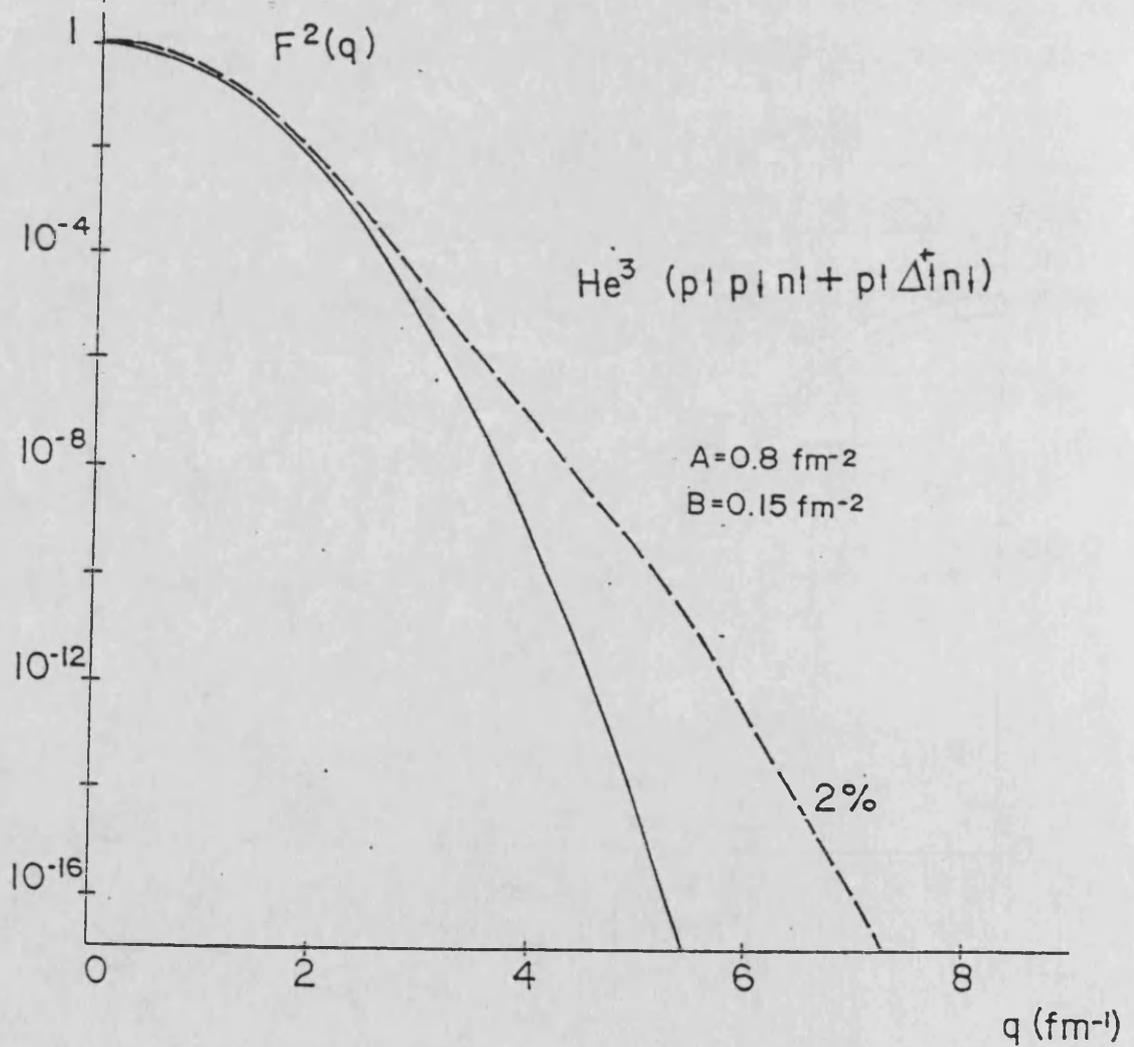
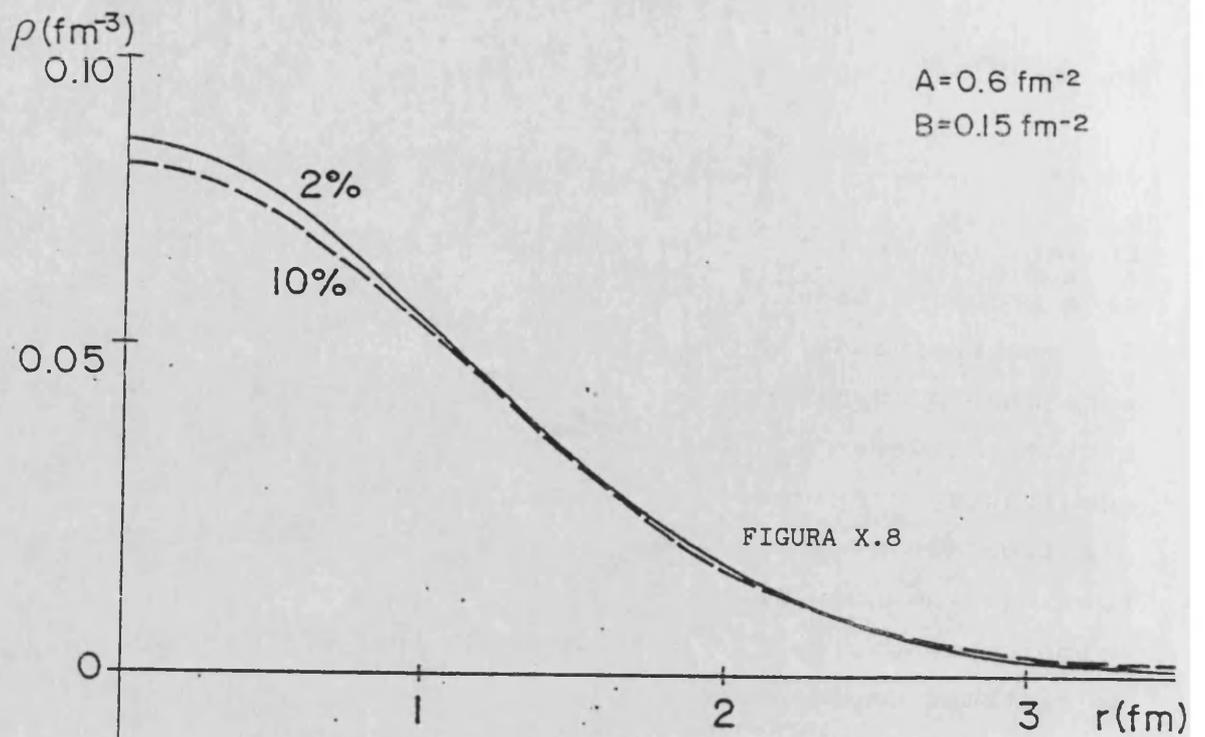


FIGURA X.9

CAPITULO XI

CONCLUSIONES

En la primera parte de este trabajo hemos abordado el estudio de la contribución que los campos piónicos pueden aportar en los fenómenos de dispersión profundamente inelástica de electrones por nucleones. En particular hemos construido un formalismo para el Modelo de Saco Quiral que permite extender la aplicabilidad de este modelo al régimen partónico. Las aproximaciones que se han introducido, tales como la aproximación de la cavidad y la aproximación adiabática (JA 75), pueden justificarse de un modo consistente con este tipo de modelos y hacen que el tratamiento no sea matemáticamente inabordable y por tanto, la física subyacente sea fácilmente interpretable.

Los modelos de saco por construcción, incorporan como ingredientes fundamentales campos quark y el confinamiento, y han sido aplicados con éxito en el estudio de propiedades bariónicas asociadas con fenómenos de baja energía (GV 83; GV 84; GV+84; GO 84). Incluso, en el caso del modelo del MIT, Jaffe (JA 75) ha desarrollado un formalismo con el que se puede estudiar las funciones de estructura de los nucleones. Los resultados obtenidos pueden interpretarse de un modo consistente con el modelo, pero no son comparables con los resultados experimentales.

Así, las funciones de estructura $F_1(X)$ del nucleón en este modelo MIT, presentan un máximo (cuasielástico. Ver capítulo I) alrededor de $X=(1/N)$, (X es la variable de *scaling* de Bjorken) donde N es el número de quarks en el interior de la cavidad. A medida que N crece, el pico se desplaza hacia X más bajas y aumenta su valor. En el límite de $N \rightarrow \infty$, el radio del saco se hace infinito y la función de estructura $F_1(X)$ se comporta como una distribución Delta de Dirac, tal y como discutimos en el capítulo I. Si se fija N a un valor finito, las condiciones dinámicas impuestas por las paredes del saco,

hacen que este pico cuasielástico tenga una cierta amplitud alrededor del máximo.

El hallazgo más importante del modelo de saco del MIT, es que las funciones de estructura presentan *scaling* en el límite de Bjorken y las condiciones de contorno debidas a la presencia de la pared del saco, no afectan a la dinámica del cono de luz. Sin embargo, el modelo no reproduce el comportamiento esperado en la teoría de Regge y el observado experimentalmente para las funciones de estructura en la zona de X cercana a 0. Este modelo proporciona un comportamiento $F_1(X) \propto X$, en vez de $F_1(X) \propto (1/X)$ cuando $X \rightarrow 0$.

Con estos hechos como base, nosotros hemos ampliado este formalismo para que incluya el tratamiento de los campos mesónicos que forman parte del modelo de Saco Quiral (CB). Las aportaciones de los campos piónicos son importantes en la región de X bajas, precisamente donde el modelo del MIT no reproduce los resultados experimentales.

El análisis efectuado en un primer nivel de complejidad, muestra que en el régimen partónico los fotones virtuales mediadores de la interacción, revelan la existencia de partículas mesónicas puntuales, i. e. los campos piónicos del modelo CB, cuya contribución proporciona en principio, un valor no nulo para la función de estructura longitudinal que presenta *scaling*.

Asimismo, el acoplamiento de los mesones y los quarks, produce una modificación en la función de onda de estos últimos y por tanto, una corrección significativa a los valores obtenidos por el modelo MIT a la función de estructura transversal.

El último paso en complejidad consiste en la introducción de la subestructura de los piones a través de un mecanismo consistente para el CB que nos permite aproximarnos aun más a la física de este tipo de procesos. La rotura de los piones produce la desaparición de la función de estructura longitudinal por un lado, y una nueva aportación a la transversal por otro, procedente de los procesos $e-\pi \rightarrow X$.

El análisis de nuestros resultados para la función de estructura del nucleón con el modelo CB, nos permite comprobar el importante papel que juegan los campos mesónicos en los modelos de saco y en este tipo de procesos. Los hechos más sobresalientes son:

a) La contribución de los procesos $e-\pi \rightarrow X$ en la región de X bajas, produce la corrección del mal comportamiento de la función de estructura del nucleón en el modelo MIT, evidenciándose ahora el comportamiento predicho en la teoría de Regge:

$F_2^{CB}(X) \rightarrow \text{constante}$, cuando $X \rightarrow 0$.

b) A medida que X crece, la contribución del océano de pares correlacionados quark-antiquark, que está ahora considerado en el modelo, corrige la función de estructura obtenida por el MIT de modo que en la región próxima al umbral ($X \rightarrow 1$), el resultado total para $F_2(X)$ es muy pequeño en valor numérico. Fuera de la región física nuestras funciones no se anulan pero sus valores son prácticamente despreciables.

c) El orden de magnitud de nuestros resultados numéricos, coincide en alto grado con los resultados experimentales para las funciones de estructura de los nucleones. Es más, para

valores razonables del radio del saco como son 0.8 fm y 1.0 fm, los resultados para $F_2(X)$ son sorprendentemente satisfactorios.

d) Finalmente nos hemos aproximado al estudio del nucleón ligado introduciendo pequeñas modificaciones en el modelo CB. Cambios en la constante de acoplamiento pion-quark y en la masa efectiva del barión producen una buena aproximación al llamado efecto E.M.C. (AU 85) con nuestro esquema, reproduciendo cualitativamente los resultados obtenidos por los modelos de convolución y de *rescaling*.

Con todo el formalismo desarrollado aquí, el modelo de Saco Quiral puede ser utilizado para estudiar otro tipo de fenómenos en los regímenes energéticos para los que se prevee que la física esté dominada por las contribuciones de campos quark y campos mesónicos, y por tanto su consideración conjunta sea relevante para una correcta interpretación de los resultados experimentales.

En la segunda parte de esta Memoria, dada la gran importancia que tiene en física el Principio de Exclusión de Pauli, y en particular, dada su relevancia en el ámbito de la física nuclear, nos hemos propuesto analizar con profundidad las implicaciones que éste tiene en los procesos electromagnéticos nucleares de baja y media energía. El punto de partida es la creencia en los quarks como componentes últimos de la materia hadrónica y por tanto de los nucleones y otras excitaciones bariónicas presentes en los núcleos. Así desde esta perspectiva, un núcleo está compuesto en última instancia por quarks. Sin embargo, la descripción convencional de la física nuclear en términos de grados de libertad nucleónicos y mesónicos proporciona buenos resultados en el análisis de procesos que involucran energías medias y bajas, a pesar de que en esa descripción no se tome

en cuenta la subestructura quark. Esto, desde nuestra perspectiva de trabajo no deja de ser sorprendente, puesto que las funciones de onda nucleares completamente antisimétricas a nivel quark contienen muchos más términos que las funciones de onda nucleares convencionales correspondientes a los mismos sistemas. En particular, si se tiene un cierto núcleo de número másico A , la función de onda nuclear convencional contendrá $A!$ términos, mientras que la función de onda a nivel quark contendrá $(3A)!$ términos (suponiendo una subestructura básica de 3 quarks por nucleón). La diferencia entre el número de términos de una a otra descripción es pues:

$$(3A)! - A! = A! (3A \cdot (3A-1) \cdot (3A-2) \dots (A+1) - 1)$$

que incluso para núcleos ligeros con $A=3$ supone una diferencia de: $9! - 3! = 362874$ términos!

Con vistas a investigar si esa subestructura quark, al parecer observada experimentalmente en procesos de dispersión profundamente inelástica, se pone también de manifiesto en fenómenos de media y baja energía, hemos desarrollado aquí las posibles consecuencias del Principio de Simetrización y del teorema de Conexión Spin-Estadística en observables electromagnéticos como el factor de forma eléctrico y la densidad de carga en sistemas nucleares de pocos cuerpos y que al mismo tiempo nos permitan suponer que existe un grado de solapamiento aceptable entre los componentes hadrónicos de los mismos. Tal es el caso del ${}^3\text{He}$ cuyo radio cuadrático medio está alrededor de 1,9-2,0 fm, cuando el radio de cada nucleón está cerca de 1 fm.

Nuestros resultados no pueden ser comparados directamente con los datos experimentales debido al hecho de que hemos utilizado una simplificación en la descripción espacial de

los nucleones como es suponer que éstos están sometidos a un potencial oscilador armónico que no reproduce, como es bien sabido, el comportamiento observado del factor de forma para momentos medios y altos.

Sin embargo esperamos que la magnitud relativa de los términos de solapamiento entre bariones en un cálculo realista, no difieran mucho de los calculados por nosotros y que hemos presentado en esta Memoria. Esta suposición está basada en el hecho de que en nuestros cálculos, las normalizaciones de los términos de solapamiento son pequeños en porcentaje comparadas con las normalizaciones de los términos "directos" (que son los correspondientes a la física nuclear convencional).

Desde los primeros datos acerca del Factor de Forma del ^3He , (MS 70; MS 77; AR 78), ha habido muchos intentos de explicar teóricamente, y por tanto de ajustar, la posición y la altura del segundo máximo y acordar así los cálculos a los datos experimentales. En estos intentos se incluye fuerzas entre tres nucleones, (FG 86), corrientes de intercambio mesónicas, (HS 83; HB 83), etc... aunque todavía no se ha incluido correcciones relativistas. Otros autores han puesto el énfasis en los grados de libertad subnucleares, (VC 85; KM 84; BM 86; CB 85; DG 85).

Nuestra técnica tiene la ventaja sobre todas las anteriores de incluir desde el mismo principio los grados de libertad subnucleónicos utilizando el método de Hund para describir la función de onda nuclear total completamente antisimétrica (GV 87), de modo que en todo momento se tiene presente los dos niveles de descripción a comparar: el hadrónico y el subhadrónico, y así se puede aislar claramente los efectos debidos a la subestructura quark de los puramente bariónicos.

Hemos presentado por tanto, una nueva técnica que permite una reinterpretación de los datos experimentales de la que podemos concluir que el comportamiento del Factor de Forma del ^3He alrededor del segundo máximo, podría ser una señal del solapamiento de los nucleones en su interior, y por tanto, de los principios involucrados cuando se toma en cuenta a los quarks como constituyentes elementales.

Existen otros tratamientos en una línea similar (TO 82; HJ 87; FM 87; HO 87), que difieren en la técnica usada y en la utilización e interpretación de los parámetros que se aparecen en ellas. Uno de estos trabajos, (TO 82), investiga la densidad puntual de tres cuerpos. El cálculo de Hoodbhoy (HO 87) es parecido en lo esencial al nuestro aunque él ha calculado los términos de intercambio de dos cuerpos, y hasta ahí nuestros cálculos coinciden formalmente, mientras que nosotros hemos llegado más allá e incluido los términos de solapamiento de tres cuerpos, que por ser los más numerosos estaban por analizar, aunque se barajase siempre la hipótesis de su mínima contribución. Finalmente de Forest y Mulders (FM 87), ponen su énfasis en los mismos principios que nosotros hemos utilizado como base de nuestro planteamiento y desarrollan un modelo simplificado que presenta los ingredientes básicos y que puede ser analizado en un caso más realista.

Otra de las ventajas de nuestra técnica es que es aplicable de manera fácil al estudio de cualquier sistema o proceso que involucre pocos cuerpos. Así recientemente, se ha investigado la influencia de los efectos de antisimetrización a nivel quark bajo simetrías de intercambio de agregados hadrónicos y aplicado esta técnica a las resonancias multibariónicas, dando con ello lugar a reglas de selección (GV+ 88). También se ha investigado la contribución de la antisimetrización a

nivel quark, en fotoproducción de delta-núcleos virtuales, ${}^3\text{He}(\text{ppn}) \rightarrow {}^3\text{He}$ (GV 88). Finalmente, aumentando el grado de complejidad en el tratamiento, se ha abordado el estudio de observables de dos cuerpos que correlacionan quarks de diferentes nucleones, como es el caso de la energía coulombiana en sistemas de tipo deuterón (GV ++88). En todos los casos aparecen diferencias explícitas y fácilmente interpretables, con el tratamiento nuclear convencional (que en nuestro análisis es un límite bien definido), aunque la magnitud de estas señales no nos permita hacer conclusiones definitivas hasta no perfeccionar el modelo, sobre todo con potenciales para los nucleones más realistas.

Creemos conveniente resaltar una vez más que, una vez se acepta la estructura subnucleónica como un ingrediente básico en la descripción de la fenomenología de bajas y medias energías, ya no se puede proceder de la manera convencional y utilizar el esquema simple de convolucionar la distribución de los nucleones en el núcleo con la distribución interna de cada nucleón, sino que se debe incluir, de una forma sistemática, todas las implicaciones de los Principios Básicos que hemos discutido aquí. Las parametrizaciones que se obtienen en las aproximaciones nucleares tradicionales, deben usarse con cuidado, ya que corresponden al límite puntual del tratamiento, y como hemos visto, este límite puede ocultar en general una buena parte de la física de los fenómenos que se analizan.

Para finalizar, debemos concluir que ahora tenemos una técnica que permite investigar los fenómenos que pueden ser explicados únicamente en términos de principios que son inherentes a la naturaleza fermiónica de los quarks, y por tanto, no explicables en términos de teorías efectivas de mesones. El sistema estudiado aquí, ${}^3\text{He}(\text{ppn})$ corresponde, desde el punto de vista del bloqueo de Pauli, a un caso que

minimiza el efecto, y por tanto, no podemos esperar un resultado espectacular. Sin embargo, en el caso también analizado aquí del delta-núcleo virtual ${}^3\text{He}_{\Delta^+}$ y de otros ejemplos propuestos recientemente, como el ${}^5\text{He}_{\Lambda}$ (YA 87), el efecto del bloqueo de Pauli se maximiza y por tanto, sistemas como éstos podrían proporcionar, a través de nuestro tratamiento u otro similar, una señal más clara de la subestructura quark en núcleos, incluso en procesos de baja y media energía.

BIBLIOGRAFIA

- (AE 78) A.T.M. Aerts y colaboradores, Phys. Rev. D17 (1978), 260.
- (AF 86) R.F. Alvarez-Estrada, F. Fernández, J.L. Sánchez Gómez and V. Vento en *Models of Hadron Structure based on Quantum Chromodynamics*. (Springer, Heidelberg, 1986) y las referencias que contiene.
- (AH 88) J. Ashman et al. Phys. Lett. 202B (1988), 603.
- (AK 85) S.V. Akulichev; S.A. Kulagin y G.M. Vagradoy, Phys Lett. 158B (1985), 485.
- (AR 78) R.G. Arnold y colaboradores, Phys. Rev. Lett. 40 (1978), 1429.
- (AR 84) R.G. Arnold y colaboradores, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 727.
- (AS 85) S.V. Akulinichev, S. Shlomo, S.A. Kulagin y G.M. Vagradoy, Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 2239.
- (AT 76) W. Atwood et al. Phys. Lett. 64B (1976), 479.
- (AU 83) J.J. Aubert y colaboradores, Phys. Lett. 123B (1983) 275;
- (AU 85) J.J. Aubert y colaboradores, Phys. Lett. 152B (1985) 433.
- (BB 86) R.P. Bickerstall, M.C. Birse y G.A. Miller, Phys. Rev. D33 (1986) 3228.

- (BC 84) E.L. Berger; F. Coester y R.B. Wiringa, Phys. Rev. D29 (1984), 398.
- (BC 85) E.L. Berger y F. Coester, Phys. Rev. D32 (1985), 1071.
- (BD 65) J.D. Bjorken y S.D. Drell en *Relativistic Quantum Fields*, (Mc Graw-Hill Book Company, 1965).
- (BJ 69) J.D. Bjorken, Phys. Rev. 179. (1969) 2075.
- (BM 86) R.K. Bhaduri, M.V. Murthy y E.L. Tomesiak, Phys. Lett. B173 (1986), 369.
- (BO 83) A. Bodek y colaboradores, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1431.
- (BO 79) A. Böhm en *Quantum Mechanics* (Springer Verlag, Heidelberg 1979)
- (BP 69) J.D. Bjorken y E. Paschos, Phys. Rev. 185 (1969) 1975.
- (BR 79) G.E. Brown y M. Rho, Phys. Lett. 82B, (1979), 177.
- (BR+79) G.E. Brown, M. Rho y V. Vento, Phys. Lett. 84B, (1979), 383.
- (BR 81) A. Bodek y J.L. Ritchie, Phys. Rev. D23 (1981), 1070.
- (CB 85) J. Cavendon y M. Beyer en *Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate Energies*. Eds. S. Boffi, C. Ciofi degli Atti y M.M. Giannini. (World Scientific, Singapore. 1985).

- (CD 79) C.G. Callan, R.F. Dashen y D.J. Gross, Phys. Rev. D19 (1979), 1826.
- (CI 82) S.A. Chin, Nucl. Phys. A382, (1982), 355.
- (CJ 74) A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn y V.F. Weisskopf, Phys. Rev. D9, (1974), 3471.
- (CJ+74) A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson y C.B. Thorn, Phys. Rev. D10 (1974) 2599
- (CK 86) F.E. Close y A. Kezywicki, en *Proceedings of the XIth Europhysics Divisional Conference.*, ed. A. Gerard y C. Samour (Dunord, Paris, 1986).
- (CL 79) F.E. Close en *An Introduction to Quarks and Partons.* (Academic Press, Londres 1979).
- (CO 77) P.D.B. Collins, en *Regge theory and High Energy Physics.* (Cambridge University Press. Cambridge, 1977).
- (CR 83) F.E. Close, R.G. Roberts y G.Gross. Phys. Lett. 129B (1983), 346.
- (CT 75) A. Chodos y C.B. Thorn, Phys. Rev. D12, (1975), 2733.
- (DC 73) S.D. Drell y M. Chanowitz, Phys. Rev. Lett. 30 (1973), 807.
- (DF 73) V. De Alfaro, S. Fubini, G. Furlan y C. Rossetti en *Currents in Hadron Physics*, (North-Holland 1973).
- (DG 85) D. Drechsel, M.M. Giannini y L. Tiator en *Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate*

Energies. Eds. S. Boffi, C. Ciofi degli Atti y M.M. Giannini. (World Scientific, Singapore. 1985).

- (DM 88) A.E.L. Dieperink y P.J. Mulders. Comunicación Privada, (1988).
- (DT 81) C.E. De Tar, Phys. Rev. **D24**, (1981), 752.
- (DW 86) G. Dunne y A. W. Thomas, Phys. Rev. **D33** (1986) 2061.
- (EW 83) M. Ericson y A.W. Thomas, Phys. Lett. **129B** (1983), 112.
- (FF 82) A. Faessler; A. Fernández, G. Lübeck y K. Shimizu. Phys. Lett. **112B** (1982),
- (FF 83) A. Faessler, A. Fernández, G. Lübeck y K. Shimizu. Nucl. Phys. **A402** (1983), 555.
- (FG 86) J.L.Friar, B.F. Gibson, G.L. Payne y C.R. Chen. Loas Alamos Preprint LA-UR-86-1991 (1986).
- (FM 87) T. de Forest y P.J. Mulders. Phys. Rev. **D35** (1987), 2849.
- (GN 84) P. González, S. Noguera, J. Bernabéu y V. Vento, Nucl. Phys. **A423** (1984), 477.
- (GO 84) P. González. Tesis Doctoral. Valencia. 1984.
- (GP 86) A. Galindo y P. Pascual en *Quantum Mechanics*. (Springer Verlag Heidelberg)
- (GS 87) P. González; V. Sanjosé y V. Vento. Phys. Lett. **196B** (1987), 1.

- (GS 88) P. González; V. Sanjosé y V. Vento en *Proceedings of the Third Workshop on Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate Energies*. Eds. S. Boffi; C. Ciofi degli Atti y M.M. Gianninni. (World Scientific, Singapore 1988), 263.
- (GT 66) K. Gottfried en *Quantum Mechanics* (W. A. Benjamin Inc. New York, 1966).
- (GV 83) P. González, V. Vento y M. Rho, *Nucl. Phys.* **A395**, (1983), 349.
- (GV+83) P. González and V. Vento, *Nucl. Phys.* **A407**, (1983), 349.
- (GV 84) P. González y V. Vento, *Nucl. Phys.* **A415** (1984), 413.
- (GV 87) P. González y V. Vento, *Few Body Systems* **2** (1987), 145.
- (GV 88) P. González y V. Vento, *Nucl. Phys.* **A485** (1988), 413.
- (GV+88) P. González y V. Vento, *Phys. Rev. Lett.* **60** (1988), 190.
- (GV++88) P. González y V. Vento, Preprint IFIC/88-12, (1988) Valencia.
- (HA 64) M. Hamermesh en *Group Theory*. (Addison-Wesley, 1964).
- (HB 83) E. Hadjimichael, R. Bornais y B. Goulard, *Phys. Rev.* **C27** (1983), 831.

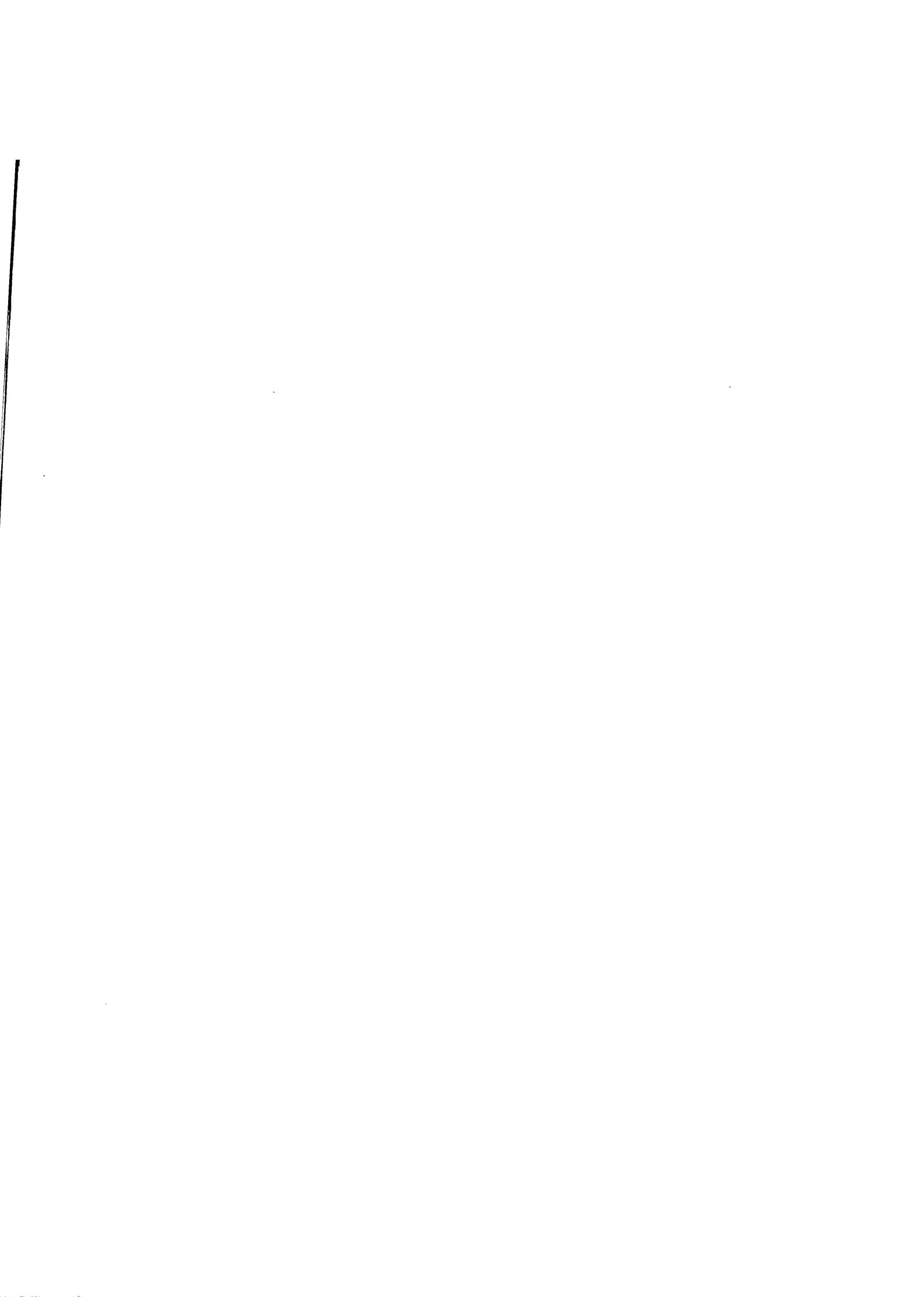
- (HJ 87) P. Hoodbhoy y R.L. Jaffe. Phys. Rev. **D35** (1987), 113.
- (HM 81) I. Hultage, F. Myhrer y Z. Xu, Nucl. Phys. **A364**, (1981), 322.
- (HO 87) P. Hoodbhoy. Nucl. Phys. **A465** (1987), 637.
- (HR 81) M. Harvey. Nucl. Phys. **A352** (1981), 301.
- (HS 83) Ch. Hadjuk, P.U. Saver y W. Streuve, Nucl. Phys. **A405** (1983), 581.
- (IC 72) M. Ichimura y colaboradores. Nucl. Phys. **A196** (1972), 17.
- (IF 87) H. Ito y A. Faessler. Nucl. Phys. **A470** (1987), 626.
- (IS 81) L.L. Frankfurt y M.I. Strikman, Nucl. Phys. **B181** (1981), 22.
- (JA 75) R.L. Jaffe, Phys. Rev. **D11** (1975) 1953.
- (JA 79) R.L. Jaffe, *Lectures at the 1979 Erice School*, (MIT preprint, Octubre 1979).
- (JA 81) R.L. Jaffe, en *Proc. of the Ettore Majorana School in Subnuclear Physics*, ed. A. Zichichi (Composition, Bolonia, 1981).
- (JA 84) R.L. Jaffe, Comments on Nucl. and Particle Phys. **13** (1984), 39.
- (JA 85) R.L. Jaffe. CTP preprint R 1261 (1985).

- (JA 86) R.L. Jaffe en *Quarks and Gluons in Particles and Nuclei. Proceedings of the Workshop on Nuclear Chromodynamics*. Eds. S. Brodsky y E. Moniz. (World Scientific. Singapore 1986).
- (JA 87) R.L. Jaffe en *Proceedings of the XI International Conference on Particles and Nuclei*. Kyoto (Japon). Ed. S. Homma. (1987).
- (JO 75) K. Johnson, *Acta Physica Polonica* **B6**, (1975), 865.
- (KM 84) G. Karl, G.A. Miller y J. Rafelsky, *Phys. Lett.* **B143** (1984), 326.
- (KS 74) J. Kogut y L. Susskind, *Phys. Rev.* **D9** (1974), 697 y 3391.
- (LI 77) D.A. Liberman, *Phys. Rev.* **D16** (1977), 1542.
- (LL 83) C.H. Llewellyn Smith en *Proceedings of International Symposium on Lepton and Foton Interactions at High Energies*. Ed. W.T. Kirk. (SLAC, Stanford, California. 1975), 709.
- (LL 83) C.H. Llewellyn Smith, *Phys. Lett.* **128B** (1983), 107.
- (LT 78) D.B. Lichtenberg en *Unitary Symmetry and Elementary Particles*, (Academic Press 1978).
- (LR 80) D.B. Lichtenberg y S.P. Rosen en *Developments in the Quark Theory of Hadrons*. (Hadronic Press, Nonantum, U.S.A. 1980).
- (ME 69) A.M.L. Messiah en *Mecanique Cuantique*. (Dunod, Paris 1969).

- (MG 64) A.M.L. Messiah y O. W. Greenberg. Phys. Rev. 135B (1964), 1447.
- (MG 65) A.M.L. Messiah y O. W. Greenberg. Phys. Rev. 138B (1965), 1115.
- (MS 70) J.S. MacCarthy, I. Sick, R.R. Whitney y M.R. Yearian, Phys. Rev. Lett. 25 (1970), 884.
- (MS 77) J.S. MacCarthy, I. Sick y R.R. Whitney, Phys. Rev. C15 (1977), 1396.
- (MU 84) P. Mulders, Phys. Rev. D30 (1984) 1073.
- (MV 83) O.V. Maxwell y V. Vento. Nucl. Phys. A407 (1983), 366.
- (NS 86) S. Noguera; V. Sanjosé y V. Vento. Z. Phys. A325, (1986), 275.
- (OT 82) E. Oset; H. Toki y W. Weise, Phys. Rep. 83, (1982), 281.
- (OY 80) M. Oka y K. Yazaki. Phys. Lett. 90B (1980), 41.
- (PA 25) W. Pauli. Z. Phys. 31 (1925), 765.
- (PA 40) W. Pauli. Phys. Rev. 58 (1940), 716.
- (PB 75) M.A. Preston y R.K. Bhaduri en *Structure of the Nucleus*. (Addison-Wesley 1975).
- (RH 81) M. Rho en *Lectures at the Ettore Majorana School*. (Erice 1981).
- (SU 72) J.D. Sullivan, Phys. Rev. D5 (1972), 1732.

- (SV 87) V. Sanjosé, V. Vento y S. Noguera, Nucl. Phys. **A470** (1987) 509.
- (SV 88) V. Sanjosé, V. Vento. Preprint IFIC/88-14 (1988), Valencia.
- (SW 64) R.F. Streater y Wightman en *PCT, Spin, Statistics and all that*. (W.A. Benjamin Inc., New York) (1964).
- (TH 82) A.W. Thomas en *Chiral Symmetry and the Bag Model: A New Starting Point for Nuclear Physics*. TH.3368-CERN; TRI-PP-82-29, (1982).
- (TH 85) A.W. Thomas, en *Proc. of the Int. Conf. on Nuclear Physics*, Bombay (India) 1984 (World Scientific, Singapore, 1985).
- (TH 86) A.W. Thomas, in *Proc. of the Int. Nuclear Physics Conf.* Harrogate (UK) 1986.
- (TO 82) H. Toki, Y. Suzuki y K.T. Hecht, Phys. Rev. **C26** (1982), 736.
- (TS 86) S. Takeuchi, K. Shimizu y K. Yazaki. Nucl. Phys. **A449** (1986), 617.
- (VC 85) J.P. Vary, S.A. Coon y H.J. Pirner en *International Conference on Hadronic Probes and Nuclear Interactions*. AIP Conference Proceedings 133. Ed. J. Comfort et al. (AIP, New York. 1985).
- (VE 80) V. Vento, Thesis Stony Brook, (Mayo 1980). No publicada.
- (VJ 84) L. Vepstas, A.D. Jackson y A.S. Goldhaber, Phys. Lett. **B140** (1984) 280.

- (WE 68) S. Weinberg, *Phys. Rev.* **166**, (1968), 1568.
- (WE 75) G.B. West, *Phys. Reports* **18C** (1975), 263
- (WI 84) E. Witten en *Solitons in Nuclear and Elementary Particle Physics*. Eds. A. Chodos, E. Hadjimichael y C. Tze. (World Scientific Singapore. 1984).
- (YA 87) K. Yazaki en *Proceedings of the International Conference on A European Hadron Facility*. Ed. Th. Walcher. (North Holland, Amsterdam. 1987).
- (YN 83) F.J. Yndurain, en *Quantum Chromodynamics* (Springer, Heidelberg, 1983).
- (ZD 86) Q. Zang; C. Derreth; A. Schäfer y W. Greiner, *J. of Phys.* **G12** (1986), 19.
- (ZM 84) I. Zahed, U.G. Meissner y A. Wirzba, *Phys. Lett.* **145B** (1984), 117.



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAD DE CIÈNCIES FÍSQUES

Reunit el Tribunal que subscriu, en el dia de la data,
acordà d'atorgar, per unanimitat, a aquesta Tesi Doctoral
d'En/ Na/ N' VICENTE SANJOSE LÓPER
la qualificació d APTO CUM LAUDE

València a 24 de Febrero de 1989

El Secretari,

El President,

